

Matemática



SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 1

Conversa com o professor

Nessa Situação de Aprendizagem, para a ampliação dos conjuntos numéricos, a conversa pode iniciar a partir dos conjuntos já estudados, observando as características dos números e de que forma podemos analisar a necessidade de outros conjuntos numéricos.

ATIVIDADE 1 – RODA DE CONVERSA – RETOMANDO OS CONJUNTOS NUMÉRICOS

Objetivo: Identificar os conhecimentos prévios em relação aos conjuntos numéricos.

Conversa inicial: Inicie uma conversa a partir dos números que já aprenderam. Quais as funções de cada número como, por exemplo, números como códigos, valor monetário, temperatura, entre outras grandezas. Em seguida, proponha preencherem o mapa mental sobre os conjuntos numéricos. Depois, socialize e, se achar necessário, faça um fechamento apresentando os conjuntos numéricos e suas notações.

Vamos conversar sobre os conjuntos numéricos que você já conheceu. Escreva as principais características referentes aos conjuntos numéricos. Em seguida, a partir das ideias registradas, formule um parágrafo sobre os conjuntos numéricos.



1.1 A partir das ideias no mapa acima, formule um parágrafo sobre os conjuntos numéricos:

Esta roda de conversa tem o intuito de levantar e alinhar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre conjuntos numéricos. Perguntas como “Quantos anos você tem? Quantos irmãos você tem? Quantos meses tem o ano? O verão corresponde a uma das quatro estações do ano, qual fração do ano essa estação representa?” podem contribuir para que a situação proposta seja produtiva.

ATIVIDADE 2 – ESCRREVENDO OS NÚMEROS RACIONAIS NA FORMA DECIMAL.

Objetivo: Reconhecer as diferentes representações dos números racionais.

Conversa inicial: Para transformar um número racional na forma de fração para a forma decimal, basta dividir o numerador pelo denominador. Neste caso, é importante que não se utilize regras e que fique claro o procedimento utilizado para representar o período que se repete, nas dízimas periódicas.

2.1 Os números racionais $\frac{20}{4}$; $\frac{10}{4}$; $-\frac{6}{10}$; $\frac{2}{6}$; $-\frac{83}{300}$; $\frac{45}{13}$ estão na forma de fração. Escreva-os na forma decimal. Em seguida, explique como você fez esse procedimento.



Demonstrar por meio de desenhos as frações relacionadas.

$$\frac{20}{4} = 20 \div 4 = 5$$

$$\frac{10}{4} = 10 \div 4 = 2,5$$

$$-\frac{6}{10} = (-6) \div 10 = -0,6$$

$$\frac{2}{6} = 2 \div 6 = 0,333 \dots = 0,\bar{3}$$

$$-\frac{83}{300} = (-83) \div 300 = 0,27666 \dots = -0,27\bar{6}$$

$$\frac{45}{13} = 45 \div 13 = 3,461538461538 \dots = 3,\overline{461538}$$

Espera-se que o estudante, ao explicar o procedimento, afirme que fez uma divisão entre o numerador e o denominador, obtendo assim números racionais com diferentes características: decimais exatos; decimais em que os a parte decimal é formada por uma dízima periódica.

2.2 Escolha um critério e separe os números racionais na forma decimal da situação anterior em categorias a partir das suas características. Explique seu critério e faça uma análise desses números racionais.

Uma possibilidade:

Decimais exatos: 5; 2,5 e -0,6;

Dízimas periódicas: $0,\bar{3}$; $-0,27\bar{6}$ e $3,\overline{461538}$

A representação decimal de um número racional é sempre um decimal exato ou uma dízima periódica.

2.3 Observe os seguintes números racionais: 0,5; 23,4; - 0,354; 6,23; 0,23; 2,12; 3,2453. Eles estão na representação decimal. Escreva-os na representação fracionária e explique o procedimento que você utilizou.

$$0,5 = \text{cinco décimos} = \frac{5}{10}$$

$$23,4 = \text{duzentos e trinta e quatro décimos} = \frac{234}{10}$$

$$-0,354 = \text{trezentos e cinquenta e quatro milésimos negativos} = -\frac{354}{1000}$$

$$6,23 = \text{seiscentos e vinte e três centésimos} = \frac{623}{100}$$

0,23 = Tem-se uma dízima periódica, vamos representá-la por x ,

$$x = 0,2323 \dots \text{ (I)}$$

Atrás da vírgula só aparece a parte periódica e com dois algarismos, então multiplicamos (I) por 100 e se obtém:

$$100x = 23,2323 \dots \text{ (II)}$$

Subtrai-se (I) de (II) temos: $99x = 23$, portanto, $x = \frac{23}{99}$

2,12 = Temos uma dízima periódica, vamos representá-la por x ,

$$x = 2,1222 \dots$$

Vamos deixar somente a parte que se repete (periódica) atrás da vírgula, para isso multiplica-se por 10

$$10x = 21,222 \dots \text{ (I)}$$

A parte periódica apresenta somente um algarismo então multiplica-se (I) por 10

$$100x = 212,222 \dots \text{ (II)}$$

Subtraindo (I) de (II) temos: $90x = 191$ portanto $x = \frac{191}{90}$

3,2453 = Temos uma dízima periódica, vamos representá-la por x ,

$$x = 3,245353 \dots$$

Vamos deixar somente a parte que se repete (periódica) atrás da vírgula, para isso multiplica-se por 100.

$$100x = 324,5353 \dots \text{ (I)}$$

A parte periódica apresenta dois algarismos então multiplica-se (I) por 100

$$10000x = 32453,5353 \dots \text{ (II)}$$

Subtraindo (I) de (II) temos: $9900x = 32129$ portanto $x = \frac{32129}{9900}$

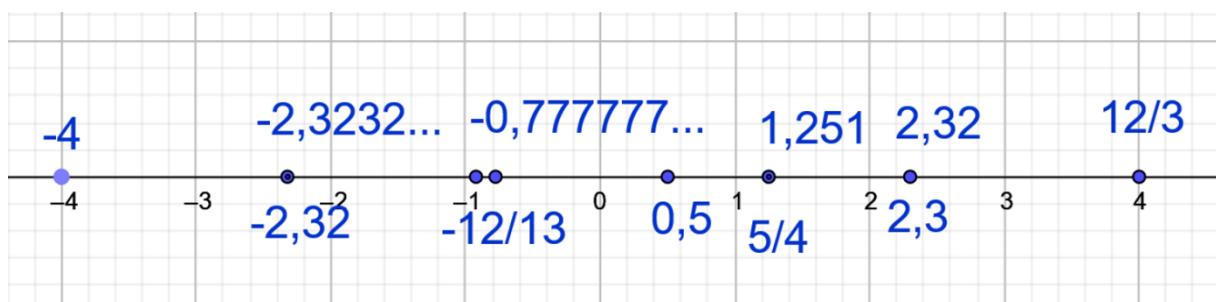
ATIVIDADE 3 – LOCALIZANDO NÚMEROS RACIONAIS NA RETA NUMÉRICA.

Objetivo: Localizar números racionais na reta numérica.

Conversa inicial: Inicie conversando com os estudantes sobre a reta numérica. Pergunte quais pontos podemos marcar na reta. Caso citem os números inteiros, questione como podemos então localizar os números racionais, quando estão na representação de fração na reta numérica.

3.1 É possível localizar os números racionais em uma reta numérica, inclusive considerando suas representações fracionária e decimal. Localize os números a seguir na reta numérica. Explique como você procedeu para localizá-los.

$$-4; 0,5; -2,\overline{32}; \frac{5}{4}; -\frac{12}{13}; 2,3; \frac{12}{3}; -0,\overline{7}; -2,32; 1,251.$$



Professor, mostre aos estudantes que, de acordo com a reta utilizada, alguns pontos são praticamente coincidentes, mas por exemplo, 1,251 é um pouco maior que $\frac{5}{4}$, porém na reta numérica, visualmente se tornam coincidentes.

3.2 Reflexões sobre a atividade:

a) Qual dos números a seguir é maior: $-2,\underline{32}$ ou $-2,32$? $-2,32 > -2,\underline{32}$

b) Qual dos números a seguir é maior: $2,\underline{32}$ ou $2,32$? $2,\underline{32} > 2,32$

c) Explique a diferença entre os itens a e b.

Espera-se que o estudante perceba que, quando se comparam dois valores negativos, o valor mais próximo de zero pela esquerda é maior.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 2

Conversa com o professor

A ampliação dos conjuntos numéricos é importante, para que os estudantes compreendam o aspecto histórico das necessidades humanas e sua relação com o desenvolvimento da Matemática. Vamos estudar sobre os números irracionais e, por meio de construções geométricas, demonstrar como é possível localizar esses números na reta numérica.

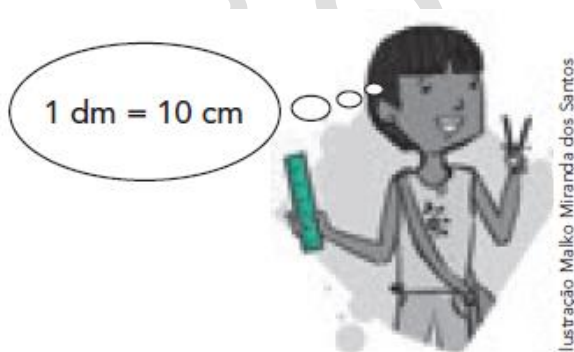
ATIVIDADE 1 – OS INCOMENSURÁVEIS

Objetivo: Reconhecer a existência de segmentos de reta, cujo comprimento não é expresso por um número racional.

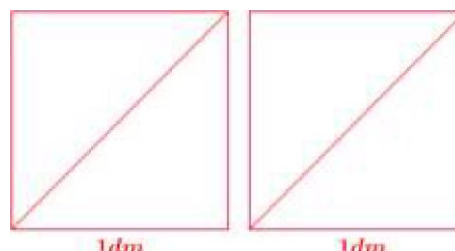
Conversa inicial: O desenvolvimento da ideia de número Irracional comumente é realizado através da utilização do Teorema de Pitágoras para demonstrar a diagonal do quadrado em relação ao seu lado. Após a descoberta dessa relação, convém explorar o valor aproximado da raiz quadrada de 2 e a associação das raízes não racionais com os números Irracionais. Para a atividade prática sugerida, serão necessários os seguintes materiais: folha de papel, régua, lápis e tesoura.

1.1 Há muitos anos foi atribuído aos pitagóricos o exemplo mais famoso de segmentos incomensuráveis: a relação da diagonal do quadrado com o seu lado. Essa medida resultava num valor que não podia ser representado na forma de uma fração com numerador inteiro e denominador inteiro diferente de zero. Portanto, essa medida não poderia ser um número racional e, medidas como essas, ficaram conhecidas como números Irracionais.

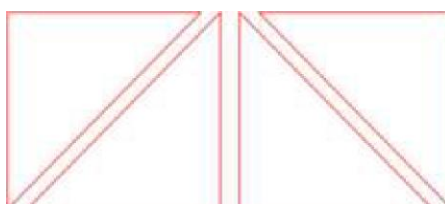
Vamos verificar como é a relação da diagonal do quadrado com o seu lado a partir de uma construção geométrica:



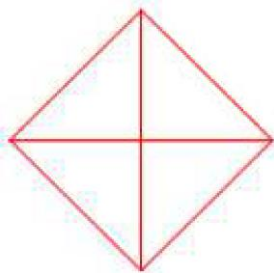
Passo 1 – Desenhe em uma folha dois quadrados de lado 1 dm, recorte os quadrados e trace uma diagonal em cada um.



Passo 2 – Recorte os quadrados pelas suas diagonais, obtendo 4 triângulos retângulos isósceles.



Passo 3 – Forme um único quadrado utilizando os quatro triângulos isósceles, sem sobrepor-los e sem deixar espaços vazios.



- a) Calcule a área de cada quadrado construído no passo 1.

A área de cada quadrado construído no passo 1 é 1 dm^2 .

- b) Qual é a área do novo quadrado? E a medida de seu lado?

O quadrado novo é composto pelos dois quadrados anteriores, portanto sua área será $1 \text{ dm}^2 + 1 \text{ dm}^2 = 2 \text{ dm}^2$. Como a área do quadrado é dada por l^2 , temos:

$$l^2 = 2 \quad l = \sqrt{2} \text{ dm}$$

- c) Qual é a relação entre a diagonal dos quadrados que foram recortados (e divididos pelas diagonais) e o lado do novo quadrado?

Possuem a mesma medida, pois a diagonal do quadrado que foi recortado possui a mesma medida do lado do novo quadrado, ou seja $\sqrt{2} \text{ dm}$.

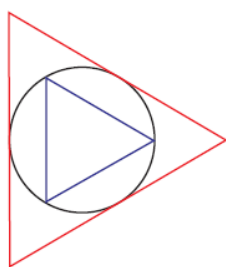
A área do novo quadrado vale 2 dm^2 , pois $(\sqrt{2})^2 = 2$.

ATIVIDADE 2 – LEITURA E PESQUISA: MAIS UM INTEGRANTE DA “FAMÍLIA DOS NÚMEROS IRRACIONAIS

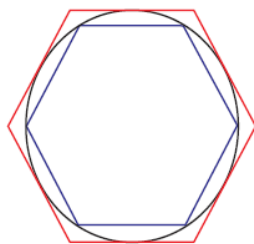
Objetivos: Realizar leitura e pesquisa sobre Arquimedes, a fim de explorar os números irracionais.

Conversa inicial: Procure realizar a leitura junto aos estudantes e solicite que grifem palavras com nomenclatura matemática como círculo e comprimento. A seguir, verifique qual conhecimento eles apresentam desses termos. Incentive a curiosidade do Arquimedes e a utilização do QRcode no qual apresenta um dos métodos sobre medidas incommensuráveis.

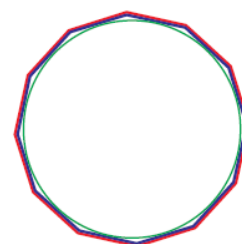
Uma das formas geométricas que mais intrigaram a humanidade ao longo de sua história foi o círculo. Tanto a área do círculo como o comprimento de sua circunferência (perímetro) tiraram o sono de muitos geômetras, pois eles conheciam as regras apenas para os polígonos. Para calcular o comprimento da circunferência, Arquimedes associou as ideias de perímetro já consolidadas, inscrevendo e circunscrevendo polígonos conhecidos. Quanto mais aumentava o número de lados do polígono inscrito, ou circunscrito, percebia que o perímetro encontrado se aproximava do comprimento da circunferência, aferido empiricamente.



Aproximação por triângulos
(3 lados)



Aproximação por hexágonos
(6 lados)



Aproximação por dodecágonos
(12 lados)

Confira essa demonstração no link <<https://www.geogebra.org/m/wzvgbwk5>>

Arquimedes dobrou o número de lados do polígono inscrito e do polígono circunscrito até chegar a um polígono de 96 lados e, dividindo seu perímetro pelo diâmetro, obteve um valor entre 3,1408 e 3,1428, algo inédito para a época. Muitos matemáticos utilizaram a ideia de Arquimedes e foram aumentando cada vez mais o número de lados dos polígonos, chegando cada vez mais perto do valor de π . Tal valor foi calculado com mais de um trilhão de casas decimais em 2002, com o auxílio da computação, pelos pesquisadores japoneses Kanada e Takahashi. Essa razão intrigou matemáticos, geômetras e filósofos desde a Antiguidade, porém o nome e o símbolo usados para representá-la surgiram apenas no século XVIII. A letra grega π (Pi) foi escolhida por ser a primeira letra da palavra “perímetro” em grego (περίμετρος), que corresponde à circunferência de um círculo. Por ser um número de infinitas casas decimais, sem período, não pode ser representado na forma de uma fração com numerador inteiro e denominador inteiro diferente de zero, e, portanto, é um número Irracional. Atualmente, na prática, uma aproximação com duas casas decimais já propicia cálculos com precisão em desenhos e construções.

