



Matemática



SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 1

Conversa com o professor

Converse com os estudantes, organizando uma roda de conversa. Pergunte o que conhecem sobre potenciação e radiciação. Anote na lousa as respostas e, a partir desse momento, inicie a abordagem sobre o assunto.

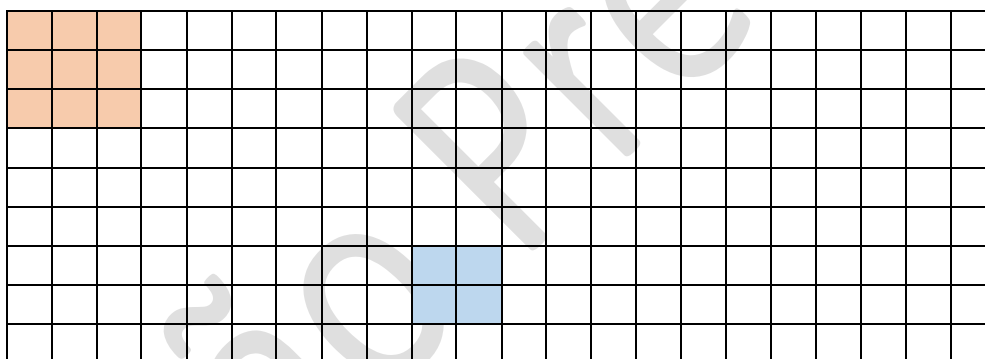
ATIVIDADE 1 - POTENCIAÇÃO COM EXPOENTES INTEIROS

Objetivo: Compreender a potenciação de base racional e expoente inteiro, reconhecendo as propriedades e as operações com os números racionais na forma fracionária.

Conversa inicial: Para o desenvolvimento das atividades seguintes, sugerimos abordar as propriedades da potenciação e radiciação, propiciando aos estudantes investigarem a potenciação como multiplicação de n fatores iguais, chamados de base, em que n é o expoente. Ao longo das atividades, explore as propriedades de potenciação.

1.1 Utilizando um  como unidade de medida, forme quadrados e pinte-os.

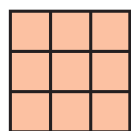
Em seguida, escreva a quantidade de quadradinhos pintados, conforme o exemplo:



Quadrado maior: 9 unidades

Quadrado menor: 4 unidades

1.2 Escreva os 10 primeiros números naturais, quadrados perfeitos diferentes de zero.



$$= 9 = 3 \cdot 3 = 3^2$$



$$= 4 = 2 \cdot 2 = 2^2$$

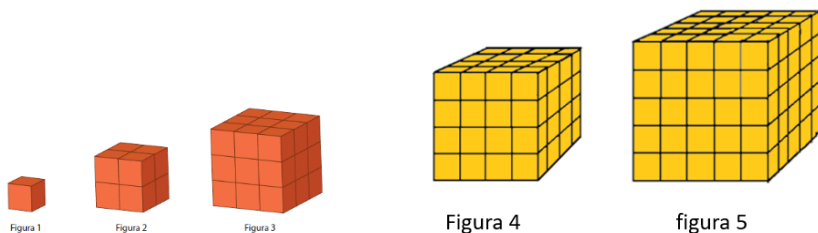


Quando escrevemos $3^2 = 9$ ou $2^2 = 4$, temos uma operação de potenciação. Lemos 3^2 , três elevado ao quadrado e 2^2 , dois elevado ao quadrado.

Ilustração: Malko Miranda do Santos

$1^2 = 1$	$2^2 = 4$	$3^2 = 9$	$4^2 = 16$	$5^2 = 25$
$6^2 = 36$	$7^2 = 49$	$8^2 = 64$	$9^2 = 81$	$10^2 = 100$

1.3 Observe os cubos a seguir. Complete em seu caderno os dois próximos cubos:




1.4 Note que os cubos da atividade 1.3 são compostos pelos cubinhos  . Utilizando esse cubinho como unidade de medida, faça a contagem de quantos deles são necessários para compor cada cubo da atividade 1.3.

Figura 1 – 1 cubinho
 Figura 2 – 8 cubinhos
 Figura 3 – 27 cubinhos
 Figura 4 – 64 cubinhos
 Figura 5 – 125 cubinhos

1.5 Escreva os dez primeiros números naturais, diferentes de zero, elevados ao cubo:

$1^3 = 1$	$2^3 = 8$	$3^3 = 27$	$4^3 = 64$	$5^3 = 125$
$6^3 = 216$	$7^3 = 343$	$8^3 = 512$	$9^3 = 729$	$10^3 = 1000$

1.6 Reescreva as potências abaixo na forma de produto e, em seguida, escreva a forma como se lê cada uma:

- a) $7^2 = 7 \cdot 7$ (sete elevado ao quadrado)
 b) $8^4 = 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$ (oito elevado à quarta potência)
 c) $12^3 = 12 \cdot 12 \cdot 12$ (doze elevado ao cubo)
 d) $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ (dois elevado à quinta potência)

1.7 Agora, calcule as potências a seguir. O que você pode observar?

- a) $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$
 b) $3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$
 c) $3^6 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 729$
 d) $3^7 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 2187$

Explore com os estudantes o que acontece com os resultados, por exemplo, se multiplicarmos o resultado de $3^5 = 243$ por 3, teremos 3^6 , que resultará em 729. Espera-se que o estudante perceba que, ao aumentar uma unidade no expoente, significa multiplicar o valor da potência anterior pelo valor da base.

1.8 Resolva as potências a seguir. Observe os resultados encontrados e registre suas conclusões.

a) $3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$

b) $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$

c) $3^1 = 3$

d) $3^0 = 1$

3) $3^{-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{1}{3}$

f) $3^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

Professor, solicite aos estudantes compartilharem suas conclusões e sistematize os casos de expoente negativo em relação às suas propriedades de potência.

1.9 A seguir, resolva as potências e expresse o resultado encontrado na forma fracionária:

a) $3^{-2} \times 5^2 = 132 \cdot 25 = 19 \cdot 25 = 259$

b) $2^{10} \times 2^8 \div 2^6 = 210 + 8 - 6 = 212 = 12 - 12$

c) $\left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}$

d) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = (4)^2 = 16 = \left(\frac{1}{16}\right)^{-1}$

e) $\left(\frac{1}{2}\right)^6 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{12} \div \left(\frac{1}{2}\right)^8 = \left(\frac{1}{2}\right)^{6+12-8} = \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$

f) $\frac{(5 \times 4)^2}{5^4 \times 2^8} = \frac{5^2 \cdot 4^2}{5^4 \cdot 2^8} = 5^2 \cdot 5^{-4} \cdot 2^4 \cdot 2^{-8} = 5^{-2} \cdot 2^{-4} = \frac{1}{400}$

ATIVIDADE 2 – POTÊNCIA EM VALORES “ASTRONÔMICOS”

Objetivos: Representar números em notação científica.

Conversa inicial: Mostre aos estudantes a importância da representação de números muito grandes por meio de notação científica, trazendo exemplos da ciência ou do cotidiano, expondo-os em diferentes representações, fazendo-os refletirem sobre a importância da notação científica.

2.1 Essa é uma pergunta desafiadora que, além de permitir a retomada da discussão sobre o cálculo de potências a partir do seu significado, também possibilita a compreensão de que contar o número de algarismos necessários para a escrita de uma potência de base 10, que é muito simples, bastando, para isso, olhar para o expoente da potência. Isso ocorre porque nosso sistema de numeração é de base 10 (decimal), que já foi discutido em detalhes nas atividades sobre sistema de numeração proposta no 6º ano. Diversas áreas da ciência, que trabalham rotineiramente com números muito grandes ou muito pequenos, utilizam amplamente a linguagem das potências na representação desses números. Por exemplo, a velocidade da luz no vácuo, que é aproximadamente igual a $3 \cdot 10^5 \text{ km/s}$. Qual seria o valor dessa velocidade em m/s? Escreva na forma de potência.

Sendo 1 km igual a 1000 m ou 10^3 m , temos:

$$3 \cdot 10^5 \cdot 10^3 = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

2.2 Considerando os números 2^{10} , 10^3 e 10^7 , qual deles é escrito com maior número de dígitos?

Resposta: 10^7

2.3 Jonas e Osmar decidiram realizar uma viagem e visitar a cidade de Olímpia, que fica no interior de São Paulo a cerca de $2^7 \cdot 5^5 \text{ m}$ de distância da capital paulista. A viagem durou cerca de $2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$ minutos. Depois de passarem alguns dias na cidade, resolveram percorrer cerca de $2^6 \cdot 5^5 \text{ m}$ até a cidade de Birigui, levando cerca de $2 \cdot 3 \cdot 5^2$ minutos. Com as informações do problema, resolva as potências e represente os resultados em quilômetros e horas, utilizando notação científica para as distâncias.

Distância de São Paulo a Olímpia: $2^7 \cdot 5^5 = 400\,000 \text{ m} = 400 \text{ km} = 4 \cdot 10^2 \text{ km}$.

Tempo de duração da viagem de São Paulo a Olímpia: $2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 300 \text{ min} = 5 \text{ h}$

Distância de Olímpia a Birigui: $2^6 \cdot 5^5 = 200\,000 \text{ m} = 200 \text{ km} = 2 \cdot 10^2 \text{ km}$.

Tempo de duração da viagem de Olímpia a Birigui: $2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 150 \text{ min} = 2,5 \text{ h}$

ATIVIDADE 3: ESTIMANDO RAIZ QUADRADA

Objetivo: Sistematizar os registros e linguagens para compreender o cálculo da raiz quadrada por estimativa.

Conversa inicial: Inicie uma conversa sobre as operações que já conhecem como adição, subtração, divisão, multiplicação. Investigue inicialmente qual é a relação entre essas operações e, em seguida, poderá questioná-los se a potenciação e a radiciação têm alguma relação.

3.1 Você já escreveu os 10 primeiros números quadrados perfeitos diferentes de zero anteriormente. Agora, extraia a raiz quadrada de cada um deles. Após a extração das raízes, compare os resultados obtidos. Registre sua conclusão.

$\sqrt{1} = 1$	$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{16} = 4$	$\sqrt{25} = 5$
$\sqrt{36} = 6$	$\sqrt{49} = 7$	$\sqrt{64} = 8$	$\sqrt{81} = 9$	$\sqrt{100} = 10$

Nessa atividade, converse com os estudantes e discuta a questão dos quadrados perfeitos e das raízes exatas, ampliando a conversa para estimar a raiz quadrada não exata.

3.2 Você já escreveu e extraiu a raiz quadrada dos 10 primeiros números quadrados perfeitos, diferentes de zero. No entanto, nem todo número é um quadrado perfeito.

Exemplo: 6 não é um número quadrado perfeito e, dessa forma, não tem raiz quadrada exata, mas é possível estimar o valor da sua raiz quadrada.

Sabe-se que 6 está entre os quadrados perfeitos 4 e 9, isto é, $4 < 6 < 9$.

Extraindo as raízes quadradas dos três números, as desigualdades se mantêm e temos, portanto, $\sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{9}$.

Visto que $\sqrt{4} = 2$ e $\sqrt{9} = 3$, podemos escrever $2 < \sqrt{6} < 3$ e afirmar que $\sqrt{6}$ está entre 2 e 3.

Para estimar o valor de $\sqrt{6}$, com uma casa decimal, podemos fazer:

$$(2,1)^2 = 4,41 \quad (2,2)^2 = 4,84 \quad (2,3)^2 = 5,29 \quad (2,4)^2 = 5,76 \quad (2,5)^2 = 6,25$$

Sendo assim, podemos concluir que $\sqrt{6}$ está entre 2,4 e 2,5.

3.3 Seguindo esse raciocínio estime, com uma casa decimal, o valor das raízes quadradas dos números a seguir:

a) $\sqrt{28}$ entre 5,2 e 5,3

b) $\sqrt{63}$ entre 7,9 e 8,0

c) $\sqrt{45}$ entre 6,7 e 6,8

d) $\sqrt{5}$ entre 2,2 e 2,3

e) $\sqrt{20}$ entre 4,4 e 4,5

ATIVIDADE 4 – NA PRÁTICA...POTÊNCIAS E RAÍZES

Objetivo: Relacionar a raiz com a potência de expoente fracionário, fazendo a escrita de ambas.

Conversa inicial: Incentive os estudantes, para que façam os cálculos das potências de expoentes fracionários, usando a relação entre a potência e a radiciação. Enquanto os estudantes realizam as atividades, sugere-se que verifique se fazem os procedimentos das diferentes escritas, como observar que o denominador da fração é o índice do radical e se o numerador da fração é o expoente do radicando. A fatoração também poderá ser abordada, para que possam fazer a simplificação dos radicais, quando necessária.

4.1 Carlos ligou para o zelador do seu prédio para saber as medidas do quarto principal, de seu apartamento, a fim de comprar piso para reforma. O zelador informou que, na última reforma, compraram 17m^2 de piso e havia sobrado 1m^2 . Ficou sabendo também que a medida da largura e do comprimento do quarto eram iguais. Com essas informações, será possível Carlos encontrar as medidas do quarto principal? Quais foram as medidas encontradas por Carlos? Faça a representação geométrica do quarto principal.

