SÃO PAULO
GOVERNO DO ESTADO
Secretaria de Educação

# APRENDER SEMPRE

VOLUME 4

6º AO 9º ANO
ENSINO FUNDAMENTAL

MATEMÁTICA
2021

PROFESSOR

**Governo do Estado de São Paulo**

Governador
**João Doria**

Vice-Governador
**Rodrigo Garcia**

Secretário da Educação
**Rossieli Soares da Silva**

Secretária Executiva
**Renilda Peres de Lima**

Chefe de Gabinete
**Henrique Cunha Pimentel Filho**

Coordenador da Coordenadoria Pedagógica
**Caetano Pansani Siqueira**

Presidente da Fundação para o Desenvolvimento da Educação
**Nourival Pantano Junior**

# APRESENTAÇÃO

Estas sequências didáticas/de atividades foram elaboradas com o intuito de oferecer um suporte adicional aos estudantes, auxiliando-os no processo de recuperação e aprofundamento de aprendizagens essenciais para seu percurso educacional.

Com o intuito de favorecer a aprendizagem de todos os estudantes, não deixando ninguém para trás, serão oferecidas, além das sequências de atividades, avaliações diagnósticas e formativas para acompanhar a evolução da aprendizagem dos estudantes e direcionar o ensino às suas necessidades; e formações, com foco no uso do resultado das avaliações e no desenvolvimento das atividades presentes neste material.

Os materiais, as avaliações e as formações do Programa de Recuperação e Aprofundamento estão articulados entre si, fortalecendo o desenvolvimento das habilidades essenciais para o percurso educacional dos estudantes.

Essas habilidades essenciais foram selecionadas a partir de análises do Currículo Paulista no Ensino Fundamental e na 1ª série do Ensino Médio, e do Currículo Oficial vigente na 2ª e 3ª séries do Ensino Médio, dos resultados do SARESP 2019 e da Avaliação Diagnóstica de Entrada (ADE), de 2020, em um trabalho conjunto entre a equipes curriculares da Coordenadoria Pedagógica (COPED), PCNP e professores da rede. Considerando a importância da continuidade do trabalho de recuperação iniciado em 2020, a matriz de habilidades do Programa de Recuperação e Aprofundamento, que serviu de base a este material, foi elaborado tendo em conta um ciclo de progressão das aprendizagens de 2020 a 2021.

As sequências didáticas/de atividades de Língua Portuguesa e Matemática contam com orientações didáticas que auxiliarão no trabalho para o desenvolvimento das habilidades essenciais de cada ano/série, de forma articulada aos demais materiais disponibilizados pela SEDUC.

Para favorecer esse entrelaçamento, há indicações de como utilizar as sequências didáticas/de atividades juntamente com o Ler e Escrever, o EMAI e o São Paulo Faz Escola.

Cada professor, a partir de seu contexto, poderá utilizar essas sequências didáticas/de atividades para promover o desenvolvimento dos estudantes, de acordo com as necessidades de cada um, com o objetivo de oferecer a todos oportunidades de aprendizagem, não deixando ninguém para trás.

Desejamos a todos um excelente trabalho!

Coordenadoria Pedagógica - Coped

# ANOTAÇÕES

6º ANO

<table>
<tr><th colspan="4">6º ano do Ensino Fundamental - Matemática</th></tr>
<tr><th>SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES</th><th>OBJETO DE CONHECIMENTO</th><th>HABILIDADES ESSENCIAIS</th><th>ARTICULAÇÃO DE MATERIAS</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Propriedades da igualdade.<br>Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo.</td><td>(EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.<br>(EF06MA15) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.</td><td>Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 6° ano<br>V.1, SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 3<br>ATIVIDADE 2 – EXPRESSÕES NUMÉRICAS<br>V.3, SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 2<br>ATIVIDADE 1 – PROBLEMAS DE PARTILHA EM DUAS PARTES DESIGUAIS</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Problemas de contagem, combinando elementos de uma coleção com todos os elementos de outra coleção.<br>Cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável.<br>Cálculo de probabilidade por meio de muitas repetições de um experimento (frequências de ocorrências e probabilidade frequentista)</td><td>(EF05MA09) Resolver e elaborar situações-problema simples de contagem envolvendo o princípio multiplicativo, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra coleção, por meio de diagramas de árvore ou por tabelas.<br>(EF06MA30) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos, reconhecendo e aplicando o conceito de razão em diversos contextos. (proporcionalidade, escala, velocidade, porcentagem etc.)</td><td>Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 5° ano<br>V.2, SEQUÊNCIA 18<br>Disponível em: https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/educacao-infantil-e-ensino-fundamental/materiais-de-apoio-2/<br>Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 6° ano<br>V.3, SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 7<br>ATIVIDADE 1 – EVENTO ALEATÓRIO<br>ATIVIDADE 2 – PROBABILIDADE<br>ATIVIDADE 3 – PROBABILIDADE DE EVENTOS SUCESSIVOS</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Leitura, coleta, classificação interpretação e representação de dados em tabelas de dupla entrada, gráfico de colunas agrupadas, gráficos pictóricos e gráfico de linhas.</td><td>(EF05MA24) Analisar e Interpretar dados estatísticos apresentados em textos, tabelas (simples ou de dupla entrada) e gráficos (colunas agrupadas ou linhas), referentes a outras áreas do conhecimento ou a outros contextos, como saúde e trânsito, e produzir textos com o objetivo de sintetizar conclusões.<br>(EF05MA25) Realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas e numéricas, organizar dados coletados por meio de tabelas, gráficos de colunas, pictóricos e de linhas, com e sem uso de tecnologias digitais, e apresentar texto escrito sobre a finalidade da pesquisa e a síntese dos resultados.</td><td>Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 5° ano<br>V.2, SEQUÊNCIA 21<br>Disponível em: https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/educacao-infantil-e-ensino-fundamental/materiais-de-apoio-2/</td></tr>
</table>

# SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

# 6º ANO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

## OLÁ, PROFESSOR!

Nesta Sequência de Atividades, falamos diretamente com você que está aí, na sala de aula, no convívio direto com os estudantes. Estes terão oportunidade de se envolver com atividades que possibilitam a retomada de conceitos, propriedades e procedimentos essenciais para o desenvolvimento de seus conhecimentos e capacidades em Matemática.

A Sequência de Atividades deve ser desenvolvida considerando os protocolos de higiene e de distanciamento social, favorecendo a interação, o compartilhamento de conhecimentos e a colaboração. Além disso, as socializações das atividades, por parte dos estudantes, são percebidas como oportunidades de desenvolvimento de habilidades e competências que dizem respeito à cooperação, à empatia, à argumentação, à comunicação, entre outras.

Vale ressaltar que os estudantes devem chegar ao final da Sequência de Atividades sendo capazes de reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas, além de resolver problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes do todo.

A escolha das habilidades foi feita por meio de análises realizadas dos resultados das avaliações ADE (Avaliação Diagnóstica de Entrada/2019) e SARESP (Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo) que revelaram fragilidades dos estudantes com relação às habilidades **(EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas e (EF06MA15) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.**

| Aula/tempo | Tema da aula |
|---|---|
| 1ª e 2ª/90 min | Em Matemática, o que é igualdade? |
| 3ª e 4ª/90 min | Igualdade matemática: números desconhecidos? |
| 5ª e 6ª/90 min | Problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais: como resolvê-los? |
| 7ª e 8ª/90 min | Problemas envolvendo a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo: como resolvê-los? |

Para apoiá-lo nessa ação, a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo fornece, por meio do Centro de Mídias, formação continuada quinzenal acerca das Sequências de Atividades. Tais formações acontecerão nos momentos das Aulas de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPC).

Desejamos a você e aos estudantes um ótimo trabalho!

# SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

## AULAS 1 E 2 – EM MATEMÁTICA, O QUE É IGUALDADE?

Objetivos das aulas:
- Compreender a ideia de igualdade;
- Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao somar ou subtrair, nos dois membros, um mesmo número;
- Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao multiplicar ou dividir, nos dois membros, um mesmo número;
- Resolver problema reconhecendo que a relação de igualdade matemática não se altera ao somar, subtrair, multiplicar ou dividir, nos dois membros, um mesmo número.

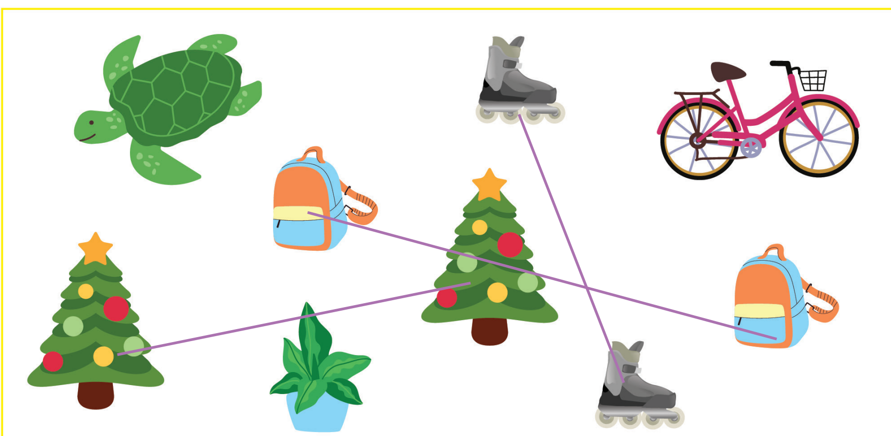
Fonte: Pixabay

**O que é uma igualdade?**

Uma igualdade é quando não temos diferença entre dois objetos; dizemos que eles são iguais.

**Agora é com você!**

1. Observe os objetos representados no quadro a seguir.


Fonte: Canva

a. Ligue os objetos que são iguais.

b. Resgistre, no espaço a seguir, quais os objetos representados no quadro que não apresentam relação de igualdade.

**Resposta: A tartaruga, o vaso de planta e a bicicleta.**

## AULAS 1 E 2 – EM MATEMÁTICA, O QUE É IGUALDADE?

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Presencialmente: estudantes sentados individualmente ou em duplas produtivas, respeitando os protocolos de higiene e o distanciamento social.

Remotamente: estudantes em pequenos grupos. Com a orientação do professor, podem se organizar em meios digitais para discutir, realizar e socializar as atividades.

### MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

### INICIANDO

Inicie uma conversa com a turma informando que, no decorrer de oito aulas, serão estudados conceitos relacionados à álgebra. Sugerimos que conte para os estudantes que a origem da álgebra se encontra nas antigas civilizações da Babilônia e do Egito. Por volta de 400 d. C, Diofanto, da região de Alexandria, no Egito, já estudava a representação dos números por símbolos. Para os estudiosos, o matemático Alexandrino Diofanto é considerado o pai da álgebra.

Explique que, nos estudos de álgebra, utilizamos símbolos para representar números desconhecidos, quando um número qualquer pertence a um conjunto numérico e, também, para generalizar relações aritméticas. Pode-se dar, como exemplo, o conjunto dos números

Fonte: Pixabay

**E na Matemática, o que é uma igualdade? Qual símbolo utilizamos para representar uma igualdade?**

Podemos dizer que uma **igualdade** é quando o resultado de duas operações ou quantidades são iguais entre si. Utilizamos o símbolo de = para representar essa relação.

**Agora é com você!**

**2.** Analise as sentenças matemáticas a seguir.

$3 + 5 = 4 + 4$
$32 - 20 = 7 + 5$
$5 \cdot 4 = 10 + 10$
$36 \div 4 = 20 - 11$

Qual conclusão você pode tirar em relação a essas sentenças matemáticas?

**Uma possível reposta:**
**Nas sentenças matemáticas, temos igualdades, pois as partes à esquerda e à direita do sinal de igual (=) têm exatamente o mesmo resultado.**

Fonte: Pixabay

**O que são membros de uma igualdade?**

Nas igualdades, existe sempre uma parte que fica antes do sinal de igual e outra que fica depois. Então, cada uma dessas partes é denominada de membro de uma igualdade. Assim, a parte que fica antes do sinal de igual é o primeiro membro e a parte que fica depois chamamos de segundo membro da igualdade.

**Agora é com você!**

**3.** Analise as representações numéricas a seguir.

$$\underbrace{3+6}_{9} = \underbrace{7+2}_{9} \qquad \underbrace{8+9}_{17} = \underbrace{3+14}_{17} \qquad \underbrace{32-9}_{23} = \underbrace{11+12}_{23}$$

Fonte: elaborado para fins didáticos

O que você observa sobre o resultado dessas operações e o que podemos afirmar?

**Uma possível resposta:**
**Podemos observar que o resultado das operações é sempre igual, por isso, podemos afirmar que ambos os membros representam uma igualdade.**

ímpares, ou seja, se x é um número ímpar, então x pode ser 1, 3, 5, 7, 9 ... Assim, esse símbolo é um número qualquer pertencente ao conjunto de números ímpares. Com a intenção de colocar os estudantes em contato com a História da Matemática, sugerimos que façam uma pesquisa sucinta em meios digitais, ou em livros impressos, do significado e origem da palavra álgebra e de seu estudo através dos tempos.

## DESENVOLVENDO

Verifique se a turma tem, em mãos, o Caderno do Estudante. Para as Aulas 1 e 2 estão previstas dez atividades a serem desenvolvidas durante as duas aulas. Solicite aos estudantes que individualmente ou em duplas, sempre respeitando os protocolos de higiene e o distanciamento social, leiam, analisem e realizem as atividades propostas escolhidas por você, professor, para cada aula.

Circule pela sala, observando como desenvolvem as atividades. Pergunte: "Quais estratégias de resolução estão empregando?"; "Por que dessa forma?"; "O que vocês acham que acontecerá se…?"; entre outros questionamentos.

Peça que alguns voluntários registrem, na lousa, suas respostas e, se possível, que expliquem como pensaram para chegar em uma possível solução da atividade. Caso esteja propondo o trabalho remotamente, use os meios digitais disponíveis para fazer uma conversa sobre o desenvolvimento e compreensão das atividades propostas.

## FINALIZANDO

Finalize as Aulas 1 e 2 construindo, com a turma, uma breve síntese do conteúdo estudado. Essa síntese pode ser registrada na lousa em forma de lista, com tópicos e subtópicos, esquemas ou mapas mentais. Caso a sistematização seja remota, os grupos de estudantes, que você organizou no início das atividades, podem encaminhar, via meios digitais, um breve relatório, podcast, vídeo, mapa mental, entre outras formas de registro.

**4.** Qual das sentenças, a seguir, representa uma igualdade? Justifique a sua resposta.

a. $1 + 19 = 12 + 7$

b. $22 - 14 = 22 + 14$

c. $\boxed{37 + 12 = 20 + 29}$

d. $25 - 7 = 12 + 13$

**Resposta: Gabarito C**
**Para ser uma igualdade, ambos os membros precisam resultar no mesmo valor, ou seja, $37 + 12 = 20 + 29$ ; $37 + 12 = 49$ ; $20 + 29 = 49$ ; $49 = 49$.**

**5.** Responda aos itens a seguir.

a. Verifique se as sentenças, a seguir, são verdadeiras ou falsas. Justifique a sua resposta.

| | |
|---|---|
| ♦ $17 + 5 + 9 = 11 + 12 + 8$<br>**Resposta: Verdadeira, pois**<br>$17 + 5 + 9 = 11 + 12 + 8$<br>$22 + 9 = 23 + 8$<br>$31 = 31$. | ♦ $5 \cdot 10 \div 5 = 100 \div 10$<br>**Resposta: Verdadeira, pois**<br>$5 \cdot 10 \div 5 = 100 \div 10$<br>$50 \div 5 = 10$<br>$10 = 10$. |
| ♦ $20 - 4 - 1 = 30 - 10 - 8$<br>**Resposta: Falsa, pois**<br>$20 - 4 - 1 = 30 - 10 - 8$<br>$16 - 1 = 20 - 8$<br>$15 \neq 12$. | ♦ $98 \div 7 \div 2 = 49 \div 7$<br>**Resposta: Verdadeira, pois**<br>$98 \div 7 \div 2 = 49 \div 7$<br>$14 \div 2 = 7$<br>$7 = 7$. |

b. Escreva duas sentenças envolvendo adição, subtração, multiplicação ou divisão que tenham resultados iguais.

**Uma possível resposta:**
**I) $5 + 18 - 7 = 22 - 10 + 4$**
**II) $8 \cdot 4 \div 2 = 5 + 1 + 10$**

**6.** Na sorveteria de Joaquim há dois freezers para sorvete, um na cor azul e um na cor verde. Ao abrir a sorveteria em um sábado, os freezers tinham a mesma quantidade de sorvetes. Pela manhã, Joaquim vendeu 38 sorvetes do freezer azul. No período da tarde, vendeu 14 do freezer verde e, logo depois, vendeu mais 24 sorvetes desse mesmo freezer.

É correto afirmar que, no final do dia

Espera-se que, ao final dessas duas primeiras aulas, os estudantes observem a importância da utilização de uma linguagem simbólica na representação e modelagem de situações matemáticas como forma de comunicação, ou seja, sejam capazes de resolver problemas reconhecendo que a relação de igualdade matemática não se altera ao somar, subtrair, multiplicar ou dividir, nos dois membros, um mesmo número. Caso observe a existência de estudantes que ainda não tenham se apropriado do que foi estudado nessas aulas ou que queiram se aprofundar nos objetos de conhecimento matemático em pauta, sugerimos plataformas de estudo: Khan Academy e Centro de Mídias da Educação de São Paulo/CMSP.

Sugestão:

1 - Origem da Álgebra. Khan Academy. Disponível em:<https://pt.khanacademy.org/math/algebra-home/alg-intro-to-algebra/alg-overview-of-algebra/v/origins-of-algebra?modal=1>. Acesso em: 01 maio 2021.

2 - CMSP - Matemática - Relações de igualdade. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=SVLCevNvBQo>. Acesso em: 01 maio 2021.

3 – CMSP - Relações de igualdade / Matemática é arte / Resolvendo Multiplicações. Disponível em: <https://repositorio.educacao.sp.gov.br/#!/midia?videoPlay=5206&id=562>. Acesso em: 01 maio 2021.

4 – CMSP - Relações de equivalência: vamos investigar? Disponível em: <https://repositorio.educacao.sp.gov.br/#!/midia?videoPlay=4778&id=562>. Acesso em: 01 maio 2021.

a. o freezer azul ficou com 76 sorvetes a menos que o freezer verde.

b. o freezer azul ficou com 38 sorvetes a menos que o freezer verde.

c. os freezers ficaram com a mesma quantidade de sorvetes.

d. o freezer verde ficou com 38 sorvetes a menos que o freezer azul.

Justifique a sua escolha.

**Resposta: Gabarito C**
**Considerando que a quantidade inicial de sorvetes em cada geladeira era igual e que a quantidade de sorvetes retiradas de cada uma delas também foi igual, conclui-se que as geladeiras ficaram com a mesma quantidade de sorvetes no final do dia.**

**7.** Agora, responda aos itens a seguir.

a. Na sentença 13 – 5 = 2 + 6, se adicionarmos 4 ao primeiro membro, o que deve ser feito no segundo membro para a que a igualdade se mantenha?

**Resposta:**
**Para manter a igualdade na sentença 13 - 5 = 2 + 6, devemos adicionar 4 ao segundo membro. Ou seja, $13 - 5 = 2 + 6 \rightarrow 13 - 5 + 4 = 2 + 6 + 4 \rightarrow 8 + 4 = 8 + 4 \rightarrow 12 = 12$.**

b. Na sentença 44 + 23 = 50 + 17, se subtrairmos 12 do segundo membro, o que deve ser feito no primeiro membro para a que a igualdade se mantenha?

**Resposta:**
**Para manter a igualdade na sentença 44 + 23 = 50 + 17, devemos subtrair 12 do primeiro membro. Ou seja, $44 + 23 = 50 + 17 \rightarrow 44 + 23 - 12 = 50 + 17 - 12 \rightarrow 67 - 12 = 67 - 12 \rightarrow 55 = 55$.**

c. Na sentença 12 + 15 = 20 + 7, se multiplicarmos por 5 o primeiro membro, o que deve ser feito no segundo membro para a que a igualdade se mantenha?

**Resposta: Para manter a igualdade na sentença 12 + 15 = 20 + 7, devemos multiplicar por 5 o segundo membro também. Ou seja, $12 + 15 = 20 + 7 \rightarrow 5 \cdot (12 + 15) = 5 \cdot (20 + 7) \rightarrow 5 \cdot 27 = 5 \cdot 27 \rightarrow 135 = 135$.**

d. Na sentença 78 + 12 = 99 - 9, se dividirmos por 10 o segundo membro, o que deve ser feito no primeiro membro para a que a igualdade se mantenha?

**Resposta:**
**Para manter a igualdade na sentença 78 + 12 = 99 - 9, devemos dividir por 10 o primeiro membro. Ou seja, $78 + 12 = 99 - 9 \rightarrow (78 + 12) \div 10 = (99 - 9) \div 10 \rightarrow 90 \div 10 = 90 \div 10 \rightarrow 9 = 9$.**

8. Leia o problema, represente, por meio de uma sentença matemática, cada uma das situações e registre uma sucinta conclusão.

Marcos e André estão jogando bolinhas de gude com outras crianças. No início da primeira rodada, Marcos tinha 13 bolinhas e perdeu 5. André tinha 2 e ganhou 6. Se Marcos ganhou 6 bolinhas na segunda rodada, quantas bolinhas André precisará ganhar para ficar com a mesma quantidade de Marcos?

**Resposta: 1ª rodada: $13 - 5 = 2 + 6$; 2ª rodada: $13 - 5 + 6 = 2 + 6 + 6$.**

**Como André na primeira rodada tem a mesma quantidade de bolinhas de gude que Marcos, então André precisará ganhar 6 bolinhas de gude na segunda rodada.**

9. Leia o problema, represente por meio de uma sentença matemática cada uma das situações e registre uma sucinta conclusão.

Mari e Dani saíram para comprar comida. Mari levou 98 reais e Dani, 105 reais. Mari passou primeiro na feira e gastou 38 reais e Dani passou no açougue, gastando 45 reais. Se Mari passar depois na padaria e gastar 20 reais, qual o valor que Dani poderá gastar na sorveteria para ficar com a mesma quantia que Mari?

**Resposta: 1ª Situação: $98 - 38 = 105 - 45$; 2ª Situação: $98 - 38 - 20 = 105 - 45 - 20$.**

**Após a primeira situação, Dani e Mari ficam com a mesma quantia em dinheiro, ou seja, 60 reais. Para que Dani fique com a mesma quantia que Mari após a segunda situação, poderá gastar 20 reais na sorveteria.**

10. Leia o problema, represente, por meio de uma sentença matemática, cada uma das situações e registre uma sucinta conclusão.

Pedro e Carlos estão disputando uma partida de videogame. Em uma das fases do jogo, Pedro tinha 12 pontos e ganhou 15. Carlos tinha 20 pontos e ganhou 7. Na fase seguinte, Pedro dobrou a quantidade de pontos. O que deverá ser feito com a quantidade de pontos de Carlos nessa fase para que ele fique com a mesma quantidade de pontos que Pedro?

**Resposta: 1ª Situação: $12 + 15 = 20 + 7$; 2ª Situação: $2 \cdot (12 + 15) = 2 \cdot (20 + 7)$**

**Após a primeira situação, as quantidades de pontos de Carlos e Pedro são iguais a 27. Se, na segunda situação, a quantidade de pontos de Pedro dobrou, então para que Carlos continue com a mesma quantidade de Pedro, ele deverá dobrar a quantidade de pontos.**

## AULAS 3 E 4 – IGUALDADE MATEMÁTICA: NÚMEROS DESCONHECIDOS?

**Objetivos das aulas:**
- Determinar o número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade que envolve as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão;
- Resolver problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido.

Fonte: Pixabay

**O que é equivalência?**

Observe esta expressão: $9 + 2 = 7 + 4$.

Equivalência é compreender que os dois lados da igualdade não são idênticos, mas representam o mesmo valor, usando números diferentes. Assim, reconhecemos a igualdade como equivalência, ou seja, o que está no primeiro membro da igualdade é equivalente ao que está no segundo membro.

**Agora é com você!**

**1.** Preencha os retângulos com números de forma a deixar as igualdades verdadeiras.

| | |
|---|---|
| a) 27 + 9 = 30 + **6** | f) 9 + 9 + 9 = 81 ÷ **3** |
| b) 70 - 25 + 10 = 5 · **11** | g) 89 - 11 - 8 = **90** - 20 |
| c) 44 ÷ 4 = **8** + 1 + 2 | h) 16 - 10 - 6 = 25 - **25** |
| d) **105** + 5 - 5 = 5 + 100 | i) **90** + 20 = 65 + 45 |
| e) 25 · 5 - 10 = 30 + **30** + 55 | j) 87 - **23** = 98 - 34 |

Fonte: Pixabay

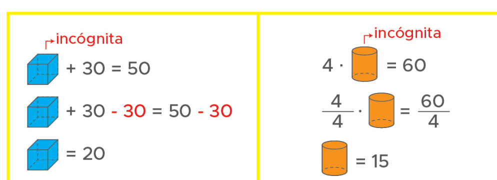
**Algumas propriedades da igualdade:**

1) Toda igualdade se mantém ao adicionarmos ou subtrairmos uma mesma quantidade em ambos os lados da igualdade.

2) Toda igualdade se mantém ao multiplicarmos ou dividirmos uma mesma quantidade em ambos os lados da igualdade, exceto para o número zero, pois não existe divisão por zero.

O valor desconhecido em uma igualdade recebe o nome de incógnita.

Observe os exemplos, a seguir, no qual cada objeto representa um valor desconhecido.



Fonte: elaborado para fins pedagógicos.

## AULAS 3 E 4 – IGUALDADE MATEMÁTICA: NÚMEROS DESCONHECIDOS?

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Presencialmente: estudantes sentados individualmente ou em duplas produtivas, respeitando os protocolos de higiene e o distanciamento social. Remotamente: estudantes em pequenos grupos. Com a orientação do professor, podem se organizar em meios digitais para discutir, realizar e socializar as atividades.

### MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

### INICIANDO

Inicie uma conversa, com a turma, retomando os conceitos matemáticos que foram discutidos nas duas aulas anteriores, ou seja, que a relação de igualdade matemática não se altera ao somar, subtrair, multiplicar ou dividir nos dois membros, um mesmo número. Explique que, nas Aulas 3 e 4, continuarão estudando conceitos relacionados à álgebra e exponha os objetivos das aulas.

### DESENVOLVENDO

Verifique se a turma tem, em mãos, o Caderno do Estudante. Para as Aulas 3 e 4, estão previstas doze atividades a serem desenvolvidas durante as duas aulas. Solicite aos estudantes que, individualmente ou em duplas, leiam, analisem e realizem as atividades propostas e escolhidas por você, professor, para cada aula.

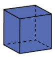
Circule pela sala, observando como os estudantes desenvolvem as atividades e quais as dificuldades que enfrentam para realizá-las. Proponha uma discussão coletiva, assim os estudantes poderão expor suas ideias/resoluções e, sempre que julgar necessário, realize intervenções.

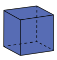
### FINALIZANDO

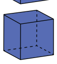
Finalize as Aulas 3 e 4, construindo, com a turma, uma breve síntese do conteúdo estudado. Essa síntese pode ser registrada na lousa em forma de lista, com tópicos e

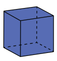
**Agora é com você!**

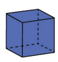
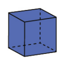
2. Pensando nas propriedades da igualdade, como podemos descobrir o valor que representa o cubo na sentença a seguir?

 + 12 = 12 + 5

 + 12 = 17

 + 12 - 12 = 17 - 12

 = 5 Portanto, o valor que representa o cubo é 5.

3. Na sentença matemática 10 ·  = 1200, o valor do  é

a. 12.

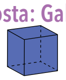
b. 120.

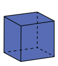
c. 1 200.

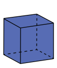
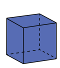
d. 12 000.

Explique, no espaço a seguir, a estratégia que usou para calcular esse valor.

Resposta: Gabarito B

10 ·  = 1200

$\frac{10}{10}$ ·  = $\frac{1200}{10}$

 = 120 Portanto, o valor do  é 120.

## CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Sugerimos, se julgar necessário, que retome com os estudantes os conceitos que estão em "Vamos pensar" no Caderno do Estudante:

1) A relação de equivalência em uma igualdade;

2) As propriedades da igualdade.


subtópicos, esquemas ou mapas mentais. Ao final das atividades propostas para essas duas aulas, espera-se que os estudantes tenham atingido os objetivos de aprendizagem traçados. Caso observe a existência de estudantes que ainda não tenham se apropriado dos conteúdos propostos ou que queiram se aprofundar nos objetos de conhecimento matemático em pauta, sugerimos que indique a plataforma do CMSP/ Centro de Mídias de São Paulo.

Relações de equivalência. Centro de Mídias da Educação de São Paulo. Disponível em: <https://repositorio.educacao.sp.gov.br/#!/midia?videoPlay=41&id=596>. Acesso: 01 maio 2021.

**4.** Os amigos Bob e Fred foram lanchar no shopping. Bob levou 45 reais e comprou um lanche de 22 reais. Fred gastou 5 reais a mais que Bob em seu lanche. Depois que os amigos pagaram, ficaram com a mesma quantidade em dinheiro.

Qual o valor que Fred levou ao shopping?

Resposta: Se os amigos ficaram com a mesma quantia de dinheiro após pagarem o lanche, então vamos calcular o que restou subtraindo o que eles gastaram de quanto dinheiro levaram. Vamos representar a quantia que Fred levou por $\triangle$, então

$45 - 22 = \triangle - (22 + 5)$

$23 = \triangle - 27$

$23 + 27 = \triangle - 27 + 27$

$50 = \triangle$

Portanto, Fred levou 50 reais para lanchar no shopping. Sugerimos que os estudantes, também, compartilhem suas estratégias.

**5.** Observe o esquema a seguir e complete os retângulos com o resultado das operações.

$$\begin{tikzcd}
\boxed{18} \arrow[r, "\cdot 4"] \arrow[d, "\cdot 9"'] & \boxed{72} \arrow[r, "\div 9"] & \boxed{8} \arrow[d, "+122"] \\
\boxed{162} \arrow[r, "-94"] & \boxed{68} \arrow[r, "+62"] & \boxed{130}
\end{tikzcd}$$

Ao completar os retângulos, pode-se concluir que:

Resposta:

| | |
|---|---|
| $18 \cdot 4 \div 9 + 122 =$ | $18 \cdot 9 - 94 + 62 =$ |
| $= 72 \div 9 + 122 =$ | $= 162 - 94 + 62 =$ |
| $= 8 + 122 =$ | $= 68 + 62 =$ |
| $= 130$ | $= 130$ |

Conclui-se que as duas sentenças resultam no mesmo valor, ou seja, 130.

6. Calcule o valor da incógnita, ou seja, do ☐ em cada caso.

| | |
|---|---|
| a. $8 \cdot \square = 80$<br>O valor da incógnita é 10. | c. $\square - 75 = 175$<br>O valor da incógnita é 250. |
| b. $\square \div 12 = 12$<br>O valor da incógnita é 144. | d. $280 + \square = 310$<br>O valor da incógnita é 30. |

7. Complete os triângulos com os sinais (+, -, ·,÷), tornando as igualdades verdadeiras.

a. 36 △÷ 6 = 6, pois 6 △· 6 = 36

b. 102 △- 27 = 75, pois 75 △+ 27 = 102

c. 500 △+ 10 = 510, pois 510 △- 10 = 500

d. 72 △· 4 = 288, pois 288 △÷ 4 = 72

8. "A diferença entre dois números é 30 e o maior deles é 45."

Represente a frase por meio de uma igualdade e determine o valor do outro número.

Resposta: Menor número = x; Maior número = 45;
Diferença entre eles é 30
$45 - x = 30$, ou seja, $x + 30 = 45 \rightarrow x + 30 - 30 = 45 - 30 \rightarrow x = 15$
Portanto, o número menor é 15.

9. Pensei em um número, multipliquei por 12 e obtive como resultado 144. Em que número que pensei?

Resposta:
$x \cdot 12 = 144$
$x \cdot \frac{12}{12} = \frac{144}{12}$
$x = 12$

Portanto, pensei no número 12.

**10.** Analise as sentenças matemáticas registradas no quadro a seguir.

| | |
|---|---|
| **SENTENÇA 1**<br>150 + 300 = 450<br>150 + 300 – 300 = 450 – 300<br>150 = 150. | **SENTENÇA 3**<br>20 · 8 = 160<br>20 · 8 + 45 = 160 + 45<br>205 = 205. |
| **SENTENÇA 2**<br>44 · 5 = 220<br>44 · 5 ÷ 10 = 220 ÷ 10<br>22 = 22. | **SENTENÇA 4**<br>11 · 11 = 100 + 21<br>(11 · 11) · 11 = (100 + 21) · 11<br>1 331 = 1 331. |

Agora, relacione-as com as afirmações a seguir.

( 3 ) Ao adicionar um número em ambos os lados de uma igualdade, ela não se altera.
( 1 ) Ao subtrair um número em ambos os lados de uma igualdade, ela não se altera.
( 4 ) Ao multiplicar um número em ambos os lados de uma igualdade, ela não se altera.
( 2 ) Ao dividir um número em ambos os lados de uma igualdade, ela não se altera.

**11.** Descubra o valor das figuras:

a. ▲ · 7 = 84

b. ☀ - 22 = 78

c. 84 + ★ = ☀

d. ★ + ♥ = 46

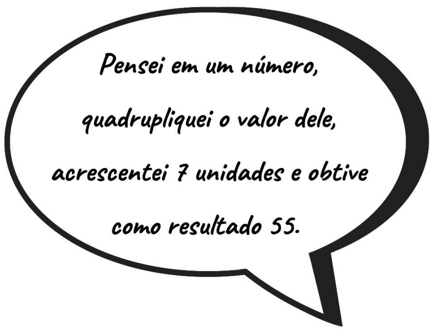
Fonte: elaborado para fins didáticos

▲ = 12 ☀ = 100

★ = 16 ♥ = 30

**12.** Raquel e Pedro gostam de brincar, todos os dias, com desafios matemáticos.

O desafio que Raquel propôs para Pedro hoje foi:




Fonte: elaborado para fins didáticos

Pedro acertou a resposta, respondendo para Raquel que o número que ela pensou foi o

a. 12.

b. 16.

c. 24.

d. 48.

**Resposta: Gabarito (A)**

**Resolução:**

$4 \cdot x + 7 = 55$

$4 \cdot x + 7 - 7 = 55 - 7$

$4 \cdot x = 48$

$\frac{4}{4} \cdot x = \frac{48}{4} \qquad x = 12$

**Pedro acertou a resposta, respondendo para Raquel que o número que ela pensou foi o 12.**

# AULAS 5 E 6 - PROBLEMAS ENVOLVENDO A PARTILHA DE UMA QUANTIDADE EM DUAS PARTES DESIGUAIS: COMO RESOLVÊ-LOS?

Objetivo das aulas:

- Resolver e elaborar situações problema que envolvam a partilha de uma quantidade envolvendo relações de aditivas e multiplicativas.

Fonte: Pixabay

Quando se fala de uma partilha, a primeira ideia que vem à mente é uma partilha em **partes iguais**. Esse é o tipo de partição mais comum.

***Partição:** Ato de partir, de dividir.

**Agora é com você!**

**1.** Leia e resolva o problema a seguir, escrevendo a estratégia que você pensou para solucioná-lo.

As estudantes Mirna e Mari estão arrecadando doação de produtos de higiene para uma campanha da escola. Juntas, conseguiram 48 sabonetes. Suponha que cada uma tenha sido responsável por arrecadar metade dessa quantidade, qual foi a quantidade de sabonetes que cada estudante arrecadou?

Resposta: 1ª) Se as duas amigas arrecadaram, juntas, 48 sabonetes, a metade dessa quantidade é 24.

2ª) Cálculo mental: Divido 48 por 2 e obtenho 24.

3ª) Calcular, efetuando a operação por meio da "continha armada":

```
 48 |2
-4   24
 08
- 8
  0
```

O que você pode concluir em relação a essa divisão?

Resposta: Ao dividir 48 por 2, realizo uma partição exata.

Fonte: Pixabay

"Nem sempre uma partilha é feita em partes iguais. Pode-se partir uma quantidade em **duas ou mais partes desiguais.**

**Agora é com você!**

## AULAS 5 E 6 - PROBLEMAS ENVOLVENDO A PARTILHA DE UMA QUANTIDADE EM DUAS PARTES DESIGUAIS: COMO RESOLVÊ-LOS?

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Presencialmente: estudantes em duplas produtivas, respeitando os protocolos de higiene e o distanciamento social, com níveis de conhecimentos próximos, assim cada um pode contribuir para o avanço do outro em suas reflexões e na aprendizagem do objeto de conhecimento matemático estudado.

Remotamente: estudantes em pequenos grupos. Com a orientação do professor, podem se organizar em meios digitais para discutir, realizar e socializar as atividades.

### MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

### INICIANDO

Inicie uma conversa com a turma, expondo os objetivos das Aulas 5 e 6, ou seja, "resolver problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais" e que estão previstas sete atividades a serem divididas entre as duas aulas. Pergunte aos estudantes: "O que entendem por partilha?", "De que forma é possível fazer uma partilha?", "É possível dividir uma quantidade em duas partes de diferentes maneiras?". Assim, é possível levantar os conhecimentos prévios que os estudantes têm em relação ao conteúdo matemático em pauta. Anote as ideias, que forem surgindo, na lousa/quadro ou papel pardo e deixe exposto na sala, com a intenção de retomá-las no final das aulas.

### DESENVOLVENDO

Verifique se a turma tem, em mãos, o Caderno do Estudante e, se possível, solicite que os estudantes se reúnam em duplas produtivas para realizar as atividades, respeitando os protocolos de higiene e distanciamento social. Solicite que leiam, analisem os problemas e tracem um plano para resolvê-los. Circule pela sala enquanto discutem e resolvem as atividades. Pergunte, sempre que julgar necessário e observando as discussões das duplas: "Como pensaram para resolver o que é solicitado no problema?", "Por que dessa forma?",

**2.** Leia e resolva o problema a seguir, escrevendo a estratégia que você pensou para solucioná-lo.

Fernando e Joel também estão participando da arrecadação de produtos de higiene pessoal que a escola está promovendo. Juntos, conseguiram 60 unidades de creme dental. Suponha que Fernando tenha arrecadado o triplo da quantidade que Joel arrecadou, quanto cada um arrecadou?

Resposta: Pode-se afirmar que Joel arrecadou 1 parte da quantidade de creme dental e que Fernando arrecadou 3 partes. Assim, temos 1 parte + 3 partes = 4 partes.

Dividindo 60 em 4 partes iguais, temos: $60 \div 4 = 15$ unidades de creme dental em cada parte. Então, conclui-se que:

Joel arrecadou 1 parte = 15 unidades de creme dental.

Fernando arrecadou 3 partes, ou seja, $3 \cdot 15 = 45$ unidades de creme dental.

**3.** Leia e resolva o problema a seguir, escrevendo a estratégia que você pensou para solucioná-lo.

Com a campanha da escola, foram montados 600 saquinhos com produtos de higiene pessoal que serão distribuídas para as crianças carentes de duas regiões da cidade, ou seja, região Norte e região Sul. Sabe-se que a Região Norte tem o dobro do número de crianças que na Região Sul.

Quantos saquinhos de produtos de higiene cada região receberá?

Resposta: Pode-se afirmar que a Região Sul receberá 1 parte do total de saquinhos arrecadados e que a Região Norte receberá 2 partes. Assim, temos 1 parte + 2 partes = 3 partes.

Dividindo 600 em 3 partes iguais, temos: $600 \div 3 = 200$ saquinhos em cada parte. Então, conclui-se que: Região Sul 1 parte = 200 saquinhos.

Região Norte 2 partes, ou seja, $2 \cdot 200 = 400$ saquinhos.

**4.** Leia e resolva o problema a seguir, escrevendo a estratégia que você pensou para solucioná-lo.

Marcelo e Fábio jogaram 16 partidas de videogame. Marcelo ganhou o triplo de partidas de Fábio. Quantas partidas Marcelo ganhou?

Resposta: Pode-se afirmar que Fábio ganhou 1 parte do total de partidas e Marcelo ganhou 3 partes. Total: $1 + 3 = 4$ partes. $16 \div 4 = 4$ partes do total de partidas.

Se Marcelo ganhou 4 partes do total de partidas, temos $4 \cdot 3 = 12$. Portanto, Marcelo ganhou 12 partidas.

**5.** Realize o que pede em cada item.

**a.** Leia o problema a seguir.

O proprietário de uma papelaria comprou 300 caixas de papel sulfite. Para armazená-las, pretende distribuí-las em dois armários, um armário de ferro e um armário de madeira.

**b.** Analise como é possível organizar esta distribuição nas situações a seguir:

"Existe uma única forma de resolver o problema?", "Quais informações sabemos que podem ser úteis para resolver o problema?", "Como podemos pensar para resolvê-lo?" "Qual a melhor maneira de resolvê-lo?", "Como podemos ter certeza de que está correto?".

Incentive a turma a levantar hipóteses para solucionar as situações propostas e solicite que as duplas mostrem, na lousa, suas estratégias de resolução. Formalize, a partir desse momento, os conceitos matemáticos que as aulas contemplam, ou seja, a ideia de divisão desigual, mas proporcional. É sugerido, em "CONVERSANDO COM O PROFESSOR", utilizar a metodologia de Resolução de Problema para explorar as atividades destas aulas.

## FINALIZANDO

Finalize as Aulas 5 e 6, construindo, com a turma, uma breve síntese do conteúdo matemático estudado. Essa síntese pode ser registrada no quadro em forma de listas com tópicos e subtópicos, esquemas ou mapas mentais, caso estejam no trabalho presencial. Retome as ideias que os estudantes levantaram no início das referidas aulas, que estão registradas na lousa/quadro ou papel pardo, e compare com essa síntese final. Se a proposta for no ensino remoto, os estudantes podem entregar relatórios sucintos, podcast, vídeo, entre outras formas de registro. Espera-se que, ao final dessas duas aulas, os estudantes tenham compreendido que é possível partilhar uma quantidade em duas partes de diferentes maneiras. Caso observe a existência de estudantes que ainda não tenham se apropriado do que foi proposto nas aulas ou que queiram se aprofundar no objeto de conhecimento matemático estudado, sugerimos plataformas de estudos: Currículo +, Khan Academy, Youcubed, Olimpíada Brasileira de Matemática e Centro de Mídias da Educação de São Paulo.

Sugestão:

Quem vende mais, ganha mais?. Centro de Mídias da Educação de São Paulo. Disponível em: <https://repositorio.educacao.sp.gov.br/#!/midia?videoPlay=2883&id=596>. Acesso em: 01 maio 2021.

## CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, sugerimos que, nas Aulas 5 e 6, ao propor as atividades, utilize a metodologia da Resolução de Problemas, segundo estudos de Polya, ou seja, aplicando as quatro etapas na resolução de problemas matemáticos.

Polya, G. A Arte de Resolver Problemas. Editora Interciência Ltda, Rio de Janeiro, 1978.

1ª etapa: **Compreender o problema** – Presenciamos que os estudantes, diante de problemas matemáticos, tendem a fazer leituras apressadas e superficiais, sem entender o que está sendo proposto e solicitado no problema. Faça perguntas que possam auxiliá-los a compreender o problema e solicite que façam os registros de suas respostas. Possíveis perguntas: 1) Quais são os dados do problema? 2) Quais são as incógnitas? 3) Quais são as condições ou restrições? 4) É possível satisfazer as condições pedidas? 5) Elas são suficientes para determinar a incógnita? Não são redundantes? Não são contraditórias? Sugira, também, algumas estratégias nesta fase, como fazer uma figura ou esquema, separar os dados em partes e introduzir notação adequada.

2ª etapa – **Elaborar um plano de ação** - Nesta etapa, o estudante precisa recorrer a conhecimentos prévios e experiências em problemas semelhantes ao proposto, mas também à intuição e criatividade. O objetivo é encontrar conexões entre os dados do problema e sua incógnita. Faça perguntas que possam auxiliá-lo nessa etapa e peça que realize os registros. Possíveis perguntas: 1) Você se lembra de algum problema semelhante? 2) Você consegue adaptar métodos usados em problemas semelhantes para este problema? 3) Você conhece resultados ou fórmulas que possam ajudar? 4) Você pode escrever o problema de forma diferente? 5) Você consegue resolver parte do problema?

3ª etapa - **Executar o plano** - Nesta etapa, o estudante deve colocar em ação o plano que traçou. Possíveis perguntas para auxiliar o estudante: 1) Você percebe claramente que cada

1) Os armários armazenarão a mesma quantidade de caixas.
2) O armário de ferro armazenará o dobro da quantidade de caixas que o armário de madeira.
3) O armário de madeira armazenará a terça parte da quantidade de caixas que o armário de ferro armazenará.
4) O armário de ferro armazenará três quintos das caixas de sulfite.

c. Agora, preencha o quadro a seguir de acordo com sua análise.

| Quantidade de caixas | Armário de Madeira | Armário de Ferro |
|---|---|---|
| Situação 1 | 150 | 150 |
| Situação 2 | 100 | 200 |
| Situação 3 | 75 | 225 |
| Situação 4 | 120 | 180 |

Fonte: elaborado para fins didáticos

d. Registre, no espaço a seguir, como pensou para resolver cada situação.

**Situação 1: Considerando que os armários armazenarão a mesma quantidade de caixas, então, devemos repartir 300 caixas de sulfite em 2 armários, ou seja, 300 ÷ 2, obtendo como resultado 150. Portanto, cada armário ficará com 150 caixas de sulfite.**
**Situação 2: Considerando que o armário de ferro armazenará o dobro da quantidade de caixas que o armário de madeira, então, devemos dividir 300 por 3, obtendo como resultado 100. Assim, 100 caixas de sulfite ficarão armazenadas no armário de madeira e o dobro, isto é, 2 · 100 = 200 caixas, no armário de ferro.**
**Situação 3: Considerando que o armário de madeira armazenará a terça parte da quantidade de caixas que o armário de ferro, então, devemos dividir 300 por 4, obtendo 75. Assim, uma parte ficará armazenada no armário de madeira e o triplo desta quantidade, isto é, 3 · 75 = 225 caixas de sulfite ficarão no armário de ferro.**
**Situação 4: Considerando que o armário de ferro armazenará três quintos das caixas de sulfite, então, devemos dividir 300 por 5, obtendo como resultado 60. Assim, 3 · 60 = 180 caixas de sulfite que ficarão armazenadas no armário de ferro e 2 · 60 = 120 caixas, no armário de madeira.**

6. Gilberto e Elisa colecionam figurinhas de times de futebol. Hoje sua mãe prometeu que traria pacotinhos de figurinhas no final do dia, mas só daria para quem ajudasse nos serviços da casa. Quando a mãe chegou, perguntou aos filhos o que cada um tinha feito:

- Gilberto disse: cuidei do jardim, lavei a louça e arrumei as camas.
- Elisa respondeu: limpei o banheiro e passei pano no chão da cozinha.

Então, a mãe disse que daria os pacotinhos de figurinhas em uma divisão proporcional à quantidade de atividades realizadas.

a. A mãe levou 15 pacotinhos de figurinhas; quantos deverão ser dados à Gilberto e à Elisa?

**Resposta: Como Gilberto cuidou do jardim, lavou a louça e arrumou as camas, realizou 3 serviços da casa, enquanto Elisa realizou 2 serviços, limpou o banheiro e passou o pano na cozinha. Então, devemos dividir 15 por 5, obtendo 3. Assim, Gilberto receberá 3 · 3 = 9 pacotinhos de figurinhas e Elisa receberá 3 · 2 = 6 pacotes de figurinhas.**

b. E se a mãe levasse 20 pacotinhos de figurinhas, quantos seriam dados a cada filho?

Resposta: Considerando 20 pacotinhos de figurinhas e sabendo que Gilberto realizou 3 serviços de casa, e Elisa 2, devemos dividir 20 por 5, obtendo 4. Assim, Gilberto receberia 12 pacotinhos de figurinhas ($4 \cdot 3 = 12$) e Elisa receberia 8 pacotinhos de figurinhas ($4 \cdot 2 = 8$).

7. Elabore e resolva, no espaço a seguir, um problema que você possa repartir uma quantidade de doces em duas partes desiguais.

Uma possível elaboração e resolução de um problema: Fiz 50 docinhos e quero repartir entre meus dois amigos, Paula e Peterson.

Pensei: vou dar o dobro dos docinhos para Paula e o triplo para Peterson.

Então, quantos docinhos darei para cada amigo? Considerando que fiz 50 docinhos, então devo dividir 50 por 5, obtendo 10 docinhos por parte. Assim, se der o dobro para Paula ($2 \cdot 10=20$), ela receberá 20 docinhos e se der o triplo para Peterson ($3 \cdot 10=30$), ele receberá 30 docinhos.

## AULAS 7 E 8 - PROBLEMAS ENVOLVENDO A RAZÃO ENTRE AS PARTES E ENTRE UMA DAS PARTES E O TODO: COMO RESOLVÊ-LOS?

Objetivo das aulas:
- Resolver e elaborar problemas envolvendo a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.

Fonte: Pixabay

**O que é razão?**

Para podermos entender o que é **razão**, é preciso compreender que a operação que determina a **razão entre dois números** é a divisão. A divisão será dada na forma de fração e essa fração será considerada uma **razão** somente quando se referir a grandezas que se relacionam.

**Observe o exemplo a seguir, envolvendo o conceito matemático de razão.**


Fonte: elaborado para fins didáticos

passo está correto? 2) Você pode provar que cada passo está correto?

4ª etapa - **Rever a resolução** – Nesta etapa, o estudante deve revisar a solução. Assim pode consolidar seu conhecimento e desenvolver a habilidade de resolução de problemas. Sugere-se perguntar: 1) Você pode verificar a validade do resultado, ou seja, ele parece razoável? 2) Você pode checar se os argumentos usados são mesmo convincentes? 3) Você pode encontrar uma maneira alternativa de resolver o problema? 4) Você pode usar o mesmo método em outro problema?

## AULAS 7 E 8 - PROBLEMAS ENVOLVENDO A RAZÃO ENTRE AS PARTES E ENTRE UMA DAS PARTES E O TODO: COMO RESOLVÊ-LOS?

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Presencialmente: estudantes em duplas produtivas ou em pequenos grupos, respeitando os protocolos de higiene e o distanciamento social, com níveis de conhecimentos próximos, assim cada um pode contribuir para o avanço do outro em suas reflexões e na aprendizagem do objeto de conhecimento matemático estudado.

Remotamente: estudantes em pequenos grupos. Com a orientação do professor, podem se organizar em meios digitais para discutir, realizar e socializar as atividades.

### MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

### INICIANDO

Inicie uma conversa, com a turma, apresentando o objetivo das Aulas 7 e 8, ou seja, "resolver problemas de divisão que propõem repartir uma quantia em duas partes desiguais, onde há uma relação entre as duas partes e também entre as partes e a quantia toda". A essa relação, chamamos de razão e estão previstas sete atividades a serem divididas entre as duas aulas.

Pergunte para os estudantes o que entendem por

**Uma razão compara duas quantidades diferentes.**

Observamos que temos 7 crianças e 8 bolas.
Podemos descrever diferentes maneiras para representar a razão de crianças para bolas.

a) Há 7 crianças para cada 8 bolas.
b) A razão de crianças para bolas é de 7 para 8.
c) A razão de crianças para bolas é 7:8.

Devemos nos atentar que a ordem é importante nas razões. Agora, vamos escrever as diferentes maneiras para representar a razão de bolas para crianças:
a) Há 8 bolas para cada 7 crianças.
b) A razão de bolas para crianças é de 8 para 7.
c) A razão de bolas para crianças é 8:7.

**Agora é com você!**

1. Sérgio tem uma coleção de brinquedos em miniatura. Ele tem 12 carrinhos, 8 motos e 10 caminhões.

Na coleção de brinquedos em miniatura de Sérgio, qual é a razão entre as motos e os carrinhos?

a. 8 : 10

b. 10 : 12

c. 12 :10

d. 8 : 12

Explique como você pensou para escolher uma das alternativas do problema.

**Resposta: Gabarito D. Sérgio tem, em sua coleção, 8 motos e 12 carrinhos. Então, nesta ordem, Sérgio tem 8 motos para cada 12 carrinhos. Assim, a razão entre as motos e os carrinhos é de 8 : 12.**

2. Na tabela, a seguir, estão registradas as quantidades de bolas esportivas, por tipo, que há no clube disponível na escola.

| Tipo de bola | Quantidade de bola |
|---|---|
| Basquete | 18 |
| Futebol | 9 |
| Vôlei | 12 |

Qual é a razão de bolas de futebol para bolas de basquete?

**Resposta: A tabela informa que temos, disponíveis, 9 bolas de futebol e 18 bolas de basquete. Assim, a razão entre as bolas de futebol e de basquete é de 9 : 18.**

razão, assim é possível levantar os conhecimentos prévios que os estudantes têm em relação ao conteúdo matemático em pauta. Anote as ideias que surgirem na lousa/quadro ou papel pardo e deixe exposto na sala, com a intenção de retomá-las no final das aulas.

## DESENVOLVENDO

Verifique se os estudantes têm, em mãos, o Caderno do Estudante. Organize a turma em duplas produtivas ou pequenos grupos e dê um tempo para que analisem os problemas propostos para as Aulas 7 e 8. Solicite que registrem as possíveis estratégias de resolução dos problemas. Incentive o trabalho colaborativo, além do diálogo entre pares, respeitando o distanciamento mínimo entre eles.

Caso observe que não será possível o trabalho em duplas ou em pequenos grupos, instigue a turma a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar. Utilize, se possível, a metodologia de Resolução de Problemas para auxiliar os estudantes a resolverem os problemas dessas duas aulas finais da Sequência de Atividade 1. Orientações sobre essa metodologia estão disponíveis na seção "CONVERSANDO COM O PROFESSOR" nas Aulas 5 e 6.

## FINALIZANDO

Finalize a aula, construindo, com a turma, uma síntese dos conteúdos matemáticos estudados nas Aulas de 7 e 8, ou seja, resolver problemas envolvendo razão entre as partes e entre uma das partes e o todo. Essa síntese pode ser registrada no quadro em forma de listas com tópicos e subtópicos, esquemas ou mapa mental.

Solicite a cada estudante que escreva um breve texto incluindo as aprendizagens novas que realizaram e aquelas que foram consolidadas com as discussões propostas nestas duas aulas. Oriente-os na escrita do texto, por meio de perguntas como: "Dentre todas as discussões que realizamos, o que você considerou que tenha sido algo novo que você aprendeu?", "O que você já conhecia em relação aos conteúdos matemáticos estudados, mas que, com as discussões que realizamos, ficou mais claro

**3.** Leia a informação a seguir e responda às questões.

Para fazer um determinado suco, usamos 6 copos de água para 1 copo de suco concentrado.

a. Quantos copos de suco conseguimos fazer com essa receita?

**Resposta: Espera-se que o estudante observe que a receita desse suco segue a razão 6/1 e, ao final, temos 7 copos de suco pronto.**

b. Para fazer 14 copos desse suco, quantos copos de água iremos utilizar?

**Resposta:** $\frac{12 \text{ copos de água}}{2 \text{ copos de suco concentrado}}$ **, assim, para fazer 14 copos de suco, utilizaremos 12 copos de água.**

c. Ao preparar desse suco para 21 crianças, sendo que cada uma receberá apenas 1 copo, de quantos copos de suco concentrado iremos precisar?

**Resposta: Razão** $\frac{18 \text{ copos de água}}{3 \text{ copos de suco concentrado}}$ **, assim, para fazer 21 copos de suco, utilizaremos 3 copos de suco concentrado.**

**4.** Leia e resolva o problema a seguir.

A massa de um elefante-da-floresta adulto é, em média, 2 500 000 g; e a massa de um beija-flor gigante é 25 g.
A quantidade de beija-flores que são necessários para ter a mesma massa, em gramas, de um elefante é

a. 1 000.

b. 10 000.

c. 100 000.

d. 1 000 000.

Registre, neste espaço, como você pensou para resolver o problema.

**Gabarito C. Um elefante-da-floresta tem 2 500 000 g de massa e um beija-flor gigante tem 25 g. A razão entre a massa, em quilograma, de um elefante-da-floresta para um beija-flor gigante será de 1 para 100 000, ou seja, serão necessários 100 000 beija-flores para se ter a massa em gramas de um elefante de 2 500 000 g.**

**Cálculo da razão:** $\frac{25}{2\,500\,000} = \frac{1}{100\,000}$

## CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Sugerimos, se julgar necessário, que retome, com os estudantes, o conceito de razão que está em "Vamos pensar" no Caderno do Estudante.


e mais "fácil"?", "O que você considera que ainda precisa se aprofundar mais para compreender melhor sobre o que estudamos?". Possivelmente, tais registros podem contribuir para uma retomada de ações em prol da aprendizagem dos estudantes, ou seja, uma recuperação ou aprofundamento contínuo dos conteúdos em pauta.

**5.** (Relatório Pedagógico-2008) Marcos é muito veloz com sua bicicleta e consegue pedalar 4 km em 1 hora. A distância de sua casa até a casa de sua avó é de 16 km.

Assinale a alternativa que mostra o tempo que Marcos demora para ir de sua casa até a casa da sua avó, se ele mantiver, aproximadamente, a mesma velocidade durante todo o trajeto.

a. 3 horas

b. 4 horas

c. 5 horas

d. 6 horas

**Resposta: Gabarito B. Espera-se que o estudante observe que, para percorrer 4 km, utiliza-se 1 hora. Assim, 8 km => 2 horas; 12 km => 3 horas e 16 km => 4 horas, ou seja, razão é de 4 para 1.**

**6.** Analise a situação a seguir.

O total de atletas que participam das olimpíadas escolares de uma determinada cidade é 78, sendo que 36 são meninas e os demais são meninos. Sabe-se que a metade dos meninos têm a mesma idade.

Agora, calcule a quantidade de meninos que têm a mesma idade.

**Resposta: Devemos calcular a quantidade de meninos, subtraindo 36 de 78, obtendo 42. Sabendo que a metade dessa quantidade de meninos têm a mesma idade, então calculamos $\frac{1}{2}$ de 42=21. Portanto, 21 meninos têm a mesma idade.**

**7.** Marli está indo visitar uma amiga que mora em outra cidade. Ela precisa percorrer uma estrada de 128 quilômetros e já viajou 34 quilômetros a mais que a metade do percurso.

Quantos quilômetros faltam para chegar à cidade de sua amiga?

**Resposta: Para calcular quantos quilômetros faltam para Marli chegar à cidade de sua amiga, devemos calcular a metade do percurso, ou seja, $\frac{1}{2}$ de 128, obtendo 64; depois, fazer a adição 64 + 34 = 98 e a subtração 128 – 98 = 30.**
**Portanto, faltam 20 quilômetros para Marli chegar à cidade de sua amiga.**

# SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

# 6º ANO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

## OLÁ, PROFESSOR!

Espera-se que os estudantes possam chegar ao final desta Sequência de Atividades sendo capazes de resolver problemas de contagem, combinando elementos de uma coleção com todos os elementos de outra coleção e, também, calcular a probabilidade de eventos aleatórios e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos, reconhecendo e aplicando o conceito de razão em diversos contextos.

A escolha das habilidades foram feitas por meio de análises realizadas dos resultados das avaliações ADE (Avaliação Diagnóstica de Entrada/2019) e SARESP (Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo) que revelaram fragilidades dos estudantes com relação às habilidades: **(EF05MA09) Resolver e elaborar situações problema simples de contagem envolvendo o princípio multiplicativo, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra coleção, por meio de diagramas de árvore ou por tabelas; e (EF06MA30) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos, reconhecendo e aplicando o conceito de razão em diversos contextos (proporcionalidade, escala, velocidade, porcentagem etc.).**

| Aula/tempo | Tema da aula |
|---|---|
| 1ª e 2ª/90 min | Resolvendo e elaborando problemas simples de contagem |
| 3ª e 4ª/90 min | Resolvendo e elaborando problemas por meio de diagramas de árvore ou por tabelas |
| 5ª e 6ª/90 min | Probabilidade: evento aleatório – resolvendo e elaborando problemas |
| 7ª e 8ª/90 min | Probabilidade: experimentos sucessivos, reconhecendo e aplicando o conceito de razão – resolvendo e elaborando problemas |

Para apoiá-lo nessa ação, a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo fornece, por meio do Centro de Mídias, formação continuada quinzenal acerca das Sequências de Atividades. Tais formações acontecem nos momentos das Aulas de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPC).

Desejamos a você e aos estudantes bons estudos e um ótimo trabalho!

# SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

## AULAS 1 E 2 - RESOLVENDO E ELABORANDO PROBLEMAS SIMPLES DE CONTAGEM

Objetivos das aulas:
- Determinar as possibilidades de resposta de um problema de contagem;
- Compreender as formas de resolução de problemas envolvendo contagem;
- Resolver e elaborar problemas simples de contagem, construindo um diagrama.

Fonte: Pixabay

**Você conhece o Princípio Fundamental da Contagem (PFC)?**

O Princípio Fundamental da Contagem (PFC) está presente quando uma atividade é composta por duas etapas sucessivas, onde a primeira pode ser realizada de *n* maneiras diferentes e, para cada uma dessas possibilidades, a segunda etapa pode ser realizada de *m* maneiras diferentes.

Então, o número de possibilidades de se efetuar a atividade completa é calculado por meio do produto $m \cdot n$.

Esse princípio vale para atividades constituídas de 3 ou mais etapas sucessivas.

**Observe o exemplo a seguir:**

Anita pretende se vestir para ir ao aniversário de um amigo. Ao abrir o seu guarda roupa, percebeu que possui 3 bermudas e 4 camisetas e 2 tênis apropriados para o evento.

Quantas combinações diferentes podem ser feitas com as bermudas, as camisetas e os tênis à disposição de Anita?

**Resposta:** Determinamos as combinações diferentes aplicando o PFC, ou seja, como Anita possui 3 bermudas, 4 camisetas e 2 tênis devemos efetuar a multiplicação: $3 \cdot 4 \cdot 2 = 24$. Portanto, Anita poderá se vestir de 24 maneiras diferentes para ir à festa.

**Agora, é com você!!!**

Leia os problemas a seguir e os resolva.

1. Cesar está planejando ir ao clube nesse final de semana e pretende usar uma camiseta, uma bermuda e um chinelo. Se Cesar tem 7 camisetas, 4 bermudas e 3 chinelos, de quantas maneiras distintas ele poderá vestir-se?

Resposta: Uma possível estratégia de resolução:

Número de opções de camisetas: 7. Número de opções de bermudas: 4. Número de opções de chinelos: 3. Pelo Princípio Fundamental da Contagem, temos: $7 \cdot 4 \cdot 3 = 28 \cdot 3 = 84$ maneiras distintas de Cesar se vestir para ir ao clube.

2. (SARESP – Relatório Pedagógico 2015) - Para frequentar as aulas de basquete, Rodrigo tem três camisetas, uma preta, uma amarela e uma branca, e duas bermudas, uma cinza e outra preta.

## AULAS 1 E 2 - RESOLVENDO E ELABORANDO PROBLEMAS SIMPLES DE CONTAGEM

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Presencialmente: estudantes em duplas produtivas ou em pequenos grupos colaborativos, respeitando os protocolos de higiene e o distanciamento social.

Remotamente: estudantes em pequenos grupos. Com a orientação do professor, podem se organizar em meios digitais para discutir, realizar e socializar as atividades.

### MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

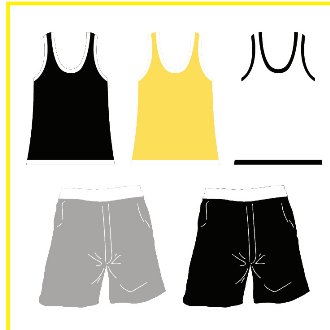
### INICIANDO

Inicie uma conversa com os estudantes, expondo o objetivo principal das **Aulas 1 e 2**, ou seja, **“resolver e elaborar problemas que envolve a ideia de contagem”**. A seguir, por meio de questionamentos, levante os conhecimentos prévios dos estudantes sobre o tema. Pergunte, por exemplo: “Para que contar?” e “Quais as estratégias que uso para realizar uma contagem?”. Espera-se que, nessa conversa inicial, os estudantes relatem que contar objetos, por exemplo, é uma ação simples e natural, visto que contar é uma atividade comum do nosso dia a dia. Questione-os sobre quando há inúmeros elementos para se contar, ou seja, contagens longas e demoradas, ou até mesmo elementos incompatíveis com o que queremos contar, como no caso das possibilidades, onde teremos que agrupar e combinar de todas as formas possíveis elementos de conjuntos diferentes. Explique que esses processos e formas de contagem podem ser facilitados com a Matemática e que vamos estudar formas de determinar quantas são as possibilidades ou combinações de uma situação usando o Princípio Multiplicativo da Contagem (PFC), chamado também de Princípio Multiplicativo, e a forma de organizar e representar quais são elas. Anote na lousa/quadro ou em um papel kraft as ideias relatadas dos estudantes e afixe-o na sala de aula com a intenção de retomar os registros ao final dessas duas aulas.

### DESENVOLVENDO

Verifique se os estudantes têm o Caderno do Estudante em mãos. Peça para que se organizem em duplas produtivas ou em pequenos grupos colaborativos, considerando os protocolos de higiene pessoal e o distanciamento social, e que analisem e resolvam os problemas propostos para as **Aulas 1 e 2**. Circule pela sala, observando as discussões e as possíveis estratégias de resolução criadas pelas duplas. Nesse momento, sugerimos perguntar: "O que o problema x pede? Qual é a melhor estratégia para resolver o problema x? É possível resolver o problema x de outra forma? Quais são as dificuldades que vocês estão encontrando para resolver o problema x?". Peça que algumas duplas voluntarias escrevam na lousa a forma que pensou para resolver o problema. Promova uma reflexão sobre as formas apresentadas de resolução, esclarecendo dúvidas que possivelmente possam surgir. Ressalte que não existe uma forma mais fácil ou difícil para a resolução dos problemas, e sim uma maneira de entender a situação e desenvolver um método próprio de solução. Nesse momento de questionamentos, caso observe alguma fala que considere significativa para a aprendizagem, complemente as anotações já realizadas na lousa/quadro ou em um





Fonte: Canva

De quantas maneiras diferentes Rodrigo pode se vestir para as aulas?

a. 3.

b. 4.

c. 5.

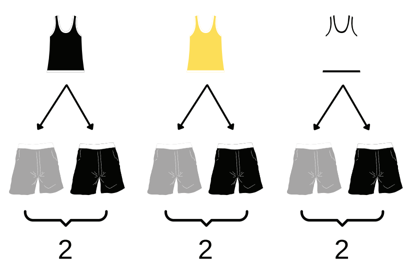
d. 6.

Registre, no espaço a seguir, como você pensou para resolver o problema.

**Resposta: Gabarito D.**

**Uma maneira de resolver o problema é por meio do Princípio Fundamental da Contagem (PFC), ou seja, como Rodrigo possui 3 camisetas e 2 bermudas, devemos efetuar a multiplicação: $3 \cdot 2 = 6$. Assim, Rodrigo poderá se vestir de 6 maneiras diferentes para frequentar as aulas de basquete.**

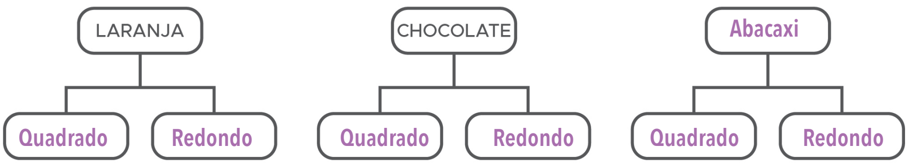
**Uma outra possível estratégia de resolução seria por meio de um diagrama de possibilidades (desenho).**




**Dessa forma, temos: $2 + 2 + 2 = 6$ maneiras diferentes que Rodrigo poderá se vestir para frequentar as aulas de basquete.**

**3.** Nara vende bolos de três sabores diferentes (laranja, chocolate e abacaxi). Há duas possibilidades de formato (quadrado e redondo) para cada sabor.

a. Complete o diagrama a seguir com as diferentes possibilidades de bolo.




Fonte: elaborado para fins didáticos.

b. Escreva uma multiplicação para representar a quantidade de tipos de bolos que Nara vende.

Reposta: $2 \cdot 3 = 6$ ou $3 \cdot 2 = 6$

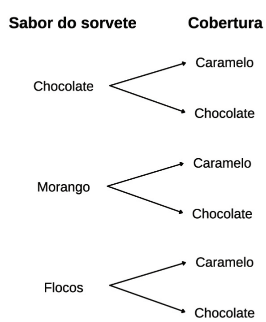
c. Se além dos sabores laranja, chocolate e abacaxi, também tivesse baunilha, quantos seriam os tipos de bolo que ela venderia?

Reposta: $2 \cdot 4 = 8$ ou $4 \cdot 2 = 8$

d. E se além dos quatro sabores, tivesse opções de tamanhos grande e pequeno, quantos seriam os tipos de bolo?

Resposta: Uma possível estratégia de resolução: $2 \cdot 4 \cdot 2 = 16$

**4.** (SARESP – Relatório Pedagógico 2013) - Luísa foi à sorveteria. Lá havia três sabores de sorvete: chocolate, morango e flocos; e dois tipos de cobertura: caramelo e chocolate.




papel kraft que você, professor, realizou no INICIANDO. Assim, essas ideias elaboradas pelos estudantes poderão favorecer a síntese das Aulas **1 e 2**.

## FINALIZANDO

Finalize as **Aulas 1 e 2** construindo, com a turma, uma síntese do objeto de conhecimento matemático estudado. Essa síntese pode ser registrada no quadro em forma de listas com tópicos e subtópicos, esquemas ou mapas mentais. Retome as ideias que os estudantes levantaram no INICIANDO e no DESENVOLVENDO sobre as **Aulas 1 e 2**, que estão registradas na lousa/quadro ou papel kraft, e compare-as com a síntese final. Ao final deste percurso de aprendizagem, a expectativa é de que os estudantes tenham compreendido a utilização do Princípio Multiplicativo na resolução de problemas simples de contagem. Caso observe a existência de estudantes que ainda não tenham se apropriado do que foi proposto neste estudo, ou que queiram se aprofundar no conteúdo matemático em pauta, sugerimos plataformas de estudo como: Khan Academy, Youcubed, Olimpíada Brasileira de Matemática e CMSP.

Sugestão de aulas disponíveis do Centro de Mídias da Educação de São Paulo:

"Combinações". Centro de Mídias da Educação de São Paulo.
Disponível em: <https://repositorio.educacao.sp.gov.br/#!/midia?videoPlay=1265&id=596>. Acesso em: 25 abr. 2021.

## CONVERSANDO COM O PROFESSOR

1 – Professor, é importante que os estudantes observem que, para resolver os problemas, precisam organizar a maneira de registrar os casos possíveis para efetuar as contagens. É interessante que haja uma socialização das várias resoluções de um problema elaboradas pelos estudantes. Assim, por meio da análise e crítica dos registros apresentados, eles podem perceber quais os mais descritivos, os mais sucintos e econômicos, os que mais informam, enriquecendo suas ferramentas conceituais. Os problemas de contagem, nesta fase, devem ter uma quantidade pequena de objetos envolvidos, para dar oportunidade ao estudante de formar todos os agrupamentos possíveis e contá-los diretamente.