2.1 Em grupo, realize uma pesquisa sobre mais feitos de Arquimedes na Matemática e apresente ao professor e aos demais colegas da turma.

Resposta Pessoal.

ATIVIDADE 3 – A REPRESENTAÇÃO DE ALGUNS NÚMEROS IRRACIONAIS NA RETA NUMÉRICA

Objetivo: Localizar números irracionais na reta numérica.

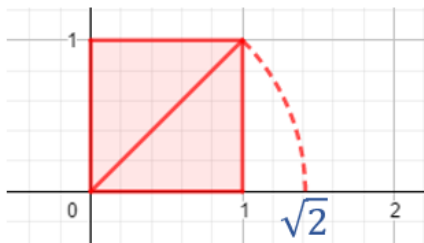
Conversa inicial: As construções geométricas são o ponto central desta atividade, pois essa é uma forma de representar os números irracionais na reta numérica fazendo uso do protagonismo do estudante. Não há nela instruções de como realizar as construções, apenas sua comanda. Sugere-se uma mediação de tais construções. É importante que os estudantes tentem realizar as construções sugeridas, utilizando régua e compasso antes da formalização.

3.1 Os números Irracionais podem ser representados na reta numérica por meio de construções geométricas.

- a) Desenhe um quadrado de lado 1, com um de seus vértices no ponto zero e um de seus lados sobre a reta numérica abaixo.

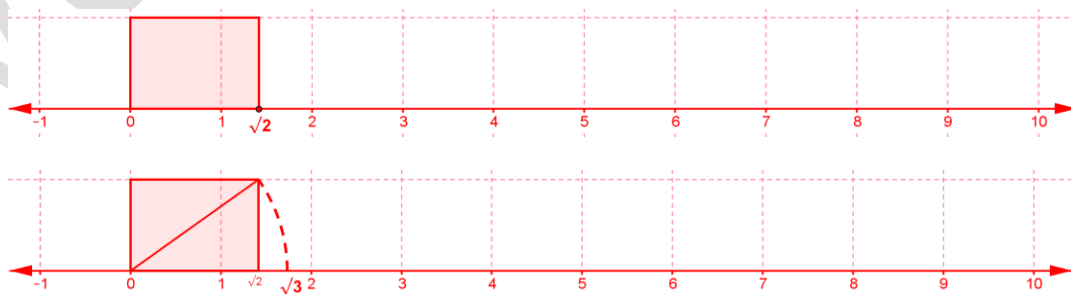


- b) Em seguida, com a ponta seca do compasso no ponto 0 e abertura do compasso com a medida da diagonal, construa o arco até cortar a reta numérica, marcando um ponto.



O ponto encontrado sobre a reta numérica será o ponto do número Irracional $\sqrt{2}$.

3.2 Para representar $\sqrt{3}$ na reta numérica, considere o segmento que vai do 0 a $\sqrt{2}$ encontrado anteriormente e construa um retângulo de base $\sqrt{2}$ e altura 1. Trace a diagonal do retângulo e transfira a medida para a reta numérica, iniciando no zero.



ATIVIDADE 4 – OS NÚMEROS REAIS

Objetivo: Reconhecer as características dos números reais.

Conversa inicial: É importante que o professor revise os conjuntos numéricos estudados até o momento (Naturais, Inteiros, Racionais e Irracionais) enfatizando suas principais características. O diagrama de *Venn* para os conjuntos numéricos possui distintas representações, porém é importante que fique nítido que o conjunto dos Racionais não é um subconjunto dos Irracionais.

4.1 Em cada afirmação abaixo, indique se é verdadeira ou falsa, justificando cada uma.

- a) $\frac{11}{7}$ é um número irracional. Falso, pois na divisão entre 11 e 7, obtemos uma dízima periódica.
- b) A soma de dois números naturais resulta sempre em outro número Natural. Verdadeiro, pois sempre que somamos dois números naturais, o resultado será um natural.
- c) $-\frac{10}{4}$ é um número inteiro. Falso, porque esta fração resultará em um número racional decimal em sua representação.
- d) Todo número Natural é também um número Racional. Verdadeiro. O conjunto dos números naturais está contido no conjunto dos números racionais. $N \subset Q$
- e) A divisão entre dois números Inteiros, com denominador diferente de zero, resulta sempre em um número Racional. Verdadeiro, pois. $Z \subset Q$
- f) A altura de uma pessoa, em metros, pode ser expressa por um número Racional. Verdadeiro, pois a medida poderá fazer parte do conjunto dos racionais positivos (Q_+^*).
- g) O número π pode ser representado por meio de uma fração com numerador inteiro e denominador inteiro diferente de zero, sem aproximação. Falso, pois o valor de π está no conjunto dos irracionais. Professor, verifique outras possíveis justificativas com os estudantes.

4.2 Considere os números abaixo. Identifique a quais conjuntos numéricos eles pertencem:

-2 ; $-3,7$; $-\frac{3}{7}$; 1 ; $-0,333\dots$; $\sqrt{2}$; π ; 5 ; 2030 ; $\sqrt[3]{5}$; $0,00010203$

Números naturais: 1 ; 5 ; 2030

Números inteiros: -2 ; 1 ; 5 ; 2030

Números racionais: -2 ; $-3,7$; $-\frac{3}{7}$; 1 ; $-0,333\dots$; 5 ; 2030 ; $0,00010203$

Números irracionais: $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{5}$, π .

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 3

Conversa com o professor

Nesta situação de aprendizagem, iremos trabalhar a aplicação de razão em diversas situações, assim como a relação de proporção direta e inversa em atividades propostas. É importante incentivar o estudante a participar das atividades, não apenas na resolução, mas também, na síntese do que adquiriu com os objetos de conhecimento trabalhados nesta situação de aprendizagem.

ATIVIDADE 1 – RAZÃO: UMA RELAÇÃO ENTRE GRANDEZAS

Objetivo: Resolver problemas envolvendo o conceito de razão como, por exemplo, velocidade, densidade, escala etc.

Conversa inicial: Para iniciar a atividade sugere-se uma roda de conversa, cujas perguntas podem nortear a discussão inicial:

- O que são grandezas?
- Existe uma relação entre duas grandezas que chamamos de razão? Dê alguns exemplos. Os estudantes, possivelmente, socializarão experiências nas quais as relações entre duas grandezas podem ser percebidas (distância e tempo gasto em uma viagem; distância percorrida e litros de combustível consumidos; potência de um aparelho eletrônico e o tempo que permanece ligado; entre outros).
- O que é razão?

A partir do momento que perceberem que existem relações entre grandezas, a noção de razão pode ser explorada. Sugere-se utilizar exemplos da questão anterior para definir a razão presente (distância e tempo gasto em uma viagem podem resultar numa razão do tipo km/h). É possível elencar muitas outras razões presentes em nosso cotidiano.

1.1 A proporcionalidade está presente em nosso cotidiano e não nos damos conta de sua presença. Ela está no tempo que gastamos com o banho diário e o consumo de água e energia elétrica enquanto o chuveiro está ligado; na velocidade da *internet* e, consequentemente, na “rapidez” dos *downloads*; no número de doces comprados e o valor pago etc. Verifique a relação entre as grandezas, determine a razão e preencha a tabela:

Situação cotidiana	Razão	Relação entre as grandezas
Marcos percorreu 12 km em 2 h.	$\frac{12}{2} = 6$	km/h (quilômetros por hora)
Para realizar uma viagem de 250 km, um veículo gasta 50 litros de etanol.	$\frac{250}{50} = 5$	km/l (quilômetros por litro)
O potente aparelho de som da Júlia consome 7500 Whats (7,5 kW) em 3 horas de uso.	$\frac{7,5}{3} = 2,5$	kW/h (kilowatt/hora)
Ao assistir a vídeos nas redes sociais, são consumidos dos dados móveis do plano de internet de Marcos 40 megabytes (MB) a cada 10 minutos.	$\frac{40}{10} = 4$	MB/min (megabytes por minuto)
Esta é uma resposta que depende da elaboração do estudante. Uma das possibilidades seria: Duas torneiras abertas gastam 600 litros de água em 4 horas.	$\frac{600}{4} = 150$	l/h (litros por hora)
Esta é uma resposta que depende da elaboração do estudante. Uma das possibilidades seria: Uma determinada região do país possui 345 habitantes numa área de 5 quilômetros quadrados.	$\frac{345}{5} = 69$	hab/km ² (habitantes por quilômetro quadrado)

ATIVIDADE 2 – DENSIDADE DEMOGRÁFICA: UMA RAZÃO PRESENTE EM NOSSO COTIDIANO

Objetivo: Resolver problemas envolvendo o conceito de razão como, por exemplo, velocidade, densidade, escala etc.

Conversa inicial: A densidade demográfica aparece em nosso cotidiano, seja por notícias, reportagens, planejamentos estratégicos, ou mesmo em conversas informais. Sugerimos iniciar esta atividade com alguns questionamentos como, por exemplo: Qual o número de habitantes do município? Este é um município muito populoso? Qual o Estado mais populoso do Brasil? Qual o país mais populoso do mundo? No item “2.1” eles serão conduzidos a calcular a densidade demográfica do país mais populoso do mundo e no item “2.2” deverão constatar quantas vezes a densidade demográfica da China é maior que a do Brasil (em ambos os casos sugerimos a utilização de calculadoras).

A densidade demográfica, ou densidade populacional, é um índice muito útil para as políticas públicas, pois permite que sejam feitas comparações entre diferentes regiões do mundo. Serve para avaliar a distribuição da população em um determinado espaço geográfico e é expressa em hab/km² (habitantes por quilômetro quadrado).

Ilustração Mallo Miranda dos Santos



2.1 Sabendo que a área territorial da China é de aproximadamente 9 597 000 km² e a população, em 2019, era estimada em 1 394 550 000 habitantes (segundo o site < <https://paises.ibge.gov.br/#/mapa/china>>), calcule sua densidade demográfica para aquele ano.

Para calcular a densidade demográfica da China, devemos efetuar a divisão entre o número de habitantes pela área do país. Ao dividir 1 394 550 000 por 9 597 000, obtemos, aproximadamente, 145 hab/km².

2.2 Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, o Brasil tinha aproximadamente 210 milhões de habitantes em 2019 (<https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-sala-de-imprensa/2013-agencia-de-noticias/releases/25278-ibge-divulga-as-estimativas-da-populacao-dos-municipios-para-2019>) sobre um território estimado de 8 500 000 km². A partir dos dados obtidos no item 2.1 desta atividade, qual país possuía a maior densidade demográfica em 2019, Brasil ou China?

A densidade demográfica do Brasil obtemos realizando a divisão entre o número de habitantes (210 000 000) pela área em km² (8 500 000), que resulta em, aproximadamente, 25 hab/km², logo a China possuía a maior densidade demográfica em 2019.

ATIVIDADE 3 – PÚBLICO NA MEDIDA CERTA

Objetivo: Resolver problemas que envolvam o cálculo da densidade demográfica.

Conversa inicial: Quando a experiência pode ser vivenciada, o aprendizado torna-se mais significativo. Assim, sugerimos a formação de grupos para a execução da atividade a seguir e que, cada grupo, demarque uma área de 1 m² para aferirem quantas pessoas “cabem”, no máximo, nesse espaço. Para dimensionar concentrações de pessoas em eventos, são organizadas três categorias: para pequenas concentrações, calculam-se 3 pessoas por metro quadrado; para média concentração, o cálculo estimado é de 6 pessoas por metro quadrado e para grandes concentrações, 9 pessoas por metro quadrado. Quando se tratar de 3 pessoas por metro quadrado, significa que essas pessoas cabem “confortavelmente” nesse espaço e, quando forem 9 pessoas por metro quadrado, significa que há uma grande concentração, ou seja, as pessoas estão “apertadas” no espaço.



Utilizar figuras de comunidades com diferentes números de habitantes.

Em shows, manifestações, festas, entre outros, é possível estimar o público presente utilizando a ideia de densidade demográfica, só que em escala menor. As concentrações de pessoas podem ser estimadas em número de pessoas por metro quadrado. Este cálculo possibilita ao Poder Público estimar a real necessidade de profissionais (médicos, policiais, bombeiros), infraestrutura, dentre outras necessidades, para dar suporte ao evento.

3.1 Em sua sala, em grupo, marque no chão (com fita adesiva, giz ou outro material) um quadrado de lado 1 metro. Verifique quantos estudantes “cabem” nesse espaço. Discuta com o grupo a quantidade de pessoas que ficaria confortável nesse espaço e registre todas as observações desta atividade.

Possivelmente, caberão, no máximo, 9 pessoas por metro quadrado e, confortavelmente, 3 pessoas.

3.2 No campo de futebol de uma cidade do interior do Estado de São Paulo, ocorrerá um show muito esperado pelos habitantes da região. O campo possui as seguintes dimensões:

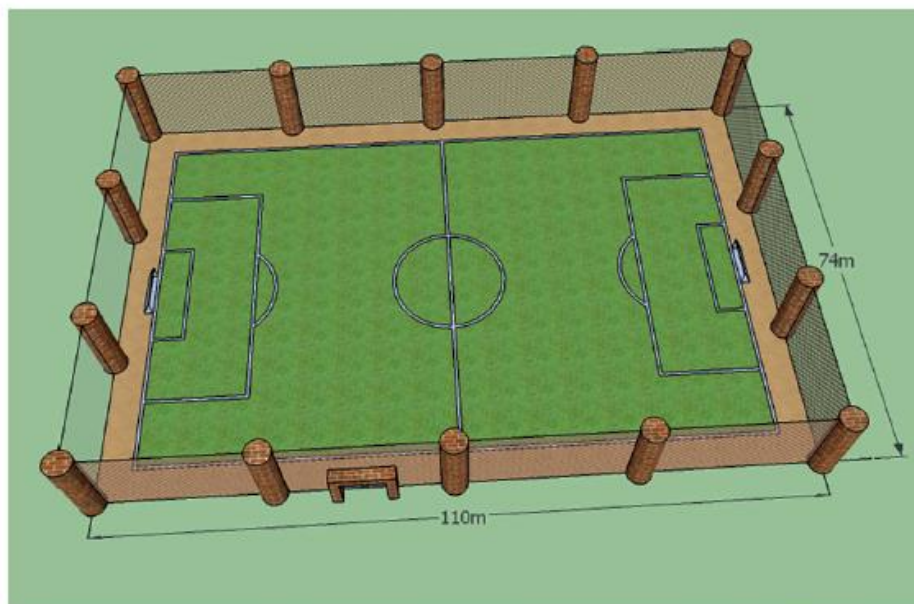


ILUSTRAÇÃO: RODRIGO SOARES DE SÁ

Para esse show, qual seria a capacidade máxima desse campo de futebol, considerando o número encontrado na atividade anterior? Quantos ingressos, no máximo, poderiam ser colocados à venda? Considere que o espaço utilizado pelo palco do show e demais estruturas, não estão localizados no campo, sendo o campo exclusivo para o público.