Quantidade de piso comprada: 17 m^2 .

Sobra de piso: 1 m^2

A área do quarto encontrada por Carlos foi: $17 - 1 = 16\text{ m}^2$.

Representação geométrica do quarto principal: Quadrado de lado 4 m .

4.2 Considere a afirmação:

Se “ a ” é um número positivo, “ m ” é um número natural diferente de zero, e “ n ” é um número natural maior que 1, então: $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

Escreva as potências dadas de modo que elas sejam expressas em forma de radical:

a) $3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$

b) $4^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{4^2}$

c) $234^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{234^3}$

d) $32^{\frac{5}{7}} = \sqrt[7]{32^5}$

e) $175^{\frac{3}{8}} = \sqrt[8]{175^3}$

4.3 Um professor decidiu apresentar um desafio sobre potência e radical aos estudantes. Foram escolhidos dois estudantes para participar. Ao primeiro, foi apresentada a seguinte potência: $125^{\frac{2}{6}}$, e para o segundo, foi apresentado o seguinte radical: $\sqrt[6]{20^{12}}$. Quais soluções devem ser apresentadas? Explique a forma como você efetuou os cálculos.

Primeiro estudante

$$125^{\frac{2}{6}} = \sqrt[6]{125^2} = \sqrt[6]{125 \cdot 125}$$

Fatorando: $\sqrt[6]{5^3 \cdot 5^3} = \sqrt[6]{5^6} = 5$

Segundo estudante

$$\sqrt[6]{20^{12}} = 20^{\frac{12}{6}} = 20^2 = 400$$

O desafio foi acertado pelos dois estudantes, mas é possível verificar outras maneiras de resolução para chegar a esses resultados.

4.4 Ao analisar a igualdade entre uma radiciação e uma potenciação, um estudante concluiu que $\sqrt[3]{2^6} = 2^2$. Ao apresentar a análise feita, um colega afirmou que o resultado não estava correto. Quem tinha razão? Comente como chegou a essa conclusão.

Para provar que este estudante está correto, podemos fazer

$$\sqrt[3]{2^6} = 2^{\frac{6}{3}} = 2^2$$

Logo, a análise feita pelo estudante está correta.

4.5 Em um laboratório, a população de uma espécie animal é determinada de acordo com o seguinte padrão matemático $(8)^{\frac{m}{3}} 8^{\frac{m}{3}}$, onde **m** representa o tempo em meses. Considerando este padrão, qual será a população após 3 meses? E 5 meses?

$$8^{\frac{m}{3}} \Leftrightarrow \sqrt[3]{8^m}$$

No intervalo de 3 meses temos: $\sqrt[3]{8^3} = 8$

No intervalo de 5 meses temos: $\sqrt[3]{8^5} = \sqrt[3]{8^3 \cdot 8^2} = 8 \cdot \sqrt[3]{64} = 8 \cdot 4 = 32$



Quando tratar de roda de conversa, não é necessário fazer uma adaptação (somente nos casos em que o professor foi orientado para uma situação particular), assim podemos incluir todos os estudantes na conversa. Deve-se ficar atento ao estudante público alvo da Educação Especial, fazendo com que interaja na conversa, realizando as orientações necessárias após a participação dos estudantes. Sugere-se a elaboração de cartas com as potências, solicitando ao estudante público-alvo que procure as cartas de acordo com a tabela incompleta. Quando encontrar a carta mais parecida com a comanda, pergunte o que falta para serem iguais. Observe se o estudante consegue perceber o que falta. Caso perceba, solicite que preencha a atividade; caso contrário, explique o que falta e utilize outros exemplos. As cartas com potências podem ser usadas também para apresentar o expoente negativo. Neste caso, sugere-se que elabore a tabela de forma que o estudante preencha o expoente positivo. Elaborar cartas com potências poderá ser utilizado desde a apresentação inicial do conteúdo até as últimas atividades dependendo do plano de ensino para o estudante público-alvo da Educação Especial e contribuirá para o percurso da aprendizagem deste estudante, pois as vezes é necessário o uso de dicas, material visual ao longo do processo de aprendizagem. Exemplo de informação que podem apresentar na carta:

$5^2 = 5 \times 5$
$3^3 = 3 \times 3 \times 3$
25
27

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 2

Conversa com o professor

Professor, essa Situação de Aprendizagem pode ser iniciada com uma roda de conversa em que os estudantes reflitam sobre as seguintes perguntas:

- Quantas vezes você já se deparou com a necessidade de fazer escolhas?
- De quantas maneiras você pode vir de sua casa até a escola?
- Você já se deparou com a possibilidade de fazer a escolha de ingredientes para o recheio de um lanche?

As respostas trazidas por eles possivelmente evidenciarão que fazer escolhas diante de possibilidades é natural ao seu cotidiano.

Diante destas possíveis respostas, sugere-se que o professor proponha aos estudantes que analisem situações como as exemplificadas. A partir dessa conversa, sugerimos que organize na lousa as escolhas de uma situação apresentada pelos estudantes por meio de um esquema escolhido por eles.

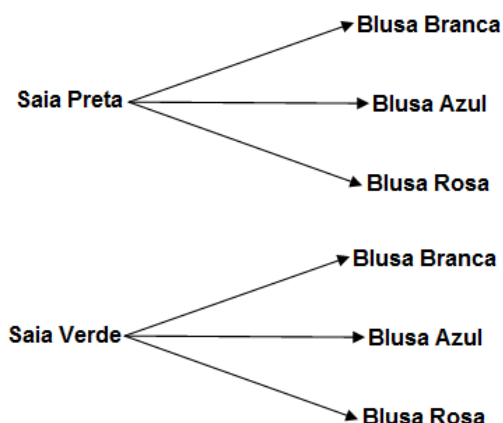
ATIVIDADE 1 - COMBINAÇÕES PERFEITAS

Objetivo: Reconhecer e aplicar o princípio multiplicativo da contagem.

Conversa inicial: Apresente algumas situações a partir de um esquema, a fim de que possam perceber que a contagem é processo que se utiliza diariamente e, tratando-se de escolhas, é possível calcular a quantidade de opções que temos, quando, por exemplo, temos de escolher um sorvete com três sabores diferentes, considerando que posso escolher entre 5 sabores. Observe como os estudantes resolvem essa situação: se por esquema ou diretamente pela contagem. Socialize as resoluções e, então, formalize o diagrama de árvores e o princípio da contagem.

1.1 Ana foi a uma loja e comprou três blusas (rosa, branca, azul) e duas saias (preta e verde). Com as peças de roupa compradas, Ana fez todas as combinações possíveis e as registrou de duas maneiras diferentes, conforme mostrado a seguir:

Primeiro Esquema



Segundo Esquema

{{(saia preta, blusa branca); (saia preta, blusa azul); (saia preta, blusa rosa); (saia verde, blusa branca); (saia verde, blusa azul); (saia verde, blusa rosa)}}.

O primeiro esquema feito por Ana para representar as combinações de roupas recebe o nome de “Árvore de Possibilidades”.



O segundo esquema feito por Ana está representado por “Conjunto”.

Quantas combinações de roupas Ana conseguiu formar? Será que existe uma outra maneira diferente das que foram apresentadas, para saber a quantidade de combinações?

Verifique junto aos estudantes a quantidade de 6 combinações e outras possíveis maneiras de representá-las.

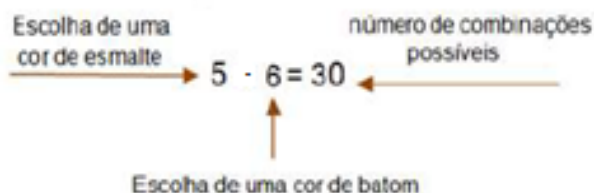
1.2 Ana, Maria e Letícia foram tomar um lanche após a aula. No caminho, resolveram comer pastel. Ao chegarem à pastelaria, viram que tinham duas opções de massa: tradicional ou sem glúten. Como recheio, poderiam optar por: calabresa, carne ou queijo, e para beber poderiam pedir: suco ou caldo de cana. Ana ficou em dúvida, não sabia o que pedir, pois teria que fazer algumas combinações. Construindo a árvore de possibilidades, ajude Ana a descobrir todas as possibilidades de fazer seu pedido, considerando que ela vai pedir um pastel e uma bebida.

Verifique com os estudantes a construção da árvore de possibilidades e solicite que compartilhem suas observações. O total de combinações é 12.

1.3 Mariana é manicure e maquiadora. Uma cliente foi até seu salão e levou consigo 5 cores de esmalte e 6 cores de batom para decidir, com Mariana, qual a melhor combinação entre os esmaltes e as cores de batom. Qual a quantidade total de combinações possíveis, para que Mariana possa ajudar a cliente escolher a melhor combinação?



ILUSTRAÇÃO: MALIKO MIRANDA DOS SANTOS



1.4 Jorge está saindo de férias e decidiu visitar um amigo que mora no alto das montanhas. Ao traçar o percurso de sua viagem, viu que seria possível escolher três estradas distintas, de mão dupla (1, 2 e 3), para chegar até a casa do amigo. De quantos modos diferentes, Jorge poderá fazer sua viagem de ida e volta?

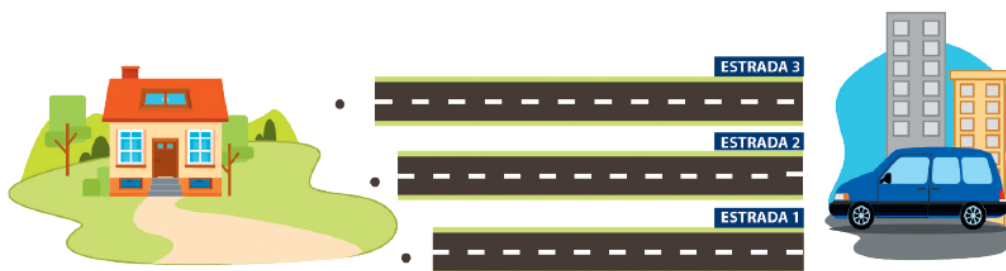


ILUSTRAÇÃO: MALIKO MIRANDA DOS SANTOS

Se Jorge optar por ir pela estrada 1, ele poderá voltar pelas estradas 1, 2, ou 3, o que lhe fornece 3 modos diferentes de fazer o percurso de ida e volta, indicados por (1,1), (1,2) ou (1,3). Se Jorge optar por ir pela estrada 2, ele poderá voltar pelas estradas 1, 2, ou 3, o que lhe fornece outros 3 modos diferentes de fazer o percurso de ida e volta, indicados por (2,1), (2,2) ou (2,3).

Se Jorge optar por ir pela estrada 3, ele poderá voltar pelas estradas 1, 2, ou 3, o que lhe fornece outros 3 modos diferentes de fazer o percurso de ida e volta, indicados por (3,1), (3,2) ou (3,3). Logo, Jorge terá 9 modos diferentes de fazer o percurso de ida e volta de sua viagem, que pelo princípio multiplicativo de contagem pode ser indicado por $3 \cdot 3 = 9$.

1.5 Marcos é representante de sala e na sua escola haverá um campeonato interclasses. Ele se reuniu com sua turma para decidirem as cores das listras da bandeira a serem colocadas nas camisetas que serão utilizadas por eles durante os jogos. Ficou decidido pela turma que as cores das listras da bandeira seriam amarela, verde, branca e vermelha, não necessariamente nessa ordem. Então, Marcos fez o desenho apenas para ilustrar uma possível opção. Sabendo que a bandeira terá 4 listras pintadas de cores diferentes, de quantas maneiras essa turma poderá colorir a bandeira?



ILUSTRAÇÃO: MALIKO MIRANDA DOS SANTOS

Considerando as cores amarelo, verde, branco e vermelho, temos as seguintes opções:

Posição da Faixa	Opções de cores
Primeira Posição	4 opções
Segunda Posição	3 opções
Terceira Posição	2 opções
Quarta Posição	1 opção

Pelo princípio multiplicativo, temos $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ maneiras diferentes para colorir as bandeiras.

1.6 Os semáforos são sinais de trânsito muito utilizados na organização do tráfego de veículos de transporte e pedestres. Seu uso auxilia os motoristas e pedestres a transitarem cautelosamente pelas vias públicas. Usando, sem repetição, as cores verde, amarelo e vermelho em ordens diferentes, quantos semáforos poderíamos ter?



$3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ semáforos diferentes.

1.7 Com a resolução do Conselho Nacional de Trânsito (Contran), as mudanças das placas modelo Mercosul no Brasil, já começaram a ser implementadas em alguns estados. As placas padrão Mercosul serão formadas por três letras, um número, uma letra e dois números nessa ordem. Considerando apenas essas informações, quantos automóveis serão possíveis emplacar com esse novo modelo?

Fonte: <https://www.in.gov.br/web/dou/-/resolucao-n-780-de-26-de-junho-de-2019-179414765>. Acesso em: 24/09/2020.