O número de maneiras diferentes de Luísa escolher o seu sorvete com apenas um sabor e um tipo de cobertura é

a. 8.

b. 7.

c. 6.

d. 4.

Registre, no espaço a seguir, como você pensou para resolver o problema.

**Resposta: Gabarito C. Uma maneira de resolver o problema é por meio do Princípio Fundamental da Contagem (PFC). Observando o esquema, temos 3 sabores de sorvete e duas coberturas. Assim, para calcular o número de maneiras diferentes de Luísa escolher o seu sorvete com apenas um sabor e um tipo de cobertura, devemos efetuar a multiplicação: $3 \cdot 2 = 6$, portanto, de 6 maneiras diferentes.**

**5.** (SARESP – Relatório Pedagógico 2008) - Os sanduíches da Lanchonete Lanchebon são deliciosos. Seus clientes podem escolher entre 3 tipos de pão: forma, francês e pão italiano. Para o recheio, há 4 opções: salame, queijo, presunto e mortadela.

O total de opções de escolha de um sanduíche é

a. 2.

b. 7.

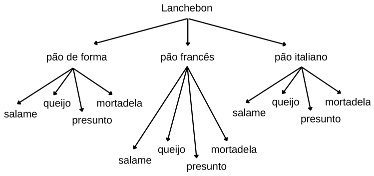
c. 12.

d. 17.

Registre, no espaço a seguir, como você pensou para resolver o problema.

**Resposta: Gabarito C. Uma maneira de resolver o problema é por meio do Princípio Fundamental da Contagem (PFC). A Lanchonete Lanchebon tem como opções de sanduíche 3 tipos de pães e 4 tipos de recheios. Assim, devemos efetuar a multiplicação: $3 \cdot 4 = 12$. Logo, a Lanchonete tem 12 opções de escolhas de sanduíches.**

**Uma outra possível estratégia de resolução seria por meio do diagrama de possibilidades (desenho).**




**Dessa forma, temos: $4 + 4 + 4 = 12$ opções de escolha de um sanduíche.**

6. Peterson tem quatro sobrinhos. Comprou quatro bolas diferentes para presenteá-los, mas na hora da distribuição, todas as bolas estavam embrulhadas com o mesmo papel, e ele não soube qual bola era de cada sobrinho.

De quantas maneiras diferentes Peterson pôde dar as bolas aos sobrinhos?

**Resposta: Uma possível estratégia de resolução seria utilizar o Princípio Fundamental da Contagem. Assim, tem-se: Total de sobrinhos · total de bolas = total de maneiras possíveis, ou seja, $4 \cdot 4 = 16$ maneiras diferentes que Peterson pôde dar as bolas aos seus sobrinhos.**

7. **DESAFIO!!!**


Quantos números ímpares de 3 algarismos existem?

Registre, no espaço a seguir, uma estratégia que você pode usar para resolver esse problema.

Fonte: Pixabay

**Resposta: Uma possível estratégia de resolução. O problema pede um número de 3 algarismos, ou seja, 3 posições. O número de opções disponíveis são 10: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.**
**Porém, precisamos atender a certas condições:**
**1ª) É informado que o número obtido deverá ser ímpar. Então, a última posição, deve ser um número ímpar. Nesse caso, o número de possibilidades para o último termo será 5: 1, 3, 5, 7 e 9.**
**2ª) Como o número possui 3 algarismos, o primeiro não poderá ser zero, pois o número ficaria com 2 algarismos. Logo, o número de possibilidades para o primeiro termo será 9: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.**

| 1º termo | 2º termo | 3º termo |
|---|---|---|
| 9 | 10 | 5 |
| $9 \cdot 10 \cdot 5 = 450$ | | |

**Temos: 1º termo: 9 opções; 2º termo: 10 opções e 3º termo: 5 opções. Devemos realizar a multiplicação: 9 X 10 X 5 = 450. Assim, existem 450 números ímpares de 3 algarismos.**

8. Utilize os conhecimentos que possui, sua imaginação e criatividade para elaborar e resolver um problema que envolva o Princípio Fundamental da Contagem (PFC).

Registre, no espaço a seguir, a sua criação.

**Resposta: Uma possível elaboração e resolução.**
**ELABORAÇÃO DO PROBLEMA: Eu vou participar da Festa Junina da Escola e preciso ir vestido a caráter. Pensei: tenho duas camisas xadrez, três calças jeans, duas botas e dois chapéus de palha. De quantas maneiras diferentes eu posso me vestir para participar da Festa Junina da Escola???**
**RESOLUÇÃO DO PROBLEMA: Para resolver o problema, vou utilizar o Princípio Fundamental da Contagem, conhecido também por Princípio Multiplicativo. Assim, tenho: total de camisas · total calças · total de botas · total de chapéus, ou seja, $2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 24$ maneiras diferentes que eu posso me vestir para ir à festa junina da escola.**

## AULAS 3 E 4 - RESOLVENDO E ELABORANDO PROBLEMAS POR MEIO DE DIAGRAMAS DE ÁRVORE OU POR TABELAS

Objetivos das aulas:
- Resolver e elaborar problemas simples de contagem por meio da construção de uma tabela;
- Resolver e elaborar problemas de contagem, utilizando árvores de probabilidade.

Fonte: Pixabay

**Como podemos representar problemas simples de contagem?**

**• Por meio de uma tabela.**

Pense! Se você tem 3 fichas de cartolina na cor amarela, com os números pares 2, 4, 6, e quatro fichas de cartolina na cor azul, com os números impares 1, 3, 5 e 7, quantos e quais são todos os agrupamentos das 2 fichas, onde a primeira é amarela e a segunda é azul?

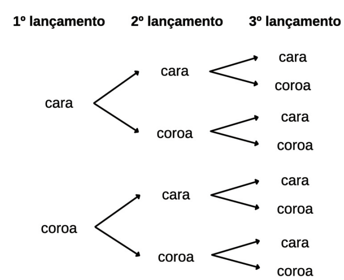
Com o auxílio de uma tabela de dupla entrada, você pode organizar o seu raciocínio para obter a lista de todos os agrupamentos possíveis que tem que fazer e, assim, saber quantos são eles.

Primeiramente, deve calcular o número de agrupamentos que deve obter aplicando o Princípio Multiplicativo da Contagem, ou seja, tenho 3 fichas amarelas e 4 fichas azuis, logo $3 \cdot 4 = 12$. Portanto, a tabela deve oferecer 12 agrupamentos que estão apresentados na tabela a seguir.

| Ficha azul / Ficha amarela | 1 | 3 | 5 | 7 |
|---|---|---|---|---|
| 2 | (2, 1) | (2, 3) | (2, 5) | (2, 7) |
| 4 | (4, 1) | (4, 3) | (4, 5) | (4, 7) |
| 6 | (6, 1) | (6, 3) | (6, 5) | (6, 7) |

**• Por meio de um diagrama de árvore**, conhecido também como diagrama de possibilidades/probabilidades, representamos um espaço de probabilidades. O diagrama recebe esse nome porque, depois de elaborado, se parece com uma árvore com diversos galhos.

No exemplo a seguir, está representado um diagrama de árvore em que o problema é: calcular a probabilidade de, ao lançarmos uma moeda três vezes consecutivas, ocorrer cara apenas uma única vez.




## AULAS 3 E 4 - RESOLVENDO E ELABORANDO PROBLEMAS POR MEIO DE DIAGRAMAS DE ÁRVORE OU POR TABELAS

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Presencialmente: estudantes em duplas produtivas ou em pequenos grupos colaborativos, respeitando os protocolos de higiene e o distanciamento social.

Remotamente: estudantes em pequenos grupos. Com a orientação do professor, podem se organizar em meios digitais para discutir, realizar e socializar as atividades.

### MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

### INICIANDO

Inicie uma conversa com a turma expondo os objetivos das **Aulas 3 e 4**, ou seja, **"resolver e elaborar problemas de contagem simples por meio de tabelas e diagramas"**. Explique que daremos continuidade ao conteúdo matemático estudado na aula anterior, isto é, o Princípio Fundamental da Contagem ou Princípio Multiplicativo: multiplicação das opções dadas para determinar o total de possibilidades. Comente que tal conceito é importante na área da Matemática no estudo da Análise Combinatória, adequado na investigação de possibilidades para determinar a probabilidade de fenômenos. Pergunte aos estudantes o que endentem por "combinação/ probabilidade/ fenômenos". Anote na lousa/ quadro ou em papel kraft as ideias relatadas dos estudantes e afixe-o na sala de aula, com a intenção de retomar os registros ao final dessas duas aulas.

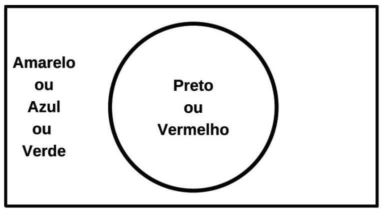
### DESENVOLVENDO

Verifique se os estudantes têm o Caderno do Estudante em mãos. Solicite que organizem duplas produtivas ou pequenos grupos colaborativos, considerando os protocolos de higiene pessoal e o distanciamento social, e que analisem e resolvam os problemas propostos para as **Aulas 3 e 4**. Circule pela sala enquanto os estudantes discutem e resolvem as atividades. Observe as discussões entre os estudantes e, se

**Agora é com você!!!**

**Leia os problemas a seguir e os resolva.**

**1.** (SARESP – Relatório Pedagógico 2010) - Leleco deve pintar a bandeira, a seguir, escolhendo duas cores, uma para o círculo e outra para o restante da área da bandeira, conforme explicado na figura.




O número total de bandeiras distintas que Leleco pode pintar é:

a. 2.

b. 4.

c. 5.

d. 6.

Registre, no espaço a seguir, como você pensou para resolver o problema.

Resposta: Gabarito D. Uma possível estratégia de resolução é por meio de uma tabela.

| Cor do restante da área do retângulo | Cor do círculo | Cores da bandeira |
|---|---|---|
| Amarelo | preto | amarelo e preto |
| | vermelho | amarelo e vermelho |
| Azul | preto | azul e preto |
| | vermelho | azul e vermelho |
| Verde | preto | verde e preto |
| | vermelho | Verde e vermelho |

**2.** (SARESP – Relatório Pedagógico 2010) - Lúcia precisava descobrir quantos números de dois algarismos distintos podem ser formados, utilizando apenas os algarismos 3, 5, 7 e 8. Ela resolveu, então, representar um diagrama de árvore para facilitar a contagem.

Lúcia iniciou assim:

necessário, oriente-os sobre possíveis dúvidas que surgirem. Pergunte: "Como pensaram para resolver o que é solicitado no problema? Por que dessa forma? Existe uma única forma de resolver o problema?". Incentive-os a levantarem hipóteses para solucionar as situações propostas e dê um tempo para que possam chegar a um resultado. Solicite que os integrantes das duplas/ grupos registrem, na lousa, as possíveis soluções dos problemas. Convide-os para uma plenária e analise os registros. Explore todos os registros, ou seja, os certos e os errados. Parta dessa análise e esclareça as possíveis dúvidas dos estudantes, buscando um consenso sobre o resultado pretendido.

## FINALIZANDO

Finalize as **Aulas 3 e 4** construindo com a turma uma síntese do conteúdo matemático estudado. Essa síntese pode ser registrada no quadro em forma de listas, com tópicos e subtópicos, esquemas ou mapas mentais. Retome as ideias que os estudantes levantaram no início das aulas e que estão registradas na lousa/quadro ou papel kraft, e compare-as com a síntese final. No final deste percurso de aprendizagem, **Aulas 3 e 4**, a expectativa é de que os estudantes tenham compreendido formas de determinar quantas são as possibilidades ou combinações de uma situação usando o Princípio Fundamental da Contagem e a forma de organizar e representar quais são elas por tabelas e diagramas. Caso observe a existência de estudantes que ainda não tenham se apropriado do que foi proposto neste estudo, ou que queiram se aprofundar no conteúdo matemático em pauta, sugerimos plataformas de estudo como: Khan Academy, Youcubed, Olimpíada Brasileira de Matemática e CMSP.

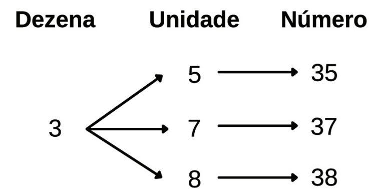
Sugestão de aulas disponíveis do Centro de Mídias da Educação de São Paulo:

1 - "Escolhendo o uniforme". Centro de Mídias da Educação de São Paulo. Disponível em: <https://repositorio.educacao.sp.gov.br/#!/midia?videoPlay=8531&id=562>.

Acesso em: 25 abr. 2021

2 - “Escolhendo o uniforme – Probabilidade”. Centro de Mídias da Educação de São Paulo. Disponível em: <https://repositorio.educacao.sp.gov.br/#!/midia?videoPlay=8533&id=562>. Acesso em: 25 abr. 2021.






Depois de completar o diagrama, a quantidade de números de dois algarismos distintos que Lúcia encontrou foi:

a. 8.

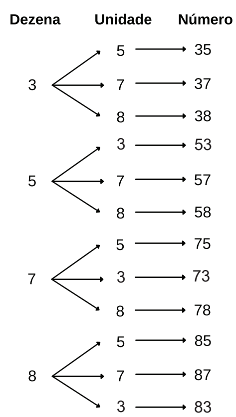
b. 10.

c. 12.

d. 14.

Registre, no espaço a seguir, como você pensou para resolver o problema.

Resposta: Gabarito C. 1) Uma possível estratégia de resolução é por meio do diagrama de possibilidades, fazendo a contagem dos números distintos que Lúcia encontrou.




Portanto, a quantidade de números de dois algarismos distintos que Lúcia encontrou foi 12.

2) Uma outra estratégia de resolução é elaborar uma tabela.

| dezena \ unidade | 3 | 5 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|
| 3 | ~~33~~ | 35 | 37 | 38 |
| 5 | 53 | ~~55~~ | 57 | 58 |
| 7 | 73 | 75 | ~~77~~ | 78 |
| 8 | 83 | 85 | 87 | ~~88~~ |

Verificamos, por meio da tabela, que temos 12 números distintos encontrados por Lúcia.

3) Uma outra estratégia de resolução: Se com um dos quatro números podemos escrever, com os demais, um total de 3 números diferentes, o mesmo se aplicará com os outros números. Assim, chegamos ao seguinte raciocínio: com 4 números podemos escrever $4 \cdot 3 = 12$ números diferentes.

## CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, vale ressaltar que, conforme com o Currículo Paulista, “O ensino da Probabilidade envolve resolução de problemas de contagem e compreensão do princípio multiplicativo, o que favorece os estudantes a lidarem com situações que envolvam diferentes tipos de agrupamentos; favorece também o desenvolvimento do raciocínio combinatório e, assim, a compreensão de que muitos dos acontecimentos do co-

**3.** Rui quer se vestir para ir a uma festa, mas está em dúvida sobre qual camisa deve usar, pois ele tem 4 camisas novas: azul, branca, vermelha e amarela. Ele gosta muito de 3 calças: preta, azul e marrom. Quanto ao calçado, ele tem duas opções: tênis ou sapato.

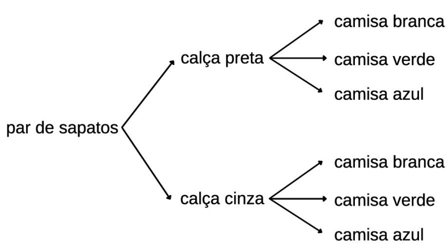
Represente, no espaço a seguir, quantas são essas maneiras, em forma de tabela.

| Camisa | Calça | Calçado |
|---|---|---|
| Azul | preta | tênis |
| | | sapato |
| | azul | tênis |
| | | sapato |
| | marrom | tênis |
| | | sapato |
| Branca | preta | tênis |
| | | sapato |
| | azul | tênis |
| | | sapato |
| | marrom | tênis |
| | | sapato |
| Vermelha | preta | tênis |
| | | sapato |
| | azul | tênis |
| | | sapato |
| | marrom | tênis |
| | | sapato |
| Amarela | preta | tênis |
| | | sapato |
| | azul | tênis |
| | | sapato |
| | marrom | tênis |
| | | sapato |

24

As possíveis maneiras de Rui se vestir para ir à festa são 24.

**4.** A partir do diagrama de árvore a seguir, elabore um problema e resolva-o.




Resposta: Possível elaboração de um problema e sua resolução:

ELABORAÇÃO: Marcelo tem uma entrevista de emprego amanhã e está escolhendo a roupa que pretende usar. Ele tem duas calças, três camisas e um par de sapatos. Observe a árvore de probabilidades a seguir, que apresenta as diferentes maneiras que Marcelo poderá se vestir para ir na entrevista.

De quantas maneiras diferentes Marcelo poderá se vestir para ir à entrevista?

RESOLUÇÃO: Marcelo poderá se vestir de 6 maneiras diferentes.

tidiano são de natureza aleatória. As noções de acaso e incerteza que se manifestam intuitivamente podem ser exploradas em situações em que os estudantes realizam experimentos e observam eventos." Currículo Paulista, p. 326. Disponível em: <https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/>. Acesso em: 23 de abril de 2021.

**5.** Elabore e resolva um problema simples de contagem por meio da construção de uma tabela.

Sugestão: Realize combinações para compor um kit lanche: dois sucos de sabores diferentes, dois tipos de lanche e dois tipos de sobremesa.

**Resposta: ELABORAÇÃO:** Na cantina da escola, nesta semana, pretendo comprar a promoção do kit lanche. Posso escolher entre duas bebidas, suco de maracujá e suco de laranja; entre dois lanches, o natural e x-salada, e entre duas sobremesas, maçã e pudim de leite. Quais as possíveis combinações de bebida + lanche + sobremesa que posso fazer para comprar o kit lanche na cantina da escola nesta semana?

**RESOLUÇÃO:** Construção de uma tabela, indicando as possíveis combinações de bebida + lanche + sobremesa que posso fazer para comprar um kit lanche na cantina da escola nesta semana. Assim, tenho 8 combinações diferentes.

| BEBIDA | LANCHE | SOBREMESA |
|---|---|---|
| suco de maracujá | natural | maçã |
| | | pudim de leite |
| | x-salada | maçã |
| | | pudim de leite |
| suco de laranja | natural | maçã |
| | | pudim de leite |
| | x-salada | maçã |
| | | pudim de leite |

**8 combinações diferentes**

## AULAS 5 E 6 - PROBABILIDADE: EVENTO ALEATÓRIO – RESOLVENDO E ELABORANDO PROBLEMAS

Objetivos das aulas:
- Identificar eventos aleatórios;
- Compreender a noção de probabilidade;
- Calcular a probabilidade de um evento e expressá-la na forma de fração, decimal e percentual.


Fonte: Pixabay

**O que é probabilidade em Matemática?**

Em Matemática, a probabilidade é um número que determina a chance de ocorrência de um número em um experimento aleatório. A probabilidade pode ser expressa por meio da forma fracionária, decimal e percentual..

**O que é um evento aleatório?** É quando conhecemos os possíveis resultados, mas não podemos afirmar, a princípio, qual acontecerá.

Exemplos:

1) Lançamento de uma moeda – ao lançar uma moeda, só temos duas opções: sair cara ou coroa.
2) Lançamento de um dado – ao lançar um dado, temos a certeza que sairá um número de um a seis.

## AULAS 5 E 6 - PROBABILIDADE: EVENTO ALEATÓRIO – RESOLVENDO E ELABORANDO PROBLEMAS

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Presencialmente: estudantes em duplas produtivas ou em pequenos grupos colaborativos, respeitando os protocolos de higiene e o distanciamento social.

Remotamente: estudantes em pequenos grupos. Com a orientação do professor, podem se organizar em meios digitais para discutir, realizar e socializar as atividades.

**O que é espaço amostral?**

1) Na moeda, o espaço amostral seria cara ou coroa.
2) No dado, seria os números 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Vimos que a Probabilidade faz parte da Matemática ao calcular as chances de um evento ocorrer em um determinado contexto, considerando as possibilidades existentes e o que é possível obter.

Um exemplo prático é a clássica pergunta: "Qual a probabilidade de sair um número maior do que 3 ao lançar o dado?".

Resposta: Se esse dado for honesto e tiver 6 faces, temos: 3/6 ou 0,5 ou 50%. Assim, podemos representar esse valor na forma fracionária, decimal e percentual.

**Agora é com você!!!**

Leia os problemas a seguir e os resolva.

1. Duas moedas são lançadas. Registre, no espaço a seguir, o espaço amostral para esse experimento.

Resposta: Moeda; Cara (K); Coroa (C)
Espaço amostral = {(K,C); (K,K); (C,K); (C,C)}

2. Uma letra é escolhida, ao acaso, dentre as que formam o nome do estado de PERNAMBUCO.

Expresse, na forma de fração, decimal e porcentual a probabilidade de ser uma vogal.

Resposta: Vogais – E, A, U, O ⟶ 4; Consoantes: – P, R, N, M, B, C ⟶ 6
Observe que o total de letras de PERNAMBUCO é igual a 10. O caso favorável, nesse problema, é a quantidade de vogais, que são 4. Logo, a probabilidade de escolhermos uma vogal é de:

$$\frac{4}{10} = 0{,}4 = 40\%$$

3. (SARESP – Relatório Pedagógico 2013) - Um estojo de maquiagem tem 12 tonalidades de batom, sendo 3 tonalidades cintilantes e as restantes cremosas.

A probabilidade de se retirar, ao acaso, desse estojo um batom cintilante é

a. 30%.

b. 25%.

c. 10%.

d. 20%.

## MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante e calculadora.

## INICIANDO

Inicie uma conversa com os estudantes expondo o objetivo principal das **Aulas 5 e 6**, ou seja, **"calcular a probabilidade de um evento e expressá-la na forma de fração, decimal e percentual"**. A seguir, por meio de questionamentos, levante os conhecimentos prévios dos estudantes sobre o tema. Pergunte, por exemplo: "O que entendem por probabilidade? Sabem o que são eventos aleatórios? De que forma a probabilidade pode ser expressa?". Sugerimos que solicite aos estudantes que realizem uma pesquisa sucinta sobre a importância do estudo de Probabilidade e também sobre sua história. Ofereça, se possível, livros impressos ou recomende alguns sites confiáveis de pesquisa. Anote na lousa/ quadro ou em um papel kraft as ideias relatadas dos estudantes e, caso eles tenham feito a pesquisa, o que foi significativo nas informações obtidas, com a intenção de retomar os registros ao final dessas duas aulas.

## DESENVOLVENDO

Verifique se os estudantes têm o Caderno do Estudante em mãos. Solicite que, em duplas e ou pequenos grupos colaborativos, respeitando os protocolos de higiene e o distanciamento social, analisem e resolvam as atividades referentes às **Aulas 5 e 6**. Circule pela sala enquanto os estudantes discutem e resolvem as atividades. Pergunte, sempre que julgar necessário, observando as discussões das duplas: "Como pensaram em resolver o que é solicitado no problema? Por que resolver dessa forma? Existe uma única forma de resolver o problema?". Incentive os estudantes a levantarem hipóteses para solucionar os problemas propostos e dê um tempo para que possam fazê-lo. Solicite que alguns estudantes se voluntariem e façam, na lousa, as resoluções dos problemas. Analise com a turma as resoluções e esclareça possíveis dúvidas, buscando um consenso sobre o resultado pretendido.

## FINALIZANDO

Finalize as **Aulas 5 e 6** construindo com a turma uma síntese do objeto de conhecimento matemático estudado. Essa síntese pode ser registrada no quadro em forma de listas, com tópicos e subtópicos, esquemas ou mapas mentais. Retome as ideias que os estudantes levantaram no início das aulas, que estão registradas na lousa/quadro ou papel kraft, e compare-as com a síntese final. No final deste percurso de aprendizagem, a expectativa é de que os estudantes tenham compreendido o que é um evento aleatório, a noção de probabilidade e como resolver problemas de probabilidade, expressando-os na forma fracionária, decimal e percentual. Caso observe a existência de estudantes que ainda não tenham se apropriado do que foi proposto neste estudo ou que queiram se aprofundar no conteúdo matemático em pauta, sugerimos plataformas de estudo como: Khan Academy, Youcubed, Olimpíada Brasileira de Matemática e CMSP.

Sugestão de aulas disponíveis do Centro de Mídias da Educação de São Paulo:

1 - "Fenômenos aleatórios". Centro de Mídias da Educação de São Paulo. Disponível em: <https://repositorio.educacao.sp.gov.br/#!/midia?videoPlay=1678&id=596>. Acesso em: 25 abr. 2021

2 - "Retomando eventos aleatórios". Centro de Mídias da Educação de São Paulo. Disponível em: <https://repositorio.educacao.sp.gov.br/#!/midia?videoPlay=1715&id=596>. Acesso em: 25 abr.2021



Registre, no espaço a seguir, como você pensou para resolver o problema.

Resposta: Gabarito B. Uma possível estratégia de resolução:
Espera-se que o estudante aplique a ideia de probabilidade.
P(retirar o baton cintilante)= $\frac{n^{\underline{o}}\ de\ batons\ cintilantes}{n^{\underline{o}}\ total\ de\ batons} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

Ao calcular a fração resultante da probabilidade, é preciso transformar essa razão em porcentagem por meio da representação decimal. Assim, $\frac{1}{4}$ =0,25 → 25 centésimos → 25% .

**4.** O estacionamento de um condomínio tem 25 vagas numeradas de a 1 a 25, e hoje, no período da tarde, está totalmente vazio.

Qual é a probabilidade do primeiro morador que chegar no período da tarde no condomínio estacionar em uma vaga par? Expresse esse valor na forma fracionária, decimal e percentual.

Resposta: Uma possível estratégia de resolução: Total de vagas: 25.
Vagas Pares: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22 e 24. Assim, o total de vagas pares são 12.
Para calcular a probabilidade, temos: $\frac{12}{25}$ = 0,48 = 48%

**5. Leia o problema a seguir.**

A professora de Márcia pretende sortear uma bola entre os 25 estudantes da turma que gostam de jogar basquete. Márcia é um desses estudantes e descobriu que sua chance de ganhar essa bola é de 1 em 25.

A professora explicou que podemos calcular a chance de um resultado ocorrer, ou seja, a sua probabilidade.

No sorteio da bola, essa chance pode ser representada por $\frac{1}{25}$, ou 0,04 ou 4%, pois:

$$\frac{1}{25} = \frac{4}{100} = 0{,}04 = 4\%$$

**Agora, responda:**

Se cinco estudantes desistirem do sorteio, qual seria a atual chance de Márcia ser sorteada? Represente essa probabilidade nas formas fracionária, decimal e percentual.

Resposta: No caso de cinco estudantes saírem do sorteio, temos:

$$\frac{1}{20} = \frac{5}{100} = 0{,}05 = 5\%$$

6. Preencha a tabela a seguir com os dados da sua turma. Cada estudante só pode indicar um esporte entre os apresentados na tabela, independentemente de praticá-lo.

| Esporte | Vôlei | Basquete | Futebol | Natação |
|---|---|---|---|---|
| nº de estudantes | Resposta pessoal | Resposta pessoal | Resposta pessoal | Resposta pessoal |

Fonte: Dados da turma de____________________

Agora, responda às questões propostas usando a calculadora.

a. Quantos estudantes participaram da pesquisa?

Resposta:
Resposta pessoal, visto que o estudante necessita realizar a pesquisa e, de acordo com os dados coletados, preencher a tabela e responder às questões.

b. Se sortearmos um entre os estudantes que participaram da pesquisa, qual a probabilidade de ele ter indicado futebol?

Resposta:
Resposta pessoal, visto que o estudante necessita realizar a pesquisa e, de acordo com os dados coletados, preencher a tabela e responder às questões.

c. Qual é a porcentagem de estudantes que preferem natação?

Resposta:
Resposta pessoal, visto que o estudante necessita realizar a pesquisa e, de acordo com os dados coletados, preencher a tabela e responder às questões.

7. Numa turma que tem 40 estudantes, será feito um único sorteio.

a. Sabendo que na turma há 25 meninos e 15 meninas, qual é a probabilidade de ser sorteado um menino?

Resposta:

$$\frac{25}{40} = \frac{5}{8} = 0{,}625 = 62{,}5\%$$

b. E de ser sorteada uma menina?

Resposta:

$$\frac{15}{40} = \frac{3}{8} = 0{,}375 = 37{,}5\%$$

**8.** (SARESP – Relatório Pedagógico 2008) - Em um grupo de alunos de uma classe, 6 têm seus nomes iniciando com a letra M, 4 com a letra A, 3 com a letra C e 2 com a letra P. Foi combinado com a professora e o grupo que, na próxima aula, um dos alunos deste grupo será sorteado para expor o trabalho.

Qual a probabilidade do aluno que tem o nome iniciando com a letra M ser sorteado?

a. $\frac{2}{20}$

b. $\frac{1}{10}$

c. $\boxed{\frac{2}{5}}$

d. $\frac{4}{15}$

Registre, no espaço a seguir, como você pensou para resolver o problema.

Resposta: Gabarito C. Pode-se aplicar diretamente o conceito básico de probabilidade: 6 alunos com nomes iniciados por M em um total de 6 + 4 + 3 + 2 = 15 alunos.
A probabilidade do aluno que tem o nome iniciando com a letra M ser sorteado é igual a $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$.

## AULAS 7 E 8 - PROBABILIDADE: EXPERIMENTOS SUCESSIVOS, RECONHECENDO E APLICANDO O CONCEITO DE RAZÃO – RESOLVENDO E ELABORANDO PROBLEMAS

Objetivos das aulas:
- Determinar o espaço amostral de um evento;
- Comparar a probabilidade numérica com a contagem do espaço amostral de eventos simples ou de eventos sucessivos.

Fonte: Pixabay

**O que é probabilidade em Matemática?**

Em Matemática, a probabilidade é um número que determina a chance de ocorrência de um número em um experimento aleatório. A probabilidade pode ser expressa por meio de uma fração.

## AULAS 7 E 8 - PROBABILIDADE: EXPERIMENTOS SUCESSIVOS, RECONHECENDO E APLICANDO O CONCEITO DE RAZÃO – RESOLVENDO E ELABORANDO PROBLEMAS

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Presencialmente: estudantes em duplas produtivas ou em pequenos grupos colaborativos, respeitando os protocolos de higiene e o distanciamento social.
Remotamente: estudantes em pequenos grupos. Com a orientação do professor, podem se organizar em meios digitais para discutir, realizar e socializar as atividades.

1. Lançamento de dados de seis faces.

Fonte: Pixabay

Dado honesto – Pode-se dizer que é aquele dado em que todas as 6 faces têm a mesma chance de ficar voltada para cima ao ser lançado.

Convidamos você a analisar o que acontece com o lançamento de um dado honesto.

Leia com atenção!

Os resultados possíveis ao lançar um dado honesto são: 1, 2, 3, 4, 5 e 6. Assim, há 6 resultados possíveis e todos têm a mesma chance de ocorrer.

Exemplificando: Como calcular a probabilidade de sair uma face com número ímpar no lançamento de um dado honesto?

Observamos que, entre as possibilidades, há 3 faces entre as 6 com números impares, ou seja, face 1, 3 e 5.

Portanto, podemos indicar a probabilidade de sair uma face com número ímpar por: $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ $ou$ 0,5 $ou$ 50%.

**Agora é sua vez!**

a. No lançamento de um dado honesto, qual a fração que indica a probabilidade de sair a face com o número 4?

Resposta: Uma possível estratégia de resolução: Possibilidades: 1, 2, 3, 4, 5 e 6.
Observamos que há 1 face, entre as 6, com o número 4. Portanto, podemos indicar a probabilidade de sair a face com o número 4 pela fração: $\frac{1}{6}$.

b. Em um experimento, um dado foi lançado 900 vezes. Em 500 delas, saiu a face de número 6. Em sua opinião, esse dado é honesto?

Resposta: Espera-se que os estudantes analisem as informações e respondam que não, visto que, se o dado fosse honesto, o número de lançamentos em que saiu o número 6 deveria ser próximo de 150.

c. No lançamento de um dado, as chances são maiores de se obter um número menor que 3 ou um número maior que 3?

Resposta: Os resultados possíveis ao lançar um dado honesto são: 1, 2, 3, 4, 5 ou 6. Assim a chance de se obter um número menor que 3 (1 e 2) é 2/6= 1/3 e a chance de se obter um número maior que 3 (4, 5 e 6) é 3/6= 1/2.

d. No lançamento de um dado honesto, qual a fração que indica a probabilidade de se obter um número maior que 4?

Resposta: Uma possível estratégia de resolução: Sabendo que o dado tem 6 faces numeradas de 1 a 6 (seis possibilidades) e a condição é a chance de sair um número maior que 4, temos os números 5 e 6 (duas possibilidades). Assim, a probabilidade é $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

## MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

## INICIANDO

Inicie uma conversa com os estudantes expondo o objetivo principal das **Aulas 7 e 8**, ou seja, **"comparar a probabilidade numérica com a contagem do espaço amostral de eventos simples ou de eventos sucessivos"**. Retome, se necessário, os conceitos matemáticos discutidos nas duas aulas anteriores. Prossiga a discussão, realizando um levantamento prévio, com os estudantes no tocante à Probabilidade, perguntando, por exemplo: "O que entendem por espaço amostral? E por eventos simples? E por eventos sucessivos?". Anote na lousa/ quadro ou em um papel kraft as ideias relatadas dos estudantes, e caso eles tenham feito a pesquisa, o que foi significativo nas informações obtidas, com a intenção de retomar os registros ao final dessas duas aulas.

## DESENVOLVENDO

Verifique se os estudantes têm o Caderno do Estudante em mãos. Solicite que se organizem em duplas produtivas ou em pequenos grupos colaborativos, respeitando os protocolos de higiene e distanciamento social, e que analisem e resolvam as atividades referentes às **Aulas 7 e 8**. Circule pela sala enquanto os estudantes discutem e resolvem as atividades. Observe as discussões das duplas e, se necessário, oriente-as sobre possíveis dúvidas que surgirem. Solicite que os estudantes registrem na lousa as possíveis soluções das atividades. Convide-os para uma plenária e analise os registros. Explore todos os registros, ou seja, os certos e os errados. Parta dessa análise e esclareça as possíveis dúvidas dos estudantes, buscando um consenso sobre o resultado pretendido.

## FINALIZANDO

Finalize as **Aulas 7 e 8** construindo com a turma uma síntese do objeto de conhecimento matemático estudado. Essa síntese pode ser registrada no quadro em forma de listas com tópicos e subtópicos, esquemas ou mapas mentais. Retome as ideias que os estudantes levantaram no início das aulas, que estão registradas na lousa/quadro ou papel kraft, e compare-as com a síntese final. No final deste percurso de aprendizagem, a expectativa é de que os estudantes construam ou aprofundem ideias de chance (maior ou menor chance de algo acontecer) e que calculem a probabilidade de um evento aleatório ocorrer, compreendendo que o número que representa a probabilidade será sempre igual a ou menor que 1 e, também, igual ou maior que zero, além de calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por um número racional na forma fracionária, decimal e percentual, e, também, comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos. Caso observe a existência de estudantes que ainda não tenham se apropriado do que foi proposto neste estudo ou que queiram se aprofundar no conteúdo matemático em pauta, sugerimos plataformas de estudo como: Khan Academy, Youcubed, Olimpíada Brasileira de Matemática e CMSP.

Sugestão de aulas disponíveis do Centro de Mídias da Educação de São Paulo:



**2.** Um dado honesto é lançado sucessivamente por duas vezes.

a. Quais são os resultados possíveis?

b. Quantos são estes resultados?

c. Quantos dos resultados possíveis têm soma 12?

Registre, no espaço a seguir, suas repostas.

**Resposta: Uma possível estratégia de resolução: a) Para determinar os resultados possíveis, podemos elaborar uma tabela. b) A quantidade de resultados possíveis é 36. c) Dos resultados possíveis, apenas 1 tem a soma 12, ou seja, (6,6).**

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 | 1,6 |
| 2 | 2,1 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 |
| 3 | 3,1 | 3,2 | 3,3 | 3,4 | 3,5 | 3,6 |
| 4 | 4,1 | 4,2 | 4,3 | 4,4 | 4,5 | 4,6 |
| 5 | 5,1 | 5,2 | 5,3 | 5,4 | 5,5 | 5,6 |
| 6 | 6,1 | 6,2 | 6,3 | 6,4 | 6,5 | 6,6 |

**Lançamento de moedas.**

Fonte: Pixabay

Uma moeda honesta tem duas faces: cara e coroa. Se jogarmos a moeda para o alto, a probabilidade da moeda cair com a face cara virada para cima é 1/2 , pois existem duas possibilidades de faces virada para cima (ou cara (K) ou coroa (C)), ou seja, a probabilidade de cair a face cara ou a face coroa virada é de 1 em 2.


Moeda honesta- Pode-se dizer que uma moeda é honesta quando as suas duas faces, cara ou coroa, ao ser lançada, tem 50% de chance de ficar voltada para cima.

**3.** Agora, convidamos você a fazer um **experimento.**

**Material necessário:** uma moeda.

**Procedimentos:**

a. Lance uma moeda honesta: 10 vezes, 50 vezes e 100 vezes. Anote, no quadro seguir, os respectivos resultados e suas porcentagens.

| Número de lançamentos da moeda honesta | Quantidade de resultados cara | Porcentagem de resultados cara | Quantidade de resultados de coroa | Porcentagem de resultados coroa |
|---|---|---|---|---|
| 10 | 2 | 20% | 8 | 80% |
| 50 | 18 | 36% | 32 | 64% |
| 100 | 46 | 46% | 54 | 54% |

**Observação: no quadro, é apresentado um possível resultado. Cada estudante deverá calcular os dados de acordo com o seu experimento.**

1 - " Quantas possibilidades tem?". Centro de Mídias da Educação de São Paulo. Disponível em: <https://repositorio.educacao.sp.gov.br/#!/midia?videoPlay=1631&id=596>. Acesso em: 25 abr. 2021.

2- "Os dados: quem ganha o jogo". Centro de Mídias da Educação de São Paulo. Disponível em: <https://repositorio.educacao.sp.gov.br/#!/midia?videoPlay=5226&id=596>. Acesso em: 25 abr. 2021.

3- "Par ou ímpar e cara ou coroa". Centro de Mídias da Educação de São Paulo. Disponível em: <https://repositorio.educacao.sp.gov.br/#!/midia?videoPlay=4652&id=596>.

b. O que você pôde observar à medida que o número de lançamentos foi aumentando?

**Resposta: Uma possível reposta:**
**Espera-se que os estudantes observem que, à medida que o número de lançamentos foi aumentando, a porcentagem de lançamentos em que saiu cara ou coroa foi ficando cada vez mais próxima da probabilidade desse evento ocorrer, ou seja, foi ficando mais próxima a 50%.**

4. Uma moeda é lançada por 3 vezes consecutivas.

a. Quais são os resultados possíveis?

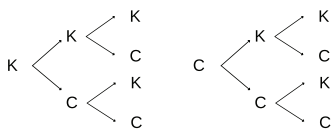
b. Quantos são esses resultados?

c. Quantos desses resultados têm apenas uma coroa?

d. Em quantos têm pelo menos uma coroa?

Registre, no espaço a seguir, suas respostas.

**Resposta: Uma possível estratégia de resolução é construindo um diagrama de árvore.**




**Espera-se que os estudantes concluam que, para cada lançamento, existem duas possibilidades, totalizando $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ resultados possíveis nos três lançamentos:**
**a) Os resultados possíveis: KKK, KKC, KCK, KCC, CKK, CKC, CCK, CCC. b) Os resultados são 8.**
**c) Desses resultados, temos 3 resultados que têm apenas uma coroa. d) Desses resultados, temos 7 resultados que têm pelo menos uma coroa.**

5. Você conhece um dado de 20 faces?

Fonte: Pixabay

Robson e Josué estão brincando de jogar um dado que possui 20 faces e está numerado de 1 a 20.

a. Supondo que esse dado seja honesto, qual a probabilidade de Robson lançar esse dado e sair a face com o número 12?

**Resposta: Sabendo que o dado tem 20 faces, a probabilidade de sair a face 12 é de: $\frac{1}{20}$ ou 0,05 ou 5%.**

## CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, sugerimos que comente com a turma que, em muitos casos, a probabilidade de um evento ocorrer é determinada observando-se a ocorrência desse evento ao repetir um experimento um grande número de vezes.

Acesso em: 25 abr. 2021.
4 - “Vamos jogar cara ou coroa?”. Centro de Mídias da Educação de São Paulo. Disponível em: <https://repositorio.educacao.sp.gov.br/#!/midia?videoPlay=5835&id=596>.
Acesso em: 25 abr. 2021.

b. E qual a probabilidade de Josué lançar esse dado e sair a face com o número 13?

**Resposta:**
**É a mesma probabilidade de Robson, ou seja, 5%.**

c. E qual a probabilidade de Robson lançar esse dado e sair uma das faces com um número menor ou igual a 10?

**Resposta: O dado tem 20 faces e está numerado de 1 a 20.**
**Números menores ou igual a 10 → 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 → 10 possibilidades.**
**Então, ao lançar o dado, a probabilidade de sair uma das faces com um número menor ou igual a 10 é: $\frac{10}{20}$ ou 0,5 ou 50%.**

d. E qual a probabilidade de Josué lançar esse dado e sair com uma das faces com um número maior ou igual a 10?

**Resposta:**
**É a mesma probabilidade de Robson, ou seja, 50%.**

**Agora use a sua imaginação!!!**

6. Crie um problema em que você utilize a probabilidade e depois resolva-o.

**Sugestão:** Utilize a ideia de retirar aleatoriamente bolas colorias de dentro de um saquinho não transparente.

**Resposta: Uma possível elaboração e resolução de um problema: ELABORAÇÃO: Estou brincando de retirar bolas coloridas de dentro de um saquinho sem ser transparente. Nesse saquinho, coloquei 5 bolas azuis, 6 amarelas, 3 brancas e 10 verdes.**
**Qual a probabilidade que tenho de retirar, no primeiro sorteio, uma bola amarela? RESOLUÇÃO: No saquinho, coloquei 5 bolinhas azuis + 6 amarelas + 3 brancas +10 verdes, totalizando 24 bolinhas.**
**A probabilidade de retirar, no primeiro sorteio, uma bolinha amarela é: $\frac{6}{24}$ ou 0,25 ou 25%.**

7. Elabore e resolva um problema envolvendo a probabilidade.

**Sugestão:** Utilize a ideia de lançamento de dados de seis faces.

**Resposta: Uma possível elaboração e resolução de um problema:**
**ELABORAÇÃO: Estou brincando de jogar um dado honesto de seis faces com meu primo João.**
**Qual é a minha chance de não sair o número 5 no lançamento desse dado?**
**RESOLUÇÃO: O dado tem 6 faces → 1, 2, 3, 4, 5, 6. Se excluir o número 5, tenho ainda 5 chances em 6, ou seja, $\frac{5}{6}$ ou, aproximadamente, 83%.**

## ANOTAÇÕES

## ANOTAÇÕES

# SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

## ANOTAÇÕES

# 6º ANO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

## OLÁ, PROFESSOR!

Espera-se que os estudantes possam chegar ao final desta Sequência de Atividades sendo capazes de **ler, coletar, classificar, interpretar dados em tabelas de dupla entrada, gráfico de colunas agrupadas, gráficos pictóricos e gráfico de linhas.**

A escolha das habilidades foram feitas por meio de análises realizadas dos resultados das avaliações ADE (Avaliação Diagnóstica de Entrada/2019) e SARESP (Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo), que revelaram fragilidades dos estudantes com relação às habilidades: **(EF05MA24) Analisar e Interpretar dados estatísticos apresentados em textos, tabelas (simples ou de dupla entrada) e gráficos (colunas agrupadas ou linhas) referentes a outras áreas do conhecimento ou a outros contextos, como saúde e trânsito, e produzir textos com o objetivo de sintetizar conclusões e (EF05MA25) Realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas e numéricas, organizar dados coletados por meio de tabelas gráficos de colunas, pictóricos e de linhas, com e sem uso de tecnologias digitais, e apresentar texto escrito sobre a finalidade da pesquisa e a síntese dos resultados.**

| Aula/tempo | Tema da aula |
|---|---|
| 1ª e 2ª/90 min | Lendo, interpretando e representando dados estatísticos em tabelas e gráficos |
| 3ª e 4ª/90 min | Analisando, interpretando e produzindo textos baseados em dados estatísticos |
| 5ª e 6ª/90 min | Organizando, coletando e representando dados de uma pesquisa |
| 7ª e 8ª/90 min | Construindo gráficos e produzindo textos com base em dados coletados em uma pesquisa |

Para apoiá-lo nessa ação, a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo fornece, por meio do Centro de Mídias, formação continuada quinzenal acerca das Sequências de Atividades, nos momentos das Aulas de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPC).

Desejamos a você e aos estudantes bons estudos e um ótimo trabalho!

# SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

## AULAS 1 E 2 - LENDO, INTERPRETANDO E REPRESENTANDO DADOS ESTATÍSTICOS EM TABELAS E GRÁFICOS

Objetivos das aulas:
- Ler, interpretar e representar dados estatísticos em tabelas simples e de dupla entrada;
- Ler, interpretar e representar dados estatísticos em gráfico de barras, colunas agrupadas, gráficos pictóricos e gráfico de linhas.

Fonte: Pixabay

**Você sabia que há várias formas de se organizar informações?**

Tabelas e gráficos são alguns exemplos.

**Mas o que é uma tabela?** São formas de se organizar dados ou valores numéricos.

Temos:

Tabela simples: podemos usá-la para apresentar a relação entre uma informação e outra, como no exemplo a seguir que registra suco e preço. É formada por duas colunas abertas nas laterais e fazemos a sua leitura no sentido horizontal.

| SUCO NATURAL | PREÇO |
|---|---|
| Laranja | R$ 7,00 |
| Abacaxi | R$ 5,50 |
| Maracujá | R$ 6,00 |
| Graviola | R$ 8,50 |

Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Tabela de dupla entrada: podemos usá-la para apresentar dois ou mais tipos de dados, como no exemplo que registra altura e peso pertencentes a cada atleta. Devemos fazer a sua leitura no sentido vertical e horizontal, simultaneamente, para que possamos relacionar as linhas e as colunas.

| NOME DO ATLETA | ALTURA (m) | PESO (kg) |
|---|---|---|
| Frida | 1,78 | 68,0 |
| Pantera | 1,92 | 70,5 |
| Barnei | 2,02 | 81,0 |
| Kalú | 1,88 | 78,5 |

Fonte: Elaborado para fins didáticos.

**Agora é com você, estudante! Leia as situações-problema a seguir e as resolva.**

## AULAS 1 E 2 - LENDO, INTERPRETANDO E REPRESENTANDO DADOS ESTATÍSTICOS EM TABELAS E GRÁFICOS

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Presencialmente: estudantes sentados em duplas produtivas ou em pequenos grupos colaborativos, respeitando os protocolos de higiene e o distanciamento social.

Remotamente: estudantes em pequenos grupos colaborativos e organizados, com a orientação do professor, em meios digitais para discutirem, realizarem e socializarem as atividades.

### MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

### INICIANDO

Inicie uma conversa com a turma, informando que, no decorrer das próximas oito aulas, estudarão conceitos relacionados a um ramo da Matemática voltado para a coleta, a análise e a interpretação de dados no estudo de fenômenos naturais, econômicos e sociais, denominado Estatística. Comente que parte das informações trazidas pela mídia é apresentada em forma de tabelas e gráficos. Sugere-se que apresente para os estudantes imagens de tipos diferentes de gráfico. Pergunte "O que são? Para que servem? Qual a diferença entre eles?". Explore brevemente qual a utilidade desses gráficos e quais são as suas características, ou seja, colunas: os dados são posicionados na vertical; barras: semelhante ao gráfico de colunas, porém os dados são representados na horizontal; pizza/setor: expressa relação de proporcionalidade em que todos os dados adicionados, complementam o todo; e linhas: utilizado para registrar informações acumulativas, mostrando a progressão ou regressão dos dados, analisando o desenvolvimento de diversas situações, como vendas, temperatura, minutos, horas, entre outras.

## DESENVOLVENDO

Verifique se a turma tem em mãos o Caderno do Estudante. Para as **Aulas 1 e 2**, estão previstas sete atividades, as quais poderão ser desenvolvidas durante as duas aulas. Solicite aos estudantes que se reúnam em duplas ou grupos, sempre respeitando os protocolos de higiene e o distanciamento social, para que leiam, analisem e realizem as atividades. Circule pela sala observando como desenvolvem as atividades. Pergunte: "Como estão resolvendo, ou seja, quais estratégias de resolução estão empregando? Por que dessa forma? "O que vocês acham de....", entre outros questionamentos. Peça que alguns voluntários registrem na lousa suas respostas e, se possível, que expliquem como pensaram para chegar em uma possível solução da atividade. Caso esteja propondo o trabalho remotamente,



**1.** (SARESP - Relatório Pedagógico 2015 - adaptada) Na escola onde Carina estuda, foi feita uma votação para saber quais eram os tipos de música que os estudantes mais gostavam. Cada estudante votou apenas uma única vez.

Os votos estão na tabela a seguir:

| MÚSICA | VOTOS |
|---|---|
| SAMBA | 76 |
| ROCK | 54 |
| SERTANEJO | 45 |
| ELETRÔNICA | 27 |

Fonte: Dados fictícios.

a. Qual foi o tipo de música que teve cinquenta e quatro votos?

Resposta: Espera-se que os estudantes leiam e interpretem os dados da pesquisa apresentados na tabela e analisem que o tipo de música que teve 54 votos foi rock.

b. De acordo com a pesquisa, qual foi o tipo de música que teve menos votos?

Resposta: Espera-se que os estudantes leiam e interpretem os dados da pesquisa apresentados na tabela e analisem que o tipo de música menos votada foi a eletrônica com 27 votos.

c. Para realizar essa pesquisa, quantos estudantes foram entrevistados?

Responda: Espera-se que os estudantes adicionem a quantidade de todos votos, ou seja, 76 + 54 + 45 + 27 = 202. Portanto, a pesquisa foi feita com 202 estudantes da escola.

**2.** (SARESP – Relatório Pedagógico 2014) João e Maria colecionam selos e figurinhas e anotam a quantidade que têm na tabela a seguir.

| | Quantidade de Figurinhas | Quantidade de selos |
|---|---|---|
| João | 86 | 54 |
| Maria | 78 | 67 |

O número de selos de João é igual a:

a. 54.

b. 67.

c. 78.

d. 86.

use os meios digitais que você, professor, e os estudantes disponibilizam para fazer uma conversa sobre o desenvolvimento e compreensão das atividades propostas.

## FINALIZANDO

Finalize as **Aulas 1 e 2** construindo com a turma uma breve síntese do conteúdo estudado. Essa síntese pode ser registrada na lousa em forma de lista, com tópicos e subtópicos, esquemas ou mapas mentais. Caso a sistematização seja remota, os grupos de estudantes que você organizou no início da realização das atividades deverão encaminhar, via meios digitais, um breve relatório, podcast, vídeo, mapa mental, entre outros tipos de registros. Espera-se que, ao final dessas duas primeiras aulas, No espaço a seguir, escreva como você pensou para resolver a situação-problema.

Resposta: Gabarito (A). Espera-se que os estudantes identifiquem o número de selos que João possui em uma tabela de dupla entrada.

**3.** Leia o texto a seguir.

De acordo com o Censo 2010 do IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), quase 46 milhões de brasileiros, cerca de 24% da população, declarou ter algum grau de dificuldade em pelo menos uma das habilidades investigadas (enxergar, ouvir, caminhar ou subir degraus), ou possuir deficiência mental ou intelectual. Considerando somente os que possuem grande ou total dificuldade para enxergar, ouvir, caminhar ou subir degraus (ou seja, pessoas com deficiência nessas habilidades), além dos que declararam ter deficiência mental ou intelectual, temos mais de 12,5 milhões de brasileiros, o que corresponde a 6,7% da população. A deficiência visual estava presente em 3,4% da população brasileira; a deficiência motora, em 2,3%; deficiência auditiva, em 1,1%; e a deficiência mental/intelectual, em 1,4%.

Fonte: IBGE. Disponível em: <https://educa.ibge.gov.br/jovens/conheca-o-brasil/populacao/20551-pessoas-com-deficiencia.html>. Acesso em: 09 mai. 2021.

No espaço a seguir, elabore uma tabela para organizar os dados sobre as deficiências da pesquisa acima.

| CENSO 2010 – População brasileira - DEFICIÊNCIAS | |
|---|---|
| Deficiência | Porcentagem (%) |
| Visual | 3,4 |
| Motora | 2,3 |
| Auditiva | 1,1 |
| Mental/ Intelectual | 1,4 |

Fonte: IBGE – Censo 2010

Fonte: Pixabay

**Você sabe o que são gráficos de colunas e barras?** São representações de um conjunto de dados, organizadas por retângulos dispostos verticalmente (colunas), ou na horizontal (barras). No caso de gráfico de colunas, os retângulos têm a mesma base e suas alturas são proporcionais aos respectivos dados; no de barra, os retângulos têm a mesma altura e os comprimentos são proporcionais aos dados.

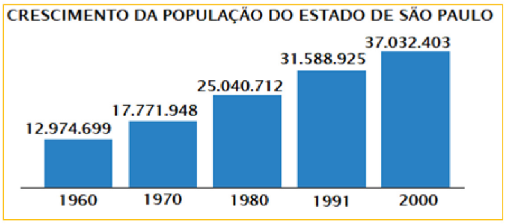
**Agora é com você estudante! Leia as situações-problema a seguir e as resolva.**

**4.** O gráfico de colunas a seguir traz dados sobre o crescimento da população do estado de São Paulo de 1960 a 2000. Esses dados são coletados pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), órgão do Governo Federal subordinado ao Ministério do Planejamento, Desenvolvimento e Gestão, que tem como função levantar e fornecer dados e informações sobre o território brasileiro e sua população.

os estudantes sejam capazes de ler, interpretar e representar dados estatísticos em tabelas. Caso observe a existência de estudantes que ainda não tenham se apropriado do que foi estudado nessas aulas, ou que queiram se aprofundar nos objetos de conhecimento matemático em pauta, sugere-se que utilizem plataformas de estudo, ou seja, recursos digitais de aprendizagem, como Khan Academy e Centro de Mídias da Educação de São Paulo (CMSP).

Sugestão: videoaulas do repositório do CMSP:

- 1 - Cachorros na tabela. Centro de Mídias da Educação de São Paulo. Disponível em: <https://repositorio.educacao.sp.gov.br/#!/midia?videoPlay=4478&id=596>. Acesso: 20 jun. 2021.
- 2 - Colunas de temperatura. Centro de Mídias da Educação de São Paulo. Disponível em: <https://repositorio.educacao.sp.gov.br/#!/midia?videoPlay=4654&id=596>. Acesso: 20 jun. 2021.
- 3 - Tabelas e gráficos. Centro de Mídias da Educação de São Paulo. Disponível em: <https://repositorio.educacao.sp.gov.br/#!/midia?videoPlay=3861&id=0>. Acesso: 20 jun. 2021.




Fonte: Prefeitura de São Paulo. Disponível em: <http://smul.prefeitura.sp.gov.br/historico_demografico/tabelas.php>. Acesso em: 27 abr. 2021.

Agora, responda:

a. Qual é o título desse gráfico?

**Resposta:**
**O título é "Crescimento da população do estado de São Paulo".**

b. Qual órgão governamental que colheu os dados apresentados nessa pesquisa?

**Resposta:**
**O órgão governamental é o IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística.**

c. Quantos habitantes o estado de São Paulo possuía no ano de 1980?

**Resposta:**
**O estado de São Paulo possuía, no ano de 1980, 25 040 712 habitantes.**

d. O que você observou em relação à população do estado de São Paulo entre os anos 1960 e 2000?

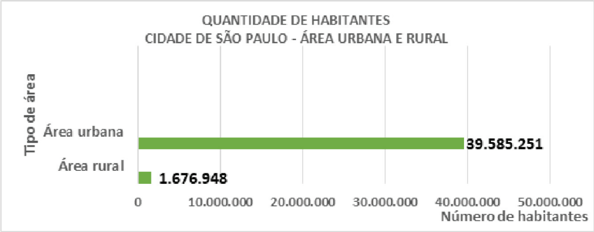
**Resposta: Observando esses dados, houve um crescimento em relação à população do estado de São Paulo ao longo desses 40 anos, ou seja, de 1960 a 2000.**

e. Em 1960, havia 12 974 699 habitantes no estado de São Paulo. Quantos habitantes a mais havia no ano 2000, aproximadamente?

**Resposta:**
**Aproximadamente, 24 000 000 habitantes.**

**5.** De acordo com os dados Censo de 2010 do IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), verificou-se que o estado de São Paulo tem uma população residente na área urbana de 39.585.251 habitantes, e na área rural, de 1.676.948. IBGE.
Disponível em: https://censo2010.ibge.gov.br/sinopse/index.php?dados=8. Acesso em: 20 jun. 2021.

Observe o gráfico de barras a seguir. Nele estão representados os dados sobre os residentes dessas áreas.




Fonte: IBGE, Censo Demográfico 2010.

Agora, responda:

a. Qual é a diferença entre o tipo deste gráfico e o gráfico da atividade anterior?

**Resposta: Na atividade anterior, os dados estão representados em um gráfico de barras verticais, e nesta atividade, estão representados por meio de barras horizontais.**

b. Qual a quantidade de habitantes que a zona urbana possui a mais que a rural?

**Resposta: Para calcular a quantidade de habitantes que a zona urbana possui a mais que a rural, devemos subtrair 1.676.948 de 39.585.251, assim temos 37.908.303 habitantes.**

c. Que vantagens você pode apontar para apresentar dados por meio de gráfico?

**Resposta: Fornece uma melhor análise dos dados, já que se encontram agrupados por ordem e permite fazer comparações e conclusões.**

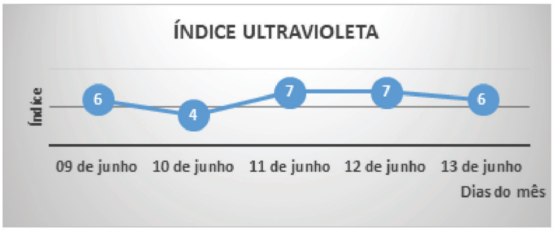

Fonte: Pixabay

**Você sabe o que é gráfico de linha, chamado também de gráfico de segmentos?**

É um tipo de gráfico usado para apresentar valores em determinado espaço de tempo, ou seja, mostra as evoluções ou diminuições de algum evento.

6. Na aula de Ciências, um grupo da turma realizou uma pesquisa na internet no site do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (disponível em: <http://satelite.cptec.inpe.br/uv/>. Acesso em: 20 jun. 2021) e descobriu que o Índice Ultravioleta mede o nível de radiação solar na superfície da Terra. Quanto mais alto, maior o risco de danos à pele e de aparecimento de câncer.

Observe, a seguir, o gráfico de linhas que o grupo de estudantes construíram para representar o Índice UV de uma cidade brasileira em alguns dias do mês de junho.




Fonte: Dados fictícios.

Agora, responda:

a. Qual é o menor Índice UV? E o maior?

**Resposta: O menor índice ultravioleta é 4 e o maior é 7.**

b. Em que dias o Índice UV ficou constante, isto é, permaneceu igual?

**Resposta: Os dias que o índice ultravioleta ficou constante foram 11 e 12 de junho.**

c. De acordo com a Organização Mundial de Saúde (OMS), os efeitos negativos sobre a saúde são moderados se o Índice UV variar de 3 a 5, e altos se a variação for de 6 a 7.

Em que dias o Índice UV pôde ser considerado moderado?

**Resposta: O dia em que o Índice UV pôde ser considerado moderado foi 10 de junho.**

Em que dias o Índice UV pôde ser considerado alto?

**Resposta: Os dias em que o Índice UV pôde ser considerado alto foram 9, 11, 12 e 13 de junho.**


Fonte: Pixabay

**Você sabe o que é um gráfico de setor, conhecido também por gráfico de pizza?**

É utilizado para agrupar ou organizar quantitativamente dados considerando um total, ou seja, para reunir valores a partir de um todo, segundo um conceito de proporcionalidade. O círculo representa o todo e é dividido de acordo os números relacionados ao tema pesquisado.

**Agora é com você, estudante! Leia as situações-problema a seguir e as resolva.**

7. (SARESP - Relatório Pedagógico 2013 - adaptada) - Uma empresa possui 50 funcionários, os quais se distribuem da seguinte forma com relação ao grau de escolaridade.


Fonte: uma determinada empresa.

Observando o gráfico, é correto afirmar que o número de funcionários que cursaram o ensino médio é:

a. a metade do ensino fundamental.

b. a metade do ensino superior.

c. o dobro do ensino fundamental.

d. o dobro do ensino superior.

No espaço a seguir, escreva como você pensou para resolver a situação-problema.

Resposta: Gabarito (C). Espera-se que os estudantes explorem as informações do gráfico de setor e comparem os dados. Para tanto, é necessário que os estudantes conheçam o conceito de metade e dobro, de modo a interpretar as alternativas corretamente. Assim, o número de funcionários de uma determinada empresa que possui ensino médio é o dobro dos funcionários que possui o ensino fundamental.

# AULAS 3 E 4 – ANALISANDO, INTERPRETANDO E PRODUZINDO TEXTOS BASEADOS EM DADOS ESTATÍSTICOS

**Objetivos das aulas:**
- Analisar e interpretar dados estatísticos em gráficos e tabelas com informações de outras áreas do conhecimento;
- Produzir texto/relatório conclusivo com base em dados pesquisados e representados por meio de tabelas e gráficos.


Fonte: Pixabay

Nas **Aulas 1 e 2**, você estudou o que são e para que servem as tabelas e gráficos em pesquisas estatísticas. Vimos que podemos organizar os dados dessas pesquisas em tabelas simples ou de dupla entrada, e podemos representá-los por meio de gráficos de coluna, barra, linha e setor.

**Agora é com você, estudante!**

Nas situações-problema a seguir, analise e interprete os dados estatísticos das tabelas/gráficos e os resolva. Depois, nos espaços indicados, produza um texto do que você concluiu baseado nos dados apresentados.

**1.** (SARESP - Relatório Pedagógico 2008 - adaptada) – A tabela a seguir, mostra o desmatamento anual da Floresta Amazônica Legal no período 2014 a 2019.

**Desmatamento da Floresta Amazônica**

| Ano | Área (Km2) |
|---|---|
| 2014 | 5 000 |
| 2015 | 6 200 |
| 2016 | 7 900 |
| 2017 | 7 000 |
| 2018 | 7 500 |
| 2019 | 9 750 |

Fonte: 2017 © INPE - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais.

Assinale a alternativa correta a partir do que esses dados indicam.

a. Desde 2014, foram diminuindo as áreas desmatadas da floresta Amazônica.

b. A área desmatada no biênio 2018/2019 foi menor do que em 2014/2015.

c. Os maiores desmatamentos do período ocorreram em 2016 e 2019.

d. A partir de 2017, o desmatamento da floresta Amazônica diminuiu.

## AULAS 3 E 4 – ANALISANDO, INTERPRETANDO E PRODUZINDO TEXTOS BASEADOS EM DADOS ESTATÍSTICOS

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Presencialmente: estudantes sentados em duplas produtivas ou em pequenos grupos colaborativos, respeitando os protocolos de higiene e o distanciamento social.

Remotamente: estudantes em pequenos grupos colaborativos organizados, com a orientação do professor, em meios digitais para discutirem, realizarem e socializarem as atividades.

### MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

### INICIANDO

Comente com a turma que nas **Aulas 3 e 4**, que integram a Sequência de Atividades 3, darão continuidade aos estudos das duas aulas anteriores, ou seja, o estudo da Estatística. Sugerimos que explane brevemente a história da Estatística para os estudantes, com a intenção de motivá-los e despertar interesse pelo assunto. Explique, por exemplo, que a origem da palavra Estatística está associada à palavra Estado, do latim Status. Há evidências de que a Estatística já era usada antes de Cristo, uma vez que se faziam censos na Babilônia, na China e no Egito. Sabe-se também que as ideias sobre ela foram utilizadas a princípio para fazer levantamentos de dados cujo o objetivo era de orientar o Estado, por exemplo, a determinar o valor dos impostos, a elaborar estratégias de guerra e outros. Pode-se citar Bernoulli, Pascal, Laplace, Gauss e Leibniz como estudiosos que contribuíram a partir do século XVII para o desenvolvimento da Estatística. Explique que o principal objetivo das atividades elencadas para essas duas aulas é analisar e interpretar dados estatísticos representados em tabelas e gráficos com informações de outras áreas do conhecimento, além de produzir textos baseando-se neles. Retome com a turma, se julgar necessário, os conceitos explorados nas duas aulas anteriores, ou seja, as tabelas e os tipos de gráficos que são utilizados para representar dados

No espaço a seguir, escreva como você pensou para resolver a situação-problema e elabore um texto com as suas palavras sobre os dados apresentados na tabela.

**Resposta: Gabarito (C). Espera-se que os estudantes leiam e analisem os dados apresentados na tabela para a tomada de decisão. Após isso, os estudantes devem concluir que os maiores desmatamentos legais da Floresta Amazônica, no período de 2014 a 2019, ocorreram nos anos de 2016 e 2019, ou seja, 7 900 e 9 750 Km2 respectivamente.**

**Produção de texto: Os dados apresentados na tabela intitulada Desmatamento da Floresta Amazônica mostram que, no ano de 2019, houve o maior desmatamento nos 6 anos analisados, ou seja, de 2014 a 2019. Observa-se também que o desmatamento aumentou entre os anos de 2014 a 2016, porém, no ano de 2017, diminuiu, voltando a aumentar no ano de 2018 e 2019.**

**2.** (SARESP - Relatório Pedagógico 2015 - adaptada) - Durante uma semana, os estudantes de uma escola fizeram uma campanha para arrecadar livros. A quantidade de livros arrecadados durante a campanha está indicada na tabela a seguir.


A quantidade total de livros arrecadados é igual a :

a. 340.

b. 327.

c. 24.

d. 16.

No espaço a seguir, escreva como você pensou para resolver a situação-problema e elabore um texto com as suas palavras sobre os dados apresentados na tabela pictórica.

**Resposta: Gabarito (B). Espera-se que os estudantes identifiquem a quantidade de livros arrecadados, representadas de maneira não numérica na tabela, em cada dia da semana. Ou seja, reconheçam os símbolos e associem corretamente aos valores apresentados na legenda da tabela. Fazendo a conversão correta, adicionando 42 (segunda-feira) + 90 (terça-feira) + 80 (quarta-feira) + 64 (quinta-feira) + 51 (sexta-feira), obtém-se 327 livros arrecadados.**

**Produção do texto: A tabela pictórica intitulada Campanha de Livros mostra que a maior quantidade de livros arrecadados na escola nessa semana de campanha foi na terça-feira, ou seja, foram arrecadados 90 livros. Nos demais dias da semana, a arrecadação ficou entre 42 e 80 livros, e na segunda-feira ocorreu a menor arrecadação.**

coletados em pesquisas.

## DESENVOLVENDO

Verifique se a turma tem em mãos o Caderno do Estudante. Para as **Aulas 3 e 4**, estão previstas quatro atividades, as quais poderão ser desenvolvidas durante as duas aulas. Solicite aos estudantes que reúnam-se em duplas ou grupos, sempre respeitando os protocolos de higiene e o distanciamento social, para que leiam, analisem e realizem as atividades. Circule pela sala observando como os estudantes desenvolvem as atividades. Pergunte "Como estão resolvendo, ou seja, quais estratégias de resolução estão empregando? Por que dessa forma? O que vocês acham de....", entre outros questionamentos. Após as duplas/grupos terem realizado as atividades, sugere-se abrir uma plenária para discussão. Essa plenária deve contar com a participação de todos os envolvidos, ou seja, professor e estudantes, dando importância à fala e à escuta ativa, que são de suma relevância para o processo de ensino e aprendizagem. Caso o trabalho seja remoto, use os meios digitais que você e os estudantes disponibilizam para fazer uma conversa sobre o desenvolvimento e compreensão das atividades.

## FINALIZANDO

Finalize as **Aulas 3 e 4**, se presencial, construindo com a turma uma breve síntese do conteúdo estudado. Essa síntese pode ser registrada na lousa em forma de lista, com tópicos e subtópicos, esquemas ou mapas mentais. Caso a sistematização seja remota, os grupos de estudantes que você, professor, organizou no início da realização das atividades deverão encaminhar, via meios digitais, um breve relatório, podcast, vídeo, mapa mental, entre outros registros. Espera-se que, ao final dessas duas aulas, os estudantes sejam capazes de ler, interpretar, representar dados estatísticos em tabelas e produzir texto/relatório conclusivo com base na pesquisa. Caso observe a existência de estudantes que ainda não tenham se apropriado do que foi estudado nessas aulas, ou que queiram se aprofundar nos objetos de conhecimento matemático em pauta, sugere-se que utilizem plataformas de estudo, ou seja, recursos digitais de aprendizagem, como Khan Academy e Centro de Mídias da Educação de São Paulo(CMSP).

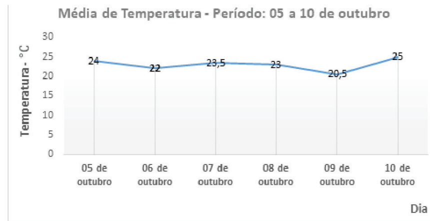
Sugestão: videoaulas do repositório do CMSP:

• 1 - Analisando dados. Centro de Mídias da Educação de São Paulo. Disponível em: <https://repositorio.educacao.sp.gov.br/#!/midia?videoPlay=2836&id=596>. Acesso em: 20 jun. 2021.

• 2 - Análise de gráficos em conceitos socioambientais. Centro de Mídias da Educação de São Paulo. Disponível em: <https://repositorio.educacao.sp.gov.br/#!/midia?videoPlay=6734&id=330>. Acesso em: 20 jun. 2021.



**3.** Ana Maria pesquisou em um jornal virtual a previsão do tempo de uma cidade de São Paulo com as temperaturas máxima e mínima, calculou a média dessas temperaturas e elaborou o gráfico a seguir. Observe.




Fonte: Dados fictícios.

Agora, responda:

**a.** Qual dia apresenta previsão de maior média de temperatura? E de menor média?

**Resposta: O dia que apresenta previsão de maior média de temperatura é 10 de outubro, e a menor média, 09 de outubro.**

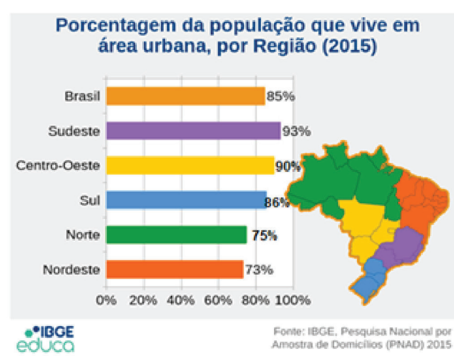
**b.** Em que dias a média da temperatura ficou abaixo de 23,5 °C?