A capacidade máxima de pessoas no campo de futebol é de 73.260 ($110 \times 74 \times 9 = 73.260$)

Confortavelmente, apenas 24.420 ($110 \times 74 \times 3 = 24.420$) pessoas.

Importante ressaltar que o quantitativo de pessoas por metro quadrado será o valor consensual determinado pela vivência realizada pelos estudantes.

Neste problema, considera-se a densidade demográfica conhecida, por exemplo máximo 9 pessoas/m². Então, calcula-se, primeiramente, quantos metros quadrados possui o ambiente (110×74) e multiplica-se por 9 porque em cada um desses metros quadrados obtidos comportarão, no máximo, 9 pessoas.

3.3 Em ambientes fechados, além de todas as normas que regem o tamanho das portas e os materiais de isolamento não inflamável que podem ser utilizados, os bombeiros recomendam uma lotação máxima de 2,5 pessoas por metro quadrado. Um local que possui 280 m² comportaria, de acordo com a recomendação dos bombeiros, um público de 1.120 pessoas? Justifique.

A capacidade máxima desse local, segundo a orientação dos bombeiros é de 700 pessoas: $(280 \times 2,5 = 700)$.

Portanto o local não comportaria as 1.120 pessoas.

3.4 Este é um ano memorável, pois você e sua turma irão concluir o Ensino Fundamental. Visando a uma possível festa de formatura em sua escola, identifique o maior local disponível (quadra, pátio, refeitório, auditório, entre outros espaços) e calcule sua capacidade, segundo as orientações dos bombeiros.

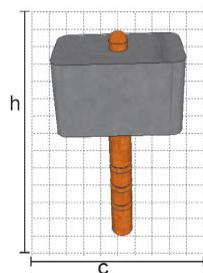
Esta resposta depende das dimensões do espaço escolhido, por exemplo: se o pátio da escola possui 16 m por 25m, sua área será de 400 m² e sua capacidade de 1.000 pessoas $(400 \times 2,5)$. Solicitar aos estudantes que busquem informações sobre lotação máxima de pessoas nos ambientes na própria escola, entrevistando bombeiros ou em pesquisas na internet, quando possível.

ATIVIDADE 4 – PROPORCIONALIDADE: UMA RAZÃO PARA EXISTIR

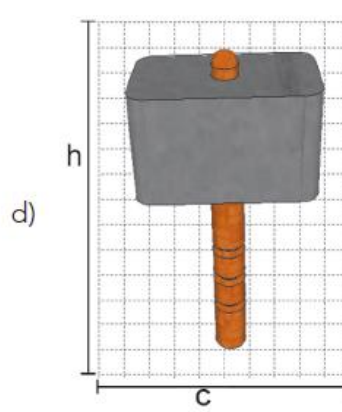
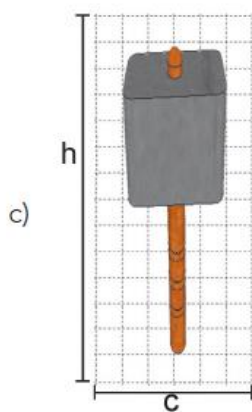
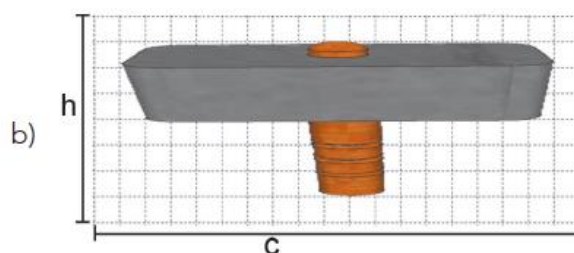
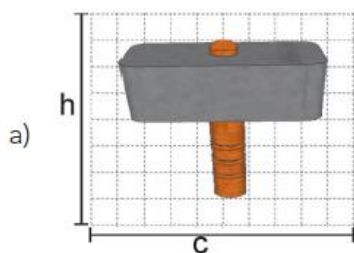
Objetivo: Resolver problemas envolvendo as relações de proporcionalidade direta e inversa.

Conversa inicial: Antes de iniciar a atividade, apresente a questão disparadora. Os estudantes deverão identificar a ampliação correta da figura e justificar suas respostas. Será considerado o fator de ampliação, neste caso a razão da altura da figura pelo seu comprimento (estamos considerando a figura em 2D) para elucidar a proporcionalidade direta através de uma relação visual. Após tal percepção, os estudantes serão convidados a verificar a existência de proporcionalidade direta em situações do cotidiano. Ao final da atividade, é importante consolidar a ideia de constante de proporcionalidade.

4.1 A figura a seguir representa um martelo de um famoso super-herói:



Esse martelo foi ampliado proporcionalmente para aumentar seu poder. Indique, dentre as alternativas abaixo, qual representa a correta ampliação do martelo e justifique sua resposta.



Fonte: RODRIGO SOARES DE SÁ

A alternativa que apresenta a ampliação correta da figura é a “d”. Como justificativa, os estudantes podem elencar que ela “aumentou” proporcionalmente na altura e no comprimento; ou que a altura dobrou e o comprimento também; ou que a razão entre a altura e o comprimento se manteve.

4.2 Observe a vazão de água que sai em uma determinada mangueira:

Tempo	Vazão de água
2 segundos	4 litros
4 segundos	8 litros
15 segundos	30 litros

Há alguma relação de proporção entre a quantidade de água que sai e o tempo? Justifique sua resposta.

Sim, espera-se que o estudante identifique a razão de, a cada 1 segundo a vazão de água é de 2 litros.

4.3 Analise as situações abaixo e indique, em cada uma, se há ou não proporcionalidade direta ou inversa, justificando sua resposta:

- a) Marcos comprou 12 marmitas no restaurante do Sr. José e pagou R\$ 120,00, no total. Poliana comprou 5 marmitas, no mesmo restaurante, pagando, no total, R\$ 50,00.

Há proporcionalidade direta, pois as razões dos números de marmitas pelos respectivos preços pagos são iguais.

- b) Numa promoção, na compra de três camisetas pagavam-se o total de R\$ 57,00, na compra de cinco camisetas, o total de R\$ 75,00, e na compra de dez camisetas, o total pago seria de R\$ 120,00.

Não há proporcionalidade direta, pois as razões entre os preços pagos e os números respectivos de camisetas são diferentes ($\frac{57}{3} = 19$, $\frac{75}{5} = 15$ e $\frac{120}{10} = 12$), também não há proporcionalidade inversa pois, os produtos das variáveis não são iguais ($3 \times 57 = 171$; $5 \times 75 = 375$; e $10 \times 120 = 1200$).

- c) Uma caixa d'água de 1000 l proporciona 10 banhos de 100 l cada, ou 20 banhos de 50 l cada, ou 50 banhos de 20 l cada.

Há proporcionalidade inversa, pois $10 \times 100 = 20 \times 50 = 50 \times 20 = 1000$.

- d) Luiz fez o acompanhamento do crescimento de seu filho e foi registrando na seguinte tabela.

Idade (anos)	1	3	13	18	55
Altura (metros)	0,65	0,90	1,50	1,85	1,86

Não há proporcionalidade direta, pois as razões entre as alturas e as idades são diferentes:

$$\frac{0,65}{1} = 0,65; \frac{0,90}{3} = 0,3; \frac{1,5}{13} \cong 0,11; \frac{1,85}{18} \cong 0,1; \frac{1,86}{55} \cong 0,03$$

Os produtos das variáveis relacionadas também são diferentes: $1 \times 0,65 = 0,65$; $3 \times 0,90 = 2,70$; $13 \times 1,50 = 19,50$; $18 \times 1,85 = 33,3$ e $55 \times 1,86 = 102,30$. Logo, não há, também, proporcionalidade inversa.

- e) Um chuveiro elétrico possui potência de 6.500 Watts, ou seja, consome 6.500 Watts por hora que estiver ligado. Se numa casa moram quatro pessoas e cada uma demora meia hora no banho (e tomam banho todos os dias), o consumo diário desse chuveiro será de 13.000 Watts.

Há proporcionalidade direta, pois as razões são iguais. O chuveiro ligado por uma hora consome 6.500 Watts ($r = \frac{6500}{1} = 6500$); se ele ficar ligado por duas horas irá consumir 13.000 Watts ($r = \frac{13000}{2} = 6500$).

- f) Quando Inês tinha 6 anos de idade, calçava sapatos número 27; com 15 anos de idade já calçava sapatos número 36, e hoje, com 66 anos, calça 37.

Não há proporcionalidade direta ou inversa, pois nem as razões entre os números dos sapatos e as respectivas idades são iguais ($\frac{27}{6} = 4,5$; $\frac{36}{15} = 2,4$; $\frac{37}{66} \cong 0,56$), nem os produtos das variáveis são iguais ($6 \times 27 = 162$; $15 \times 36 = 540$ e $66 \times 37 = 2442$).

- g) Um celular pode ser comprado à vista ou em dez vezes sem juros, conforme a tabela:

1 ×	2 ×	5 ×	8 ×	10 ×
R\$ 1600,00	R\$ 800,00	R\$ 320,00	R\$ 200,00	R\$ 160,00

Há proporcionalidade inversa, pois: $1 \times 1600 = 2 \times 800 = 5 \times 320 = 8 \times 200 = 10 \times 160 = 1600$.

4.5 Com base no que você aprendeu nesta situação de aprendizagem, elabore um mapa mental em seu caderno com os principais assuntos trabalhados.

Resposta Pessoal.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 4

Conversa com o professor

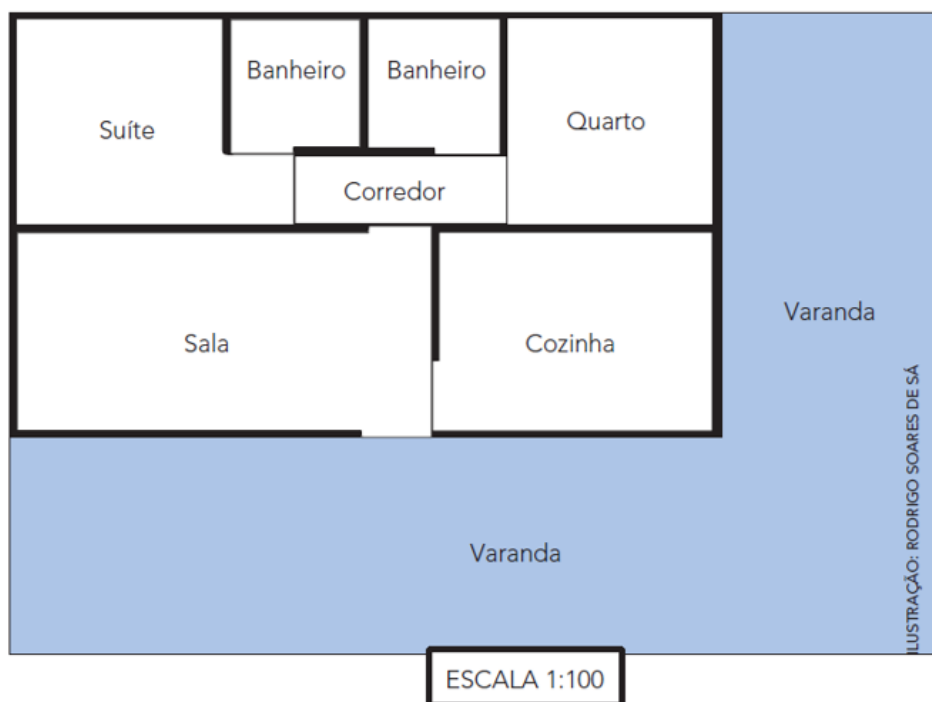
As escalas estão presentes em mapas e plantas arquitetônicas e são bons exemplos de proporcionalidade direta. São comuns em outros componentes curriculares, como Geografia, por exemplo, porém são pouco exploradas com relação à proporcionalidade direta. Sugere-se a instigação aos estudantes se já observaram esse detalhe em mapas e, na medida do possível, a utilização de um mapa político de sua cidade ou do Estado de São Paulo (evite o mapa do mundo, pois há diferentes formas de planificação da esfera que podem gerar diferenças nas distâncias reais) para exemplificar as escalas nele contidas. Em plantas arquitetônicas (planta baixa), as escalas possibilitam o planejamento com gastos de piso, ou a disposição mais adequada dos móveis.

ATIVIDADE 1 – CONHECENDO A PLANTA BAIXA:

Objetivos: Reconhecer as escalas e a compreender que elas são grandezas diretamente proporcionais.

Conversa inicial: Inicie explicando qual a função de uma planta baixa. Sugerimos levar panfletos de planta baixa, como esses que são distribuídos para lançamento de empreendimentos, assim os estudantes poderão conhecer uma das aplicações da planta baixa no dia a dia. O estudante usará uma régua para encontrar as dimensões e depois multiplicará conforme a escala dada.

1.1 Para trocar o piso da sala e da cozinha, veja a seguir a planta arquitetônica da casa de Seni:



Com base na planta baixa (planta arquitetônica) da casa de Seni e com o auxílio de uma régua, calcule:

- a) As medidas da cozinha e da sala em metros. Explique como você fez os cálculos.

Para obter o comprimento, proponha aos estudantes utilizarem a régua. O comprimento da cozinha é de 4 cm. Interpretando a escala, cada centímetro na planta arquitetônica equivale a 100 cm no real, o comprimento da cozinha, no real, é de 400 cm, ou, conforme o solicitado, 4 m. O comprimento da sala é de 6 cm. Como, segundo a escala, cada centímetro na planta arquitetônica equivale a 100 cm no real, o comprimento da sala, no real, é de 600 cm, ou, conforme o solicitado, 6 m.

Para obter a largura de cada local indicado, aplica-se o mesmo procedimento.

- b) A área da cozinha e da sala em metros quadrados.

A cozinha possui $4 \text{ m} \times 3 \text{ m}$, ou seja, utilizando a escala dada, $4 \text{ m} \times 3 \text{ m} = 12 \text{ m}^2$.

A sala possui $6 \text{ m} \times 3 \text{ m}$, ou seja, utilizando a escala dada, $6 \text{ m} \times 3 \text{ m} = 18 \text{ m}^2$.

ATIVIDADE 2 – OS MAPAS E AS PLANTAS ARQUITETÔNICAS: ESCALAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS

Objetivos: Resolver problemas que envolvam proporcionalidade direta e inversa.

Conversa inicial: Converse com os estudantes que é possível encontrar as medidas reais a partir das escalas, que em geral estão indicadas nos mapas. A atividade envolve o uso da régua para medir a distância e então utilizar a escala dada para fazer a conversão, encontrando assim a distância real.

No rodapé dos mapas e das plantas arquitetônicas, normalmente encontram-se suas escalas.