Resolução: o alfabeto é composto por 26 letras e temos 10 algarismos no sistema de numeração decimal, portanto:

Letra	Letra	Letra	Número	Letra	Número	Número
26	26	26	10	26	10	10

Multiplicando os valores da tabela, obtemos $26^4 \cdot 10^3 = 456\,976\,000$, que é o número de automóveis possível de serem emplacados com o novo sistema, considerando apenas as informações apresentadas.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 3

Conversa com o professor

Para iniciar o trabalho com as porcentagens, sugere-se explorar os conhecimentos que os estudantes possivelmente trazem de anos anteriores. Procure investigar se eles têm noção do que é porcentagem, se conhecem sua escrita representativa. Textos extraídos de pesquisas feitas pelo IBGE, encartes de lojas, anúncios de liquidação de produtos, entre outros podem ajudar nesta conversa inicial. A investigação sobre fração é relevante, para que se possa ter noção do nível de conhecimento dos estudantes. Para isso, pode-se fazer uso das seguintes perguntas:

- O que significa dizer que o corpo humano é de 70 a 75 por cento formado por água?
- O que significa dizer que 30 por cento das pessoas fazem compras pela *internet*?

Para perguntas como essas, espera-se que os estudantes respondam que mais da metade do corpo humano é composto por água e que menos da metade das pessoas consultadas comprem pela *internet*. Converse com os estudantes o que significa 100% e sua relação com o inteiro.

A expressão “por cento” é muito comum na vida cotidiana, em notícias de jornais, revistas, promoções em supermercados e lojas, nas faturas de cartões de crédito, enfim, em quase tudo que esteja relacionado a movimentações financeiras, estando presente também na divulgação dos resultados de pesquisas realizadas pelos institutos. Assim, podemos encontrar essa expressão representada de diferentes formas entre elas representação percentual (%), centesimal e decimal.

ATIVIDADE 1 – A PORCENTAGEM NO COTIDIANO

Objetivo: Resolver situações problema envolvendo o cálculo de porcentagem, reconhecendo a razão como forma de representar a porcentagem.

Conversa inicial: Tratar dos problemas no cotidiano, envolve os estudantes, pois algumas situações já vivenciaram sobre o cálculo de porcentagem. Por isso você pode resgatar essa ideia, para que possam resolver os problemas, em que a turma possa ser organizada em grupos: A porcentagem pode ser definida como uma proporção de uma quantidade ou grandeza em relação a outra, calculada em relação ao número 100 (por cem) e representada pelo símbolo %. Escrevemos, por exemplo, 100% e lemos cem por cento.

1.1 O número de pessoas que ficam *online*, pelo menos uma vez ao dia, é crescente. Considere que 64,7% da população de um determinado país tem acesso à *internet*. Escreva esse número em forma de razão centesimal.

Como a porcentagem é uma razão de denominador 100, então:

$$64,7\% = \frac{64,7}{100}$$

1.2 Considerando que 64,7% da população desse país tenha acesso à *internet* e que a população total é de 210 milhões de habitantes, quantos habitantes não tem acesso à *internet*?

$$64,7\% \text{ de } 210 \text{ milhões é o mesmo que } \frac{64,7}{100} \cdot 210\,000\,000 = 135\,870\,000$$

Se 135 870 000 dos habitantes tem acesso à *internet*, então $210\,000\,000 - 135\,870\,000 = 74\,130\,000$ habitantes não têm acesso à *internet*.

1.3 O gerente de uma rede de lojas decidiu colocar produtos à venda com descontos. Uma televisão que custa R\$ 1.400,00 foi oferecida com um desconto de 35% para pagamento a vista e 25%, para pagamento a prazo. Qual será o valor pago nessa televisão, se o pagamento for a vista? E se for a prazo?

Pagamento à vista: desconto de 35% e o valor da TV é R\$ 1.400,00, então o valor do desconto é:

$$\frac{35}{100} \cdot 1400 = 490$$

Portanto, o valor a ser pago à vista será de $R\$ 1.400,00 - R\$ 490,00 = R\$ 910,00$.

Pagamento a prazo: desconto de 25% e o valor da TV é R\$ 1.400,00, então o valor do desconto será:

$$\frac{25}{100} \cdot 1400 = 350$$

Portanto, o valor a ser pago a prazo será de $R\$ 1.400,00 - R\$ 350,00 = R\$ 1.050,00$.

1.4 Em uma escola, foi realizada uma pesquisa sobre o uso das redes sociais e o relacionamento com amigos. A pesquisa foi realizada com estudantes entre 13 e 17 anos. As seguintes perguntas foram respondidas pelos estudantes:

- Você prefere ter amigos virtuais?
- Você considera importante ter amigos presenciais?

Após a pesquisa, os seguintes dados foram obtidos e organizados em uma tabela:

Idade	Itens Pesquisados	Quantidade de Estudantes
13	Preferem amigos virtuais.	20
	Estudantes que não opinaram.	14
	Preferem amigos presenciais.	79
14	Preferem amigos virtuais.	25
	Estudantes que não opinaram.	20
	Preferem amigos presenciais.	74
15	Preferem amigos virtuais.	30
	Estudantes que não opinaram.	19
	Preferem amigos presenciais.	66
16	Preferem amigos virtuais.	42
	Estudantes que não opinaram.	28
	Preferem amigos presenciais.	58
17	Preferem amigos virtuais.	45
	Estudantes que não opinaram.	27
	Preferem amigos presenciais.	53

Sabendo que para a coleta dos dados apresentados foram entrevistados 600 estudantes, determine a porcentagem de estudantes que responderam a cada um dos itens e a porcentagem daqueles que não opinaram.

Como os estudantes foram distribuídos em 5 faixas etárias, vamos somar o número que responderam a preferir amigos virtuais. Sendo assim, temos: $20 + 25 + 30 + 42 + 45 = 162$.

De posse desse resultado, é possível determinar o percentual de estudantes que responderam a esse item. Lembrando que o total de entrevistados foi de 600, ficamos com:

$$\frac{162 \cdot 100}{600} = 27\%$$

Dos estudantes que não opinaram temos: $14 + 20 + 19 + 28 + 27 = 108$. Portanto:

$$\frac{108 \cdot 100}{600} = 18\%$$

Dos estudantes que preferem amigos presenciais temos: $79 + 74 + 66 + 58 + 53 = 330$

$$\frac{330 \cdot 100}{600} = 55\%$$

Logo, os percentuais de estudantes que responderam a cada um dos itens são 27% preferem amigos virtuais, 18% não opinaram e 55% preferem amigos presenciais.

Professor, converse com os estudantes sobre esses dados e verifique a opinião deles a respeito do tema.

1.5 Com base na quantidade de respostas dadas pelos estudantes de acordo com a idade, escreva um texto analisando os resultados da pesquisa.

Resposta pessoal. Socialize alguns textos, observe se no texto estão apresentados os resultados de forma clara ao divulgar o resultado. Se as informações são suficientes ou se colocam muita informação, confundindo o entendimento.

1.6 O preço de um determinado equipamento adquirido para agricultura, foi de R\$ 8.000,00. A cada ano que passa, caso o comprador queira revender esse determinado equipamento, o valor que ele pagou inicialmente recebe uma perda de 5% no primeiro ano que utilizou e, após o segundo ano, a perda é de 6% sobre o valor do ano anterior. Qual é o valor desse equipamento após o primeiro ano de uso? E após o segundo ano?

No primeiro ano de uso, temos 5% de perda em relação ao valor pago:

$$\frac{5}{100} \cdot 8.000 = 400, \text{ portanto:}$$

$$8.000 - 400 = 7.600$$

No segundo ano de uso, temos 6% de perda, em relação ao valor do ano anterior:

$$\frac{6}{100} \cdot 7.600 = 456, \text{ portanto:}$$

$$7.600 - 456 = 7.144$$

No primeiro ano de uso, o valor do equipamento para a venda será de R\$ 7.600,00 e após o segundo ano, o valor será de R\$ 7.144,00

ATIVIDADE 2 – HÍSTORIA, COMBUSTÍVEL E PORCENTAGEM?

Objetivos: Compreender o uso da porcentagem no cotidiano e desenvolver o senso crítico.

Conversa inicial: Converse com os estudantes sobre a aplicabilidade da porcentagem no cotidiano e, nesta atividade, eles irão refletir sobre a composição do álcool e gasolina.

Peça para que os estudantes relatem através de pesquisa ou conversa com adultos as consequências negativas causadas por combustíveis adulterados, promovendo uma discussão em sala de aula com os relatos obtidos.

No decorrer da história, o ser humano sempre buscou utilizar fontes da natureza para realizar transformações impressionantes, como fontes de combustível. Segundo historiadores, a lenha é a mais antiga fonte de energia em conhecimento pois, no período pré-histórico, era utilizada para aquecimento em períodos de temperaturas baixas, para se proteger de animais e no preparo de alimentos.

No período da Revolução Industrial, segundo historiadores, entre os séculos XVIII e XIX, o carvão era a principal fonte de energia, fazendo por exemplo, funcionar os primeiros motores movidos a vapor.



No início do século XX, a procura por combustíveis com melhor desempenho pela popularização dos automóveis, tornaram os combustíveis fósseis, que só eram para a produção de querosene, principal produto para a composição da gasolina.

Na década de 1970, o Programa Proálcool instituiu e consolidou o uso do álcool hidratado como combustível no Brasil.

Fonte: <https://pixabay.com/pt/illustrations/desenho-animado-gasolina-1813761/>. Acesso em: 24/09/2020.

Hoje em dia, temos o etanol comum, que é o álcool hidratado composto de uma mistura de álcool e água que precisa ter de 95,1% a 96% de graduação alcoólica. O etanol aditivado é o álcool hidratado com aditivos que melhoram rendimento e um desgaste menor do motor dos veículos. O etanol misturado à gasolina é álcool anidro, álcool com graduação alcoólica de no mínimo 99,6%, praticamente sendo álcool puro.

Atualmente, a proporção de álcool anidro misturado à gasolina brasileira é de 25% para gasolina Premium e 27% para gasolina Comum.

2.1 Se um veículo abastecer cerca de 15 litros gasolina, quantos litros de etanol estarão contidos no combustível, caso a escolha seja por gasolina Comum? E se for pela Premium?

Gasolina Comum – 25% de 15 litros: $\frac{25}{100} \cdot 15 = 3,75$ litros

Gasolina Premium: 27% de 15 litros: $\frac{27}{100} \cdot 15 = 4,05$ litros

Estarão contidos na Gasolina Comum, 3,35 litros de Etanol, e na Premium, 4,05 litros.

2.2 Se um veículo abastecer cerca de 40 litros de gasolina Premium, quantos litros de etanol deverão conter no combustível?

27% de 40 litros: $\frac{27}{100} \cdot 40 = 10,08$

Deverão conter 10,8 litros de Etanol.

2.3 Em determinado dia, Peral, fiscal de controle de combustíveis, realizou uma coleta de gasolina Premium para testes em quatro postos de combustíveis (A, B, C e D), anotando as informações em uma tabela.

Posto de Combustível	Quantidade de gasolina coletada (em mililitros)	Quantidade de Etanol encontrado (em mililitros)
A	1000 ml	250 ml
B	1350 ml	337,5 ml
C	1700 ml	459 ml
D	2000 ml	500 ml

Com as anotações de Peral, verifique a qualidade do combustível em cada um dos postos e escreva um texto sobre quais conclusões você chegou após realizar os cálculos.

Posto A: $\frac{250 \cdot 100}{1.000} = 25\%$

Posto B: $\frac{337,5 \cdot 100}{1.350} = 25\%$

Posto C: $\frac{459 \cdot 100}{1.700} = 27\%$

Posto D: $\frac{500 \cdot 100}{2.000} = 25\%$

De acordo com os resultados, o Posto C vende gasolina Comum como se fosse gasolina Premium, lesando o consumidor.

Converse com os estudantes sobre o significado desse resultado. Os Postos A, B e D estão de acordo com as normas exigidas, enquanto o Posto C apresenta combustível fora do percentual exigido.



Para as atividades de porcentagem, como razão de denominador 100, algumas atividades sugeridas podem ser de representar na forma de fração, representá-la em decimal ou porcentagem (carões). Podem-se usar atividades de pareamento ou completar tabela, pintar da mesma cor a porcentagem e a fração ou o número na forma decimal. A atividade proposta, usando textos ou encartes, podem ser desenvolvidas com pequenas adaptações, por exemplo, o texto pode ser o mesmo distribuído para os demais estudantes. Sugere-se apenas o cuidado, caso julgue necessário, de aumentar a fonte e deixá-la com espaço maior entre as linhas. Esse cuidado facilita ao estudante, que não é alfabetizado, encontrar os números e os símbolos no texto. Se optarem pela sugestão, pode solicitar ao estudante que circule no texto os números representados em porcentagem.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 4

Conversa com o professor

Organize uma roda de conversa sobre os diferentes tipos de polígonos que conhecem, quais são os elementos que os constituem e se é possível que eles sejam construídos com o uso dos instrumentos que lhes foram apresentados.