**Resposta: Os dias em que a média da temperatura ficou abaixo de 23,5 °C foram 06, 08, 09 de outubro.**

**c.** No dia 10 de outubro, qual foi a previsão da média de temperatura?

**Resposta:**
**A previsão da média de temperatura no dia 10 de outubro foi de 25 °C.**

**4.** Analise o gráfico a seguir.




IBGE Educa. Disponível em: <https://educa.ibge.gov.br/jovens/conheca-o-brasil/populacao/18313-populacao-rural-e-urbana.html>. Acesso em: 10 mai.2021.

Agora, responda:

a. Qual é o título do gráfico?

**Resposta: O título do gráfico é "Porcentagem da população que vive em área urbana, por região (2015)".**

b. Qual é a fonte dos dados apresentados no gráfico?

**Resposta: As fontes dos dados apresentados no gráfico são o IBGE (Instituto Brasileiro de Geográfica e Estatística) e PNAD (Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios), 2015.**

c. Elabore um texto com as suas palavras sobre os dados apresentados no gráfico de barra.

**Resposta: Produção de texto: De acordo com dados da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD) 2015 apresentados no gráfico de barras, intitulado "Porcentagem da população que vive em área urbana, por Região (2015)", a maior parte da população brasileira, 85%, vive em áreas urbanas. A região com maior percentual de população urbana é o Sudeste, com 93% das pessoas vivendo em áreas urbanas, e a menor é a região Nordeste. As demais regiões brasileiras, ou seja, Centro-Oeste, Sul e Norte ficam com um percentual entre 90% e 75% de população urbana.**

## AULAS 5 E 6 – ORGANIZANDO, COLETANDO E REPRESENTADO DADOS DE UMA PESQUISA

Objetivos das aulas:

- Compreender o que é variável, seus tipos e sua operacionalização em uma pesquisa estatística;
- Organizar as etapas de uma pesquisa estatística simples;
- Coletar dados em uma pesquisa estatística simples;
- Representar as conclusões de uma pesquisa por meio de tabelas e gráficos.

Fonte: Pixabay

**Você sabe o que é variável, seus tipos e sua operacionalização em uma pesquisa estatística?** Variável, em Estatística, é uma característica da população que assume diferentes valores ou categorias. As variáveis podem ser **quantitativas e qualitativas**.

Observe o esquema a seguir, que elucida a classificação das variáveis de diferentes formas.

## AULAS 5 E 6 – ORGANIZANDO, COLETANDO E REPRESENTADO DADOS DE UMA PESQUISA

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Presencialmente: estudantes sentados em duplas produtivas ou em pequenos grupos colaborativos, respeitando os protocolos de higiene e o distanciamento social.

Remotamente: estudantes em pequenos grupos colaborativos organizados, com a orientação do professor, em meios digitais para discutirem, realizarem e socializarem as atividades.

### MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

### INICIANDO

Inicie uma conversa com a turma informando que, nas **Aulas 5 e 6**, darão continuidade aos estudos iniciados nas quatro aulas anteriores, ou seja, o estudo da Estatística. Sugerimos que retome o tema enfatizando que a Estatística é utilizada em vários aspectos da vida social e da pesquisa científica, como por exemplo, na previsão meteorológica, na análise da economia mundial e do mercado financeiro, na investigação dos possíveis efeitos colaterais dos medicamentos, na organização dos resultados obtidos pelos estudantes em avaliações da escola e do sistema educacional, entre outros. Exponha aos estudantes que os principais objetivos das atividades elencadas para essas duas aulas são compreender o que é variável, seus tipos e sua operacionalização em uma pesquisa estatística, e organizar as etapas e coletar dados de uma pesquisa representando as conclusões por meio de textos, tabelas e gráficos.

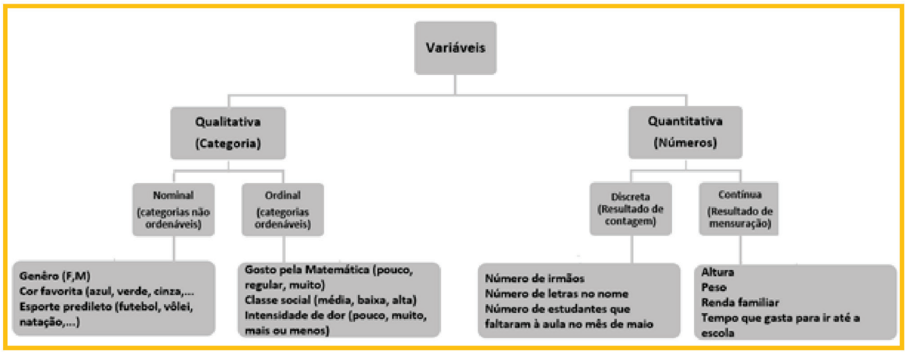
### DESENVOLVENDO

Verifique se a turma tem em mãos o Caderno do Estudante. Para as **Aulas 5 e 6**, estão previstas quatro atividades, as quais poderão ser desenvolvidas durante as próximas duas aulas. Se presencial, solicite aos estudantes que se reúnam em duplas ou grupos, sempre respeitando os protocolos de higiene e o distanciamento social, e leiam, analisem e realizem as atividades. Incentive os estudantes para registrarem a maneira como pensaram para resolver o que está proposto na atividade. Circule pela sala, observando como emergem as ideias dos estudantes e como se relacionam entre si. Esse momento de interação entre os pares é importante, pois possibilita o desenvolvimento da habilidade da argumentação, além do cooperativismo. Proponha um painel de soluções em que os estudantes vão até o quadro/lousa e registrem como resolveram determinada atividade. Os colegas podem ajudar a corrigir, se for o caso, e também sugerir outras maneiras de resolver uma mesma situação-problema. Caso o ensino esteja proposto de forma remota, use os meios digitais que você, professor, e os estudantes disponibilizam para fazer combinados em relação ao desenvolvimento e compreensão das atividades a serem desenvolvidas.

## FINALIZANDO

Finalize as **Aulas 5 e 6** construindo com a turma uma breve síntese do conteúdo estudado. Essa síntese pode ser registrada na lousa, em forma de lista, com tópicos e subtópicos, esquemas ou mapas mentais. Caso a sistematização seja remota, os grupos de estudantes que você organizou no início da realização das atividades deverão encaminhar, via meios digitais, um breve relatório, podcast, vídeo, mapa mental entre outros registros. Espera-se que, ao final dessas aulas, os estudantes tenham compreendido o que é variável, seus tipos e sua operacionalização em uma pesquisa estatística, além de organizar as etapas e coletar dados de uma pesquisa, apresentando as conclusões por meio de textos, tabelas e gráficos. Caso observe a existência de estudantes que ainda não tenham se apropriado do que foi estudado nessas aulas, ou que queiram se aprofundar nos objetos de conhecimento matemático em pauta, sugere-se que utilizem plataformas de estudo, ou seja, recursos digitais de aprendizagem, como Khan Academy e Centro de Mídias da Educação de São Paulo






Fonte: Elaborado para fins didáticos.

**Agora é com você, estudante!!!**

**1.** Classifique as variáveis em qualitativas ou quantitativas, ligando-as.

| | |
|---|---|
| **a. A cor dos cabelos dos estudantes de uma escola.** | **QUALITATIVA** |
| **b. O número de filhos de casais residentes uma determidad rua.** | |
| **c. O ponto obtido em cada jogada de um dado.** | **QUANTITATIVA** |
| **d. A naturalidade das pessoas que vivem na cidade de Recife.** | |
| **e. A escolaridade dos funcionários de uma empresa.** | |

Fonte: Elaborado para fins didáticos.

**2.** Indique, na coluna 2 do quadro a seguir, quais variáveis são discretas e quais são contínuas.

| COLUNA 1 | COLUNA 2 |
|---|---|
| a. Número de ações negociadas na bolsa de valores. | Discreta |
| b. Número de filhos de um certo casal. | Discreta |

| | |
|---|---|
| c. Comprimento dos pregos produzidos por uma máquina. | Contínua |
| d. Número de livros da biblioteca da escola. | Discreta |
| e. Salário dos funcionários de uma empresa. | Continua |

Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Fonte: Pixabay

**Você sabe quais são as etapas para organizar uma pesquisa estatística?**
**Vamos lá!**

1 - Planejamento: nesta etapa, definimos o objetivo da pesquisa, por exemplo, o que pretendemos com a pesquisa, quais características vamos observar, o tipo de pesquisa que desejamos realizar, a população, a amostra e o modo como serão coletados os dados.

**População** é o conjunto de todos os indivíduos ou elementos que apresentam a característica pela qual temos interesse.

**Amostra** é um subconjunto da população. A amostra deve ser representativa, tendo características similares às da população

**2 - Coleta de dados:** etapa em que coletamos os dados por meio de observação, questionário, entrevista ou outro procedimento de coleta.

**3 - Organização dos dados:** nesta etapa, tabulamos e agrupamos os dados obtidos.

**4 - Apresentação dos dados:** a apresentação dos dados organizados pode ser feita por meio de tabelas e gráficos.

**5 - Análise dos dados:** realiza-se a interpretação dos dados obtidos, com o objetivo de obter conclusões a respeito da pesquisa.

**Agora é com você, estudante!**

**3.** Combine com o seu grupo (presencialmente ou remotamente) de se organizarem para fazer uma pesquisa com os familiares ou amigos com a finalidade de saber qual é a operadora de celular mais contratada por eles.

Sugestão dos passos para seguir:

**1° passo:** Elaborem a pergunta que o público-alvo da pesquisa deverá responder.

Resposta: Qual é a operadora de celular que você utiliza?

(CMSP).
Sugestão videoaula do repositório do CMSP:
• Coletando informações - Parte A. Centro de Mídias da Educação de São Paulo. Disponível em: <https://repositorio.educacao.sp.gov.br/#!/midia?videoPlay=5802&id=596>. Acesso em: 20 jun. 2021.

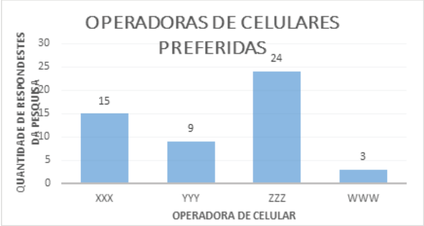
**2° passo:** Para coletarem os dados, se possível, construam um formulário digital com a pergunta e encaminhem para os familiares ou amigos, ou utilize outra forma de obter essas informações.

**3° passo:** Após realizarem a pesquisa, construam uma tabela e organizem os dados coletados, representando-os por meio de um gráfico de colunas. Para a construção da tabela e do gráfico, utilizem, se possível, recursos digitais, como o programa gratuito LibreOffice ou outros os recursos disponíveis no seu computador ou no da escola.

Resposta: A reposta depende do resultado da pesquisa. Construção da tabela.

| OPERADORAS DE CELULARES PERFERIDAS | |
|---|---|
| Operadora de celular | Quantidade de respondentes da pesquisa (amigos ou familiares) |
| XXX | 15 |
| YYY | 9 |
| ZZZ | 24 |
| WWW | 3 |

Construção do gráfico de colunas.




**4° passo:** Após a construção da tabela e do gráfico, respondam:

a. Todas as pessoas das famílias ou amigos utilizam os serviços de uma mesma operadora?

Resposta: Espera-se que os estudantes analisem a tabela e o gráfico que construíram e observem que, possivelmente, nem todas as pessoas entrevistadas utilizam a uma mesma operadora. No exemplo exposto acima, ficou evidente na tabela e no gráfico que a operadora ZZZ é a mais contratada pelos familiares ou amigos.

b. Qual é a operadora mais contratada pelos familiares ou amigos?

Resposta: Espera-se que os estudantes analisem a tabela e o gráfico que construíram e observem que a operadora ZZZ (exemplo exposto acima) é a mais utilizada pelos entrevistados.

## AULAS 7 E 8 – CONSTRUINDO GRÁFICOS E PRODUZINDO TEXTOS COM BASE EM DADOS COLETADOS EM UMA PESQUISA

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Presencialmente: estudantes sentados em duplas produtivas ou em pequenos grupos colaborativos, respeitando os protocolos de higiene e o distanciamento social.

Remotamente: estudantes em pequenos grupos colaborativos organizados, com a orientação do professor, em meios digitais para discutirem, realizarem e socializarem as atividades.

c. E a menos contratada?

Resposta: Espera-se que os estudantes analisem a tabela e o gráfico e observem que a operadora WWW (exemplo exposto acima) foi a menos contratada.

d. Se você fosse contratar um serviço de telefonia celular, acredita que os resultados da pesquisa seriam suficientes para fazer sua escolha? Por quê?

Resposta: Depende do resultado da pesquisa. No exemplo exposto acima, possivelmente, escolheria a operadora ZZZ, visto que foi a operadora mais utilizada pelos entrevistados.

e. Que outras perguntas você acha que poderiam ser utilizadas em outras pesquisas para ajudá-lo a escolher uma operadora?

Resposta: Você está satisfeito com os serviços oferecidas por sua operadora de celular?

f. A que conclusões sua equipe chegou ao final dessa investigação? No espaço a seguir, apresente um texto sucinto sobre a finalidade da pesquisa e a síntese dos resultados.

Resposta: Produção de texto: De acordo com o exemplo exposto acima, a pesquisa foi realizada com 51 pessoas. A questão norteadora da pesquisa foi "Qual é a operadora de celular que você utiliza?" Teve como resultado: 15 pessoas têm a operadora XXX; 9 pessoas, YYY; 24 pessoas, ZZZ; e 3 pessoas, WWW. Pode-se concluir que a operadora ZZZ é a predileta dos respondentes. Assim, possivelmente, é uma operadora que oferece um bom serviço de telefonia celular.

## AULAS 7 E 8 – CONSTRUINDO GRÁFICOS E PRODUZINDO TEXTOS COM BASE EM DADOS COLETADOS EM UMA PESQUISA

Objetivos das aulas:
- Construir gráficos de colunas, barras e linhas com base em dados coletados e organizados na pesquisa;
- Produzir texto com as conclusões tiradas com base em dados pesquisados e representados por meio de tabelas e gráficos.

Fonte: Pixabay

**Quais são os elementos que devem fazer parte de um gráfico de colunas e barras?** Possíveis elementos: título, identificação das barras (vertical e horizontal), definição dos valores (acima das barras ou na linha vertical lateral), legenda e fonte.

**Para que servem os gráficos de colunas e barras?** Vimos que um gráfico de colunas e barras é uma forma de demonstrar um conjunto de dados. Tais gráficos permitem uma visualização mais rápida dos dados.

### MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante, papel quadriculado e régua.

### INICIANDO

Inicie uma conversa com a turma informando que nas **Aulas 7 e 8** estarão nesse momento chegando ao fim do estudo da Estatística. Vimos nas aulas anteriores que os gráficos são representações potentes, visto que são de fácil visualização dos dados. Sabemos também que há uma diversidade de gráficos e softwares que os constroem de forma rápida e prática, e os deixa esteticamente bonitos. Mas nessas duas últimas aulas da Sequência de **Atividade 3**, o objetivo é que os estudantes construam gráficos com lápis e papel quadriculado para que possam se apropriar melhor dos conceitos e representações envolvidos.

### DESENVOLVENDO

Verifique se a turma tem em mãos o Caderno do Estudante. Para as **Aulas 7 e 8**, estão previstas três atividades, as quais poderão ser desenvolvidas durante as essas duas aulas finais que integram a Sequência de **Atividade 3**. Solicite aos estudantes que reúnam-se em duplas ou em pequenos grupos colaborativos, sempre respeitando os protocolos de higiene e o distanciamento social, e leiam, analisem e realizem as atividades. Circule pela sala observando como os estudantes que estejam usando apenas o lápis e papel desenvolvem as atividades que você, professor, orientou-os a fazer, construindo tabelas e gráficos. Pergunte "Como estão realizando as construções, ou seja, quais estratégias estão empregando? Por que dessa forma? O que vocês acham de....", entre outros questionamentos. Se os estudantes estiverem construindo as tabelas e/ gráficos com recursos tecnológicos, na sala de informática, auxilie-os a usar os recursos do computador para as construções. Proponha a construção de um painel com as produções dos estudantes. Se remotamente o ensino, para o desenvolvimento dessas duas aulas, sugere-se formar grupos cooperativos de estudantes, planejar um roteiro e encaminhá-lo para a turma.

## FINALIZANDO

Finalize as **Aulas 7 e 8** construindo com a turma uma síntese dos conceitos matemáticos estudados no tocante à Estatística explorados ao longo das oito aulas. Essa síntese pode ser registrada na lousa em forma de lista, com tópicos e subtópicos, esquemas ou mapas mentais. Caso a sistematização seja remota, os grupos de estudantes que você organizou no início da realização das atividades deverão encaminhar, via meios digitais, um breve relatório, podcast, vídeo, mapa mental, entre outros registros. Espera-se que, ao final da aplicação da Sequência de **Atividades 3**, os estudantes saibam ler e interpretar dados expressos em tabelas e gráficos; coletar e organizar dados de uma pesquisa; construir tabelas e gráficos e produzir textos com o objetivo de sintetizar conclusões.

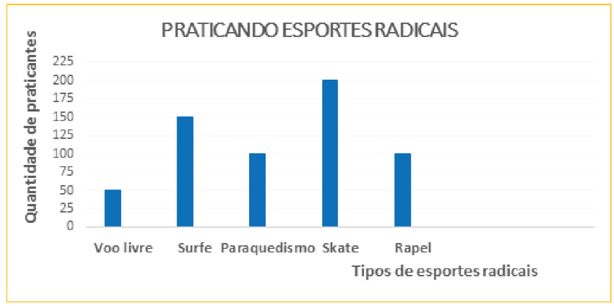


**Como construir gráficos de colunas e barras?** O gráfico de barras é apropriado para representar as variáveis qualitativas. Assim, para cada categoria é levantada uma barra vertical (coluna) ou barra horizontal.

**Agora é com você, estudante!**

1. As paisagens brasileiras favorecem os esportes radicais. O clima, a vegetação e o relevo diversificados fazem com que sejam praticadas várias modalidades consideradas radicais.

O gráfico de colunas a seguir mostra uma pesquisa realizada com 600 jovens de todos os estados brasileiros sobre o esporte radical praticado.




Fonte: Dados fictícios.

No gráfico, o eixo horizontal apresenta os tipos de esportes radicais, e o eixo vertical, a quantidade de praticantes. Assim, podemos identificar, por exemplo, quantos jovens praticam surfe. Observando a coluna do esporte surfe, verificamos a quantidade de praticantes no eixo vertical, que é 150 nesse caso.

Vale ressaltar que em um gráfico de colunas, todas elas têm a mesma largura. O que pode mudar é a altura.

Com base no gráfico, responda:

a. Qual o título do gráfico?

Resposta. O título do gráfico é Praticando esportes radicais.

b. Quais dados estão registrados no eixo vertical? E no horizontal?

Resposta. No eixo horizontal, estão registrados os tipos de esportes radicais, e no vertical, a quantidade de praticantes.

c. Qual é o esporte radical mais praticado pelos jovens que participaram da pesquisa?

Resposta. De acordo com o gráfico, o esporte mais praticado pelos jovens é o skate.

d. Quais os esportes radicais que têm a mesma quantidade de praticantes?

Resposta. Os esportes radicais que têm a mesma quantidade de praticantes são paraquedismo e rapel.

## CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, para a realização das atividades das **Aulas 7 e 8** sugere-se explicar para os estudantes quais as principais informações que devem ter as tabelas, os gráficos e a elaboração de relatórios de pesquisas. Em relação a esses relatórios, informe que é necessário descrever e resumir os dados apresentados em tabela e, ou gráficos. Caso julgue necessário, solicite aos estudantes que utilizem papel quadriculado e a

e. No espaço a seguir, produza um texto com comentários e conclusões que você observa com a leitura dos dados do gráfico.

Resposta. Produção de texto: O gráfico de colunas intitulado "Praticando Esportes Radicais" mostra o resultado de uma pesquisa realizada com 600 jovens sobre a prática de esportes radicais. Ficou evidenciado que um terço desses jovens, ou seja, 200 jovens, praticam o skate, possivelmente por ser um esporte mais popular. O esporte menos praticado é o voo livre, praticado por 50 dos jovens entrevistados. O paraquedismo e o rapel tiveram a mesma quantidade de praticantes.

**2.** Na tabela a seguir, estão registrados os dados da coleta de 5 000 kg de lixo reciclável do Projeto "Reciclando o lixo da nossa cidade: fazemos a diferença", realizado no mês de dezembro por um município de São Paulo.

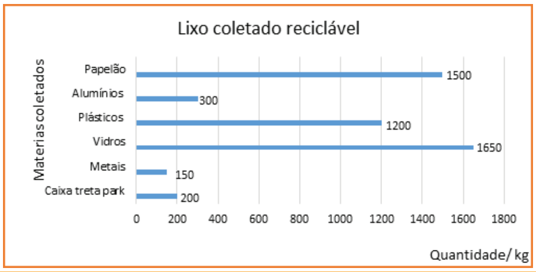
**LIXO RECICLÁVEL COLETADO – MÊS DE DEZEMBRO**

| Material coletado | Quantidade (em quilos) |
|---|---|
| Caixa tetra pak | 200 |
| Metais | 150 |
| Vidros | 1 650 |
| Plásticos | 1 200 |
| Alumínios | 300 |
| Papelão | 1 500 |

Fonte: Projeto "Reciclando o lixo da nossa cidade: fazemos a diferença".

a. Construa um gráfico de barras com os dados da tabela acima. No eixo vertical, indique o material coletado, e no eixo horizontal, a quantidade em kg.

Resposta.




b. Com base na tabela e no gráfico, qual o terceiro material mais coletado pelo projeto no mês de dezembro?

Resposta. O terceiro material mais coletado no Projeto no mês de dezembro foi o plástico.

régua para elaborar os gráficos propostos nas atividades. Se for possível, os estudantes também podem construir as tabelas e gráficos utilizando recursos tecnológicos.

c. No espaço a seguir, produza um texto com comentários e conclusões que você obteve com a leitura dos dados do gráfico.

**Resposta: O gráfico de barra intitulado "Lixo coletado reciclável" mostra dados do Projeto "Reciclando o lixo da nossa cidade: fazemos a diferença". Observa-se por meio do gráfico que o material mais coletado no mês de dezembro foi o vidro, ou seja, 1650 kg. Depois, vem papelão, 1500 kg, e plásticos, 1200 kg. Os materiais alumínios, metais e caixa tetra pak tiveram a quantidade coletada inferior a 500 kg cada.**

Fonte: Pixabay

**Para que servem o gráfico de linhas?** O gráfico de linhas exibe dados ao longo do tempo. Apresenta dados em intervalos de tempos e permite identificar tendências, além de representar séries de valores em um período de tempo, possibilitando visualizar com facilidade as variações dos dados. Analisa o desenvolvimento de diversas situações, como vendas x ano e temperatura x minutos ou horas.

Em um gráfico de linha, os pontos são unidos por um segmento.

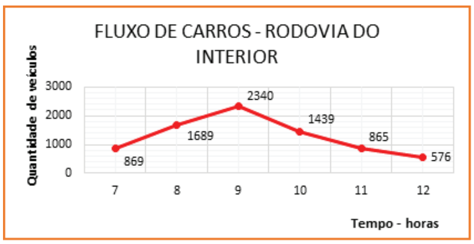
**Agora é com você, estudante!**

3. A tabela, a seguir apresenta os dados de uma pesquisa realizada pelo setor que controla o fluxo de carros de uma determinada rodovia de uma cidade do interior de São Paulo em relação à quantidade de veículos que circularam na rodovia no intervalo das 7h às 12h na última sexta-feira.

| FLUXO DE CARROS – RODOVIA DO INTERIOR | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| TEMPO (horas) | Até às 7 | 7 às 8 | 8 às 9 | 9 às 10 | 10 às 11 | 11 às 12 |
| QUANTIDADE DE VEÍCULOS | 869 | 1689 | 2340 | 1439 | 865 | 576 |

Fonte: Dados fictícios.

a. Construa um gráfico de linhas que represente os dados da tabela.




b. No espaço, a seguir, faça uma síntese das observações sobre o fluxo de carros nessa rodovia no gráfico de linha.

**Resposta: No gráfico de linha intitulado "Fluxo de carros – rodovia do interior", observa-se que a maior quantidade de carros que circularam na rodovia na última sexta-feira foi entre 8h e 9h, 2340 veículos, possivelmente horário em que as pessoas vão para o trabalho. Entre o período das 9h às 12h, o fluxo foi diminuindo significativamente, de 2 240 para 576 quantidade de veículos.**

## ANOTAÇÕES

## ANOTAÇÕES

# 7º ANO

| 7º ano do Ensino Fundamental - Matemática | | | |
|---|---|---|---|
| **SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES** | **OBJETO DE CONHECIMENTO** | **HABILIDADES ESSENCIAIS** | **ARTICULAÇÃO DE MATERIAS** |
| 1 | Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais. | **(EF07MA17)** Resolver e elaborar situações-problema que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas. | **Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 7º ano**<br>V.3, SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 4<br>ATIVIDADE 1 – RELAÇÕES DE INTERDEPENDÊNCIA |
| 2 | Cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável.<br>Cálculo de probabilidade por meio de muitas repetições de um experimento (frequências de ocorrências e probabilidade frequentista).<br>Experimentos aleatórios: espaço amostral e estimativa de probabilidade por meio de frequência de ocorrências. | **(EF06MA30)** Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos, reconhecendo e aplicando o conceito de razão em diversos contextos. (proporcionalidade)<br>**(EF07MA34)** Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências. | **Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 6º ano**<br>V.3, SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 7<br>ATIVIDADE 1 – EVENTO ALEATÓRIO<br>ATIVIDADE 2 – PROBABILIDADE<br>ATIVIDADE 3 – PROBABILIDADE DE EVENTOS SUCESSIVOS<br>**Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 7º ano**<br>V.3, SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 8<br>ATIVIDADE 1 - PROBABILIDADE |
| 3 | Equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica.<br>Linguagem algébrica: variável e incógnita. | **(EF07MA16)** Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.<br>**(EF07MA15)** Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas. | **Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 7º ano**<br>V.2, SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 5<br>ATIVIDADE 1 - ENCONTRANDO EXPRESSÕES ALGÉBRICAS<br>V.3, SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 3<br>ATIVIDADE 1 – SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS E EXPRESSÕES ALGÉBRICAS |

# SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

# 7º ANO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

## OLÁ, PROFESSOR!

Esta Sequência de Atividades foi criada com o objetivo de ser mais uma ferramenta que visa contribuir com a ampliação do trabalho já previsto em seu planejamento, na perspectiva de garantir o direito de aprendizagem a todos os estudantes. Acreditamos que ninguém melhor que você, que está no convívio diário com seus estudantes, será capaz de tomar posse desse material e adequar as situações didáticas aqui apresentadas à realidade de cada turma, a fim de possibilitar a seus estudantes o desenvolvimento de importantes habilidades matemáticas que são essenciais para que eles prossigam com sucesso em seus estudos.

Na análise dos resultados das avaliações internas e externas, foi diagnosticado que as habilidades aqui apresentadas não foram plenamente consolidadas e são consideradas marcos de aprendizagem associados à resolução de problemas numéricos e algébricos, cujo desenvolvimento sequer chega a ser observado para um grande quantitativo de estudantes que concluem o Ensino Fundamental e ingressam no Ensino Médio.

Cabe aqui destacar que esta Sequência de Atividades pode ser adequada para o período pós-pandemia, podendo incluir tanto o ensino remoto, como o presencial e híbrido, considerando os protocolos de higiene e distanciamento social que o momento exigir. Sempre que possível, verifique a viabilidade dessas atividades serem realizadas em duplas ou trios, por considerarmos de extrema importância não só o compartilhamento dos saberes matemáticos e do fortalecimento das aprendizagens cooperativas entre os estudantes, mas também as competências de argumentação, linguagem e socialização, dentre outras.

Essa Sequência de Atividades está associada ao desenvolvimento da habilidade:

**(EF07MA17) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.**

| AULA/TEMPO | ATIVIDADE |
|---|---|
| 1ª / 45 min | **QUAL É A RELAÇÃO ENTRE AS GRANDEZAS?** |
| 2ª / 45 min | |
| 3ª / 45 min | **RESOLVER PROBLEMAS ENVOLVENDO GRANDEZAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS** |
| 4ª / 45 min | |
| 5ª / 45 min | **RESOLVER PROBLEMAS ENVOLVENDO GRANDEZAS INVERSAMENTE PROPORCIONAIS** |
| 6ª / 45 min | |
| 7ª / 45 min | **ELABORAR SITUAÇÕES-PROBLEMA QUE ENVOLVAM VARIAÇÃO DE PROPORCIONALIDADE** |
| 8ª / 45 min | |

# SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

## AULAS 1 E 2 – QUAL É A RELAÇÃO ENTRE AS GRANDEZAS?

Objetivo das aulas:

- Reconhecer grandezas direta e inversamente proporcionais.

Você sabe o que é uma grandeza?

**Grandeza** é tudo aquilo que podemos medir ou contar.

Fonte: elaborado para fins didáticos

Vejamos exemplos de algumas grandezas: o número de estudantes de uma turma e a altura dos estudantes, a quantidade de produtos comprados e o preço de um produto, e a velocidade de um automóvel e o tempo gasto para fazer um percurso.

Em várias situações cotidianas temos duas grandezas sendo relacionadas, e algumas dessas relações podem se dar de forma proporcional, isto é, a variação de uma grandeza produz uma variação na outra grandeza na mesma proporção. Essa proporcionalidade poderá ser **direta** ou **inversa**.

Mas como identificamos se duas grandezas são direta ou inversamente proporcionais?

Para que duas grandezas sejam diretamente proporcionais, verificamos se a razão entre elas é sempre a mesma. Para que duas grandezas sejam inversamente proporcionais uma varia na razão inversa da outra.

Fonte: elaborado para fins didáticos

Leia com atenção cada uma das situações-problema a seguir e faça o que se pede.

**1.** Antônio utiliza muito o serviço de táxi. Para controlar suas despesas com esse serviço, ele construiu uma tabela com os valores gastos nos últimos três dias. Veja o que ele fez.

| Quilômetros rodados | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| Valor pago (R$) | 8,30 | 11,20 | 14,00 |

Fonte: elaborado para fins didáticos.

## AULAS 1 E 2 – QUAL É A RELAÇÃO ENTRE AS GRANDEZAS?

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Professor, sugerimos que, se possível, organize os estudantes em duplas ou trios, a fim de promover trocas significativas e uma maior participação entre eles, considerando sempre os protocolos de higiene e distanciamento social que o momento exige.

### MATERIAIS NECESSÁRIOS:

Caderno do Estudante.

### INICIANDO

Professor, sugerimos que você inicie uma conversa com a turma apresentando os objetivos principais das Aulas **1** e **2**, ou seja, "**identificar situações em que há ou não proporcionalidade direta ou inversa na relação entre duas grandezas**". Explore, por meio de perguntas direcionadas, a oralidade e a troca de ideias entre os estudantes.

Embora essa habilidade já tenha sido explorada em etapas anteriores é importante perceber se, de fato, os estudantes compreendem que para existir uma relação de proporcionalidade, seja ela direta ou inversa, não é suficiente que à medida que uma grandeza aumente, a outra também aumente, ou que à medida que uma grandeza aumente, a outra diminua, respectivamente.

Nessa parte da Sequência de Atividades estão previstas sete atividades que poderão ser divididas entre as duas aulas. Por exemplo, vale perguntar: "O que vocês entendem por proporcionalidade?", "Em quais situações do nosso dia a dia ela está presente?", "Quais as condições para que duas grandezas sejam diretamente proporcionais?" e "Quais as condições para que duas grandezas sejam inversamente proporcionais?". Anote as respostas apresentadas pelos estudantes para que, ao final da aula, você possa utilizá-las para retomar essas ideias.

## DESENVOLVENDO

Após a verificação de que todos os estudantes têm em mãos o Caderno do Estudante, pode ser interessante propor que as atividades sejam realizadas em duplas ou trios, propiciando uma aprendizagem colaborativa envolvendo trocas de conhecimento e saberes.

Na **Atividade 1**, o estudante é desafiado a identificar que não existe uma variação proporcional entre as grandezas envolvidas na situação-problema apresentada.

Nas **Atividades 2, 3** e **7**, o estudante é desafiado a identificar a existência de uma variação proporcional direta entre as grandezas na situação-problema apresentada, bem como a realizar o registro dessa regularidade.

Nas **Atividades 4, 5** e **6**, a proposta é apresentar uma situação-problema e fazer com que o estudante reconheça a existência de uma variação proporcional inversa entre as grandezas, e que seja capaz de fazer o registro dessa regularidade.

## FINALIZANDO

Para finalizar a aula, propomos que um tempo seja reservado para a socialização do processo vivenciado pelos estudantes. Esse tempo permite o questionamento do que eles aprenderam, como aprenderam e se ainda



Em relação aos dados apresentados nessa tabela, responda as questões a seguir:

a. O que você observa ao comparar a variação entre os valores das grandezas quantidade de quilômetros rodados e valor pago?

**O importante é que eles percebam que à medida que a quantidade de quilômetros rodados aumenta, os valores pagos também estão aumentando.**

b. Existe uma relação de variação proporcional entre as grandezas acima? Justifique.

**O importante é que eles percebam que não existe uma constante de proporcionalidade entre as grandezas associadas. Para justificar, bastaria a comparação entre os dois primeiros resultados, uma vez que ao variar a quantidade de quilômetros rodados, de 1 para 2, essa quantidade dobrou, enquanto os pagamentos correspondentes, de 8,30 para 11,20, não dobraram.**

2. Laura faz bolo de cenoura para vender. Ela gasta R$ 6,00 para produzir cada bolo. Veja a tabela que ela construiu com o custo na produção deles.

| Quantidade de bolo | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| Custo (R$) | 6,00 | 12,00 | 18,00 | 24,00 |

Fonte: elaborado para fins didáticos.

Em relação aos dados apresentados nessa tabela, responda as questões a seguir:

a. O que você observa ao comparar a variação entre as grandezas quantidade de bolo e custo?

**O importante é que eles percebam que à medida que a quantidade de bolos aumenta, os gastos também estão aumentando.**

encontram alguma dificuldade. Além de ser um momento que favorece a reflexão por parte do estudante diante de sua dificuldade, essa também é uma oportunidade de reflexão para o professor, permitindo identificar a necessidade de apresentar novas atividades e/ou explorar mais os objetivos das aulas.

A síntese do que foi trabalhado nessas aulas se mostra frutífera. Uma boa maneira de realizá-la é a construção, junto aos estudantes, de uma nuvem de palavras, retomando os exemplos apresentados por eles no início das aulas com as características de grandezas diretamente e inversamente proporcionais.

b. Existe uma relação de variação proporcional entre as grandezas acima? Justifique.

Sim, pois ao dobrarmos a quantidade produzida, o custo também dobra, ao triplicarmos a quantidade produzida, o custo também triplica, e assim sucessivamente, o que justifica a proporcionalidade direta entre as grandezas envolvidas.

3. Uma loja de bijuterias está fazendo uma promoção. Um par de brincos sai por R$ 6,00. Se uma cliente comprar seis pares desse brinco, quanto irá pagar? Existe uma relação de proporcionalidade entre essas grandezas? Justifique.

É importante que o estudante saiba identificar que à medida que aumentamos a quantidade de pares de brincos comprados, o valor a ser pago por eles também aumenta de forma diretamente proporcional. Ao dobrarmos a quantidade comprada, o valor a ser pago também dobra, ao triplicarmos a quantidade comprada, o valor a ser pago também triplica, e assim sucessivamente, o que justifica a proporcionalidade direta entre as grandezas envolvidas.

Assim, a cliente irá pagar R$ 36,00 por 6 pares de brincos.

4. Para produzir algumas máscaras que serão distribuídas em uma comunidade carente, três costureiras gastaram 180 minutos. Quantas costureiras, trabalhando no mesmo ritmo, serão necessárias para produzir essa mesma quantidade de máscaras em 60 minutos? Existe uma relação de proporcionalidade entre essas grandezas? Justifique.

É importante que o estudante saiba identificar que à medida que diminuímos o tempo na confecção de máscaras, a quantidade de costureiras terá que aumentar de forma proporcional. Ao reduzirmos o tempo pela metade, a quantidade de costureiras terá que dobrar, se o tempo for reduzido à terça parte, a quantidade de costureiras irá triplicar, e assim sucessivamente, o que justifica a proporcionalidade inversa entre as grandezas envolvidas.

Dessa forma, para produzir a mesma quantidade de máscara em 60 minutos (tempo reduzido à terça parte) serão necessárias 9 costureiras.

**5.** Um trem se desloca entre duas cidades com uma velocidade média de 50 Km/h e gasta seis horas para fazer esse percurso. Sob as mesmas condições, se a velocidade média do trem for de 60 Km/h, qual será o tempo gasto nesse percurso? Existe uma relação de proporcionalidade entre essas grandezas? Justifique.

**É importante que o estudante saiba identificar que à medida que aumentamos a velocidade média do trem, o tempo gasto nesse percurso diminui numa relação inversamente proporcional. Ao dobrarmos a velocidade média, o tempo gasto se reduz à metade, ao triplicarmos a velocidade média, o tempo gasto reduz à terça parte, e assim sucessivamente, o que justifica a proporcionalidade inversa entre as grandezas envolvidas.**

**O tempo gasto nesse percurso com a velocidade média de 60 km/h será de 5 horas.**

**6.** Em uma obra, cinco pedreiros batem uma laje em oito horas. Sob as mesmas condições e mantendo o mesmo ritmo, quantos pedreiros serão necessários para bater essa mesma laje em cinco horas? Existe uma relação de proporcionalidade entre essas grandezas? Justifique.

**É importante que o estudante saiba identificar que à medida que diminuímos o tempo gasto para bater essa laje, a quantidade de pedreiros que irá executar a obra irá aumentar de forma proporcional. Ao reduzirmos o tempo pela metade, a quantidade de pedreiros terá que dobrar, se o tempo for reduzido à terça parte, a quantidade de pedreiros irá triplicar, e assim sucessivamente, o que justifica a proporcionalidade inversa entre as grandezas envolvidas.**

**Serão necessários 8 pedreiros para realizarem o mesmo trabalho em 5 horas.**

**7.** Em uma fábrica de camisetas, para estampar uma camiseta de um certo material são necessários dez segundos. Quantas camisetas serão estampadas por essa máquina durante 1 hora?

Existe uma relação de proporcionalidade entre essas grandezas? Justifique.

**É importante que o estudante saiba identificar que à medida que aumentamos o tempo, a quantidade de camisetas estampadas também aumenta de forma diretamente proporcional. Ao dobrarmos a quantidade de camisas a serem estampadas, o tempo gasto também dobra, ao triplicarmos a quantidade de camisas a serem estampadas, o tempo gasto também triplica, e assim sucessivamente, o que justifica a proporcionalidade direta entre as grandezas envolvidas.**

# AULAS 3 E 4 – QUAL É A RELAÇÃO ENTRE AS GRANDEZAS?

**Objetivo das aulas:**
- Resolver situações-problema que envolvam grandezas diretamente proporcionais em diversos contextos.

Você sabe o que é uma proporção?

Uma proporção é uma igualdade entre duas razões. Considere os números **a**, **b**, **c** e **d**, diferentes de zero, tomados nessa ordem, formam uma proporção quando:

$$a : b = c : d \text{ , ou seja, } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Fonte: elaborado para fins didáticos

Para resolver situações-problema envolvendo grandezas direta e inversamente proporcionais em que temos um valor desconhecido, montamos a proporção e utilizamos a **propriedade fundamental das proporções** para determinar esse valor desconhecido. Veja a seguir essa propriedade:

A propriedade fundamental das proporções nos garante que em toda proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios, isto é,

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \underbrace{ad}_{\text{produto dos extremos}} = \underbrace{cb}_{\text{produto dos meios}}$$

Fonte: elaborado para fins didáticos

A seguir, temos sete situações-problema envolvendo grandezas proporcionais. Em cada uma dessas situações, analise as grandezas envolvidas e determine o valor desconhecido.

**1.** (Saresp – Relatório Pedagógico 2011) Ao comprar dois chocolates, Pedro pagou R$ 3,00. Se Pedro gastasse R$ 13,50, quantos chocolates ele compraria?

a. 6

b. 6,5

c. 9

d. 9,5

Para resolver essa atividade, o estudante precisa identificar que as grandezas são diretamente proporcionais. Em seguida, para calcular a quantidade de chocolate que Pedro compraria com R$ 13,50, montamos a proporção e utilizamos a propriedade fundamental, isto é:

2 chocolates —— 3 reais

x chocolates —— 13,5 reais

$$\frac{2}{3} = \frac{x}{13{,}5}$$

$$3x = 27$$

$$x = \frac{27}{3} = 9$$

## AULAS 3 E 4 – RESOLVER PROBLEMAS ENVOLVENDO GRANDEZAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Professor, sugerimos que, se possível, organize os estudantes em duplas ou trios, a fim de promover trocas significativas e uma maior participação entre eles, considerando sempre os protocolos de higiene e distanciamento social que o momento exige.

### MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

### INICIANDO

Professor, a sugestão é que você inicie a aula apresentando algumas situações, provocando a turma a responder se as grandezas apresentadas aumentam ou diminuem na mesma proporção. Essas situações devem ser exploradas oralmente em sala de aula de forma dedutiva e indutiva. Deve ser privilegiada a interação com os estudantes, consolidando o desenvolvimento desse percurso de aprendizagem. Outras situações podem ser apresentadas pelos estudantes e exploradas em sala de aula.

A sugestão é que você avance essa conversa inicial com a turma apresentando os objetivos principais das Aulas **3** e **4**, ou seja, "**resolver situações-problema que envolvam grandezas diretamente proporcionais em diversos contextos**".

Nessa parte da Sequência de Atividades estão previstas sete atividades que poderão ser divididas entre as duas aulas. Vale perguntar: "Com as atividades das aulas anteriores, como vocês identificam a proporcionalidade direta e inversa entre duas grandezas?". Também se faz importante resgatar o conceito de proporção e suas propriedades, principalmente a propriedade fundamental das proporções. Assim, podemos identificar se há necessidade de retomar o conteúdo através das situações exploradas no início da aula. Aqui, cabe ressaltar que iniciar uma aula explorando situações e privilegiando a oralidade é considerada uma boa estratégia de aprendizagem, por possibilitar a troca de saberes, conhecimentos e experiências entre os estudantes, favorecer a percepção do professor em relação ao ponto de partida para o desenvolvimento da habilidade e traçar um caminho promissor para a prática em sala de aula.

### DESENVOLVENDO

Após a verificação de que todos os estudantes têm em mãos o Caderno do Estudante, é interessante propor que as atividades sejam realizadas em duplas ou trios, propiciando uma aprendizagem colaborativa envolvendo trocas de conhecimento e saberes. Professor, o raciocínio proporcional também é muito importante para o desenvolvimento do pensamento algébrico. É nesse sentido que devem ter sido desenvolvidas nas aulas anteriores as habilidades de analisar, estabelecer relações e comparações entre grandezas e quantidades, argumentar e explicar relações proporcionais que apresentam relações fortes com esse tipo de raciocínio. Abordar o tema "Proporcionalidade" nessa etapa do desenvol-



**2.** Na farmácia Cuide Bem, o litro de álcool 70% custa R$ 6,63. Nessa farmácia, quanto custam quatro litros de álcool 70%?

**Para resolver essa atividade, o estudante precisa identificar que as grandezas são diretamente proporcionais. Em seguida, para calcular o custo de quatro litros de álcool, montamos a proporção e utilizamos a propriedade fundamental, isto é:**

**1 litro de álcool —— 6,63 reais**
**4 litros de álcool —— x reais**

$$\frac{1}{4} = \frac{6{,}63}{x}$$

$$x = 6{,}63 \cdot 4$$

$$x = 26{,}52$$

**O custo de quatro litros de álcool 70% é de R$ 26,52.**

**3.** Dona Marta está fazendo um controle alimentar. Em sua dieta, no almoço ela pode comer três colheres de sopa de arroz, cujo valor energético é de 96 quilocalorias. Caso ela decida comer uma porção de arroz que corresponda a cinco colheres de sopa, qual será o valor energético, em quilocalorias, dessa porção?

**Para resolver essa atividade, o estudante precisa identificar que as grandezas são diretamente proporcionais. Em seguida, para calcular o valor energético dessa porção de arroz, montamos a proporção e utilizamos a propriedade fundamental, isto é:**

**3 colheres de arroz —— 96 quilocalorias**
**5 colheres de arroz —— x quilocalorias**

$$\frac{3}{5} = \frac{96}{x}$$

$$3x = 96 \cdot 5$$

$$3x = 480$$

$$x = \frac{480}{3} = 160$$

**O valor energético dessa nova porção é de 160 quilocalorias.**

vimento cognitivo tem o objetivo de favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico, ou seja, observar um fato ou relação, identificar um padrão, algo que se repete, generalizar esse padrão e ser capaz de fazer deduções a partir dessa generalização.

As sete atividades propostas aqui têm esses objetivos. Antes que os estudantes iniciem as atividades propostas, você pode retomar com a turma as atividades da aula anterior em que existe uma relação de proporcionalidade direta e juntos determinar o valor desconhecido.

**4.** Pedro comprou 15 pacotes de figurinha e pagou R$ 11,25. Caso tivesse comprado 20 pacotes dessa figurinha, quanto teria pago?

Para resolver essa atividade, o estudante precisa identificar que as grandezas são diretamente proporcionais. Em seguida, para calcular o valor a ser pago nos 20 pacotes de figurinha, montamos a proporção e utilizamos a propriedade fundamental, isto é:

15 pacotes de figurinha —— 11,25 reais

20 pacotes de figurinha —— x reais

$$\frac{15}{20} = \frac{11,25}{x}$$

$$15x = 11,25 \cdot 20$$

$$15x = 225$$

$$x = \frac{225}{15} = 15$$

O valor a ser pago em 20 pacotes de figurinha é de R$ 15,00.

**5.** O mercado Bom Preço está com uma promoção: na compra de quatro pacotes de uma marca de fralda descartável, você ganha outro pacote. Joana ganhou três pacotes nessa promoção. Quantos pacotes dessa fralda Joana comprou?

Para resolver essa atividade, o estudante precisa identificar que as grandezas são diretamente proporcionais. Em seguida, para calcular a quantidade de pacotes de fralda, montamos a proporção e utilizamos a propriedade fundamental, isto é:

Quantidade de pacotes comprados    Quantidade de pacotes grátis

4 pacotes —— 1 pacote grátis

x pacotes —— 3 pacotes grátis

$$\frac{4}{x} = \frac{1}{3}$$

$$x = 4 \cdot 3$$

$$x = 12$$

Joana comprou 12 pacotes dessa fralda.

## FINALIZANDO

Para finalizar a aula, reserve um tempo que seja suficiente para a socialização do processo vivenciado pelos estudantes. Pergunte qual foi a atividade mais desafiadora e por quê. Com isso, você será capaz de identificar se é necessário apresentar novas atividades e explorar um pouco mais a habilidade. Propor que eles construam situações-problema em que as grandezas são diretamente proporcionais pode ajudar no processo de consolidação dessa habilidade.

Faça uma síntese de tudo que foi trabalhado nessas aulas. Uma boa maneira de realizá-la é a construção, junto aos estudantes, de uma nuvem de palavras. Retome os exemplos apresentados anteriormente nas aulas e estabeleça as relações com a resolução de situações-problema envolvendo grandezas diretamente proporcionais.

### CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor aqui é importante verificar se os estudantes de fato compreendem o processo de resolução de uma equação do 1º grau. Para tal, dê o exemplo de uma equação do 1º grau e explore junto com a turma os porquês de cada um dos passos na obtenção da raiz dessa equação. Por exemplo, considere a equação:

$$2x + 3 = 15$$

"Qual o significado de determinar a raiz dessa equação?" Fazer a leitura com significado pode ajudar os estudantes que apresentarem dificuldade. Aqui buscamos um número que multiplicado por dois e adicionado a três resulte em 15. O caminho mais rápido e eficiente de determinar esse valor é através da realização das operações inversas a essas acima indicadas. Com isso, somos capazes de isolar a incógnita da equação em um dos membros da igualdade e, portanto, determinar seu valor. Veja:

Primeiro, vamos realizar a subtração de três, mas é preciso que essa operação seja realizada nos dois membros da equação:

2x + 3 – 3 = 15 – 3

É importante fazer o estudante perceber que, no primeiro membro, temos a adição de números opostos, o que é sempre igual a zero. Com isso, já começamos a isolar a incógnita x no primeiro membro, e então temos:

2x = 12

Outro ponto que precisa ficar claro para o estudante é que "não passamos nada para lado nenhum mudando o sinal", fala comum entre os estudantes e que acaba por ocasionar muitos erros. Na sequência, temos o número dois multiplicando a incógnita x e, portanto, devemos realizar a divisão por 2 nos dois membros da equação:

$$\frac{2x}{2} = \frac{12}{2}$$

Como todo número diferente de zero dividido por ele mesmo é sempre igual a 1, temos que:

x = 6

Que é a raiz da equação, ou seja, o valor da incógnita que atende às condições da equação 2x + 3 = 15.



**6.** Em uma padaria, sete pães de sal custam R$ 3,50. Marina quer comprar três pães. Quanto Mariana irá pagar por esses pães?

Para resolver essa atividade, o estudante precisa identificar que as grandezas são diretamente proporcionais. Em seguida, para calcular o valor a ser pago nos três pães, montamos a proporção e utilizamos a propriedade fundamental, isto é:

| Quantidade de pães | Valor pago |
|---|---|
| 7 pães | 3,5 reais |
| 3 pães | x reais |

$$\frac{7}{3} = \frac{3{,}5}{x} \therefore 7x = 3{,}5 \cdot 3$$

$$7x = 10{,}5$$

$$x = \frac{10{,}5}{7} = 1{,}5$$

O valor a ser pago por três pães é de R$ 1,50.

**7.** Para fazer 60 brigadeiros, Luísa precisa de três latas de leite condensado. Luísa recebeu uma encomenda de 100 brigadeiros essa semana. Quantas latas de leite condensado ela irá precisar?

Para resolver essa atividade, o estudante precisa identificar que as grandezas são diretamente proporcionais. Em seguida, para calcular a quantidade de latas de leite condensado necessários para fazer 100 brigadeiros, montamos a proporção e utilizamos a propriedade fundamental, isto é:

60 brigadeiros —— 3 latas

100 brigadeiros —— x latas

$$\frac{60}{100} = \frac{3}{x} \therefore 60x = 3 \cdot 100$$

$$60x = 300$$

$$x = \frac{300}{60} = 5$$

Luísa irá precisar de cinco latas de leite condensado.

# AULAS 5 E 6 – RESOLVER PROBLEMAS ENVOLVENDO GRANDEZAS INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

Objetivo das aulas:
- Resolver situações-problema envolvendo grandezas inversamente proporcionais.

A seguir, temos sete situações-problema envolvendo grandezas proporcionais. Em cada uma dessas situações, analise as grandezas envolvidas e determine o valor desconhecido.

1. (**Saresp** – Relatório Pedagógico **2009**) Observe a tabela que Laís fez com as quantidades de ganhadores de um sorteio de loteria e o valor do prêmio destinado a cada um dos possíveis ganhadores.

| Quantidade de ganhadores | 2 | 3 | 4 | 5 | ... |
|---|---|---|---|---|---|
| Prêmio para cada ganhador em mil reais | 1.800 | 1.200 | 900 | 720 | ... |

Se o número de ganhadores for 200, o valor que cada um ganhará, em reais, será:

a. 36 000,00
b. 18 000,00
c. 8 600,00
d. 1 100,00

Para resolver essa atividade, o estudante deve identificar que as grandezas quantidade de ganhadores e valor do prêmio de cada ganhador são inversamente proporcionais, isto é,

2 x 1 800 000 = 3 x 1 200 000= 4 x 900 000 = 5 x 720 000 = 3 600 000,

que é o valor total dessa premiação. Para identificar o valor de cada um dos 200 ganhadores, basta dividir o prêmio total por 200, isto é,

3 600 000 : 200 = 18 000

ANOTAÇÕES

## AULAS 5 E 6 – RESOLVER PROBLEMAS ENVOLVENDO GRANDEZAS INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Professor, sugerimos que, se possível, organize os estudantes em duplas ou trios, a fim de promover trocas significativas e uma maior participação entre eles, considerando sempre os protocolos de higiene e distanciamento social que o momento exige.

### MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

### INICIANDO

Sugerimos iniciar o trabalho com o objetivo dessas aulas, ou seja, resolver situações-problema envolvendo a proporcionalidade inversa entre grandezas em diferentes contextos. Explore, por meio de perguntas direcionadas, a oralidade e a troca de ideias com os estudantes da turma. Para tal, utilize uma situação-problema em que o estudante primeiro deve avaliar e reconhecer que existe uma relação de proporcionalidade inversa entre as grandezas e só depois encontrar o valor desconhecido de uma das grandezas envolvidas. E, nesse momento, a sua intervenção e investigação nos processos construtivos é de fundamental importância. Na sequência, estão previstas sete atividades que poderão ser divididas entre as duas aulas.

### DESENVOLVENDO

Após a verificação de que todos os estudantes têm em mãos o Caderno do Estudante pode ser interessante que as atividades sejam realizadas em duplas ou trios, propiciando uma aprendizagem colaborativa envolvendo trocas de conhecimento e saberes. O objetivo da habilidade aqui desenvolvida é explorar as diversas situações em que nos deparamos com grandezas inversamente proporcionais, na qual existe um valor desconhecido a ser determinado, e para tal vamos explorar o uso da propriedade fundamental das proporções. Sugere-se a valorização da resolução das situações-problema apresentadas pelos estudantes, mas é importante estabelecer a associação dessas formas com a utilização da propriedade fundamental das proporções para que ele se aproprie dessa forma de desenvolvimento e avance na estruturação do pensamento algébrico.

## FINALIZANDO

Para finalizar a aula, propomos que um tempo seja reservado para a socialização do processo vivenciado pelos estudantes. Esse tempo permite a realização de questionamentos sobre o que eles aprenderam, como aprenderam e se ainda encontram alguma dificuldade. Além de ser um momento que favorece a reflexão por parte do estudante diante de sua dificuldade, essa também é uma oportunidade de reflexão para o professor, possibilitando identificar a necessidade de apresentar novas atividades e/ou explorar mais os objetivos das aulas.

A síntese do que foi trabalhado nessas aulas se mostra frutífera. Uma boa maneira de realizá-la é pela construção, junto aos estudantes, de uma nuvem de palavras, retomando os exemplos apresentados por eles no início das aulas e estabelecendo as relações com os objetivos das aulas trabalhadas.



**2.** Em uma fábrica, para estampar uma certa quantidade de camisas com duas máquinas em funcionamento, foram gastos 30 minutos. Quantos minutos seriam necessários para estampar a mesma quantidade de camisas se três dessas máquinas estivessem em funcionamento?

Para resolver essa atividade, o estudante deve identificar que as grandezas envolvidas são inversamente proporcionais. Logo, para determinar o tempo necessário, montamos a proporção e utilizamos a propriedade fundamental, isto é:

2 máquinas —— 30 minutos
3 máquinas —— x minutos

Como são inversamente proporcionais, temos que:

3 —— 30
2 —— x

$$3x = 30 \cdot 2$$

$$3x = 60$$

$$x = \frac{60}{3} = 20$$

Com três máquinas em funcionamento, o tempo necessário para estampar as camisas seria de 20 minutos.

**3.** Paulo gasta três horas para ir de carro da sua casa até a cidade das Rosas, onde mora sua mãe, com uma velocidade média de 50 Km/h. Na última vez em que fez essa viagem, gastou duas horas. Qual foi sua velocidade média nessa viagem?

Para resolver essa atividade, o estudante deve identificar que as grandezas envolvidas são inversamente proporcionais. Logo, para determinar a velocidade média, montamos a proporção e utilizamos a propriedade fundamental, isto é:

3 horas —— 50 Km/h
2 horas —— x Km/h

Como são inversamente proporcionais, temos que:

2 —— 50
3 —— x

$$2x = 50 \cdot 3$$

$$2x = 150$$

$$x = \frac{150}{2} = 75$$

Nessa viagem, a velocidade média foi de 75 Km/h.

### CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, aqui é importante destacar o porquê, diante das situações envolvendo grandezas inversamente proporcionais, invertemos os valores de uma das razões antes de utilizar a propriedade fundamental das proporções. Veja a proporção entre os valores dessa atividade:

$$\frac{2}{\frac{1}{30}} = \frac{3}{\frac{1}{x}} \Leftrightarrow 2 \cdot 30 = 3x \Leftrightarrow 3x = 60 \Leftrightarrow x = \frac{60}{3} = 20$$

4. Tiago utilizou 20 baldes de dez litros para encher a piscina de plástico de sua filha. Quantos baldes de 40 litros seriam necessários para encher essa piscina?

**Para resolver essa atividade, o estudante deve identificar que as grandezas envolvidas são inversamente proporcionais. Logo, para determinar a quantidade de baldes de água, montamos a proporção e utilizamos a propriedade fundamental, isto é:**

**20 baldes —— 10 litros**
**x baldes —— 40 litros**

**Como são inversamente proporcionais, temos que:**

**20 —— 40**
**x —— 10**

$$40x = 10 \cdot 20$$

$$40x = 200$$

$$x = \frac{200}{40} = 5$$

**Seriam necessários cinco baldes**

5. Lucas é um triatleta e está se preparando para uma prova. Na etapa de ciclismo, ele gastou 12 minutos para concluir o percurso, com uma velocidade média de 20 Km/h. Nessas condições, qual o tempo gasto se ele mantiver uma velocidade média de 24 Km/h?

**Para resolver essa atividade, o estudante deve identificar que as grandezas envolvidas são inversamente proporcionais. Logo, para determinar o tempo gasto no percurso, montamos a proporção e utilizamos a propriedade fundamental, isto é:**

**20 Km/h —— 12 minutos**
**24 Km/h —— x minutos**

**Como são inversamente proporcionais, temos que:**

**24 —— 12**
**20 —— x**

$$24x = 12 \cdot 20$$

$$24x = 240$$

$$x = \frac{240}{24} = 10$$

**Lucas fará o percurso em 10 minutos.**

**6.** Em uma cooperativa de artesãs, três delas gastam 20 minutos para fazer o acabamento de algumas peças de cerâmica. Quantos minutos são necessários para cinco artesãs, mantendo as condições iniciais, realizarem o acabamento nessas peças?

Para resolver essa atividade, o estudante deve identificar que as grandezas envolvidas são inversamente proporcionais. Logo, para determinar a quantidade de minutos, montamos a proporção e utilizamos a propriedade fundamental, isto é:

3 artesãs —— 20 minutos
5 artesãs —— x minutos

Como são inversamente proporcionais, temos que:

5 —— 20
3 —— x

$$5x = 3 \cdot 20$$

$$5x = 60$$

$$x = \frac{60}{5} = 12$$

Serão necessários 12 minutos.

**7.** Ana é organizadora de festas. A quantidade de salgados que encomenda varia de acordo com a quantidade de convidados. Ela organizou uma festa infantil para 30 convidados e selecionou alguns salgados que seriam suficientes para quatro horas de evento. Porém, de última hora, chegaram mais dez pessoas que não tinham confirmado a presença. Considerando que a quantidade de salgados consumida por cada pessoa seja igual, por quantas horas a festa terá salgados?

Para resolver essa atividade, o estudante deve identificar que as grandezas envolvidas são inversamente proporcionais. Logo, para determinar a quantidade de horas, montamos a proporção e utilizamos a propriedade fundamental, isto é:

30 convidados —— 4 horas
40 convidados —— x horas

Como são inversamente proporcionais, temos que:

40 —— 4
30 —— x

$$40x = 30 \cdot 4 \iff 40x = 120$$

$$x = \frac{120}{40} = 3$$

A festa terá salgados por três horas.

# AULAS 7 E 8 – ELABORAR SITUAÇÕES-PROBLEMA QUE ENVOLVAM VARIAÇÃO DE PROPORCIONALIDADE

**Objetivo das aulas:**
- Elaborar situações-problema envolvendo grandezas direta e inversamente proporcionais.

Agora é com você!

Nos espaços a seguir, elabore duas situações-problema que envolvam grandezas diretamente proporcionais e duas situações-problema que envolvam grandezas inversamente proporcionais. Depois troque com sua dupla, ou caso estejam em trio, troque as atividades com os colegas para que encontrem a solução.

**1.**

Uma possível elaboração seria:

Para fazer um bolo, Rita gasta três xícaras de chá de farinha de trigo. Quanto de farinha será necessário para fazer quatro desses bolos?

As grandezas relacionadas aqui, quantidade de xícaras de farinha e quantidade de bolo, são diretamente proporcionais. Ao aumentarmos a quantidade de bolo, a quantidade de xícaras de farinha aumenta na mesma proporção.

**2.**

Uma possível elaboração seria:

Em uma gráfica, para imprimir uma certa quantidade de folhetos de propaganda, 3 impressoras ligadas demoram 60 minutos para imprimir. Quantas impressoras do mesmo modelo seriam necessárias para que essa mesma quantidade de folhetos de propaganda fosse impressa em 20 minutos?

As grandezas relacionadas aqui, quantidade de impressoras e tempo gasto na impressão, são inversamente proporcionais. Para diminuirmos o tempo de impressão, a quantidade de impressoras ligadas deverá aumentar na mesma proporção.

## AULAS 7 E 8 – ELABORAR SITUAÇÕES-PROBLEMA QUE ENVOLVAM VARIAÇÃO DE PROPORCIONALIDADE

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Professor, sugerimos que, se possível, organize os estudantes em duplas ou trios, a fim de promover trocas significativas e uma maior participação entre eles, considerando sempre os protocolos de higiene e distanciamento social que o momento exige.

### MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

### INICIANDO

Sugerimos iniciar apresentando o objetivo dessas aulas, ou seja, "elaborar situações-problema envolvendo a proporcionalidade direta e inversa entre grandezas em diferentes contextos". Explore, por meio de perguntas direcionadas, a oralidade e a troca de ideias com os estudantes da turma. Nas aulas anteriores, os estudantes puderam identificar grandezas direta e inversamente proporcionais, e resolver outras tantas situações-problema envolvendo grandezas dessa natureza. Nessas duas aulas, o objetivo é o processo construtivo de situações-problema envolvendo grandezas direta e inversamente proporcionais. Durante essa construção, procure acompanhar e auxiliar apenas quando for estritamente necessário, de modo a sanar dificuldades.

### DESENVOLVENDO

Após a verificação de que todos os estudantes têm em mãos o Caderno do Estudante pode ser interessante propor que as atividades sejam realizadas em duplas ou trios, propiciando uma aprendizagem colaborativa envolvendo trocas de conhecimento e saberes. O objetivo da habilidade aqui desenvolvida é elaborar situações de contexto em que nos deparamos com grandezas direta ou

**3.**

Uma possível elaboração seria:

Mateus comprou dois pacotes de bala e pagou R$ 5,00 por eles. Se Mateus comprar cinco pacotes dessa bala, quanto irá pagar?

As grandezas relacionadas aqui, quantidade de pacote de balas e preço a pagar, são diretamente proporcionais. Ao aumentarmos a quantidade de pacotes de bala, o preço a ser pago aumenta na mesma proporção.

**4.**

Uma possível elaboração seria:

Para encher a piscina de sua casa, Jonas utilizou duas mangueiras de jardim iguais durante 25 minutos. Caso Jonas tivesse utilizado quatro dessas mangueiras, em quanto tempo essa piscina estaria completamente cheia?

As grandezas relacionadas aqui, quantidade de mangueiras de jardim e tempo gasto para encher a piscina, são inversamente proporcionais. Ao aumentarmos a quantidade de mangueiras, o tempo gasto para encher essa piscina deverá diminuir na mesma proporção.

inversamente proporcionais, na qual existe um valor desconhecido a ser encontrado. Sugere-se a valorização das ideias apresentadas pelos estudantes.

## FINALIZANDO

Para finalizar a aula, propomos que um tempo seja reservado para a socialização do processo vivenciado pelos estudantes. Esse tempo permite a realização de perguntas, tais como: o que eles aprenderam, como aprenderam e se ainda encontram alguma dificuldade. Além de ser um momento que favorece a reflexão por parte do estudante diante de sua dificuldade, essa também é uma oportunidade de reflexão para o professor, possibilitando identificar a necessidade de apresentar novas atividades e/ou explorar mais os objetivos das aulas.

A síntese do que foi trabalhado nessas aulas se mostra frutífera. Uma boa maneira de realizá-la é pela construção, junto aos estudantes, de uma nuvem de palavras, retomando os exemplos apresentados por eles no início das aulas e estabelecendo as relações com os objetivos das aulas trabalhadas.

## CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, aqui é importante que os estudantes estejam trabalhando em duplas ou trios e que, se for possível, troquem e resolvam as situações-problema elaboradas pelos colegas. Após esse momento, sugerimos que faça a socialização das atividades. Convide os estudantes para compartilharem as atividades elaboradas por eles e solicite, ainda, ao colega que resolveu a questão para compartilhar como fez para encontrar a resposta. Essa é uma ótima metodologia para trazer os estudantes para a construção do conhecimento.

# ANOTAÇÕES

## ANOTAÇÕES

# SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

## ANOTAÇÕES

# 7º ANO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

## OLÁ, PROFESSOR!

Esta Sequência de Atividades foi criada com o objetivo de ser mais uma ferramenta que visa contribuir com a ampliação do trabalho já previsto em seu planejamento, na perspectiva de garantir o direito de aprendizagem a todos os estudantes. Acreditamos que ninguém melhor que você, que está no convívio diário com seus estudantes, para tomar posse desse material e adequar as situações didáticas aqui apresentadas à realidade de cada turma, a fim de possibilitar a seus estudantes o desenvolvimento de importantes habilidades matemáticas que são essenciais para que eles prossigam com sucesso em seus estudos.

Na análise dos resultados das avaliações internas e externas, foi diagnosticado que as habilidades aqui apresentadas não foram plenamente consolidadas e são consideradas marcos de aprendizagem associados ao cálculo da probabilidade de eventos aleatórios e à comparação desse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos, reconhecendo e aplicando o conceito de razão em diversos contextos.

Cabe aqui destacar que esta Sequência de Atividades pode ser adequada para o período da pandemia e pós-pandemia, podendo incluir tanto o ensino remoto, como o presencial e híbrido, considerando os protocolos de higiene e distanciamento social que o momento exige. Mas, sempre que possível, verifique a possibilidade de que essas atividades possam ser realizadas em duplas ou trios, por considerarmos de extrema importância não só o compartilhamento dos saberes matemáticos e do fortalecimento das aprendizagens cooperativas entre os estudantes, mas também as competências de argumentação, linguagem e socialização, dentre outras.

Essa Sequência de Atividades está associada ao desenvolvimento das habilidades:

**(EF06MA30) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos, reconhecendo e aplicando o conceito de razão em diversos contextos (proporcionalidade); (EF07MA34) Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências.**

| AULA/TEMPO | ATIVIDADE |
|---|---|
| 1ª / 45 min | **OBRA DO ACASO** |
| 2ª / 45 min | |
| 3ª / 45 min | **VAMOS CALCULAR QUAIS AS CHANCES?** |
| 4ª / 45 min | |
| 5ª / 45 min | **VAMOS EXPERIENCIAR?** |
| 6ª / 45 min | |
| 7ª / 45 min | **VAMOS ESTIMAR AS PROBABILIDADES?** |
| 8ª / 45 min | |

# SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

## AULAS 1 E 2 – OBRA DO ACASO

Objetivos das aulas:
- Identificar experimentos aleatórios;
- Determinar o espaço amostral de um experimento aleatório.

Em nosso cotidiano, nos deparamos com algumas ações que, quando repetidas sobre as mesmas condições, obtemos sempre o mesmo resultado. Por exemplo, ao lançar uma pedra para o alto, a força da gravidade da Terra nos garante que, depois de atingir uma certa altura, essa pedra sempre retornará ao chão. Essas ações são denominadas de **experimentos determinísticos**. Mas existem algumas ações que, se repetidas sobre iguais condições, produzem resultados diferentes e independentes entre si. A essas ações chamamos de **experimentos aleatórios**.

Identifique, nas situações apresentadas a seguir, se são exemplos de um experimento determinístico ou aleatório.

**1.** Observar o desempenho de dois candidatos a vereador durante uma eleição e verificar se eles serão eleitos ou não.

Esse é um experimento aleatório, uma vez que antes de encerrar o período de votação, não podemos determinar se os candidatos serão ou não eleitos.

**2.** Determinar a velocidade média que um carro apresenta ao percorrer uma distância de 200 Km, sabendo que esse percurso será realizado em 2 horas.

Esse é um experimento determinístico, uma vez que a velocidade média pode ser calculada pela razão entre a distância percorrida e o tempo gasto nesse percurso.

## AULAS 1 E 2 – OBRA DO ACASO

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Professor, sugerimos que, se possível, organize os estudantes em duplas ou trios, a fim de promover trocas significativas e uma maior participação entre eles, considerando sempre os protocolos de higiene e distanciamento social que o momento exige.

### MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

### INICIANDO

Sugerimos que inicie essa Sequência de Atividades explicando os objetivos das Aulas 1 e 2, ou seja, distinguir, em situações **contextualizadas, experimentos aleatórios de experimentos determinísticos, além de representar o espaço amostral de um experimento aleatório.** Para isso, foram estabelecidas 13 atividades que poderão ser divididas entre as duas aulas. A probabilidade é uma área do conhecimento muito próxima do nosso dia a dia. Frequentemente, lidamos com situações cotidianas sobre as quais não podemos determinar, com precisão, seus resultados. Sugerimos que, antes de iniciar as atividades propostas nessa sequência, realize um experimento com os estudantes como colocar em um saco de papel algumas balas de vários sabores. Diga a eles que você irá retirar uma bala desse saco sem olhar. Pergunte se é possível determinar de qual sabor será essa bala. A partir daí, faça alguns questionamentos ligados ao tema dessas aulas e explore os conhecimentos prévios que os estudantes possuem em relação ao desenvolvimento das habilidades pertinentes a essas duas aulas. Explore a noção intuitiva que eles possuem acerca dos termos incerteza, aleatoriedade e ao acaso. É de fundamental importância verificar o conhecimento prévio dos estudantes e ouvir como eles se expressam, antes de avançarmos na aplicação dos conceitos.

## DESENVOLVENDO

Certifique-se de que todos os estudantes têm o Caderno do Estudante em mãos. Caso seja possível, e respeitando os protocolos de higiene e o distanciamento social, solicite que os estudantes, em duplas ou trios, leiam, analisem e desenvolvam as 6 atividades iniciais que foram propostas para a Aula 1. O objetivo dessas atividades é verificar se, a partir das situações-problema apresentadas, os estudantes são capazes de distinguir experimentos aleatórios de experimentos determinísticos. Aqui, é de extrema importância que você procure verificar as estratégias utilizadas no desenvolvimento dessas atividades. Por isso, a indicação de organizá-los em duplas ou trios tem o objetivo de facilitar essa identificação. Nos minutos finais dessa aula, a fim de verificar se de fato os conceitos trabalhados foram bem apreendidos, uma possibilidade é solicitar que eles construam situações-problema envolvendo os experimentos aleatórios e os determinísticos. Para a Aula 2, foram selecionadas 7 atividades que descrevem experimentos aleatórios sobre os quais os estudantes deverão identificar, usando estratégias variadas, todas as situações possíveis de ocorrência diante desses experimentos aleatórios. As situações apresentam níveis graduais de dificuldades. É de extrema importância sua intervenção e atuação, professor, durante a execução dessas aplicações, a fim de relacionar os conceitos estudados anteriormente com as referidas atividades.