A escala é elaborada a partir da razão de redução ou ampliação sofrida. É possível calcular a medida real utilizando a escala. Nas aulas de Geografia muitos mapas são analisados, cada um com sua escala. Quando o mapa apresenta uma escala de 1:1000, por exemplo, significa que cada unidade de medida no mapa representa mil unidades de medida no real. Se você estiver utilizando uma régua, significa que cada centímetro no mapa representa 1 000 centímetros no tamanho real. Com base no exposto, resolva os problemas elencados a seguir:

2.1 Malkom vai viajar até a casa de Diana, sua prima, que mora numa cidade vizinha. Ao pesquisar no GPS o endereço de Diana, deparou-se com o seguinte mapa:



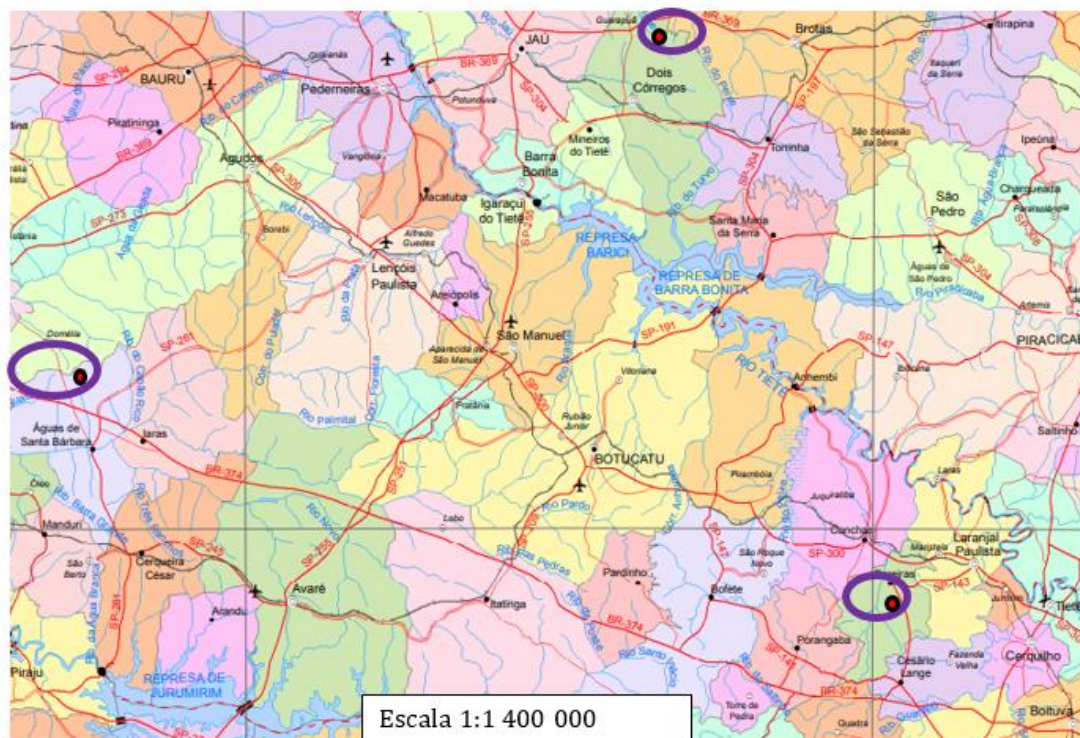
Utilize a régua para medir, em centímetros, a distância entre a casa de Malkom e a de Diana.

Após utilizar a escala do mapa para transformar a distância aferida em distância real, determine a distância aproximada, em quilômetros, da casa de Malkom até a moradia de Diana.

Os estudantes devem medir, utilizando a régua, a distância (em linha reta). Utilizando a escala apresentada no mapa, devem multiplicar o valor encontrado por 100 000. Lembrem-se de que $1 \text{ km} = 100 \text{ 000 cm}$, assim farão a conversão dos valores encontrados em centímetros para quilômetros.

Explore as informações que estão no mapa como os pontos de referência e a escala e o significado dessa representação.

2.2 Ana Voig, moradora da Estância Hidromineral de Águas de Santa Barbara, interior de São Paulo, em uma busca na *internet*, descobriu que sua amiga mora na cidade de Dois Córregos, e Pereiras é a cidade de sua madrinha. Ao consultar o mapa político do Estado de São Paulo, disponível no site do IBGE, pode conferir, aproximadamente, as distancias entre as cidades.



Fonte: <http://www.terrabrasilis.org.br/ecotecadigital/index.php/estantes/mapas/585-mapa-politico-do-estado-de-sao-paulo>. Acesso em: 25/09/2020.

Utilizando uma régua, meça, em centímetros, a distância entre a cidade de Ana Voig e as cidades de Dois Córregos e Pereiras. Em seguida, utilizando a escala indicada no mapa, calcule essa distância em quilômetros. Qual das duas cidades é mais próxima? Qual é a diferença entre as distâncias encontradas?

No mapa, os estudantes devem medir, utilizando a régua, as distâncias (em linha reta) entre Águas de Santa Bárbara e Pereiras e Águas de Santa Bárbara e Dois Córregos. Utilizando a escala disponibilizada, eles devem multiplicar os valores encontrados por 1 400 000. Como devem calcular em km, lembre-os que $1 \text{ km} = 100 \text{ 000 cm}$, assim farão a conversão dos valores encontrados em centímetros para quilômetros. Devem comparar as distâncias e então encontrar qual é a cidade mais próxima, calculando a diferença entre as cidades.

Professor, é possível que haja uma diferença entre os valores encontrados pelos estudantes e os valores reais, devido à proporção do mapa no tamanho do caderno dos estudantes, portanto, abra espaço para discutir as respostas encontradas.

ATIVIDADE 3 – O USO DA CRIATIVIDADE NA ELABORAÇÃO DE SITUAÇÕES-PROBLEMA.

Objetivo: Elaborar e resolver situações - problema envolvendo escalas.

Conversa inicial: Sugerimos que organize os estudantes em grupos para enriquecer este momento de criação. Eles deverão criar as situações em uma folha que poderá ser destacada para posterior troca com outros grupos. As soluções deverão ser elencadas, passo a passo, em outra folha, para posterior conferência. Combine um tempo para elaboração das situações e suas respectivas resoluções. Após o término desse tempo estabelecido, sugere-se que você, professor, proponha a troca das situações problemas entre os grupos formados. Cada grupo deverá tentar resolver a situação problema elaborada pelo outro grupo, registrando suas estratégias de resolução. Ao final, após o grupo que elaborou conferir a resolução feita pelo outro grupo, você pode socializar alguns problemas criados. Escolha alguns também para analisar a escrita do enunciado, se está claro, se tem uma pergunta, essa discussão poderá repertoriar os estudantes para as próximas criações, discutindo também a estrutura do enunciado.

Nesta atividade, você terá a oportunidade de utilizar sua criatividade para elaborar situações - problema e desafiar seus colegas a resolvê-las.

3.1 A partir de tudo que estudamos nesta Situação de Aprendizagem, junte-se a um colega e elabore uma situação-problema que envolva proporcionalidade direta ou inversa. Não se esqueça de, em uma folha avulsa, realizar a resolução detalhada do problema elaborado, para corrigir possíveis equívocos. Proponha a situação-problema elaborada para outra dupla resolver e verifique as respostas apontadas.

Resposta pessoal. Socialize os problemas elaborados pelos estudantes. Verifique se a resolução envolve a proporcionalidade direta ou inversa.

3.2 Elabore, em grupo, uma situação-problema que envolva escalas em mapas ou plantas arquitetônicas. Utilize régua para desenhar o mapa ou a planta arquitetônica nas devidas proporções. Realize a resolução detalhada do problema elaborado em uma folha avulsa, para verificar se todos os dados estão corretos e se a resposta é possível. Proponha a situação-problema elaborada para outro grupo responder e verifique as respostas apontadas.

Dica: pesquise mapas ou plantas arquitetônicas para complementar sua elaboração e utilize dados do bairro onde mora, de sua casa ou da escola onde estuda.

Resposta pessoal. Auxilie os estudantes nessa organização.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 5

Conversa com o professor

O trabalho com as retas paralelas cortadas por uma transversal envolve as demonstrações. Para envolver os estudantes, é possível trabalhar com régua e transferidor, para que possam compreender a posição dos ângulos formados entre as retas de forma a auxiliá-los a escrever a demonstração das relações entre os ângulos. Se possível, explore outras situações além das apresentadas aqui.

ATIVIDADE 1 – RELAÇÕES ENTRE OS ÂNGULOS FORMADOS POR RETAS PARALELAS CORTADAS PELA RETA TRANSVERSAL.

Objetivo: Identificar ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma reta transversal.

Conversa inicial: Retome a ideia de ângulos e seus elementos. Amplie essa conversa para as retas paralelas e a reta que corta essas paralelas. Solicite aos estudantes que utilizem o transferidor para medir os ângulos. Verifique como estão realizando a atividade, auxiliando aqueles que tem dificuldade em usar o transferidor. Com a atividade, o estudante deverá identificar ângulos congruentes, bem como os nomes especiais que alguns pares de ângulos recebem.

1.1 Observando a figura 1 responda:

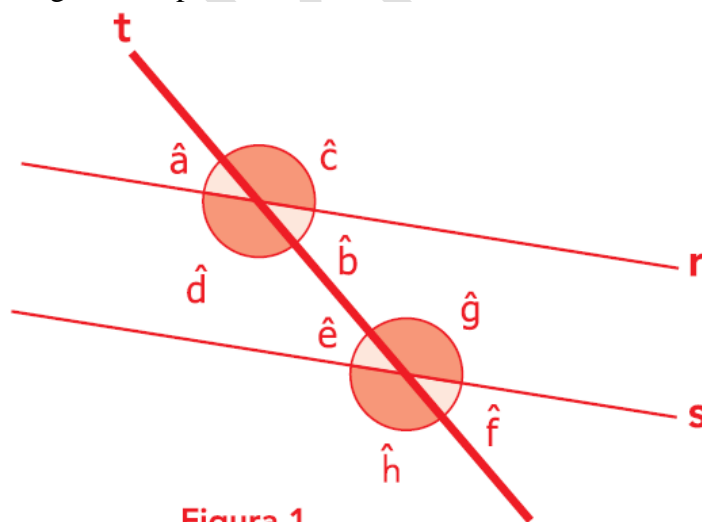


Figura 1

- a) Quantos ângulos a reta t forma com as retas paralelas r e s ?

São formados 8 ângulos.

- b) Com o transferidor meça cada um dos ângulos, e organize esses dados em uma tabela.

ÂNGULO	MEDIDA EM GRAUS
\hat{a}	40°
\hat{b}	40°
\hat{c}	140°
\hat{d}	140°
\hat{e}	40°
\hat{f}	40°
\hat{g}	140°
\hat{h}	140°

- c) Agora, agrupe os ângulos que possuem a mesma medida.

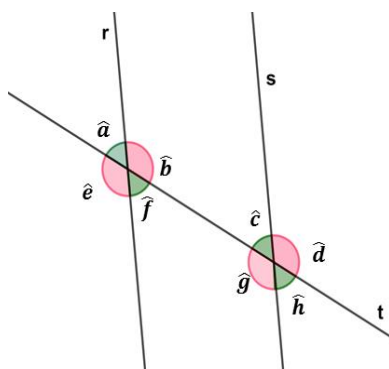
Os ângulos \hat{a} , \hat{b} , \hat{e} e \hat{f} têm medidas iguais a 40°

Os ângulos \hat{c} , \hat{d} , \hat{g} e \hat{h} têm medidas iguais a 140°

1.2 Identifique os pares desses ângulos que são:

Ângulos Correspondentes	\hat{a} e \hat{e} ; \hat{c} e \hat{g} , \hat{d} e \hat{h} ; \hat{b} e \hat{f}
Ângulos Alternos internos	\hat{b} e \hat{e} ; \hat{g} e \hat{d}
Ângulos Alternos externos	\hat{a} e \hat{f} ; \hat{c} e \hat{h}
Ângulos Colaterais internos	\hat{b} e \hat{g} ; \hat{d} e \hat{e}
Ângulos Colaterais externos:	\hat{a} e \hat{h} ; \hat{c} e \hat{f}
Ângulos Opostos pelo vértice	\hat{a} e \hat{b} ; \hat{c} e \hat{d} ; \hat{g} e \hat{h} ; \hat{e} e \hat{f}

1.3 Considere a figura:



- a) “Deslizando” a reta r sobre a reta t paralelamente até sobrepor a reta s , escreva onde cada ângulo irá se sobrepor:

\hat{a} irá sobrepor: \hat{c}

\hat{b} irá sobrepor: \hat{d}

\hat{e} irá sobrepor: \hat{g}

\hat{f} irá sobrepor: \hat{h}

- b) Considerando suas respostas do item anterior, escreva sobre as relações entre os ângulos. Seu professor fará uma síntese após seus registros. Aproveite para anotar essas informações.

Resposta pessoal.

ATIVIDADE 2 – DEMONSTRAÇÃO DE ALGUMAS PROPRIEDADES

2.1- Com base na figura do item 1.3, demonstre que ângulos opostos pelo vértice são congruentes.

Queremos provar que $\hat{a} \equiv \hat{f}$ (ângulos opostos pelo vértice)

Sabe-se que os ângulos \hat{a} e \hat{b} são suplementares, assim como os ângulos \hat{b} e \hat{f} .

Sendo assim, se x é a medida do ângulo \hat{a} , y é a medida do ângulo \hat{b} , e z é a medida do ângulo \hat{f} , temos: (I) $x + y = 180^\circ$ e (II) $y + z = 180^\circ$. Igualando as equações (I) e (II), temos: $x + y = y + z$ e, portanto, $x = z$, ou seja, as medidas dos ângulos \hat{a} e \hat{f} são iguais, o que nos leva a afirmar que \hat{a} e \hat{f} são congruentes.

(De forma idêntica, pode-se provar que os pares de ângulos \hat{b} e \hat{e} , \hat{c} e \hat{h} e \hat{g} e \hat{d} , que são opostos pelo vértice, são congruentes)

2.2- Demonstre que ângulos alternos internos são congruentes.

Apresentamos aqui uma sugestão para o encaminhamento da demonstração, mas você poderá utilizar outra forma que esteja mais familiarizado.

Queremos provar que $\hat{c} \equiv \hat{f}$ (ângulos alternos internos)

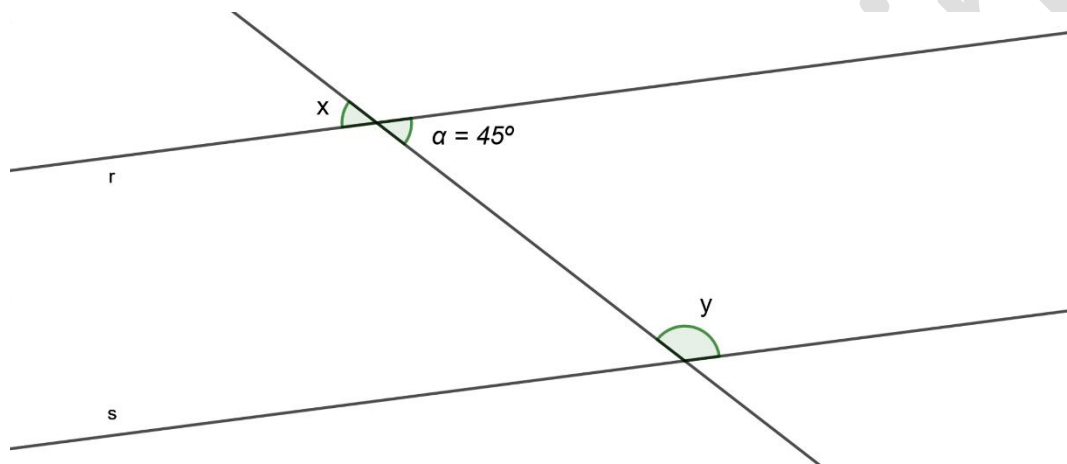
Sabe-se que os ângulos \hat{a} e \hat{c} são congruentes, pois são correspondentes. Os ângulos \hat{a} e \hat{f} também são congruentes, pois são opostos pelo vértice.