Você pode fazer os seguintes questionamentos:

- O que vocês entendem por ponto médio?
- Qual é o seu entendimento sobre o termo segmento?
- Que recursos você usaria para representar o ponto médio de um segmento de 9 cm?

Neste momento, pode-se deixar os estudantes discutirem sobre os questionamentos feitos, no entanto procure estar atento aos apontamentos feitos entre eles durante as discussões. Veja se recorrem ao uso de régua, se tentam traçar linhas nos cadernos ou em qualquer outro local propício para registros. Durante essa movimentação, circule pela sala e faça as intervenções necessárias.

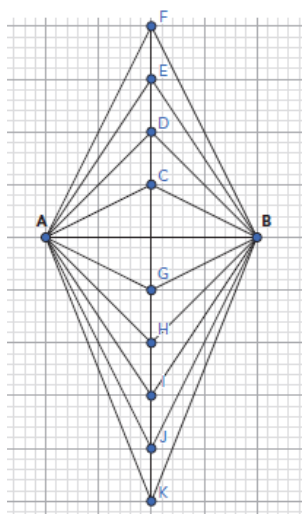
ATIVIDADE 1 - A CONSTRUÇÃO DA MEDIATRIZ

Objetivo: Identificar ponto médio e segmentos, utilizando a construção da mediatriz de um segmento, compreendendo os seus significados.

Conversa inicial: O trabalho, a ser realizado, envolverá o uso de régua e compasso. As construções realizadas poderão ser feitas em um caderno específico para esse fim, ou ainda os estudantes poderão organizar um portfólio e assim organizarem suas construções. Todas as construções propostas requerem um tempo, para que os estudantes se familiarizem com os procedimentos. Assim, sugerimos algumas construções, mas é possível utilizar tantas outras que entender necessárias para a compreensão por parte dos estudantes. Para a construção da mediatriz, proponha que sigam os procedimentos apresentados no material de apoio.

A mediatriz de um segmento é o conjunto de todos os pontos que equidistam das extremidades do segmento. Isso significa que, se você pudesse marcar todos os pontos que são equidistantes dos pontos A e B, na figura, eles formariam um conjunto denominado mediatriz.

A reta que contém todos os pontos equidistantes dos pontos A e B é a mediatriz do segmento.



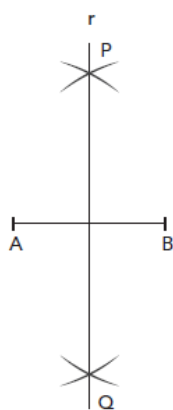
A partir disso, veja como é possível construir a mediatriz utilizando régua e compasso.

1º Passo: Construa um segmento \overline{AB}

2º Passo: Com a ponta seca do compasso centrada em A e a abertura maior que a metade do segmento \overline{AB} , trace um arco em cima e outro embaixo do segmento \overline{AB} .

3º Passo: Com a ponta seca do compasso centrada em B e a mesma abertura anterior, trace um arco em cima e outro embaixo do segmento \overline{AB} . Na intersecção dos arcos anteriores ficam definidos os pontos P e Q.

4º Passo: Trace a reta r que passa pelos pontos P e Q. Logo, a reta r é a mediatriz do segmento \overline{AB} .



1.1 Construa um segmento \overline{AB} e trace a mediatriz desse segmento. Encontre N o ponto médio do segmento \overline{AB} , trace a mediatriz do segmento \overline{AN} e a mediatriz do segmento \overline{NB} . Registre os procedimentos da construção.

Professor, verifique se os estudantes estão conseguindo realizar a construção. Sugira que compartilhem seus registros e apontem quais dificuldades (se houveram) para realização da atividade. Se necessário, apresente outras construções, para que realizem.

ATIVIDADE 2 – A BISSETRIZ

Objetivo: Construir utilizando ferramentas de software ou instrumentos de desenho a bissetriz dos ângulos de 90° , 60° , 45° e 30° .

Conversa inicial: É importante o professor retomar com os estudantes o conceito e a construção de ângulos, seja com transferidor ou com algum software de geometria dinâmica, como o Geogebra. Sugerimos também a proposta da bissetriz de outros ângulos e, por meio de anotações realizadas pelos próprios estudantes, sejam compartilhadas suas estratégias na construção da bissetriz desses ângulos.

Por definição, bissetriz de um ângulo é a semirreta que tem origem no vértice desse ângulo e que o divide em dois ângulos congruentes.

2.1. Construção da bissetriz de um ângulo \widehat{BOA} .

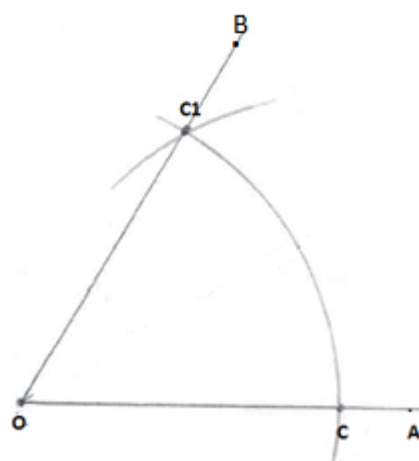
Construção do ângulo:

1º Passo: Trace uma semirreta \overrightarrow{OA} , que será o lado AO do ângulo $B\hat{O}A$.

2º Passo: Coloque a ponta seca do compasso no ponto **O** e com uma abertura qualquer, trace um arco que corte a semirreta \overrightarrow{OA} . Definindo o ponto **C** (C está contido na semirreta \overrightarrow{OA}).

3º Passo: Com a mesma abertura, coloque a ponta seca do compasso no ponto **C** e trace um arco que corte o arco anterior, definindo o ponto **C₁**.

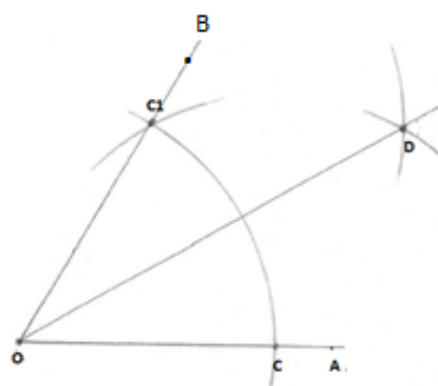
4º Passo: Trace a semirreta que passa pelos pontos **O** e **C₁**. Definindo assim o lado **OB** do ângulo $B\hat{O}A$.

**Construção da bissetriz:**

5º Passo: Coloque a ponta seca do compasso no ponto **C**, com uma abertura não menor que \overline{CO} , trace um arco no interior do ângulo $B\hat{O}A$.

6º Passo: Com a mesma abertura, coloque a ponta seca do compasso em **C₁**, trace um arco, que determinará o ponto **D**.

7º Passo: Trace a semirreta \overrightarrow{OD} . Essa semirreta é a bissetriz do ângulo $B\hat{O}A$.



Construa em folhas de sulfite, a bissetriz dos ângulos de 90° , 60° , 45° e 30° usando o algoritmo descrito anteriormente.

Espera-se que o estudante, seguindo os passos do quadro anterior, construa as bissetrizes indicadas nesta atividade. É importante o acompanhamento da construção. Se preferir, peça que façam em duplas.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 5

ATIVIDADE 1 - CONSTRUINDO POLÍGONO

Objetivo: Construir um hexágono regular de qualquer área por meio da utilização de ferramentas e de um fluxograma.

Conversa inicial: É importante o professor retomar com os estudantes o conceito de polígonos regulares quanto aos seus lados e ângulos estudados do Volume 4 do 7º Ano. Sugerimos propor outras construções de hexágonos por meio de fluxogramas conforme Volume 1 do 6º ano.

1.1 Por definição, hexágono regular é um polígono com seis lados de mesma medida e todos os ângulos internos congruentes (mesma medida). Usando apenas régua e compasso, vamos construir um hexágono regular, conforme descrição a seguir:

1º Passo: Trace um segmento \overline{OA} .

2º Passo: Coloque a ponta seca do compasso no ponto O e trace uma circunferência passando pelo ponto A.

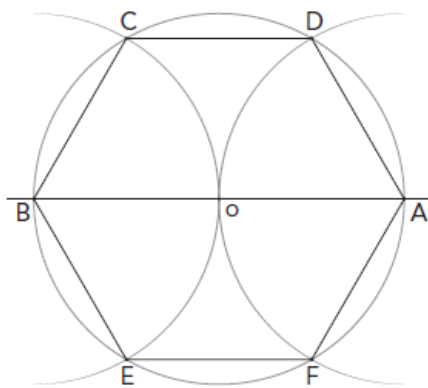
3º Passo: Destaque o diâmetro da circunferência passando pelos pontos A e B. Denomine as extremidades como pontos A e B.

4º Passo: Com a mesma abertura do compasso, coloque a ponta seca no ponto A e trace uma circunferência.

5º Passo: Com a mesma abertura do compasso, coloque a ponta seca no ponto B e trace outra circunferência.

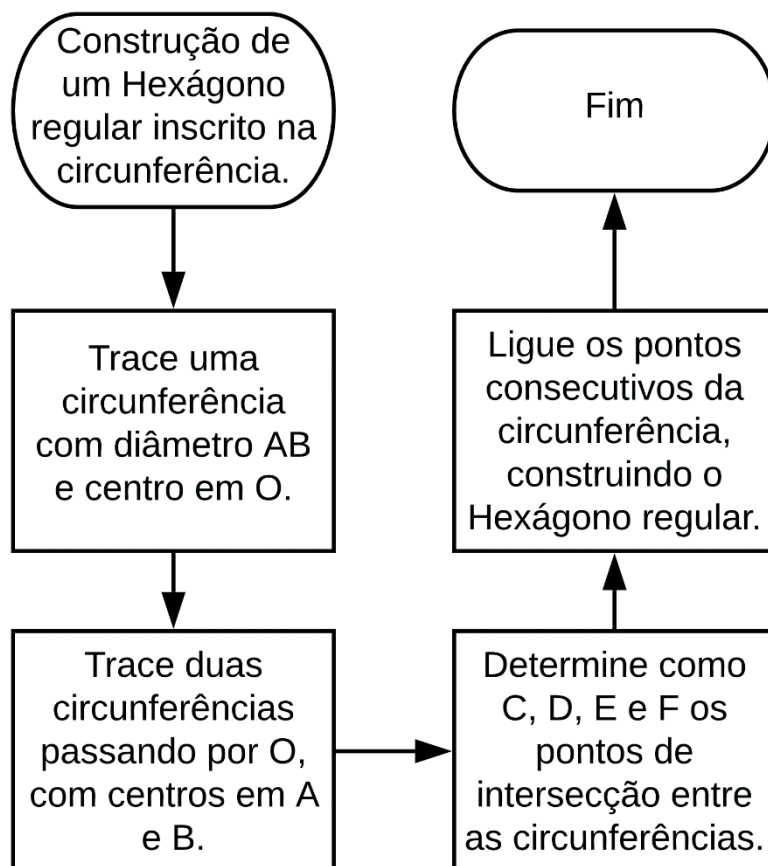
6º Passo: Determine os pontos de intersecção entre as circunferências, nomeando-os C, D, E e F na circunferência.

7º Passo: Unir os pontos com segmentos consecutivos. Assim, temos o hexágono regular.



1.2 Elabore um fluxograma para construção de um hexágono regular, a partir dos passos anteriores.

Sugestão de fluxograma



1.3 Descreva os passos para construção de um hexágono regular de 4 cm de lado.

O estudante poderá descrever o procedimento inicial, porém no procedimento precisa indicar a medida 4 cm de lado. Abra uma discussão sobre o assunto.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 6

Conversa com o professor

Conversa inicial: Sugere-se como recurso para o trabalho com essas habilidades o uso do *software* de geometria dinâmica, representação destes polígonos em papel e, se possível, materiais concretos disponíveis, proporcionando momentos que os estudantes possam visualizar e manipular os objetos, de modo que percebam os casos de congruências de triângulos com maior nitidez.

ATIVIDADE 1 - IDENTIFICANDO CONGRUÊNCIA ENTRE DOIS TRIÂNGULOS

Objetivos: Classificar um triângulo, de acordo com as medidas dos ângulos internos e dos lados, e identificar correspondências em dois triângulos congruentes.

Conversa inicial: Sugere-se que o professor investigue se os estudantes sabem o que são figuras congruentes e como se escreve na linguagem matemática a palavra congruente. Possíveis respostas: “Figuras congruentes têm o mesmo formato e apresentam as medidas de lados e ângulos iguais”. Sugere-se a seguinte formalização:

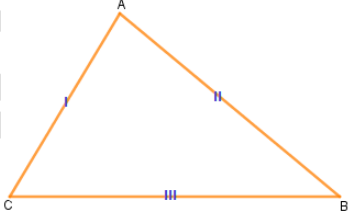
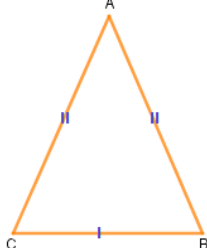
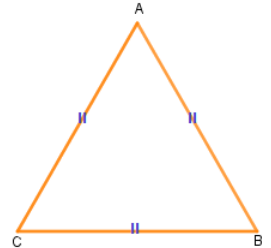
O símbolo " \equiv " é usado para indicar congruência;

A escrita " $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ " é usada para indicar que os triângulos ABC e DEF são congruentes.