3. O resultado do próximo jogo do seu time de futebol do coração.

**Esse é um experimento aleatório, pois antes do término desse jogo, não podemos determinar se o time irá vencer, empatar ou perder.**

4. Lançar duas moedas e observar a face voltada para cima.

**Esse é um experimento aleatório, uma vez que, ao lançar as duas moedas, não podemos determinar qual das duas faces, cara ou coroa, ficará voltada para cima.**

5. Aquecer a água a uma temperatura de 100 °C, ao nível do mar.

**Esse é um experimento determinístico, uma vez que a água apresenta ponto de ebulição em 100° C ao nível do mar. Deste modo, a sua temperatura não irá ultrapassar os 100° C na forma líquida e permanecerá constante até ser transformada em vapor.**

6. Olhar o céu de manhã e determinar se vai chover.

**Esse é um experimento aleatório, pois não é possível determinar se irá ou não chover.**

## FINALIZANDO

Para finalizar a aula, propomos que um tempo seja reservado para a socialização do processo vivenciado pelos estudantes. Esse tempo permite a realização de perguntas, tais como: o que eles aprenderam, como aprenderam e se ainda encontram alguma dificuldade. Além de ser um momento que favorece a reflexão por parte do estudan-

Nos experimentos aleatórios, embora não possamos determinar o que irá acontecer antes que a ação seja finalizada, temos como identificar quais são as possibilidades de ocorrência.

Você sabe o que é um **espaço amostral**?

**Espaço amostral** é o conjunto estabelecido por todos os possíveis resultados de um experimento aleatório. Esse conjunto geralmente é indicado pela letra maiúscula **S** ou pela letra maiúscula grega **Ω**, ômega.

Temos, a seguir, alguns experimentos aleatórios. Em cada um deles, indique o seu espaço amostral.

**7.** Sortear um número entre os divisores naturais de 30.

O conjunto de todas as possibilidades nesse experimento, o espaço amostral, é o conjunto dos divisores de 30, ou seja:

$S = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$

**8.** Sortear um número em um bilhete de loteria numerado de 1 a 25.

O espaço amostral desse experimento aleatório é o conjunto formado por todos os números naturais de 1 a 25, isto é:

$S = \{1, 2, 3, 4, ..., 20, 21, 22, 23, 24, 25\}$

**9.** Lançar de uma moeda e observar a face que fica voltada para cima.

Esse é um experimento aleatório que admite apenas duas possibilidades: cara ou coroa. Assim, temos que:

S = {cara, coroa}.

te diante de sua dificuldade, é um momento de reflexão para o professor também. Ele possibilita que se identifique a necessidade de apresentar novas atividades e/ou explorar mais os objetivos das aulas. A síntese do que foi trabalhado nessas aulas se mostra frutífera. Uma boa maneira de realizá-la é a construção, junto aos estudantes, de uma nuvem de palavras, retomando os exemplos apresentados por eles no início das aulas e estabelecendo as relações com os conceitos trabalhados, sem a necessidade de formalismo.

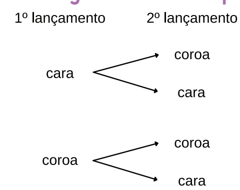
## CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, aqui é de fundamental importância a sua intervenção, a fim de identificar se os estudantes, de fato, compreenderam o experimento em questão. Em alguns experimentos, como o lançamento de duas moedas, há que se considerar uma ordem na apresentação dos possíveis resultados. Para tal, esses resultados serão representados por pares ordenados do tipo (a, b), em que a e b são os resultados dos lançamentos respectivamente da primeira e da segunda moeda. É importante notar que o resultado do experimento não é simplesmente "Cara" ou "Coroa", mas sim um par ordenado. Mas existem outros experimentos cujo raciocínio é combinatório e a ordem não determina uma possibilidade distinta, como seria o caso de, dentre os alunos do 7º ano, selecionar 3 para montar um grupo de estudos.



**10.** Lançar duas moedas e observar a face que fica voltada para cima.

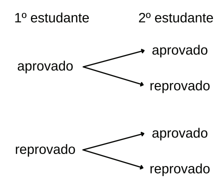
Aqui, podemos fazer um diagrama de árvore para exibir todas as possibilidades. Veja:




S = {(cara, cara), (cara, coroa), (coroa, cara), (coroa, coroa)}

**11.** Verificar o desempenho de dois estudantes ao final do ano letivo e identificar se eles foram aprovados ou reprovados.

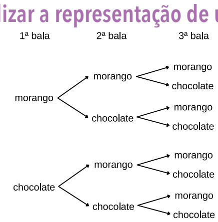
Aqui, também podemos utilizar a representação de um diagrama de árvore para identificar todas as possibilidades. Veja:




S = {(aprovado, aprovado), (aprovado, reprovado), (reprovado, aprovado), (reprovado, reprovado)}

**12.** Em um pacote de balas, temos a mesma quantidade de balas nos sabores morango e chocolate. Considere que uma criança irá retirar três balas desse saquinho, uma de cada vez, e que uma vez retirada uma bala, essa retorna para o pacote antes que a próxima seja retirada. Qual o espaço amostral desse experimento?

Aqui, também podemos utilizar a representação de um diagrama de árvore para identificar todas as possibilidades. Veja:




S = {(m, m, m), (m, m, c), (m, c, m), (m, c, c), (c, m, m), (c, m, c), (c, c, m), (c, c, c)}

**13.** Lançar dois dados de 6 faces convencionais e observar a face que fica voltada para cima.

Fonte: Pixabay.

Aqui, temos um espaço amostral bem maior que os anteriores, e para que seja possível identificá-lo, podemos construir um quadro em que nas linhas estejam representados os possíveis resultados do lançamento de um dado e, em coluna, os possíveis resultados do outro dado.

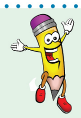
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | (1,1) | (1,2) | (1,3) | (1,4) | (1,5) | (1,6) |
| 2 | (2,1) | (2,2) | (2,3) | (2,4) | (2,5) | (2,6) |
| 3 | (3,1) | (3,2) | (3,3) | (3,4) | (3,5) | (3,6) |
| 4 | (4,1) | (4,2) | (4,3) | (4,4) | (4,5) | (4,6) |
| 5 | (5,1) | (5,2) | (5,3) | (5,4) | (5,5) | (5,6) |
| 6 | (6,1) | (6,2) | (6,3) | (6,4) | (6,5) | (6,6) |

Fonte: Elaborado para fins didático.

S = {(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)}.

## AULAS 3 E 4 – QUAL É A RELAÇÃO ENTRE AS GRANDEZAS?

**Objetivos das aulas:**
- Calcular probabilidade e expressá-la na forma fracionária;
- Calcular probabilidade e expressá-la na forma decimal;
- Calcular probabilidade e expressá-la na forma percentual.



Olá, estudantes! Nosso objetivo nessas duas aulas é o cálculo de probabilidade. Uma área importante da Matemática, muito presente em nosso dia a dia e que nos ajuda a tomar decisões mais adequadas em situações cujos resultados não conhecemos com precisão. Para isso, vamos recordar alguns conceitos.

Você sabe o que é um evento?

Um **evento** é qualquer conjunto formado por elemento(s) do espaço amostral.

Vamos analisar o experimento aleatório de lançar um dado convencional.

No lançamento de um dado, o espaço amostral é dado por: S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}. Nesse experimento, vamos estabelecer três eventos. Veja:

- evento A = {o número da face voltada para cima é um número primo}.

Assim, temos que o evento é dado por: A = {2, 3, 5}. Note que todos os elementos desse conjunto são também elementos do espaço amostral.

- evento B = {o número da face voltada para cima é um número maior que 6}.

Note que um dado convencional não apresenta nenhuma de suas faces com valor maior que 6. Neste caso, esse conjunto não tem nenhum elemento. Ele é chamado, portanto, de conjunto vazio, { }.

- evento C = {o número da face voltada para cima é um número menor que 7}.

Note que, nesse caso, o evento C é dado por C = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, que é igual ao espaço amostral.

Nosso objetivo é calcular a probabilidade de ocorrência de um dado evento, ou seja, queremos determinar quais as chances de que um certo evento aconteça. Neste caso, a probabilidade de que um evento A ocorra é dado por:

$$P(A) = \frac{número\ de\ casos\ favoráveis}{número\ total\ de\ casos} = \frac{número\ de\ elementos\ de\ A}{número\ de\ elementos\ de\ S}$$

Vamos então calcular a probabilidade dos eventos acima?

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = \frac{0}{6} = 0$$

$$P(C) = \frac{6}{6} = 1$$

## AULAS 3 E 4 – VAMOS CALCULAR QUAIS AS CHANCES?

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Professor, sugerimos que organize os estudantes, se possível, em duplas ou trios, a fim de promover trocas significativas e uma maior participação entre eles, considerando sempre os protocolos de higiene e distanciamento social que o momento exige.

### MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

### INICIANDO

Professor, sugerimos que você inicie uma conversa com a turma apresentando os objetivos principais das Aulas 3 e 4, ou seja, **calcular a probabilidade de ocorrência de um evento**. Explore, por meio de perguntas direcionadas, a oralidade e a troca de ideias entre os estudantes. Embora essa habilidade já tenha sido explorada em etapas anteriores, é importante perceber se, de fato, os estudantes compreendem o significado de calcular a probabilidade. A partir de noções intuitivas possuídas pelos estudantes, você poderá explorar formas de pensar mais complexas que podem se desenvolver por intermédio de ações bem planejadas em sala de aula. Antes que os estudantes iniciem as 8 atividades propostas, realize com eles o experimento sugerido de lançar um dado. Outra possibilidade interessante é a utilização de jogos. Esta é uma boa oportunidade para que os estudantes possam expressar, de maneira lúdica e informal, sua compreensão sobre as noções atreladas ao conceito de probabilidade.

### DESENVOLVENDO

Após a verificação de que todos os estudantes têm o Caderno do Estudante em mãos, é interessante que as atividades sejam realizadas em duplas ou trios, propiciando uma aprendizagem colaborativa, envolvendo trocas de conhecimento e saberes, e que analisem e resolvam os problemas propostos para as **Aulas 3 e 4**, sempre considerando os protocolos de higiene pessoal e o distanciamento social. Durante esse

A probabilidade de um evento pode assumir qualquer valor de 0 a 1. O evento em que a probabilidade é igual a zero, chamamos de **evento impossível**. Já o evento em que a probabilidade é igual a 1, chamamos de **evento certo**.

Importante destacar, aqui, que consideraremos espaços amostrais finitos em que cada resultado, desse espaço, tenha a mesma probabilidade de ocorrer.

Leia com atenção cada uma das situações problemas a seguir e faça o que se pede.

**1.** **(SARESP – Relatório Pedagógico 2010)** Miriam organizou um sorteio de amigo oculto entre amigas. Para isso, escreveu em pedaços de papel o nome de cada uma das 10 pessoas (incluindo seu próprio nome) que participariam desse sorteio e colocou dentro de um saco. Miriam, como organizadora, foi a primeira a retirar um nome de dentro do saco. A probabilidade de Miriam retirar seu próprio nome é:

a. $\frac{2}{20}$

b. $\frac{1}{2}$

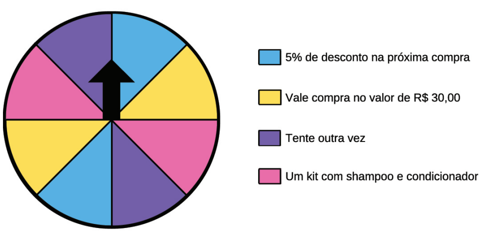
c. $\frac{2}{3}$

d. $\frac{1}{10}$

O espaço amostral dessa situação é formado pelos 10 nomes dos participantes. O evento em questão é constituído apenas do nome de Miriam, que aparece uma única vez. Assim, temos que:

$$P(\textit{retirar o próprio nome}) = \frac{1}{10} = 0{,}1 = 10\%$$

**2.** Em uma loja de cosméticos, a cada compra no valor de R$ 50,00 ou mais, o cliente tem direito a rodar uma vez a roleta e concorrer a prêmios. Esta roleta foi construída a partir de um círculo dividido em 8 setores de mesma área. Veja!




Fonte: elaborado para fins didáticos

Natália foi a essa loja, fez uma compra no valor de R$ 60,00 e, portanto, terá direito a girar uma vez a roleta de prêmios. Qual a probabilidade de que Natália ganhe um vale compras de R$ 30,00?

Nesta situação, o espaço amostral é constituído pelos 8 setores em que o círculo dessa roleta foi dividido. O evento em questão, a ocorrência do vale compras de R$ 30,00, que representa o número de casos favoráveis, apresenta dois setores.

Assim, temos que $P(\textit{vale compra de R\$30,00}) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\%.$

processo, procure ficar atento às discussões que surgirem nos grupos e, se necessário, oriente-os sobre possíveis dúvidas.

## FINALIZANDO

Para finalizar a aula, propomos que um tempo seja reservado para a socialização do processo vivenciado pelos estudantes. Esse tempo permite a realização de perguntas tais como: o que eles aprenderam, como aprenderam e se ainda encontram alguma dificuldade. Além de ser um momento que favorece a reflexão por parte do estudante diante de sua dificuldade, é um momento de reflexão para o professor também. Ele possibilita que se identifique a necessidade de apresentar novas atividades e/ ou explorar mais os objetivos das aulas. A síntese do que foi trabalhado nessas aulas se mostra frutífera. Uma boa maneira de realizá-la é a construção, junto aos estudantes, de uma nuvem de palavras, retomando os exemplos apresentados por eles no início das aulas, com as características que envolvem o conceito de probabilidade.

### CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, na Questão 1 explore um pouco mais esse experimento. Através do cálculo, por exemplo, da probabilidade de ocorrer um número par na face voltada para cima, explore o conceito de probabilidade complementar, que é a ocorrência de um número ímpar, sem a necessidade de formalização do conceito propriamente dito.

### CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, na Questão 2 para calcular a probabilidade de um evento, não é necessário representar o espaço amostral como foi feito nas aulas 1 e 2. É necessário identificar o número de elementos que esse conjunto possui. Mas, caso os estudantes apresentem dificuldades, você pode sugerir que eles utilizem o princípio da contagem ou a representação do diagrama de árvore para, então, identificarem o número de elementos do espaço amostral e o número de elementos do evento em questão.



**3.** **(SARESP – Relatório Pedagógico 2009)** As cartas abaixo serão colocadas numa caixa e uma será retirada ao acaso.


Fonte: elaborado para fins didáticos

A probabilidade de a carta retirada ter a figura de uma pessoa é:

a. $\frac{1}{3}$

b. $\frac{1}{4}$

c. $\frac{2}{3}$

d. $\boxed{\frac{2}{5}}$

O espaço amostral é constituído por todas as 10 cartas. O evento em questão é a figura de pessoa, que possui 4 cartas, logo:

$$P(figura\ de\ una\ pessoa) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = 0{,}4 = 40\%$$

**4.** Laura comprou, no mercado, um pacote de pregadores de roupa, dos quais 6 são da cor vermelha, 5 são da cor azul e 4 são da cor branca. Ela guardou todos esses pregadores em uma caixa.

a. Ao retirar um desses pregadores dessa caixa, qual cor têm a maior chance de ocorrer?

Como a maior quantidade de pregador é da cor vermelha, essa cor tem a maior chance de ocorrer.

b. Qual a probabilidade de se retirar um pregador e ele ser da cor vermelha?

O número de elementos desse espaço amostral é a soma das quantidades de pregadores das três cores, isto é, 6 + 5 + 4 = 15, e chamando o evento retirar um pregador da cor vermelha de "V", temos que:

$$P(V) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0{,}4 = 40\%$$

c. Qual a probabilidade de retirar um pregador e ele ser da cor azul?

Como o número de elementos do espaço amostral já foi identificado no caso anterior, e chamando o evento retirar um pregador da cor azul de "A", temos que:

$$P(A) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} \approx 0{,}3333 = 33{,}33\%$$

d. Qual a probabilidade de retirar um pregador e ele ser da cor branca?

Como o número de elementos do espaço amostral já foi identificado no caso anterior, e chamando o evento retirar um pregador da cor branca de "B", temos que:

$$P(B) = \frac{4}{15} \approx 0{,}2667 = 26{,}67\%$$

**5.** Em um concurso, Renato não sabe responder a uma questão que apresenta 5 alternativas de resposta e apenas uma correta. Como não vai deixar a questão em branco, qual a probabilidade de, ao selecionar uma das alternativas, Renato acertar a questão?

O espaço amostral, nesse experimento, é constituído de 5 elementos, as cinco alternativas de resposta. Assim, a probabilidade de acertar é dada por:

$$P(A) = \frac{1}{5} = 0{,}2 = 20\%$$

**6.** Em um jogo de trilhas utilizando cartas numeradas, no final da primeira rodada, as cartas, que estão empilhadas uma sobre as outras com a numeração voltada para baixo, são as apresentadas a seguir:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 4 | 11 | 5 | 10 | 9 | 1 | 6 |

Fonte: elaborado para fins didáticos

Qual a probabilidade de que o próximo jogador a comprar retire uma carta de numeração ímpar?

O espaço amostral, nesse experimento, é constituído das 8 cartas ilustradas acima. O evento considerado, sair um número ímpar, apresenta 5 possibilidades. Chamando esse evento de I, temos que:

$$P(I) = \frac{5}{8} = 0{,}625 = 62{,}5\%.$$

**7.** A turma do 7º ano da professora Marta tem 18 meninas e 12 meninos. A professora irá sortear um desses estudantes para lhe auxiliar em algumas tarefas durante este mês. Qual a probabilidade de que o estudante sorteado seja uma menina?

O espaço amostral, nesse experimento, é constituído pelos 30 estudantes da turma. O evento considerado, a sorteada ser menina, apresenta 18 possibilidades. Chamando de M esse evento, temos que:

$$P(M) = \frac{18}{30} = 0{,}6 = 60\%$$

**8.** Em uma semana cultural na escola Parceiros da Educação, foram selecionadas 3 poesias de estudantes do 6° ano, 8 poesias do 7° ano, 4 poesias do 8° ano e 5 poesias do 9° ano. Mas, dentre essas poesias selecionadas, apenas uma será sorteada para ser declamada. Qual a probabilidade de que a poesia sorteada seja a de um estudante do 7° ano?

**O espaço amostral, nesse experimento, é constituído por todas as 20 poesias dos estudantes das turmas do 6°, 7° 8° e 9° anos. O evento considerado, a poesia a ser sorteada ser de um estudante do 7° ano, apresenta 8 possibilidades. Chamando de "A" esse evento, temos que:**

$$P(A) = \frac{8}{20} = 0{,}4 = 40\%$$

## ANOTAÇÕES

# AULAS 5 E 6 – VAMOS EXPERIENCIAR?

Objetivo das aulas:

- Realizar um experimento ou uma simulação para calcular ou estimar probabilidade de um evento aleatório.

Olá, estudantes! Em várias situações no nosso dia a dia, nem sempre é possível calcular a probabilidade de ocorrência de um evento como fizemos nas aulas anteriores. Nessas situações, uma das possibilidades é a experimentação, ou seja, verificar por meio de experiência, com o objetivo de estimar o valor da probabilidade de um evento. Nestas situações, vamos estimar o valor da probabilidade como a frequência relativa do evento. A qualidade desta estimativa depende do número de repetições do experimento: quanto maior o número de repetições, a estimativa aproxima-se mais do valor verdadeiro da probabilidade.

Mas você sabe o que é frequência relativa?

**Frequência relativa** nada mais é do que a razão entre o número de vezes em que o evento ocorre e o número de vezes em que o experimento é repetido.

Vamos fazer uma experimentação? Embora possamos calcular a probabilidade de ocorrência nos experimentos aqui considerados, vamos realizar uma experimentação e estimar o valor da probabilidade pela frequência relativa e, ao final, comparar esse resultado com o cálculo da probabilidade.

Para começar, vamos formar grupos de, no máximo, 4 componentes.

**1.** Nossa primeira experimentação será lançar uma moeda e verificar a face que fica voltada para cima. Nosso evento a ser considerado é a ocorrência de cara. Cada componente do grupo irá lançar a moeda 10 vezes e anotar os resultados obtidos no quadro que segue abaixo.

| Nome do componente | Número de vezes em que ocorreu o evento | Número de lançamentos |
|---|---|---|
| | | 10 |
| | | 10 |
| | | 10 |
| | | 10 |
| **Total** | | 40 |

Fonte: elaborado para fins didáticos

## AULAS 5 E 6 – VAMOS EXPERIENCIAR?

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Professor, sugerimos que organize os estudantes em duplas em alguns momentos, e em grupos de quatro em outros, a fim de promover trocas significativas e uma maior participação entre eles, considerando sempre os protocolos de higiene e distanciamento social que o momento exige.

### MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante; dois dados de 6 faces para cada dupla formada na turma; uma moeda para cada grupo de 4 componentes; um saco de papel com 5 retângulos de papel na cor vermelha para cada dupla; 4 retângulos de papel na cor amarela; 3 retângulos de papel na cor verde e 2 retângulos de papel na cor branca, todos de mesma área.

### INICIANDO

Professor, a sugestão aqui é que você inicie apresentando o objetivo das **Aulas 5 e 6**, ou seja, **realizar experimentações**. Nessa parte da Sequência de Atividades, estão previstas 3 atividades que poderão ser divididas entre as duas aulas. Cabe aqui ressaltar que, nessas duas aulas, é normal a turma ficar um pouco mais agitada e falante, o que inclusive é desejável. É uma situação diferente das aulas convencionais. As trocas entre os grupos devem ser incentivadas, pois isso se constitui em uma boa estratégia de aprendizagem por possibilitar a troca de saberes, conhecimentos e experiências entre os estudantes. Mas antes de iniciar cada uma dessas atividades, é necessário se certificar que os estudantes compreenderam com clareza cada um dos experimentos.

### CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, nessas aulas, os estudantes irão realizar experimentos aleatórios, experimentos sobre os quais não temos como prever os resultados antes que sejam finalizados. A proposta aqui é que eles estimem, através do cálculo de frequência relativa, a probabilidade da ocorrência dos eventos considerados. É importante realçar para os estudantes que, para que a probabilidade frequentista de fato represente a probabilidade em questão, é necessário que o evento seja realizado com muitas repetições. Por isso, quando inicialmente a frequência é calculada com um número de repetições baixas, pode acontecer um distanciamento entre a probabilidade do evento e sua frequência relativa correspondente. Mas, a partir do momento em que os resultados de toda turma são considerados, o número de repetições aumenta consideravelmente, e assim, a frequência relativa se estabiliza em torno da probabilidade esperada para o evento.

## DESENVOLVENDO

Após a verificação de que todos os estudantes têm o Caderno do Estudante em mãos, distribua o material necessário para a atividade. Durante a realização de cada uma delas, esteja atento às dúvidas e à necessidade de alguma moderação que se fizer necessária. Contudo, é importante que os estudantes decidam e discutam, entre os pares, a melhor maneira de realizar a atividade.

## FINALIZANDO

Para finalizar as aulas, reserve um tempo que seja suficiente para a socialização do processo vivenciado pelos estudantes. Pergunte qual foi a atividade mais desafiadora e por quê. Com isso, professor, você será capaz de identificar se é necessário apresentar novas atividades e explorar um pouco mais a habilidade. Propor que eles construam outros experimentos em que não seja possível de calcular a probabilidade pelo método clássico pode ajudar no processo de consolidação dessa habilidade. Faça uma síntese de tudo que foi trabalhado nessas aulas. Uma boa maneira de realizá-la é pela construção, junto aos estudantes, de uma nuvem de palavras. Retome os exemplos apresentados anteriormente nas aulas e estabeleça as relações com a resolução de situações-problema trabalhadas nessas aulas.

a. Sabemos que uma moeda apresenta duas faces, cara e coroa, e, portanto, a probabilidade de sair a face cara é 50%. Com os resultados obtidos nessa experimentação, cada componente do grupo irá calcular a frequência relativa do evento cara em seus 10 lançamentos. Depois de calculada essa frequência, compare com a probabilidade já acima determinada. O que você percebe?

**Os resultados não são previsíveis, porém a frequência relativa, considerando apenas os 10 lançamentos, poderá estar distante de 50%. Reforce a condição do número de repetições ter sido pequena.**

b. Com os resultados obtidos nessa experimentação, calcule a frequência relativa do evento de todos os lançamentos do grupo. E, novamente, compare com a probabilidade do evento cara, que é de 50%. O que você percebe?

**Os resultados não são previsíveis, porém a frequência relativa, considerando agora os 40 lançamentos, a depender do número de componentes estabelecido, deverá ter um resultado mais próximo de 50% do que no caso anterior. Reforce a condição do número de repetições ainda ter sido pequena.**

c. Com os resultados obtidos nessa experimentação, calcule a frequência relativa do evento de todos os lançamentos de todos os grupos da turma. E, novamente, compare com a probabilidade do evento cara, que é de 50%. O que você percebe?

**Os resultados não são previsíveis, porém a frequência relativa, considerando o resultado de todos os lançamentos da turma, deverá estar mais próxima de 50% do que nos casos anteriores.**

ANOTAÇÕES

Vamos a mais uma experimentação?

2. Nossa próxima experimentação será realizada em dupla. Em um saco de papel há 5 retângulos de papel na cor vermelha, 4 retângulos de papel na cor amarela, 3 retângulos de papel na cor verde e 2 retângulos de papel na cor branca. O experimento consiste em retirar desse saco de papel 1 retângulo, anotar a cor e, em seguida, retornar esse retângulo ao saco. O evento a ser considerado é retirar um retângulo na cor vermelha. Cada participante deverá repetir esse procedimento 20 vezes e anotar no quadro os resultados obtidos.

| Nome do componente | Resultados obtidos | Número de repetições |
|---|---|---|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

Fonte: elaborado para fins didáticos

| Nome do componente | Resultados obtidos | Número de repetições |
|---|---|---|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

a. Com os resultados obtidos na dupla, calcule a frequência relativa de ocorrêcia do evento em questão.

**Os resultados não são previsíveis, porém a frequência relativa, considerando apenas 40 repetições do experimento, poderá estar distante do valor da probabilidade associada a esse evento, que é de aproximadamente 35,71%. Reforce a condição do número de repetições ter sido pequena.**

b. Agora vamos juntar os resultados de todas as duplas formadas e calcular a frequência relativa do evento.

**Os resultados não são previsíveis, porém a frequência relativa, considerando o resultado da repetição do experimento realizado por toda turma, deverá estar mais próxima de 35,71% do que nos casos anteriores, quando foram considerados apenas 40 repetições.**

c. Agora calcule a probabilidade de retirar um retângulo na cor vermelha e compare esse resultado com o encontrado no item anterior.

**A probabilidade de retirar desse saco um retângulo na cor vermelha é dada por:**

$$P(V) = \frac{5}{14} \approx 35{,}71\%$$

**Comparando com o resultado anterior, esses valores estarão mais próximos quanto maior for o número de repetições.**

3. Com as mesmas duplas formadas anteriormente, considere o experimento aleatório de lançar dois dados convencionais e observar o número das faces voltada para cima. O evento a ser considerado aqui é observar a soma dos valores obtidos nas duas faces. Cada um deverá efetuar um total de 10 lançamentos e anotar no quadro a seguir os resultados encontrados.

| Nome do componente | Resultado obtido | Soma encontrada |
|---|---|---|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

| Nome do componente | Resultado obtido | Soma encontrada |
|---|---|---|
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

Fonte: elaborado para fins didáticos

**OBS:** Na coluna "Resultado obtido", indique os resultados do 1° e do 2° dado entre parênteses, nessa ordem, separados por vírgula.

a. Com os resultados observados entre a dupla, qual foi a soma que mais ocorreu? Calcule a frequência relativa desse resultado.

**Os resultados não são possíveis de ser apresentados agora, porém, o resultado mais provável de ter sido observado com maior frequência é da soma igual a 7.**

b. Com os resultados observados entre a dupla, qual foi a soma que menos ocorreu? Calcule a frequência relativa desse resultado.

**Os resultados não são possíveis de ser apresentados agora, porém, o resultado menos provável da soma são 2 e 12, pois só temos um caso favorável em um total de 36 possibilidade de que ocorram essas somas A soma 2 só irá ocorrer se, em ambos os dados, sair a face 1 voltada para cima, e a soma 12 se, em ambos os dados, sair a face 6 voltada para cima. Assim, nesses poucos lançamentos, essas ocorrências terão poucas possibilidades de acontecer.**

c. Agora, vamos juntar os resultados de todas as dupla formadas. Qual foi a soma que mais ocorreu? Calcule a frequência relativa desse resultado.

**Os resultados não são possíveis de ser apresentados agora, porém, com o aumento do número de repetições do experimento, o resultado da soma 7 ficará mais evidente como a que mais ocorre, pois em 36 possibilidades, a soma 7 tem seis chances possíveis de ocorrer, que é a maior dentre todas as outras possibilidades.**

d. Agora, vamos juntar os resultados de todas as dupla formadas. Qual foi a soma que menos ocorreu? Calcule a frequência relativa desse resultado.

**Mesmo agora, aumentando o número de repetições, uma vez que os resultados de toda a turma irão se juntar, os resultados da soma 2 e 12 ficarão mais evidentes como os que têm menores possibilidades de ocorrência, pois só temos um caso favorável em um total de 36 possibilidade de que ocorram essas somas. A soma 2 só irá ocorrer se, em ambos os dados, sair a face 1 voltada para cima, e a soma 12 se, em ambos os dados, sair a face 6 voltada para cima.**

e. Agora, volte na atividade 13, das aulas 1 e 2, e calcule a probabilidade dos seguintes eventos: A = {soma igual a 7}, B = {soma igual a 2} e C = {soma igual a 12}. Em seguida, compare com os resultados obtidos nessa experimentação.

**As possibilidade da soma igual a 7 são: (1, 6), (2, 5), (3, 4), (6, 1), (5, 2) e (4, 3).**
**A possibilidade da soma igual a 2: (1, 1).**
**A possibilidade da soma igual a 12: (6, 6).**
**Calculando as probabilidades dos eventos:**

$$P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \approx 16{,}67\% \qquad P(B) = \frac{1}{36} \approx 2{,}78\% \qquad P(C) = \frac{1}{36} \approx 2{,}78\%$$

**Os resultados encontrados na experimentação deverão estar próximos desses valores.**

## CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, sua mediação na organização dos experimentos e durante suas realizações são de extrema importância. O propósito desta atividade é que os estudantes percebam uma outra forma de se determinar a ocorrência de um evento, sem lançar mão do cálculo pela probabilidade clássica. Embora todos os experimentos aqui fossem possíveis de ser calculados, o objetivo era estabelecer a comparação e identificar que, quando o número de repetições é alto, os valores tendem a ficar próximos. Portanto, esse processo torna-se possível de ser utilizado nas situações em que o cálculo da probabilidade clássica não seja possível de ser realizada. Essas situações serão exploradas nas duas aulas seguintes.

# AULAS 7 E 8 – VAMOS ESTIMAR AS PROBABILIDADES?

## ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Professor, sugerimos que organize os estudantes, se possível, em duplas ou trios a fim de promover trocas significativas e uma maior participação entre eles, considerando sempre os protocolos de higiene e distanciamento social que o momento exige.

## MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

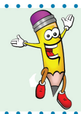
## INICIANDO

Sugerimos iniciar o trabalho com a apresentação do objetivo dessas aulas, ou seja, **estimar o valor da probabilidade por meio de frequência de ocorrências**. Em seguida, retome com a turma o conceito de probabilidade frequentista trabalhado nas aulas anteriores. Com as atividades propostas para as Aulas 7 e 8, amplie a discussão sobre o cálculo de probabilidades de eventos, de forma que os estudantes se apropriem tanto do cálculo da probabilidade clássica quanto da frequentista, uma vez que, nos experimentos aqui apresentados, não é possível determinar as condições para calcular a probabilidade, mas apenas realizar uma estimativa. Incentive os estudantes para que exerçam autonomia no levantamento de hipóteses e tomada de decisão frente às condições apresentadas em cada experimento aleatório.



## AULAS 7 E 8 – VAMOS ESTIMAR AS PROBABILIDADES?

Objetivo das aulas:
- Estimar o valor da probabilidade por meio de frequência de ocorrência.



Olá, estudante! Depois das experimentações realizadas nas aulas anteriores, vamos nos dedicar a estimar a probabilidade de eventos em que conhecemos apenas as frequências de ocorrência.

Vamos começar?

**1.** Dona Lúcia tem uma sorveteria no bairro em que mora. Ela anotou em um quadro a quantidade de picolés de alguns dos sabores mais procurados durante vários dias. Veja o que ela fez.

| Sabores de picolé | Quantidade vendida |
|---|---|
| Morango | 800 |
| Chocolate | 2586 |
| Creme | 194 |
| Abacaxi | 280 |
| Limão | 390 |
| **Total** | **4250** |

Fonte: elaborado para fins didáticos

Estime a probabilidade frequentista relativa à quantidade de picolés com sabor de chocolate ser o próximo a ser vendido.

A frequência da venda do sabor chocolate é 2586, em um total de 4250 picolés vendidos. Assim, temos que:

$$\frac{2586}{4250} \approx 60{,}85\%$$

**2.** O gerente de um posto de combustível, que fica à margem de uma rodovia federal de muito movimento, anotou, em um quadro, o número de clientes que faziam a aquisição de um dos três tipos de combustível: gasolina, etanol e diesel. Veja abaixo esse quadro.

| Combustível | Qtde. de clientes |
|---|---|
| Gasolina | 4 811 |
| Etanol | 5 989 |
| Diesel | 2 800 |
| **Total** | **4250** |

Fonte: elaborado para fins didáticos

Considerando os resultados apresentados, qual a probabilidade de que o próximo cliente adquira diesel?

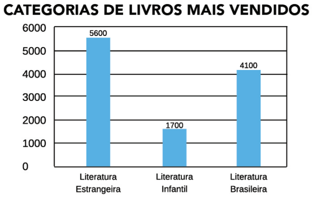
A frequência de aquisição de diesel é 2 800, em um total de 13 600. Assim, temos que:

$$\frac{2800}{13600} \approx 20{,}59\%$$

## DESENVOLVENDO

Após a verificação de que todos os estudantes têm o Caderno do Estudante em mãos, é interessante que as atividades sejam realizadas em duplas ou trios, propiciando uma aprendizagem colaborativa, envolvendo trocas de conhecimento e saberes. Será também retomada a habilidade de leitura de informações veiculadas em quadros e gráfico em vários contextos. Certifique-se de que os estudantes tenham, de fato, consolidado essa habilidade.

**3.** O gráfico abaixo mostra as maiores vendas realizadas por uma livraria online. Veja.




Fonte: elaborado para fins didáticos

**a.** De acordo com essas informações, estime a probabilidade frequentista referente à categoria Literatura Estrangeira.

**A frequência de aquisição de Literatura Estrangeira é de 5600, em um total de 11 400. Assim, temos que:**

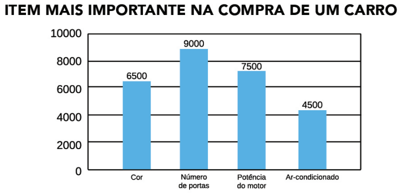
$$\frac{5600}{11400} \approx 49{,}12\%$$

**b.** De acordo com essas informações, estime a probabilidade frequentista referente à da categoria Literatura Infantil.

**A frequência de aquisição de Literatura Infantil é de 1700, em um total de 11 400. Assim, temos que:**

$$\frac{1700}{11400} \approx 14{,}91\%$$

**4.** Uma agência de automóveis fez uma pesquisa com alguns consumidores para identificar qual o item mais decisivo na compra de um carro. O resultado está apresentado no gráfico abaixo.




Fonte: elaborado para fins didáticos

**a.** De acordo com essas informações, estime a probabilidade frequentista da compra de um carro pelo item potência do motor.

**A frequência do item potência do motor é de 7 500, em um total de 27 500. Assim, temos que:**

$$\frac{7500}{27500} \approx 27{,}27\%$$

**b.** De acordo com essas informações, estime a probabilidade frequentista da compra de um carro pelo item número de portas.

**A frequência do item número de portas é de 9000, em um total de 27 500. Assim, temos que:**

$$\frac{9000}{27500} \approx 32{,}73\%$$

## FINALIZANDO

Para finalizar a aula, propomos que um tempo seja reservado para a socialização do processo vivenciado pelos estudantes. Esse tempo permite a realização de perguntas tais como: o que eles aprenderam, como aprenderam e se ainda encontram alguma dificuldade. Além de ser um momento que favorece a reflexão por parte do estudante diante de sua dificuldade, é um momento de reflexão para o professor também. Ele possibilita que se identifique a necessidade de apresentar novas atividades e/ou explorar mais os objetivos das aulas. A síntese do que foi trabalhado nessas aulas se mostra frutífera. Uma boa maneira de realizá-la é a construção, junto aos estudantes, de uma nuvem de palavras, retomando os exemplos apresentados por eles no início das aulas e estabelecendo as relações com os objetivos das aulas trabalhadas.



**5.** O gerente da lanchonete Que Delícia fez uma pesquisa entre seus consumidores para identificar os sucos mais vendidos. Veja, no quadro a seguir, os resultados encontrados em uma semana.

| Sucos | Quantidade vendida |
|---|---|
| Laranja | 70 |
| Pêssego | 30 |
| Manga | 40 |
| Acerola | 100 |
| Abacaxi | 120 |

Fonte: elaborado para fins didáticos

a. De acordo com essas informações, estime a probabilidade frequentista sobre a venda de suco seja de abacaxi.

A frequência do suco de abacaxi é de 120, em um total de 360. Assim, temos que:

$$\frac{120}{360} \approx 33{,}33\%$$

b. De acordo com essas informações, estime a probabilidade frequentista sobre a venda de suco seja de acerola.

A frequência do suco de acerola é de 100, em um total de 360. Assim, temos que:

$$\frac{100}{360} \approx 27{,}78\%$$

**6.** Uma pesquisa na escola Aprender, com as turmas do 7° ano, identificou o tipo de lazer preferido dos estudantes. Veja o resultado no quadro a seguir.

| Lazer preferido | Qtde. de estudantes |
|---|---|
| Cinema | 15 |
| Jogos eletrônicos | 55 |
| Parque de diversão | 10 |
| Viagem | 30 |

Fonte: elaborado para fins didáticos

a. Estime a probabilidade frequentista, desses estudantes cujo lazer de sua preferência tenha sido por jogos eletrônicos.

A frequência por jogos eletrônicos é de 55, em um total de 110. Assim, temos que:

$$\frac{55}{110} = 50\%$$

b. Estime a probabilidade frequentista, desses estudantes cujo lazer de sua preferência foi viagem.

A frequência por viagem é de 30, em um total de 110. Assim, temos que:

$$\frac{30}{110} \approx 27{,}27\%$$

## ANOTAÇÕES

## ANOTAÇÕES

# SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

# 7º ANO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

## OLÁ, PROFESSOR!

Esta Sequência de Atividades foi criada com o objetivo de ser mais uma ferramenta que visa contribuir com a ampliação do trabalho já previsto em seu planejamento, na perspectiva de garantir o direito de aprendizagem a todos os estudantes. Acreditamos que ninguém melhor do que você, no convívio diário com seus estudantes, será capaz de tomar posse deste material e adequar as situações didáticas aqui apresentadas à realidade de cada turma, a fim de possibilitar a seus estudantes o desenvolvimento de importantes habilidades matemáticas, essenciais para que eles prossigam com sucesso em seus estudos.

Na análise dos resultados das avaliações internas e externas, foi diagnosticado que as habilidades aqui apresentadas não foram plenamente consolidadas e são consideradas marcos de aprendizagem associados à unidade temática de Álgebra, unidade essa fundamental para o desenvolvimento do pensamento matemático dedutivo dos estudantes.

Cabe aqui destacar que esta Sequência de Atividades pode ser adequada para o período da pandemia e pós-pandemia, podendo incluir tanto o ensino remoto, como o presencial e híbrido, considerando os protocolos de higiene e distanciamento social que o momento exigir. Mas, sempre que possível, verifique a possibilidade de que essas atividades possam ser realizadas em duplas ou trios, por considerarmos de extrema importância não só o compartilhamento dos saberes matemáticos e do fortalecimento das aprendizagens cooperativas entre os estudantes, mas também as competências de argumentação, linguagem e socialização dentre outras.

Esta Sequência de Atividades está associada ao desenvolvimento das habilidades:

**(EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas;**

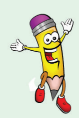
**(EF07MA16) Identificar se as duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.**

<table>
<tr><th>AULA/TEMPO</th><th>ATIVIDADE</th></tr>
<tr><td>1ª / 45 min</td><td rowspan="2">O “X” DA QUESTÃO</td></tr>
<tr><td>2ª / 45 min</td></tr>
<tr><td>3ª / 45 min</td><td rowspan="2">QUAL É O PADRÃO?</td></tr>
<tr><td>4ª / 45 min</td></tr>
<tr><td>5ª / 45 min</td><td rowspan="2">COMO INDICAR O PRÓXIMO?</td></tr>
<tr><td>6ª / 45 min</td></tr>
<tr><td>7ª / 45 min</td><td rowspan="2">EQUIVALÊNCIA DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS</td></tr>
<tr><td>8ª / 45 min</td></tr>
</table>

# SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

## AULAS 1 E 2 – O “X” DA QUESTÃO

**Objetivos das aulas:**
- Compreender o conceito de variável e de incógnita em situações contextualizadas;
- Utilizar os conceitos de variável e de incógnita, usando letras ou símbolos para modelar a relação entre duas grandezas.



Em algumas situações-problema, utilizamos modelos matemáticos em suas representações, fazendo uso de letras e símbolos, mas se estamos estudando matemática, por que utilizar as letras? Utilizamos letras em Matemática para representar algo que nos é desconhecido ou representar fórmulas, porém é importante ressaltar que existe uma diferença marcante na utilização de letras nessas representações matemáticas, e precisamos estar atentos a esse fato. Nas situações em que a letra utilizada admite um valor que é possível de ser determinado ou calculado, dizemos que ela representa uma **incógnita**, já em outras situações ela irá representar uma **variável**, uma vez que podemos determinar diversos valores, e não apenas um, para a letra em questão.

Fonte: elaborado para fins didáticos

A seguir, são apresentadas algumas situações-problema. Em cada uma delas, represente-as com linguagem Matemática e indique se essa situação envolve a representação de uma incógnita ou de uma variável.

**1.** A loja preferida de Sofia lançou, essa semana, uma promoção relâmpago, válida apenas para compras online. Sofia comprou uma saia e uma blusa e pagou R$ 60,00 por essa compra, sendo que o preço da saia foi R$ 20,00 a mais que o preço da blusa.

Nesta situação, a letra x utilizada representa uma incógnita, uma vez que só admite um único valor que corresponde ao preço da blusa.

Seja x o preço da blusa, como o preço da saia é 20 reais a mais, temos que o preço da saia é dado por x + 20. Logo,

$$x + (x + 20) = 60$$
$$2x + 20 = 60$$

### INICIANDO

Para as Aulas 1 e 2 desta Sequência de Atividades, sugerimos a retomada de habilidades já trabalhadas anteriormente que compõem a unidade temática de Álgebra. O desenvolvimento do pensamento algébrico, foco central desse Caderno, envolve a capacidade do estudante em interpretar situações-problema, identificar suas regularidades e padrões e ser capaz de generalizar, que para tal, será necessário fazer uso de letras e símbolos para modelar tais situações, a fim de significá-las. Assim, é de fundamental importância iniciar estas aulas explicando seus objetivos, ou seja, **distinguir, em situações contextualizadas, incógnita de variável, além de representar, com linguagem matemática, situações que podem ser modeladas.** Para isso, foram estabelecidas 5 atividades, as quais poderão ser divididas entre as duas aulas. Sugerimos que, por meio de perguntas direcionadas, continue explorando a oralidade em situações que envolvem uma aprendizagem significativa e explore os conhecimentos prévios que os estudantes possuem em relação ao desenvolvimento das habilidades pertinentes a estas duas aulas antes que os estudantes iniciem as atividades propostas.

## AULAS 1 E 2 – O “X” DA QUESTÃO

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Professor, sugerimos que organize os estudantes, se possível, em duplas ou trios, a fim de promover trocas significativas e uma maior participação entre eles, considerando sempre os protocolos de higiene e distanciamento social.

### MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

**2.** Carlos tem uma irmã mais nova. Ao adicionarmos a idade de Carlos com a de sua irmã, obtemos 24 anos.

Seja x a idade de Carlos e y a idade da sua irmã, temos: $x + y = 24$.

Aqui, temos a necessidade de utilizar duas letras distintas, uma vez que não temos nenhuma referência sobre as idades de Carlos e da sua irmã. Dessa forma, as letras x e y representam uma variável, uma vez que temos vários números inteiros e positivos que, adicionados, resultam na soma igual a 24, em que x terá um valor maior que y, veja:

Se $x = 14$, então $y = 10$.

Se $x = 15$, então $y = 9$.

Se $x = 18$, então $y = 6$.

**3.** Considere um número natural. Ao adicionarmos esse número com seu sucessor, obtemos um total igual a 25.

A letra "y", nessa situação, representa uma incógnita, pois só admite um único resultado.

Seja y um número natural, seu sucessor será $y + 1$. Assim, temos que:

$$y + (y + 1) = 25 \therefore y + y + 1 = 25$$

$$2y + 1 = 25 \therefore 2y = 24$$

**4.** Natália fez uma pesquisa de mercado para identificar um plano de telefonia móvel que atendesse as suas necessidades e tivesse um valor acessível. Após essa pesquisa, Natália adquiriu um plano e vai pagar um valor fixo de R$ 35,00 mensais para fazer ligações e mais R$ 0,99 por dia em que utilizar os dados móveis. Identifique uma expressão algébrica que represente essa situação.

Para tal, podemos chamar de x a quantidade de dias em que ela utiliza os dados móveis. Assim, temos que a expressão algébrica que representa essa realidade pode ser descrita por:

$0{,}99x + 35$.

Neste caso, a letra x representa uma variável, uma vez que existem vários valores possíveis a serem admitidos a x, e para cada um desses valores, a expressão assume um resultado diferente. Veja algumas possibilidades:

Se $x = 1$, temos $0{,}99 \cdot 1 + 35 = 35{,}99$.

Se $x = 5$, temos $0{,}99 \cdot 5 + 35 = 39{,}95$.

Se $x = 10$, temos $0{,}99 \cdot 10 + 35 = 44{,}90$.

## DESENVOLVENDO

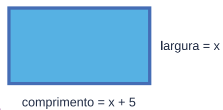
Certifique-se de que todos os estudantes tenham em mãos o Caderno do Estudante. Caso seja possível, e respeitando os protocolos de higiene e o distanciamento social, solicite que os estudantes, em duplas ou trios, leiam, analisem e desenvolvam as 5 atividades iniciais, que foram propostas. O objetivo dessas atividades é verificar se, a partir das situações-problema apresentadas, os estudantes são capazes de estabelecer um modelo matemático que as represente e que, na sequência, façam a identificação em cada uma delas se a letra utilizada nestas representações é uma incógnita ou uma variável. Aqui, professor, é de extrema importância que você procure verificar as estratégias utilizadas no desenvolvimento dessas atividades. Por isso, a indicação de que os estudantes estejam em duplas ou trios tem o objetivo de facilitar essa identificação. Nos minutos finais desta aula, a fim de verificar se de fato os conceitos trabalhados foram bem apreendidos, uma possibilidade é solicitar que eles construam situações-problema envolvendo as representações de incógnitas e de variáveis. Solicite que eles verbalizem todos os passos do processo dessa construção e questione os porquês até chegar à resposta final. É de extrema importância sua intervenção e atuação durante a execução dessas aplicações, a fim de relacionar os conceitos estudados anteriormente com as referidas atividades.

## FINALIZANDO

Para finalizar a aula, propomos que um tempo seja reservado para a socialização do processo vivenciado pelos estudantes. Esse tempo permite a realização de perguntas, tais como o que eles aprenderam, como aprenderam e se ainda encontram alguma dificuldade. Além de ser um momento que favorece a reflexão por parte do estudante diante de sua dificuldade, é um momento de reflexão para o professor também. Ele possibilita com que se identifique a necessidade de apresentar novas atividades e/

**5.** Em várias situações cotidianas, precisamos determinar a medida do contorno de um terreno que apresenta o formato de um determinado polígono. O perímetro nada mais é do que **a soma das medidas dos seus lados.** Assim, considere um terreno retangular em que a medida do seu comprimento excede a medida de sua largura em 5 metros. Escreva uma expressão algébrica que represente o perímetro desse terreno.

Nessa expressão, x representa uma variável, uma vez que existem vários valores possíveis a serem assumidos dentro dos naturais diferentes de zero. Uma alternativa aqui é fazer a representação geométrica desse fato, veja:

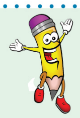



Indicando por x a medida da largura desse terreno, temos que a medida do comprimento é dada por x + 5. Como o perímetro é a medida do contorno, ou seja, a soma das medidas dos lados desse terreno, temos que: $x + x + 5 + x + x + 5$ ou $2x + 2x + 10 = 4x + 10$.

## AULAS 3 E 4 – QUAL É O PADRÃO?

Objetivos das aulas:
- Identificar a regularidade de sequências de figuras;
- Utilizar simbologia algébrica para representar regularidades presentes em uma sequência de figuras.

Nas aulas de hoje, vamos trabalhar com algumas sequências de figuras. Mas você sabe o que é uma sequência?

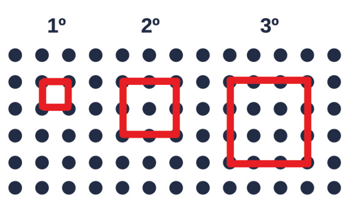


Em matemática, quando temos um conjunto ordenado cujos elementos seguem um determinado padrão, dizemos que esse conjunto corresponde a uma sequência.

Fonte: elaborado para fins didáticos

Assim, ao determinarmos a regularidade de uma sequência, determinamos também a sua lei de formação, que nada mais é do que uma regra, ou padrão, utilizada com a qual podemos construir quaisquer um de seus termos. A seguir, vamos apresentar algumas sequências de figuras que apresentam algumas regularidades. Vamos começar?

**1.** Carolina construiu três quadrados ligando pontos de uma malha pontilhada. Veja, a seguir, os quadrados que ela construiu.




Fonte: elaborado para fins didáticos

ou explorar mais os objetivos das aulas. A síntese do que foi trabalhado nestas aulas mostra-se frutífera. Uma boa maneira de realizá-la é pela construção de uma nuvem de palavras junto aos estudantes, retomando os exemplos apresentados por eles no início das aulas e estabelecendo as relações com os conceitos de incógnita, variável e a modelagem matemática de situações-problema. Alguns estudantes apresentam muitas dificuldades com as expressões algébricas. Nesse sentido, sugerimos a plataforma de estudo do Centro de Mídias da Educação de São Paulo.

Linguagem Algébrica – Parte I. Centro de Mídias da Educação de São Paulo. Disponível em: https://repositorio.educacao.sp.gov.br/#!/midia?videoPlay=5513&id=362. Acesso em: 06/07/2021.

## AULAS 3 E 4 – QUAL É O PADRÃO?

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Professor, sugerimos que organize os estudantes, se possível, em grupos de três ou quatro, a fim de promover trocas significativas e uma maior participação entre eles, considerando sempre os protocolos de higiene e distanciamento social.

### MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

### INICIANDO

Professor, a sugestão aqui é irmos evoluindo numa progressão gradativa do nível de dificuldade das habilidades centrais dessa sequência. Inicie explicando os objetivos das Aulas 3 e 4, ou seja, **identificar a regularidade de sequências de figuras e utilizar simbologia algébrica para representar regularidades presentes em uma sequência de figuras.** Para isso, foram estabelecidas 6 atividades, as quais poderão ser divididas entre as duas aulas. A construção do pensamento algébrico já faz parte do cotidiano escolar desde os primeiros anos de escolaridade, e compreender o que os estudantes conhecem dos conceitos já apreendidos é de fundamental importância para que possamos avançar. Sugerimos que, antes de iniciar as atividades propostas neste Caderno, explore oralmente as ideias que os estudantes possuem em relação a alguns termos utilizados nas atividades que envolvem padrão, regularidade, ordem e sequência. A partir daí, você, professor, pode solicitar que eles construam uma sequência de figuras com algum material concreto disponível (material dourado, tampas de garrafa e papéis coloridos). A partir dessa construção, associe e explore os conhecimentos prévios que os estudantes possuem em relação ao desenvolvimento das habilidades pertinentes a essas duas aulas.

## DESENVOLVENDO

Certifique-se de que todos os estudantes tenham em mãos o Caderno do Estudante. Caso seja possível, e respeitando os protocolos de higiene e o distanciamento social, solicite que os estudantes realizem essas atividades em grupos de três ou quatro. Outra possibilidade aqui, professor, é que você possa, em conjunto com a turma, realizar a primeira atividade, objetivando tanto identificar os conhecimentos prévios, como também perceber a forma de organização do pensamento algébrico dos estudantes, abrindo espaço para que eles possam verbalizar suas observações e formalizações das generalizações que serão necessárias para representar as sequências em questão. A



a. Para dar continuidade à construção desses quadrados, quantos pontos devem ser ligados para construir o 4° quadrado?

**Aqui é necessário que o estudante perceba a regularidade nessas construções. Isto é, o 1° foi formado unindo 4 pontos da malha, o 2° foi formado unindo 8 pontos e o 3° foi formado unindo 12 pontos; ou seja, para formar novos quadrados, foram sendo adicionados mais 4 pontos à quantidade anterior. Veja:**

**1°: $4 \cdot 1 = 4$**

**2°: $4 + 4 = 4 \cdot 2 = 8$**

**3°: $8 + 4 = 4 \cdot 3 = 12$.**

**Assim, para manter o padrão dessa construção, o 4°: $12 + 4 = 4 \cdot 4 = 16$, isto é, devemos unir 16 pontos dessa malha.**

b. Para construir o 7° quadrado, quantos pontos teremos que ligar?

**Para construir o 7° quadrado, teremos: $4 \cdot 7 = 28$, isto é, devemos unir 28 pontos dessa malha.**

c. A partir das regularidades apresentadas nessas construções, qual expressão algébrica representa esse padrão?

**Todos os quadrados são formados a partir da união de uma quantidade de pontos que representam os múltiplos de 4. Assim, temos que a expressão é dada por 4n, em que n indica a ordem desse quadrado.**

d. É possível construir um desses quadrados ligando 122 pontos?

**A expressão que representa esse padrão é 4n, basta identificar se 122 é um múltiplo de 4, e não é o caso.**

**Outra forma é igualar essa expressão a 122 e verificar que não se obtém um número inteiro, veja:**

$$4n = 122$$

$$n = \frac{122}{4} = 30{,}5$$

**Portanto, não é possível construir um desses quadrados unindo 122 pontos dessa malha.**

intenção é aguçar a percepção visual para que os estudantes possam identificar o padrão presente em cada uma das sequências de figuras apresentadas.

Aqui, professor, é de extrema importância que você procure verificar as estratégias utilizadas no desenvolvimento dessas atividades. Por isso, a indicação é de que os estudantes estejam em grupos de três ou quatro, com o objetivo de facilitar essa identificação. As situações apresentam níveis graduais de dificuldades. É de extrema importância a sua intervenção e atuação durante a execução dessas aplicações, a fim de relacionar os conceitos estudados anteriormente com as referidas atividades.

**2.** Carolina desenhou em seu caderno uma sequência de figuras, como representado a seguir.


Fonte: elaborado para fins didáticos

Para construir cada uma dessas figuras, Carolina combinou círculos azuis e rosa de acordo com um padrão.

**a.** Mantendo o padrão estabelecido por Carolina, quantos círculos azuis e quantos círculos rosa são necessários para se construir a Figura 5?

**É importante que o estudante perceba que cada uma dessas figura apresenta sempre 4 círculos azuis, e que a quantidade de círculos rosa varia de acordo com a posição da figura nessa sequência: na primeira, 2, na segunda, 4, na terceira, 6, e na quarta, 8. Ou seja, a quantidade de círculos rosa é um múltiplo de 2. Assim, a figura 5 terá 4 círculos azuis e 10 rosa.**

**b.** Mantendo o padrão estabelecido por Carolina, quantos círculos azuis e quantos círculos rosa são necessários para se construir a Figura 10?

**A figura 10 terá 4 círculos azuis e $10 \cdot 2 = 20$ círculos rosa.**

**c.** A partir das regularidades apresentadas nessas construções, qual expressão algébrica representa o total de círculos, independentes de sua cor, que são necessários para construir qualquer figura?

**Para gerar uma expressão que representa o número total de círculos, como sempre temos 4 círculos azuis e 2n círculos rosa, em que n é a posição ocupada pela figura nessa sequência, uma das possibilidades de se escrever essa expressão é: $2n + 4$.**

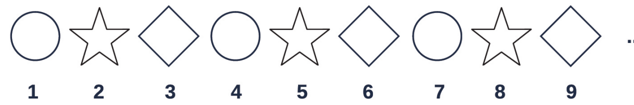
## FINALIZANDO

Para finalizar a aula, propomos que um tempo seja reservado para a socialização do processo vivenciado pelos estudantes. Esse tempo permite a realização de perguntas, tais como o que eles aprenderam sobre as regularidades apresentadas nas sequências de figuras e sua associação com sua correspondente representações algébricas, como aprenderam e se ainda encontram alguma dificuldade. Solicite que eles indiquem as regularidades que estão presentes em situações cotidianas, por exemplo, nas construções, nas artes, nas pinturas indígenas, na natureza e na música, e explique que a matemática, enquanto ciência, também está em busca desses padrões, dessas regularidades. A síntese do que foi trabalhado nessas aulas se mostra frutífera. Uma boa maneira de realizá-la é a construção, junto aos estudantes, de uma nuvem de palavras, retomando os exemplos apresentados por eles no início das aulas e estabelecendo as relações com os conceitos trabalhados, sem a necessidade de formalismo.

## CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, nessas situações iniciais é fundamental valorizar as diversas estratégias utilizadas pelos estudantes para responder cada um dos itens propostos, inclusive através de desenhos. Porém, nosso objetivo aqui é desenvolver o pensamento algébrico; assim, partindo de sequências formadas por figuras, desejamos que os estudantes possam ser capazes de realizar os registros que caracterizam os padrões utilizando os registros aritméticos. Portanto, caso perceba que as respostas emitidas estejam atreladas à continuação dos desenhos das figuras, insira novas perguntas utilizando posições bem maiores do que as apresentadas aqui. É também importante estar atento, pois pode acontecer de eles produzirem expressões que sejam equivalentes a estas indicadas como possibilidade de resposta.

**3.** **(SARESP – Relatório Pedagógico 2015)** Observe a sequência de figuras a seguir:




Fonte: elaborado para fins didáticos

É correto o que se afirma em:

a. O círculo ocupa apenas posições ímpares.

b. O losango ocupa apenas posições ímpares.

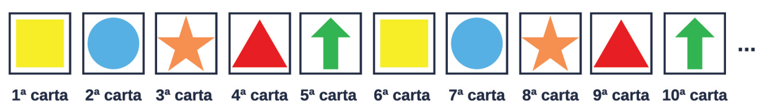
c. Na 30ª posição, temos uma estrela.

d. Na 32ª posição, temos um losango.

e. Na 34ª posição, temos um círculo.

Nessa sequência, temos o losango ocupando a posição de múltiplos de 3. Assim como 33 é um múltiplo de 3, a 33ª posição será ocupada por um losango, e imediatamente depois de um losango, temos o círculo.

**4.** Pedro tem um jogo de percurso de tabuleiro, e ele montou uma sequência com algumas das cartas desse jogo. Veja o que ele fez.




Fonte: elaborado para fins didáticos

a. Mantendo essa regularidade, qual é a figura que deverá aparecer na 15ª carta dessa sequência?

A carta com a figura seta.

b. Mantendo essa regularidade, qual é a figura da 20ª carta dessa sequência?

A carta com a figura seta.

c. Mantendo essa regularidade, qual é a figura da 45ª carta dessa sequência?

**A carta com a figura seta.**

d. O que você observou em relação à aparição da carta com a figura seta?

**Nessa sequência de cartas, com essas 5 figuras que se repetem sempre no mesmo padrão, a carta com a figura de seta**  **ocupa sempre as posições múltiplas de 5.**

e. Qual expressão algébrica representa a formação dessa sequência em relação à aparição da carta com a figura seta?

**Chamando de *p* a posição ocupada pela carta com a figura seta nessa sequência, temos que a expressão que identifica sua posição é dada por 5p.**

5. Observe a sequência a seguir:

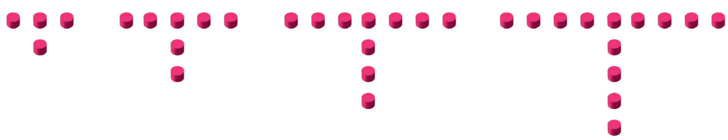


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

Fonte: elaborado para fins didáticos

a. Mantendo essa regularidade, com quantos pontos teremos a figura 5?

**Aqui é necessário que o estudante perceba que, a partir da primeira figura, a próxima é construída adicionando-se mais 3 pontos, veja:**
**1ª figura: 4 pontos**
**2ª figura: 4 + 3 = 7 pontos;**
**3ª figura: 7 + 3 = 10 pontos;**
**4ª figura: 10 + 3 = 13 pontos, assim temos que:**
**5ª figura: 13 + 3 = 16 pontos.**

b. Indique uma expressão algébrica que represente a quantidade de pontos necessários para criar qualquer figura dessa sequência em relação à posição ocupada por essa figura na sequência.

**Uma vez que o estudante verificou que a diferença entre um termo qualquer dessa sequência e o anterior, a partir do segundo, é sempre igual a 3, todos os termos deveriam ser múltiplos de 3. Porém, o primeiro termo não é um múltiplo de 3. Assim, uma possibilidade de reconhecer uma expressão algébrica que represente essa sequência é:**

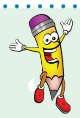
**Determinando os múltiplos naturais de 3 e comparando com os termos da sequência, temos:**

3, 6, 9, 12, 15, ...

+1 +1 +1 +1 +1

4, 7, 10, 13, 16, ...

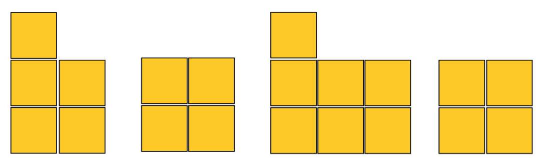
**Note que a cada um dos múltiplos de 3, quando adicionado 1 unidade, determinamos o termo correspondente da sequência apresentada. Assim, temos que a expressão algébrica é $3n + 1$, e que $n$ é um número natural maior ou igual a 1, sendo uma expressão que determina qualquer um dos termos dessa sequência.**



Temos aqui um desafio para você!

Fonte: elaborado para fins didáticos

6. Com os cubos do material dourado, a professora de matemática solicitou que a turma do 7° ano criasse uma sequência de figuras que tivesse uma regularidade. Veja a seguir a sequência que Bia fez.



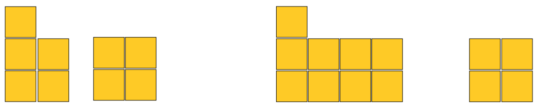
Fonte: elaborado para fins didáticos

a. Mantendo a regularidade dessa sequência, com quantos cubinhos terá que ser construída a próxima figura?

**A cada nova figura a ser construída nessa sequência, serão adicionados mais 4 cubinhos na quantidade que forma a figura anterior. Assim, a Figura 4 terá a quantidade de cubinhos da Figura 3 + 4, isto é, 13 + 4 = 17 cubinhos.**

b. Indique uma expressão algébrica que represente a quantidade de cubinhos necessários para criar qualquer figura dessa sequência em relação à posição ocupada por essa figura na sequência.

**O estudante pode ter percebido como construir o item anterior, mas ainda ter dificuldades para generalizar a representação desse padrão. Por isso, é importante explorar a formação de cada uma dessas figuras a partir da 1ª. 1ª Figura: 5 cubinhos. 2ª Figura: 9 cubinhos. 3ª Figura: 13 cubinhos.**



**Assim, temos: 1ª figura:** $5 = 4 \cdot 1 + 1$

2ª figura: $\underbrace{4 \cdot 1 + 1}_{\text{quantidade anterior}} + 4 = 4 + 4 + 1 = 4 \cdot 2 + 1 = 9$

3ª figura: $\underbrace{4 \cdot 2 + 1}_{\text{quantidade anterior}} + 4 = 4 \cdot 2 + 4 + 1 = 4 \cdot 3 + 1 = 13$

**Logo, seja p a posição da figura nessa sequência, temos que a expressão que determina a quantidade de cubinhos dessa figura pode ser representada por:**

$$4 \cdot p + 1$$

## ANOTAÇÕES

## AULAS 5 E 6 – COMO INDICAR O PRÓXIMO?

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Professor, sugerimos que organize os estudantes, se possível, em grupos de três ou quatro, a fim de promover trocas significativas e uma maior participação entre eles, considerando sempre os protocolos de higiene e distanciamento social.

### MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

### INICIANDO

Professor, sugerimos que você inicie uma conversa com a turma apresentando os objetivos principais das Aulas 5 e 6, ou seja, **reconhecer a regra de formação de sequências numéricas e utilizar variáveis para descrever a regra de formação de sequências numéricas.** Estabeleça a relação entre os objetivos explorados nas duas aulas anteriores com os objetivos dessas duas aulas. Explore, por meio de perguntas direcionadas, a oralidade e a troca de ideias entre os estudantes. Embora essa habilidade já tenha sido explorada em etapas anteriores, é importante perceber se os estudantes de fato compreendem a utilização de variáveis como forma de generalização de um padrão apresentado nas sequências, sejam de figuras ou numéricas.

A partir de noções intuitivas possuídas pelos estudantes, você poderá explorar formas mais complexas de pensar que podem ser desenvolvidas por intermédio de ações bem planejadas em sala de aula.

### DESENVOLVENDO

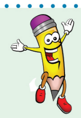
Após a verificação de que todos os estudantes têm em mãos o Caderno do Estudante, é interessante que as atividades sejam realizadas em grupos de três ou quatro, propiciando uma aprendizagem colaborativa, envolvendo trocas de conhecimento e saberes, considerando os protocolos de higiene pessoal e o distanciamento social. Espera-se que analisem e resolvam os problemas propostos para as **Aulas 5 e 6**. Durante esse processo, procure ficar atento às discussões

---



## AULAS 5 E 6 – VAMOS EXPERIENCIAR?

**Objetivos das aulas:**
- Reconhecer a regra de formação de sequências numéricas;
- Utilizar variáveis para descrever a regra de formação de sequências numéricas.



Aqui, estamos interessados em estudar as sequências numéricas.

Uma sequência numérica é uma sucessão finita ou infinita de números obedecendo uma determinada ordem, com uma lei de formação definida antecipadamente

Fonte: elaborado para fins didáticos

Assim como nas aulas anteriores fomos capazes de determinar a lei de formação de uma sequência de figuras, aqui também temos por objetivo identificar a lei de formação de uma sequência numérica, que nada mais é do que uma regra ou padrão com o qual podemos prever quaisquer um de seus termos. A seguir, vamos trabalhar com atividades envolvendo sequências numéricas que apresentam algumas regularidades.

Vamos começar?

1. **(Saresp – Relatório Pedagógico 2014)** Observe a sequência numérica:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 32 | 35 | | | | 47 | 50 |

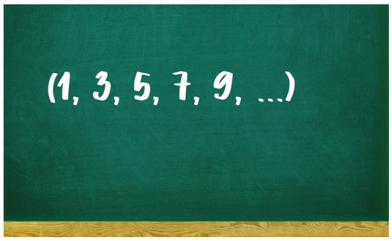
Fonte: elaborado para fins didáticos

a. 39, 43 e 44.
b. 38, 41 e 44.
c. 37, 39 e 41.
d. 36, 37 e 38.

**Os estudantes precisam identificar que essa sequência numérica varia de 3 em 3 unidades, assim, temos que o terceiro termo é 35 + 3 = 38, o quarto termo é**
**38 + 3 = 41 e o quinto termo é: 41 + 3 = 44.**

### ANOTAÇÕES

**2.** A professora do 7° ano escreveu no quadro a seguinte sequência numérica:




Fonte: elaborado para fins didáticos

**a.** Quais os próximos 4 termos dessa sequência?

Nessa sequência, temos a adição de 2 unidades para se chegar ao próximo valor da sequência. Assim, os quatro próximos termos são: $9 + 2 = 11$;

$11 + 2 = 13$;

$13 + 2 = 15$;

e $15 + 2 = 17$.

**b.** Qual a característica comum de todos os termos dessa sequência?

Todos os termos são positivos e ímpares.

**c.** Escreva uma expressão algébrica que represente a característica observada capaz de descrever qualquer um dos termos dessa sequência.

Para identificar os valores dos termos da sequência nesta atividade a expressão algébrica mais adequada para descobrir o número de cada termo é $2n-1$.

**3.** Matheus construiu, na aula de matemática, a seguinte sequência numérica:

**(1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, ...)**

**a.** Complete o quadro a seguir e observe a relação entre o número dessa sequência e a posição ocupada por ele.

| **Posição** | 1ª | 2ª | 3ª | 4ª | 5ª | 6ª | 7ª |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Número** | $1 = 1^2$ | $4 = 2^2$ | $9 = 3^2$ | $16 = 4^2$ | $25 = 5^2$ | $36 = 6^2$ | $49 = 7^2$ |

que surgirem nos grupos, e se necessário, oriente-os sobre possíveis dúvidas que surgirem.

## FINALIZANDO

Para finalizar a aula, propomos que um tempo seja reservado para a socialização do processo vivenciado pelos estudantes. Esse tempo permite a realização de perguntas, tais como o que eles aprenderam, como aprenderam e se ainda encontram alguma dificuldade. Além de ser um momento que favorece a reflexão por parte do estudante diante de sua dificuldade, é um momento de reflexão para o professor também. Ele possibilita com que se identifique a necessidade de apresentar novas atividades e/ ou explorar mais os objetivos das aulas. A síntese do que foi trabalhado nessas aulas se mostra frutífera. Uma boa maneira de realizá-la é pela construção de uma nuvem de palavras junto aos estudantes, retomando os exemplos apresentados por eles no início das aulas com as características que envolvem as ideias subjacentes a padrões, regularidades e sequências numéricas.

b. Liste os próximos 4 números dessa sequência.

De acordo com a relação observada acima, cada número dessa sequência é obtido pela posição que ele ocupa elevado ao quadrado, assim, temos que: $64 = 8^2$, $81 = 9^2$, $100 = 10^2$ e $121 = 11^2$.

c. Escreva uma expressão algébrica que represente a característica observada capaz de descrever qualquer um dos números dessa sequência.

Chamando de ***p*** a posição ocupada por cada número dessa sequência, temos que cada um de seus termos é obtido pela expressão $p^2$, com p sendo um número natural maior que zero.

4. Observe a sequência numérica representada a seguir.

**(4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, ...)**

a. Qual o 10º termo dessa sequência?

Aqui, como o décimo termo está próximo, o estudante pode ter percebido que, para identificar o próximo termo, basta adicionar 2, e assim determinar a resposta, que é 22.

b. Qual o 15º termo dessa sequência?