Sendo assim, se x é a medida do ângulo \hat{a} , k é a medida do ângulo \hat{c} , e z é a medida do ângulo \hat{f} , temos: (I) $x = k$ e (II) $x = z$. Igualando as equações (I) e (II), temos: $k = z$, ou seja, as medidas dos ângulos \hat{c} e \hat{f} são iguais, o que nos leva a afirmar que \hat{c} e \hat{f} são congruentes.

(De forma idêntica, pode-se provar que o par de ângulos \hat{b} e \hat{g} , que são alternos internos, são congruentes)

ATIVIDADE 3 – O “X DA QUESTÃO”!

3.1 Sabendo que as retas r e s são paralelas, responda às perguntas:



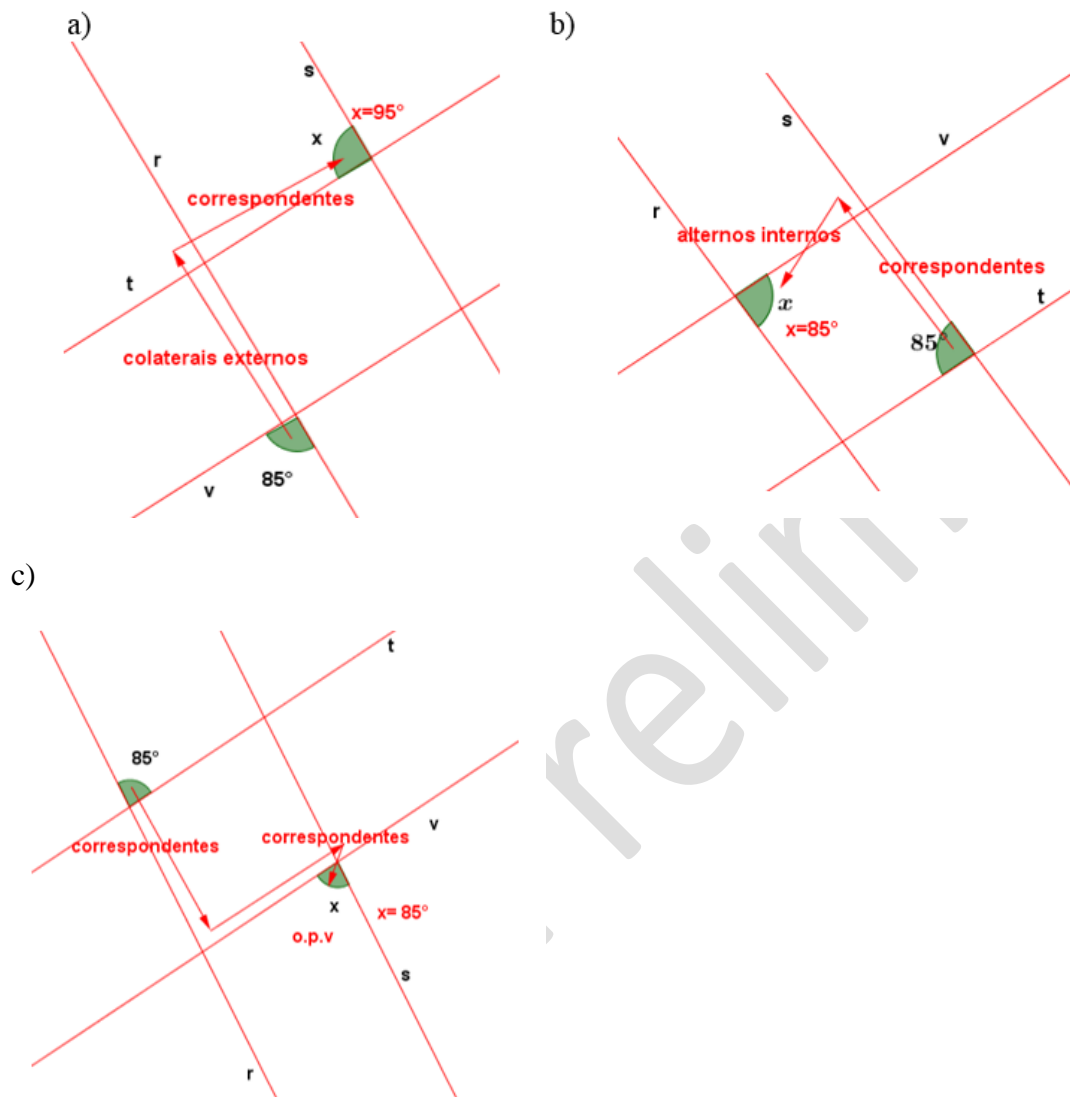
- a) Qual a medida do ângulo x ? E a do ângulo y ?

A medida do ângulo x é 45° e a medida do ângulo y é 135°

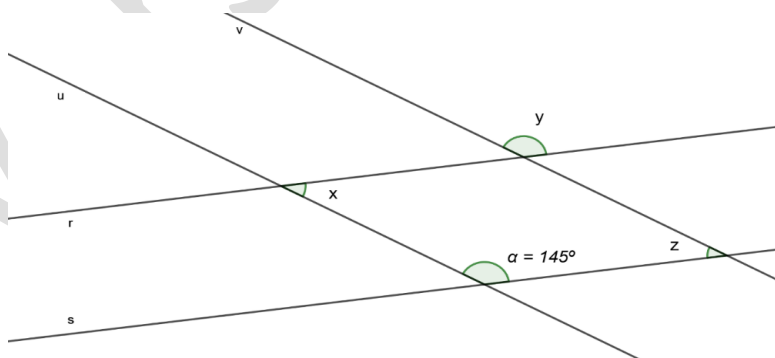
- b) Qual é a relação entre os ângulos x e y ?

São ângulos suplementares.

3.2 Sabendo que a reta r é paralela à reta s e a reta t é paralela à reta v , junte-se a seus colegas e encontrem a medida do ângulo x , justificando sua resposta.



3.3 Desafio! Sabendo que $r \parallel s$ e $u \parallel v$, quanto vale $x + y + z$?



$$x + y + z + \alpha = 360^\circ$$

$$x + y + z = 360^\circ - \alpha = 215^\circ$$

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 6

Conversa com o professor

Para iniciar o trabalho com o Teorema de Tales, propõe-se uma questão disparadora: um problema em que os estudantes poderão discutir estratégias para sua resolução. A partir dessa discussão, aborde o Teorema e, posteriormente, retorne à questão disparadora para a aplicação do Teorema e validação das respostas dadas pelos estudantes no início da conversa.

ATIVIDADE 1 – TIROLESA

Objetivo: Resolver um problema por meio de estratégias pessoais: cálculo, estimativa ou por meio de desenho.

Conversa inicial: Na apresentação do problema do Sr. Antônio, é possível que os estudantes ainda não tiveram contato com o Teorema de Tales. Sendo assim, discuta com os estudantes as possibilidades para a resolução do problema e solicite que registram suas respostas, mesmo que sejam por estimativa, justificando-as. Depois disso, aborde o Teorema de Tales e informe aos estudantes que você irá retomar o problema do Sr. Antônio, na Atividade 3.

A tirolesa, originária da região do Tirol (Áustria), é um meio de transporte individual para travessia de rios, lagos e desfiladeiros, muito usado em diversas partes do mundo. Constitui-se de um cabo de aço aéreo, ancorado entre dois pontos, no qual o usuário, preso a um cinto especial, se desloca através de roldanas conectadas por mosquetões a um arnês (uma espécie de cinto de segurança para a escalada). Atualmente, a tirolesa é uma atividade esportiva de aventura.

1.1 Sr. Antônio possui um parque com atrações radicais, ente elas uma tirolesa que tem seus pontos de sustentação em dois postes paralelos, colocados a uma distância de 40 m e unidos por um cabo de aço aéreo de 50 m, conforme a Figura 1.

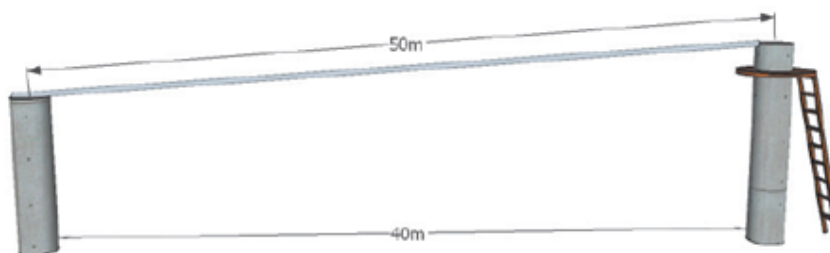


Figura 1

Fonte: Rodrigo Soares de Sá

A fim de tornar esta tirolesa mais radical, mas mantendo sua inclinação, o maior poste será trocado por um novo poste, mais alto, que estará paralelo ao menor, aumentando a distância entre os dois postes em 60 m, conforme a Figura 2.

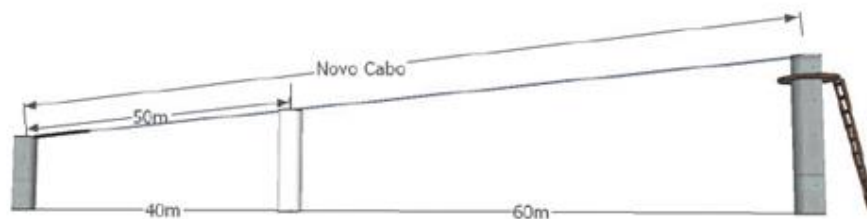
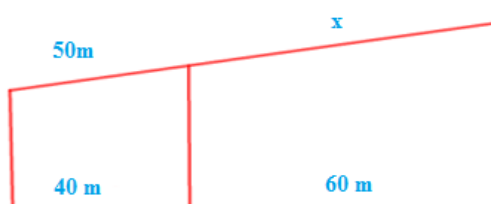


Figura 2

Fonte: Rodrigo Soares de Sá

Nesta modificação, o Sr. Antônio precisará trocar o cabo de aço aéreo e, para isso, comprou 120 m de cabo. Será que ele comprou a quantidade suficiente? Justifique sua resposta.



$$\frac{x}{60} = \frac{50}{40} \rightarrow 40x = 3000 \rightarrow x = \frac{3000}{40} \rightarrow x = 75m$$

Não será suficiente já que $75 + 50 = 125$ m.

ATIVIDADE 2 – RAZÃO PARA VIDA E PARA MATEMÁTICA

Objetivo: Aplicar a razão na vida prática e em contexto da matemática.

Conversa inicial: Os estudantes começam nesta fase a ter um projeto de Vida, uns para faculdade, outros para curso técnico ou ainda para o mundo do trabalho. Em uma roda de conversa compartilhe os sonhos, oriente a reflexão fazendo perguntas como, já pensou qual curso superior escolher? É um curso concorrido?

No item 2.1, retomamos o conceito de razão, já abordado anteriormente. Para saber se a faculdade que queremos cursar é concorrida, basta obter a relação de candidatos por vaga, que é a razão do total de inscritos no vestibular dividido pelo número de vagas oferecido pela instituição. Sugerimos uma pesquisa aos estudantes, apoiada na roda de conversa, em relação a faculdade, curso técnico ou ao trabalho que pretendem cursar. Em 2.2, basta aplicar a razão em segmentos de reta.

2.1 Quando queremos saber se determinado curso de uma faculdade tem grande concorrência, precisamos obter a relação de candidatos por vaga, que é a razão do total de inscritos no vestibular dividido pelo número de vagas oferecido pela instituição.

A Faculdade A possui 3250 candidatos inscritos para 50 vagas, e a Faculdade B possui 1950 candidatos inscritos para 30 vagas. Sabendo que um candidato quer estudar em qualquer uma dessas faculdades, faça um estudo para identificar se em uma delas ele tem maior chance de entrar? Justifique.

Faculdade A: $\frac{3250}{50} = 65$ candidatos por vaga

Faculdade B: $\frac{1950}{30} = 65$ candidatos por vaga

Observa-se que nas duas faculdades as chances são iguais

2.2 Em dupla, elabore um problema que envolva a razão entre duas grandezas e entregue-a para outra dupla resolver.

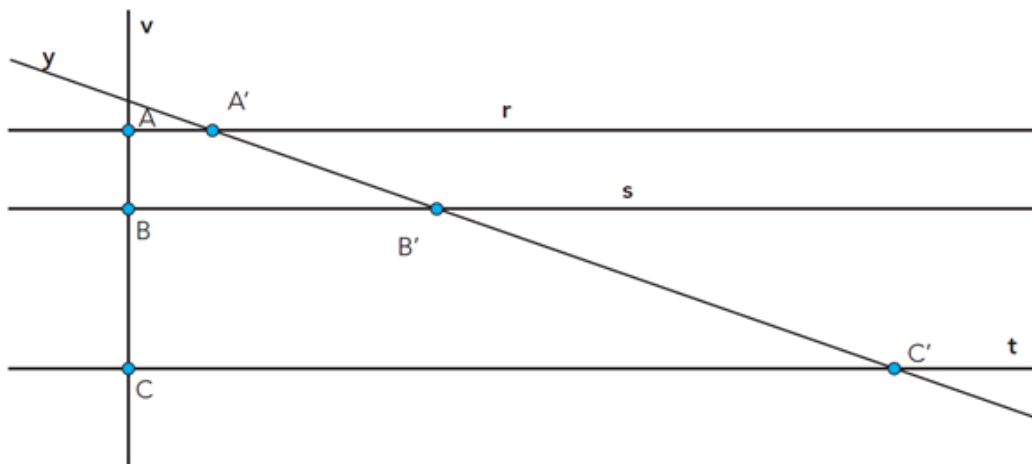
Resposta pessoal. Após a elaboração do problema, entregar a folha para outra dupla e resolver o problema proposto pelos outros colegas. Acompanhe as discussões entre as duplas, verificando se o problema elaborado atende ao solicitado na proposta.

ATIVIDADE 3 – APROFUNDANDO O CONHECIMENTO EM RAZÃO ENTRE SEGMENTOS

3.1 Dado um segmento AB de 3 cm e um segmento CD de 12 cm, qual é a razão entre AB e CD nesta ordem?

$$\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

3.2 A figura a seguir, é representada por um feixe de retas paralelas $r \parallel s \parallel t$, cortadas por duas transversais, v e y .