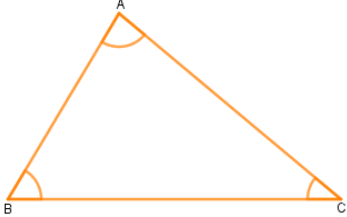
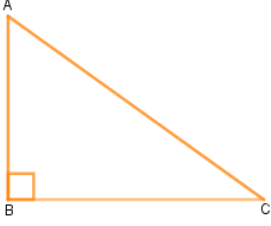
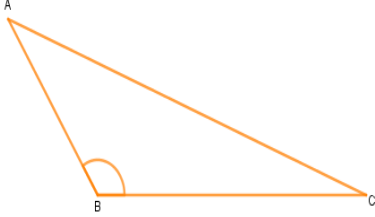
A ordem em que as letras se sucedem devem seguir, rigorosamente, a ordem de suas correspondências;

O símbolo " \leftrightarrow " indica uma correspondência entre os vértices de dois triângulos, sendo escrito da seguinte forma: $\hat{A}\hat{B}\hat{C} \leftrightarrow \hat{D}\hat{E}\hat{F}$

Classificação dos triângulos quanto às medidas dos seus lados (vamos padronizar AB para a medida do segmento \overline{AB} , e assim para todos os outros segmentos).

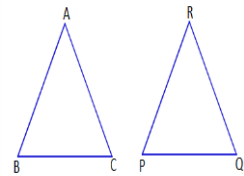
Escaleno	Isósceles	Equilátero
$AB \neq BC$ $AB \neq AC$ $AC \neq BC$	$AB = AC$	$AB = BC = AC$
		
Os três lados têm a medidas diferentes.	Pelo menos dois lados têm a medidas iguais.	Os três lados têm medidas iguais.

Classificação dos triângulos quanto às medidas dos seus ângulos (vamos padronizar \hat{A} para a medida do ângulo com vértice no ponto A e assim para todos os outros ângulos).

Acutângulo	Retângulo	Obtusângulo
$\hat{A} < 90^\circ$ $\hat{B} < 90^\circ$ $\hat{C} < 90^\circ$	$\hat{B} = 90^\circ$	$\hat{B} > 90^\circ$
 <p>Os três ângulos internos com medidas menores que 90°, isto é, os três ângulos internos agudos.</p>	 <p>Um ângulo interno com medida de 90°, isto é, um ângulo reto.</p>	 <p>Um ângulo interno com medida maior que 90°, isto é, um ângulo obtuso.</p>

Com o auxílio de régua e transferidor, classifique o triângulo abaixo, quanto às medidas dos seus lados e ângulos, justificando sua resposta.

Professor, utilize este triângulo como pergunta, ou até mesmo, desenhe triângulos para os estudantes classificarem.

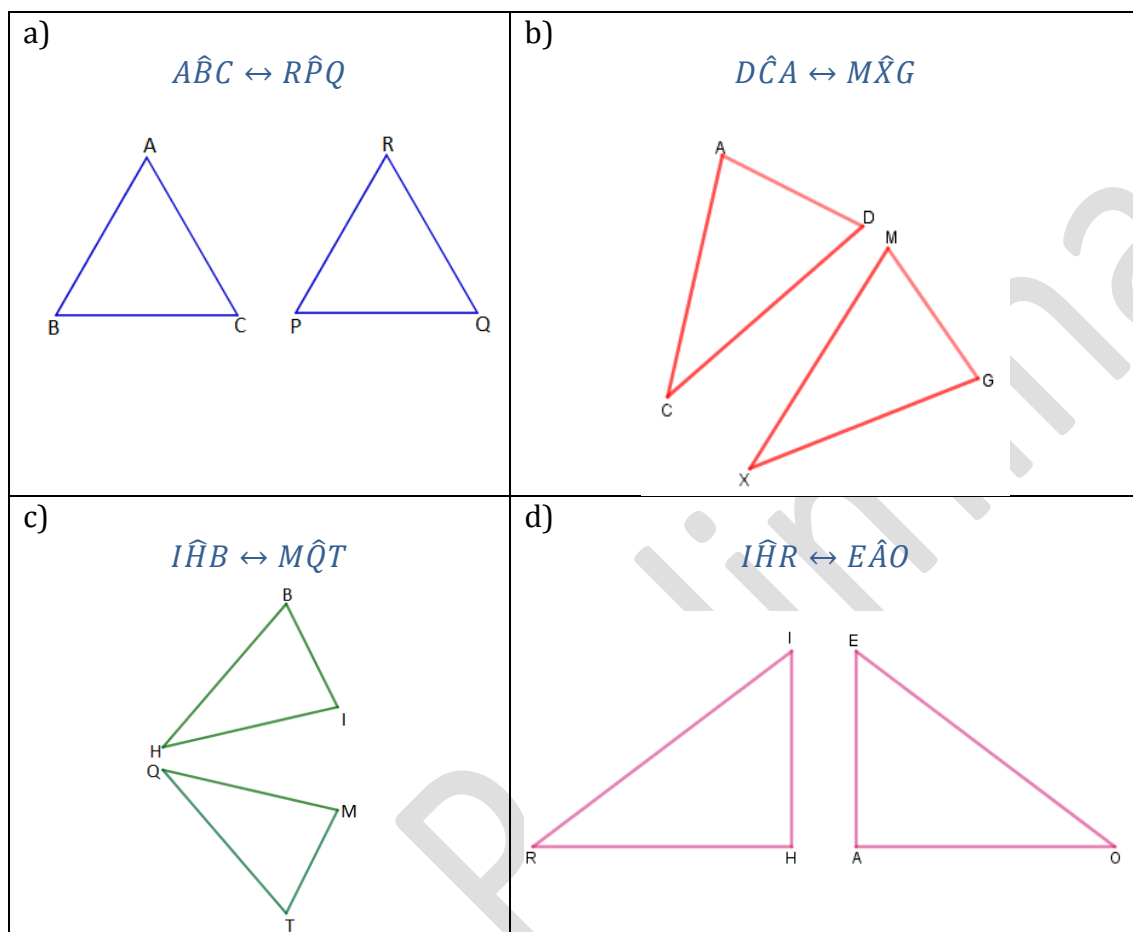


Por ter lados e ângulos congruentes, o triângulo é equilátero e acutângulo.

1.2 Construa dois triângulos de medidas 3 cm, 4 cm e 5 cm e outro com 6 cm, 8 cm e 10 cm. Recorte-os, sobreponha-os e escreva o que você observou.

Para construir esse triângulo, os estudantes utilizarão compasso, porém também é possível fazer com régua ou barbante. Com a imagem pronta, deverão recortá-la e sobrepor-las, observando a congruência dos ângulos correspondentes. Solicite aos estudantes que façam suas observações.

1.3 As figuras a seguir são pares de triângulos congruentes. Descubra uma correspondência entre os ângulos dos pares de triângulos.



Existem outras soluções, pois se os triângulos são congruentes, eles possuem os 3 ângulos congruentes.

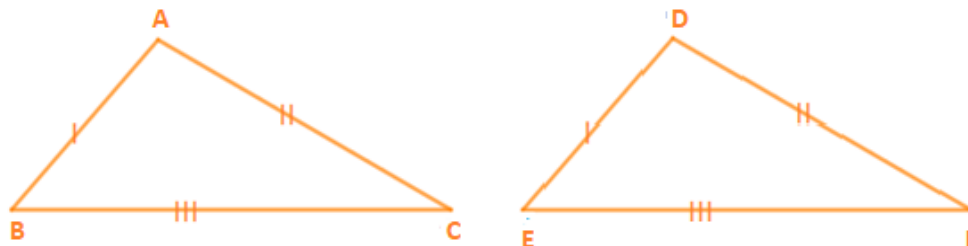
ATIVIDADE 2 – CASOS DE CONGRÊNCIA DE TRIÂNGULOS

Objetivos: Reconhecer casos de congruências de triângulos.

Conversa inicial: Explore cada caso apresentando as propriedades. Aproveite para trabalhar a Linguagem Matemática, e o estudo cada caso congruência entre triângulos.

1º Caso LLL – Lado, Lado, Lado

Dois triângulos são congruentes se eles possuem os lados correspondentes congruentes.



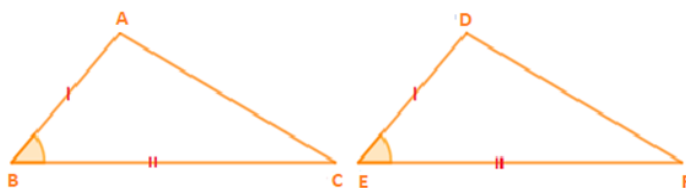
$$\text{Se } \left. \begin{array}{l} \overline{AB} \equiv \overline{DE} \\ \overline{BC} \equiv \overline{EF} \\ \overline{AC} \equiv \overline{DF} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \equiv \triangle DEF$$

Por consequência,

$$\begin{array}{l} \widehat{BAC} \equiv \widehat{EDF} \\ \widehat{ABC} \equiv \widehat{DEF} \\ \widehat{BCA} \equiv \widehat{EFD} \end{array}$$

2º Caso LAL – Lado, Ângulo, Lado

Dois triângulos são congruentes se dois lados de um triângulo são congruentes aos lados correspondentes do outro e, além disso, se o ângulo interno de um triângulo, formado pelos dois lados em questão, for congruente ao ângulo correspondente no outro triângulo.



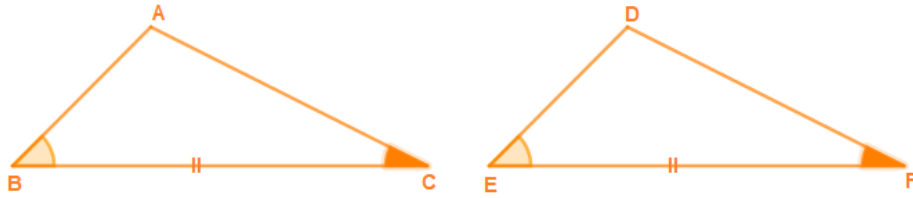
$$\text{Se } \left. \begin{array}{l} \overline{AB} \equiv \overline{DE} \\ \widehat{ABC} \equiv \widehat{DEF} \\ \overline{BC} \equiv \overline{EF} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \equiv \triangle DEF$$

Por consequência,

$$\begin{array}{l} \widehat{BAC} \equiv \widehat{EDF} \\ \overline{AC} \equiv \overline{DF} \\ \widehat{BCA} \equiv \widehat{EFD} \end{array}$$

3º Caso ALA – Ângulo, Lado, Ângulo

Dois triângulos são congruentes se possuem um par de lados correspondentes congruentes e os correspondentes dos ângulos adjacentes a esses lados congruentes.



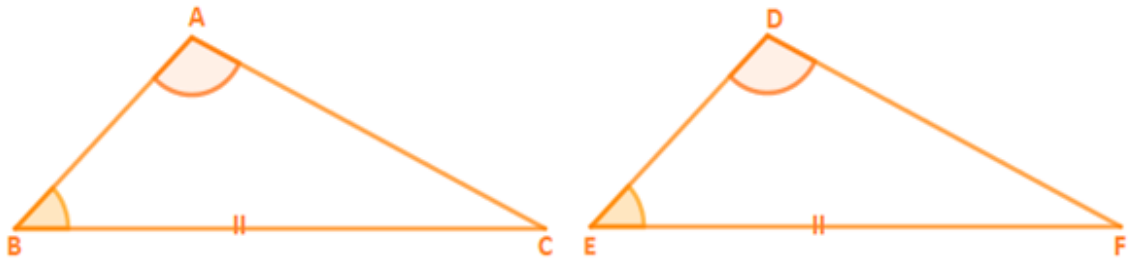
$$\text{Se } \left. \begin{array}{l} \widehat{ABC} \equiv \widehat{DEF} \\ \overline{BC} \equiv \overline{EF} \\ \widehat{BCA} \equiv \widehat{EFD} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \equiv \triangle DEF$$

Por consequência,

$$\begin{array}{l} \overline{AB} \equiv \overline{DE} \\ \widehat{BAC} \equiv \widehat{EDF} \\ \overline{AC} \equiv \overline{DF} \end{array}$$

4º Caso LAAo – Lado, Ângulo, Ângulo Oposto:

Dois triângulos são congruentes se possuem os correspondentes a um lado, um ângulo adjacente a esse lado e o ângulo oposto a esse lado, congruentes.