Aqui, como o décimo quinto ainda está próximo do termo encontrado no item acima, o estudante pode ter adicionado 2, termo a termo, até alcançar o 15ª, e assim determinar a resposta, que é 32.

c. Qual o 55º termo dessa sequência?

Nesse item, foi selecionado um termo bem distante dos apresentados acima, a fim de que o estudante seja capaz de perceber a regularidade na formação de qualquer termo dessa sequência, sem que, para isso, tenha que escrevê-los um a um. É necessário que ele perceba que uma das possibilidades de escrever qualquer um dos termos dessa sequência é associar a posição do termo com seu valor, ou seja, cada termo pode ser escrito como o dobro da sua posição adicionado a 2 unidades, isto é: $2 \cdot 55 + 2 = 112$.

d. Escreva uma expressão algébrica que represente a característica observada capaz de descrever qualquer um dos termos dessa sequência.

Chamando de p a posição ocupada por um termo qualquer dessa sequência, temos: $2p + 2$.

**5.** **A professora de matemática propôs aos estudantes do 7° ano o desafio de identificar a sequência numérica que ela criou através dos seguintes comandos:**

- O primeiro termo é igual a 1;
- O segundo termo é igual ao primeiro mais 5;
- O terceiro termo é igual ao segundo mais 5;
- O quarto termo é igual ao terceiro mais 5, e assim sucessivamente.

a. Liste os seis primeiros termos dessa sequência.

(1, 6, 11, 16, 21, 26, ...).

b. Com base nas instruções dadas pela professora de matemática, escreva uma expressão algébrica que represente a característica observada capaz de descrever qualquer um dos termos dessa sequência, relacionando a posição ocupada por esse termo e seu valor correspondente.

Como cada elemento dessa sequência foi criado a partir do segundo, adicionando 5 ao termo anterior, temos que: 1° = 1

2° = 1° + 5 = 1 + 5

3° = 2° + 5 = 1 + 5 + 5 = $1 + 2 \cdot 5$

4° = 3° + 5 = 1 + 5 + 5 + 5 = $1 + 3 \cdot 5$

5° = 4° + 5 = 1 + 5 + 5 + 5 + 5 = $1 + 4 \cdot 5$

Assim, se um termo ocupa a posição n, o termo que ocupa a posição anterior é n-1. Logo, $(n-1) \cdot 5 + 1$.

**6.** **Observe a sequência numérica representada a seguir.**

**(1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, ...)**

a. Qual o próximo termo dessa sequência?

Aqui, é importante que os estudantes percebam que o padrão dessa sequência numérica indica que cada um dos termos, a partir do segundo, foi formado adicionando 4 unidades ao termo anterior. Veja:

1° termo: 1

2° termo: 1 + 4 = 5

3° termo: 5 + 4 = 9

4° termo: 9 + 4 = 13

5° termo: 13 + 4 = 17, e assim sucessivamente.

Portanto, o 8° termo será formado pelo valor do seu anterior adicionado a 4, isto é: 25 + 4 = 29.

b. Escreva uma expressão algébrica que represente a característica observada no item anterior, capaz de descrever qualquer um dos termos dessa sequência, relacionando a posição ocupada por esse termo da sequência e seu valor correspondente.

**Uma vez que o estudante verificou que a diferença entre um termo qualquer dessa sequência, a partir do segundo, e o anterior, é sempre igual a 4, todos os termos serão múltiplos de 4 subtraídos da diferença entre o primeiro múltiplo natural de 4 e o primeiro termo da sequência, 1, visto que esse não é um múltiplo de 4. Veja:**

**$4 - 1 = 3$, assim, temos que 2º termo: $5 = 4 \cdot 2 - 3$**

**3º termo: $9 = 4 \cdot 3 - 3$**

**4º termo: $13 = 4 \cdot 4 - 3$**

**Logo, temos que a expressão para determinar um termo qualquer nessa sequência que ocupe a posição *n* é dado por $4 \cdot n - 3$.**

7. Observe a seguinte sequência numérica:

**(5, 8, 11, 14, 17, ...)**

a. Quais os próximos três termos dessa sequência?

**Aqui, é importante que os estudantes percebam que o padrão dessa sequência numérica é que cada um dos termos a partir do segundo foi formado adicionando 3 unidades ao termo anterior, veja:**

**1º termo: 5**

**2º termo: $5 + 3 = 8$**

**3º termo: $8 + 3 = 11$**

**4º termo: $11 + 3 = 14$**

**5º termo: $14 + 3 = 17$, e assim sucessivamente.**

**Portanto, o próximo termo, ou seja, o 6º termo, será formado pelo valor do seu anterior adicionado a 3, isto é:**

**6º termo: $17 + 3 = 20$**

**7º termo: $20 + 3 = 23$**

**8º termo: $23 + 3 = 26$**

b. Escreva uma expressão algébrica que represente a característica observada no item anterior capaz de descrever qualquer um dos termos dessa sequência, relacionando a posição ocupada por esse termo da sequência e seu valor correspondente.

**Uma vez que o estudante verificou que a diferença entre um termo qualquer dessa sequência, a partir do segundo, e o anterior, é sempre igual a 3, todos os termos deveriam ser múltiplos de 3. Porém, o primeiro termo não é um múltiplo de 3. Assim, uma possibilidade de reconhecer uma expressão algébrica que represente essa sequência é determinando os múltiplos naturais de 3 e comparando com os termos da sequência. Então, temos:**

3, 6, 9, 12, 15, 18...

+2 +2 +2 +2 +2 +2

5, 8, 11, 14, 17, 20, ...

**Note que a cada um dos múltiplos de 3, quando adicionado 2 unidades, determinamos o termo correspondente da sequência apresentada. Dessa forma, temos que a expressão algébrica $3n + 2$, em que n é um número natural maior ou igual a 1, é uma expressão que representa essa sequência.**

## AULAS 7 E 8 – EQUIVALÊNCIA DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

Objetivo das aulas:

- Reconhecer diferentes expressões algébricas que descrevem uma mesma sequência numérica.

Nas aulas anteriores, verificamos os padrões apresentados em várias sequências de figuras e sequências numéricas. A partir desses padrões, identificamos algumas expressões algébricas que representam um termo qualquer nessas sequências. Algumas expressões algébricas são equivalentes, mas você sabe o que significa a palavra "equivalência" em Matemática?

Quando dizemos que duas frações são equivalentes, estamos dizendo que elas têm o mesmo valor, embora sejam escritas com números distintos.

Veja $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$ são exemplos de frações equivalentes.

Fonte: elaborado para fins didáticos

Mas na aula de hoje, estamos interessados em identificar expressões algébricas equivalentes que representam uma mesma sequência numérica. Você sabe o que são expressões algébricas equivalentes?

Dizemos que duas ou mais expressões algébricas são equivalentes quando todas resultam em um mesmo valor numérico, isto é, para qualquer valor admitido à variável, o valor do número obtido das expressões é o mesmo.

## AULAS 7 E 8 – EQUIVALÊNCIA DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Professor, sugerimos que organize os estudantes em trios ou em grupos de quatro, a fim de prover trocas significativas e uma maior participação entre eles, considerando sempre os protocolos de higiene e distanciamento social.

### MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

### INICIANDO

Professor, ao longo das Aulas de 1 a 6 dessa Sequência de Atividades, foram sendo gradativamente apresentadas atividades envolvendo sequências de figuras e sequências numéricas que apresentavam certa regularidade, sendo possível estabelecer uma lei de formação através de expressões algébricas capazes de determinar quaisquer um dos termos dessas sequências. É importante, nesse momento, resgatar a relação entre as sequências numéricas que apresentam regularidades e as expressões algébricas que as representam, bem como verificar se os estudantes conseguem identificar que, à medida que atribuímos um valor à variável presente nestas expressões, geramos um dos termos que compõem essa sequência. Sugerimos que, a partir desse diálogo com a turma, você estabeleça uma conexão entre o que foi trabalhado anteriormente e o objetivo dessas duas próximas aulas: reconhecer diferentes expressões algébricas que descrevem uma mesma sequência numérica. Alguns estudantes apresentam muitas dificuldades com as expressões algébricas equivalentes. Para tal, sugerimos a plataforma de estudo do Centro de Mídias da Educação de São Paulo.

Expressões algébricas equivalentes. Centro de

Mídias da Educação de São Paulo. Disponível em: https://repositorio.educacao.sp.gov.br/#!/midia?videoPlay=2283&id=362. Acesso em: 06/07/2021.

**DESENVOLVENDO**

Após a verificação de que todos os estudantes têm em mãos o Caderno do Estudante, sugerimos que você leia com a turma o texto introdutório dessas atividades e se certifique que todos compreenderam não só a ideia de equivalência de expressões algébricas, mas também o objetivo estabelecido para essas aulas. Você também poderá recordar com a turma a propriedade da distributividade da multiplicação, operações com monômios semelhantes que serão muito utilizados no reconhecimento de expressões equivalentes.

**FINALIZANDO**

Para finalizar as aulas, reserve um tempo que seja suficiente para a socialização do processo vivenciado pelos estudantes. Pergunte qual foi a atividade mais desafiadora e por quê. Com isso, professor, você será capaz de identificar se é necessário apresentar novas atividades e explorar um pouco mais a habilidade. Proponha que eles retomem as expressões encontradas nas Aulas 5 e 6 e que, a partir delas, construam outras expressões equivalentes. Isso pode ajudar no processo de consolidação dessa habilidade. Faça uma síntese de tudo o que foi trabalhado nessas aulas. Uma boa maneira de realizá-la é pela construção de uma nuvem de palavras junto aos estudantes. Retome os exemplos apresentados anteriormente nas aulas e estabeleça as relações com a resolução de situações-problema trabalhadas nessas aulas.



Veja um exemplo! Considere as expressões algébricas $3x - 4$ e $3(x - 1) - 1$.

Vamos assumir alguns valores para a variável x nessas expressões e calcular o valor obtido em cada uma delas:

| | | |
|---|---|---|
| $3x - 4$ | e | $3(x - 1) - 1$ |
| para $x = 0$, temos: $3 \cdot 0 - 4 = -4$ | e | $3(0 - 1) - 1 = 3 \cdot (-1) - 1 = -3 - 1 = -4$ |
| para $x = 1$, temos: $3 \cdot 1 - 4 = -1$ | e | $3(1 - 1) - 1 = -1$ |
| para $x = 2$, temos: $3 \cdot 2 - 4 = 2$ | e | $3(2 - 1) - 1 = 2$. |

Independente dos valores admitidos à variável x, os valores obtidos nas duas expressões algébricas serão sempre iguais; ou seja, embora as expressões tenham sido escritas de forma diferente, ao admitir um valor para a variável, os resultados serão sempre iguais, o que caracteriza essas expressões como equivalentes. Outra possibilidade de verificar que essas são expressões equivalentes é verificar se, ao realizarmos a distributiva da multiplicação na segunda expressão, obtemos a primeira. Veja:

$$3(x - 1) - 1 = 3x - 3 - 1 = 3x - 4.$$

Na aula de hoje, nosso objetivo é verificar se duas ou mais expressões algébricas resultam em um mesmo valor quando atribuímos um valor numérico a sua variável.

Vamos começar?

**1.** Em um trabalho em grupo na aula de matemática, Clara representou uma sequência numérica, e Lucas, Bruna e Caio teriam que indicar, cada um, uma expressão algébrica capaz de representar um termo qualquer dessa sequência, relacionando-o com a posição ocupada. Veja a seguir a sequência que Clara representou e as indicações das expressões dos outros componentes do grupo.

**(6, 8, 10, 12, ...)**

Lucas indicou a expressão: $n + 2 + n + 2$

Bruna indicou a expressão: $2n + 4$

Caio indicou a expressão: $2(n + 2)$

Nesta situação, quais dos componentes do grupo identificaram a expressão algébrica correta capaz de representar qualquer termo dessa sequência? Justifique.

**Todas as expressões apresentadas são capazes de representar um termo geral dessa sequência. Para verificar isso, basta que o estudante substitua, em cada uma das expressões, o valor da variável n pelo valor correspondente à posição ocupada por cada um dos termos, isto é $n = 1, 2, 3, 4, \ldots$**

**As três expressões são equivalentes, visto que**

**$2(n + 2) = 2n + 4 = n + n + 2 + 2 = n + 2 + n + 2$. Por isso, ao atribuir um valor para a variável em questão, elas produzem sempre o mesmo resultado.**

2. Na aula de matemática, a professora escreveu no quadro uma sequência numérica e solicitou que os estudantes determinassem uma expressão algébrica que representasse um termo qualquer dessa sequência, relacionando a posição ocupada por esse termo da sequência e seu valor correspondente.

**(4, 6, 8, 10, 12, ...)**

Quando todos concluíram a atividade, ela solicitou que dois estudantes fossem ao quadro e anotassem as expressões algébricas que haviam determinado. Veja a seguir as expressões que Sara e João determinaram:

| Sara | João |
|---|---|
| 2n + 2 | 4 + (n - 1).2 |

a. As expressões algébricas determinadas por Sara e João de fato representam um termo qualquer dessa sequência?

Para conferir se as expressões algébricas de fato representam os termos dessa sequência, basta substituir o valor da variável pelas posições dos termos e verificar se os resultados estão de acordo. Veja:

Sara: $2n + 2$

Para $n = 1$, temos $2 \cdot 1 + 2 = 4$ (que é o valor do primeiro termo).

Para $n = 2$, temos $2 \cdot 2 + 2 = 6$ (que é o valor do segundo termo).

Para $n = 3$, temos $2 \cdot 3 + 2 = 8$ (que é o valor do terceiro termo).

Para $n = 4$, temos $2 \cdot 4 + 2 = 10$ (que é o valor do quarto termo).

Para $n = 5$, temos $2 \cdot 5 + 2 = 12$ (que é o valor do quinto termo).

Sara, de fato, representou de forma correta a regularidade apresentada nessa sequência, não só para os primeiros 5 termos, mas também para qualquer outro dos infinitos termos dessa sequência.

João: $4 + (n - 1) \cdot 2$

Para $n = 1$, temos $4 + (1 - 1) \cdot 2 = 4 + 0 \cdot 2 = 4$ (que é o valor do primeiro termo).

Para $n = 2$, temos $4 + (2 - 1) \cdot 2 = 4 + 1 \cdot 2 = 6$ (que é o valor do segundo termo).

Para $n = 3$, temos $4 + (3 - 1) \cdot 2 = 4 + 2 \cdot 2 = 8$ (que é o valor do terceiro termo).

Para $n = 4$, temos $4 + (4 - 1) \cdot 2 = 4 + 3 \cdot 2 = 10$ (que é o valor do quarto termo).

Para $n = 5$, temos $4 + (5 - 1) \cdot 2 = 4 + 4 \cdot 2 = 12$ (que é o valor do quinto termo).

João, de fato, representou de forma correta a regularidade apresentada nessa sequência, não só para os primeiros 5 termos, mas também para qualquer outro dos infinitos termos dessa sequência.

b. As expressões algébricas determinadas por Sara e João são equivalentes? Justifique.

Sim, pois embora as expressões algébricas tenham sido representadas de formas diferentes, quando admitiram a variável que indica a posição ocupada por cada um dos termos da sequência, elas apresentaram, de forma correta, cada um dos termos da sequência.

3. Observe a sequência a seguir.

**(-3, 0, 5, 12, 21, ...)**

Das expressões algébricas que se seguem, indique qual(is) dela(s) representa(m) a lei de formação dessa sequência.

( ) n - 4n

( X ) (n + 2) · (n - 2)

( ) $n^2 - 2$

( X ) $n^2 - 4$

Aqui, o estudante poderá identificar quais as expressões representam a lei de formação dessa sequência atribuindo a variável nos valores 1, 2, 3, 4 e 5 e verificando se o resultado corresponde a cada um dos termos dessa sequência. Outro caminho é verificar quais dessas expressões são equivalentes. Para tal, ele terá que identificar que, dentre as opções apresentadas, ao realizar a distributiva da multiplicação na segunda expressão, obtêm-se a última expressão, isto é, (n + 2) · (n - 2) = n2 - 2n + 2n - 4 = n2 – 4, que são as únicas expressões equivalentes e que representam a referida sequência.

4. Observe a sequência a seguir

**(14, 18, 22, 26, 30, ...)**

Identifique, dentre as expressões abaixo, qual(is) pode(m) representar um termo qualquer dessa sequência e por quê.

( ) 10n + 4

( X ) 2(2n + 5)

( ) 12n + 2

( X ) 4n + 10

( X ) (2n + 5) + (2n + 5)

É importante que o estudante perceba que as três expressões algébricas indicadas são equivalentes. Veja:

$(2n + 5) + (2n + 5) = 2(2n + 5) = 4n + 10$

Além disso, ao atribuirmos os valores para a variável n, que representa a posição que um termo ocupa nessa sequência em que n = 1, 2, 3, 4, ..., obteremos os termos correspondentes em quaisquer uma dessas expressões, isto é,

para n = 1, temos $4 \cdot 1 + 10 = 14 = (2 \cdot 1 + 5) + (2 \cdot 1 + 5) = 2(2 \cdot 1 + 5)$

para n = 2, temos $4 \cdot 2 + 10 = 18 = (2 \cdot 2 + 5) + (2 \cdot 2 + 5) = 2(2 \cdot 2 + 5)$

para n = 3, temos $4 \cdot 3 + 10 = 22 = (2 \cdot 3 + 5) + (2 \cdot 3 + 5) = 2(2 \cdot 3 + 5)$,

e assim sucessivamente.

5. Durante uma atividade para encontrar uma expressão algébrica que represente a sequência (9, 12, 15, 18, ...), um grupo apresentou as seguintes expressões algébricas como sendo as que representam um termo geral dessa sequência:

$3n$

$3n + 3$

$3n + 6$

$3(n + 2)$

Verifique se todas essas expressões, de fato, podem representar um termo geral dessa sequência.

Apenas as expressões $3n + 6$ e $3(n + 2)$ podem representar um termo qualquer dessa sequência. Essas são expressões equivalentes, isto é, $3(n + 2) = 3n + 6$ (pela propriedade distributiva da multiplicação, verifica-se esse fato). Embora todos os termos dessa sequência sejam múltiplos de 3, as outras expressões não exprimem a regularidade dessa sequência.

Para $n = 1$, temos $3 \cdot 1 + 6 = 9 = 3(1 + 2)$

Para $n = 2$, temos $3 \cdot 2 + 6 = 12 = 3(2 + 2)$

Para $n = 3$, temos $3 \cdot 3 + 6 = 15 = 3(3 + 2)$, e assim sucessivamente.

Porém, na expressão $3n$,

para $n = 1$, temos $3 \cdot 1 = 3$, que já não corresponde ao primeiro termo.

Na sequência $3n + 3$,

para $n = 1$, temos $3 \cdot 1 + 3 = 6$, que também não corresponde ao primeiro termo.

6. Observe a sequência a seguir.

**(8, 10, 12, 14, 16, ...)**

Identifique, dentre as expressões abaixo, qual(is) pode(m) representar um termo qualquer dessa sequência e por quê.

(   ) $2n + 2$

( X ) $2n + 6$

(   ) $n^2 + 4$

( X ) $2(n - 1) + 8$

É importante que o estudante perceba que as duas expressões algébricas indicadas são equivalentes. Veja:

$2(n - 1) + 8 = 2n - 2 + 8 = 2n + 6$.

Além disso, ao atribuirmos os valores para a variável n, que representa a posição que um termo ocupa nessa sequência em que $n = 1, 2, 3, 4, ...$, obteremos os termos correspondentes em quaisquer uma dessas expressões, isto é,

para $n = 1$, temos $2 \cdot 1 + 6 = 8 = 2(1 - 1) + 8 = 2 \cdot 0 + 8$.

para $n = 2$, temos $2 \cdot 2 + 6 = 10 = 2(2 - 1) + 8 = 2 \cdot 1 + 8$.

para $n = 3$, temos $2 \cdot 3 + 6 = 12 = 2(3 - 1) + 8 = 2 \cdot 2 + 8$, e assim sucessivamente.

## ANOTAÇÕES

8º ANO

| 8º ano do Ensino Fundamental - Matemática | | | |
|---|---|---|---|
| **SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES** | **OBJETO DE CONHECIMENTO** | **HABILIDADES ESSENCIAIS** | **ARTICULAÇÃO DE MATERIAS** |
| 1 | Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais. | **(EF08MA12)** Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano.<br>**(EF08MA13)** Resolver e elaborar situações- -problema que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas. | **Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 8º ano**<br>V.2, SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 4<br>ATIVIDADE 1 – ESTUDANDO AS GRANDEZAS DIRETA E INVERSAMENTE PROPORCIONAIS |
| 2 | Equações polinomiais de 1º grau.<br>Associação de uma equação linear de 1ºgrau a uma reta no plano cartesiano. | **(EF07MA18)** Resolver e elaborar situações-problema que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma ax + b = c, fazendo uso das propriedades da igualdade.<br>**(EF08MA07)** Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano. | **Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 7º ano**<br>V.4, SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 1<br>ATIVIDADE 1 – EXPRESSÕES ALGÉBRICAS E DESCOBERTAS<br>ATIVIDADE 2 - ALÉM DAS EXPRESSÕES ALGÉBRICAS<br>ATIVIDADE 3 – EQUAÇÕES POLINOMIAIS DO 1º GRAU<br>ATIVIDADE 4 – PRINCÍPIO ADITIVO DA IGUALDADE<br>**Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 8º ano**<br>V.3, SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 2<br>ATIVIDADE 2 – PARES ORDENADOS E SUA LOCALIZAÇÃO NO PLANO CARTESIANO<br>ATIVIDADE 3 – RESULTADOS DE UMA EQUAÇÃO DE 1º GRAU COM DUAS VARIÁVEIS<br>ATIVIDADE 4 – SOLUÇÕES DE UMA EQUAÇÃO DO 1º GRAU COM DUAS VARIÁVEIS |
| 3 | Medida do comprimento da circunferência.<br>Área de figuras planas; Área do círculo e comprimento de sua circunferência. | **(EF07MA33)** Estabelecer o número π como a razão entre a medida de uma circunferência e seu diâmetro, para compreender e resolver problemas, inclusive os de natureza histórica.<br>**(EF08MA19)** Resolver e elaborar situações-problema que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos. | **Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 7º ano**<br>V.4, SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 5<br>ATIVIDADE 1 - CIRCUNFERÊNCIA<br>**Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 8º ano**<br>V.2, SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 5<br>ATIVIDADE 1 – DESCOBRINDO MEDIDAS DE ÁREA<br>V.2, SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 6<br>ATIVIDADE 2 – ÁREA DO CÍRCULO<br>ATIVIDADE 3 – ÁREAS DE UM CÍRCULO E DE SUAS PARTES |

# SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

# 8º ANO – SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

## OLÁ, PROFESSOR!

Nesta Sequência de Atividades, falamos diretamente com você que está aí na sala de aula, no convívio direto com os estudantes, os quais terão oportunidade de se envolver com atividades que possibilitam a retomada de conceitos, propriedades e procedimentos essenciais ao desenvolvimento de seus conhecimentos e capacidades em matemática.

Os protocolos de higiene e distanciamento social devem ser considerados, favorecendo a interação, o compartilhamento de conhecimentos e a colaboração para que os estudantes desenvolvam as habilidades:

**(EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano**; e **(EF08MA13) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais por meio de estratégias variadas**. Além disso, as socializações das atividades, por parte dos estudantes, são percebidas como oportunidades de desenvolver habilidades e competências que dizem respeito à cooperação, à empatia, à argumentação, à comunicação, entre outras.

| AULA/TEMPO | ATIVIDADE |
|---|---|
| 1ª/45 min | VARIAÇÃO ENTRE DUAS GRANDEZAS |
| 2ª/45 min | |
| 3ª/45 min | REPRESENTAÇÃO ALGÉBRICA DA VARIAÇÃO ENTRE DUAS GRANDEZAS |
| 4ª/45 min | |
| 5ª/45 min | VARIAÇÃO ENTRE DUAS GRANDEZAS NO PLANO CARTESIANO |
| 6ª/45 min | |
| 7ª/45 min | SITUAÇÕES ENVOLVENDO GRANDEZAS PROPORCIONAIS |
| 8ª/45 min | |

Professor, a sua atuação é muito importante em cada uma das situações propostas aqui. Este caderno deverá servir como uma ferramenta que o auxiliará no processo de ensino, sendo necessário, portanto, que você considere outras possibilidades de discussão e recursos em seu planejamento.

# SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

## AULAS 1 E 2 – VARIAÇÃO ENTRE DUAS GRANDEZAS

Objetivos das aulas:
- Explorar a variação entre duas grandezas;
- Reconhecer quando duas grandezas são diretamente proporcionais;
- Identificar quando duas grandezas são inversamente proporcionais;
- Verificar quando duas grandezas não são proporcionais.

A Matemática é uma área do conhecimento muito importante para a humanidade, pois ela está presente em muitas das nossas ações diárias. Nós contamos o tempo, medimos a massa de objetos e calculamos a distância entre dois lugares. Estamos envolvidos com ela sem mesmo percebermos. Nas atividades a seguir, iremos aprender o conceito de grandeza e como duas grandezas podem ou não se relacionar. Vamos lá?

**1.** Tudo aquilo que contamos ou medimos, na Matemática, chamamos de grandeza, por exemplo, o comprimento, a capacidade, a quantidade de seguidores em uma rede social, o volume, dentre outros. Em algumas situações, a variação de uma grandeza está associada à variação de outra. Observe:

*Para produzir um bolo, é preciso um determinado volume de leite. Se quisermos fazer dois bolos, com a mesma receita, o volume de leite precisará ser o dobro do anterior. Logo, nessa situação, a quantidade de bolos e o volume de leite são grandezas em que a variação de uma provoca variação na outra.*

Fonte: Pixabay.

## AULAS 1 E 2 – VARIAÇÃO ENTRE DUAS GRANDEZAS

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize as carteiras em formato de "U" ou em círculo.

### MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante.

### INICIANDO

Para iniciar os estudos sobre a variação entre duas grandezas, sugerimos que as Aulas 1 e 2 sejam iniciadas com uma conversa com a turma sobre o conceito de grandeza. Questione-os se conhecem essa palavra, qual o seu significado e peça exemplos de grandezas. A partir das respostas dos estudantes, propomos que você aponte para eles que tudo aquilo que pode ser contado ou medido consiste em uma grandeza.

Pode ser interessante, nesse momento, perguntar para a turma em que momentos do cotidiano eles contam ou medem algo. Eles podem mencionar a medição do tempo gasto de casa à escola, a quantidade de canetas que eles possuem, a idade, o número de seguidores em uma rede social, a capacidade de armazenamento de um dispositivo móvel, a massa de açúcar colocada no suco, dentre diversos outros exemplos. Aproveite essas situações reais que eles podem mencionar, de modo a enfatizar o quanto a Matemática está presente nas nossas vidas. Discuta com a turma como esses instrumentos funcionam e como eles são úteis na medição de diversas grandezas. Essa discussão prévia pode ser interessante para que os estudantes, durante a execução das atividades, reconheçam os diversos tipos de grandeza e como elas podem estar relacionadas ou não.

A partir desse momento, sugerimos que o **Caderno do Estudante** seja entregue aos estudantes e uma leitura coletiva e minuciosa do texto introdutório e da Atividade 1 seja realizada. Esses enunciados ampliam a conversa inicial, consolidam a reflexão sobre as grandezas e introduzem o estudo da variação entre duas grandezas. Um tempo maior pode ser destinado à discussão dessa atividade. Pode ser interessante realizar a Atividade 1 de modo coletivo, para que os estudantes desenvolvam autonomia nas atividades subsequentes.



Analise agora os seguintes pares de grandezas e diga se variam ou não uma com a outra:

| Grandeza 1 | Grandeza 2 | A variação de uma grandeza provoca variação na outra? |
|---|---|---|
| Velocidade de um automóvel | Tempo gasto no trajeto | Sim |
| Altura de uma pessoa | Massa da mesma pessoa | Não |
| Capacidade de armazenamento em um *smartphone* | Quantidade máxima de fotos armazenadas nesse smartphone | Sim |
| Quantidade de pacotes de arroz comprados | Preço a ser pago | Sim |
| Quantidade de pedreiros trabalhando na construção de uma casa | Número de dias para a construção da mesma casa | Sim |
| Número de curtidas em uma publicação em uma rede social | Número de comentários na mesma publicação | Não |
| Minutos de ligações realizadas durante um mês em um celular | Valor fixo a ser pago no plano mensal desse celular | Não |

**2.** Na atividade anterior, você observou que a variação de uma grandeza pode provocar a variação de outra. Nos casos em que a variação de uma grandeza implica que outra varie na mesma proporção, dizemos que são **grandezas proporcionais**. Quando isso não ocorre, temos duas **grandezas não proporcionais.** Imagine, por exemplo, que você vai a uma lanchonete e pede um copo com suco de laranja no valor de R$ 4,00. Se você pedir dois, você pagará R$ 8,00. Ao dobrar a quantidade de copos de suco, o preço total também dobrou. Logo, a quantidade de copos de suco e o preço, nessa situação, são grandezas proporcionais. Agora observe as seguintes situações e afirme se são grandezas proporcionais ou não:

a. Distância percorrida por um automóvel e o volume de combustível.

Resposta: As grandezas não são proporcionais.

b. Idade de uma pessoa e a massa dessa pessoa.

Resposta: As grandezas não são proporcionais.

c. Massa de ingredientes em uma receita e quantidade de porções servidas.

Resposta: As grandezas são proporcionais.

d. Tamanho da tela de um *smartphone* e valor a ser pago.

Resposta: As grandezas não são proporcionais.

**CONVERSANDO COM O PROFESSOR**

É importante discutir com os estudantes que duas grandezas podem variar de modo proporcional ou não, dependendo do contexto. Desse modo, sugerimos que enfatize a importância de analisar a variação entre duas grandezas a partir da situação em questão, e que isso não significa que aquelas duas grandezas sempre serão diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais.

**CONVERSANDO COM O PROFESSOR**

Antes da realização das atividades que envolvem a análise da variação proporcional entre duas grandezas, é importante discutir os conceitos de **razão** e de **proporção**. A razão é uma relação entre dois números que, em muitas situações, denota a variação no valor de uma grandeza. Por exemplo: em uma sala de aula com 30 estudantes, 20 são meninas e 10 são meninos. A razão entre meninos e meninas é de:

$$\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

Isso significa que a cada menino, temos duas meninas.

Em uma razão, o numerador é o antecedente e o denominador é o consequente. É importante também enfatizar que a ordem entre os valores importa. Poderíamos, desse modo, escrever uma nova razão na situação descrita anteriormente para expressar a relação oposta, ou seja, a razão entre meninas e meninos, que é de:

$$\frac{20}{10} = \frac{2}{1}$$

Isso significa que a razão entre o número de meninas e o de meninos nessa sala de aula é de 2 para 1.

Quando há uma igualdade entre duas razões, temos uma proporção. Essa compreensão é importante para que os estudantes averiguem corretamente se duas grandezas são proporcionais ou não. Ainda sobre a situação anterior, digamos que a escola inteira possui 100 meninos. Qual seria, portanto, a quantidade de meninas da escola para manter a proporção da sala de aula? Para isso, temos o seguinte:

1 menino ⟶ 2 meninas
100 meninos ⟶ ?

Ao relacionarmos as duas razões, para que seja mantida a proporção, elas precisam ser equivalentes. Logo, temos:

$$\frac{1}{2} = \frac{100}{200}$$

Portanto, nessa situação, o número de meninas é igual a 200, e as grandezas número de meninos e número de meninas são proporcionais.

## DESENVOLVENDO

Durante a discussão das atividades, incentive os estudantes a expressarem como eles pensaram para verificar a variação entre as grandezas explanadas. Enfatize o fato de que o aumento ou diminuição de uma grandeza pode fazer com que uma segunda grandeza, em uma situação específica, varie proporcionalmente em relação à primeira. Quando isso acontece, as duas grandezas são chamadas de **grandezas proporcionais**. Quando isso não acontece, as grandezas são ditas **não proporcionais**. É bem importante que essa distinção seja bastante explorada com a turma por meio das atividades. Se os estudantes apresentarem dificuldades nessa análise, você pode discutir em conjunto outros exemplos, além dos propostos aqui.

A Atividade 4, especificamente, aborda uma relação importante entre objetos de conhecimento da Unidade Temática **Grandezas e Medidas** e da Unidade Temática **Geometria.** Sugerimos que essa atividade seja bem explorada, de modo a exemplificar que, no quadrado, as grandezas medida do lado e perímetro são sempre diretamente proporcionais. Contudo, essas mesmas grandezas variam de modo não proporcional, por exemplo, nos retângulos com medida distintas de base e de altura. Reflita com a turma, por meio dessa atividade específica, como a Matemática dialoga com ela mesma e como um conceito de uma Unidade Temática está relacionada com outra. De um modo geral, após eles realizarem as atividades, propomos que alguns estudantes sejam convidados a expor como pensaram.

A Atividade 5 envolve a análise de sentenças em verdadeiro ou falso. Você pode realizar alguma dinâmica, pedindo que eles ergam a mão indicando se a afirmação é verdadeira ou falsa, por exemplo. Você também você realizar uma enquete *on-line* e verificar a porcentagem de acerto ou erro em cada item. Isso pode promover um momento de interação e entusiasmo nos estudantes. Após revelar a resposta correta, convide algum estudante para que socialize suas conclusões, principalmente no que tange à justificativa do porquê das sentenças falsas.

A Atividade 6 contém uma situação prática em que a variação entre duas grandezas aparece na realidade e em que podemos, inclusive, economizar dinheiro se dominamos bem esse conceito. Explore bem como os estudantes realizaram essa atividade, pois a partir dela, eles podem já se preparar para os assuntos que serão trabalhados nas aulas subsequentes, sem, necessariamente, por ora, formalizar o que são grandezas diretamente e inversamente proporcionais.

## FINALIZANDO

Ao término das atividades, retome com os estudantes o que eles aprenderam nas aulas. Retome com eles o conceito de grandeza e como identificar se uma grandeza varia ou não em relação à outra. Caso ainda haja algum questionamento sobre esses aspectos, pode ser útil a realização de mais alguns exemplos, dialogando com a turma sobre a variação proporcional (ou não) entre duas grandezas.

e. Volume constante de água derramado no chuveiro e tempo do banho.

Resposta: As grandezas são proporcionais.

f. Número de convidados em uma festa e quantidade de convites impressos.

Resposta: As grandezas são proporcionais.

3. A professora de Rodrigo escreveu no quadro o seguinte:

Duas grandezas são **diretamente proporcionais** quando o aumento de uma implica no aumento da outra. E se uma diminui, a outra também diminui, de forma proporcional.

De forma contrária, duas grandezas são **inversamente proporcionais** quando o aumento de uma resulta na diminuição da outra, ou vice-versa, de forma proporcional.

Fonte: Elaborado para fins didáticos

Rodrigo pensou sobre o assunto e elencou algumas situações para analisar se são grandezas diretamente ou inversamente proporcionais. Ajude-o, preenchendo o quadro a seguir:

| Situação | São grandezas diretamente ou inversamente proporcionais? |
|---|---|
| Massa de farinha de trigo e quantidade de pães | Diretamente proporcionais |
| Número de torneiras iguais enchendo um tanque numa mesma vazão e tempo necessário para o tanque encher | Inversamente proporcionais |
| Memória de armazenamento de um computador e quantidade máxima de arquivos com o mesmo tamanho que esse computador pode armazenar | Diretamente proporcionais |
| Preço de um sanduíche e a quantidade de sanduíches consumidos | Diretamente proporcionais |
| Velocidade média de um pedestre e tempo gasto de casa até o ponto de ônibus | Inversamente proporcionais |
| Número de prestações em uma compra e o preço de cada prestação sem juros | Inversamente proporcionais |

**4.** O estudo da proporcionalidade entre grandezas está muito presente também na Geometria. Observe os seguintes quadrados com lados 1 cm e 2 cm:


Fonte: Elaborado para fins didáticos

a. A variação na medida do lado do quadrado de 1 cm para 2 cm provocou variação na medida do seu perímetro? Se sim, foi de forma proporcional? E se foi proporcional, foi de forma direta ou inversa? Justifique suas respostas.

**Resposta: Espera-se que os estudantes observem que o perímetro do quadrado com lado 1 cm é igual a 4 x 1 = 4 cm, e que o perímetro do quadrado com lado medindo 2 cm é igual a 4 x 2 = 8 cm. Desse modo, a variação na medida do lado do quadrado provocou uma variação proporcional de forma direta na medida do seu perímetro. Ao dobrar a medida do lado, o perímetro também dobrou de tamanho, logo, são duas grandezas diretamente proporcionais.**

b. A variação na medida do lado do quadrado de 1 cm para 2 cm provocou variação na medida da sua área? Se sim, foi de forma proporcional? E se foi proporcional, foi de forma direta ou inversa? Justifique suas respostas.

**Resposta: Espera-se que os estudantes observem que a área do quadrado com lado 1 cm é igual a 1 x 1 = 1 cm², e que a área do quadrado com lado medindo 2 cm é igual a 2 x 2 = 4 cm². Desse modo, a variação na medida do lado do quadrado provocou uma variação na medida da sua área, mas não foi de modo proporcional. Ao dobrar a medida do lado, a área aumentou quatro vezes, logo, são duas grandezas não proporcionais.**

**5.** Para compreendermos melhor se duas grandezas são diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais, escreva (V) se a afirmação for verdadeira e (F) se for falsa:

a. ( **V** ) A velocidade média de um ônibus é inversamente proporcional ao tempo gasto no trajeto.

b. ( **V** ) O preço de um pacote com um quilograma de feijão é diretamente proporcional à quantidade de pacotes comprados.

c. ( **F** ) O número de visualizações em um vídeo é diretamente proporcional ao número de seguidores do usuário que o postou.

d. ( **V** ) A medida do comprimento de um retângulo é diretamente proporcional à sua área.

e. ( **V** ) O número de acertos em uma avaliação e o tempo de estudo dedicado a ela são grandezas não proporcionais.

f. ( **F** ) A área de um triângulo e a medida da sua altura são grandezas inversamente proporcionais.

g. ( **F** ) O preço de um abacaxi na feira é diretamente proporcional à quantidade de abacaxis disponíveis na banca.

h. ( **V** ) A altura e a massa de uma pessoa são grandezas não proporcionais.

Justifique o porquê das sentenças falsas.

**Resposta: A sentença da letra "c" é falsa, porque a variação no número de visualizações em um vídeo não possui, necessariamente, relação com o número de seguidores do usuário que o postou, logo, são grandezas não proporcionais.**

**A afirmação em "f" é falsa, pois a área de um triângulo e a medida da sua altura são grandezas diretamente proporcionais:** $A = \frac{b \cdot h}{2} \Rightarrow A = \frac{b}{2} \cdot h \Rightarrow A = k \cdot h$.

**Por fim, é falso também o que se afirma na letra "g", pois o preço de um abacaxi na feira não necessariamente possui relação à quantidade de abacaxis disponíveis na banca, logo, são grandezas não proporcionais.**

**6.** Daniela vai ao supermercado e observa o preço de dois potes de margarina: o com massa 250g custa R$ 1,88 e o com massa 500g custa R$ 3,66. Sobre essa situação, responda:

a. As grandezas massa de margarina e preço são proporcionais? Justifique.

**Resposta: Os estudantes devem observar que a massa do pote de margarina de 500g é o dobro da massa do pote margarina de 250g, logo, para que sejam grandezas diretamente proporcionais, o preço também deve ser o dobro. Porém, não é o que ocorre nessa situação. O preço do pote de 250g é R$ 1,88, o dobro é 2 x R$ 1,88 = R$ 3,76. Uma vez que o pote de 500g custa R$ 3,66, a massa de margarina e o preço a ser pago são grandezas não proporcionais.**

b. Daniela precisa comprar 1 kg de margarina. Na situação descrita no enunciado, para economizar dinheiro, ela deve levar 2 potes com 500g ou 4 potes com 250g? Qual o valor economizado? Justifique sua resposta.

**Resposta: Para economizar dinheiro, Daniela deve levar dois potes de margarina com massa igual a 500g, pois custam 2 x R$ 3,66 = R$ 7,32, enquanto 4 potes com 250g custam 4 x R$ 1,88 = R$ 7,52. O valor da economia é de R$ 7,52 – R$ 7,32 = R$ 0,20.**

## AULAS 3 E 4 – REPRESENTAÇÃO ALGÉBRICA DA VARIAÇÃO ENTRE DUAS GRANDEZAS

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize os estudantes em duplas produtivas, respeitando os protocolos de higiene e distanciamento social.

### MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante.

### INICIANDO

Para dar continuidade ao estudo da variação entre duas grandezas, dois novos conceitos serão explorados nas atividades propostas para as Aulas 3 e 4: (1) constante de proporcionalidade e (2) relação entre duas grandezas por meio de uma sentença algébrica. Desse modo, inicie um diálogo com a turma perguntando o que eles aprenderam nas aulas anteriores sobre o conceito de grandeza e como averiguar a variação entre duas delas.

Pode ser interessante exemplificar, nesse momento inicial, algumas situações com pares de grandezas e pedir à turma que identifique se são duas grandezas proporcionais ou não. Conduza a conversa de modo a discutir o que os estudantes relembram sobre esses conceitos e, por meio do que eles expressarem, identifique quais possíveis dúvidas precisarão de uma maior atenção durante a execução das atividades. Esse momento é importante, pois os assuntos que serão trabalhados nas atividades propostas requerem um domínio sobre a análise da variação entre duas grandezas.

A partir desse diálogo inicial, sugerimos que seja realizada uma leitura coletiva das atividades apresentadas no **Caderno do Estudante**, e que os objetivos de aprendizagem da aula sejam apresentados à turma. As atividades deverão ser trabalhadas com a finalidade de que os estudantes analisem a proporcionalidade (ou não) entre duas grandezas por meio do cálculo da constante de proporcionalidade e, com esse valor, exprimir essa relação por meio de uma sentença algébrica.



## AULAS 3 E 4 – REPRESENTAÇÃO ALGÉBRICA DA VARIAÇÃO ENTRE DUAS GRANDEZAS

Objetivos das aulas:
- Discutir o conceito de constante de proporcionalidade;
- Expressar a relação existente entre duas grandezas diretamente proporcionais por meio de uma sentença algébrica;
- Relacionar duas grandezas inversamente proporcionais por meio de uma sentença algébrica;
- Representar a relação existente entre duas grandezas não proporcionais por meio de uma sentença algébrica.

Nas aulas anteriores, você aprendeu sobre como analisar se duas grandezas variam ou não, uma em relação à outra. Além disso, você também solucionou situações-problema para averiguar se duas grandezas são diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais. Para ampliar esse estudo, nas atividades a seguir, será apresentado um novo conceito que auxilia nessa investigação: a **constante de proporcionalidade**. Esse conceito diz respeito à variação entre duas grandezas expressa por meio de uma sentença algébrica. Isso ilustra uma relação interessante entre aspectos das Unidades Temáticas **Grandezas e Medidas** e **Álgebra**, evidenciando a Matemática como uma ciência que possui conexões dentro dela própria.

**1.** A constante de proporcionalidade é um conceito matemático que permite verificar se duas grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais. Para saber se duas grandezas **x** e **y** são diretamente proporcionais, ao **dividirmos** os seus valores correspondentes, encontramos um valor constante **k**:

$$\frac{x}{y} = k$$

No caso em que **x** e **y** são inversamente proporcionais, ao **multiplicarmos** os seus valores correspondentes, encontramos um valor constante **k**:

$$x \cdot y = k$$

Por exemplo: um determinado caderno custa R$ 18,00 e dois cadernos desse mesmo tipo custam R$ 36,00. Nessa situação, as grandezas ***preço e quantidade de cadernos são diretamente proporcionais***, pois

$$\frac{18}{1} = \frac{36}{2} = 18$$

Logo, a constante de proporcionalidade é igual a 18.

Pense agora em um carro percorrendo um determinado trajeto com velocidade média igual a 60 km/h, chegando ao destino em 40 minutos. Esse mesmo veículo percorrendo o mesmo trajeto com uma velocidade igual a 80 km/h gasta apenas meia hora para chegar ao destino. Nessa nova situação, as grandezas ***velocidade média e tempo são inversamente proporcionais***, pois

$$60 \cdot 40 = 80 \cdot 30 = 2\,400$$

Portanto, a constante de proporcionalidade é igual a 2 400.

**Agora é a sua vez! Para cada situação a seguir, verifique se as grandezas relacionadas são diretamente ou inversamente proporcionais e calcule a sua constante de proporcionalidade.**

a. Uma bandeja com 12 ovos custa R$ 6,60 e outra com 30 ovos custa R$ 16,50.

Resposta: As grandezas quantidade de ovos e preço são diretamente proporcionais. A constante de proporcionalidade é igual a $\frac{6{,}60}{12} = \frac{16{,}50}{30} = 0{,}55$.

b. Um livro com 150 páginas possui 30 linhas por página. O mesmo livro reescrito com 36 linhas por página possui um total de 125 páginas.

Resposta: As grandezas número de páginas e quantidade de linhas por página são inversamente proporcionais. A constante de proporcionalidade, nesse caso, é igual a $150 \cdot 30 = 36 \cdot 125 = 4\,500$.

c. Em um concurso público com 40 questões, a nota máxima é igual a 100 pontos. Um candidato acertou 33 questões e sua nota foi igual a 82,5 pontos.

Resposta: As grandezas número de acertos e nota são diretamente proporcionais. A constante de proporcionalidade, nesse caso, é igual a $\frac{100}{40} = \frac{82{,}5}{33} = 2{,}5$.

d. Em um aniversário, são servidos 50 copos de refrigerante com 200 mL cada. Em copos com 250 mL, seriam servidos 40 copos de refrigerante.

Resposta: As grandezas quantidade de copos e volume de refrigerante são inversamente proporcionais. A constante de proporcionalidade, nesse caso, é igual a $50 \cdot 200 = 40 \cdot 250 = 10\,000$.

**2.** É possível representar a relação entre duas grandezas por meio de uma lei algébrica. Observe: se ao dobrar uma grandeza x, uma outra y também dobrar, tem-se **y = 2x**. Agora expresse a relação entre as grandezas a seguir por meio de uma expressão algébrica:

a. Ao quintuplicar uma grandeza x, a grandeza y também quintuplica.

Possibilidade de resposta: $y = 5x$.

b. Ao quadruplicar uma grandeza x, a grandeza y é dividida por quatro.

**Possibilidade de resposta:** $y = \frac{4}{x}$.

c. Três mangueiras enchem uma piscina em 35 minutos. Ao acrescentar mais duas mangueiras, o tempo de enchimento reduz em 14 minutos.

**Resposta: Ao considerar a variável "x" para a quantidade de mangueiras e "y" para o tempo de enchimento da piscina, temos o seguinte: as grandezas quantidade de mangueiras e tempo são inversamente proporcionais, logo, tem-se a seguinte constante de proporcionalidade: $35 \cdot 3 = 21 \cdot 5 = 105$. Desse modo, uma possibilidade de expressão algébrica é:** $y = \frac{105}{x}$.

d. O valor de uma passagem no transporte público custa R$ 4,40. Um trabalhador paga quatro passagens, em um dia, e paga R$ 17,60.

**Resposta: Ao considerar a variável "x" para a quantidade de passagens e "y" para o preço pago pelo usuário do transporte público, temos o seguinte: as grandezas quantidade de passagens e preço são diretamente proporcionais, logo, tem-se a seguinte constante de proporcionalidade:** $\frac{4,40}{1} = \frac{17,60}{4} = 4,40$.

**Desse modo, uma possibilidade de expressão algébrica é: y = 4,4x.**

e. O preço total de uma corrida de carro por aplicativo está relacionado à distância percorrida em quilômetros. A tarifa base é 6,00 e o preço do quilômetro é R$ 1,10.

**Resposta: Ao considerar a variável "x" para a distância percorrida em quilômetros e "y" para o preço total da corrida, temos o seguinte: as grandezas preço e distância percorrida, nessa situação, não são proporcionais, logo, não há constante de proporcionalidade. Desse modo, uma possibilidade de expressão algébrica é: y = 1,10x + 6.**

3. Um nadador monitorou o seu desempenho analisando a relação entre a distância nadada em metros e o tempo gasto em segundos. Ele registrou as informações obtidas no seguinte quadro:

| **Trecho** | 25 m | 50 m | 75 m | 100 m | 150 m | 200 m |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Tempo** | 16 s | 32 s | 48 s | 72 s | 104 s | 152 s |

Nessa situação, as grandezas distância percorrida pelo nadador e o tempo gasto são diretamente, inversamente ou não proporcionais? Justifique sua resposta.

**Resposta: Nessa situação, as grandezas distância percorrida pelo nadador e o tempo gasto não são proporcionais, pois, ao calcular a razão entre elas, em todos os trechos, não obtemos uma constante de proporcionalidade:**

$$\frac{16}{25}=\frac{32}{50}=\frac{48}{75}=0{,}64 \qquad \frac{72}{100}=0{,}72 \qquad \frac{104}{150}\cong 0{,}69 \qquad \frac{152}{200}=0{,}76$$

**4.** Os *Solid State Drives* (SSD), em tradução direta, Unidades de Estado Sólido, são dispositivos de armazenamento para computadores, com velocidade de processamento muito superior às Unidades de Disco Rígido (HD).

Um dos empecilhos para sua popularização no Brasil, até o momento, é a relação entre a capacidade de armazenamento e o seu custo. Observe os preços:

| Capacidade | Preço |
|---|---|
| 120 GB | R$ 122,75 |
| 240 GB | R$ 245,50 |
| 480 GB | R$ 491,00 |
| 960 GB | R$ 982,00 |

Fonte: Pixabay.

a. Com as informações descritas no quadro anterior, a variação entre a capacidade de armazenamento dos SSDs e o preço é diretamente proporcional, inversamente proporcional ou não proporcional? Justifique seu raciocínio.

**Resposta: Nessa situação, as grandezas capacidade de armazenamento dos SSDs e o preço são diretamente proporcionais, pois, ao duplicar o valor da capacidade de armazenamento, o preço também duplica. Isso é comprovado pelo cálculo da constante de proporcionalidade:**

$$\frac{122{,}75}{120}=\frac{245{,}50}{240}=\frac{491}{480}=\frac{982}{960}\cong 1{,}023$$

b. Qual o valor aproximado da constante de proporcionalidade?

**Resposta: o valor da constante de proporcionalidade é aproximadamente 1,023.**

c. Expresse a relação entre as grandezas capacidade e custo por meio de uma sentença algébrica.

**Resposta: uma possibilidade de sentença algébrica que os estudantes podem apresentar é $y \cong 1{,}023x$.**

## DESENVOLVENDO

A Atividade 1 envolve um diálogo em que é apresentado para os estudantes o conceito de **constante de proporcionalidade**. Antes da realização das atividades, explore bem o que é discutido no enunciado para que a turma compreenda do que se trata esse conceito e como ele auxilia no estudo da variação entre grandezas.

Sugerimos que alguns exemplos sejam realizados, nesse momento, sobre como calcular a constante de proporcionalidade quando temos duas grandezas diretamente ou inversamente proporcionais. Em seguida, combine um tempo com a turma para que eles realizem as atividades em duplas produtivas, respeitando os protocolos de higiene e distanciamento social. Sugerimos que um tempo maior seja destinado à discussão das atividades em que é solicitado aos estudantes escreverem uma sentença algébrica para expressar a relação entre duas grandezas.

É possível que eles tenham uma dificuldade maior nesse aspecto, pois envolve a representação das grandezas por meio de letras. Pode ser interessante realizar, em conjunto com a turma, algum item da Atividade 2 em que esse assunto é explorado, para que eles se sintam seguros para pensar juntos em duplas. Mostre como essa representação envolve uma relação interessante entre aspectos da Unidade Temática **Grandezas e Medidas** e a Unidade Temática **Álgebra**. Convide algumas duplas para mostrar como eles pensaram. Destaque que, por meio das generalizações provenientes dos estudos da Álgebra, podemos obter uma expressão que permite calcular o valor de uma grandeza a partir de outra.

## FINALIZANDO

Sugerimos que as aulas sejam finalizadas com uma retomada dos conceitos estudados. Pode ser interessante realizar uma esquematização com os principais pontos discutidos nas atividades. Para isso, realize algumas perguntas direcionadas, a exemplo de "Como calcular a constante de proporcionalidade para duas grandezas diretamente proporcionais?". Por meio desse debate final, discuta possíveis dúvidas que os estudantes apresentem e planeje estratégias para que, nas aulas subsequentes, essas fragilidades possam ser superadas.



**5.** O quadro a seguir contém a variação de uma grandeza **x** em função de uma outra grandeza **y**. Verifique, de acordo com os valores dados, se as duas grandezas são diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais. Para cada situação, escreva também a sentença algébrica que relaciona x e y.

a.

| **x** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| **y** | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 |

**Resposta: As grandezas x e y são diretamente proporcionais, pois o aumento de x provoca um aumento proporcional em y. Isso é comprovado pelo cálculo da constante de proporcionalidade:** $\frac{5}{1} = \frac{10}{2} = \frac{15}{3} = \frac{20}{4} = \frac{25}{5} = 5$ **. Logo, uma possibilidade de expressão algébrica é: y = 5x.**

b.

| **x** | 3 | 5 | 6 | 9 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|
| **y** | 27 | 16,2 | 13,5 | 9 | 6,75 |

**Resposta: As grandezas x e y são inversamente proporcionais, pois o aumento de x provoca uma diminuição proporcional em y. Isso é comprovado pelo cálculo da constante de proporcionalidade:**

$$27 \cdot 3 = 16{,}2 \cdot 5 = 13{,}5 \cdot 6 = 9 \cdot 9 = 12 \cdot 6{,}75 = 81$$

**Logo, uma possibilidade de expressão algébrica é:** $y = \frac{81}{x}$ **.**

c.

| **x** | 0,1 | 0,2 | 0,4 | 0,8 | 1,6 |
|---|---|---|---|---|---|
| **y** | 1,25 | 0,625 | 0,3125 | 0,15625 | 0,078125 |

**Resposta: As grandezas x e y são inversamente proporcionais, pois o aumento de x provoca uma diminuição proporcional em y. Isso é comprovado pelo cálculo da constante de proporcionalidade:**

$$0{,}1 \cdot 1{,}25 = 0{,}2 \cdot 0{,}625 = 0{,}4 \cdot 0{,}3125 = 0{,}8 \cdot 0{,}15625 = 1{,}6 \cdot 0{,}078125 = 0{,}125$$

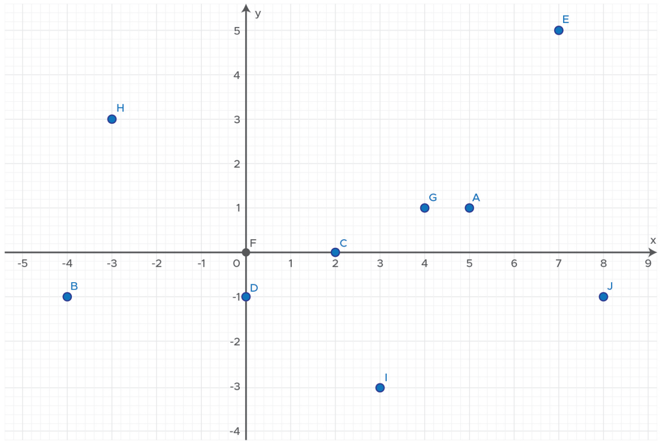
**Logo, uma possibilidade de expressão algébrica é:** $y = \frac{0{,}125}{x}$ **.**

# AULAS 5 E 6 – VARIAÇÃO ENTRE DUAS GRANDEZAS NO PLANO CARTESIANO

Objetivos das aulas:
- Explorar os elementos de um plano cartesiano;
- Representar a relação existente entre duas grandezas diretamente proporcionais no plano cartesiano;
- Esboçar no plano cartesiano a relação existente entre duas grandezas inversamente proporcionais;
- Relacionar duas grandezas não proporcionais no plano cartesiano.

Nas aulas anteriores, você aprendeu sobre o conceito de proporcionalidade e como expressar a relação entre duas grandezas por meio de uma sentença algébrica. Agora, vamos ampliar o nosso conhecimento e explorar como representar essa relação por meio do plano cartesiano. Vamos ver como isso acontece?

**1.** O plano cartesiano é uma representação gráfica com duas retas numéricas perpendiculares em que é possível marcar pontos, traçar curvas e estabelecer a relação entre duas grandezas. Um ponto no plano cartesiano é chamado de par ordenado e possui dois valores (x, y). Escreva os valores de x e y dos seguintes pontos no plano cartesiano:




Fonte: elaborado para fins didáticos

A: (5, 1)
B: (-4, -1)
C: (2, 0)
D: (0, -1)
E: (7, 5)
F: (0, 0)
G: (4, 1)
H: (-3, 3)
I: (3, -3)
J: (8, -1)

## AULAS 5 E 6 – VARIAÇÃO ENTRE DUAS GRANDEZAS NO PLANO CARTESIANO

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize as carteiras em formato de "U" ou em círculo.

### MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante, uma régua para cada estudante e uma folha de papel quadriculado para cada estudante.

### INICIANDO

Ao iniciar as Aulas 5 e 6, é interessante retomar o que os estudantes aprenderam nas aulas anteriores sobre a variação entre duas grandezas. Você pode realizar algumas perguntas, tais como "O que são grandezas diretamente/inversamente proporcionais?", "A expressão $y = 2x$ representa a variação entre duas grandezas diretamente ou inversamente proporcionais? Por quê?". Esse diálogo inicial é importante para que eles acionem os conhecimentos anteriores e associem a variação entre duas grandezas a um importante elemento que será abordado nestas aulas: o plano cartesiano.

As atividades foram pensadas de modo que os estudantes representem a variação entre grandezas diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais no sistema de coordenadas cartesianas. Desse modo, propomos que você, professor, discuta com a turma o formato e os elementos de um plano cartesiano. Para isso, entregue o **Caderno do Estudante** à turma e realize a leitura coletiva do texto introdutório e do enunciado da Atividade 1. Em consonância com essa leitura, pode ser interessante construir com os estudantes um plano cartesiano, mostrando como fazê-lo com uma régua ou por meio de algum software de geometria dinâmica e como localizar um ponto com os valores das coordenadas de x e y.

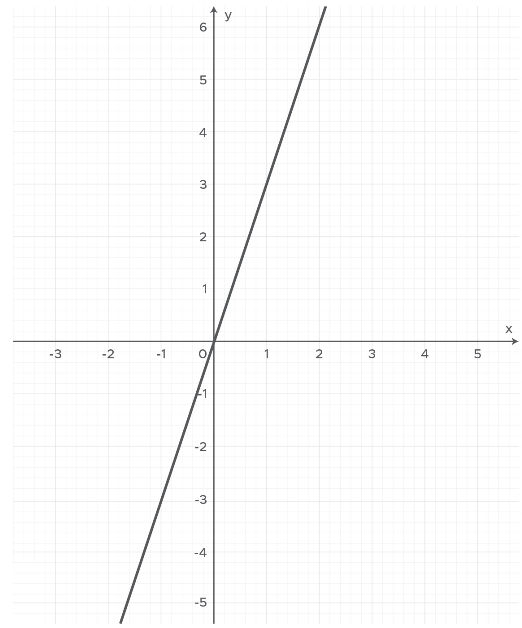
## DESENVOLVENDO

Na Atividade 1, sugerimos que você realize a marcação de alguns pares ordenados de modo coletivo para que os estudantes visualizem como localizá-los e, em seguida, solicite que eles pensem sozinhos. Após realizarem essa atividade, incentive que alguns estudantes socializem como pensaram. Pode ser interessante desenhar um plano cartesiano na lousa ou construí-lo por meio de um software e convidar alguns estudantes para localizar os pares ordenados ou de alguma outra forma que julgar conveniente que promova dinamicidade à aula.

Nas atividades subsequentes, eles precisarão construir um plano cartesiano e esboçar as retas que representam a variação entre duas grandezas. Para isso, se possível, entregue um papel quadriculado para cada estudante ou oriente-os sobre como construir o plano por meio de algum software de geometria dinâmica. Se não for possível, eles podem usar o espaço destinado à resposta na própria atividade. É importante que os estudantes, caso precisem manusear a régua, atentem para a distância entre os números nos eixos, que devem possuir a mesma medida. Convide alguns deles para mostrar os planos cartesianos construídos e solicite que socializem como pensaram a construção das retas que os compõem.



**2.** Duas grandezas x e y são proporcionais. A relação de proporcionalidade entre elas está esboçada no plano cartesiano a seguir:




Fonte: elaborado para fins didáticos

As grandezas x e y são diretamente ou inversamente proporcionais? Justifique sua resposta, apresentando a constante de proporcionalidade.

**Resposta: As grandezas x e y, de acordo com o gráfico, são diretamente proporcionais, pois o aumento de x provoca um aumento proporcional em y, e vice-versa. Isso é justificado pelo cálculo da constante de proporcionalidade. Para calculá-la, basta escolher um par ordenado e dividir o valor de y por x. Por exemplo, escolhendo o par ordenado (1, 3), temos a constante de proporcionalidade $\frac{1}{3}$.**

**3.** O preço da conta de energia elétrica em uma residência é calculado a partir do consumo em quilowatts por hora (kW/h). Observe a relação entre essas duas grandezas em uma residência no quadro a seguir:

| Consumo de energia (kW/h) | 20 | 35 | 50 | 75 | 90 |
|---|---|---|---|---|---|
| Preço | R$ 17,00 | R$ 29,75 | R$ 42,50 | R$ 63,75 | R$ 76,50 |

a. Analisando o quadro, as grandezas consumo de energia elétrica e preço, nessa situação, são diretamente ou inversamente proporcionais? Justifique sua resposta.

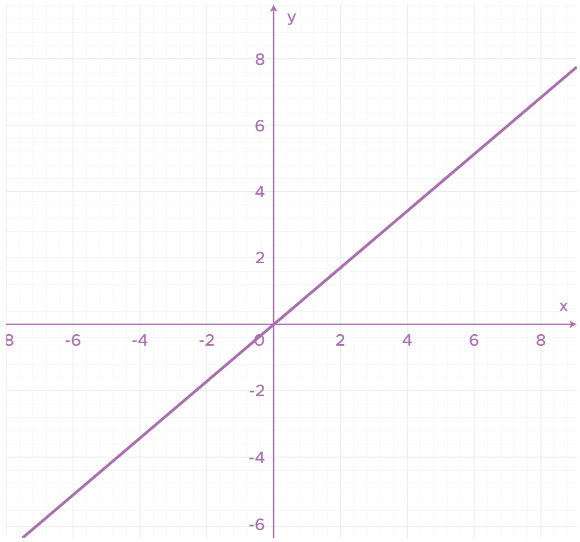
Resposta: As grandezas consumo de energia elétrica e preço, nessa situação, são **diretamente proporcionais**, pois o aumento do consumo de energia implica no aumento proporcional do preço a ser pago. Isso pode ser comprovado pelo cálculo da constante de proporcionalidade:

$$\frac{17,00}{20} = \frac{29,75}{35} = \frac{42,50}{50} = \frac{63,75}{75} = \frac{76,50}{90} = \mathbf{0,85}$$

b. Qual o valor da constante de proporcionalidade e qual expressão algébrica representa a relação entre as grandezas?

Resposta: A constante de proporcionalidade é igual a 0,85 e a expressão algébrica que representa a relação entre as grandezas consumo de energia elétrica e preço a ser pago é: $y = 0,85x$, sendo $x$ o consumo de energia elétrica e $y$ o preço.

c. Represente no plano cartesiano a relação entre as duas grandezas.




Fonte: elaborado para fins didáticos

## FINALIZANDO

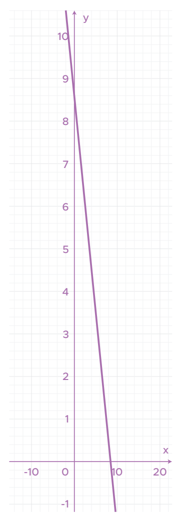
Ao término das aulas, verifique a aprendizagem sobre os conceitos trabalhados com perguntas, a exemplo de “O que vocês aprenderam hoje?” e “Como representar a variação entre duas grandezas no plano cartesiano?”. Realize intervenções caso algum termo ou tópico ainda não tenham sido compreendidos totalmente e, se necessário, mostre mais alguns exemplos de variação entre duas grandezas no plano cartesiano.

**4.** Um objeto inicialmente com temperatura igual a 85°C é resfriado de modo gradativo. A cada um minuto, sua temperatura diminui em 10°C. Sobre essa situação, resolva os seguintes itens:

**a.** As grandezas temperatura e tempo são diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais? Justifique sua resposta.

**Resposta: As grandezas tempo e temperatura, nesta situação, não são proporcionais, pois o aumento do tempo não implica em um decrescimento proporcional da temperatura. Isso pode ser justificado pelo fato de que não é possível obter uma constante de proporcionalidade: 85 x 0 ≠ 75 x 1 ≠ 65 x 2.**

**b.** Construa um plano cartesiano com a variação entre as grandezas temperatura e tempo.




Fonte: elaborado para fins didáticos

**c.** Em quanto tempo, o objeto atingirá a temperatura ambiente, ou seja, 25°C?

**Resposta: Os estudantes podem usar diversas estratégias para calcular o tempo necessário para que objeto atinja 25° C. Uma possibilidade é por meio da sentença algébrica que rege essa variação, ou seja, y = -10x + 85, sendo x o tempo e y a temperatura. Desse modo, tem-se:**

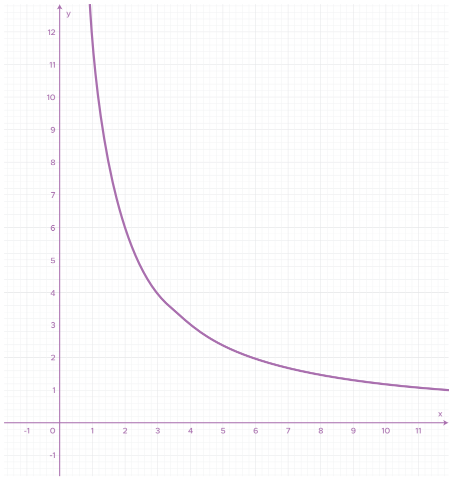
$$25 = -10x + 85 \rightarrow 25 - 85 = -10x + 85 - 85 \rightarrow -10x = -60 \rightarrow \frac{-10x}{-10} = \frac{-60}{-10} \therefore x = 6$$

**Portanto, o tempo gasto foi de 6 minutos.**

5. Para a finalização de uma obra, dispõe-se de três possibilidades de quantidades de operários. As opções estão explicitadas no quadro a seguir:

| Número de operários | 2 | 3 | 6 |
|---|---|---|---|
| Dias | 6 | 4 | 2 |

Construa no plano cartesiano a variação entre o número de operários e a quantidade de dias para finalizar a obra. Em seguida, indique se as grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais. Justifique sua resposta.




Fonte: elaborado para fins didáticos

As grandezas número de operações e dias são inversamente proporcionais, pois gráficos com formato de hipérbole sinalizam uma relação entre grandezas inversamente proporcionais.

# AULAS 7 E 8 – SITUAÇÕES ENVOLVENDO GRANDEZAS PROPORCIONAIS

## ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize os estudantes em duplas produtivas, atentando para os protocolos de higiene e distanciamento social.

## MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante.

## INICIANDO

Para finalizar o estudo da variação entre grandezas, sugerimos que retome com a turma o que eles aprenderam até o momento. Pode ser relevante apresentar alguns exemplos de situações envolvendo duas grandezas e questionar se são diretamente, inversamente ou não proporcionais. A partir desse diálogo, reforce que nas Aulas 7 e 8 eles utilizarão esses conceitos para resolver situações práticas envolvendo esses conteúdos. Para isso, entregue o **Caderno do Estudante** para eles e, se as condições atuais da sua sala de aula permitirem, solicite que os estudantes se reúnam em duplas produtivas, mantendo o distanciamento social e respeitando os protocolos sanitários, para que juntos eles realizem as atividades.

## DESENVOLVENDO

Professor, antes da realização das atividades, é importante discutir com a turma a propriedade fundamental das proporções.



# AULAS 7 E 8 – SITUAÇÕES ENVOLVENDO GRANDEZAS PROPORCIONAIS

**Objetivos das aulas:**
- Resolver situações-problema envolvendo grandezas diretamente proporcionais;
- Resolver situações-problema envolvendo grandezas inversamente proporcionais;
- Elaborar situações-problema envolvendo grandezas diretamente proporcionais;
- Elaborar situações-problema envolvendo grandezas inversamente proporcionais.

**1.** Karoline aprendeu nas aulas de Ciências que a **densidade** (d) é uma propriedade intrínseca de cada material e consiste na razão entre duas grandezas, a massa (m) e o volume (V): $d = \frac{m}{V}$. Ela, ao chegar em casa, empolgada com o aprendizado, realizou um experimento simples para verificar tal conceito na prática. Ela colocou, em uma jarra, um volume inicial de 200 mL de óleo de cozinha. Para calcular a sua massa, ela pesquisou em um livro e verificou que a densidade do óleo de cozinha é igual a 0,87 g/mL. Ela foi acrescentando mais óleo à jarra, medindo o seu volume para obter a massa em cada situação. Os resultados encontrados por Karoline foram os seguintes:

| Volume de óleo de cozinha (V) | Densidade do óleo de cozinha (d) | Massa do óleo de cozinha (m) |
|---|---|---|
| 200 mL | 0,87 g/mL | $m = d \cdot V = 0{,}87 \cdot 200 =$ **174g** |
| 400 mL | 0,87 g/mL | $m = d \cdot V = 0{,}87 \cdot 400 =$ **348g** |
| 500 mL | 0,87 g/mL | $m = d \cdot V = 0{,}87 \cdot 500 =$ **435g** |

a. Assinale a alternativa com a conclusão correta de Karoline, após o experimento:

(A) As grandezas volume e massa de óleo de cozinha são diretamente proporcionais.

(B) As grandezas volume e massa de óleo de cozinha são inversamente proporcionais.

(C) As grandezas volume e massa de óleo de cozinha não são proporcionais.

(D) Ao dobrar o volume de óleo de cozinha, a massa do óleo triplicou.

Resposta: As grandezas volume e massa de óleo de cozinha são diretamente proporcionais, pois o aumento de uma das grandezas provoca o aumento da outra de forma proporcional. Isso é percebido no experimento realizado por Karoline quando ela dobra o volume de óleo: 2 x 200 mL = 400 mL, pois a massa também dobra: 2 x 174g = 348g. O mesmo ocorre quando o volume é aumentado em 1,25 vezes: 1,25 x 400 mL = 500 mL, pois a massa também aumenta em 1,25 vezes: 1,25 x 348g = 435 g. **Alternativa A.**

Saliente que, nos casos em que temos duas grandezas inversamente proporcionais, deve-se inverter o numerador e o denominador de uma das razões. Combine um tempo para que a turma realize as atividades nas duplas e incentive-os para que pensem juntos na solução delas. Em seguida, sugerimos que eles sejam convidados a explicitar como as solucionaram.

Propomos que um tempo maior seja destinado à socialização da Atividade 5, em que eles deverão propor uma situação-problema, envolvendo duas grandezas diretamente proporcionais ou duas grandezas inversamente proporcionais. Se julgar pertinente, você pode solicitar que as duplas permutem as atividades propostas e

b. Se Karoline continuasse o experimento e medisse os volumes de 600 mL, 750 mL e 1 litro, quais seriam as massas de óleo de cozinha para esses três volumes?