Com um instrumento de medida, encontre o valor de:

a) \overline{AB} ; \overline{BC} ; $\overline{A'B'}$; $\overline{B'C'}$? $\overline{AB} = 1$; $\overline{BC} = 2$; $\overline{A'B'} = 3$; $\overline{B'C'} = 6$

b) Qual a razão de \overline{AB} para \overline{BC} ? $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{1}{2}$

c) Qual a razão de \overline{AB} para $\overline{A'B'}$? $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{1}{3}$

d) Qual a razão de $\overline{A'B'}$ para $\overline{B'C'}$? $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

e) Qual a razão de \overline{BC} para $\overline{B'C'}$? $\frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

ILUSTRAÇÃO: MALIKO MIRANDA DOS SANTOS



Segmentos proporcionais - Leitura

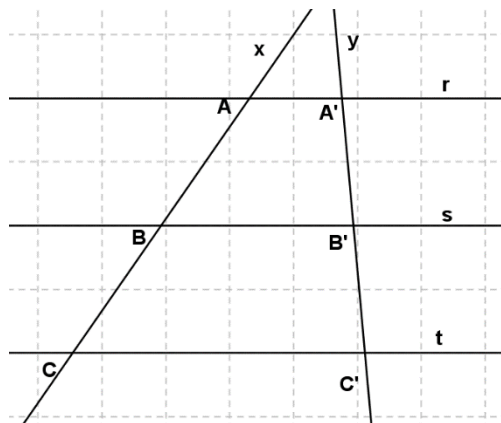
Quando duas razões são equivalentes, formam uma proporção, isto é:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}$$

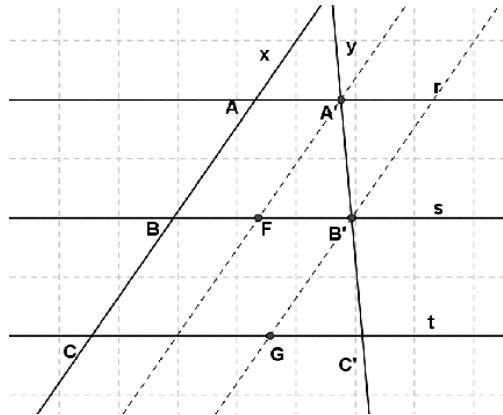
Realizamos a seguinte leitura: \overline{AB} está para \overline{BC} assim como $\overline{A'B'}$ está para $\overline{B'C'}$.

Será que em **todo** feixe de retas paralelas cortadas por retas transversais é possível obter segmentos proporcionais sobre as transversais? Vamos verificar a partir dos procedimentos a seguir.

Vamos construir um feixe de retas paralelas ($r \parallel s \parallel t$), e cortadas por transversais (x e y).



Supondo-se, em um primeiro momento, que $\overline{AB} = \overline{BC}$, podemos traçar retas paralelas à reta x pelos pontos A' e B' , conforme a figura:



Neste caso, do paralelogramo $AA'FB$, teremos que $\overline{AB} = \overline{A'F}$ e do paralelogramo $BB'GC$, teremos que $\overline{BC} = \overline{B'G}$.

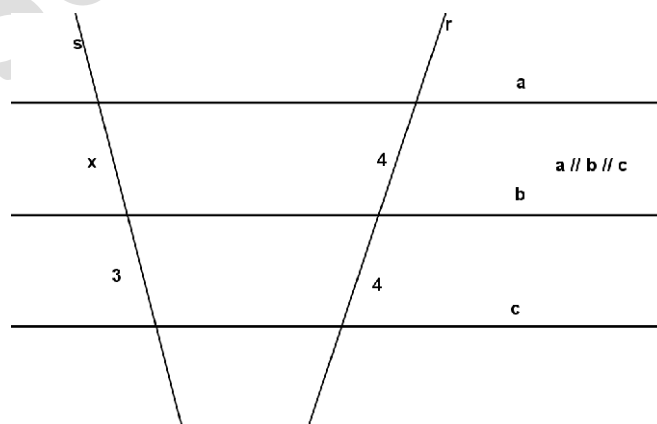
Como fizemos a suposição de que $\overline{AB} = \overline{BC}$, teremos que $\overline{AF} = \overline{B'G}$

Tomando os triângulos $A'FB'$ e $B'GC'$, teremos que os ângulos \widehat{FAB} e $\widehat{GB'C'}$ são congruentes, pois são ângulos correspondentes, assim como os ângulos $\widehat{AB'F}$ e $\widehat{B'C'G}$. Sendo assim, concluiremos que os ângulos $\widehat{A'FB'}$ e $\widehat{B'GC'}$ também serão congruentes.

Como sabemos que $\overline{AF} = \overline{B'G}$, então os triângulos $A'FB'$ e $B'GC'$ são semelhantes pelo caso ALA e, portanto, $\overline{A'B'} = \overline{B'C'}$

Concluimos então que, supondo-se $\overline{AB} = \overline{BC}$ teremos, então, que $\overline{A'B'} = \overline{B'C'}$.

3.3 Determinar a medida indicada por x :



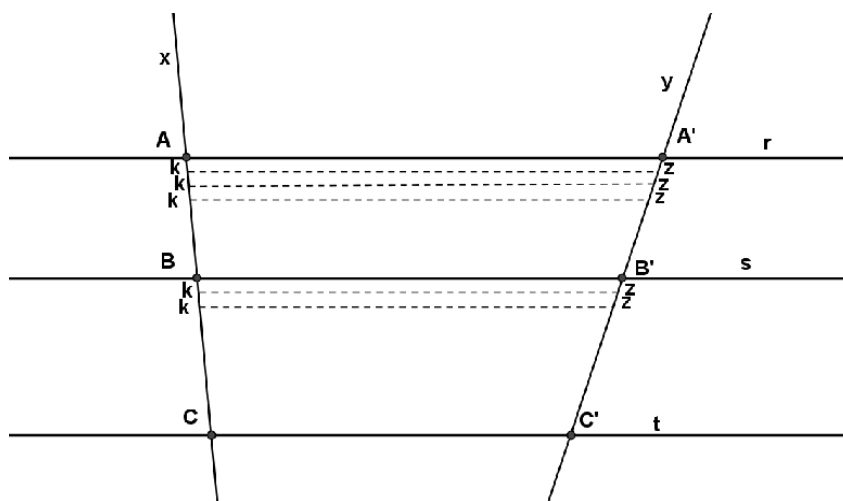
Espera-se que o estudante responda, $x = 3$, sem recorrer a outros procedimentos, comparando os segmentos formados.

Segmentos proporcionais II – Leitura

Na demonstração anterior, fizemos a suposição de que $\overline{AB} = \overline{BC}$. E se isso não ocorrer, ou seja, $\overline{AB} \neq \overline{BC}$?

No caso de $\overline{AB} \neq \overline{BC}$, a distância entre as retas r e s será diferente da distância entre as retas s e t e, neste caso, poderemos fazer a seguinte demonstração:

Vamos dividir os segmentos AB e BC por uma unidade k , e os segmentos $A'B'$ e $B'C'$ por uma unidade z , conforme a figura:



Neste caso, o segmento AB terá uma quantidade a de unidades k , o segmento $A'B'$ terá uma quantidade a de unidades z , enquanto o segmento BC terá uma quantidade b de unidades k e o segmento $B'C'$ terá uma quantidade b de unidades z .

Assim, poderemos escrever:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{k \cdot a}{k \cdot b} = \frac{a}{b}$$

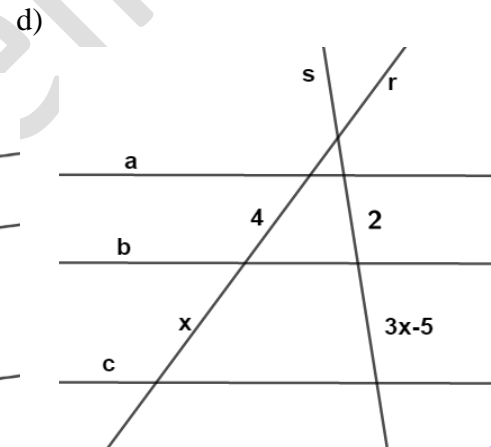
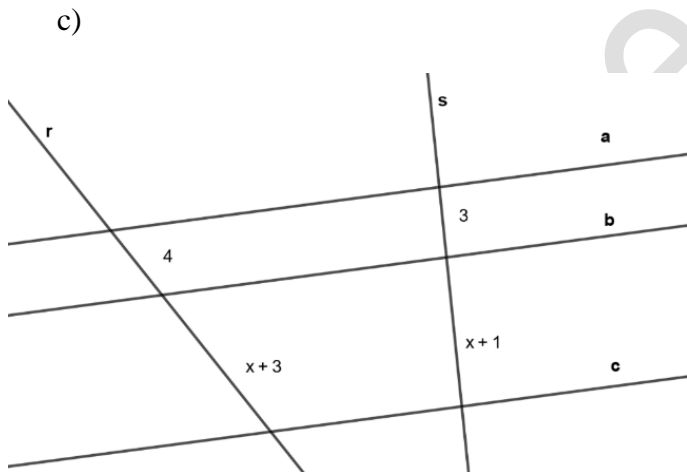
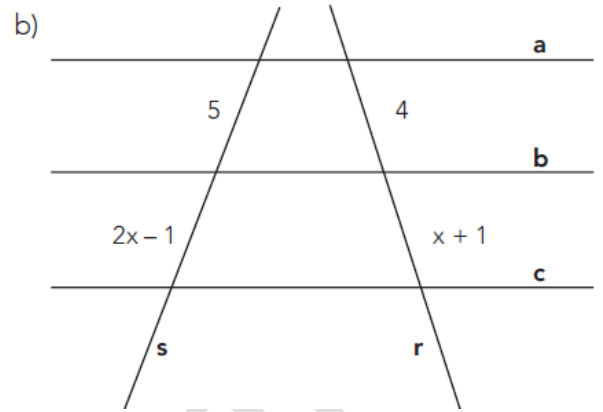
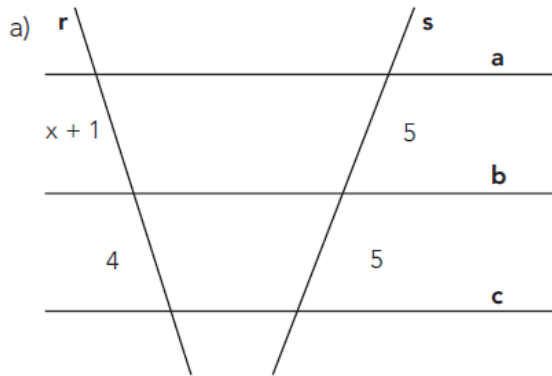
$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}} = \frac{z \cdot a}{z \cdot b} = \frac{a}{b}$$

Com esses resultados, concluímos que:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}$$

Provamos assim que um feixe de retas paralelas interceptadas por retas transversais forma segmentos proporcionais sobre as transversais, que é o princípio do teorema conhecido como Teorema de Tales.

3.4 Junto com um colega, resolva os exercícios a seguir para encontrar o valor de x , sabendo que as retas a , b e c são paralelas e determinam nas retas transversais r e s segmentos cujas medidas estão indicadas em cm.



a) $\frac{x+1}{4} = \frac{5}{5} \Rightarrow 5x + 5 = 20 \Rightarrow 5x = 15 \Rightarrow x = 3 \text{ cm}$

b) $\frac{5}{2x-1} = \frac{4}{x+1} \Rightarrow 8x - 4 = 5x + 5 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3 \text{ cm}$

c) $\frac{4}{x+3} = \frac{3}{x+1} \Rightarrow 4x + 4 = 3x + 9 \Rightarrow x = 5 \text{ cm}$

d) $\frac{4}{x} = \frac{2}{3x-5} \Rightarrow 12x - 20 = 2x \Rightarrow 10x = 20 \Rightarrow x = 2 \text{ cm}$

ATIVIDADE 4 – TEOREMA DE TALES – APLICAÇÃO

Objetivo: Aplicar o Teorema de Tales nos triângulos.

Conversa inicial: Vamos fazer duas aplicações práticas: uma com o Teorema de Tales nos triângulos, e outra a outra, é a resolução de um problema mais prático que recai na aplicação dos triângulos.

4.1 Em grupo, façam uma pesquisa sobre Tales e seu Teorema. Tragam curiosidades sobre o tema para compartilhar com a classe.

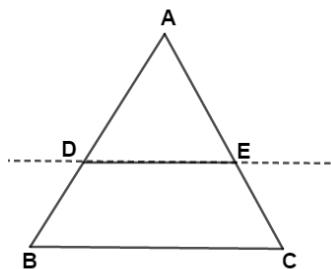
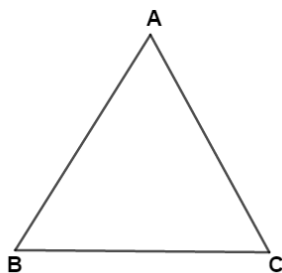
No dia agendado para apresentarem a pesquisa, organize os estudantes de forma que todos possam participar. Uma sugestão seria antecipadamente verificar com os estudantes qual o formato da apresentação, assim você poderá organizar os tempos dos grupos e o espaço.

Demonstração – Leitura

Professor, faça a leitura e demonstração com os estudantes, explicando o procedimento e o passo a passo da demonstração

Agora que você já conhece o Teorema de Tales – “Um feixe de retas paralelas determina, sobre duas transversais quaisquer, segmentos proporcionais” –, vamos aplicá-lo para demonstrar que “Toda paralela a um dos lados de um triângulo determina outro triângulo de lados proporcionais ao primeiro”.
Vamos lá!

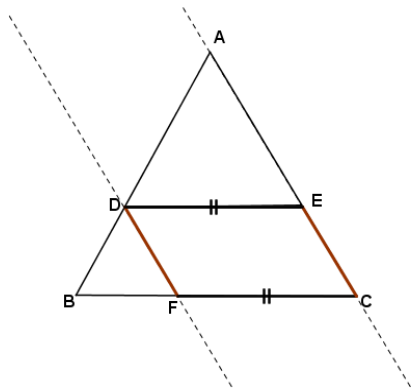
Em um triângulo ABC, traçaremos uma paralela a um dos lados – no caso, o lado BC.



Temos então $DE \parallel BC$, com AB e AC transversais. Aplicando o Teorema de Tales, temos:

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{AC}} \quad (I)$$

Vamos agora traçar uma paralela ao lado AC pelo ponto D, que cortará o lado BC no ponto F.



Observe que temos um paralelogramo DFCE e, então: **DE** \equiv **FC** e **DF** \equiv **EC**.

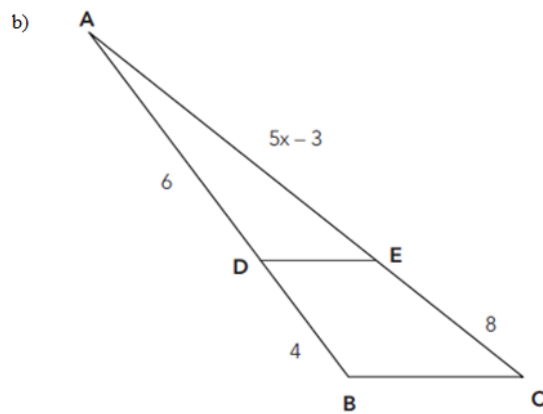
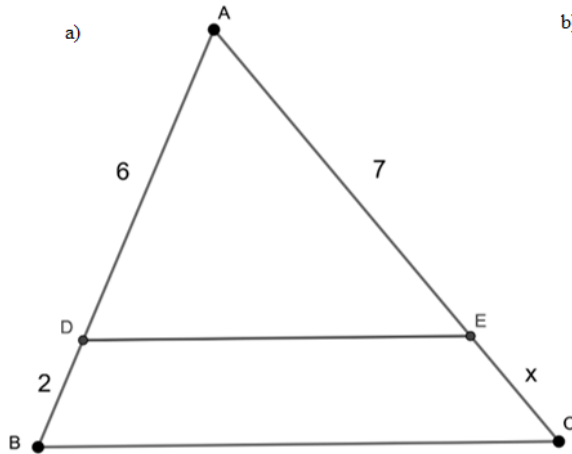
Temos então DF // AC, com AB e BC transversais. Aplicando o Teorema de Tales, temos:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{FC}} \Leftrightarrow \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FC}}{\overline{BC}} \quad (\text{II})$$

De (I) e (II), temos $\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{FC}}{\overline{BC}}$, mas FC \equiv DE, então $\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{BC}}$.