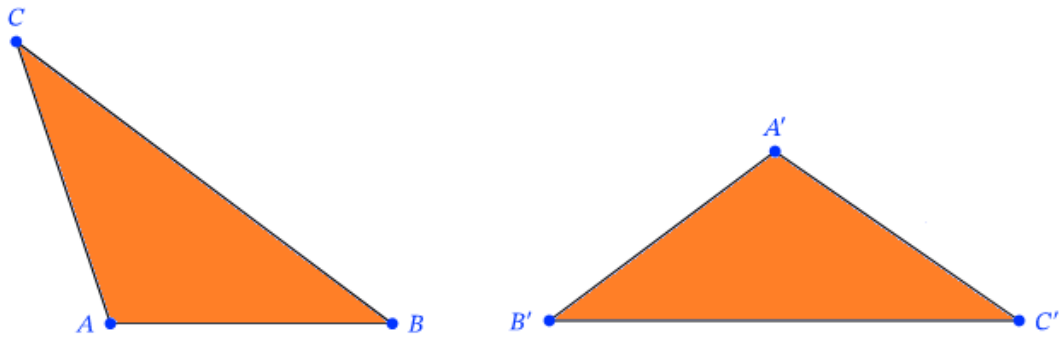
$$\text{Se } \left. \begin{array}{l} \overline{BC} \equiv \overline{EF} \\ \widehat{ABC} \equiv \widehat{DEF} \\ \widehat{BAC} \equiv \widehat{EDF} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \equiv \triangle DEF$$

Por consequência,

$$\begin{array}{l} \widehat{BCA} \equiv \widehat{EFD} \\ \overline{AB} \equiv \overline{DE} \\ \overline{AC} \equiv \overline{DF} \end{array}$$

2.1 Com auxílio de uma régua e transferidor (quando necessário), identifique qual é o caso de congruência dos seguintes pares de triângulos.

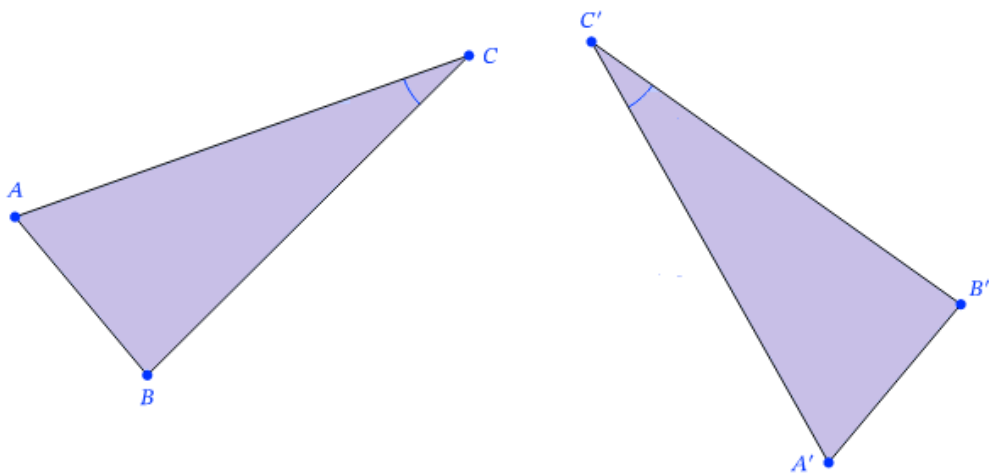
a)



Possível Resposta: LLL

Qualquer caso de congruência poderá ser resposta para esta situação. Verifique as medidas encontradas pelos estudantes, a fim de comparar os resultados encontrados. Sugerimos, caso necessário, o complemento com outras atividades envolvendo casos de congruência de triângulos.

b)



Possível Resposta: LAL

Qualquer caso de congruência poderá ser resposta para esta situação. Verifique as medidas encontradas pelos estudantes, a fim de comparar os resultados encontrados. Sugerimos, caso necessário, o complemento com outras atividades envolvendo casos de congruência de triângulos.

1.6 De que forma podemos escrever, em linguagem matemática, que os dois triângulos GHI e JKL são congruentes, pelo caso LLL?

Se,

$$\begin{aligned}\overline{GH} &\equiv \overline{JK} \\ \overline{GI} &\equiv \overline{JL} \\ \overline{HI} &\equiv \overline{KL}\end{aligned}$$

Então,

$$\Delta GHI \sim \Delta JKL$$

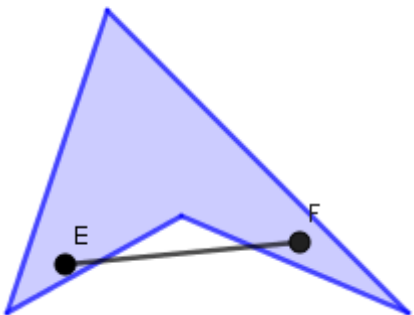
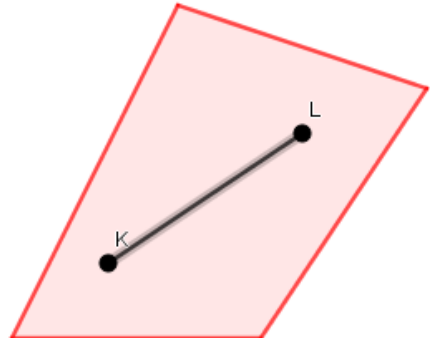
ATIVIDADE 3 – INVESTIGANDO OS QUADRILÁTEROS

Objetivos: Reconhecer os diferentes tipos de quadriláteros e iniciar o estudo do grupo dos trapézios.

Conversa inicial: Explore os conhecimentos dos estudantes, perguntando quais quadriláteros conhecem. Escreva os nomes na lousa. Também é possível solicitar que desenhem os **quadriláteros** conhecidos. Converse sobre as características de cada um. Caso seja possível, pode solicitar que construam os quadriláteros no geoplano para analisarem as características. Caso tenha acesso a algum *software*, também é possível fazer essa investigação.

Por definição, quadriláteros são polígonos que possuem quatro lados.

Os quadriláteros estão divididos em:

Quadriláteros não-convexo	Quadriláteros Convexo
	
É possível encontrarmos dois pontos na região limitada pelo polígono, por exemplo, E e F, onde o segmento de reta que os une não estará inteiramente contido na região limitada por esse polígono.	Se tomarmos dois pontos quaisquer na região limitada pelo polígono, por exemplo, K e L, o segmento de reta que os une sempre estará inteiramente contido nessa região.

3.1 Quais quadriláteros que você conhece? Desenhe-os e escreva as características observadas em cada um deles

Resposta Pessoal. Após responderem, socialize e verifique se os estudantes estão se referindo aos quadriláteros.

Quadriláteros convexos – os Trapézios

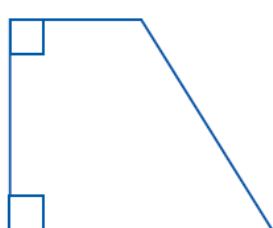
Por definição, trapézio é um quadrilátero convexo, com pelo menos um par de lados paralelos.

Os trapézios são classificados como:

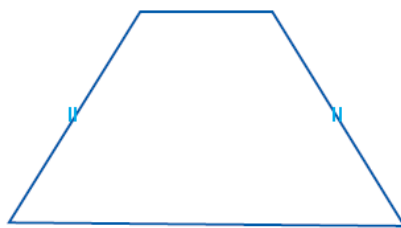
Trapézio Retângulo: esse tipo de trapézio apresenta dois ângulos de medidas iguais a 90° , isto é, ângulos retos.

Trapézio Isósceles: esse tipo de trapézio apresenta dois lados congruentes (possuem a mesma medida) e dois lados não congruentes.

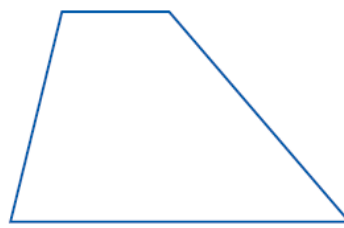
Trapézio Escaleno: todos os lados desse trapézio apresentam medidas diferentes.



Trapézio Retângulo



Trapézio Isósceles

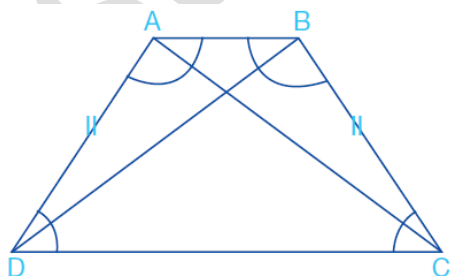


Trapézio Escaleno

3.2 Construa em seu caderno um exemplo para cada tipo de trapézio apresentado indicando as medidas dos lados.

Resposta Pessoal. Espera-se que o estudante identifique a característica de cada tipo apresentado e reproduza exemplos em seu caderno.

3.3 Em um trapézio isósceles, as diagonais são congruentes.



Qual o significado de “diagonais congruentes”?

Diagonais que possuem a mesma medida.

ATIVIDADE 4 – OS PARALELOGRAMOS

Objetivos: Reconhecer as características dos paralelogramos e classificá-los quanto ao seu tipo.

Conversa inicial: É importante que o professor resgate com os estudantes os conceitos de paralelismo e classificação de quadriláteros.

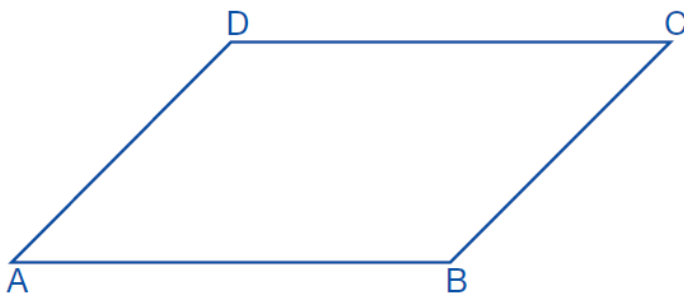
O software Geogebra é uma ferramenta de geometria dinâmica que pode contribuir para algumas demonstrações e ele pode ser utilizado pelo celular por meio de site ou aplicativo.

Por definição, um paralelogramo é todo quadrilátero que possui os pares de lados opostos paralelos.

Propriedade dos paralelogramos: Em todo paralelogramo, os lados opostos são congruentes e as diagonais se intersectam nos seus pontos médios, que é o centro do paralelogramo.

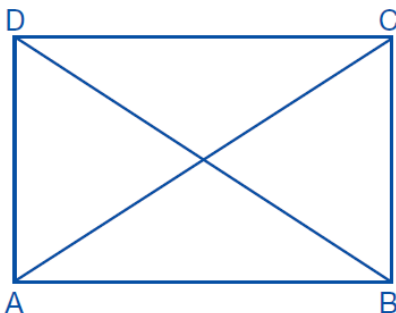
No grupo dos paralelogramos, temos os polígonos conhecidos como paralelogramos, propriamente ditos, os retângulos e os losangos.

Paralelogramo:



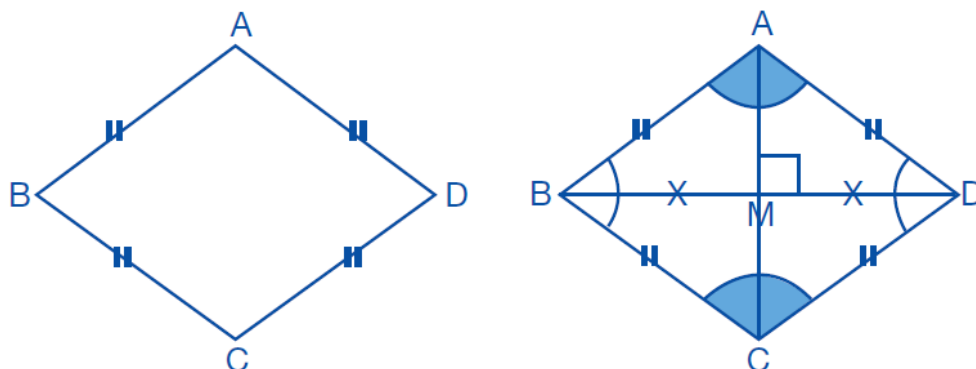
Retângulo

Em todo retângulo, as diagonais são congruentes.



Losango

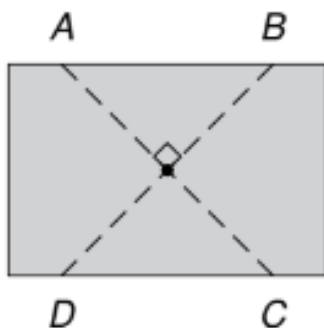
Em todo losango, os quatro lados congruentes, as diagonais são perpendiculares entre si e bissetrizes dos ângulos internos.



4.1 Observando os tipos de quadriláteros até o momento, ainda não foi citado o QUADRADO. Com as informações anteriores apresentadas, o que podemos dizer sobre o QUADRADO? Junte-se com um colega da sala e, em dupla, realizem uma pesquisa sobre as propriedades do quadrado.

Resposta pessoal.