**Resposta: Os estudantes, cientes de que as grandezas volume e massa de óleo de cozinha são diretamente proporcionais, podem usar diversas estratégias para obter os volumes solicitados. A possibilidade mais provável é seguir o raciocínio de Karoline e utilizar a sentença algébrica:**

$$m = d \cdot V = 0{,}87 \cdot 600 = \mathbf{522g}$$

$$m = d \cdot V = 0{,}87 \cdot 750 = \mathbf{625{,}5g}$$

$$m = d \cdot V = 0{,}87 \cdot 1\,000 = \mathbf{870g}$$

2. Uma operadora de telefonia oferece um plano de internet com 6 GB para uso em dados móveis com custo mensal igual a R$ 19,99. Ao ultrapassar essa franquia, o usuário paga o custo mensal acrescido de R$ 1,10 a cada 100 MB de uso. David contratou esse plano e, em determinado mês, usou 8,5 GB de internet em dados móveis. Sabendo que 1 GB = 1 024 MB, qual o valor da conta paga por David no referido mês?

a. R$ 27,50
b. R$ 28,16
c. R$ 47,49
d. R$ 48,15

Explique aqui seu raciocínio

**Resposta: Espera-se que os estudantes observem que David ultrapassou 8,5 GB – 6 GB = 2,5 GB da franquia disponibilizada, logo, consumiu 2,5 GB x 1 024 MB = 2 560 MB a mais no referido mês. A cada 100 MB ultrapassados da franquia, o usuário paga R$ 1,10. Ao aplicar a propriedade fundamental das proporções, tem-se:** $\frac{100}{2560} = \frac{1{,}10}{x} \Longrightarrow 100x = 2816 \Longrightarrow \frac{100x}{100} = \frac{2816}{100} \therefore x = 28{,}16$

**Por fim, o valor total da conta é 19,99 + 28,16 = R$ 48,15. Alternativa D.**

3. Para encher totalmente um reservatório com capacidade máxima de 600 L, Cássio enche completamente 60 vezes um balde com capacidade igual a 10 L. Quantos baldes completamente cheios seriam necessários para encher totalmente o tanque se a capacidade de cada balde fosse igual a 15 litros?

**Resposta: Espera-se que os estudantes observem que as grandezas quantidade de vezes em que o balde precisará ser cheio e capacidade do balde são inversamente proporcionais, pois se a capacidade do balde aumenta, então, a quantidade de vezes em que o balde precisará ser cheio para encher o reservatório será menor. Desse modo, para calcular a quantidade de vezes em que o balde precisará ser cheio, os estudantes podem utilizar a propriedade fundamental das proporções. No entanto, será necessário inverter o numerador e o denominador de uma das razões. Esse procedimento é necessário quando queremos calcular um valor desconhecido na análise da variação entre duas grandezas inversamente proporcionais. Desse modo, tem-se:**

$$\frac{60\ vezes}{x\ vezes} = \frac{10\ L}{15\ L} \Rightarrow \frac{x\ vezes}{60\ vezes} = \frac{10\ l}{15\ L} \Longrightarrow 15x = 600 \therefore x = 40\ vezes$$

solucionem as situações-problema do colega. Esse pode ser um ótimo momento para a consolidação do que foi estudado e para incentivar o protagonismo dos estudantes no processo de ensino-aprendizagem.

## FINALIZANDO

Sugerimos que as aulas sejam finalizadas com uma exposição das situações-problema construídas pelos estudantes. Desse modo, pode ser realizada uma retomada, com exemplos propostos por eles próprios, sobre o estudo da variação entre grandezas diretamente e inversamente proporcionais, valorizando a produção deles.

**4.** Um trem partiu de uma estação A às 9h11min e chegou à estação B às 9h19min, mantendo uma velocidade média de 21 km/h durante todo o trajeto. Se o mesmo percurso fosse realizado com uma velocidade média de 28 km/h, a que horas esse trem chegaria na estação B?

**Resposta: Inicialmente, os estudantes devem observar que o trem gastou 9h19min – 9h11min = 8 minutos no trajeto da estação A à estação B. Uma vez que a velocidade média foi igual a 21 km/h, a distância entre as estações é, aplicando a propriedade fundamental das proporções, a seguinte:**

$$\frac{21\,km}{x} = \frac{60\,min}{8\,min} \Longrightarrow 60x = 168 \Longrightarrow \frac{60x}{60} = \frac{168}{60} \therefore x = 2{,}8\,km$$

**Desse modo, se o mesmo percurso fosse realizado com uma velocidade média igual a 28 km/h, teríamos o seguinte tempo gasto:**

$$\frac{28\,km}{2{,}8\,km} = \frac{60\,min}{y} \Longrightarrow 28y = 168 \Longrightarrow \frac{28y}{28} = \frac{168}{28} \therefore y = 6\,minutos$$

**Portanto, o trem chegaria às 9h11min + 6 min = 9h17min.**

**5.** Agora é a sua vez de ser protagonista no seu aprendizado! Elabore uma situação-problema que envolva duas grandezas diretamente ou inversamente proporcionais. Em seguida, apresente a solução.

**Resposta: É importante que aqui os estudantes usem a criatividade e o conhecimento adquirido durante as aulas para elaborar uma situação-problema envolvendo a variação entre grandezas. É de extrema importância que eles elaborem uma proposta de atividade envolvendo duas grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, e que estejam cientes da variação correta ao construir a atividade. Esteja atento, professor, a esse fato.**

**Você pode solicitar que, em seguida, o próprio estudante, autor da atividade a resolva, verificando se, de fato, as grandezas propostas por ele são diretamente ou inversamente proporcionais. Ou você pode, se as atividades estiverem sendo realizadas em duplas produtivas, solicitar que eles permutem a situação-problema para que o colega a solucione.**

## ANOTAÇÕES

## ANOTAÇÕES

# SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

# 8º ANO – SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

## OLÁ, PROFESSOR!

Nesta Sequência de Atividades, falamos diretamente com você que está aí, na sala de aula, no convívio direto com os estudantes, que terão a oportunidade de se envolver com atividades que possibilitam a retomada de conceitos, propriedades e procedimentos essenciais ao desenvolvimento de seus conhecimentos e capacidades em matemática.

As atividades devem ser desenvolvidas considerando os protocolos de higiene e distanciamento social, favorecendo a interação, o compartilhamento de conhecimentos e a colaboração para que os estudantes desenvolvam as habilidades: **(EF07MA18) Resolver e elaborar situações-problema que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma ax + b = c, fazendo uso das propriedades da igualdade**; e **(EF08MA07) Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano**. Além disso, as socializações das atividades, por parte dos estudantes, são percebidas aqui como oportunidades de serem desenvolvidas habilidades e competências que dizem respeito à cooperação, à empatia, à argumentação, à comunicação, entre outras.

| AULA/TEMPO | ATIVIDADE |
|---|---|
| 1ª/45 min | COMO USAR A LINGUAGEM ALGÉBRICA NAS EQUAÇÕES POLINOMIAIS DO 1º GRAU? |
| 2ª/45 min | |
| 3ª/45 min | EQUAÇÕES POLINOMIAIS DO 1º GRAU: PARA QUE SERVEM? |
| 4ª/45 min | |
| 5ª/45 min | EQUAÇÕES POLINOMIAIS DO 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS NO PLANO CARTESIANO |
| 6ª/45 min | |
| 7ª/45 min | EQUAÇÕES LINEARES DO 1º GRAU E O PLANO CARTESIANO |
| 8ª/45 min | |

Professor, a sua atuação é muito importante em cada uma das situações propostas aqui. Este caderno deverá servir como uma ferramenta que o auxiliará no processo de ensino, sendo necessário, portanto, que você considere, em seu planejamento, outras possibilidades de discussão e recursos.

# SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

## AULAS 1 E 2 – COMO USAR A LINGUAGEM ALGÉBRICA NAS EQUAÇÕES POLINOMIAIS DO 1º GRAU?

Objetivos das aulas:
- Expressar sentenças matemáticas por meio de linguagem algébrica;
- Discutir o conceito de incógnita em uma expressão algébrica;
- Identificar uma equação polinomial de 1° grau no formato ax + b = c.

Você, possivelmente, já deve ter se perguntado por que usamos letras na Matemática, já que essa disciplina lida com números, certo? Entretanto, quando queremos generalizar uma sentença matemática que se aplica a todas as situações numéricas, utilizamos letras ou símbolos. A área da Matemática responsável por esses estudos é a Álgebra. Nas atividades a seguir, você aprenderá como utilizar a linguagem algébrica em situações envolvendo equações polinomiais do 1° grau. Vamos lá?

**1.** No Brasil, quando queremos nos comunicar com outras pessoas, seja oralmente ou por escrito, utilizamos a Língua Portuguesa. Com a Matemática, especificamente nos estudos da Álgebra, não é diferente. Ela possui uma linguagem própria que, quando utilizada corretamente, permite o diálogo preciso sobre um conceito ou sentença matemática. Por exemplo, quando queremos nos referir ao dobro de um número qualquer, em linguagem algébrica, podemos utilizar as seguintes representações: 2a, 2k, 2x... Ou seja, o dobro de um número é o produto entre 2 e um número qualquer (representado por uma letra ou símbolo). Já a quarta parte de um número pode ser representada por: $\frac{b}{4}, \frac{t}{4}, \frac{y}{4}$...
Agora é a sua vez! Escreva em linguagem algébrica as seguintes sentenças:

a. O triplo de um número.

Espera-se que os estudantes identifiquem que o triplo de um número pode ser expresso em linguagem algébrica por: **3a**, **3b**, **3c**... A letra ou símbolo fica à escolha do estudante.

b. A metade de um número.

Espera-se que os estudantes identifiquem que a metade de um número pode ser expressa em linguagem algébrica por: $\frac{x}{2}$

c. O sêxtuplo de um número mais quatro unidades.

Espera-se que os estudantes identifiquem que o sêxtuplo de número somado a quatro pode ser expresso em linguagem algébrica por: **6x + 4**.

## AULAS 1 E 2 – COMO USAR A LINGUAGEM ALGÉBRICA NAS EQUAÇÕES POLINOMIAIS DO 1º GRAU?

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize as carteiras em formato de "U" ou em círculo.

### MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante.

### INICIANDO

Para iniciar os estudos sobre as equações polinomiais do 1º grau, sugerimos que as Aulas 1 e 2 sejam iniciadas com uma conversa com a turma sobre a representação de sentenças matemáticas por meio de linguagem algébrica. Nos estudos da Unidade Temática Álgebra, utilizamos letras ou símbolos para comunicar situações e expressar sentenças matemáticas com uma linguagem própria. Essa discussão prévia pode ser interessante para que os estudantes, durante a execução das atividades, reconheçam a linguagem algébrica como uma ferramenta importante para a resolução de diversas situações.

A partir desse momento, sugerimos que o **Caderno do Estudante** seja entregue aos estudantes e uma leitura coletiva e minuciosa do texto introdutório e da Atividade 1 seja realizada. Esses enunciados ampliam a conversa inicial e consolidam a reflexão sobre o uso da linguagem algébrica para expressar situações que podem ser solucionadas por meio de uma equação polinomial do 1º grau. Pode ser interessante que você realize alguns itens da Atividade 1 de modo coletivo, para que os estudantes consigam representar, com letras ou símbolos, palavras e termos comuns em situações-problema que podem ser solucionadas por meio de uma equação polinomial do 1º grau.

### CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Ressalte para os estudantes que na representação de sentenças matemáticas com linguagem algébrica, podemos utilizar quaisquer letras do alfabeto ou símbolos. Comumente, utilizamos as letras x e y, mas não é regra. Esse aspecto é importante para que os estudantes não associem, por exemplo, a representação das incógnitas somente à letra x.



d. Oito subtraído a quinta parte de um número.

**Espera-se que os estudantes identifiquem que oito subtraído a quinta parte de um número pode ser expresso em linguagem algébrica por: $8 - \frac{x}{5}$.**

e. O óctuplo de um número mais um é igual a doze.

**Espera-se que os estudantes identifiquem que a sentença dada pode ser expressa em linguagem algébrica por: 8x + 1 = 12.**

**2.** Elaine aprendeu nas aulas de Matemática que a linguagem algébrica, com o uso de letras ou símbolos, é importante para representar números em algumas situações. De modo a exercitar a conversão de linguagem algébrica para língua portuguesa, ela construiu um quadro em seu caderno com algumas expressões algébricas em uma coluna, e o seu significado em outra. Preencha as anotações de Elaine de forma correta, seguindo o exemplo.

| Expressão | Significado |
|---|---|
| 4x | O quádruplo de um número ou um número multiplicado por quatro |
| 6y | **O sêxtuplo de um número ou um número multiplicado por seis** |
| $\frac{t}{3}$ | **A terça parte de um número ou um número dividido por três** |
| $x + \frac{x}{4}$ | **Um número somado com a sua quarta parte ou um número multiplicado por $\frac{5}{4}$ ou o quíntuplo de um número dividido por quatro** |
| $\frac{9a}{2}$ | **O nônuplo de um número dividido por dois ou um número multiplicado por $\frac{9}{2}$** |
| $7w - \frac{w}{12}$ | **O sétuplo de número menos a sua duodécima parte ou um número multiplicado por sete, menos esse mesmo número dividido por 12** |
| 0,5b | **Um número multiplicado por 0,5 ou a metade de um número** |
| 10p | **O décuplo de um número ou um número multiplicado por dez** |
| 3q · 8r | **O triplo de um número multiplicado pelo óctuplo de outro número** |

## DESENVOLVENDO

Durante a discussão das atividades, incentive os estudantes a expressarem como eles pensaram para representar as situações propostas com linguagem algébrica. Especificamente na Atividade 3, sugerimos que uma leitura e discussão do enunciado seja feita com a turma, com o objetivo de discutir o conceito de incógnita. Destaque que as incógnitas representam um valor único em uma determinada situação. Pode ser interessante, neste momento, também discutir o conceito de variável, diferenciando-o de incógnita. É importante que essa distinção seja explorada com a turma, pois ambas podem ser representadas com linguagem algébrica. Se os estudantes apresentarem

**3.** Os preços dos produtos de uma lanchonete estão descritos no quadro a seguir:

| Lanche | Preço |
|---|---|
| Salgado | 3,00 |
| Sanduíche | 4,00 |
| Suco | 5,00 |
| Brigadeiro | 1,00 |

Fonte: elaborado para fins didáticos.

Escreva, em linguagem algébrica, uma expressão que represente o valor total igual a R$ 261,00 vendido em um dia.

Nessa atividade, os estudantes devem representar a quantidade vendida de cada lanche por letras ou símbolos (à escolha deles), multiplicar pelos preços unitários e, por fim, somar o valor vendido de cada lanche para obter o valor total. Uma possibilidade de resposta é a seguinte:

**$3x + 4y + 5z + t = 261$.**

**4.** No estudo das expressões algébricas, quando queremos encontrar o valor de um termo desconhecido representado por uma letra ou símbolo, estamos em busca da **incógnita**. Ela representa um valor único para uma determinada expressão algébrica. Por exemplo, na sentença $x + 8 = 15$, a letra x representa a incógnita, pois um único valor atende a essa expressão, ou seja, $x = 7$. Identifique, nas expressões algébricas a seguir, qual símbolo ou letra representa a incógnita e o seu valor.

a. $x + 2 = 10$.

A expressão algébrica contém a incógnita x e o seu valor é igual a 8.

b. $4 + a = 9$.

A expressão algébrica contém a incógnita a e o seu valor é igual a 5.

c. $f - 23 = 2$.

A expressão algébrica contém a incógnita f e o seu valor é igual a 25.

## FINALIZANDO

Ao término das atividades, revise com os estudantes o que eles aprenderam nas aulas. Retome com eles o conceito de incógnita e como identificar se uma expressão algébrica é uma equação polinomial do 1º grau. Caso ainda haja algum questionamento sobre esses conceitos, pode ser útil a realização de mais alguns exemplos na lousa, dialogando com a turma sobre o uso da linguagem algébrica para representar sentenças matemáticas.

dificuldades nesses conceitos, você pode discutir situações envolvendo incógnitas e variáveis com alguns exemplos na lousa, além dos propostos nas atividades.

A Atividade 5 aborda o reconhecimento de uma equação polinomial do 1º grau. Convide alguns estudantes para explicar como pensaram para identificar se a expressão algébrica dada é uma equação polinomial do 1º grau ou não. Eles devem verificar que as incógnitas precisam possuir grau 1. Explore bem como os estudantes realizaram essa atividade, pois, a partir dela, eles já podem se preparar para os assuntos que serão trabalhados nas aulas subsequentes, sem necessariamente, por ora, formalizar a resolução desse tipo de equação.

d. p + 40 = 73.

A expressão algébrica contém a incógnita p e o seu valor é igual a 33.

e. 2,5 + k = 8,5

A expressão algébrica contém a incógnita k e o seu valor é igual a 6.

f. $m + \frac{3}{8} = 10$

A expressão algébrica contém a incógnita *m* e o seu valor é igual a:

$m + \frac{3}{8} = 10 \Rightarrow m + \frac{3}{8} - \frac{3}{8} = 10 - \frac{3}{8} \Rightarrow m = \frac{80}{8} - \frac{3}{8} \therefore m = \frac{77}{8}$.

5. As expressões algébricas que possuem uma incógnita com grau 1, ou seja, expressões em que o expoente da letra ou símbolo que representa a incógnita possui expoente igual a 1, são chamadas de **equações polinomiais do 1° grau**. Identifique nos itens a seguir se as expressões algébricas são equações polinomiais do 1° grau ou não:

| | Expressão algébrica | É equação polinomial do 1° grau ou não? |
|---|---|---|
| a. | $5t + 9 = 14$ | Sim |
| b. | $6p^2 = 36$ | Não |
| c. | $x - 5 = 10$ | Sim |
| d. | $6 - 3j = 18$ | Sim |
| e. | $0x + 9 = 15$ | Não |
| f. | $y^3 + y = 30$ | Não |
| g. | $7a = 49$ | Sim |
| h. | $0{,}1b - 5 = 0$ | Sim |
| i. | $4 + \frac{u}{2} = 3{,}1$ | Sim |

# AULAS 3 E 4 – EQUAÇÕES POLINOMIAIS DO 1º GRAU: PARA QUE SERVEM?

Objetivos das aulas:
- Representar, por meio de uma equação polinomial do 1º grau, sentenças matemáticas em situações-problema;
- Calcular o valor de incógnitas em situações-problema representadas por equações polinomiais do 1º grau;
- Elaborar situações-problema que possam ser solucionadas por meio de uma equação polinomial do 1º grau.

As equações polinomiais do 1º grau são muito úteis para encontrar valores desconhecidos em situações importantes da Matemática e em atividades do nosso dia a dia. Nas atividades a seguir, você aprenderá como expressar sentenças matemáticas no formato de uma equação polinomial do 1º grau e como calcular o valor de uma incógnita por meio do princípio da equivalência. Vamos lá?

**1.** No estudo das equações algébricas, quando queremos obter um termo desconhecido, nós estamos em busca do valor da **incógnita**. Esse conceito aparece com frequência em situações envolvendo equações polinomiais do 1º grau. Observe:

*Em uma turma com 30 estudantes, a quantidade de meninas é igual a 18.*
*Quantos meninos há nessa turma?*

Nessa situação, a incógnita (valor desconhecido) é a quantidade de meninos. Podemos representar, por exemplo, a incógnita com a letra **m**. Desse modo, temos a seguinte equação polinomial do 1º grau: **18 + m = 30.**

Nesse tipo de equação, as incógnitas admitem apenas um valor como solução. Nesse caso, m é igual a 12.

Leia as seguintes situações e represente-as por meio de uma equação polinomial do 1º grau com uma incógnita:

**a.** A soma das idades de Carla e Jéssica é igual a 42. Carla possui 18 anos. Escreva uma equação polinomial do 1º grau em que a idade de Jéssica é a incógnita.

Uma possibilidade de resposta é $18 + x = 42$.

**b.** Nicolas foi à padaria e comprou um pacote com pães de forma e uma quantidade de queijo que custou R$ 12,00. O total da compra foi igual a R$ 17,50. Escreva uma equação polinomial do 1º grau em que o preço do pacote de pães de forma é a incógnita.

Uma possibilidade de resposta é $12 + x = 17{,}50$.

## AULAS 3 E 4 – EQUAÇÕES POLINOMIAIS DO 1º GRAU: PARA QUE SERVEM?

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize os estudantes em duplas produtivas, respeitando os protocolos de higiene e distanciamento social.

### MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante.

### INICIANDO

Nas Aulas 3 e 4, o conceito de equação polinomial do 1º grau será explorado com mais detalhes, de modo a representar sentenças matemáticas em situações-problema por meio desse tipo de expressão algébrica. Desse modo, é interessante que você tenha uma conversa inicial com os estudantes relembrando como representar uma sentença com linguagem algébrica em língua portuguesa. Além disso, você pode perguntar para a turma “O que é uma incógnita?” e “Como podemos representá-la?”, uma vez que esse conceito é bem importante nas resoluções de equações polinomiais do 1º grau.

As atividades propostas contemplarão o desenvolvimento da habilidade de calcular o valor de incógnitas em situações-problema representadas por equações polinomiais do 1º grau. A partir dessa conversa inicial, organize a sala de aula em duplas produtivas, atentando para os protocolos sanitários de higiene e distanciamento social. Se não for possível, as atividades podem ser realizadas de modo individual. Em seguida, sugerimos que entregue para a turma o **Caderno do Estudante** e realize a leitura coletiva do texto introdutório para ampliar a discussão sobre equações polinomiais do 1º grau.

## DESENVOLVENDO

Enquanto os estudantes estão realizando as atividades, é interessante que você circule pela sala verificando a discussão entre as duplas. Esteja atento às estratégias que eles estão utilizando para solucionar as equações polinomiais do 1º grau. Realize a leitura conjunta dos enunciados, principalmente da Atividade 2, em que é discutido o princípio da equivalência na obtenção do valor da incógnita nas equações polinomiais do 1º grau. Em seguida, combine com a turma um tempo para a realização das atividades e, se preciso, realize uma intervenção coletiva se houver uma incompreensão generalizada de algum item.

Após a resolução das atividades, propomos perguntas a exemplo de: "Como vocês obtiveram o valor da incógnita na Atividade 3?", "Por que dessa forma?", "Existe outra estratégia?", e outras perguntas que julgar pertinente. É sempre bom instigar a turma para investigar, argumentar, levantar hipóteses e socializar estratégias para solucionar as situações propostas.



c. Em um bimestre, o professor de Augusto realizou duas atividades. Cada uma delas possuía pontuação máxima igual a dez. Para calcular a média bimestral, o professor somou as duas notas e dividiu o resultado por dois. Augusto obteve nota 8,2 em uma das atividades, e sua média bimestral foi igual a 7,4. Nessa situação, escreva uma equação polinomial do 1º grau em que a nota da segunda atividade feita por Augusto é a incógnita.

Uma possibilidade de resposta é $\frac{8{,}2 + x}{2} = 7{,}4$.

d. Katia fez uma caminhada de 6,4 km em dois trechos. No primeiro, ela percorreu uma distância de 2,8 km. Escreva uma equação polinomial do 1º grau em que a distância do segundo trecho percorrido por Katia é a incógnita.

Uma possibilidade de resposta é 2,8 + x = 6,4.

2. Para encontrar o valor da incógnita em uma equação polinomial do 1º grau, podemos isolar a letra ou símbolo que representa a incógnita em um dos lados da igualdade. Por exemplo, para a equação 4x + 5 = 13, para isolar o x, podemos usar o **princípio da equivalência** e subtrair cinco em ambos os lados para eliminar o cinco do lado esquerdo:

$$4x + 5 \mathbf{- 5} = 13 \mathbf{- 5} \longrightarrow 4x = 8$$

Por fim, dividimos ambos os lados da igualdade por quatro para obter o valor de x:

$$\frac{4x}{\mathbf{4}} = \frac{8}{\mathbf{4}} \longrightarrow x = 2$$

Agora é a sua vez! Encontre as incógnitas dos itens da Atividade 1:

| Incógnita | Resolução da equação polinomial do 1º grau |
|---|---|
| Idade de Jéssica | 18 + x = 42 ⟶ 18 + x - 18 = 42 - 18<br>x = 24 anos |
| Preço do pacote de pães | 12 + x = 17,50 ⟶ 12 + x - 12 = 17,50 - 12<br>x = R$ 5,50 |
| Nota da avaliação de Augusto | $\frac{8{,}2 + x}{2} = 7{,}4 \longrightarrow 8{,}2 + x = 14{,}8 \longrightarrow 8{,}2 - 8{,}2 + x = 14{,}8 - 8{,}2$<br>x = 6,6 |
| Distância do 2º trecho percorrido por Katia | 2,8 + x = 6,4 ⟶ 2,8 + x - 2,8 = 6,4 - 2,8<br>x = 3,6 km |

Fonte: elaborado para fins didáticos.

Especificamente para a socialização da Atividade 5, sugerimos que um tempo maior seja destinado, pois eles deverão propor uma situação-problema que possa ser solucionada por meio de uma equação polinomial do 1º grau. Você pode solicitar que as duplas permutem as atividades propostas e solucionem as situações-problema construídas pelo colega. Esse pode ser um ótimo momento para a consolidação do que foi estudado e para incentivar o protagonismo dos estudantes no processo de ensino-aprendizagem.

3. Um supermercado atacadista oferece um desconto no preço dos produtos se o cliente compra uma quantidade mínima. Os preços de dois itens estão explicitados no quadro a seguir, com exceção do preço no atacado do produto A:

| | Preço no varejo | Preço no atacado | Quantidade mínima |
|---|---|---|---|
| Produto A | R$ 3,89 | x | 6 |
| Produto B | R$ 1,55 | R$ 1,43 | 8 |

Fonte: elaborado para fins didáticos.

Suponha que um cliente comprou sete itens do produto A e cinco itens do produto B, e pagou R$ 33,23. Qual o valor do preço no atacado do produto A?

**Espera-se que os estudantes identifiquem que o preço no atacado do produto A é a incógnita. Além disso, eles devem identificar que o cliente pagou o preço no atacado para o produto A e pagou o preço no varejo para o produto B. Logo, uma possibilidade de equação polinomial do 1º grau para expressar essa situação é: $7x + 5 \cdot 1,55 = 33,23 \rightarrow 7x + 7,75 = 33,23$. Para solucioná-la, os estudantes podem realizar o seguinte:**

$7x + 7,75 = 33,23 \rightarrow 7x + 7,75 - 7,75 = 33,23 - 7,75$

$7x = 25,48 \rightarrow \frac{7x}{7} = \frac{25,84}{7} \rightarrow x = 3,64$

**Portanto, o preço no atacado do produto A é igual a R$ 3,64.**

4. A soma de três números consecutivos é igual a 111. Quais são esses números?

**Para solucionar essa atividade, os estudantes podem escrever os três números consecutivos com a seguinte representação algébrica: x, x +1, x + 2. Logo, uma possibilidade de equação polinomial do 1º grau que expressa essa situação é:**

$x + x + 1 + x + 2 = 111 \rightarrow 3x + 3 = 111$

**Solução:** $3x + 3 = 111 \rightarrow 3x + 3 - 3 = 111 - 3 \rightarrow 3x = 108 \rightarrow \frac{3x}{3} = \frac{108}{3} \rightarrow x = 36.$

**Portanto, os números são 36, 37 e 38.**

## FINALIZANDO

Sugerimos que as Aulas 3 e 4 sejam finalizadas com a socialização do que os estudantes aprenderam a respeito da obtenção do valor da incógnita em uma equação polinomial do 1º grau. Propomos que os estudantes sejam convidados a compartilhar seus pontos de vista sobre como pensaram. Identifique se houve dúvida na resolução de alguma atividade e, se necessário, complemente-as com outros exemplos.

# AULAS 5 E 6 – EQUAÇÕES POLINOMIAIS DO 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS NO PLANO CARTESIANO

## ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize as carteiras em formato de "U" ou em círculo.

## MATERIAIS NECESSÁRIOS

- Caderno do Estudante;
- Uma régua para cada estudante;
- Se possível, uma folha de papel quadriculado para cada estudante.

## INICIANDO

Com o objetivo de dar prosseguimento ao estudo das equações polinomiais do 1º grau, sugerimos que os estudantes sejam relembrados do que aprenderam nas aulas anteriores. Propomos que você retome, com uma breve conversa, o que eles aprenderam sobre como calcular o valor de uma incógnita por meio de uma equação polinomial do 1º grau.

Conduza o diálogo de modo a mostrar que as atividades propostas para as Aulas 5 e 6 continuarão a discutir essa importante estratégia para obter valores desconhecidos em situações-problema. Isso é importante para que os estudantes acionem os conhecimentos anteriores e associem a relação entre equações polinomiais do 1º grau, agora com duas incógnitas, e a sua representação no plano cartesiano. Nesse sentido, ao final das Aulas 5 e 6, espera-se que eles estejam aptos a representar equações polinomiais do 1º grau com duas incógnitas no plano cartesiano. Em consonância com esse diálogo inicial, propomos que o Caderno do Estudante seja entregue aos estudantes e uma leitura coletiva das atividades propostas seja realizada.

## DESENVOLVENDO

O texto introdutório e o enunciado da Atividade 1 apresenta uma discussão sobre o formato e a resolução de uma equação polinomial do 1º grau com duas incógnitas. Sugerimos que você realize uma leitura coletiva com os estudantes dessas partes e, em seguida, realize passo a passo o exemplo da referida atividade.



**5.** Agora é a sua vez! Elabore uma situação-problema que pode ser resolvida por meio de uma equação polinomial do 1° grau e, em seguida, solucione-a.

Espera-se que os estudantes elaborem uma situação-problema que envolva a obtenção de um valor desconhecido e que possa ser solucionada por meio de uma equação polinomial do 1° grau. Incentive-os a pensarem em uma situação próxima do dia a dia deles e, em seguida, apresente a resolução, mostrando o passo a passo do cálculo da incógnita. Por exemplo: "Em uma compra, o preço à vista de um produto é igual a R$ 24,99 e o valor a prazo é igual a R$ 27,86. Qual o valor do juro acrescido?" Essa situação pode ser solucionada por meio da seguinte equação polinomial do 1° grau, com x representando a incógnita, ou seja, o valor do juro:

$$24{,}99 + x = 27{,}86$$
$$24{,}99 - 24{,}99 + x = 27{,}86 - 24{,}99$$
$$x = 2{,}87.$$

## AULAS 5 E 6 – EQUAÇÕES POLINOMIAIS DO 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS NO PLANO CARTESIANO

Objetivos das aulas:
- Utilizar o plano cartesiano para localizar pontos representados por meio de pares ordenados (x, y);
- Representar equações polinomiais do 1° grau com duas incógnitas no plano cartesiano;
- Identificar o formato do gráfico de equações polinomiais do 1° grau com duas incógnitas no plano cartesiano.

Nas aulas anteriores, você aprendeu sobre o conceito de incógnita e como obter o valor delas na resolução de uma equação polinomial do 1° grau. Agora, vamos ampliar o nosso conhecimento e explorar como representar, no plano cartesiano, uma equação polinomial do 1° grau com duas incógnitas. Essas equações são representadas na forma: $ax + by = c$, em que **a**, **b** e **c** são números reais, com a e b diferentes de zero e **x** e **y** são as incógnitas. Vamos ver como isso ocorre na prática?

**1.** As equações polinomiais do 1° grau com duas incógnitas apresentam uma característica interessante. Nelas, os valores de y são dependentes dos valores de x, e vice-versa. Tal relação de dependência também é conhecida como par ordenado (x, y), importante conceito no estudo do plano cartesiano. Por exemplo, na equação $\mathbf{4x + 9y = 38}$, ao substituirmos o valor dois para y, temos, necessariamente, o seguinte valor para x:

$$4x + 9y = 38$$
$$4x + 9 \cdot 2 = 38$$
$$4x + 18 = 38$$
$$4x + 18 - 18 = 38 - 18$$

$4x = 20$

$$\frac{4x}{4} = \frac{20}{4}$$

$x = 5$

*Logo, temos, para y = 2, o par ordenado (5, 2)*

Agora é a sua vez! Calcule os valores de x para os valores de y correspondentes em cada equação polinomial do 1º grau com duas incógnitas a seguir e, em seguida, determine o par ordenado:

| | Equação | y | Cálculo de x | Par ordenado (x, y) |
|---|---|---|---|---|
| a. | $2x + 3y = 15$ | 1 | $2x + 3y = 15 \rightarrow 2x + 3 \cdot 1 = 15$ <br> $2x + 3 = 15 \rightarrow 2x + 3 - 3 = 15 - 3$ <br> $2x = 12 \rightarrow \frac{2x}{2} = \frac{12}{2} \therefore \mathbf{x = 6}$ | (6, 1) |
| b. | $y - 4x = 10$ | 50 | $y - 4x = 10 \rightarrow 50 - 4x = 10$ <br> $50 - 50 - 4x = 10 - 50$ <br> $-4x = -40 \rightarrow \frac{-4x}{-4} = \frac{-40}{-4} \therefore \mathbf{x = 10}$ | (10, 50) |
| c. | $-x + 7y = 0$ | 6 | $-x + 7y = 0 \rightarrow -x + 7 \cdot 6 = 0 \rightarrow$ <br> $-x + 42 = 0 \rightarrow -x + x + 42 = 0 + x$ <br> $\mathbf{x = 42}$ | (42, 6) |
| d. | $8y + 5x = 42$ | 4 | $8y + 5x = 42 \rightarrow 8 \cdot 4 + 5x = 42 \rightarrow$ <br> $32 + 5x = 42 \rightarrow 32 + 5x - 32 = 42 - 32 \rightarrow$ <br> $5x = 10 \rightarrow \frac{5x}{5} = \frac{10}{5} \therefore \mathbf{x = 2}$ | (2, 4) |
| e. | $0{,}6x + 0{,}2y = 1$ | 5 | $0{,}6x + 0{,}2y = 1 \rightarrow 0{,}6x + 0{,}2 \cdot 5 = 1$ <br> $0{,}6x + 1 = 1 \rightarrow 0{,}6x + 1 - 1 = 1 - 1$ <br> $0{,}6x = 0 \therefore \mathbf{x = 0}$ | (0, 5) |
| f. | $-9y - 12x = -240$ | 8 | $-9y - 12x = -240 \rightarrow (-9) \cdot 8 - 12x = -240 \rightarrow$ <br> $-72 - 12x + 72 = -240 + 72 \rightarrow -12x = -168$ <br> $\rightarrow \frac{-12x}{-12} = \frac{-168}{-12} \therefore \mathbf{x = 14}$ | (14, 8) |

Nas atividades subsequentes, a relação entre equações polinomiais do 1º grau com duas incógnitas e o plano cartesiano é explorada. Para ajudar a relembrar os estudantes, pode ser interessante desenhar um plano cartesiano e convidar alguns estudantes para localizar os pares ordenados.

Na Atividade 2, há uma proposta de situação-problema envolvendo o jogo *batalha naval*. Trata-se de um jogo composto por um tabuleiro, com formato semelhante a um plano cartesiano, em que dois jogadores devem adivinhar a localização das embarcações do adversário. Contudo, na atividade proposta há uma incrementação do jogo original, de modo a explorar o estudo das equações polinomiais do 1º grau com duas incógnitas no plano cartesiano. Você pode, inclusive, realizar essa atividade de modo prático, preparando antecipadamente algumas cópias de planos cartesianos, conforme descritos no enunciado, e reunir os estudantes em duplas para que eles joguem de acordo com as regras explicitadas no comando da atividade. Propomos que você dedique um tempo maior da aula para a discussão dessa atividade, convidando alguns estudantes para que socializem como pensaram as respostas dos itens "a" a "d". O que se pede nas letras "c" e "d" possibilita diversas possibilidades de equações. Desse modo, pode ser interessante convidá-los para socializar as equações pensadas para o mesmo item.

Na Atividade 3, eles precisarão construir um plano cartesiano e esboçar as retas que representam uma equação polinomial do 1º grau com duas incógnitas. Para isso, se possível, entregue uma folha de papel quadriculado e uma régua para cada estudante e oriente-os sobre como construir o plano cartesiano. Se não for possível, eles podem usar o espaço destinado à resposta na própria atividade. É importante que os estudantes saibam manusear a régua e atentem para a distância entre os números nos eixos, que devem possuir a mesma medida. Convide alguns deles para mostrar os planos cartesianos construídos e solicite que socializem como pensaram para construir as retas. Especificamente na letra C da Atividade 3, os estudantes devem identificar o formato comum dos gráficos dos itens A e B. Propomos que um debate seja realizado com a socialização das hipóteses dos estudantes. Destaque que a representação das equações polinomiais do 1º grau com duas incógnitas no plano cartesiano é sempre uma reta.

## FINALIZANDO

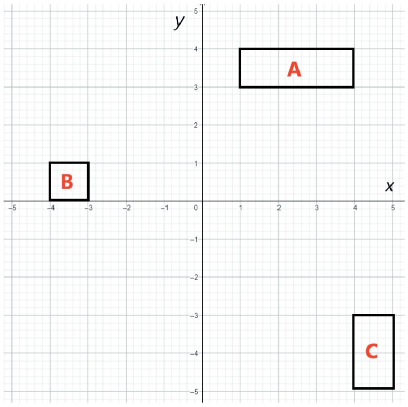
Sugerimos que as Aulas 5 e 6 sejam finalizadas, construindo com estudantes uma síntese do conteúdo matemático estudado. Essa retomada pode ser registrada na lousa em forma de listas com tópicos e subtópicos. Ao término das atividades, a expectativa é que os estudantes tenham compreendido o formato do gráfico de equações polinomiais do 1º grau com duas incógnitas no plano cartesiano.



**2. Tarcísio e Patrícia estão jogando *batalha naval*. O objetivo é localizar a posição de embarcações do adversário em um tabuleiro semelhante a um plano cartesiano. Para enriquecer o jogo, Tarcísio e Patrícia incrementaram algumas estratégias:**

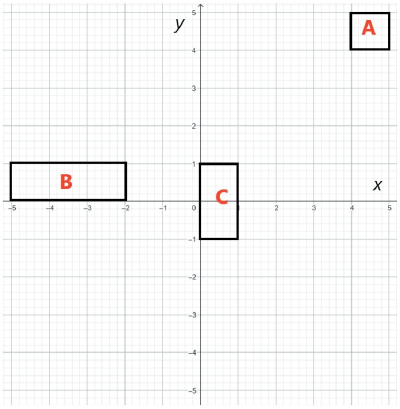
- Cada jogador constrói o tabuleiro para a escolha da posição das embarcações com quatro quadrantes, igual a um plano cartesiano, com coordenadas positivas e negativas, variando entre 5 e – 5 na horizontal e na vertical.
- Cada jogador escolhe a posição para três embarcações (uma composta por um quadrado no plano cartesiano, a segunda por dois quadrados e a terceira por três quadrados).
- Ao iniciar, o jogador da vez deve elaborar uma equação polinomial do 1º grau com duas incógnitas e escolher um valor para y.
- O jogador adversário calcula o valor de x com a equação e o valor de y dados.
- O jogador adversário monta o par ordenado e o localiza no tabuleiro.
- Se o jogador elaborador da equação acertar o par ordenado que toque qualquer extremidade da embarcação, ele ganha a rodada, podendo jogar novamente em seguida. O adversário, por sua vez, pinta todo o quadrado atingido.
- Se o jogador elaborador da equação não atingir qualquer extremidade de alguma das embarcações, o adversário fala "água" e joga.
- Vence quem acertar primeiro a localização das três embarcações do adversário.

Tabuleiro de Tarcísio:




Fonte: elaborado para fins didáticos

Tabuleiro de Patrícia:




Fonte: elaborado para fins didáticos

a. Na primeira rodada, Patrícia iniciou e escolheu a seguinte equação: 3x + 4y = 7 com y = 1. Ela atingiu alguma embarcação de Tarcísio? Justifique sua resposta.

**Espera-se que os estudantes, primeiramente, calculem o valor de x com a equação e o valor de y dados, ou seja:**

$$3x + 4y = 7 \rightarrow 3x + 4 \cdot 1 = 7 \rightarrow 3x + 4 = 7 \rightarrow 3x + 4 - 4 = 7 - 4 \rightarrow 3x = 3$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{3}{3} \therefore x = 1$$

**Desse modo, o par ordenado escolhido por Patrícia foi (1, 1). Ao verificar o tabuleiro de Tarcísio, ela não atingiu nenhuma embarcação dele.**

b. Tarcísio escolhe a equação: 2x + 5y = 1 para y = 1. Ele atingiu alguma embarcação de Patrícia? Justifique sua resposta.

**Espera-se que os estudantes, primeiramente, calculem o valor de x com a equação e o valor de y dados, ou seja:**

$$2x + 5y = 1 \rightarrow 2x + 5 \cdot 1 = 1 \rightarrow 2x + 5 = 1 \rightarrow 2x + 5 - 5 = 1 - 5 \rightarrow 2x = -4$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{-4}{2} \therefore x = -2$$

**Desse modo, o par ordenado escolhido por Tarcísio foi (– 2, 1). Ao verificar o tabuleiro de Patrícia, ele atingiu parte da embarcação B dela.**

c. Determine uma equação polinomial do 1º grau com duas incógnitas, escolhendo um valor para y, de modo que Patrícia atinja uma embarcação de Tarcísio. Mostre o par ordenado formado.

**As respostas para esse item são múltiplas. É esperado que os estudantes analisem os pares ordenados no tabuleiro de Tarcísio e escolham um deles, de modo a atingir uma das três embarcações. Por exemplo, o par ordenado (2, 4) faz parte da embarcação B. Uma possibilidade de equação polinomial do 1º grau com duas incógnitas para esse obter esse par ordenado é x + 2y = 10, com y = 4, pois**

$$x + 2y = 10 \rightarrow x + 2 \cdot 4 = 10 \rightarrow x + 8 = 10 \rightarrow x + 8 - 8 = 10 - 8 \therefore x = 2.$$

d. Agora determine uma equação polinomial do 1º grau com duas incógnitas, escolhendo um valor para y, de modo que Tarcísio NÃO atinja uma embarcação de Patrícia. Mostre o par ordenado formado.

**As respostas para esse item são múltiplas. É esperado que os estudantes analisem os pares ordenados no tabuleiro de Patrícia e escolham um deles de modo a não atingir uma das três embarcações. Por exemplo, o par ordenado (5, 3) não faz parte de nenhuma embarcação. Uma possibilidade de equação polinomial do 1º grau com duas incógnitas para obter esse par ordenado é 4x – 3y = 11, com y = 3, pois**

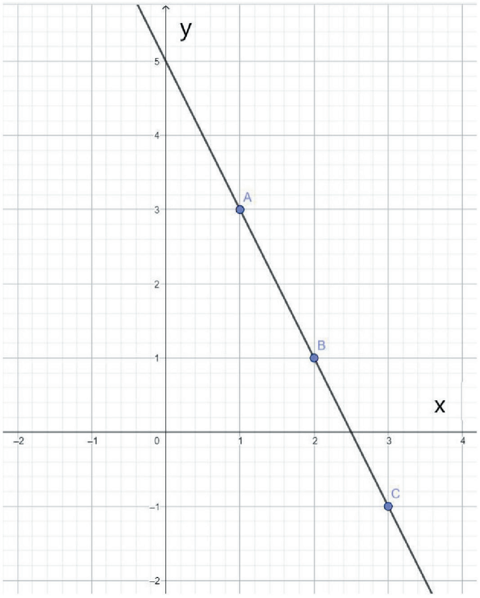
$$4x - 3y = 11 \rightarrow 4x - 3 \cdot 3 = 11 \rightarrow 4x - 9 = 11 \rightarrow 4x - 9 + 9 = 11 + 9 \rightarrow 4x = 20 \rightarrow \frac{4x}{4} = \frac{20}{4} \therefore x = 5.$$

**3.** Para representar uma equação polinomial do 1º grau com duas incógnitas no plano cartesiano, basta estabelecermos, ao menos, dois valores para x e calcular os valores de y correspondentes, ou vice-versa. Em seguida, marcamos os pares ordenados formados no plano e ligamos os pontos. Por exemplo, para a equação $2x + y = 5$:

| x | y | (x, y) |
|---|---|---|
| 1 | $2 \cdot 1 + y = 5 \longrightarrow 2 + y = 5 \longrightarrow y = 3$ | (1, 3) |
| 2 | $2 \cdot 2 + y = 5 \longrightarrow 4 + y = 5 \longrightarrow y = 1$ | (2, 1) |
| 3 | $2 \cdot 3 + y = 5 \longrightarrow 6 + y = 5 \longrightarrow y = -1$ | (3, – 1) |

Fonte: elaborado para fins didáticos

Ao marcar os pares ordenados formados no plano cartesiano, tem-se:



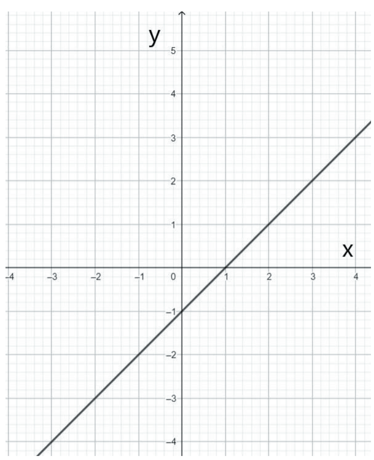

Fonte: elaborado para fins didáticos

Agora é a sua vez! Represente no plano cartesiano as seguintes equações polinomiais do 1º grau com duas incógnitas:

a. $x - y = 1$.

**Os estudantes podem escolher os valores que desejarem para x, com o objetivo de calcular y. Uma proposta de resposta está explicitada a seguir:**

| x | y | (x, y) |
|---|---|---|
| -1 | $-1 - y = 1 \rightarrow -1 - y + y = 1 + y \rightarrow y + 1 = -1$<br>$y + 1 - 1 = -1 - 1 \therefore y = -2$ | (-1, -2) |
| 0 | $0 - y = 1 \rightarrow 0 - y + y = 1 + y \rightarrow y + 1 = 0$<br>$y + 1 - 1 = 0 - 1 \therefore y = -1$ | (0, -1) |
| 1 | $1 - y = 1 \rightarrow 1 - y + y = 1 + y \rightarrow y + 1 = 1$<br>$y + 1 - 1 = 1 - 1 \therefore y = 0$ | (1, 0) |

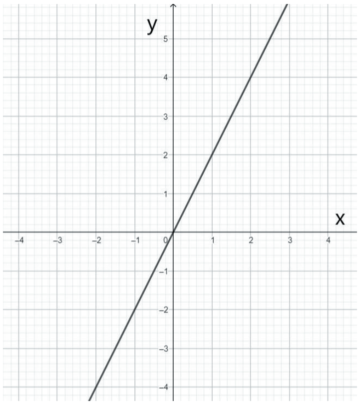



Fonte: elaborado para fins didáticos

b. $4x - 2y = 0$.

**Os estudantes podem escolher os valores que desejarem para x, com o objetivo de calcular y. Uma proposta de resposta está explicitada a seguir:**

| x | y | (x, y) |
|---|---|---|
| -1 | $4 \cdot (-1) - 2y = 0 \rightarrow -4 - 2y + 2y = 0 + 2y \rightarrow 2y = -4$ <br> $\frac{2y}{2} = \frac{-4}{2} \therefore y = -2$ | (-1, -2) |
| 0 | $4 \cdot 0 - 2y = 0 \rightarrow 0 - 2y + 2y = 0 + 2y \rightarrow 2y = 0 \therefore y = 0$ | (0, 0) |
| 1 | $4 \cdot 1 - 2y = 0 \rightarrow 4 - 2y + 2y = 0 + 2y \rightarrow 2y = 4 \therefore y = 2$ | (1, 2) |




Fonte: elaborado para fins didáticos

c. Qual a característica em comum nos gráficos obtidos?

**Os gráficos das equações polinomiais do 1º grau com duas incógnitas dos itens "a" e "b" possuem o formato de uma reta.**

# AULAS 7 E 8 – EQUAÇÕES LINEARES DO 1º GRAU E O PLANO CARTESIANO

Objetivos das aulas:

- Relacionar uma equação linear de 1° grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano;
- Averiguar que os pares ordenados que compõem uma reta no plano cartesiano são soluções de uma equação linear de 1° grau com duas incógnitas;
- Resolver situações-problema que envolvam a representação de uma equação linear de 1° grau com duas incógnitas no plano cartesiano.

**1.** Um restaurante faz entrega de comida através de um aplicativo de *delivery*. Nesse serviço, é cobrada uma taxa de entrega de acordo com a distância de onde foi feito o pedido ao estabelecimento. O cálculo dessa taxa é feito pela equação linear do 1° grau abaixo, em que **x** representa a distância da localização do cliente ao restaurante e **y** o valor total da taxa de entrega:

$$y = 0{,}6x + 2{,}5$$

a. Um usuário do aplicativo fez o seguinte pedido:

| Item | Valor |
|---|---|
| 1 Pizza G | R$ 38,00 |
| 1 Refrigerante 1 L | R$ 6,50 |
| 1 molho extra | R$ 1,75 |

Fonte: elaborado para fins didáticos

Sabendo que ele mora a 7 km do restaurante, qual o valor total da compra, considerando a taxa de entrega e a aplicação de um cupom de desconto de 20% no valor total a ser pago (compra + entrega)?

Espera-se que os estudantes calculem o valor da taxa de entrega por meio da equação linear do 1° grau com duas incógnitas dada, substituindo o valor de x por 7: $y = 0{,}6 \cdot 7 + 2{,}5 =$ R$ 6,70

Ao somar os valores dos itens com a taxa de entrega, tem-se:

$$38{,}00 + 6{,}50 + 1{,}75 + 6{,}70 = \text{R\$ } 52{,}95$$

Temos que o cupom de desconto aplicado na compra é de 20%, ou seja:

$$20\% = \frac{20}{100} = 0{,}2$$

Desse modo, o valor do desconto é igual a $0{,}2 \cdot 52{,}95 =$ R$ 10,59. Ao subtrair o valor total da compra pelo desconto, temos: R$ 52,95 – R$ 10,59 = **R$ 42,36**.

## AULAS 7 E 8 – EQUAÇÕES LINEARES DO 1º GRAU E O PLANO CARTESIANO

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize os estudantes em duplas produtivas, respeitando os protocolos de higiene e distanciamento social.

### MATERIAIS NECESSÁRIOS

- Caderno do Estudante;
- Uma régua para cada dupla;
- Se possível, uma folha de papel quadriculado para cada dupla (ou se for individual, um item para cada estudante).

### INICIANDO

Para iniciar as aulas 7 e 8, sugerimos que você inicie com uma conversa questionando os estudantes sobre o que eles aprenderam até o momento sobre equações polinomiais do 1° grau com duas incógnitas e a sua representação no plano cartesiano. Você pode realizar perguntas a exemplo de "Como construir o gráfico de uma equação polinomial do 1° grau com duas incógnitas?", "Como é o formato do gráfico desse tipo de equação?", "Sempre é nesse formato?" ou outras perguntas que você julgue pertinente. Conduza o diálogo de modo que os estudantes abordem aspectos que eles lembram e informe-os que o aprendizado sobre esses conceitos será ampliado. As atividades propostas aqui expõem situações-problema, baseadas no dia a dia, em que os estudantes observarão os pares ordenados dos gráficos construídos como soluções de uma equação polinomial do 1º grau com duas incógnitas.

## DESENVOLVENDO

Para o desenvolvimento das atividades propostas, organize os estudantes em duplas produtivas, atentando para os protocolos de higiene e distanciamento social. Em seguida, verifique se os estudantes possuem em mãos o Caderno do Estudante e conduza o diálogo inicial de modo a relembrar a relação entre uma equação polinomial de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.

Propomos que seja realizada uma leitura coletiva dos enunciados das atividades e possíveis dúvidas sobre o entendimento das questões seja solucionado nesse momento. Constitui-se como interessante, *a priori*, a realização de alguns exemplos para a obtenção do valor de uma incógnita, dado o valor de outra, em uma equação linear do 1º grau com duas incógnitas. Relembre-os que uma incógnita possui valor fixo. Desse modo, para cada valor atribuído a uma incógnita existe apenas um valor para a segunda.

Durante a realização das atividades, incentive para que cada dupla discuta ativamente as melhores estratégias para solucioná-las. Combine um tempo para que os estudantes realizem as atividades e solicite que, em seguida, socializem como pensaram. O importante é que os estudantes compartilhem com os colegas suas resoluções e possam apresentar suas conclusões de modo simples. Para a construção dos planos cartesianos, sugerimos que solicite previamente que os estudantes levem uma régua à aula e, se possível, uma folha de papel quadriculado. Se não for possível, eles podem construir nos espaços destinados às respostas após os enunciados. Pode ser interessante que eles exponham para os colegas os planos cartesianos construídos. Esse pode ser um momento dinâmico para consolidar o que foi aprendido e incentivar o protagonismo dos estudantes.



**b.** Outro cliente fez um pedido no valor total de R$ 28,60 já inclusa a taxa de entrega. Sabendo que ele mora a 1,9 km do restaurante, quanto custou o pedido (sem a taxa de entrega)?

Espera-se que os estudantes calculem o valor da taxa de entrega por meio da equação linear do 1º grau com duas incógnitas dada, substituindo o valor de x por 1,9:

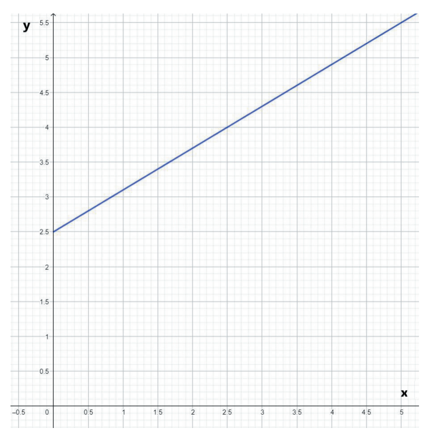
$$y = 0{,}6 \cdot 1{,}9 + 2{,}5 = \text{R\$ } 3{,}64$$

Ao subtrair o valor total pela taxa de entrega, temos que o pedido custou, sem a entrega: R$ 28,60 – R$ 3,64 = **R$ 24,96**.

**c.** Represente no plano cartesiano a equação linear do 1º grau com duas incógnitas para o cálculo da taxa de entrega, considerando apenas x ≥ 0.

Os estudantes devem sugerir alguns valores para x, com a condição de x ≥ 0, com o objetivo de calcular y. Uma proposta de resposta está explicitada a seguir:

| x | y | (x, y) |
|---|---|---|
| 0 | $0{,}6 \cdot 0 + 2{,}5 = 0 + 2{,}5 = 2{,}5$ | (0; 2,5) |
| 2 | $0{,}6 \cdot 2 + 2{,}5 = 1{,}2 + 2{,}5 = 3{,}7$ | (2; 3,7) |
| 4 | $0{,}6 \cdot 4 + 2{,}5 = 2{,}4 + 2{,}5 = 4{,}9$ | (4; 4,9) |




Fonte: elaborado para fins didáticos

d. O que podemos afirmar sobre os pares ordenados que compõem a reta do plano cartesiano formado a partir da equação linear do 1º grau da situação dada? Justifique sua resposta.

**Os pares ordenados que compõem a reta do plano cartesiano formado são soluções da equação linear do 1º grau da situação dada. Observando o gráfico, vemos que o par ordenado (2,5; 4) faz parte da reta, por exemplo. Ao aplicar esses valores na equação, tem-se: $y = 0{,}6 \cdot 2{,}5 + 2{,}5 = 1{,}5 + 2{,}5 = 4$, ou seja, se o pedido for feito a 2,5 km do restaurante, a taxa de entrega custará R$ 4,00. Isso vale para todos os pares ordenados da reta.**

**2.** Carlos esboçou no plano cartesiano a seguinte equação linear do 1º grau com duas incógnitas: $y = -2x + 3$.

a. Substitua os seguintes valores de x na equação dada: -2, -1, 0, 1, 2 e 3. Quais os valores de y encontrados? O que podemos concluir sobre os pares ordenados formados?

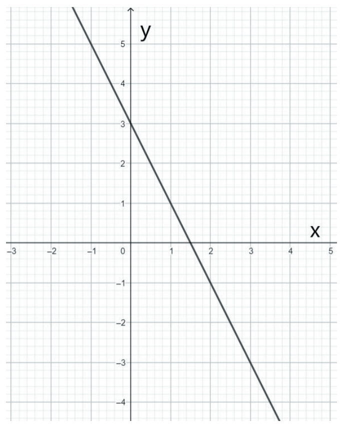
**Ao substituir os valores de x na equação, temos o seguinte:**

| | |
|---|---|
| $y = -2x + 3 = (-2) \cdot (-2) + 3 = 7$ | $y = -2x + 3 = (-2) \cdot 1 + 3 = 1$ |
| $y = -2x + 3 = (-2) \cdot (-1) + 3 = 5$ | $y = -2x + 3 = (-2) \cdot 2 + 3 = -1$ |
| $y = -2x + 3 = (-2) \cdot 0 + 3 = 3$ | $y = -2x + 3 = (-2) \cdot 3 + 3 = -3$ |

**Os pares ordenados fazem parte da reta do gráfico.**

b. Construa agora no espaço a seguir o gráfico encontrado por Carlos.

**Com, ao menos, dois pares ordenados calculados no item "a", é possível construir o gráfico encontrado por Carlos. Basta marcá-los no plano cartesiano:**




Fonte: elaborado para fins didáticos

## FINALIZANDO

Para finalizar as aulas, verifique com os estudantes se os gráficos construídos estão corretos. Solucione possíveis questionamentos ou fragilidades quanto à compreensão da construção dos planos cartesianos e/ou na resolução das situações-problema. Convide-os para socializar o que aprenderam sobre as equações polinomiais do 1º grau com uma ou duas incógnitas, e como elas se configuram como importantes ferramentas matemáticas para solucionar diversas atividades humanas. Ressalte que esse estudo é importante em outras áreas do conhecimento, como a Física, a Química e a Biologia.

**3.** Viviane está monitorando o consumo de energia elétrica medido em quilowatt-hora (kWh) em sua residência. Ela verificou em sua conta de luz o seguinte quadro:

| Classificação | Preço de 1 kWh |
|---|---|
| Consumo mensal até 30 kWh | R$ 0,16 |
| Consumo mensal entre 31 kWh e 100 kWh | R$ 0,28 |
| Consumo mensal entre 101 kWh e 220 kWh | R$ 0,41 |
| Taxa fixa mensal de iluminação pública | R$ 12,00 |

Fonte: elaborado para fins didáticos

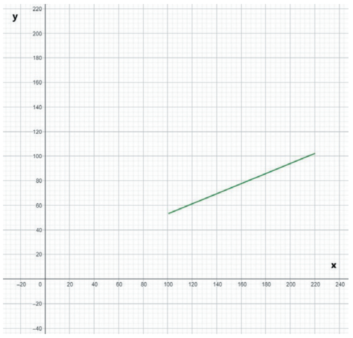
Com o objetivo de economizar dinheiro, ela elaborou uma equação linear do 1º grau com duas incógnitas, relacionando o consumo com o preço para realizar o estudo prévio do seu gasto mensal com energia.

a. Sabendo que o consumo da residência de Viviane sempre varia entre 101 kWh e 220 kWh, escreva uma possível equação encontrada por ela.

**Espera-se que os estudantes considerem que as duas incógnitas para formar a equação são o gasto mensal, que podemos chamar de y, e o consumo de energia elétrica, que podemos chamar de x. Cientes de que há uma taxa mensal fixa de iluminação pública, uma possibilidade de equação linear do 1º grau encontrada por Viviane é a seguinte: $y = 0{,}41x + 12$.**

b. Com a equação linear do 1º grau encontrada no item "a", represente no plano cartesiano a relação entre o **consumo de energia elétrica** dessa residência (considere apenas valores maiores ou iguais a 101 e menores ou iguais a 220 kWh) e o **preço mensal**.

**A partir da equação $y = 0{,}41x + 12$, os estudantes devem escolher alguns valores para x, ou seja, para o consumo de energia elétrica, com a finalidade de calcular os preços mensais da conta. Observe que, diferentemente, das atividades anteriores, os estudantes devem escolher valores em que $101 \leq x \leq 220$. Uma proposta de resposta está explicitada a seguir:**




Fonte: elaborado para fins didáticos

| x | y | (x, y) |
|---|---|---|
| 101 | $0{,}41 \cdot 101 + 12 = 41{,}41 + 12 = 53{,}41$ | (101; 53,41) |
| 150 | $0{,}41 \cdot 150 + 12 = 61{,}50 + 12 = 73{,}5$ | (150; 73,5) |
| 220 | $0{,}41 \cdot 220 + 12 = 90{,}2 + 12 = 102{,}2$ | (220; 102,2) |

# SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

# 8º ANO – SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

## OLÁ, PROFESSOR!

Nesta Sequência de Atividades, falamos diretamente com você que está aí na sala de aula no convívio direto com os estudantes, os quais terão oportunidade de se envolver com atividades que possibilitam a retomada de conceitos, propriedades e procedimentos essenciais ao desenvolvimento de seus conhecimentos e capacidades em matemática.

A Sequência deve ser desenvolvida considerando os protocolos de higiene e distanciamento social, favorecendo a interação, o compartilhamento de conhecimentos e a colaboração para que os estudantes desenvolvam as habilidades: **(EF07MA33) Estabelecer o número π como a razão entre a medida de uma circunferência e seu diâmetro, para compreender e resolver problemas, inclusive os de natureza histórica** e **(EF08MA19) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.** Além disso, as socializações das atividades por parte dos estudantes, são percebidas aqui como oportunidades de serem desenvolvidas habilidades e competências que dizem respeito à cooperação, à empatia, à argumentação, à comunicação, entre outras.

| AULA/TEMPO | ATIVIDADE |
|---|---|
| 1ª/45 min | CÍRCULO E CIRCUNFERÊNCIA SÃO A MESMA COISA? |
| 2ª/45 min | |
| 3ª/45 min | O QUE REPRESENTA O NÚMERO π? |
| 4ª/45 min | |
| 5ª/45 min | COMO CALCULAR A ÁREA DE TRIÂNGULOS, QUADRILÁTEROS E CÍRCULOS? |
| 6ª/45 min | |
| 7ª/45 min | CALCULANDO A ÁREA DE CÍRCULOS, QUADRILÁTEROS E TRIÂNGULOS |
| 8ª/45 min | |

Professor, a sua atuação é muito importante em cada uma das situações propostas aqui. Este caderno deverá servir como uma ferramenta que o auxiliará no processo de ensino, sendo necessário, portanto, que você considere, em seu planejamento, outras possibilidades de discussão e recursos.

# SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

## AULAS 1 E 2 – CÍRCULO E CIRCUNFERÊNCIA SÃO A MESMA COISA?

Objetivos das aulas:
- Discutir os conceitos de círculo, circunferência, perímetro, raio e diâmetro;
- Medir o comprimento de uma circunferência;
- Verificar a medida do diâmetro de círculos/circunferências.

Você, possivelmente, já ouviu falar nos conceitos de círculo e circunferência. É comum, no dia a dia, essas duas palavras serem usadas como sinônimas. Mas será que realmente são? O que você responderia se alguém te perguntasse qual a diferença entre eles? Nas atividades, a seguir, serão discutidos os conceitos de círculo e circunferência e alguns de seus importantes elementos. Vamos lá?

**1.** Você já prestou atenção que muitos objetos presentes em nosso cotidiano possuem formato arredondado? Dois exemplos de itens com essa característica são os anéis e as moedas.

Fonte: pixabay.com

Esses dois objetos se assemelham a dois importantes conceitos nos estudos da Geometria: círculo e circunferência. Apesar de ambos possuírem formato circular, é possível perceber pelas imagens que existe uma diferença marcante entre eles. Sobre essa situação, responda o que se segue:

a. Qual a diferença que você observa no formato dos anéis e das moedas?

**Espera-se que os estudantes observem que, no caso dos anéis, tem-se um espaço vazio que serve para o encaixe do dedo, enquanto as moedas são totalmente preenchidas.**

b. A partir do que você observou em relação aos formatos dos anéis e das moedas, aponte a definição de círculo e de circunferência. Em sua resposta, inclua suas principais características, relações e diferenças entre eles. Você pode realizar uma pesquisa na internet, em um livro de Matemática ou outro material didático.

**Neste item, os estudantes devem realizar uma pesquisa de modo a apontar os conceitos de círculo e circunferência, as relações existentes entre esses dois entes geométricos e suas diferenças. Eles devem, dentre as possíveis respostas que surjam, identificar que a circunferência é formada por todos os pontos equidistantes ao ponto central do espaço vazio delimitado por ela. Enquanto o círculo é formado pela circunferência e pela superfície interna totalmente preenchida. Algumas relações entre eles consistem no fato de que a circunferência é o contorno do círculo e ambos possuem raio e diâmetro. Já algumas diferenças entre esses dois conceitos geométricos são as seguintes: a medida de uma circunferência é dada em comprimento, pois ao abrir a circunferência, tem-se um segmento de reta; enquanto a medida do círculo é dada pela área, por se tratar de uma superfície. A circunferência possui um espaço vazio interno e o círculo é totalmente preenchido.**

## AULAS 1 E 2 – CÍRCULO E CIRCUNFERÊNCIA SÃO A MESMA COISA?

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize as carteiras em formato de “U” ou em círculo.

### MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante, compasso e régua.

### INICIANDO

As atividades propostas para as Aulas 1 e 2 discutem as características e principais elementos de duas importantes figuras geométricas: o **círculo** e a **circunferência**. Para iniciar o seu estudo, propomos que um diálogo seja conduzido com a turma, indagando-os sobre objetos com formato circular que existem ao nosso redor. Diversas respostas podem surgir, como bola, tampa de garrafa, copos, roda de carro etc. Destaque, a partir das respostas deles, que tal formato contribui para as finalidades desses objetos. Por exemplo, se a roda do carro fosse quadrada, ele não se locomoveria facilmente. A partir de então, conduza a conversa de modo a apresentar para os estudantes as duas figuras geométricas com formato arredondado que eles estudarão nestas aulas. Você pode, inicialmente, realizar uma enquete com a turma com a pergunta do título das aulas: “Círculo e circunferência são a mesma coisa?”. Você também pode anotar a quantidade de respostas entre “sim” ou "não" e solicitar que alguns deles argumentem sobre suas respostas. Esse pode ser um momento para que você, professor, observe como está o entendimento, a priori, da turma sobre esses conceitos para diagnosticar em que aspectos será preciso uma maior ênfase. Por exemplo, se muitos estudantes disseram que círculo e circunferência são a mesma coisa, é preciso dedicar um pouco mais de tempo da aula para estudar as definições. Em consonância com esse debate, sugerimos que o **Caderno do Estudante** seja entregue aos estudantes, realizando uma leitura coletiva e minuciosa do texto introdutório e da Atividade 1. Esses enunciados promovem uma reflexão e ampliam a conversa inicial sobre os conceitos de círculo e circunferência, além de trazer dois exemplos de objetos que se assemelham a um círculo e a uma circunferência. Você pode, inclusive, levar para a sala de aula uma moeda e um anel ou outros objetos (forma de pizza, tampa, bambolê, dentre outros) para ilustrar os conceitos de círculo e circunferência. Propomos, nesse sentido, que um tempo maior seja destinado à discussão e à realização dessa primeira atividade. Consideramos interessante que os estudantes investiguem por eles próprios tais conceitos com sua orientação para que eles compreen-



c. É possível afirmar que tanto os anéis quanto as moedas possuem um formato semelhante a um círculo? Justifique sua resposta.

**Aqui espera-se que os estudantes respondam de acordo com a resposta do item "b" que apenas as moedas se assemelham ao formato de um círculo, pois possuem a superfície preenchida. Os anéis, por sua vez, se assemelham a uma circunferência, pois possuem o espaço interno vazio. É importante ressaltar, contudo, que esses objetos, no mundo real, possuem uma espessura, logo, não é possível afirmar que possuem o formato de círculo ou circunferência, pois essas figuras geométricas são planas.**

d. Pense em alguns outros objetos com formato semelhante a um círculo ou circunferência presentes no mundo à nossa volta. Relacione alguns deles e identifique o formato. Você pode realizar uma pesquisa para ampliar seu repertório de objetos.

**Aqui a resposta é de cunho pessoal. Seguem algumas sugestões de respostas:**

| Objetos com formato semelhante a uma circunferência | Objetos com formato semelhante a um círculo |
|---|---|
| Aro de cestas de basquete, aros de rodas de bicicleta, aros de óculos com lentes circulares, alguns chaveiros, etc. | Relógios, lentes circulares de óculos, pizzas, algumas tampas, etc. |

**2.** Outros importantes conceitos relativos aos círculos e às circunferências são os de perímetro, raio e diâmetro. Sobre esse assunto, preencha as sentenças a seguir com as palavras adequadas:

a. O raio de um círculo ou de uma circunferência é a medida dada pela distância entre o seu ___**centro**___ e um ponto qualquer da ___**circunferência**___.

b. A medida do perímetro de um ___**círculo**___ é igual à medida do ___**comprimento**___ de uma circunferência.

c. A figura geométrica denominada ___**circunferência**___ é aquela formada pelos pontos equidistantes a um ponto fixo chamado de ___**centro**___, cuja distância entre eles é um valor constante denominado de ___**raio**___.

d. A medida entre dois pontos da ___**circunferência**___ em linha reta que obrigatoriamente passa pelo centro é chamada de ___**diâmetro**___.

e. Dados uma circunferência e um círculo, ambos com um ponto central **C** e um raio com medida **x**. Se um ponto qualquer **P** é marcado de modo que a distância entre **P** e **C** é ___**igual**___ a x, então P pertence ao círculo e à circunferência.

dam corretamente o que é um círculo e o que é uma circunferência. É bem importante que os estudantes consigam distinguir esses entes geométricos para compreenderem, por conseguinte, os seus elementos.

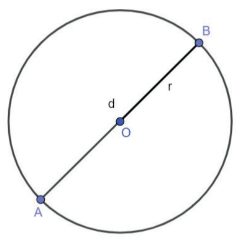
## DESENVOLVENDO

A Atividade 1 propõe que os estudantes realizem uma pesquisa sobre os conceitos de círculo e circunferência. Se houver disponibilidade, eles podem investigar em páginas de busca na internet e comparar os resultados, de modo que eles cheguem a uma conclusão própria. Caso não haja como utilizar os serviços da web, você pode solicitar

**3.** O raio e o diâmetro são dois elementos importantes no estudo dos círculos e das circunferências. Eles possuem uma relação interessante que auxilia na resolução de diversas situações que envolvem essas figuras geométricas.

a. De acordo com as definições de raio e de diâmetro, qual a relação existente esses dois elementos? Justifique sua resposta com uma ilustração.

**Por definição, como discutido na Atividade 2, o raio (r) de um círculo ou de uma circunferência é a medida dada pela distância entre o seu centro e um ponto qualquer da circunferência. Enquanto o diâmetro (d) consiste no segmento entre dois pontos da circunferência em linha reta que obrigatoriamente passa pelo centro. Temos essa situação ilustrada na figura a seguir:**




Fonte: elaborado para fins didáticos.