Logo, os lados do triângulo ADE são proporcionais aos respectivos lados do triângulo ABC.

4.2 Nas figuras a seguir, temos $DE \parallel BC$. Considerando a propriedade do Teorema de Tales nos triângulos, encontre o valor da medida x , sabendo que as medidas são dadas em cm:

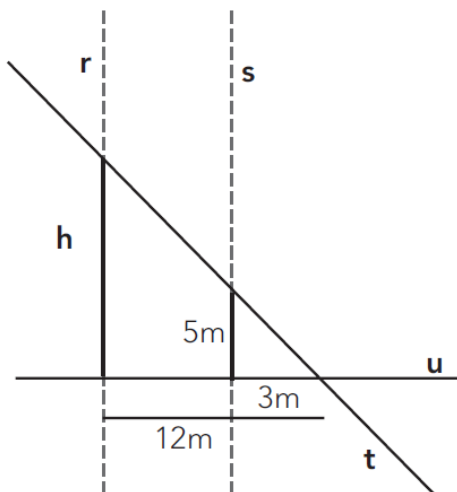


$$(a) \frac{6}{2} = \frac{7}{x} \Rightarrow x = \frac{7}{3} \text{ cm}$$

$$(b) \frac{6}{4} = \frac{5x - 3}{8} \Rightarrow 20x = 48 + 12 \Rightarrow x = 3 \text{ cm}$$

4.3 A professora Inês, conversando com seus alunos Rodrigo e Beth, propôs o seguinte problema: Em uma determinada hora do dia, o prédio da escola projeta uma sombra de 12 m, e uma árvore plantada ao lado, com 5 metros de altura, projeta uma sombra de 3 m. Se mais tarde a sombra da árvore diminuir em um metro, qual será a sombra do prédio da escola? Os alunos prontamente responderam 11 m ($12 - 1 = 11$). “Opa!”, disse a professora Inês, “Vamos transcrever os dados em uma folha e discutir.”

Vamos ajudar Rodrigo e Beth na solução deste problema?



Tem-se o prédio e a árvore sobre as retas paralelas (r e s) e suas projeções nas retas transversais (t e u), pelo Teorema de Tales podemos escrever:

$$\frac{h}{5} = \frac{12}{3} \rightarrow 3h = 60 \rightarrow h = 20 \text{ m é a altura do prédio.}$$

A sombra da árvore diminuiu em um metro, passou para 2 m, mas a altura do prédio e a altura da árvore continuam a mesma, então teremos

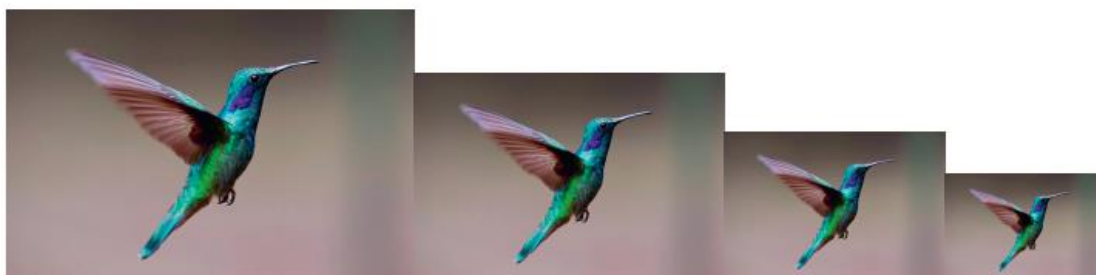
$$\frac{20}{x} = \frac{5}{2} \rightarrow 5x = 40 \rightarrow x = 8 \text{ m}$$

ATIVIDADE 5 – SEMELHANÇA

Objetivo: Reconhecer a semelhança entre figuras.

Conversa inicial: Antes de entrar em semelhança de triângulos é pertinente que os estudantes relembrem figuras e polígonos semelhantes, por meio de ampliações e ou reduções, observando a constante de proporcionalidade entre os pares de lados e a igualdade entre os ângulos correspondentes. A utilização de *softwares* será bem interessante, caso não possua acesso a *softwares* disponibilize instrumentos de medição e calculadora. Provavelmente, alguns estudantes necessitarão de atenção especial para a utilização do transferidor e, na construção de triângulos, com o manuseio do compasso. A partir da imagem, discuta com os estudantes se consideram a figura semelhante, solicite também que justifiquem as respostas. A semelhança entre figuras, tem diversas aplicabilidades no cotidiano, como na elaboração de maquetes, ampliação de fotos, medições de distância (teorema de Tales) entre outras questões envolvendo proporcionalidade na Geometria.

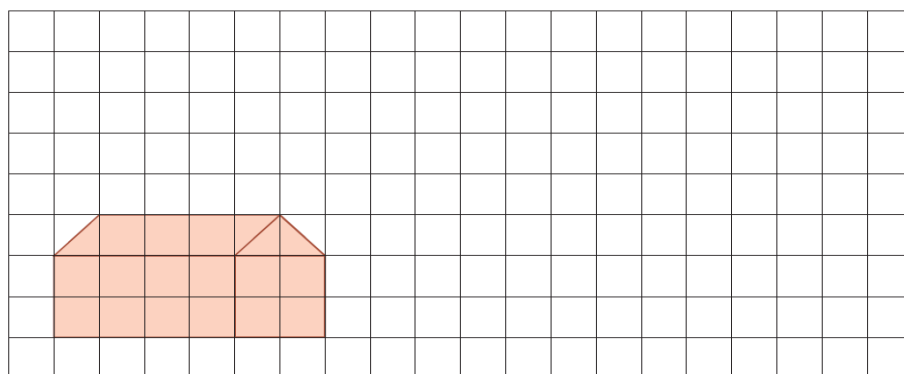
5.1 Você considera essas figuras semelhantes? Justifique sua resposta.



<https://pixabay.com/pt/photos/beija-flor-p%C3%A1ssaro-trochilidae-voar-2139279/>

Resposta pessoal. Espera-se que o estudante realize a análise das imagens, e perceba a relação de semelhança entre elas, partindo da redução ou ampliação proporcional de suas dimensões.

5.2 Amplie ou reduza a figura abaixo na malha quadriculada e descreva o processo que usou.



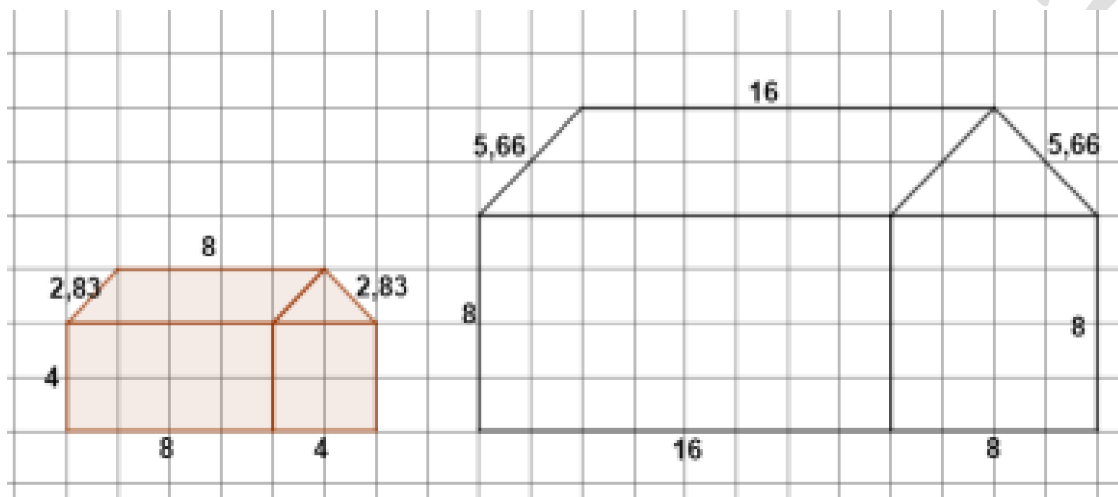
Observe se as justificativas contemplam: proporcionalidades entre os lados dos polígonos originais (ampliação/redução) bem como a igualdade entre os ângulos correspondentes.

5.3 Identifique os polígonos que formam a figura original, assim como os da figura que você ampliou ou reduziu. (Quais são eles?)

Paralelogramo, triângulo, retângulo e quadrado.

5.4 Agora, utilizando uma régua, meça os lados dos polígonos originais e os da sua ampliação ou redução, e encontre a constante de proporcionalidade entre os lados correspondentes de todos os polígonos. Após o cálculo, o que você concluiu?

A seguir, um exemplo de cálculo que o estudante deverá fazer, considerando as medidas encontradas por ele.



Temos a figura ampliada corresponde ao dobro da figura original, ou seja, a constante de proporcionalidade é igual a 2. Esta constante indica a proporcionalidade entre as figuras.

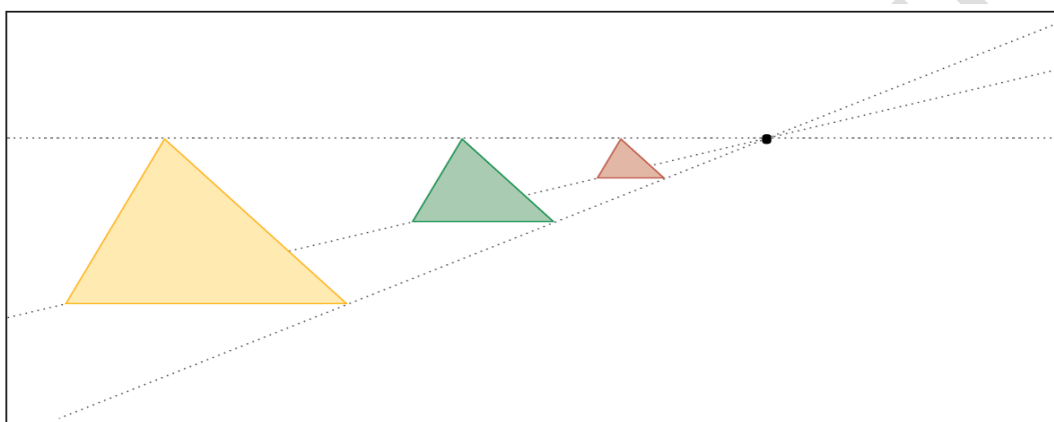
ATIVIDADE 6 – SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

Objetivo: Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.

Conversa inicial:

Explore as ideias de semelhança a partir do que já foi trabalhado anteriormente. Os casos de semelhança podem ser desenvolvidos por construção ou por meio de pesquisa. Organize os estudantes para que investiguem a semelhança entre triângulos. Abordar o tema a partir do resultado da pesquisa dos estudantes é uma estratégia para envolvê-los no assunto.

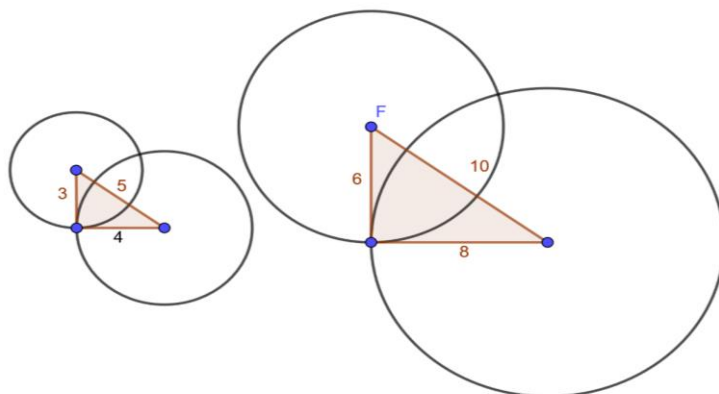
6.1 Observe as figuras abaixo:



É possível afirmar que temos uma ideia de semelhança? Justifique.

Explore com os estudantes a ideia de semelhança. Uma possibilidade é medir os lados dos triângulos e fazer uma relação entre eles.

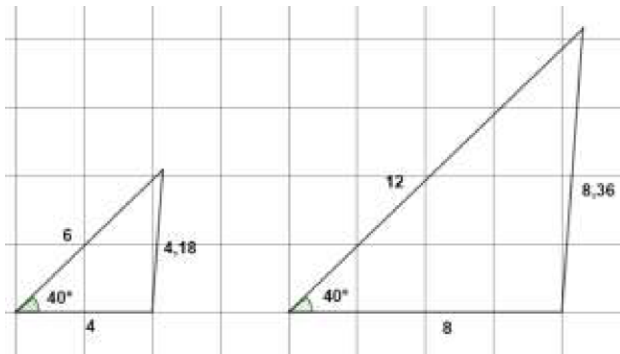
6.2 Utilizando um compasso, construa dois triângulos: um com lados 3 cm; 4 cm e 5 cm e outro com lados 6 cm; 8 cm e 10 cm. Há semelhança entre eles?



Sim, há semelhança, pois, os pares de lados correspondentes são proporcionais.

Obs: A construção ao lado foi feita com *software*, caso tenha a possibilidade de usar um *software*, é uma opção para os estudantes, mas caso contrário, a proposta com régua e compasso também auxiliará os estudantes a desenvolverem a atividade.

6.3 Construa um triângulo com um lado de 4 cm e outro de 6 cm formando um ângulo de 40° . Depois construa outro triângulo, com um lado de 8 cm e outro de 12 cm formando um ângulo de 40° . Os triângulos são semelhantes? Justifique sua resposta.



Sim, são semelhantes, pois a constante de proporcionalidade entre os pares de lados correspondentes é igual a 2.

ATIVIDADE 7 – CASOS DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

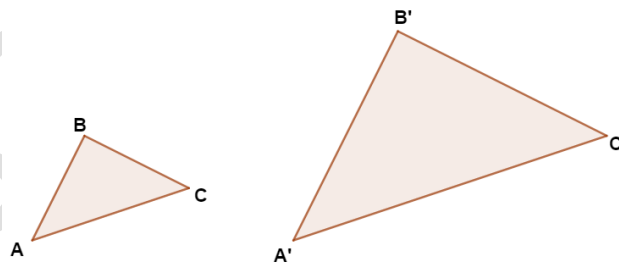
Objetivo: Reconhecer os casos de semelhança entre triângulos.

Conversa inicial: É importante discutir com os estudantes as condições necessárias entre lados e ângulos para que duas figuras sejam semelhantes.

Vamos relembrar alguns casos de semelhança de triângulos:

Caso lado-lado-lado (indicado por **LLL**):

Se dois triângulos têm as medidas dos três pares de lados correspondentes proporcionais, então eles são triângulos semelhantes.