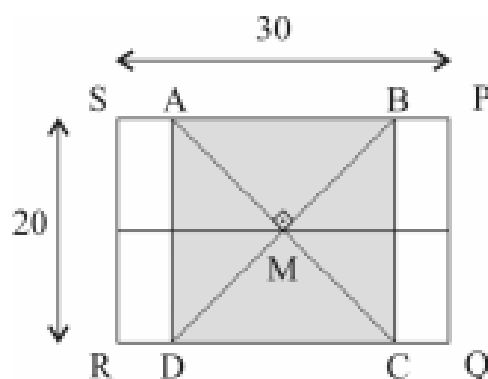
4.2 (Adaptado – OBMEP 2005) Em uma folha retangular de 20 cm por 30 cm foram tracejadas duas linhas AC e BD , como na figura:



Os segmentos \overline{AC} e \overline{BD} têm o mesmo comprimento e se encontram no centro do retângulo formando ângulos retos. Qual é o comprimento do segmento \overline{AB} ?

Solução

Vamos representar a folha original pelo retângulo $PQRS$ e considerar o quadrilátero $ABCD$, como na figura:



A ideia é verificar que $ABCD$ é um quadrado, podendo-se fazer isso de diversas maneiras. Uma delas é a seguinte: $ABCD$ é um quadrilátero cujas diagonais são congruentes, pois os segmentos \overline{AC} e \overline{BD} têm o mesmo comprimento, são perpendiculares e se cortam ao meio, pois se encontram no centro do retângulo. Um quadrilátero com essas propriedades é necessariamente um quadrado.

Como $ABCD$ é um quadrado, segue que $AB = BC = PQ = 20$ cm.

ATIVIDADE 5 – SITUAÇÕES-PROBLEMA COM PROPRIEDADES DOS QUADRILÁTEROS

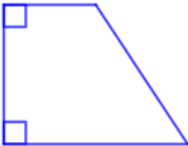
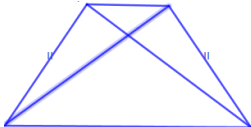
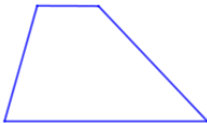
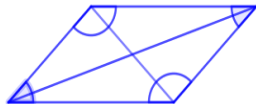
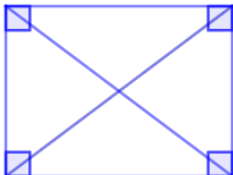
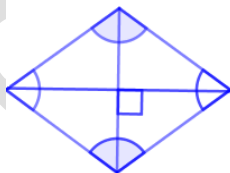
Objetivos: Reconhecer as características dos quadriláteros em relação aos seus lados e ângulos.

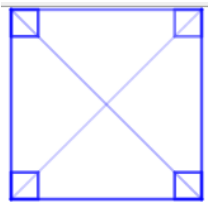
Conversa inicial: Proponha aos estudantes que investiguem os quadriláteros com régua e transferidor, para que determinem suas características quanto à relação de seus lados e valor de seus ângulos.

O software de geometria dinâmica pode ser uma ferramenta muito útil para o alcance das habilidades e competências dessas atividades.

5.1 O professor de Manu comunicou aos estudantes que a aula seria a respeito dos quadriláteros. Para isso, entregou, para cada dupla, uma folha como a que é abaixo apresentada, distribuiu a eles palitos e pediu que construíssem os quadriláteros que estão representados na primeira coluna da folha, assim como suas diagonais. Depois, o professor Manu pediu para os estudantes preencherem as colunas do quadro, realizando sua representação geométrica, indicando o nome do quadrilátero e suas propriedades.

Professor, oriente os estudantes a preencherem as colunas do quadro, realizando sua representação geométrica, indicando o nome do quadrilátero e suas propriedades.

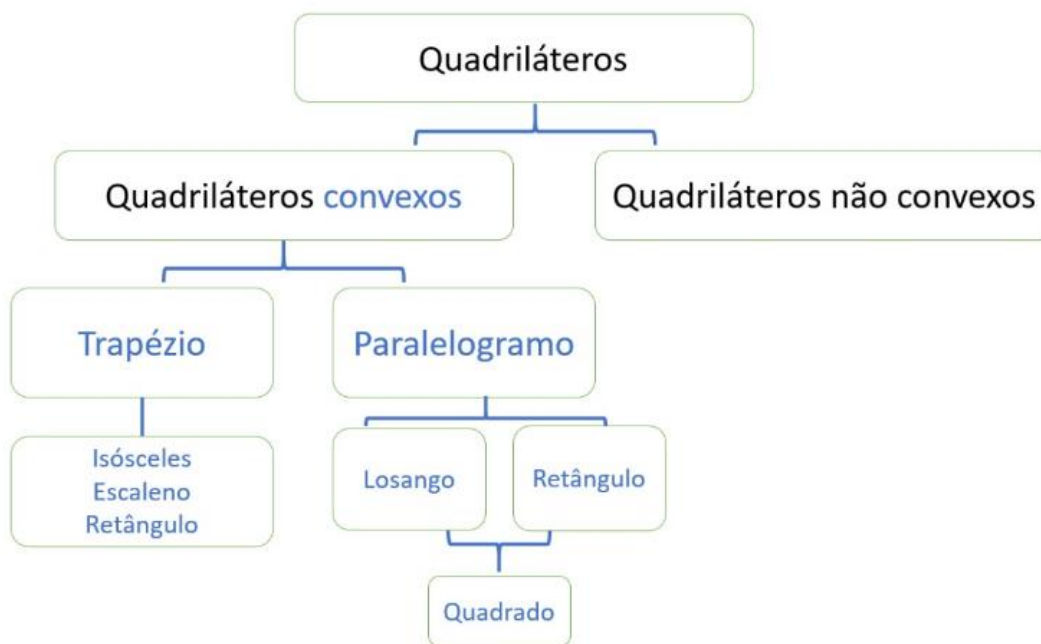
Representação Geométrica dos Quadriláteros	Nome do Quadrilátero	Propriedades do Quadrilátero
	Trapézio Retângulo	<ul style="list-style-type: none"> • É um quadrilátero que tem dois lados paralelos; • É um quadrilátero que tem dois ângulos retos;
	Trapézio Isósceles	<ul style="list-style-type: none"> • É um quadrilátero que tem dois lados paralelos; • Em um trapézio isósceles, as diagonais são congruentes; • Em um trapézio isósceles os lados não paralelos são congruentes.
	Trapézio Escaleno	<ul style="list-style-type: none"> • É um quadrilátero em que dois lados são paralelos.
	Paralelogramo	<ul style="list-style-type: none"> • Um paralelogramo é um quadrilátero em que os lados opostos são paralelos, ou seja, possui dois pares de lados opostos paralelos e congruentes; • As diagonais se cruzam em seus respectivos pontos médios; • Em um paralelogramo, os ângulos opostos são congruentes; • Cada diagonal separa um paralelogramo em dois triângulos congruentes.
	Retângulo	<ul style="list-style-type: none"> • As diagonais têm a mesma medida; • As diagonais se cruzam em seus respectivos pontos médios; • Cada ângulo interno mede 90°; • Os lados opostos são paralelos entre si.
	Losango	<ul style="list-style-type: none"> • As diagonais se cruzam em seus respectivos pontos médios; • Os lados opostos são paralelos entre si; • Todos os lados têm a mesma medida; • As diagonais são perpendiculares entre si;

	<p>Quadrado</p>	<ul style="list-style-type: none"> • As diagonais têm a mesma medida; • As diagonais se cruzam em seus respectivos pontos médios; • Cada ângulo interno mede 90°; • As diagonais são perpendiculares entre si; • Os lados opostos são paralelos entre si; • Todos os lados têm mesma medida.
---	-----------------	--

5.2 Nos quadriláteros da atividade anterior, há características comuns entre alguns deles? Se sim, quais são elas?

A característica comum a todos são os quatro lados e, pelo menos, um par de lados paralelos.

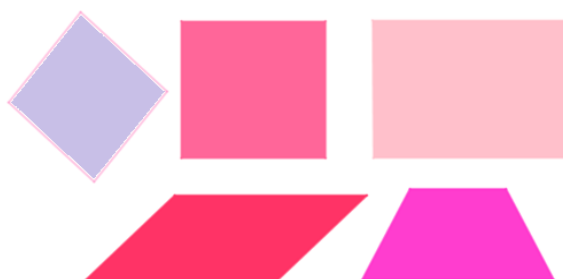
5.3 Complete o diagrama organizacional a seguir com quadriláteros da atividade 5.1:



5.4 Otávio comprou todos os materiais necessários para a confecção de uma pipa. Cortou o papel no formato de um quadrilátero convexo com dois pares de lados consecutivos congruentes. Em seguida, colou as varetas de sustentação nas diagonais desse quadrilátero e colocou uma cauda. Desenhe a pipa que Otávio construiu. O que você pode dizer a respeito das diagonais?

Espera-se que o estudante responda que a pipa possui diagonais que se interceptam no ponto médio.

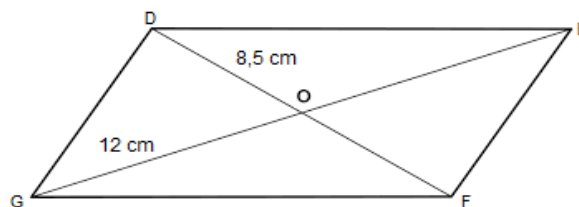
5.5 Um artista plástico, em uma campanha a favor da preservação das aves, organizou uma exposição de suas pinturas, em quadros de diferentes formatos. Para chamar a atenção do público, em todas as suas pinturas, colocou no centro a imagem de uma ave em extinção. Quais dos quadriláteros a seguir foram escolhidos pelo artista plástico para garantir a perfeição da obra? Justifique sua(s) escolha(s).



Espera-se que o estudante perceba que os quadriláteros que atendem às escolhas do artista, devem possuir o encontro das diagonais no ponto médio para que a figura do pássaro fique no centro em destaque. O único caso não possível para isso seria o trapézio.

Para esta atividade, sugere-se que os estudantes recortem figuras a sua escolha e construa alguma imagem artística a partir do encontro do ponto médio entre as diagonais de algum quadrilátero.

5.6 Joaquim tem um problema de Matemática para resolver. O enunciado diz que um paralelogramo DEFG tem diagonais que se interceptam no ponto O. Sendo a medida do segmento \overline{DO} igual a 8,5 cm e a medida \overline{GO} igual a 12 cm. Ajude Joaquim a calcular a medida das diagonais \overline{DF} e \overline{GE} que foram traçadas.

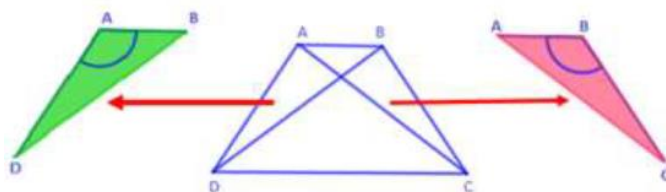


Pelas propriedades do paralelogramo, concluímos que $\overline{DO} \equiv \overline{OF}$, assim como $\overline{GO} \equiv \overline{OE}$. Logo, a medida da diagonal \overline{GE} corresponde ao dobro de 12 cm, ou seja, 24 cm, e a medida da diagonal \overline{DF} é o dobro de 8,5, ou seja, 17 cm.



Utilizar a figura de trapézio e os triângulos para recortar e o estudante sobrepor.

Pode ser feito o mesmo para os demais quadriláteros.



SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 7

Conversa com o professor

Com o fácil acesso à informação, a análise crítica daquilo que temos acesso merece ênfase. Neste aspecto, os temas Probabilidade e Estatística demandam atenção, pois eles permitem o tratamento de dados e a análise das situações de incerteza presentes no cotidiano. Sugere-se que o trabalho tenha foco na Probabilidade, portanto perguntas que levem os estudantes a fazerem experimentos aleatórios e simulações, ao refinamento da capacidade de enumeração dos elementos do espaço amostral e sua associação com os problemas de contagem, sobretudo os que envolvem a aplicação do princípio multiplicativo. Para isso, propomos que inicie com uma roda de conversa sobre espaço amostral com as seguintes perguntas:

- Ao jogar um dado, quais números podemos observar em sua face de cima?
- Ao lançar duas moedas, quais são os possíveis resultados? Esse experimento poderá ser feito em sala de aula com dados e moedas.

Procure registrar os resultados trazidos pelos estudantes. Neste momento, é possível que obtenha como resposta $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $S = \{(cara, cara), (cara, coroa), (coroa, cara), (coroa, coroa)\}$. Ao fazer estas perguntas, pretende-se sondar o que os estudantes compreendem de experimento aleatório, se eles têm a ideia que mesmo não sabendo qual será o resultado do experimento feito, dá para traçar todos os seus possíveis resultados. A partir desta compreensão, pode-se inserir a ideia de evento.

ATIVIDADE 1 – POSSÍVEIS EVENTOS: A PRESENÇA DO ALEATÓRIO

Objetivos: Identificar o espaço amostral e as chances que um evento ocorra. Resolver problemas de contagem e probabilidade.

Conversa inicial: Nessa atividade, serão propostas situações-problema envolvendo contagem, princípio multiplicativo, e cálculo de probabilidade. Organize os estudantes de forma que possam interagir para que discutam e resolvam as situações propostas.