**Observa-se na ilustração que, dado o ponto central O, a distância entre os pontos O e B, assim como a distância entre O e A compõem o raio do círculo ou da circunferência. Se o diâmetro é a distância entre A e B, então a medida do diâmetro de um círculo e de uma circunferência possui exatamente o dobro do tamanho do raio desse mesmo círculo ou circunferência.**

b. Ciente da relação entre o raio e o diâmetro de um círculo ou de uma circunferência, complete o quadro a seguir com os valores corretos:

| | Se um círculo possui raio igual a... | Então, seu diâmetro mede... |
|---|---|---|
| a. | 2 cm | **4 cm.** |
| b. | 5 cm | **10 cm.** |
| c. | 187 mm | **374 mm.** |
| d. | 3,5 cm | **7 cm.** |
| e. | 0,73 m | **1,46 m.** |
| f. | $\sqrt{12}$ cm | $2\sqrt{12}$ **ou** $4\sqrt{3}$ **cm.** |
| g. | 1,869 dm | **3,738 dm.** |

Fonte: elaborado para fins didáticos.

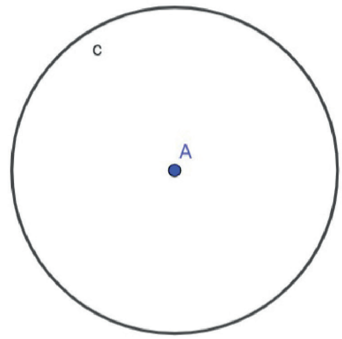
previamente que eles levem para a aula um livro didático de Matemática, ou disponibilizar um material antes que trate do assunto. É importante, porém, que a partir dos exemplos dados na Atividade 1, eles já percebam a diferença marcante entre o formato da moeda, com a superfície totalmente preenchida, e o do anel, com um espaço vazio. Essa observação e análise já podem contribuir para que eles diferenciem um círculo de uma circunferência e suas relações, de modo a não apresentar o conceito sem uma reflexão prévia. Após eles realizarem essa atividade, propomos que alguns estudantes sejam convidados a socializarem o que responderam. Especificamente, no item d, você pode solicitar que cada estudante fale um objeto que pensou, dizer se ele se assemelha a um círculo ou circunferência e o porquê. Esse debate pode contribuir para que eles aprendam com o colega, ouvindo diversos exemplos e como estes exemplos se aproximam dos conceitos formalizados de círculo e circunferência. A Atividade 2 aborda os conceitos de raio e de diâmetro. A partir do que você observou desde o debate inicial, observe se o conhecimento da turma permite que eles respondam a essa atividade por conta própria. Caso não seja possível, sugerimos que ela seja realizada de modo coletivo para apresentar esses conceitos. Ou, ainda, você, professor, pode mostrar, com os objetos citados no tópico “Iniciando” (pode ser também por meio do desenho de um círculo na lousa ou uma ilustração exibida em um dispositivo multimídia), como identificar o raio e o diâmetro de um círculo ou circunferência e, após essa explanação, eles devem pensar nas palavras faltantes nas sentenças dessa atividade. No item a da Atividade 3, é preciso que eles justifiquem a relação existente entre o raio e o diâmetro dos círculos/circunferências por meio de uma ilustração. Se possível, solicite previamente que os estudantes levem para a aula um compasso e oriente-os sobre o seu manuseio. Caso não seja possível, eles podem utilizar um outro objeto como uma moeda para servir de molde. Para a realização dessa atividade, é importante que os estudantes tenham compreendido os conceitos de raio e de diâmetro para que eles próprios cheguem à conclusão de que a medida do diâmetro é o dobro da medida do raio. A partir dessa conclusão, eles estarão aptos a realizar o item "b" da mesma atividade e a Atividade 4. Durante a discussão dessas últimas atividades, incentive os estudantes a expressarem como eles pensaram a solução das situações propostas.

## FINALIZANDO

É bem importante que ao final das aulas as diferenças e relações entre o círculo e a circunferência estejam bem claras. Você pode realizar novamente a enquete, retomando a pergunta-título das **Aulas 1 e 2**. Compare os resultados que eles responderam inicialmente e as respostas dadas ao término das atividades. Evidencie o quanto eles aprenderam nesse tempo e retome com os estudantes as definições de círculo e circunferência. Caso ainda haja questionamento ou se algum estudante afirmar, ao final das aulas, que círculo e circunferência são a mesma coisa, pode ser interessante mostrar mais alguns exemplos de objetos com formatos próximos a essas figuras, ressaltando suas diferenças e identificando o raio e o diâmetro delas. Sugerimos, por fim, que você proponha a eles que observem no dia a dia, em casa, no caminho para a escola ou em outros espaços da vivência deles, objetos com formatos semelhantes aos estudados. Nas aulas seguintes, você pode solicitar que eles relatem o que identificaram.



**4.** O ponto **A**, inserido na parte interna da circunferência **c**, a seguir, representa o seu centro:




Fonte: elaborado para fins didáticos.

Sabendo que a distância entre o ponto A e um ponto qualquer da circunferência é igual a 1,87 cm, qual o tamanho do diâmetro dessa circunferência? Justifique sua resposta.

**Espera-se que os estudantes identifiquem que a distância entre o ponto A e um ponto qualquer da circunferência representa o tamanho do seu raio, ou seja, r = 1,87 cm. O diâmetro, por sua vez, mede o dobro do tamanho do raio, logo, seu tamanho é igual 2 · 1,87 = 3,74 cm.**

**5.** Com o objetivo de manter-se ativa fisicamente e cuidando da saúde, Olívia pratica corrida três vezes por semana em uma pista circular que há na praça próxima à sua casa. Em um dia, ela correu 34 voltas nessa pista, mantendo uma velocidade média durante todo o exercício. O monitor do seu ***smartwatch*** mediu um percurso total igual a 9,18 km. Desse modo, qual a medida aproximada do comprimento da circunferência dessa pista em metros?

**Espera-se que os estudantes identifiquem que a medida aproximada do comprimento da circunferência da pista é equivalente ao percurso dado por Olívia em uma volta. Desse modo, basta dividir a distância total percorrida por ela pela quantidade de voltas. O enunciado solicita que a medida seja dada em metros, logo, é preciso converter a distância total dada em quilômetros para metros, obtendo o seguinte: 9,18 · 1 000 = 9 180 m. Agora, basta realizar a divisão:**

$$\frac{9180}{34} = 270$$

**Portanto, a medida aproximada do comprimento da circunferência dessa pista é 270 metros.**

# AULAS 3 E 4 – O QUE REPRESENTA O NÚMERO $\pi$?

**Objetivos das aulas:**
- Calcular a razão entre a medida da circunferência e do diâmetro de círculos;
- Averiguar o padrão existente no valor da razão entre a medida da circunferência e do diâmetro em qualquer círculo;
- Reconhecer o número π como a constante obtida por meio da razão entre a medida da circunferência e do diâmetro em qualquer círculo;
- Resolver situações-problema envolvendo o número.

Para dar continuidade ao estudo dos círculos e das circunferências, você realizará, dentre as atividades propostas, uma investigação prática, envolvendo a observação do que ocorre com a razão entre a medida da circunferência e do seu diâmetro. Vamos começar?

**1. Nessa atividade, você calculará a razão entre a medida da circunferência e o seu diâmetro. Para isso, você precisará de três objetos com superfícies com formato circular (copo, tampa, forma de bolo, moeda etc.) um pedaço de linha ou barbante, uma tesoura e uma régua. Em seguida, com o auxílio do professor, realize as seguintes instruções:**

- Escolha um dos objetos com superfície em formato de círculo e, com o auxílio da linha ou barbante, contorne a circunferência desse objeto.
- Corte com a tesoura exatamente o tamanho da linha ou barbante que contornou a circunferência (Caso não possua uma tesoura, você pode marcar com uma caneta o ponto final onde encerra a circunferência).
- Meça, com o auxílio da régua, o pedaço da linha ou barbante.
- Anote no campo “Medida da circunferência” do objeto 1 no quadro a seguir.
- Meça o diâmetro da superfície arredondada do objeto com a régua. Observação: Faça a medição o mais próximo possível do diâmetro real, ou seja, passando pelo centro.
- Anote no campo “Medida do diâmetro” do objeto 1 no quadro a seguir.
- Repita os passos de anteriores para o segundo e para o terceiro objeto.

| | Medida da circunferência | Medida do diâmetro |
|---|---|---|
| Objeto 1 | | |
| Objeto 2 | | |
| Objeto 3 | | |

a. Calcule a razão entre a medida da circunferência e a medida do diâmetro dos três objetos.

**Os valores encontrados pelos estudantes irão variar, pois os objetos possuem formato diferente. No entanto, os valores encontrados devem se aproximar do valor de π, logo, devem girar em torno de 3; 3,1; 3,14... Esteja atento para possíveis valores muito discrepantes. Se isso ocorrer, possivelmente, alguma medição não foi feita de forma correta.**

## AULAS 3 E 4 – O QUE REPRESENTA O NÚMERO π?

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize as carteiras em formato de “U” ou em círculo.

### MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante, régua, tesoura, um pedaço de linha ou de barbante e três objetos com formato arredondado.

### INICIANDO

Para dar continuidade ao estudo dos círculos e das circunferências, sugerimos que, ao iniciar as **Aulas 3 e 4**, sejam retomados o conceito e os principais elementos dessas figuras com a turma. Você pode realizar perguntas aos estudantes, por exemplo, “Qual a diferença entre um círculo e uma circunferência?”, “O que é o raio?”, “Qual a relação existente entre o raio e o diâmetro de um(a) círculo/circunferência?” ou outras que julgar pertinente, posto que esses conceitos são importantes para a resolução das atividades propostas. A partir disso, as atividades propostas a seguir contemplarão uma observação importante que será desenvolvida pelos estudantes: o reconhecimento do número π como a constante obtida por meio da razão entre a medida da circunferência e do diâmetro em qualquer círculo. Para isso, eles realizarão uma investigação prática medindo o comprimento da circunferência e do diâmetro de objetos com formato arredondado. Desse modo, propomos que você solicite previamente que a turma leve para a aula três objetos com esse formato, por exemplo: tampa, copo, xícara, forma de bolo, moeda etc. Além disso, peça para que eles levem também uma tesoura, um pedaço de linha ou barbante e uma régua. Em seguida, sugerimos que entregue para a turma o Caderno do Estudante e realize a leitura coletiva do texto introdutório e o enunciado da Atividade 1. Explique, com detalhes, como será a dinâmica da investigação. Pode ser interessante que você faça, inicialmente, uma demonstração de como realizar a medição da circunferência utilizando a linha ou o barbante, conforme as instruções presentes no comando dessa atividade. Ressalte que eles averiguarão o padrão existente no cálculo da razão entre a medida da circunferência e do diâmetro em qualquer círculo.

## DESENVOLVENDO

Para orientar os estudantes na realização da Atividade 1, propomos que você mostre como utilizar a régua nas medições, além de realizá-las com o máximo de precisão possível. Por exemplo, se o barbante afrouxar muito em volta da circunferência do objeto, a sua medida pode apresentar um valor muito discrepante do real. Outro ponto importante para destacar é a posição do ponto central para que a medição do diâmetro passe o mais próximo possível do centro da circunferência. Enquanto os estudantes estiverem realizando essa atividade, é interessante que você observe se eles estão realizando as medições com cuidado. Caso não seja possível que os estudantes realizem a parte prática da atividade, você pode apenas demonstrar e informar à turma as medições encontradas. O importante aqui é que eles observem por si próprios o padrão existente no valor da razão entre a medida da circunferência e do diâmetro em qualquer círculo. Esse valor constante trata-se do número π. Você pode utilizar a história do surgimento desse número e as diversas estratégias de povos antigos para calcular a



b. O que você observou nos valores obtidos?

**Espera-se aqui, nesse item, que os estudantes sinalizem que os valores obtidos foram semelhantes.**

c. Existe um padrão no valor da razão entre a medida da circunferência e do diâmetro em qualquer círculo? Qual?

**Espera-se que os estudantes, a partir da investigação realizada, cheguem à conclusão de que, independentemente do tamanho do círculo, a razão entre a medida da sua circunferência e a medida do seu diâmetro é um valor constante, ou seja, próximo de 3,1.**

**2.** Na atividade anterior, você realizou um experimento e observou que a razão entre a medida da circunferência e a medida do seu diâmetro é sempre um valor constante. Esse valor, muito importante para a Geometria, principalmente nos estudos dos círculos e das circunferências, atualmente, é representado pela letra grega π (lê-se: pi). Trata-se de um número irracional, ou seja, com uma quantidade infinita de dígitos que não seguem um padrão, cujo valor é

**3,14159265358979323846264338327950...**

Ciente disso, responda às seguintes situações, usando como valor aproximado para π 3,14:

a. O diâmetro de um círculo mede 9 cm. Portanto, qual o tamanho da sua circunferência?

**Como sinalizado no enunciado, a razão entre a medida da circunferência (C) e a medida do seu diâmetro (d) é sempre igual a π:**

$$\pi = \frac{C}{d}$$

**Desse modo, se o diâmetro de um círculo mede 9 cm, sua circunferência mede:**

$$\pi = \frac{C}{d} \Rightarrow 3{,}14 = \frac{C}{9} \Rightarrow C = 3{,}14 \cdot 9 \therefore C = 28{,}26\ cm.$$

b. Se um círculo possui raio igual a 4,78 cm, então quanto mede a sua circunferência?

**Uma vez que a medida do diâmetro de um círculo é exatamente o dobro da medida do seu raio, então, a razão descrita no item "a" pode ser reescrita da seguinte maneira:**

$$\pi = \frac{C}{d} \rightarrow \pi = \frac{C}{2 \cdot r}$$

**Desse modo, se o raio de um círculo mede 4,78 cm, sua circunferência mede:**

$$\pi = \frac{C}{2 \cdot r} \Rightarrow 3{,}14 = \frac{C}{2 \cdot 4{,}78} \Rightarrow C = 9{,}56 \cdot 3{,}14 \therefore C \cong 30{,}02\ cm.$$

c. Uma circunferência com comprimento igual a 16 cm, possui quantos cm de diâmetro e de raio?

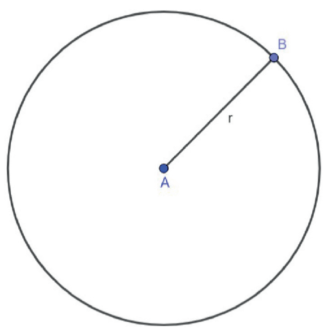
**Espera-se que os estudantes utilizem a relação entre as medidas da circunferência e do diâmetro, de modo a calcular:**

$$\pi = \frac{C}{d} \Rightarrow 3{,}14 = \frac{16}{d} \Rightarrow 3{,}14d = 16 \Rightarrow d = \frac{16}{3{,}14} \therefore d \cong 5{,}1\ cm$$

**Como o diâmetro é o dobro do raio, tem-se que:**

$$r = \frac{d}{2} \Rightarrow r\ \frac{5{,}1}{2} \therefore r \cong 2{,}55\ cm$$

**3.** Observe o círculo a seguir em que A é o seu ponto central e B é um ponto pertencente à circunferência:




Fonte: elaborado para fins didáticos.

Se $\overline{AB}$ = *6,67 cm*, qual o tamanho da circunferência? (Use π = 3,14)

**Espera-se que os estudantes identifiquem que a medida do segmento de reta $\overline{AB}$ corresponde à medida do raio do círculo, pois trata-se da medida entre o ponto central e um ponto da circunferência. Logo, a medida da circunferência é:**

$$\pi = \frac{C}{2r} \Rightarrow 3{,}14 = \frac{C}{2 \cdot 6{,}67} \Rightarrow 3{,}14 = \frac{C}{13{,}34} \Rightarrow C = 3{,}14 \cdot 13{,}34 \therefore C \cong 41{,}89\ cm$$

aproximação dele. Durante a realização das atividades, esteja atento às estratégias que eles estão utilizando para solucionar as situações propostas e para reconhecer o número π como a constante obtida por meio da razão entre a medida da circunferência e do diâmetro em qualquer círculo. Você pode combinar com a turma um tempo para a realização das atividades e, em seguida, solicitar que alguns deles socializem seus pontos de vista, argumentos, resoluções, hipóteses, dúvidas etc. Questionamentos a exemplo de: "Como vocês calcularam o tamanho da circunferência na Atividade 3?", "Por que dessa forma?", "Existe outra maneira?" são bem-vindos. Especificamente, para a socialização da Atividade 4, propomos que um tempo maior seja destinado, pois trata-se de uma situação com uma resolução mais extensa, com vários cálculos e conversões de medidas. Propomos que convide mais de um estudante para explicar cada parte da resolução dessa atividade.

### CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, é importante salientar para os estudantes sobre a padronização das unidades de medida nas situações-problema. Ressalte que sempre é necessário verificar se os tamanhos dados, por exemplo, estão todos em metros ou em centímetros. Pode ser interessante relembrar as equivalências entre a unidade metro e seus submúltiplos e como transformar de uma unidade para outra. Por exemplo, para transformar um valor dado em quilômetros para metros, basta multiplicar a medida em quilômetros por 1 000, uma vez 1 km = 1 000 m.

### FINALIZANDO

É relevante finalizar as Aulas 3 e 4 com uma breve retomada dos conteúdos estudados. Isso pode ser feito questionando a turma sobre o que eles aprenderam sobre o número π e em quais situações ele aparece. É imprescindível que os estudantes, ao término das atividades propostas, tenham compreendido que esse número corresponde ao padrão existente no valor da razão entre a medida da circunferência e do diâmetro em qualquer círculo. Se ainda houver alguma dúvida sobre esse conceito, você pode complementar com mais alguns outros exemplos.



**4.** Kleiton entrega refeições para um aplicativo de *delivery* utilizando sua bicicleta, cujos pneus possuem um diâmetro medindo 68,5 cm. Em um determinado dia, com alta demanda de entregas, ele percorreu um total de 31,4 km. Desse modo, quantas voltas aproximadamente foram dadas pelos dois pneus nesse dia? Utilize π = 3,1.

Inicialmente, os estudantes devem observar que uma volta dada pelos pneus da bicicleta corresponde ao comprimento da sua circunferência, ou seja:

$$\pi = \frac{c}{d} \Rightarrow 3{,}1 = \frac{c}{68{,}5} \Rightarrow C = 212{,}35\ cm = 2{,}1235\ m.$$

Em seguida, para obter o número total de voltas de um pneu, basta dividir a distância total pelo percurso correspondente a uma volta do pneu, isto é, pelo comprimento da circunferência. Para isso, é preciso que as unidades de medida estejam padronizadas. Ao mantê-las em metros, tem-se que: 31,4 km = 31,4 · 1 000 = 31 400 m, obtendo o número de voltas dado por um pneu: $\frac{31\,400}{2{,}1235} \cong 14\,786{,}9\ voltas$. Por fim, o número de voltas aproximado dado pelos dois pneus é **2 ·14 786,9 ≅ 29 574 voltas.**

### ANOTAÇÕES

## AULAS 5 E 6 – COMO CALCULAR A ÁREA DE TRIÂNGULOS, QUADRILÁTEROS E CÍRCULOS?

Objetivos das aulas:
- Distinguir os diversos tipos de quadriláteros (quadrados, retângulos, losangos, paralelogramos e trapézios);
- Calcular a área de triângulos, quadriláteros e círculos por meio de expressões em situações-problema.

As figuras geométricas planas apresentam os mais diversos formatos. Cada uma possui características e propriedades específicas. Por exemplo, aquelas formadas por três segmentos de reta, cujas extremidades se encontram, são denominadas de triângulos. Por serem bidimensionais, uma medida importante sobre essas figuras é estudada na Geometria, além de possuir diversas aplicações em atividades humanas: a área. Nas atividades a seguir, aprenderemos como calcular a área de três figuras planas, os triângulos, quadriláteros e círculos. Para isso, vamos compreender, primeiramente, os diversos tipos de quadriláteros. Vamos lá?

## AULAS 5 E 6 – COMO CALCULAR A ÁREA DE TRIÂNGULOS, QUADRILÁTEROS E CÍRCULOS?

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize os estudantes em duplas produtivas, respeitando os protocolos de higiene e distanciamento social.

### MATERIAL NECESSÁRIO

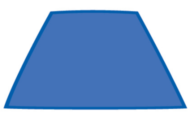
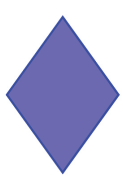
Caderno do Estudante.

### INICIANDO

As atividades sugeridas para as **Aulas 5 e 6** ampliam o estudo das figuras planas, de modo que proporcionarão aos estudantes explorar situações-problema que os induzam a obter expressões algébricas para calcular a área de triângulos, quadriláteros e círculos. Contudo, antes de iniciar esse estudo, sugerimos que sejam apresentadas as características e propriedades dos tipos de quadriláteros existentes. Para isso, você pode iniciar com uma conversa com a turma, de modo a identificar o que eles já conhecem sobre essas figuras, realizando perguntas, como “O que é um quadrilátero?”, “Como distinguir os diversos tipos de quadriláteros?”, “Quais objetos à nossa volta possuem formato de quadrilátero?” ou outras que você julgue pertinente. Conduza o diálogo de modo que eles abordem aspectos que eles relembram e informe-os que o aprendizado sobre esses conceitos será ampliado. Destaque que o estudo dos quadriláteros requer uma atenção maior, pois eles possuem diversas classificações, dependendo do paralelismo presente (ou não) nos segmentos de reta que contornam esse tipo de figura. As atividades propostas aqui expõem situações-problema em que os estudantes distinguirão os diversos tipos de quadriláteros e como calcular as suas áreas por meio de expressões algébricas. Para isso, se as condições atuais da sua sala de aula permitirem, você pode organizar os estudantes em duplas produtivas, seguindo os protocolos de higiene pessoal e distanciamento social. Em seguida, verifique se os estudantes estão com o Caderno do Estudante para a realização das atividades propostas.



**1.** Os quadriláteros são figuras geométricas planas formadas por quatro segmentos de reta que contornam a figura chamados de lados. De acordo com o tamanho e a posição desses lados, tem-se diferentes tipos de quadriláteros com definições e nomenclaturas próprias. Alguns deles, por possuírem características que se encaixam em mais de um tipo de quadrilátero, podem possuir mais de um nome. Ciente disso, observe os quadriláteros a seguir, identifique a(s) sua(s) nomenclatura(s) e escreva uma característica para cada um:

| Quadrilátero | Nomenclatura(s) | Característica |
|---|---|---|
|  | Esse quadrilátero pode ser chamado de quadrado, losango, paralelogramo ou retângulo. | Uma das características desse quadrilátero é que ele possui os pares de lados opostos paralelos. Além disso, os quatro ângulos internos são ângulos retos, ou seja, medem 90º e os quatro lados possuem a medida. |
|  | Esse quadrilátero é chamado de trapézio. | O trapézio é um quadrilátero que possui um par de lados paralelos, além de conter uma base maior e uma base menor. |
|  | Esse quadrilátero pode ser chamado de retângulo ou paralelogramo. | Uma das características desse quadrilátero é que ele possui os pares de lados opostos paralelos. Além disso, seus quatro ângulos internos são ângulos retos, ou seja, medem 90º. |
|  | Esse quadrilátero pode ser chamado de losango ou paralelogramo. | Uma das características desse quadrilátero é que ele possui os pares de lados opostos paralelos. Além disso, os quatro lados possuem mesma medida e suas duas diagonais formam um ângulo reto, ou seja, um ângulo com medida igual a 90º. |

## DESENVOLVENDO

A Atividade 1 apresenta algumas ilustrações de quadriláteros, em que os estudantes precisarão identificar suas nomenclaturas e uma característica para cada uma delas. Essa atividade, especificamente, é bem importante e pode ser realizada de diversos modos, de acordo com o seu planejamento. Você pode desenvolvê-la de modo coletivo para que os estudantes se familiarizem com os diversos tipos de quadriláteros, seus formatos e características e, após a compreensão por parte deles, realizem sozinhos ou em duplas a Atividade 2. Você também pode utilizá-la como um diagnóstico, solicitando que eles a realizem e, por meio da socialização das respostas, identificar como está o conhecimento da turma sobre o assunto e enfatizar, por meio das respostas deles, as definições e as características de cada quadrilátero. Ou, ainda, você pode solicitar que eles realizem uma pesquisa na internet ou em algum material didático, de modo a tornar essa atividade em uma investigação para que eles consigam identificar os diversos tipos de quadriláteros. É de grande relevância que a turma compreenda as propriedades de cada um e o fato de que um mesmo quadrilátero pode se encaixar em apenas uma definição, em mais de uma ou em nenhuma. Propomos que uma leitura coletiva dos enunciados das atividades subsequentes seja realizada, principalmente da Atividade 2, que requer que eles julguem se as afirmações são verdadeiras ou falsas. Para que eles estejam mais encorajados a realizar essa atividade, é necessário que eles tenham compreendido bem o que foi discutido na Atividade 1. Nas situações-problema subsequentes, eles irão experimentar como demonstrar a obtenção de expressões algébricas para o cálculo da área de triângulos, quadriláteros e círculos. Combine um tempo para que os estudantes realizem as atividades e solicite que, em seguida, eles socializem para a turma toda a forma como pensaram. É possível que haja dificuldade em identificar as expressões algébricas para o cálculo da área dessas figuras. Incentive que eles busquem sozinhos essas expressões, caso necessário, intervenha com alguma sugestão.

## FINALIZANDO

Para concluir, verifique com os estudantes o que eles aprenderam, em especial, sobre como calcular a área de triângulos, retângulos e círculos. Incentive que eles observem, em seu dia a dia, objetos com os formatos semelhantes aos que eles estudaram. Solucione possíveis questionamentos ou fragilidades quanto à compreensão de algum conceito ou sobre a resolução de alguma situação-problema proposta. Destaque que o cálculo de áreas é uma importante ferramenta matemática para solucionar diversas atividades humanas.



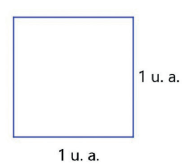
**2.** Considere as seguintes sentenças sobre os diversos tipos de quadriláteros e preencha a segunda coluna com V para as afirmações verdadeiras e com F para as falsas. Em seguida, escreva uma justificativa para a(s) que você considerou falsa(s).

| | | |
|---|---|---|
| a. | V | Todo quadrado é um retângulo, mas nem todo retângulo é um quadrado. |
| b. | V | Um paralelogramo é um tipo específico de quadrilátero, cujos lados opostos são paralelos. |
| c. | V | Os trapézios possuem apenas um par de lados opostos paralelos. |
| d. | F | Os ângulos internos dos losangos não são retos. |
| e. | V | Todo losango é um paralelogramo. |
| f. | F | Todo quadrilátero é paralelogramo ou trapézio. |

Escreva neste espaço o porquê da(s) afirmação(ões) que você julgou como falsa(s):

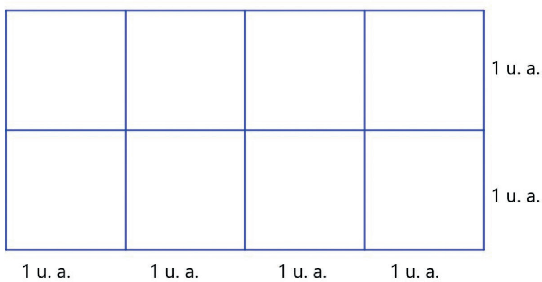
**O item "a" é verdadeiro, pois todo quadrado possui os quatro ângulos internos retos, ou seja, com medida igual a 90°. Essa é a condição para que um quadrilátero seja um retângulo. O item "b" é verdadeiro, pois existe outro tipo de quadrilátero: o trapézio. Para ser um paralelogramo, o quadrilátero, necessariamente, precisa possuir os pares de lados opostos paralelos. Os trapézios não atendem a essa condição, pois eles possuem apenas um par de lados opostos paralelos, o que faz com que a afirmação "c" seja verdadeira. O item "d" contém uma afirmação falsa, pois existem losangos, cujos ângulos internos são retos: os quadrados. Estes atendem à definição de losango, porquanto possuem os pares de lados opostos paralelos, além de seus lados possuírem a mesma medida. O que se afirma no item "e" está correto, uma vez que todo losango, por definição, apresenta os pares de lados opostos paralelos. Por fim, é falso o que se afirma na letra "f", pois nem todo quadrilátero é paralelogramo ou trapézio. Existem quadriláteros que não se encaixam em nenhuma definição, ou seja, não possuem nenhum tipo de paralelismo, logo, são apenas quadriláteros.**

**3.** Fredy está aprendendo, nas aulas de Matemática, como calcular a área de retângulos e triângulos. Ele observou que é possível obter expressões algébricas que permitem realizar esse cálculo, a partir do quadrado. Ele desenhou em seu caderno o seguinte quadrado, cujo lado mede 1 u. a. (unidade de área):




Fonte: elaborado para fins didáticos.

A área de um quadrado é dada pelo produto: *lado x lado*. Logo, o quadrado desenhado por Fredy possui área igual a $1 \cdot 1 = 1$ ua². Em seguida, ele construiu o seguinte retângulo, a partir do quadrado anterior:




Fonte: elaborado para fins didáticos.

a. Qual a área do retângulo construído por Fredy? Justifique seu cálculo.

**Aqui, os estudantes podem utilizar algumas estratégias para calcular a área do retângulo. Este é formado por oito quadrados, cuja área de cada um mede 1 u. a. Desse modo, a área do retângulo pode ser obtida a partir da soma das áreas de cada quadrado: $1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 8$ ua², ou ainda pelo produto: $8 \cdot 1 = 8$ ua². Outro modo de obter a área do retângulo é a partir da soma das medidas do comprimento (base) e da largura (altura) e, em seguida, realizando o produto entre elas: $(1 + 1 + 1 + 1) \cdot (1 + 1) = 4 \cdot 2 = 8$ ua².**

b. Que expressão algébrica pode ser utilizada para calcular a área de um retângulo qualquer? Se você utilizar letras para indicar as dimensões, identifique o que cada uma representa.

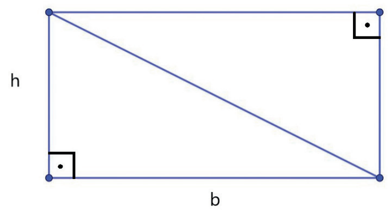
**A partir do item anterior, observa-se que a área de um retângulo pode ser obtida a partir do produto entre suas duas dimensões: *base · altura*. Desse modo, uma expressão algébrica que pode ser utilizada para calcular a área de um retângulo qualquer é a seguinte:**

$$A_{RETÂNGULO} = b \cdot h$$

**Sendo: $A_{RETÂNGULO}$ a área do retângulo, $b$ a medida da base (ou do comprimento) e $h$ a altura (ou largura) do retângulo.**

c. A partir do retângulo construído por Fredy, forme dois triângulos e obtenha uma expressão algébrica que possa ser utilizada para calcular a área de um triângulo qualquer. Se você utilizar letras para indicar as dimensões, identifique o que cada uma representa. Justifique suas conclusões.

**Para obter dois triângulos a partir do retângulo construído por Fredy, basta traçar uma das diagonais do retângulo, obtendo, por exemplo, a seguinte figura:**



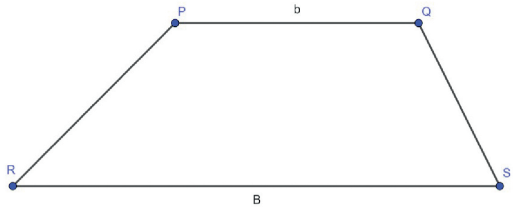

**Fonte: elaborado para fins didáticos.**

**Ao fazer isso, obtém-se dois triângulos congruentes, pelo caso lado-ângulo-lado. Tem-se os pares de lados opostos paralelos com medidas iguais e o ângulo entre eles, em ambos os triângulos, medem 90º. Desse modo, os dois triângulos possuem áreas iguais, sendo cada uma a metade da área do retângulo, ou seja:**

$$A_{TRIÂNGULO} = \frac{b \cdot h}{2}$$

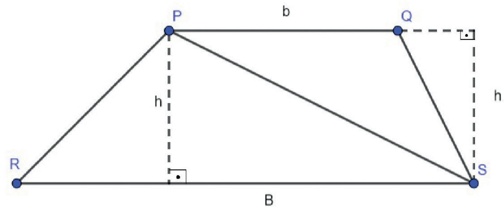
**Em que: $A_{TRIÂNGULO}$ é a área do triângulo, b a medida da base (ou do comprimento) e h a altura (ou largura) do triângulo.**

4. O trapézio é um tipo de quadrilátero que possui um par de lados opostos paralelos, sendo chamados de base maior (B) e base menor (b), conforme ilustra a imagem:




Fonte: elaborado para fins didáticos.

Para calcular a área do trapézio, podemos dividi-lo em dois triângulos:




Fonte: elaborado para fins didáticos.

a. A partir dos ΔPQS e ΔPRS formados, obtenha uma expressão algébrica que permita calcular a área do trapézio:

**Os estudantes devem perceber que a área do trapézio é formada pela soma das áreas dos dois triângulos formados. Desse modo, tem-se que:**

$A_{TRAPÉZIO} = A_{\Delta PQS} + A_{\Delta PRS}$

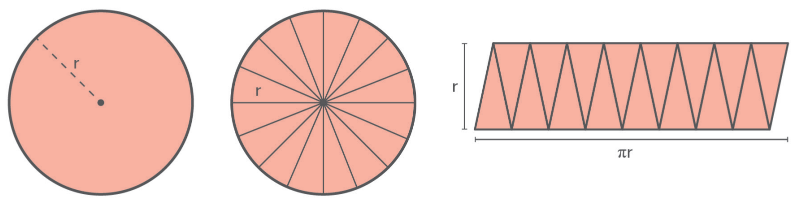
$A_{TRAPÉZIO} = \frac{b \cdot h}{2} + \frac{B \cdot h}{2} \rightarrow A_{TRAPÉZIO} = \frac{bh + Bh}{2} \rightarrow A_{TRAPÉZIO} = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$

b. Se o trapézio da figura anterior possui altura igual a 4 cm, base menor igual a 6 cm e base maior igual a 10 cm, qual a sua área?

**É esperado que os estudantes usem as medidas informadas no enunciado e apliquem diretamente na expressão algébrica que permite calcular a área do trapézio, obtendo o seguinte:**

$$A_{TRAPÉZIO} = \frac{(B + b) \cdot h}{2} = \frac{(10 + 6) \cdot 4}{2} = \frac{16 \cdot 4}{2} = \frac{64}{2} = 32\ cm^2$$

**5.** Para calcular a área de um círculo, podemos dividi-lo em uma quantidade par de setores circulares, de modo a formar uma nova figura que se assemelha a um paralelogramo:




Fonte: elaborado para fins didáticos.

Observe que a base da figura formada mede a metade do comprimento da circunferência. Portanto, a área dessa nova figura que também é a área do círculo é dada por:

Os estudantes devem perceber que a área do círculo é dada pela área do paralelogramo formado, ou seja, pelo produto entre suas duas dimensões. Tem-se que a base do paralelogramo é igual à metade do comprimento da circunferência, ou seja: $\frac{2\pi r}{2} = \pi r$. Por fim, tem-se a multiplicação da base pela altura do paralelogramo, que corresponde ao raio da circunferência, obtendo a seguinte expressão para o cálculo da área do círculo: $A = \pi r \cdot r = \pi r^2$.

**6.** Em um determinado município, estão sendo confeccionadas 32 placas de trânsito com formato circular, cujo diâmetro de cada uma mede 48 cm. Para saber a quantidade de tinta usada na pintura dessas placas, a prefeitura solicitou o cálculo da área total de todas as placas. Desse modo, qual a área total das 32 placas em metros quadrados? (Use $\pi = 3{,}14$).

Os estudantes podem inicialmente calcular a área de uma placa apenas. Para isso, a expressão algébrica obtida na atividade anterior pode ser utilizada, necessitando da medida do raio. A informação explicitada no comando da questão indica que o diâmetro mede 48 cm. Como o enunciado solicita que a área seja dada em m², será necessário padronizar as unidades, obtendo a seguinte medida para o diâmetro: $d = \frac{48}{100} = 0{,}48$ m. Desse modo, o raio de uma placa circular é igual a $\frac{0{,}48}{2} = 0{,}24$ cm. Agora, pode-se, então, utilizar a expressão algébrica para calcular a área de uma placa circular: $A = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 0{,}24^2 = 0{,}180864$ m². Ao todo, são 32 placas, portanto, a área total é igual a:

$$A_{TOTAL} = 32 \cdot 0{,}180864 \cong 5{,}79 \text{ m}^2 .$$

# AULAS 7 E 8 – CALCULANDO A ÁREA DE CÍRCULOS, QUADRILÁTEROS E TRIÂNGULOS

Objetivos das aulas:
- Calcular a área de círculos por meio de expressões em situações-problema;
- Calcular a área de triângulos por meio de expressões em situações-problema;
- Elaborar situações-problema que envolvam o cálculo da área de círculos por meio de expressões.

**1.** O *Compact Disc*, em tradução para o português, Disco Compacto, comumente chamado de CD, surgiu na década de 1980. Hoje ele é pouco usado, devido à chegada das plataformas de *streaming* e dos dispositivos de armazenamento de dados com maior velocidade e capacidade. Os CD's possuem formato circular com um espaço vazio, também com formato circular, conforme a imagem a seguir:

Fonte: Pixabay.

O diâmetro do espaço vazio de um CD possui cerca de 15 mm e o diâmetro total do CD com o espaço vazio mede 12 cm. Com base nessas informações, qual a área aproximada da superfície do CD preenchida com material? (Use π = 3,1).

Espera-se que os estudantes identifiquem que a área da superfície do CD é igual à área total com o espaço vazio subtraída da área do espaço vazio:

$$A_{CD} = A_{TOTAL} - A_{VAZIO}$$

É preciso também padronizar as unidades para centímetros, logo, tem-se que o diâmetro do espaço vazio é: $d_{VAZIO} = \frac{15}{10} = 1{,}5\ cm$ para calcular cada uma das áreas, precisa-se da medida dos raios. O diâmetro é o dobro do raio, logo:

$$r_{TOTAL} = \frac{12}{2} = 6\ cm \qquad r_{VAZIO} = \frac{1{,}5}{2} = 0{,}75\ cm.$$

Por fim, utiliza-se a expressão para o cálculo da área do círculo para obter a área do CD:

$$A_{CD} = 3{,}1 \cdot 6^2 - 3{,}1 \cdot 0{,}75^2 = 111{,}6 - 1{,}74375 \cong 109{,}86\ \text{cm}^2$$

## AULAS 7 E 8 – CALCULANDO A ÁREA DE CÍRCULOS, QUADRILÁTEROS E TRIÂNGULOS

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize os estudantes em semicírculo.

### MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante, compasso e régua.

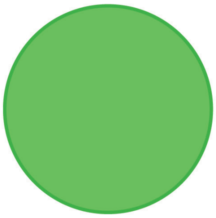
### INICIANDO

Para finalizar essa etapa de estudos sobre o cálculo da área de triângulos, quadriláteros e círculos, propomos que um diálogo seja iniciado com a turma sobre o que eles aprenderam sobre esse assunto. Sugerimos que, nessa conversa, os estudantes relembrem expressões algébricas que eles obtiveram nas aulas anteriores. Após o diálogo inicial, propomos que o Caderno do Estudante seja entregue aos estudantes e uma leitura coletiva das atividades propostas seja realizada. Se possível, organize a turma em duplas produtivas, atentando para os protocolos de higiene e distanciamento social. Para a realização da **Atividade 5**, em que os estudantes elaborarão uma situação-problema que envolve o cálculo da área do círculo, pode ser interessante que você solicite previamente que eles levem compasso e régua para a aula.

### DESENVOLVENDO

Sugerimos que antes de os estudantes realizarem as atividades, seja realiza-

2. Ruana é engenheira ambiental e está atuando em um projeto de gerenciamento para recuperar uma área degradada. Esse trabalho envolve a construção de uma praça circular arborizada, como mostra a figura a seguir:



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Sabendo que a área total da praça é igual a 1 060,32 m², qual o comprimento da circunferência que Ruana deve considerar no projeto? (Use π = 3).

**Espera-se que os estudantes calculem o raio ou o diâmetro da praça, inicialmente, para, em seguida, calcular o comprimento da sua circunferência. Desse modo, tem-se o seguinte:**

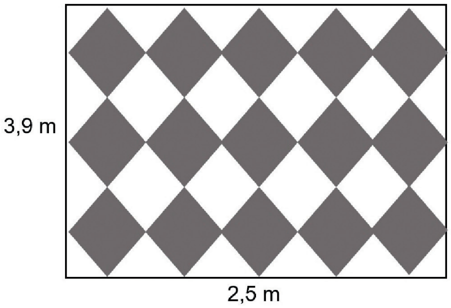
$$A_{PRAÇA} = \pi r^2 \Rightarrow 1\,060{,}32 = 3r^2 \Rightarrow r^2 = \frac{1\,060{,}32}{3} \Rightarrow r^2 = 353{,}44 \Rightarrow$$

$$r = \sqrt{353{,}44} \therefore r = 18{,}8\,m.$$

**O comprimento da circunferência é dado por:**

$$C = 2\pi r \Rightarrow C = 2 \cdot 3 \cdot 18{,}8 \therefore C = 112{,}8\,m.$$

3. Lielson pintou a parede do seu quarto com diversos losangos idênticos, conforme a ilustração a seguir:




Fonte: elaborado para fins didáticos.

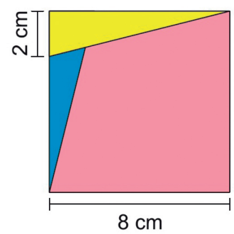
da uma leitura minuciosa dos comandos e possíveis dúvidas sejam solucionadas. Ressalte que as expressões algébricas que eles relembraram no início das aulas serão úteis aqui. As atividades contemplam aplicações diretas do cálculo de áreas de triângulos, quadriláteros e círculos por meio de expressões. Aproveite a discussão dessas atividades para salientar que não é interessante que tais expressões sejam meramente memorizadas, mas, sim, compreender como elas são obtidas. Isso é importante pois, por exemplo, outras expressões podem surgir, como é o caso da área do círculo. Ao considerarmos o diâmetro em vez do raio, tem-se: $A = \pi r^2 = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \pi \cdot \frac{d^2}{4}$. Se necessário, retome elementos discutidos nas aulas anteriores sobre isso. Após eles concluírem as atividades, propomos que você incentive os estudantes a socializarem com a turma a forma como pensaram suas resoluções. Uma observação importante é que na **Atividade 1**, é necessária a transformação de uma medida em milímetros para centímetros ou vice-versa. É importante que os estudantes estejam atentos e realizem conversões desse tipo de forma adequada. É comum que a transformação das medidas das áreas em centímetros quadrados para metros quadrados e vice-versa seja mais complicada para os estudantes realizarem. Você pode sugerir que tais conversões sejam realizadas logo no início, com as medidas em uma dimensão apenas, para não correr o risco de esquecer e os cálculos serem feitos de maneira equivocada. Em relação à Atividades 5, sugerimos que um tempo maior da aula seja destinado à discussão delas. Os estudantes podem permutar com o colega da dupla a situação-problema proposta para que o outro a realize. Esse pode ser um excelente momento para que os estudantes sejam protagonistas no processo de ensino-aprendizagem. Além disso, é importante que os estudantes verifiquem, no enunciado das situações-problema propostas, se os conceitos, unidades de medida, ilustrações, Qual a área total da parte cinza pintada por Lielson?

**Os estudantes podem utilizar diversas estratégias para solucionar essa atividade. Eles podem observar que os losangos compõem exatamente 50% da área total da parede retangular, logo, basta calculá-la e dividir o valor por 2:**

$$A_{CINZA} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{2{,}5 \cdot 3{,}9}{2} \therefore A_{CINZA} = 4{,}875\ m^2.$$

**4.** (OBMEP/2019) O quadrado abaixo está dividido em dois triângulos e um quadrilátero. O triângulo amarelo tem o dobro da área do triângulo azul. Qual é a área do quadrilátero rosa?

a. 36 cm²
b. 48 cm²
c. 52 cm²
d. 56 cm²
e. 60 cm²




Explicite aqui o seu raciocínio

**Espera-se que os estudantes identifiquem que para calcular a área do quadrilátero rosa, é preciso obter a área do quadrado e subtrair pela área dos triângulos. A área do quadrado é dada pelo produto entre as medidas dos dois lados:**

$$A_{QUADRADO} = l^2 = 8^2 = 64\ cm^2.$$

**A área do triângulo amarelo, por sua vez, é dada por:**

$$A_{AMARELO} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{8 \cdot 2}{2} = 8\ cm^2.$$

**Como a área do triângulo amarelo é o dobro da medida da área do triângulo azul, então este possui área igual a:**

$$A_{AZUL} = \frac{8}{2} = 4\ cm^2.$$

**Portanto, a área do quadrilátero rosa é igual a:**

$$A_{QUADRILÁTERO} = 64 - 8 - 4 = 52\ cm^2.$$ **Alternativa C.**

caso haja, estão adequados. Esse processo pode auxiliar fortemente os estudantes a consolidarem melhor a habilidade de calcular a área de figuras planas por meio de expressões em situações-problema. Você pode realizar um debate com a socialização das atividades e soluções propostas pelos estudantes.

## FINALIZANDO

Ao término das aulas, você pode construir com a turma uma síntese do conteúdo matemático estudado ao longo das últimas aulas. Essa retomada de conteúdo pode ser por meio de uma conversa informal ou por meio de uma sistematização do que foi aprendido. Destaque a importância do cálculo de figuras planas na atuação de alguns profissionais, como arquitetos, pedreiros, engenheiros, dentre outros. Ao término das atividades, a expectativa é que os estudantes tenham compreendido como calcular a área de um círculo, de um triângulo e de um quadrilátero utilizando, para isso, expressões algébricas.

**5.** Agora é a sua vez! Elabore uma situação-problema que envolva o cálculo da área de um círculo por meio de expressões. Em seguida, compartilhe com um colega para que ele solucione e você irá solucionar a situação proposta por ele.

Escreva, neste espaço, a sua situação-problema:

**Espera-se que os estudantes acionem o que aprenderam ao longo das atividades anteriores e construam uma situação-problema para um colega solucionar que, necessariamente, envolva o cálculo da área de um círculo por meio da expressão: $A = \pi r^2$. Eles podem, inclusive, desenhar o círculo com o auxílio de um compasso e de uma régua, ilustrando as medidas necessárias para o cálculo. Os estudantes também precisam atentar para o valor de π que será usado.**

Solucione aqui a situação-problema proposta pelo colega:

9º ANO

| 9º ano do Ensino Fundamental - Matemática | | | |
|---|---|---|---|
| **SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES** | **OBJETO DE CONHECIMENTO** | **HABILIDADES ESSENCIAIS** | **ARTICULAÇÃO DE MATERIAS** |
| 1 | Porcentagens.<br><br>Porcentagens: problemas que envolvem cálculo de percentuais sucessivos. | (**EF08MA04**) Resolver e elaborar situações problema, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais.<br><br>(**EF09MA05**) Resolver e elaborar situações problema que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, no contexto da educação financeira. | **Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 8º ano**<br>V.1, SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 3<br>ATIVIDADE 1 – A PORCENTAGEM NO COTIDIANO<br>ATIVIDADE 2 – HÍSTORIA, COMBUSTÍVEL E PORCENTAGEM?<br><br>**Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 9º ano**<br>V.3, SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 4<br>ATIVIDADE 1 – O MUNDO FINANCEIRO A NOSSA VOLTA<br>ATIVIDADE 2 – JUROS E DESCONTOS: HERÓIS, VILÕES? DEPENDE DA COMPREENSÃO |
| 2 | Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais.<br><br>Semelhança de triângulos. | (**EF09MA24***) Identificar e calcular as relações de proporcionalidade dos segmentos determinados por retas paralelas cortadas transversais (teorema de Tales).<br><br>(**EF09MA12**) Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes. | **Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 9º ano**<br>V.1, SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 6<br>ATIVIDADE 1 – TIROLESA<br>ATIVIDADE 2 – RAZÃO PARA VIDA E PARA MATEMÁTICA<br>ATIVIDADE 3 – APROFUNDANDO O CONHECIMENTO EM RAZÃO ENTRE SEGMENTOS<br>ATIVIDADE 4 – TEOREMA DE TALES – APLICAÇÃO<br>ATIVIDADE 6 – SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS<br>ATIVIDADE 7 – CASOS DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS |
| 3 | Relações métricas no triângulo retângulo. Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração. | (**EF09MA13**) Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos.<br><br>(**EF09MA14**) Resolver e elaborar situações-problema de aplicação do teorema de Pitágoras. | **Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 9º ano**<br>V.3, SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 1<br>ATIVIDADE 1 – UM TRIÂNGULO FAMOSO<br>ATIVIDADE 2 – TEOREMA DE PITÁGORAS<br>ATIVIDADE 5 – RELAÇÕES MÉTRICAS<br>ATIVIDADE 6 – OUTRAS RELAÇÕES MÉTRICAS E APLICAÇÕES<br>V.3, SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 2<br>ATIVIDADE 1- APLICAÇÃO DO TEOREMA DE PITÁGORAS |

# SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

# 9º ANO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

## OLÁ, PROFESSOR!

Nesta Sequência de Atividades, falamos com você que está aí, na sala de aula ou realizando as aulas remotamente, no convívio direto com os estudantes. Estes terão a oportunidade de se envolver com atividades que possibilitam a retomada de conceitos, propriedades e procedimentos essenciais para o desenvolvimento de seus conhecimentos e capacidades em Matemática.

A Sequência de Atividades deve ser desenvolvida considerando os protocolos de higiene e distanciamento social, favorecendo a interação, o compartilhamento de conhecimentos e a colaboração. Além disso, as socializações das atividades, por parte dos estudantes, são percebidas como oportunidades de serem desenvolvidas habilidades e competências que dizem respeito à cooperação, à empatia, à argumentação, à comunicação, entre outras.

Vale ressaltar que os estudantes devem chegar ao final da Sequência de Atividades sendo capazes de resolver e elaborar situações-problema envolvendo porcentagens que possam ser resolvidas com e sem o uso de calculadora e\ou outras tecnologias digitais.

Essas sequências foram elaboradas por meio da análise dos resultados das avaliações internas e externas (diagnóstico de entrada e SARESP) que revelaram fragilidades dos estudantes com relação às habilidades: (EF08MA04) Resolver e elaborar situações problema, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais; (EF09MA05) Resolver e elaborar situações problema que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, no contexto da educação financeira.

| AULA | DURAÇÃO | TEMA DA AULA |
|---|---|---|
| 01 e 02 | 90 min | Resolvendo porcentagens em situações-problema |
| 03 e 04 | 90 min | Elaborando situações-problema com porcentagem |
| 05 e 06 | 90 min | Resolvendo situações-problema com aplicações sucessivas |
| 07 e 08 | 90 min | Elaborar situações-problema com aplicações de percentuais sucessivos. |

Sabemos que as atividades por si só não ensinam. Por isso, professor, a sua atuação é tão importante em cada uma das situações propostas aqui. Elas têm como objetivo a recuperação das aprendizagens e o desenvolvimento das habilidades esperadas para o 9º Ano do Ensino Fundamental. Para isso, esse caderno deverá servir como mais uma ferramenta que o auxiliará no processo de ensino, sendo necessário, portanto, que você considere, em seu replanejamento, outras possibilidades de discussão e recursos para além daqueles sugeridos nesta Sequência de Atividades. Para ajudá-lo nessa ação, a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo poderá, por meio do Centro de Mídias, realizar formações continuadas acerca das Sequências de Atividades. Tais formações acontecerão nos momentos das Aulas de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPCs).

Desejamos a você e aos nossos estudantes um ótimo trabalho!

# SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

## AULAS 1 E 2 - RESOLVENDO PORCENTAGENS EM SITUAÇÕES-PROBLEMA

Objetivos das aulas:
- Resolver situações-problema envolvendo cálculo de porcentagens com uso de tecnologia digital;
- Resolver situações-problema envolvendo cálculo de porcentagens sem o uso de tecnologias digitais.

Olá estudantes, vivemos em um mundo capitalista e conhecer sobre finanças, gastos e investimentos faz parte de nossa realidade. Portanto, o quanto antes conhecermos sobre a Matemática Financeira, e dominá-la, será importante. Vocês terão, a seguir, uma lista contendo algumas questões que abordarão a porcentagem de diversas maneiras. Esse objeto de conhecimento é de suma importância para seu aprendizado escolar, pois está relacionado à Física, à Biologia, à Química e a outras áreas de conhecimento, além de fazer parte da vida, de temas relacionados ao que assistimos na TV, como esportes, saúde, economia e política, assuntos tão relevantes ao cidadão. As questões elaboradas valorizarão o uso da calculadora, portanto façam com bastante atenção para que possam tirar o máximo de proveito para seu aprendizado. O tema escolhido para essas questões é o preço dos combustíveis.

Apenas lembrando, porcentagem é uma razão cujo denominador é 100.

Bons estudos!

**1.** A gasolina nos postos de combustíveis custa R$ 5,00. Essa gasolina sofrerá um aumento de 10%. Qual é o valor que essa gasolina passará a custar após sofrer o aumento?

Para obter essa resposta, é necessário somar, ao valor da gasolina, o acréscimo de 10% desse valor, assim obtemos o cálculo:

$$5{,}00 + (0{,}10 \times 5{,}00) = 5{,}00 + 0{,}50 = 5{,}50$$

Logo, o preço atual da gasolina é igual a R$ 5,50.

**2.** Um estudo realizado sobre os combustíveis na cidade de Flores da Primavera verificou que o posto de combustíveis que vendia a gasolina e o etanol mais barato se encontrava no Jardim Bela Vista, com o valor de R$ 4,20 para gasolina e o valor de R$ 3,00 para o etanol. Já o maior valor encontrado foi no bairro Jardim das Acácias: R$ 4,50 para gasolina e R$ 3,30 para o etanol.

Sobre o texto, determine o que se pede.

a. Qual é a diferença entre os valores da gasolina mais cara e os valores da gasolina mais barata?

Para resolver essa questão, tem-se que subtrair os preços das duas gasolinas:

$$4{,}50 - 4{,}20 = \text{R\$ } 0{,}30$$

Logo, a gasolina mais cara é R$ 0,30 mais cara que a gasolina mais barata.

## AULAS 1 E 2 - RESOLVENDO PORCENTAGENS EM SITUAÇÕES-PROBLEMA

### INICIANDO

Nesta Sequência de Atividades, os estudantes farão algumas questões abordando a porcentagem como tema central, sendo ela abordada de diversas maneiras. Entre as formas de abordagem do tema, você, professor, poderá propor aos estudantes a determinar o valor percentual de um número, determinar valores antes de sofrerem acréscimos, após sofrerem acréscimos, determinar o valor percentual, soma das parcelas percentuais. Enfim, poderá abordar diversas formas de se apresentar a porcentagem. Esperamos que os estudantes possam se dedicar, ao máximo, a essas atividades. Boa aula!

### DESENVOLVENDO

Na **Atividade 1**, é proposto, ao estudante, determinar o valor de um produto após sofrer um acréscimo, ou seja, uma atividade de porcentagem que visa obter um valor depois de sofrer um acréscimo.

Na **Atividade 2**, é proposto, ao estudante, fazer um comparativo de valores percentuais, ou seja, verificar o quanto um produto é mais caro que o mesmo produto em outro lugar. Esse cálculo é muito importante para vida do estudante. Nessa questão, ele comparará, também, a diferença entre o preço do etanol com o da gasolina, o que é um cálculo muito comum para os motoristas na hora de reabastecer.

Na **Atividade 3**, é proposto novamente, ao estudante, determinar, se possível com o auxílio da calculadora, o preço do produto antes de sofrer o acréscimo. Ainda nessa atividade, o estudante determinará o valor percentual que o produto sofreu após o aumento.

Na **Atividade 4**, é proposto, ao estudante, determinar vários cálculos referentes aos preços dos três combustíveis anunciados em um posto de combustíveis. O estudante fará cálculos para determinar que valor percentual um combustível é do outro. Para isso, ele aplicará, para cada caso, a regra de três simples.

Na **Atividade 5**, é proposto, aos estudantes, preencherem uma planilha da composição do preço final de um combustível, agregando os impostos, o lucro do posto e o transporte, enfim, tudo o que compõe o preço final de um combustível. Essa planilha, a princípio, pode ser realizada no próprio caderno de atividades, como também no caderno. Outra planilha que também deve ser preenchida, trata-se daquela em que deverá ser inserido o valor percentual de cada valor numérico correspondente e verificar se a soma dos valores percentuais chegará aos 100%.



b. Qual é o valor percentual que o preço da gasolina mais cara é da gasolina mais barata na cidade de Flores da Primavera?

**Para resolver essa questão é preciso subtrair os preços das duas gasolinas e determinar, através da proporção, o valor percentual da resposta. Assim, temos**

$$\frac{0,30}{4,20} = \frac{x}{100} \rightarrow 4,20x = 30 \rightarrow x = \frac{30}{4,20} \cong 7,14\%$$

**Logo, a gasolina mais cara é 7,14 % mais cara que a gasolina mais barata.**

c. Quantos por cento o etanol mais caro é maior que o etanol mais barato na cidade de Flores da Primavera?

**Para resolver esse problema é necessário subtrairmos os preços dos etanóis, o mais caro do mais barato e depois montar uma regra de três comparando essa diferença com o preço do etanol, como é mostrado no cálculo:**

$$\frac{3,30-3,00}{3,00} = \frac{x}{100} \rightarrow 3,00x = 30 \rightarrow x = 10\%$$

d. No bairro que se vende os combustíveis mais baratos na cidade de Flores da Primavera, que percentual o preço do etanol representa em relação ao preço da gasolina?

**Para responder essa pergunta é necessário calcularmos a razão entre os preços do etanol e da gasolina mais barata.**

$$\frac{3,00}{4,20} = \frac{x}{100} \rightarrow 4,20x = 300 \rightarrow x = \frac{300}{4,20} \rightarrow x \cong 71,43\%$$

**Logo, o valor do etanol é 71,43% do valor da gasolina.**

e. Que percentual o preço do etanol mais caro é comparado ao preço da gasolina mais cara?

**Para resolver essa pergunta, aplicaremos a relação de proporção, usando o preço do etanol mais caro e o preço da gasolina mais cara. Assim, temos:**

$$\frac{3,30}{4,50} = \frac{x}{100} \rightarrow 4,50x = 330 \rightarrow x = \frac{330}{4,50} \rightarrow x \cong 73,33\%$$

**O etanol mais caro é 73,33% do valor da gasolina mais cara.**

## FINALIZANDO

Para finalizar, destine um tempo da sua aula para a socialização dos estudantes. Você pode perguntar quem teve mais facilidade em lidar com a calculadora, quais foram as atividades mais difíceis, o que foi aprendido com elas. Questione os estudantes sobre as técnicas adotadas em cada atividade, mediando as trocas dos que obtiveram êxito e dos que não obtiveram, fazendo com que possam compreender o conteúdo por completo.

**3.** O preço da gasolina nas refinarias é de R$ 2,08/litro, o que significa um reajuste de +4,0% em relação aos valores anteriores. Na bomba, essa gasolina, após a inserção de todos os impostos e o lucro do posto, passa a custar R$ 5,72/litro.

a. Qual era o preço anterior da gasolina nas refinarias antes do aumento?

Podemos resolver essa pergunta desenvolvendo uma equação de 1º grau. Basta pensar que o valor anterior da gasolina é um valor desconhecido e, após sofrer um reajuste de +4,0% sobre esse valor, passou a custar R$ 2,08. Sendo assim, obtemos os cálculos:

$$x + 4{,}0\%\ de\ x = 2{,}08 \rightarrow x + 0{,}04 \cdot x = 2{,}08$$

$$1{,}04x = 2{,}08 \rightarrow x = \text{R\$ } 2{,}00$$

Antes do aumento, a gasolina custava na refinaria R$ 2,00.

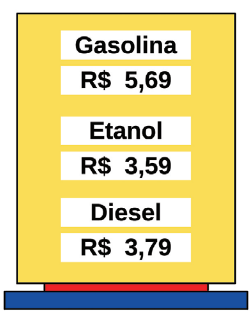
b. Qual o valor percentual que a gasolina, vendida nos postos, aumentou comparada ao valor cobrado nas refinarias?

Para determinar o valor percentual que a gasolina aumentou desde a refinaria até o posto de combustíveis, é necessário subtrair o valor final da gasolina pelo valor da refinaria e depois dividir pelo valor inicial, ou seja, o valor adquirido na refinaria. Assim, temos o cálculo simplificado:

$$\frac{5{,}72-2{,}08}{2{,}08} = \frac{3{,}64}{2{,}08} = 1{,}75 = 175\%$$

Logo, essa gasolina teve um aumento de 175% em relação ao valor comprado nas refinarias.

**4.** Observe os valores dos combustíveis cobrados em um posto.




Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Determine o que se pede.

a. Quantos por cento a gasolina é mais cara que o etanol?

Para determinar o valor percentual que a gasolina é mais cara que o etanol, é necessário determinar a diferença entre os preços dos dois combustíveis e compará-la com o preço do etanol. Veja os cálculos a seguir:

$$\frac{5{,}69 - 3{,}59}{3{,}59} = \frac{x}{100} \rightarrow 3{,}59x = 210$$

$$\rightarrow x = \frac{210}{3{,}59} \rightarrow x \cong 58{,}5\%$$

Logo a gasolina é aproximadamente 58,5% mais cara.

b. Que percentual da gasolina representa o valor do diesel?

**Para resolver esse problema, temos que relacionar o preço do diesel com o preço da gasolina.**

$$\frac{3{,}79}{5{,}69} = \frac{x}{100} \rightarrow 5{,}69x = 379 \rightarrow x = \frac{379}{5{,}69} \rightarrow x = 66{,}6\%$$

**Logo, o diesel é aproximadamente 66,6% do valor da gasolina.**

c. Quantos por cento o diesel é mais caro que o etanol?

**Para determinar essa resposta, devemos determinar a diferença entre o diesel e o etanol e comparar com a diferença entre o valor do preço do etanol. Assim, temos:**

$$\frac{3{,}79-3{,}59}{3{,}59} = \frac{x}{100} \rightarrow 3{,}59x = 20 \rightarrow x = \frac{20}{3{,}59} \rightarrow x \cong 5{,}57\%$$

**Logo, o diesel é aproximadamente 5,57% mais caro que o etanol.**

d. Um veículo possui consumo médio, na cidade, igual a 10,6 km com 1 litro de gasolina e 7,3 km, com 1 litro de etanol. Considere que esse veículo seja flex (aceita etanol e gasolina) e que a dona dele colocará R$ 100,00 de combustível. Sabendo que ela deseja andar o máximo possível, nessas condições, qual combustível deverá escolher?

**Primeiro, determinamos quantos litros de combustível seria possível colocar com os R$ 100,00. Depois que determinarmos essa quantidade, multiplicaremos a quantidade de litros pelo valor que o carro faz tanto com etanol como com gasolina. Após determinar esses valores, é possível fazer a comparação: aquele que obter a maior distância é a resposta correta. Veja os cálculos:**

**Gasolina:** $100 \div 5{,}69 \cong 17{,}57 \text{ litros} \times 10{,}6 \cong 186{,}29 \text{ km}$.

**Etanol:** $100 \div 3{,}59 \cong 27{,}86 \text{ litros} \times 7{,}3 \cong 203{,}34 \text{ km}$.

**Compensa abastecer com etanol.**

## ANOTAÇÕES

**Solução para a questão 5 letra b:**

**É necessário resolver uma regra de três simples para cada parcela que compõe o preço final da gasolina. Porém, professor, a resposta foi elaborada na forma simplificada para fins de conferição.**

**Preço da gasolina comum:**

$$\frac{Preço\ da\ gasolina}{Preço\ final} = \frac{1,39}{4,44} \cong 31,31\%$$

**Preço do etanol anidro:**

$$\frac{Preço\ do\ etanol}{Preço\ final} = \frac{0,56}{4,44} \cong 12,61\%$$

**Custo do transporte:**

$$\frac{Preço\ do\ transporte}{Preço\ final} = \frac{0,13}{4,44} \cong 2,93\%$$

**Tributos Federais:**

$$\frac{valor\ dos\ Tributos\ federais}{Preço\ final} = \frac{0,69}{4,44} \cong 15,54\%$$

**Tributos estaduais:**

$$\frac{valor\ dos\ Tributos\ estaduais}{Preço\ final} = \frac{1,24}{4,44} \cong 27,93\%$$

**Margem bruta de revenda:**

$$\frac{margem\ bruta}{Preço\ final} = \frac{0,43}{4,44} \cong 9,68\%$$

**Valor total da gasolina:**

$$\frac{valor\ total}{Preço\ final} = \frac{4,44}{4,44} = 100\%$$

**5.** Leia o texto a seguir:

"O preço médio do litro da gasolina encontrado nas bombas de combustíveis pelo Brasil, em março, era de R$ 4,43. Desse total, o valor referente ao combustível puro era de R$ 1,34. Como a gasolina vendida, por aqui, conta com a adição de até 27% de etanol, soma-se R$ 0,57 referentes ao etanol e o preço do composto passa a ser R$ 1,91. Isso significa que, sem os impostos e a margem de lucro das empresas que fabricam e vendem o combustível, pagaríamos R$ 1,91 pelo litro da gasolina.

Os impostos estaduais representam 28% do preço total da gasolina, o que significa algo em torno de R$ 1,24. As taxas federais equivalem a R$ 0,69, o que representa 16%. O total de impostos embutidos no preço do combustível é, portanto, de 44% ou R$ 1,93.

O lucro dos revendedores (postos de gasolina) está na faixa de 10%. As distribuidoras e o transporte ficam com um valor equivalente a R$ 0,17 ou 3,8%.

a. Com base nos dados apresentados no texto, lance os valores parciais que compõem o preço da gasolina na planilha a seguir.

**Para preencher essa planilha, é necessário ler o texto e, dele, extrair as informações para o preenchimento da mesma.**

| Gasolina comum | Custo do etanol (R$) | Impostos Estaduais (R$) | Impostos Federais (R$) | Transporte (R$) |
|---|---|---|---|---|
| 1,34 | 0,57 | 1,24 | 0,69 | 0,17 |

b. Complete a coluna referente à porcentagem da tabela, a seguir, escrevendo os valores percentuais que correspondem aos valores financeiros apresentados nela. (Adote 2 casas decimais para escrever o valor percentual).

| Composição do preço total | Valor | Porcentagem |
|---|---|---|
| Preço da gasolina comum | R$ 1,39 | 31,31 % |
| Preço do etanol anidro | R$ 0,56 | 12,61 % |
| Custo de transporte e margem de distribuição | R$ 0,13 | 2,93 % |
| Tributos Federais | R$ 0,69 | 15,54 % |
| Tributos estaduais | R$ 1,24 | 27,93 % |
| Margem bruta de revenda | R$ 0,43 | 9,68 % |
| Valor total da gasolina comum ao consumidor | R$ 4,44 | 100 % |

Fonte: elaborado para fins didáticos.

# AULAS 3 E 4 - ELABORANDO SITUAÇÕES-PROBLEMA COM PORCENTAGEM

Objetivos das aulas:
- Elaborar situações-problema envolvendo cálculo de porcentagens com o uso de tecnologias digitais;
- Elaborar situações-problema envolvendo cálculo de porcentagens sem o uso de tecnologias digitais.

Nesta sequência de atividades, será proposto, a todos vocês, elaborarem situações-problemas a respeito do tema porcentagem. Algumas atividades irão propor, também, que resolvam as suas próprias elaborações, outras apenas que elaborem. Esperamos que vocês sejam bem criativos em suas elaborações, mostrando, nelas, todo conhecimento de vida que certamente vocês possuem. Bons estudos!

**1.** Elabore uma situação-problema em que exista uma conta a ser paga. Sendo que, essa conta, contém o valor consumido mais o acréscimo percentual desse consumo. Nessa elaboração, faça perguntas a respeito do valor consumido, do valor do acréscimo e do valor total.

**A resposta é pessoal, porém espera-se que o estudante crie uma situação-problema que peça para determinar o valor do consumo, o valor do acréscimo e o valor total.**

**2.** Elabore uma situação-problema em que você irá determinar o preço anterior de um produto que tenha sofrido um determinado acréscimo.

**Resposta pessoal, mas espera-se que o estudante possa elaborar uma situação em que é dado o valor de um produto que tenha sofrido acréscimo e determine o seu valor antes de sofrer esse acréscimo.**

**3.** Elabore uma situação-problema em que haja, em uma determinada situação, "x" quantidade de pessoas e, posteriormente, chegue, nesse local, "y" quantidades de pessoas.

Após elaborar esse problema, responda.

**a.** Segundo a sua elaboração do problema, qual porcentagem de pessoas que chegaram depois nesse local, comparada com as que já estavam presentes?

**Resposta pessoal, porém espera-se que o estudante possa elaborar uma situação-problema em que o cálculo para se chegar à resposta é definido pela razão:** $\frac{y}{x}$

## AULAS 3 E 4 - ELABORANDO SITUAÇÕES-PROBLEMA COM PORCENTAGEM

### INICIANDO

Nesta Sequência de Atividades, os estudantes irão elaborar situações-problema que envolverão, como tema principal, a porcentagem. Esta poderá ser aplicada na forma de acréscimo, decréscimo, dado um valor percentual, obter o valor total, obter o valor numérico através da referência de um valor percentual, enfim, poderá abranger diversas formas. O intuito é verificar se o estudante é capaz de elaborar situações-problema de temas que ele conhece, temas com os quais ele convive diariamente e que possa escrever essas questões, observando, nelas, as formas como podem ser elaboradas as perguntas sobre esse tema. Boa aula!

### DESENVOLVENDO

Para **Atividade 1**, é proposto, ao estudante, elaborar uma situação-problema em que simula uma ida a um restaurante em que o estudante deverá determinar um valor, sabendo de uma porcentagem da conta. Essa operação é um problema bem comum em porcentagem. Essa questão poderá ser realizada com o uso da calculadora, caso o professor prefira.

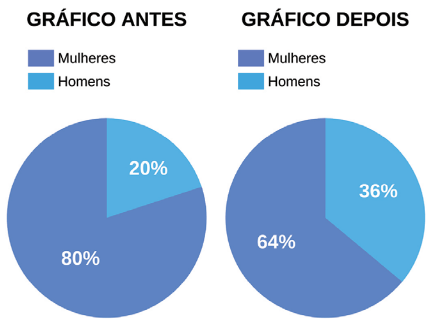
Para **Atividade 2**, é proposto, ao estudante, elaborar uma situação-problema em que um produto sofrerá acréscimos sucessivos e, em outra situação, o mesmo objeto receberá apenas um acréscimo no valor exato do acúmulo dos acréscimos. O objetivo é que, além do estudante elaborar o problema, ele observe que existe diferença entre acréscimos sucessivos e acréscimo único, ou seja, o estudante deverá entender que não é a mesma coisa. Posteriormente, será proposto uma questão para que possam resolver a situação-problema.

Para **Atividade 3**, é proposto, ao estudante, elaborar uma situação-problema em que existe um cálculo pré-estabelecido para que ele elabore e resolva, ou seja, o problema será criado em torno de um problema já existente e ficará para o estudante dar

**b.** Crie novamente uma situação-problema, estabelecendo, em sua elaboração, uma observação em relação à quantidade de pessoas nesse local, especificando a quantidade de homens e mulheres. Depois, peça para determinar qual a porcentagem de homens e de mulheres.