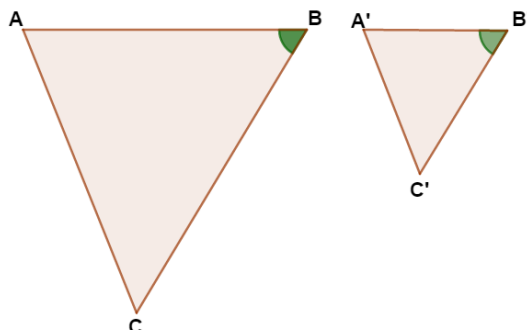


$$\text{Se } \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$$

Então: $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

(o triângulo ABC é semelhante ao triângulo A'B'C')

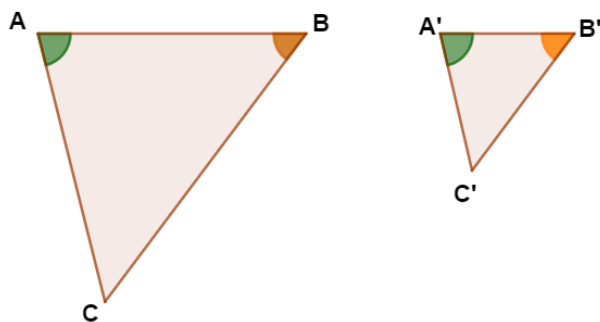
Caso lado-ângulo-lado (indicado por **LAL**):



Se $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}$ e $\hat{A}BC \equiv \hat{A'B'C'}$

Então: $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$

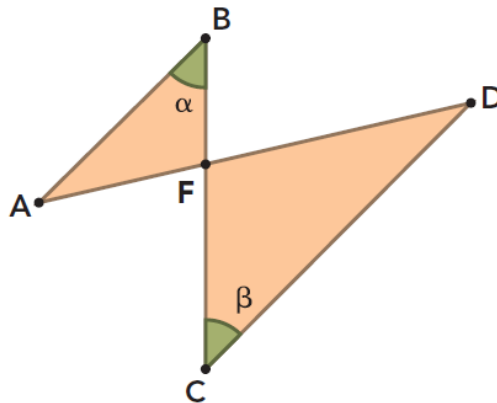
Caso ângulo-ângulo (indicado por **AA**):



Se $\hat{A}BC \equiv \hat{A'B'C'}$ e $\hat{C}AB \equiv \hat{C'A'B'}$

Então: $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$

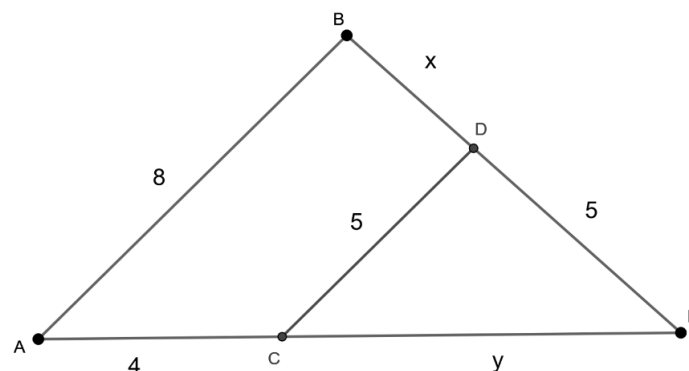
7.1 Considerando que α e β são ângulos congruentes, os triângulos ABF e CFD são semelhantes? Justifique.



Os triângulos são semelhantes pelo caso AA.

$$(\widehat{BFA} \equiv \widehat{CFD} \text{ (o.p.v.) e } \alpha \cong \beta)$$

7.2 Considerando que os segmentos \overline{AB} e \overline{CD} são paralelos e que as medidas são dadas em cm:



a) Quantos triângulos temos na figura?

Temos dois: os triângulos ABE e CDE .

b) Justifique o motivo de os triângulos da figura serem semelhantes.

Porque

$\widehat{BAE} \widehat{DCE}$ (são ângulos correspondentes)

$\widehat{ABE} \widehat{CDE}$ (são ângulos correspondentes)

$\widehat{E} \widehat{E}$ (ângulo comum aos dois triângulos)

c) Qual é a constante de proporcionalidade entre os pares de lados correspondentes?
 $\frac{8}{5}$.

d) Qual é a medida indicada por x?

$$\frac{x+5}{5} = \frac{8}{5} \Rightarrow 5x+25=40 \Rightarrow x = \frac{15}{5} \Rightarrow x = 3 \text{ cm}$$

e) Qual é a medida indicada por y?

$$\frac{y+4}{y} = \frac{8}{5} \Rightarrow 8y = 5y+20 \Rightarrow y = \frac{20}{3} \text{ cm}$$

7.3 Agora que terminamos a situação de aprendizagem 7, construa um mapa mental em seu caderno com os principais assuntos estudados nessa situação de aprendizagem.

Resposta pessoal.

ATIVIDADE 8 – UM POUCO MAIS SOBRE SEMELHANÇA - POLÍGONOS

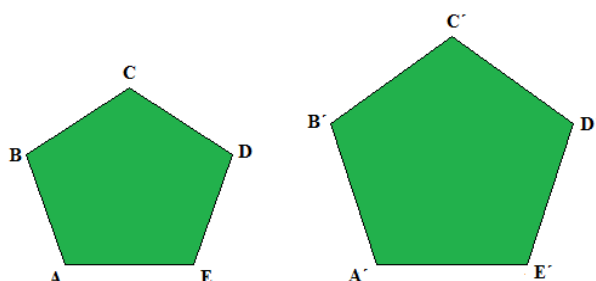
Objetivo: Reconhecer os casos de semelhança de outros polígonos.

Conversa inicial: Nesta atividade, apresentamos mais alguns casos de semelhança entre polígonos.

8.1 Dois polígonos são semelhantes quando eles possuem o mesmo número de lados e atendem às seguintes condições:

- Ângulos internos correspondentes congruentes.
- Lados correspondentes proporcionais.

Como exemplo, temos que os pentágonos a seguir são semelhantes:



Sendo assim:

Ângulos	Lados
$A \equiv A'$	$AB \equiv A'B'$
$B \equiv B'$	$BC \equiv B'C'$
$C \equiv C'$	$CD \equiv C'D'$
$D \equiv D'$	$DE \equiv D'E'$
$E \equiv E'$	$EA \equiv E'A'$

Com relação à razão de semelhança, ou seja, a razão entre os lados correspondentes de polígonos semelhantes e o coeficiente de ampliação ou de redução desses polígonos, observa-se que:

- Existe ampliação se, e somente se, a razão entre os lados correspondentes é maior que 1.
- Existe redução se, e somente se, a razão entre os lados correspondentes é maior que zero e menor que 1.

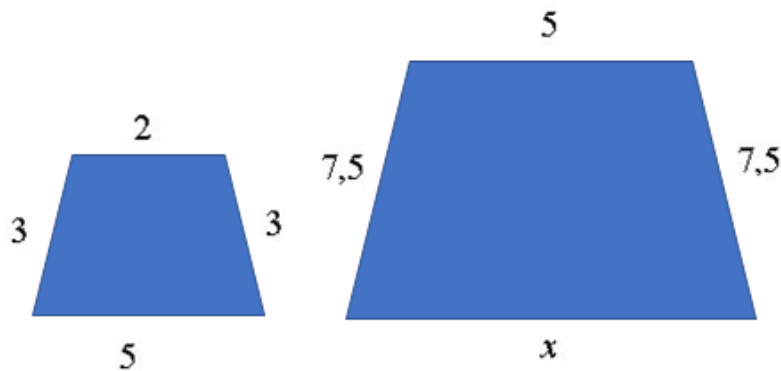
Praticando os cálculos de semelhança:

- a) Um quadrado foi construído com lados medindo 30 cm. Depois, um segundo quadrado foi construído com lados medindo 15 cm. Calcule a razão de semelhança do segundo quadrado em relação ao primeiro e identifique se o coeficiente é de ampliação ou de redução.

A razão de semelhança entre os lados desses quadrados é dada por: $\frac{15}{30} = 0,5$

Então, como a razão é menor que 1, o coeficiente é de redução e dizemos que equivale a uma constante $k = 0,5$.

- b) Determine o valor da medida x , sabendo que os trapézios da figura a seguir são semelhantes com medidas em cm.



Primeiro, é preciso conhecer a razão entre os lados correspondentes.

$$\frac{7,5}{3} = 2,5 \text{ e } \frac{5}{2} = 2,5$$

Então, o coeficiente de ampliação do maior trapézio em relação ao menor equivale à constante $k = 2,5$.

Assim: $\frac{x}{5} = 2,5 \Rightarrow x = 12,5 \text{ cm}$

- c) Dois polígonos MNPQ e RSTU são semelhantes. Supondo que os ângulos internos do polígono RSTU sejam todos congruentes, justifique porque a medida do ângulo interno M, do polígono MNPQ, é 90° :

Se os dois polígonos são semelhantes, os ângulos internos correspondentes têm a mesma medida.

Como todos os ângulos do polígono RSTU são congruentes, o ângulo M terá a medida de qualquer um deles.

Para calcular a medida de um dos ângulos de RSTU, deve-se pensar o seguinte: RSTU é um quadrilátero, cuja soma dos ângulos internos é dada por:

$$S = (n - 2)180^\circ$$

$$S = (4 - 2)180^\circ$$

$$S = (2)180^\circ$$

$$S = 360^\circ$$

Como os ângulos internos desse polígono são todos congruentes, então, basta dividir 360° por 4 para encontrar a medida de cada ângulo e, conseqüentemente, a medida do ângulo M.

$$\frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$$

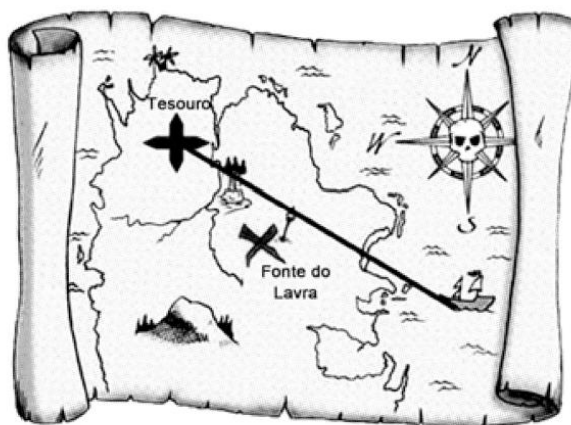
Fonte dessa atividade: <<https://brasilecola.uol.com.br/matematica/semelhanca-de-poligonos.htm>.> Acesso em: 24/09/2020.

TESTE SEU CONHECIMENTO

1. (ENEM 2009) A rampa de um hospital tem na sua parte mais elevada uma altura de 2,2 metros. Um paciente ao caminhar sobre a rampa percebe que se deslocou 3,2 metros e alcançou uma altura de 0,8 metro. A distância em metros que o paciente ainda deve caminhar para atingir o ponto mais alto da rampa é:

- (A) 1,16 metro
- (B) 3,0 metros
- (C) 5,4 metros
- (D) 5,6 metros
- (E) 7,04 metros

2. (ENEM 2018) Um mapa é a representação reduzida e simplificada de uma localidade. Essa redução, que é feita com o uso de uma escala, mantém a proporção do espaço representado em relação ao espaço real. Certo mapa tem escala 1: 58 000 000.



Disponível em: <http://oblogdedaynabright.blogspot.com.br>. Acesso em: 9 ago. 2012.

Considere que, nesse mapa, o segmento de reta que liga o navio à marca do tesouro meça 7,6 cm. A medida em quilômetro desse segmento de reta é:

- (A) 4 408
- (B) 7 632
- (C) 44 080
- (D) 76 316
- (E) 440 800

3. (ENEM 2017) O resultado de uma pesquisa eleitoral, sobre a preferência dos eleitores em relação a dois candidatos, foi representado por meio do Gráfico 1.

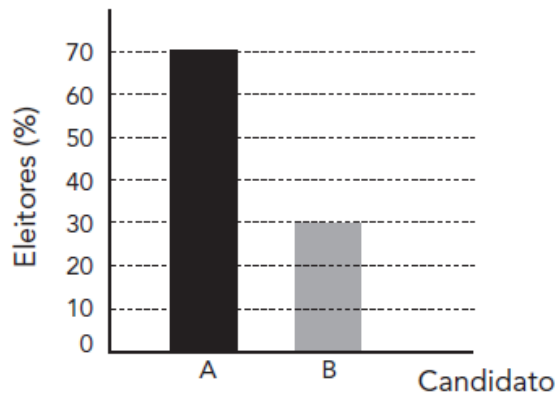
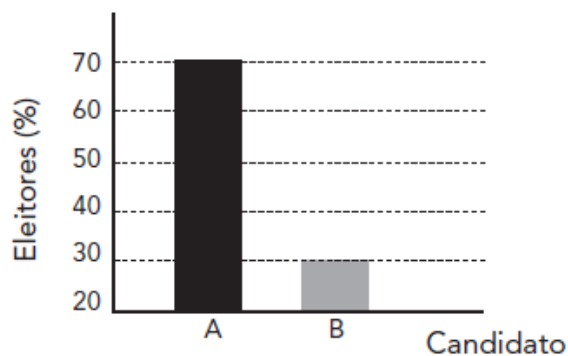


Gráfico 1

Ao ser divulgado esse resultado em jornal, o Gráfico 1 foi cortado durante a diagramação, como mostra o Gráfico 2.



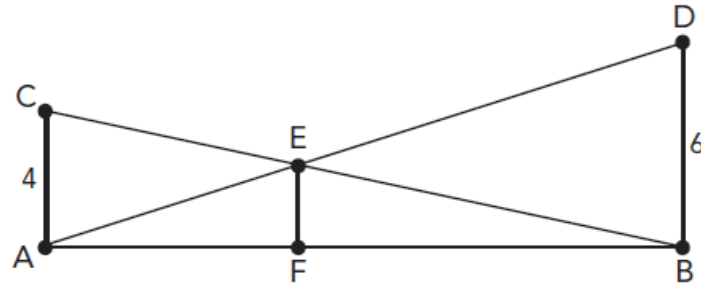
Apesar de os valores apresentados estarem corretos e a largura das colunas ser a mesma, muitos leitores criticaram o formato do Gráfico 2 impresso no jornal, alegando que houve prejuízo visual para o candidato B.

A diferença entre as razões da altura da coluna B pela coluna A nos gráficos 1 e 2 é:

- (A) 0
- (B) $\frac{1}{2}$
- (C) $\frac{1}{5}$
- (D) $\frac{2}{15}$
- (E) $\frac{8}{35}$

4. (ENEM 2013) O dono de um sítio pretende colocar uma haste de sustentação para melhor firmar dois postes de comprimentos iguais a 6 m e 4 m. A figura representa a situação real na qual os postes são descritos pelos segmentos AC e BD e a haste é representada pelo segmento EF, todos perpendiculares ao solo, que é indicado pelo segmento de reta AB.

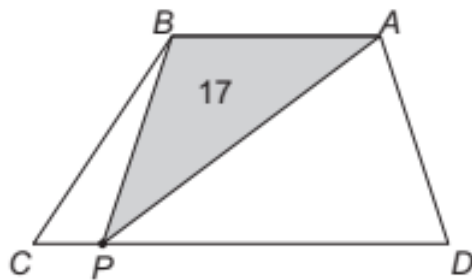
Os segmentos AD e BC representam cabos de aço que serão instalados.



Qual deve ser o valor do comprimento da haste EF?

- (A) 1 m
- (B) 2 m
- (C) 2,4 m
- (D) 3 m
- (E) $2\sqrt{6}$ m

5. (OBMEP 2018) No trapézio ABCD da figura, os lados AB e CD são paralelos e o comprimento de CD é o dobro do comprimento de AB. O ponto P está sobre o lado CD e determina um triângulo ABP com área igual a 17. Qual é a área do trapézio ABCD?



- (A) 32
- (B) 34
- (C) 45
- (D) 51
- (E) 68