1.1 Em um sorteio entre 20 participantes, cada um recebeu um número, entre 1 e 20, sem repetição. Sabendo que cada participante teve direito a um único número, escreva:

- Os elementos que formam o espaço amostral desse sorteio.
 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$
- Os elementos que descrevem o evento: “O resultado de um número par maior que 4 e menor que 20”.
Sendo o evento um subconjunto do espaço amostral do sorteio, temos:
 $E = \{6, 8, 10, 12, 14, 16, 18\}$.
- O número de elementos do evento que resultem em um número primo.
Dentro do espaço amostral descrito, temos como números primos
 $E = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$.
Então, $n(E) = 8$

- d) A probabilidade de, ao se sortear um número ao acaso, esse número seja múltiplo de 6.

Espaço Amostral do sorteio: $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$.

Números múltiplos de 6 que possam sair no evento: $E = \{6, 12, 18\}$, então $n(E) = 3$.

Probabilidade de ocorrer o evento:

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$P(E) = \frac{3}{20} = 0,15 = 15\%$$

1.2 Ao dividir ao acaso o número 60 por um de seus divisores positivos naturais, qual é a chance de essa divisão ser feita por um número que seja par e múltiplo de 5? Expresse o resultado em forma de porcentagem.

Espaço Amostral dos divisores positivos de 60: $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$, sendo assim temos: $n(S) = 12$ elementos.

Divisor de 60 que seja par e múltiplo de 5: $E = \{10, 20, 30, 60\}$, então, $n(E) = 4$.

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$P(E) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} = 0,3333 = 33,33\%$$

Logo, a chance é de 33,33%.

1.3 Eduarda, Pedro, Iasmin e Evandro estão brincando de jogar dados de seis faces. Antes de iniciarem os lançamentos, definiram algumas regras:

- Todos terão que apostar em um número de 1 a 12 pois vão brincar com dois dados;
- O resultado será dado pela soma dos números das faces de cima nos dados;
- Ganha um ponto quem primeiro tirar o número apostado;
- Após três rodadas, ganha quem tiver o maior número de pontos.

A tabela ilustra a situação.

Rodada	Nome	Número apostado	Números que saíram nos dados	Resultado
1ª	Evandro	12	5 e 1	6
	Iasmin	9	1 e 4	5
	Eduarda	7	2 e 1	3
	Pedro	1	4 e 6	10
2ª	Evandro	10	2 e 6	8
	Iasmin	8	6 e 3	9
	Eduarda	4	5 e 2	7
	Pedro	7	2 e 3	5
3ª	Evandro	3	1 e 3	4
	Iasmin	6	5 e 5	10
	Eduarda	8	2 e 6	8
	Pedro	11	5 e 4	9

Analisando a tabela feita por eles, responda:

- a) Quem ganhou o jogo?

Eduarda

- b) Qual é a chance de Eduarda ganhar na 1ª rodada tendo escolhido o número 7?

O espaço amostral do experimento é: $S = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$.

$n(S) = 36$.

Os elementos do evento que daria a vitória a Eduarda na primeira rodada são $E = \{(1,6), (6,1), (2,5), (5,2), (3,4), (4,3)\}$, isto é, $n(E) = 6$, portanto:

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \cong 0,166 \dots \cong 16,6\%$$

- c) Ao apostar no número 1 na primeira rodada, Pedro fez uma boa aposta? Justifique.

Não. Considerando as condições para ser o ganhador não há possibilidade de soma dos números das faces de cima dos dois dados resultar em 1, pois mesmo considerando o evento $E = \{(1,1)\}$, o resultado da soma será igual a 2.

Logo, pode-se concluir que este resultado, o número apostado por Pedro, é um evento impossível.

1.4 Uma criança está brincando com bolinhas numeradas de 1 a 15, que estão dentro de uma caixa. Sabendo que durante a brincadeira a criança derrubou uma das bolinhas no chão, determine a probabilidade de ocorrerem os seguintes eventos:



Ilustração: Malko Miranda do Santos

- a) O número da bolinha que caiu ser par.

O espaço amostral é $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$.

$$n(S) = 15$$

Com base no espaço amostral, formamos o evento de ter caído bolinha de número par.

$$E = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$$

$$n(E) = 7.$$

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$P(E) = \frac{7}{15} \cong 0,466 \cong 46,6\%$$

- b) O número da bolinha que caiu ser primo.

Com base no espaço amostral, formamos o evento de ter caído bolinha de número primo.

$$E = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}, \text{ então } n(E) = 6$$

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

$$P(E) = \frac{6}{15} = 0,4 = 40\%$$

- c) O número da bolinha que caiu ser par e primo.

Bolinha de número par $E_1 = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$, isto é, 7 possibilidades entre 15, $n(E_1) = 7$.

Bolinha de número primo $E_2 = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$, isto é, 6 possibilidades entre 15, $n(E_2) = 6$.

Bolinha de número par e primo corresponde à intersecção entre os dois eventos, ou seja, $E_1 \cap E_2 = \{2\}$, isto é, 1 possibilidade entre 15, $n(E_1 \cap E_2) = 1$.

$$P(E) = \frac{1}{15} \cong 6,67\%$$

- d) Ter caído qualquer uma das bolinhas, independentemente do número marcado.

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

$$n(S) = 15$$

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

$$n(E) = 15$$

$$P(E) = \frac{15}{15} = 1 = 100\%$$

1.5 Uma empresa oferece bimestralmente uma palestra a seus colaboradores. Os temas sugeridos para o 4º bimestre são: Saúde, Finanças e Investimentos, Alimentação Saudável e Recursos Hídricos. Foi feita uma votação em cada setor, e o tema mais votado no setor foi escrito em um pedaço de papel. A figura ilustra os resultados das votações nos setores.

Setor 1	Setor 2	Setor 3	Setor 4	Setor 5
Saúde	Alim. Saud.	Alim. Saud.	Saúde	Finan. e Inv.
Setor 6	Setor 7	Setor 8	Setor 9	Setor 10
Alim. Saud.	Saúde	Finan. e Inv.	Alim. Saud.	Saúde
Setor 11	Setor 12	Setor 13	Setor 14	Setor 15
Finan. e Inv.	Rec. Híd.	Saúde	Alim. Saud.	Rec. Híd.
Setor 16	Setor 17	Setor 18	Setor 19	Setor 20
Alim. Saud.	Finan. e Inv.	Alim. Saud.	Finan. e Inv.	Saúde

Todos os papéis foram dobrados igualmente e colocados dentro de uma caixa, para que o tema da palestra fosse definido por meio de um sorteio. Analise as informações que foram dadas e responda:

- a) Quantos votos recebeu cada tema? Organize-os em uma tabela.

Exemplo de como o estudante pode organizar as informações:

Tema	Quantidade de Votos
Saúde	6
Finanças e Investimentos	5
Alimentação Saudável	7
Recursos Hídricos	2

- b) Qual é a probabilidade de cada um dos temas ser sorteado?

Saúde: $\frac{6}{20} = \frac{3}{10} = 30\%$

Finanças e Investimentos: $\frac{5}{20} = \frac{1}{4} = 25\%$

Alimentação Saudável: $\frac{7}{20} = \frac{35}{100} = 35\%$

Recursos Hídricos: $\frac{2}{20} = \frac{1}{10} = 10\%$

1.6 (Adaptado – OBMEP 2019) Flávia anotou quantas horas estudou no mês de novembro e montou a seguinte tabela:

Horas de estudo	3h	3,5h	5h	7h	9h
Número de dias	15	7	5	2	1

Se escolhermos cinco dias ao acaso, podemos garantir que Flávia estudou, no máximo, quantas horas em 5 dias?

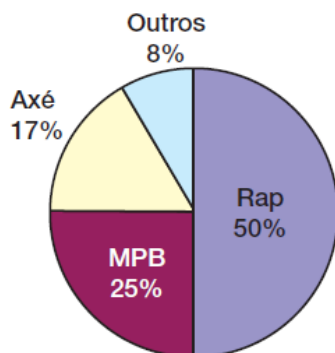
Os dias escolhidos podem ser exatamente aqueles nos quais Flávia estudou o maior número de horas por dia: um dia de 9h, dois dias de 7h e dois dias de 5h, totalizando $1 \cdot 9 + 2 \cdot 7 + 2 \cdot 5 = 33$

1.7 Agora é com você! Junte-se com outros dois colegas de sua sala e formulem uma situação-problema que envolva o princípio multiplicativo da contagem e o cálculo de probabilidades. Quando a situação estiver pronta, proponha a um outro trio de colegas que discutam e resolvam o problema formulado por vocês. Ah, não se esqueçam de também resolverem o problema proposto por outra dupla. Quando tudo estiver pronto, verifiquem as respostas e discutam os raciocínios que foram traçados durante a resolução.

Verifique se os estudantes estão elaborando uma situação-problema de contagem que contemple o princípio multiplicativo e cálculo de probabilidade, além de propiciar um momento de interação entre os estudantes, fazendo-os pensar, discutir, argumentar sobre suas propostas e seus raciocínios empregados na elaboração e resolução da atividade.

TESTE SEU CONHECIMENTO

1. (SARESP – 2008) Para organizar a programação de rádio de uma escola, foi feita uma pesquisa de opinião para verificar o interesse dos 600 estudantes pelos diferentes ritmos musicais. O resultado de pesquisa para a escola foi apresentado no gráfico:



Assinale a alternativa com a tabela associada a este gráfico.

(A)

	Rap	MPB	Axé	Outros
Número de alunos	300	150	100	50

(B)

	Rap	MPB	Axé	Outros
Número de alunos	150	100	300	50

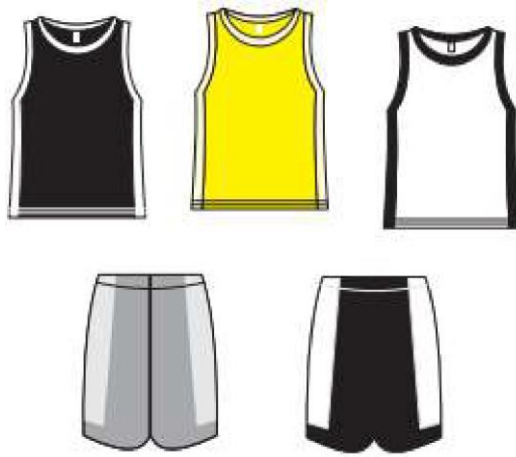
(C)

	Rap	MPB	Axé	Outros
Número de alunos	300	100	50	150

(D)

	Rap	MPB	Axé	Outros
Número de alunos	100	150	300	50

2. (SARESP 2015) Para frequentar as aulas de basquete, Rodrigo tem três camisetas, uma preta, uma amarela e uma branca, e duas bermudas, uma cinza e outra preta.



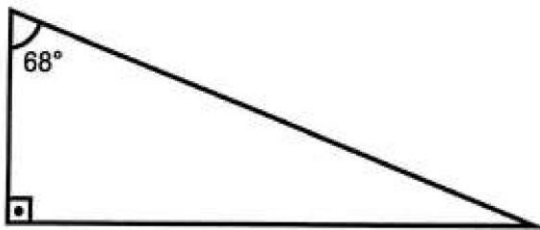
De quantas maneiras diferentes Rodrigo pode se vestir para as aulas?

- (A) 3
- (B) 4
- (C) 5
- (D) 6

3. (SAEB) Sendo $N = (-3)^2 - 3^2$, então, o valor de N é?

- (A) 18
- (B) 0
- (C) -18
- (D) 12

4. (SAEB) Fabricio percebeu que as vigas do telhado da sua casa formavam um triângulo retângulo que tinha ângulo de 68° . Quanto medem os outros ângulos?



- (A) 22° e 90°
- (B) 45° e 45°
- (C) 56° e 56°
- (D) 90° e 28°

5. (OBMEP 2019) Uma loja de roupas ofereceu um desconto de 10% em uma camiseta, mas não conseguiu vendê-la. Na semana seguinte, aplicou um desconto de 20% sobre esse novo preço, e a camiseta foi vendida por R\$ 36,00. Qual era o preço original da camiseta?

- (A) R\$ 40,00
- (B) R\$ 45,00
- (C) R\$ 47,00
- (D) R\$ 48,00
- (E) R\$ 50,00

Referências bibliográficas

BOYER, Carl B. História da Matemática. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo, Ed: Edgar Blucher Ltda, 1996.

CONTADOR, Paulo Roberto Martins. Matemática uma breve história. Vol 1, Campinas: Ed. Komedi, 2004.

IFRAH, George. Os números: A história de uma grande invenção. Rio de Janeiro, Globo, 1995.

LACOURT, H. Noções e fundamentos de Geometria Descritiva. Rio de Janeiro: Editora Guanabara Koogan S.S., 1995.

ROQUE, Tatiana. História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Ed: Zahar, 2012.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. Experiências Matemáticas: 7ª série. Versão Preliminar. São Paulo:

SEE/CENP, 1994. 411P.il.

SÃO PAULO (Estado). Centro de Estudos e Pesquisas em Educação: CENPEC. Ensinar e Aprender: volume 2, Matemática. São Paulo, 2005.

SÃO PAULO (ESTADO). Secretaria da Educação. Sequência Didática. Razões entre Grandezas: 6º Ano do Ensino Fundamental. São Paulo, 2018.