**Resposta pessoal, mas espera-se que o estudante possa elaborar a situação-problema, especificando a quantidade de homens e de mulheres. Depois, como sugestão de questionamento à questão elaborada, determine o percentual de homens e de mulheres.**

**4.** Observe os gráficos a seguir.




Fonte: elaborado para fins didáticos.

Elabore uma situação-problema baseada nos dois gráficos.

**Resposta pessoal, mas espera-se que o estudante possa elaborar uma situação em que, em um certo momento, o valor percentual de homens era de 20% e passou a ser igual a 36%. Fica a critério do estudante elaborar as perguntas, podendo ser apenas indagando o quanto dos valores percentuais mudaram, até mesmo envolver números que possam remeter aos valores apresentados nos gráficos.**

seu perfil ao problema.

Para **Atividade 4**, é proposto, ao estudante, elaborar uma situação-problema semelhante ao que fora elaborado na questão anterior. Contudo, desta vez os estudantes deverão analisar dois gráficos e, a partir das informações extraídas desses gráficos, eles irão não só elaborar, como resolver o problema. Novamente, professor, sugerimos que dê mais um pouco de atenção para a explicação dessa questão, pois pode ser que os estudantes tenham muitas dificuldades.

Na **Atividade 5**, o estudante deverá elaborar uma situação-problema em que se pergunta qual seria o valor pago por uma compra sem os descontos apresentados nos dados fornecidos no problema. Nessa questão, o estudante analisará um cupom fiscal e, através dos dados apresentados, ele determinará a solução do problema.

Na **Atividade 6**, o estudante deverá elaborar uma situação-problema em que irá escolher produtos a serem comprados e atribuir valores a eles. A questão sugere, ao estudante, criar os valores percentuais dos impostos e, assim, determinar o valor venal desse imposto.

## FINALIZANDO

Para finalizar, destine um tempo da sua aula para a socialização dos estudantes. Você pode perguntar quais foram as maiores dificuldades e o que foi aprendido nas atividades. Peça que os estudantes comentem as técnicas usadas em cada atividade, mediando as trocas dos que obtiveram êxito e dos que não obtiveram, fazendo com que possam aprender mais.

5. Observe o cupom fiscal a seguir.

| CUPOM FISCAL | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ITEM CÓDIGO | | DESRIÇÃO | | |
| QTD | UN. VL UNIT | | ST | VL ITEM |
| 1 | 1000000 | Sabão em pó | 2 x 800g - **10%** | 12,42 |
| 2 | 1000001 | Desinfetante | 2 x 2L - **5%** | 31,35 |
| 3 | 1000002 | Amaciante | 1 x 1,5L | 25,00 |
| 4 | 1000003 | Detergente | 4 x 500mL | 4,20 |
| 5 | 1000004 | Papel Higiênico | 1 x 12 - **8%** | 25,76 |
| TOTAL | | | | R$ 98,73 |

Fonte: elaborado para fins didáticos.

Elabore uma situação-problema, baseando-se em uma compra que gerou o cupom fiscal citado anteriormente. Elabore perguntas a respeito dos preços dos produtos, como qual o valor da compra, caso não tenha nenhum produto em promoção ou caso todos os produtos estejam com desconto.

**Resposta pessoal, mas espera-se que o estudante elabore uma situação-problema, levantando indagações a respeito do valor da compra, caso os produtos não tivessem desconto, ou poderia indagar sobre quais são os preços dos produtos sem o desconto. Enfim, os questionamentos são livres.**

6. Observe o cupom fiscal a seguir.

| CUPOM FISCAL | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ITEM CÓDIGO | | DESRIÇÃO | | |
| QTD | UN. VL UNIT | | ST | VL ITEM |
| 1 | 501023 | ARROZ | 1 x 5Kg | 22,69 |
| 2 | 500001 | FEIJÃO | 1 x 1Kg | 6,9 |
| 3 | 514007 | MACARRÃO | 3 x 500g | 6,75 |
| 4 | 511613 | ÓLEO DE SOJA | 4 x 900ml | 23,56 |
| 5 | 158237 | AÇÚCAR | 1 x 5Kg | 12,39 |
| TOTAL | | | | 72,29 |
| Imposto | | F = 8,76% = R$ 6,33 | E = 2,15% = R$1,55 | |

Fonte: elaborado para fins didáticos.

Estudante, elabore uma situação-problema em que você escolherá os produtos a serem adquiridos e atribuirá os seus valores. Sugerimos como proposta, para a pergunta da situação-problema, estipular um valor percentual dos impostos e determinar seus valores.

Resposta pessoal, mas espera-se que o estudante elabore a situação-problema e estipule um valor percentual aos impostos federais e estaduais e determine os seus valores.

## AULAS 5 E 6 - RESOLVENDO SITUAÇÕES-PROBLEMA COM APLICAÇÕES SUCESSIVAS

### INICIANDO

Nesta Sequência de Atividades, os estudantes resolverão algumas questões abordando o acréscimo percentual sucessivo, assim como decréscimos sucessivos e intercalando acréscimos e decréscimos sucessivos. As atividades podem ser realizadas de forma manual ou com o auxílio de tecnologias como a calculadora. Portanto, professor, caso seja necessário adotar, nas aulas, tal objeto, verifique a possibilidade de uso do equipamento com antecedência. Para cada questão dessa atividade é abordada uma temática envolvendo assuntos sobre os quais os estudantes poderão opinar a respeito. Sendo assim, dê espaço a eles para relatarem a sua realidade. Boa aula!

### DESENVOLVENDO

Para **Atividade 1**, é proposto, ao estudante, determinar o valor de um objeto que sofreu dois acréscimos sucessivos. Sendo assim, o estudante desenvolverá alguns cálculos que devem ser observados com atenção, professor, para que no fim da aula você possa comentar, com eles, outras formas de resolução. Uma sugestão é resolver, multiplicando todos os acréscimos em uma só conta.



## AULAS 5 E 6 - RESOLVENDO SITUAÇÕES-PROBLEMA COM APLICAÇÕES SUCESSIVAS

Objetivos das aulas:
- Resolver situações-problema em que envolvam aplicações sucessivas de porcentagens;
- Resolver situações-problema em que envolvam aplicações e retiradas sucessivas de porcentagens;
- Resolver situações-problema em que envolvam aplicações e retiradas sucessivas de percentagens com uso de tecnologias digitais.

Olá, estudantes, como você pode ter percebido, todas as atividades que estão resolvendo têm como característica comum a porcentagem. Nesta sequência de atividades, vocês desenvolverão questões em que ocorrerão acréscimos sucessivos de um produto, como também poderá acontecer de acrescentar e retirar valores percentuais sobre o valor de um produto. Você pode utilizar uma para resolução das atividades. Agora, vamos às atividades!

**1.** Um botijão de gás, no início do mês, custava R$ 80,00, quando houve um acréscimo de 6,5%. Em seguida, o produto sofreu outro aumento de 5%.

Qual o novo valor do botijão de gás após esse aumento?

**Para determinar o preço final do botijão de gás, é necessário somar ao valor inicial do botijão de gás, o valor do acréscimo. Porém, é possível determinar o valor final do gás, multiplicando o valor inicial do gás com um número decimal que representa o acréscimo na forma decimal somado a 100%, também na forma decimal, ou seja, 100% equivale ao valor inicial e a qualquer acréscimo que se faz a esse valor passará a valer mais de 100%. Nesse caso, 106,25% que na forma decimal fica representado por 1,0625. Assim, temos:**

$$80 \times 1{,}065 = 85{,}20$$

$$85{,}20 \times 1{,}05 = 89{,}46$$

**Ou uma segunda forma, temos:**

$$80 \times 1{,}065 \times 1{,}05 = 89{,}46$$

**Qualquer uma das formas poderá ser adotada. O novo valor do botijão de gás é de R$ 89,46.**

**2.** Um botijão de gás, no início do mês, custava R$ 80,00, quando houve um acréscimo de 10%. Em seguida, o produto sofreu outro aumento de 2,5%. Dias depois, houve uma queda de 10% no preço do botijão de gás e, na semana seguinte, sofreu outra redução, dessa vez de 2,5%.

**a.** É correto afirmar que o acréscimo acumulado desse botijão de gás foi de 12,5%?

**Para determinar essa resposta, não podemos simplesmente somar os valores percentuais, temos que multiplicar os acréscimos somados a 100%, que representa o preço inicial do gás. Qualquer aumento que se faça deve ser somado aos 100% correspondentes ao valor inicial do gás. Essa operação garante que iremos calcular o acréscimo final, ou seja, os acréscimos de 10% e 2,5% sucessivos que irão gerar o percentual de acréscimo final. Sendo assim, o acréscimo foi de $1{,}1 \times 1{,}025 = 1{,}1275$, ou seja 12,75%.**

**Logo, o acréscimo acumulado não é igual a 12,5%.**

Para **Atividade 2**, é proposto, ao estudante, determinar o preço de um produto que sofrerá, em seu valor, um acréscimo duplo; em seguida, sofrerá um decréscimo duplo com os mesmos valores percentuais. O objetivo é fazer com que o estudante perceba que aumentar e tirar percentualmente um valor não implica voltar ao valor inicial.

Para **Atividade 3**, é proposto, ao estudante, determinar o valor de um produto que sofreu um reajuste percentual. Em seguida, esse mesmo produto recebe um desconto sobre seu preço atual, entretanto esse desconto é inferior ao aumento dado anteriormente e, mesmo assim, o produto fica mais barato que o seu preço inicial. Essa questão, professor, sugerimos que seja comentada por todos os estudantes da sala,

b. Qual o valor do botijão de gás após sofrer o acréscimo de 10% e depois outro acréscimo de 2,5%?

O novo valor do botijão de gás é determinado multiplicando o valor do gás pelos dois acréscimos, ou seja, por se tratar de acréscimos, somamos a 100% os acréscimos de 10% e 2,5%. Esse aumento percentual deve ser passado para forma decimal. Assim, temos:

$$80{,}00 \times 1{,}1 \times 1{,}025 = R\$\ 90{,}20$$

O novo preço do gás é igual a R$ 90,20.

c. Após sofrer duas reduções, uma de 10% e outra de 2,5% no seu valor, esse botijão de gás voltou a custar os mesmos R$ 80,00?

O objetivo desta atividade é verificar que acrescentando e depois retirando valores percentuais iguais, obtém-se valores diferentes. Nesse caso, após a redução, obtém-se um valor menor que o inicial.

Veja os cálculos:

Por se tratar de uma redução no preço, retiramos 10% dos 100% correspondente ao valor inicial e depois outros 2,5%. Sendo assim, obtemos o seguinte cálculo:

$$\frac{90{,}20}{x} = \frac{100}{90}$$

$$x = R\$\ 81{,}18$$

Então, após a redução de 10%, o novo valor do gás é de R$ 81,18. Para obter o valor após a redução de 2,5%, temos:

$$\frac{81{,}18}{y} = \frac{100}{97{,}5} \rightarrow y \cong 79{,}15$$

Preço final, R$ 79,15.

Observe que o valor de R$ 90,20 é o valor com os acréscimos e para obter o valor com o decréscimo, retiramos de 100% o valor do acréscimo, ou seja, 100% - 10% = 90%. Para determinar o outro decréscimo, faz-se o mesmo cálculo, custaria 2,5% de 100%,

que obtemos 97,5%, ou seja, 0,975. Logo, concluímos que o novo preço do gás é igual a R$ 79,15.

para que possam justificar o motivo desse fato. Deixe os comentários fluírem, somente depois você intervém, caso seja necessário, para explicar o motivo.

Para **Atividade 4**, é proposto, ao estudante, determinar os valores percentuais do crescimento populacional de uma cidade, nos anos seguintes ao de 2016. Nesse caso, a questão sugere que o estudante refaça a planilha em sua forma eletrônica. Porém, não sendo possível, ele poderá responder simplesmente no caderno.

Para **Atividade 5**, é proposto, ao estudante, determinar o acréscimo no consumo de energia de um mês para o mês seguinte. Para isso, o estudante deverá realizar um cálculo simples. Professor, comente, com os estudantes, que uma possível atividade complementar a essa é a do estudo de uma tarifa de energia relativa ao consumo domiciliar dos estudantes. Eles poderão levar a conta de luz para sala e, assim, verificar como se comporta o consumo de energia em suas casas, fazendo o mesmo procedimento da atividade proposta.

Para **Atividade 6**, é proposto, ao estudante, determinar qual o valor percentual que reajusta as parcelas de um apartamento. Para isso, o estudante deverá adotar um cálculo já realizado na lista, ou seja, pegar um valor e dividi-lo pelo anterior e, assim, determinar quantos por cento a menos o mês seguinte representa do mês anterior. Por fim, os estudantes deverão preencher o restante da planilha, podendo ser preenchida resolvendo os cálculos ou refazendo-a em uma planilha eletrônica.

## FINALIZANDO

Para finalizar, destine um tempo da sua aula para a socialização dos estudantes. Você pode perguntar quais foram as maiores dificuldades e o que foi aprendido nas atividades. Peça que os estudantes comentem as técnicas usadas em cada atividade, mediando as trocas dos que obtiveram êxito e dos que não obtiveram, fazendo com que possam aprender mais.

d. O botijão de gás teria chegado ao mesmo preço se tivesse sofrido primeiro um aumento de 2,5% e depois o segundo aumento de 10%?

$$80{,}00 \times 1{,}1 \times 1{,}025 = R\$\ 90{,}20$$

**A própria maneira adotada para resolver essa pergunta já garantiria a resposta, por se tratar de uma multiplicação envolvendo três elementos, conclui-se, por uma das propriedades da multiplicação que, a ordem dos fatores não altera o produto, ou seja, aumentar 10% e depois 2,5% é igual a aumentar 2,5% e depois 10%.**

**3.** No início do ano, uma geladeira estava custando R$ 2 999,00. No mês seguinte, seu valor recebeu um acréscimo e passou a custar R$ 3298,90. Por estar saindo de linha, a loja decidiu dar um desconto para essa geladeira de 9,5%.

a. Qual o percentual de aumento que a geladeira recebeu no mês seguinte?

**Para determinar esse percentual, é necessário calcular a diferença entre os valores de um mês para o outro e dividir pelo preço antes do aumento. Assim, temos:**

$$\frac{3298{,}90 - 2999}{2999} = \frac{x}{100}$$
$$2999x = 299{,}9 \cdot 100$$
$$2999x = 29990$$
$$x = 10\%$$

b. Após receber um desconto de 9,5%, o valor da geladeira passou a ser menor ou maior que o preço inicial? A resposta encontrada era a esperada por você? Justifique.

**Para realizar esse cálculo, temos que retirar 9,5% dos 100%, correspondentes ao valor atualizado da geladeira, ou seja, R$ 3298,90. Assim, teremos:**

$$3298{,}90 \times 0{,}095 \cong R\$\ 2985{,}50$$

**Portanto, após sofrer o desconto de 9,5%, o valor dessa geladeira ficou abaixo do valor inicial.**

4. Observe o quadro a seguir.

| População da Cidade X | | | |
|---|---|---|---|
| 2016 | 2017 | 2018 | 2020 |
| 245 600 | 270 160 | 297 176 | 445 764 |

Fonte: elaborado para fins didáticos.

Sobre os dados do quadro, responda.

a. Quais foram os aumentos percentuais da população da Cidade X nos anos de 2016 para 2017, 2017 para 2018 e 2018 para 2020?

$$2016 - 2017 = \frac{270160 - 245600}{245600} = \frac{x}{100}$$

$$245600x = 24560$$

$$x = 0{,}1 = 10\%\ de\ crescimento$$

$$2018 - 2020 = \frac{445\,764 - 297\,176}{297\,176} = \frac{x}{100}$$

$$297\,176x = 148\,588$$

$$x = 0{,}5 = 50\%\ de\ crescimento.$$

$$2017 - 2018 = \frac{297176 - 270160}{270160} = \frac{x}{100}$$

$$270\,160x = 2\,701{,}6$$

$$x = 0{,}1 = 10\%\ de\ crescimento.$$

b. Caso quisesse obter a população da Cidade X no ano de 2020, iniciando pela população do ano de 2016, qual seria o aumento percentual necessário?

**Para tal cálculo, é necessário subtrair a população da Cidade X no ano de 2020 pelo ano de 2016, depois dividir pela população no ano de 2016.**

$$2016 - 2020 = \frac{445764 - 245\,600}{245\,600} = \frac{x}{100}$$

$$\frac{200\,164}{245\,600} = \frac{x}{100}$$

$$245\,600x = 20\,016\,400$$

$$x = 81{,}5\%$$

**5.** Considere o quadro demonstrativo do consumo de energia de uma casa.

| Consumo de energia – Kw/h | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| jan/20 | fev/20 | mar/20 | abr/20 | mai/20 | jun/20 |
| 210 | 231 | 254,1 | 228,69 | 205,821 | 226,4031 |

Fonte: elaborado para fins didáticos.

Determine os acréscimos e os decréscimos percentuais do consumo de energia dos meses de janeiro para fevereiro e, assim, dos meses seguintes até o mês de junho.

**Usando a regra de três simples obtemos a solução para essa questão.**

$$jan - fev = \frac{231 - 210}{210} = \frac{21}{210} = +10\%$$

$$fev - mar = \frac{254{,}1 - 231}{231} = \frac{23{,}1}{231} = +10\%$$

$$mar - abr = \frac{228{,}69 - 254{,}1}{254{,}1} = -\frac{25{,}41}{254{,}1} = -10\%$$

$$abr - maio = \frac{205,821 - 228.69}{228{,}69} = -\frac{22{,}869}{228{,}69} = -10\%$$

$$maio - jun = \frac{226{,}4031 - 205{,}821}{205{,}821} = \frac{20{,}5821}{205{,}821} = +10\%$$

6. As parcelas de um apartamento são de forma decrescente, observe o quadro:

| Parcela | Valores - R$ |
|---|---|
| 38º | 988,90 |
| 39º | 974,07 |
| 40º | 959,46 |
| 41º | |
| 42º | 930,89 |
| 43º | 916,92 |
| 44º | |
| 45º | |
| 46º | 876,28 |
| 47º | |
| 48º | |
| 49º | 837,43 |

Fonte: elaborado para fins didáticos.

a. Sabe-se que as parcelas decrescem a um mesmo valor percentual de um mês para o outro. Determine qual é esse valor percentual.

**Para resolver este problema, basta dividirmos um mês pelo seu anterior. Nesse caso, vamos adotar o 39º e o 38º meses. Assim, teremos:**

$$\frac{974{,}07}{988{,}90} \cong 0{,}98500$$

**Esse valor é, aproximadamente, 98,5% da parcela anterior, ou seja, de um mês para outro, é retirado 100% − 98,5% = 1,5%. Portanto, o valor percentual de decréscimo das parcelas mensalmente é 1,5%.**

b. Determine os valores que estão faltando das parcelas.

| Parcela | Valores - R$ |
|---|---|
| 38º | 988,9 |
| 39º | 974,07 |
| 40º | 959,46 |
| 41º | 945,07 |
| 42º | 930,89 |
| 43º | 916,92 |
| 44º | 903,17 |
| 45º | 889,62 |
| 46º | 876,28 |
| 47º | 863,13 |
| 48º | 850,18 |
| 49º | 837,43 |

**Para determinar a 41º parcela e por saber que os valores são decrescentes, podemos obter a solução através do cálculo:**

$$\frac{100 - 1{,}5\%}{100\%} = \frac{x}{959{,}46}$$

$$98{,}5 \cdot 959{,}46 = 100x$$

$$x = \frac{94506{,}81}{100} \cong 945{,}07$$

## AULAS 7 E 8 - ELABORAR SITUAÇÕES-PROBLEMA COM APLICAÇÕES SUCESSIVAS

### INICIANDO

Nesta Sequência de Atividades, os estudantes farão algumas questões abordando a porcentagem como tema central. Sendo a porcentagem abordada de diversas maneiras, teremos atividades que tratarão de determinar o valor percentual, valores antes de acréscimos, após acréscimo, determinar o valor percentual, soma das parcelas percentuais, bem como outras formas de se apresentar a porcentagem. O uso da calculadora e de planilha eletrônica serão incentivados. Certifique-se, professor, se os materiais necessários para aula estão disponíveis na escola. Caso não seja possível, antecipe com os estudantes, pedindo a eles que tragam, de casa, a calculadora ou mesmo o aparelho celular. Boa aula!

### DESENVOLVENDO

Para **Atividade 1**, é proposto, ao estudante, elaborar uma situação-problema que terá como objetivo determinar o preço de um objeto que receberá acréscimos sucessivos.

Para **Atividade 2**, é proposto, ao estudante, elaborar um problema em que certo produto sofra dois acréscimos e dois decréscimos, por exemplo, acréscimo de 20% em seguida outro acréscimo de 20%, em seguida, dois decréscimo de 20%.

Para **Atividade 3**, é proposto, ao estudante, determinar o valor de um produto após receber três acréscimos sucessivos de valores distintos. E em uma outra loja com o mesmo valor irá sofrer acréscimos percentuais que são iguais ao da outra loja. O objetivo é mostrar ao estudante que essa diferença altera completamente o resultado, pois sendo diferentes os valores, esse resultado implicará valores diferentes. Professor, você poderá usar outros exemplos semelhantes para mostrar aos estudantes.

Para **Atividade 4**, é proposto, ao estudante, preencher uma planilha na qual eles escolherão um valor inicial que receberá dois acréscimos também escolhidos pelos



## AULAS 7 E 8 - ELABORAR SITUAÇÕES-PROBLEMA COM APLICAÇÕES DE PERCENTUAIS SUCESSIVOS

Objetivos das aulas:
- Elaborar situações-problema que envolvam aplicações sucessivas de porcentagens;
- Elaborar situações-problema que envolvam aplicações e retiradas sucessivas de porcentagens;

Olá, estudantes! Nesta última sequência de atividades, vocês irão novamente elaborar situações-problema que envolvam porcentagem, entretanto com a característica de envolver aplicações sucessivas. Então, elaborarão situações em que a um produto ou a uma situação financeira possa ser aplicado um acréscimo sucessivo. Portanto, tenham bastante atenção às questões para que elaborem as situações-problema que satisfaçam aos pedidos das questões.

**1.** Elabore uma situação-problema em que certo produto sofrerá três acréscimos sucessivos de 5%. Ao terminar de elaborar, faça a pergunta do valor final desse produto.

Reposta pessoal, mas espera-se que o estudante faça algo como o exemplo a seguir:
Uma máquina de lavar, no mês de novembro, sofreu um acréscimo de 5%. O mesmo aconteceu nos meses de dezembro e janeiro. Se antes essa máquina custava R$ 2 900,00, qual o seu valor após esses três reajustes?

**2.** Elabore uma situação-problema cujo objetivo é determinar o preço de objeto que sofreu dois acréscimos de percentagens iguais e, em seguida, dois decréscimos de percentuais iguais.

Reposta pessoal, mas aqui adotaremos 10% de acréscimo e 10% de decréscimo de um produto que custa, inicialmente, R$ 100,00. Assim, teremos:

Valor do produto com acréscimos: $100 \cdot 1{,}1 \cdot 1{,}1 = R\$\ 121{,}00$

Valor do produto com os decréscimos: $121 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}9 = R\$\ 98{,}01$

**3.** Elabore uma situação-problema em que o objetivo é determinar os preços finais de um objeto que é vendido inicialmente pelo mesmo preço em duas lojas diferentes. Em certo momento, esse objeto recebeu acréscimos sucessivos de 4%, 5% e 6% em uma loja e, na outra, sofreu acréscimos sucessivos de 10%, 3% e 2%.

**Resposta pessoal, mas aqui adotaremos o valor inicial de 1000,00. Caso o objeto receba três acréscimos, então o valor percentual acumulado consiste em determinar, para cada acréscimo, um novo valor e para isso é necessário um cálculo de regra de três simples:**

$$\frac{1000}{x} = \frac{100}{104} \rightarrow x = R\$\ 1040{,}00$$

$$\frac{1040}{y} = \frac{100}{105} \rightarrow y = R\$1092{,}00$$

$$\frac{1092}{z} = \frac{100}{106} \rightarrow \mathrm{z} = \mathrm{R\$1157{,}52}$$

**Os mesmos cálculos são para a segunda loja.**

$$\frac{1000}{x} = \frac{100}{110} \rightarrow x = R\$\ 1100{,}00$$

$$\frac{1100}{y} = \frac{100}{103} \rightarrow \mathrm{y} = \mathrm{R\$\ 1133{,}00}$$

$$\frac{1133}{z} = \frac{100}{102} \rightarrow \mathrm{z} = \mathrm{RS\ 1155{,}66}$$

**Os estudantes, após esses cálculos, observarão que acréscimos com valores percentuais diferentes, porém caso a soma seja igual, resultam em valores diferentes.**

**4.** Usando uma calculadora, elabore uma situação-problema que busque determinar o valor inicial de um objeto que, ao receber dois acréscimos sucessivos, passou a custar R$ 2400,00.

| Preço inicial | Acréscimo 1 | Acréscimo 2 | Preço final |
|---|---|---|---|
| **R$ 1 000** | **50%** | **60%** | **R$ 2 400** |
| **R$ 500** | **150%** | **92%** | **R$ 2 400** |

**Resposta pessoal, porém, deseja-se que o estudante possa criar valores e simular cálculos que façam com que um valor, após sofrer dois acréscimos, passe a valer RS 2400,00. Porém, caso queira ensinar essa atividade aos estudantes como uma equação, então, peça que eles sugiram um valor qualquer e um acréscimo inicial qualquer. Como o valor final é igual a 2400, então o segundo acréscimo passará a ser uma incógnita. Sendo assim, o problema torna-se uma equação de 1º grau. Vejamos alguns exemplos:**

$$Preço\ inicial = 1000 \rightarrow 1000 \cdot 50\%\ de\ acrescimo = 1000 \cdot 1{,}5 = 1500$$

**Agora, passamos a responsabilidade do acréscimo 2 para uma equação de 1º grau em que o valor de $x$ representa esse acréscimo. Assim, temos:**

$$1500x = 2400 \rightarrow x = \frac{2400}{1500} \rightarrow x = 1{,}6$$

**Concluímos que o 2º acréscimo será de 60%.**

**Exemplo 2:**

$$Preço\ inicial = 500 \rightarrow 500 \cdot 150\%\ acréscimo = 500 \cdot 2{,}5 = 1250$$

$$1250x = 2400 \rightarrow x = \frac{2400}{1250}x \rightarrow x = 1{,}92$$

**Concluímos que o 2º acréscimo será de 92%.**

estudantes. Professor, é sugerido um método para se resolver a atividade. Sugerimos que adote esse método para que possa facilitar o preenchimento da planilha.

Para **Atividade 5**, é proposto, ao estudante, elaborar uma situação em que são dados acréscimos com valores bem difíceis de serem calculados se não for através de uma calculadora. Portanto, professor, essa atividade é para ser resolvida com o uso da calculadora ou, caso seja possível, adotar o uso da planilha eletrônica.

Para **Atividade 6**, é proposto, ao estudante, elaborar situações-problema que satisfaçam as condições impostas de frases pré-fixadas em que os estudantes deverão inseri-las em um contexto. Professor, não é necessário seguir à risca a frase sugerida, ela poderá ser flexível. A sugestão é apenas para que o estudante possa compreender o problema através da parte dele.

## FINALIZANDO

Para finalizar, destine um tempo da sua aula para a socialização dos estudantes. Você poderá perguntar quem teve mais facilidade em lidar com a planilha eletrônica, quais foram as atividades mais difíceis e o que foi aprendido com elas. Questione os estudantes sobre as técnicas adotadas em cada atividade, mediando as trocas dos que obtiveram êxito e dos que não obtiveram, fazendo com que possam compreender o conteúdo por completo.

**5.** Elabore uma situação-problema em que se deseja determinar o valor de algum objeto que tenha sofrido acréscimos sucessivos de 2,4%, 0,99% e 1,72%.

**Resposta pessoal, mas espera-se que o estudante possa elaborar uma situação-problema em que o produto sofre acréscimos de 2,4%, 0,99% e 1,72%.**

**Exemplo: "A conta de água de uma cidade sofreu três acréscimos seguidos de 2,4%, 0,99% e 1,72%, em 2 meses, tudo por conta da escassez de água na cidade. Se há dois meses atrás, uma família pagava R$ 150,00 de água, após esses três reajustes, consumindo a mesma quantidade de água de dois meses anteriores, qual o valor a ser pago nesse mês?"**

**Basta multiplicar 150 pelos acréscimos, lembrando que se trata de acréscimo, portanto é necessário inserir uma unidade a cada valor percentual. Logo, teremos:**

$$150 \cdot 1{,}024 \cdot 1{,}0099 \cdot 1{,}0172 \cong \text{R\$ } 157,79$$

**6.** Elabore uma situação-problema para cada frase:

**a.** "primeiro recebeu um acréscimo de 3%, depois um de 4,5%"

**Reposta pessoal, mas espera-se que o estudante elabore uma situação em que a frase citada apareça no texto. Veja o exemplo:**

**Uma fatura de energia recebeu dois aumentos consecutivos, o primeiro recebeu um acréscimo de 3% e, depois, um de 4,5%. Se antes a fatura de energia dessa casa era uma média de R$ 200,00, qual será o valor da fatura de energia após esses reajustes?**

**b.** "no início sofreu um decréscimo de 8% e depois outro de 3,2%"

**Reposta pessoal, mas espera-se que o estudante elabore uma situação em que a frase citada apareça no texto. Veja o exemplo:**

**No início do ano, uma empresa sofreu um decréscimo de 8% em seus lucros. Em seguida, outro decréscimo de 3,2%. Sabendo que o lucro dessa empresa era de R$ 300 000,00 por mês, qual o lucro dessa empresa após sofrer esses dois decréscimos em seus lucros?**

# SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

# 9º ANO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

## OLÁ, PROFESSOR!

Nesta Sequência de Atividades, falamos com você que está aí, na sala de aula ou realizando ensino remotamente, no convívio direto com os estudantes, que terão a oportunidade de se envolver com atividades que possibilitam a retomada de conceitos, propriedades e procedimentos essenciais para o desenvolvimento de conhecimentos e capacidades em matemática.

A Sequência de Atividades deve ser desenvolvida considerando os protocolos de higiene e o distanciamento social, favorecendo a interação, o compartilhamento de conhecimentos e a colaboração. Além disso, as socializações das atividades, por parte dos estudantes, são percebidas aqui como oportunidades para desenvolver habilidades e competências que dizem respeito à cooperação, à empatia, à argumentação, à comunicação, entre outras.

Vale ressaltar que os estudantes devem chegar ao final da Sequência de Atividades sendo capazes de identificar segmentos proporcionais, calcular valores através do teorema de Tales e obter valores desconhecidos através da semelhança de triângulos.

Estas Sequência de Atividades foi elaborada por meio da análise dos resultados das avaliações internas e externas (diagnóstico de entrada e SARESP), que revelaram fragilidades dos estudantes com relação às habilidades: (EF09MA24*) Identificar e calcular as relações de proporcionalidade dos segmentos determinados por retas paralelas cortadas por retas transversais (teorema de Tales); (EF09MA12) Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.

| AULA | DURAÇÃO | TEMA DA AULA |
|---|---|---|
| 01 e 02 | 90 min | Identificando segmentos proporcionais |
| 03 e 04 | 90 min | Determinando valores desconhecidos pelo teorema de Tales |
| 05 e 06 | 90 min | Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes |
| 07 e 08 | 90 min | Determinando medidas desconhecidas por semelhança |

Sabemos que as atividades por si só não ensinam. Por isso, professor, a sua atuação é muito importante em cada uma das situações aqui propostas cujo objetivo é recuperar as aprendizagens e desenvolver as habilidades esperadas para o 9º Ano do Ensino Fundamental. Assim, este caderno deverá servir como mais uma ferramenta que o auxiliará no processo de ensino, sendo necessário, portanto, que você considere, em seu replanejamento, outras possibilidades de discussão e de recursos, para além daqueles sugeridos nesta Sequência de Atividades.

Para ajudá-lo nessa ação, a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo poderá, por meio do Centro de Mídias, realizar formações continuadas acerca das Sequências de Atividades, nos momentos das Aulas de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPCs).

Desejamos a você e aos nossos estudantes um ótimo trabalho!

# SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

## AULAS 1 E 2 - IDENTIFICANDO A IGUALDADE DE RAZÕES ENTRE SEGMENTOS

**Objetivos das aulas:**
- Identificar se dois ou mais segmentos são proporcionais;
- Identificar a razão de proporcionalidade entre dois segmentos.

Nesse primeiro contato com as atividades, você irá conhecer o teorema de Tales. Antes, vamos saber mais sobre alguns conceitos muito importantes: razão e proporção.

Razão é uma forma de relacionar duas medidas na forma de fração, e proporção é a igualdade entre duas razões.

Exemplo:

Em uma receita, são usados 2 copos de leite para 3 copos de farinha. Temos, então, uma razão de $\frac{2}{3}$, que lemos: dois para três.

Nessa mesma receita, são usadas 4 colheres de açúcar para 6 colheres de chocolate em pó, mantendo a proporção entre leite e farinha, ou seja $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$.

Dizemos que quatro segmentos (AB, CD, EF e GH) são proporcionais quando há uma igualdade entre as razões, ou seja $\frac{AB}{CD} = \frac{EF}{GH}$.

Exemplo:

Seja a razão entre os segmentos AB e CD igual a 5 para 8, ou seja, igual a $\frac{5}{8}$. Quaisquer outros dois segmentos serão proporcionais a esse valor se as razões entre eles forem iguais. Para verificar se são proporcionais, o produto dos meios deve ser igual ao produto dos extremos. Exemplo: suponhamos que desejemos verificar se os segmentos EF = 15 e GH = 24 são proporcionais a AB e CD, cuja razão é igual a $\frac{5}{8}$. Teremos, então, que: $\frac{5}{8} = \frac{15}{24}$. Podemos concluir que $8 \cdot 15 = 5 \cdot 24$, ou seja, $120 = 120$.

**1. Escreva na forma de razão as seguintes medidas:**

a. Duas xícaras de farinha para três ovos.

$\frac{2}{3}$

## AULAS 1 E 2 - IDENTIFICANDO SEGMENTOS PROPORCIONAIS

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA:

Organize a turma em duplas produtivas, respeitando os protocolos de higiene e o distanciamento social ou individualmente, com as carteiras dispostas em "U".

### MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do estudante;
Régua.

### INICIANDO

Nesta Sequência de Atividades, os estudantes terão a oportunidade de verificar quando dois segmentos são proporcionais e de determinar qual a razão de proporção entre dois segmentos. Ao tratar desse assunto, será abordado diretamente o conceito de razão. Assim é importante que os estudantes saibam esse conceito e compreendam posteriormente o de proporção. Faça com os estudantes uma sondagem a respeito do conhecimento deles sobre razão, fazendo perguntas como: "Qual é a razão de meninos para meninas na sala?". Dependendo da resposta que obtiver é possível iniciar a aula, caso contrário, é pertinente trazer mais alguns exemplos para que possa ter mais convicção de que aprenderam o conteúdo. Esperamos que tenha bastante êxito com as atividades propostas. Boa aula!

## DESENVOLVENDO

Na **Atividade 1**, a proposta é determinar a razão entre duas medidas.

Na **Atividade 2**, a proposta é determinar se as medidas apresentadas por segmentos de retas são proporcionais.

Na **Atividade 3**, a proposta é identificar qual das alternativas sugeridas representa as razões de proporção entre os segmentos dados. Trata-se de uma atividade que os estudantes precisarão desenvolver alguns cálculos e, somente assim, identificarão se

Na **Atividade 4**, a proposta é identificar a razão entre os segmentos de reta sugeridos.

Na **Atividade 5**, a proposta é verificar se três segmentos são proporcionais entre si.



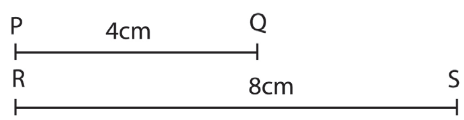
b. Uma lata de cimento para três de areia.

$$\frac{1}{3}$$

c. Duas colheres de sal para 1 litro de água.

$$\frac{2}{1}$$

**2.** Dados os segmentos PQ e RS a seguir, determine os segmentos AB e CD, tais que $AB = PQ + RS$ e $CD = 6PQ$.




Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Verifique se os segmentos PQ, RS, AB e CD, nessa ordem, são proporcionais.

$$AB = 4 + 8 = 12\ cm$$

$$CD = 6 \cdot 4 = 24\ cm$$

$$\frac{PQ}{RS} = \frac{AB}{CD}$$

$$\frac{4}{8} = \frac{12}{24}$$

$$4 \cdot 24 = 8 \cdot 12$$

$$96 = 96$$

**Logo, os segmentos dados são proporcionais.**

**3.** Sejam os segmentos a seguir:

$AB = 4\ cm$

$CD = 5\ cm$

$EF = 14\ cm$

$GH = 17{,}5\ cm$

Verifique se a razão entre os segmentos AB e CD e a razão entre EF e GH são proporcionais.

$$\frac{AB}{CD} = \frac{EF}{GH}$$

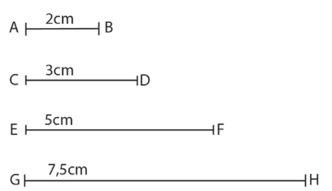
$$\frac{4}{5} = \frac{14}{17{,}5}$$

$$4 \times 17{,}5 = 5 \times 14$$

$$70 = 70$$

Como os valores são iguais, então os segmentos são proporcionais.

**4.** Considere os segmentos a seguir.




Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Identifique a alternativa em que as razões entre os segmentos apresentados são iguais a $\frac{5}{2}$, $\frac{3}{2}$ e $\frac{5}{3}$.

a. EF e AB, EF e GH, EF e CD.

b. AB e EF, CD e AB, GH e EF.

c. GH e CD, CD e AB, EF e CD.

d. GH e CD, AB e CD, GH e EF

$$\frac{GH}{CD} = \frac{7{,}5 \div 1{,}5}{3 \div 1{,}5} = \frac{5}{2};\ \frac{GH}{EF} = \frac{3}{2} \text{ e } \frac{EF}{CD} = \frac{5}{3}.$$

## FINALIZANDO

Para finalizar a aula, destine um tempo para a socialização com os estudantes. Você pode perguntar aos alunos sobre o que acharam das atividades, se tiveram facilidade em lidar com a régua, quais foram as questões mais difíceis, qual o maior desafio encontrado, entre outras perguntas. Questione sobre as técnicas adotadas em cada exercício, mediando as trocas dos que obtiveram êxito e dos que não obtiveram, fazendo com que todos possam compreender o conteúdo integralmente.

# AULAS 3 E 4 - DETERMINANDO VALORES DESCONHECIDOS PELO TEOREMA DE TALES

## ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize a turma em duplas produtivas, respeitando os protocolos de higiene e o distanciamento social, ou individualmente, com as carteiras dispostas em "U".

## MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do estudante.

## INICIANDO

Nesta Sequência de Atividades, os estudantes serão desafiados a determinar as razões de semelhança entre as medidas e conhecerão o teorema de Tales - como se aplica e em quais situações. As questões estão distribuídas em vários níveis de dificuldade. Algumas estão mais simples, com a razão de semelhança sendo de fácil identificação. Entretanto, haverá situações mais complexas envolvendo a aplicação do Teorema de Tales. Desejamos um ótimo aproveitamento na resolução das atividades e que as expectativas de aprendizado dos estudantes possam ser supridas. Boa aula!

## DESENVOLVENDO

Na **Atividade 1**, a proposta é determinar a razão entre os segmentos de reta através do conceito do teorema de Tales.

Na **Atividade 2**, a proposta é verificar se as medidas apresentadas na atividade satisfazem o teorema de Tales.

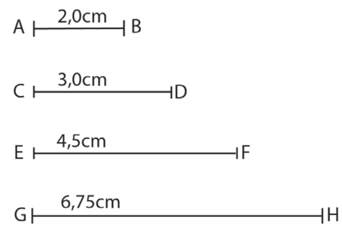
Na **Atividade 3**, a proposta é determinar o valor desconhecido de um segmento de reta apresentado em uma situação típica de uma atividade que propõe determinar o valor desconhecido.

Na **Atividade 4**, a proposta é determinar um valor desconhecido usando o conceito do teorema de Tales aplicado a uma situação do cotidiano.

Na **Atividade 5**, a proposta é determinar a medida de um valor desconhecido. Essa atividade é resolvida através do raciocínio tomado por Tales para a determinação de seu teorema.



**5.** Dados os segmentos a seguir:




Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Verifique se a razão entre os segmentos $\frac{CD}{AB}$, $\frac{EF}{CD}$, $\frac{GH}{EF}$ é a mesma.

$$\frac{CD}{AB} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{EF}{CD} = \frac{4,5}{3} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{GH}{EF} = \frac{6,75}{4,5} \div \frac{27}{18} = \frac{3}{2}$$

**Logo, os segmentos têm a mesma razão entre eles.**

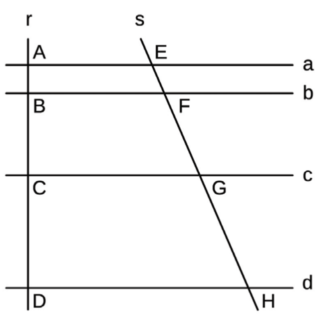
**Professor, verifique outras possíveis estratégias com os estudantes.**

## ANOTAÇÕES

# AULAS 3 E 4 - DETERMINANDO VALORES DESCONHECIDOS PELO TEOREMA DE TALES

Objetivos das aulas:
- Calcular a razão entre os segmentos no teorema de Tales;
- Calcular o valor desconhecido de um segmento através do teorema de Tales;
- Calcular os valores desconhecidos através de uma derivação do teorema de Tales.

Olá, estudantes! Essa próxima sequência de atividades abordará a respeito do teorema de Tales, fundamental para a obtenção do conhecimento de uma medida desconhecida. O método se dá ao igualar as razões entre dois segmentos, em que uma das razões apresenta um valor desconhecido. Tales foi um importante conhecedor da Matemática que nasceu em Mileto, na Grécia. Seus estudos sobre as sombras das pirâmides do Egito proporcionaram um dos mais belos teoremas da matemática. Seu teorema parte de um feixe de retas paralelas e retas transversais a elas: a razão obtida através dos segmentos de retas entre as retas paralelas contidas nas transversais possui o mesmo valor, ou seja, Tales concluiu que a razão de segmentos entre as retas paralelas mantém um valor constante chamado de razão de semelhança. Esse teorema desenvolveu conceitos como a regra de três simples e a semelhança de triângulos entre outras aplicações. Veja o exemplo:




Fonte: Elaborado para fins didáticos.

$$\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{FG} \quad \text{e} \quad \frac{BC}{CD} = \frac{FG}{GH}$$

Utilizando o mesmo princípio do teorema de Tales, no entanto, é possível solucionar facilmente o exercício.

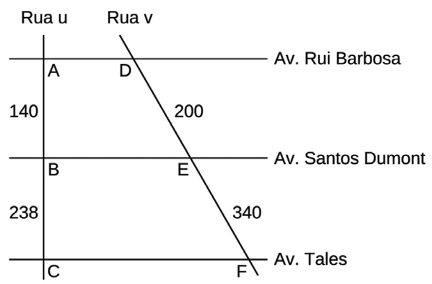
## FINALIZANDO

Para finalizar a aula, destine um tempo para a socialização com os estudantes. Você pode perguntar aos alunos sobre o que acharam das atividades, se tiveram facilidade em lidar com a régua, quais foram as atividades mais difíceis, qual o maior desafio encontrado, entre outras perguntas. Questione sobre as técnicas adotadas em cada atividade, mediando as trocas dos que obtiveram êxito e dos que não obtiveram, fazendo com que todos possam compreender o conteúdo integralmente.

Na **Atividade 6**, a proposta é determinar as razões de proporção entre os diversos segmentos apresentados em um feixe de retas paralelas cortadas por transversais. Nesse caso, mesmo tendo um objetivo mais simples, a questão explora as diferentes maneiras de se analisar dois segmentos de reta dentro de uma atividade sobre o teorema de Tales.

Na **Atividade 7**, a proposta é determinar o valor desconhecido de partes das retas transversais ao feixe de retas paralelas. Dessa vez, porém, ao invés de fornecer um valor entre duas retas paralelas, foi informado o valor agregado entre a primeira e a última reta paralela, tornando a resolução mais difícil, com maior complexidade.

**1.** Considere a imagem a seguir, em que as avenidas são paralelas e as ruas são transversais a elas.




Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Sejam A, B, C, D, E e F pontos comerciais, e as medidas entre eles definidas em metros, responda:

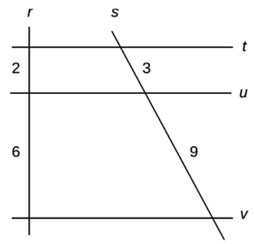
**a.** Através do teorema de Tales, calcule a razão entre os segmentos definidos pelos pontos comerciais BC e AB.

Para resolver essa atividade, basta aplicar o teorema de Tales para os segmentos sugeridos. Assim temos: $\frac{238}{140} = 1{,}7$

**b.** Através do teorema de Tales, calcule a razão entre os segmentos definidos pelos pontos comerciais EF e DE.

Para resolver essa atividade, devemos aplicar o teorema de Tales para os segmentos sugeridos. Assim temos: $\frac{340}{200} = 1{,}7$

**2.** Observe a figura a seguir:




Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Verifique se o Teorema de Tales se aplica às medidas apresentadas entre as retas paralelas.

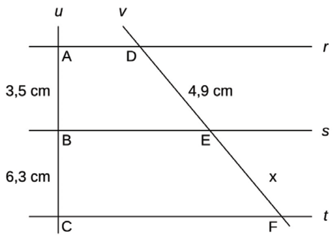
$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$$

$$2 \cdot 9 = 3 \cdot 6$$

$$18 = 18$$

**Sim, o Teorema de Tales se aplica aos valores dados.**

**3.** Matheus resolvia sua prova de matemática quando leu a seguinte questão:
Observe as retas paralelas r, s e t, cortadas pelas retas u e v, transversais a elas.




Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Determine o valor do segmento EF entre as retas paralelas s e t.
Matheus aplicou o teorema de Tales e determinou a medida desconhecida EF. Qual o valor que Matheus encontrou?

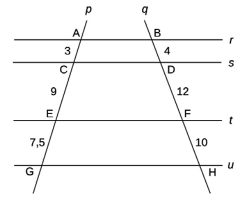
$$\frac{3{,}5}{6{,}3} = \frac{4{,}9}{x}$$

$$3{,}5x = 30{,}87$$

$$x = \frac{30{,}87}{3{,}5} = 8{,}82\ cm$$

**Matheus encontrou o valor de 8,82 cm.**

**4.** Considere as retas r, s, t e u paralelas e as retas p e q transversais a elas.




Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Adotando o teorema de Tales, determine a razão de semelhança entre os segmentos apresentados.

a. $\frac{AC}{CE}$ e $\frac{BD}{DF}$.

b. $\frac{AC}{EG}$ e $\frac{BD}{FH}$.

c. $\frac{CE}{EG}$ e $\frac{DF}{FH}$.

d. $\frac{CE}{AC}$ e $\frac{DF}{BD}$.

**Para determinar a razão de proporcionalidade entre os segmentos, basta dividir as medidas dos segmentos dados:**

**a)** $\frac{AC}{CE}$ **e** $\frac{BD}{DF}$

$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ **e** $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

**b)** $\frac{AC}{EG}$ **e** $\frac{BD}{FH}$

$\frac{3}{7,5} = \frac{2}{5}$ **e** $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

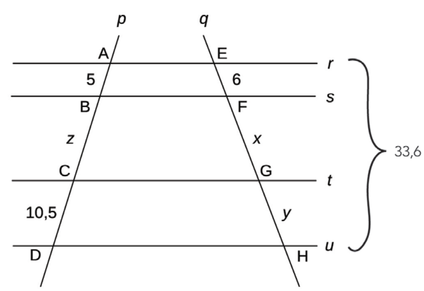
**c)** $\frac{CE}{EG}$ **e** $\frac{DF}{FH}$

$\frac{9}{7,5} = \frac{6}{5}$ **e** $\frac{12}{10} = \frac{6}{5}$

**d)** $\frac{CE}{AC}$ **e** $\frac{DF}{BD}$

$\frac{9}{3} = 3$ **e** $\frac{12}{4} = 3$

**5.** Observe as medidas entre as retas a seguir.




Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Usando o teorema de Tales, determine os valores desconhecidos de $x$, $y$ e $z$.

$\frac{5}{15,5+z} = \frac{6}{33,6}$

$93 + 6z = 168$

$6z = 168 - 93$

$z = \frac{75}{6} = 12,5$

$\cancel{x = 15}\ \frac{5}{12,5} = \frac{6}{x}$

$5x = 75$

$6 + 15 + y = 33,6$

$y = 33,6 - 21$

$y = 12,6$

# AULAS 5 E 6 - RECONHECER AS CONDIÇÕES NECESSÁRIAS E SUFICIENTES PARA QUE DOIS TRIÂNGULOS SEJAM SEMELHANTES

## ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize a turma em duplas produtivas, respeitando os protocolos de higiene e o distanciamento social, ou individualmente, com as carteiras dispostas em "U".

## MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do estudante.

## INICIANDO

Nesta Sequência de Atividades, os estudantes terão a oportunidade de estudar e resolver atividades sobre semelhança de triângulos. Serão explorados todos os casos, mostrando triângulos posicionados de várias formas para que o estudante possa analisar as figuras, e não simplesmente fazer uma observação superficial. Desse modo, os triângulos poderão estar de cabaça para baixo, invertidos e espelhados.

Espero que os estudantes sejam bem-sucedidos em suas respostas. Boa aula!

## DESENVOLVENDO

Na **Atividade 1**, a proposta é identificar qual o caso de semelhança entre os triângulos apresentados. Nessa atividade, o caso de semelhança é AA, facilmente reconhecido pelas figuras.

Na **Atividade 2**, a proposta é identificar qual o caso de semelhança entre as figuras. Nela, o caso de semelhança é o LAL.

Na **Atividade 3**, a proposta é identificar a qual dos casos de semelhança os dois triângulos apresentados correspondem. Nessa atividade, novamente fica evidente o caso, pois são apresentados dois ângulos nos dois triângulos.

Na **Atividade 4**, a proposta é identificar o caso de semelhança entre os triângulos. Nela, os triângulos estão sobrepostos, o que facilita a sua resolução.

Na **Atividade 5**, a proposta é identificar o caso de semelhança entre os triângulos apresentados. Nessa atividade, as medidas dos três lados do triângulo foram dadas. Logo, os estudantes deverão apenas determinar qual a razão de proporção entre os

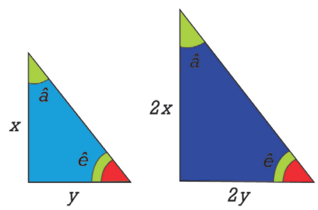
# AULAS 5 E 6 - RECONHECER AS CONDIÇÕES NECESSÁRIAS E SUFICIENTES PARA QUE DOIS TRIÂNGULOS SEJAM SEMELHANTES

Objetivos das aulas:
- Reconhecer quando dois triângulos são semelhantes pelo caso AA;
- Reconhecer quando dois triângulos são semelhantes pelo caso LLL;
- Reconhecer quando dois triângulos são semelhantes pelo caso LAL.

Olá, estudante! Como vão os estudos? Espero que seja cada dia mais proveitoso.

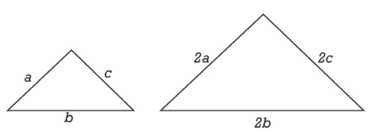
Esta Sequência de Atividades será sobre semelhança de triângulos e os critérios que garantem a semelhança entre eles.

Para que dois triângulos sejam semelhantes, seus ângulos correspondentes deverão ser congruentes e os lados correspondentes deverão ser proporcionais. A figura a seguir mostra dois triângulos semelhantes, em que todos os lados são proporcionais e os ângulos correspondentes são congruentes.



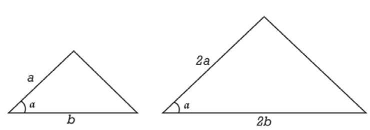

Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Um dos casos de semelhança entre dois triângulos é o LLL (lado – lado – lado), ou seja, três lados proporcionais, seguindo uma razão de proporção. Isso garante a semelhança entre eles.




Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Outro caso de semelhança é o LAL (lado – ângulo – lado), ou seja, dois lados proporcionais a uma razão e o ângulo entre esses lados deverá ser congruente.




Fonte: Elaborado para fins didáticos.

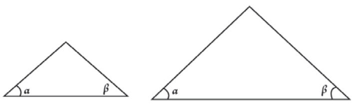
## FINALIZANDO

Para finalizar a aula, destine um tempo para a socialização com os estudantes. Você pode perguntar aos alunos sobre o que acharam das atividades, se tiveram facilidade em lidar com a régua, quais foram as questões mais difíceis, qual o maior desafio encontrado, entre outras perguntas. Questione sobre as técnicas adotadas em cada atividade, mediando as trocas dos que obtiveram êxito e dos que não obtiveram, fazendo com que todos possam compreender o conteúdo integralmente.

lados do triângulo.

Na **Atividade 6**, a proposta é determinar o caso de semelhança entre os triângulos apresentados. Na ocasião, são dadas todas as medidas dos triângulos e os estudantes deverão determinar qual é a razão de semelhança entre seus lados e verificar se os perímetros seguem a mesma razão.

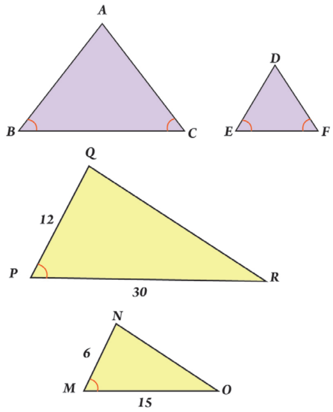
Um outro caso é o AA (ângulo – ângulo), que consiste em dois triângulos possuírem dois ângulos congruentes. Independente da medida desses ângulos, sendo dois ângulos iguais, o terceiro será automaticamente igual e, assim, configura que os triângulos possuem os três ângulos iguais, sendo semelhantes.




Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Espero que essa explicação possa ajudá-los na resolução das atividades. Bons estudos!

**1.** Observe os triângulos a seguir.

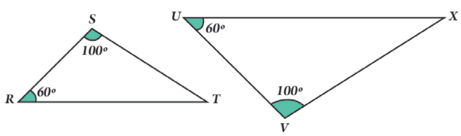



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Verifique se os triângulos a seguir são semelhantes. Justifique o caso de semelhança, quando houver.

**Os triângulos ABC e DEF são semelhantes pelo caso AA, já os triângulos PQR e MNO são semelhantes pelo caso LAL.**

**2.** Observe os triângulos a seguir.

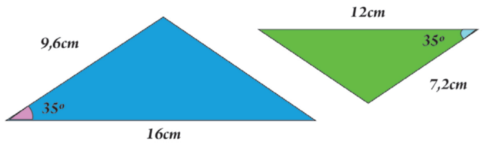



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Os triângulos RST e UVX são semelhantes? Caso sejam, qual o caso de semelhança?

**Caso AA (ângulo – ângulo). Por não apresentar as medidas dos lados, fica impossível analisar a proporção entre eles, mas o fato de terem dois ângulos congruentes garante que os triângulos são semelhantes pelo caso AA.**

**3.** Analise os triângulos a seguir.




Fonte: Elaborado para fins didáticos.

a. Os triângulos são semelhantes?

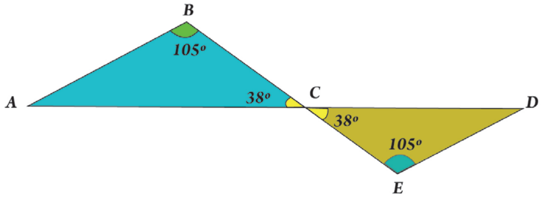
b. Caso sejam, qual o caso de semelhança entre eles?

c. Qual a razão entre os lados dos triângulos?

**Por apresentar as medidas de dois dos lados, a figura evidencia o caso LAL. Como apresenta um ângulo entre esses lados, e esse é congruente aos dois triângulos, então podemos afirmar que se trata do caso LAL. Observe a proporção entre os lados:**

$$\frac{9{,}6}{7{,}2} = \frac{4}{3} \quad \text{e} \quad \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$$

**4.** Observe os triângulos ABC e DEC.




Fonte: Elaborado para fins didáticos.

a. Qual o valor do ângulo desconhecido?

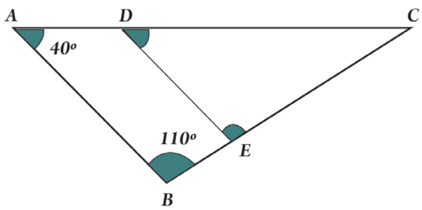
A soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°. Como já foram dados um ângulo de 105° e outro de 38°, faltaria apenas o de 37°.

b. Os triângulos ABC e DEC são semelhantes? Caso seja, em qual dos casos de semelhança eles se enquadram?

Por apresentar dois ângulos congruentes, é possível garantir que os triângulos são semelhantes pelo caso AA.

ANOTAÇÕES

**5.** Observe os triângulos ABC e DEC, sendo que AB \\ DE.




Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Os triângulos ABC e DEC são semelhantes? Para que sejam, algumas características devem ser identificadas. Sabendo disso, responda.

a. Qual a medida dos ângulos $\hat{D}$ e $\hat{E}$?

Como os triângulos estão sobrepostos, então eles possuem um ângulo coincidente, e o fato dos segmentos AB e DE serem paralelos garante que o ângulo $\widehat{A}$ seja igual ao ângulo $\widehat{D}$, e o ângulo $\widehat{B}$ seja igual ao ângulo $\widehat{E}$.

b. Caso os triângulos sejam semelhantes, qual é o caso?

Pelo caso AA, os dois triângulos são semelhantes, pois $\widehat{A} = \widehat{D}$, $\widehat{B} = \widehat{E}$.

# AULAS 7 E 8 - DETERMINANDO MEDIDAS DESCONHECIDAS POR SEMELHANÇA

## ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize a turma em duplas produtivas, respeitando os protocolos de higiene e o distanciamento social, ou individualmente, com as carteiras dispostas em "U".

## MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do estudante.

## INICIANDO

Nesta Sequência de Atividades, os estudantes terão a oportunidade de determinar as medidas desconhecidas dos triângulos que são semelhantes pelos casos LLL e LAL, e de poder identificar quando dois triângulos são semelhantes dada uma situação especifica de semelhança. Esses objetivos se complementam com os das aulas anteriores, fazendo com que os estudantes concluam a Sequência de Atividades com destreza e capacidade suficientes para resolverem toda e qualquer atividade que possua os mesmos objetivos das aqui elaboradas.

Espero que os estudantes sejam bem-sucedidos em suas respostas. Boa aula!

## DESENVOLVENDO

Na **Atividade 1**, a proposta é identificar dentre os pares de triângulos qual caso de semelhança de cada um deles.

Na **Atividade 2**, a proposta é determinar o valor do lado desconhecido do triângulo através das medidas de outro semelhante a ele pelo caso LAL.

Na **Atividade 3**, a proposta é determinar os valores dos lados desconhecidos de um triângulo, dado o seu semelhante com todas as medidas. Assim, ele deverá determinar a razão de proporção, analisando os lados correspondentes.

Na **Atividade 4**, a proposta é determinar as medidas desconhecidas dos lados de um triângulo semelhante a outro, cujas medidas são apresentadas. Através do caso LLL, o estudante deverá determinar os valores desconhecidos.

Na **Atividade 5**, a proposta é determinar dois valores desconhecidos nos triângulos



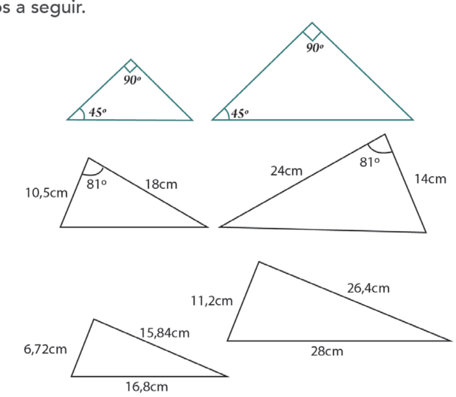
# AULAS 7 E 8 - DETERMINANDO MEDIDAS DESCONHECIDAS POR SEMELHANÇA

Objetivos das aulas:
- Identificar a semelhança dos triângulos correspondente a cada caso;
- Determinar as medidas desconhecidas nos triângulos semelhantes pelo caso LLL;
- Determinar as medidas desconhecidas nos triângulos semelhantes pelo caso LAL.

Olá, estudante! Como vão os estudos? Estamos encerrando esta Sequência de Atividades e, para terminar, serão propostas atividades que testarão seu conhecimento sobre os casos de semelhança entre triângulos, necessitando que sejam determinadas as medidas desconhecidas dos triângulos, sejam eles semelhantes pelo caso LAL, LLL ou AA. Sendo assim, você terá a oportunidade de desenvolver cálculos envolvendo proporcionalidade e de explorar o conceito do Teorema de Tales, permitindo verificar a importância dessa matéria, uma vez que essa teoria é a base para a resolução de diversos outros conteúdos de matemática, química e física.

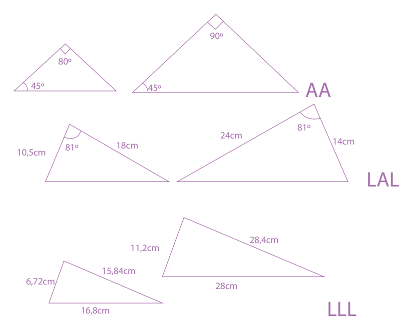
Espero que estejam preparados para mais uma Sequência de Atividades. Bons estudos!

**1.** Observe os triângulos a seguir.

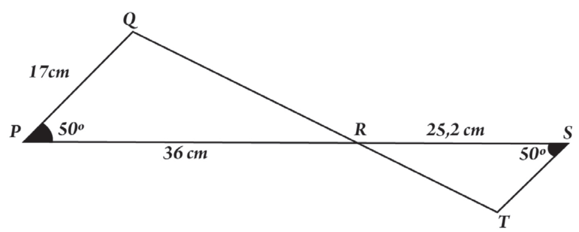



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Verifique se os triângulos apresentados são semelhantes. Caso sejam, identifique os casos de semelhança entre eles.



**2.** Observe os triângulos a seguir.




Fonte: Elaborado para fins didáticos.

**a.** Eles são semelhantes? Qual é o caso?

**Sim, pois existe um ângulo comum e um ângulo de 50º igual aos dois triângulos. Logo, eles são congruentes pelo caso AA.**

**b.** Qual é o valor do segmento ST no triângulo RST?

$$\frac{36}{25{,}2} = \frac{17}{\mathrm{ST}}$$

$$36\mathrm{ST} = 428{,}4$$

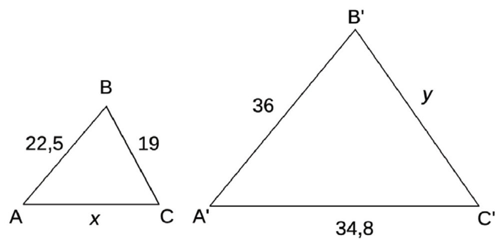
$$ST = 11{,}9\ cm$$

## FINALIZANDO

Para finalizar a aula, destine um tempo para a socialização com os estudantes. Você pode perguntar aos alunos sobre o que acharam das atividades, se tiveram facilidade em lidar com a régua, quais foram as questões mais difíceis, qual o maior desafio encontrado, entre outras perguntas. Questione sobre as técnicas adotadas em cada atividade, mediando as trocas dos que obtiveram êxito e dos que não obtiveram, fazendo com que todos possam compreender o conteúdo integralmente.

semelhantes pelo caso LLL. O estudante deverá analisar quais lados são correspondentes e, assim, determinar a razão de proporção entre os triângulos. A partir disso, eles terão toda capacidade para determinar os dois valores desconhecidos nos triângulos.

**3.** Considere os triângulos semelhantes ABC e A'B'C'.




Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Sabendo que as medidas dos lados estão em centímetros, determine o que se pede.

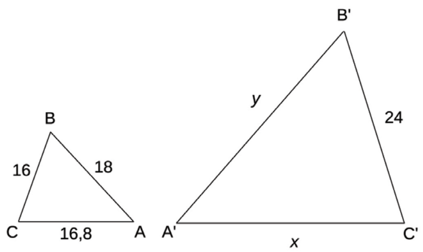
**a.** Qual a razão de proporção entre os triângulos ABC e A'B'C'?

$$\frac{36}{22{,}5} = \frac{8}{5}$$

**b.** Determine os valores desconhecidos em ambos os triângulos.

$$\frac{36}{22{,}5} = \frac{y}{19}$$
$$22{,}5y = 684$$
$$y = 30{,}4$$
$$\frac{36}{22{,}5} = \frac{34{,}8}{x}$$
$$22{,}5y = 783$$
$$y = 21{,}75$$

**4.** Os triângulos a seguir são semelhantes através do caso LLL.




Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Determine os valores desconhecidos no triângulo A'B'C'

$$\frac{24}{16} = \frac{y}{18}$$

$$16y = 432$$

$$y = 27$$

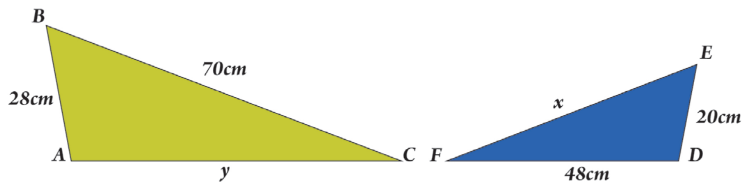
$$\frac{24}{16} = \frac{x}{16,8}$$

$$16x = 403,2$$

$$x = 25,2$$

## ANOTAÇÕES

**5.** Considere os triângulos ABC e DEF, semelhantes pelo caso LLL.




Fonte: Elaborado para fins didáticos.

a. Determine a razão entre os lados dos triângulos ABC e DEF.

**Os únicos valores correspondentes que temos é o AB e DE. Dividindo um pelo outro, obtemos o cálculo:**

$$\frac{28}{20} = 1{,}4$$

b. Qual o valor da medida $x$ no triângulo DEF?

$$\frac{28}{20} = \frac{70}{x}$$

$$28x = 1400$$

$$x = 50$$

c. Qual o valor da medida $y$ no triângulo ABC?

$$\frac{28}{20} = \frac{y}{48}$$

$$20y = 1344$$

$$y = 67{,}2$$

# SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

# 9º ANO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

## OLÁ, PROFESSOR!

Nessa Sequência de Atividades, falamos com você que está aí na sala de aula, ou realizando as aulas remotamente, no convívio constante com os estudantes, os quais terão oportunidade de se envolver com atividades que possibilitam a retomada de conceitos, propriedades e procedimentos essenciais para o desenvolvimento de seus conhecimentos e capacidades em matemática.

A Sequência de Atividades deve ser desenvolvida considerando os protocolos de higiene e distanciamento social, favorecendo a interação, o compartilhamento de conhecimentos e a colaboração. Além disso, as socializações das atividades por parte dos estudantes são percebidas como oportunidades de desenvolver habilidades e competências que dizem respeito à cooperação, à empatia, à argumentação, à comunicação, entre outras.

Vale ressaltar que os estudantes devem chegar ao final da Sequência de Atividades sendo capazes de demonstrar o teorema de Pitágoras e identificar as fórmulas corretas para determinar os valores desconhecidos das relações métricas no triângulo retângulo.

Essas sequências foram elaboradas por meio da análise dos resultados das avaliações internas e externas (diagnóstico de entrada e SARESP), que revelaram fragilidades dos estudantes com relação às habilidades (EF09MA13). Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos e (EF09MA14) Resolver e elaborar situações-problema de aplicação do teorema de Pitágoras.

| AULA | DURAÇÃO | TEMA DA AULA |
|---|---|---|
| 01 e 02 | 90 min | Determinando as relações métricas no triângulo retângulo |
| 03 e 04 | 90 min | Resolvendo situações-problema envolvendo o Teorema de Pitágoras |
| 05 e 06 | 90 min | Interpretando e resolvendo situações-problema |
| 07 e 08 | 90 min | Elaborando situações-problema envolvendo o Teorema de Pitágoras |

Sabemos que as atividades por si só não ensinam. Por isso, professor, a sua atuação é importante em cada uma das situações propostas aqui, cujo objetivo é recuperar as aprendizagens e desenvolver as habilidades esperadas para o 9º Ano do Ensino Fundamental. Para isso, esse caderno deverá servir como mais uma ferramenta que o auxiliará no processo de ensino, sendo necessário, portanto, que você considere outras possibilidades de discussão e recursos em seu replanejamento, para além daqueles sugeridos nessa Sequência de Atividades. Para ajudá-lo nessa ação, a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo realizará, por meio do Centro de Mídias, formações continuadas acerca das Sequências de Atividades, nos momentos das Aulas de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPCs).

Desejamos a você e aos nossos estudantes um ótimo trabalho!

# SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

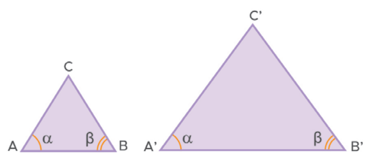
## AULAS 1 E 2 - DETERMINANDO AS RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Objetivos das aulas:
- Demonstrar o teorema de Pitágoras por semelhança de triângulos;
- Determinar as relações métricas no triângulo retângulo;
- Identificar a relação métrica correta para determinar o valor desconhecido no triângulo retângulo.

Olá, estudante!

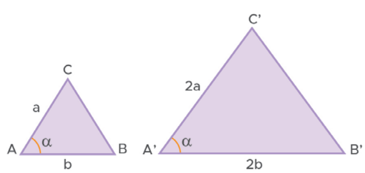
Iremos aplicar nessas aulas um pouco do que aprendemos anteriormente, em aulas deste ano ou de anos anteriores. Vamos aplicar o conceito de semelhança de triângulos, que consiste em verificar características entre dois triângulos e classificá-los como semelhantes. Vamos relembrar a seguir:

O **primeiro caso de semelhança de triângulos** AA (Ângulo – Ângulo): Consiste em ter dois ângulos correspondentes congruentes entre os triângulos. Exemplo:



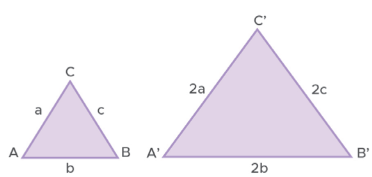

Fonte: Elaborado para fins didáticos.

O **segundo caso de semelhança** de triângulos LAL (Lado – Ângulo – Lado): Consiste em ter em dois triângulos, dois lados correspondentes proporcionais e o ângulo entre esses lados ser congruente. Exemplo:




Fonte: Elaborado para fins didáticos.

O **terceiro caso de semelhança** de triângulos LLL (Lado - Lado - Lado): Consiste em ter três lados correspondentes proporcionais. Exemplo:




Fonte: Elaborado para fins didáticos.

## AULAS 1 E 2 - DETERMINANDO AS FÓRMULAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize a turma, se possível, em duplas produtivas, respeitando os protocolos de higiene e o distanciamento social, ou individualmente, com as carteiras dispostas em "U".

### MATERIAL NECESSÁRIOS

Caderno do estudante.

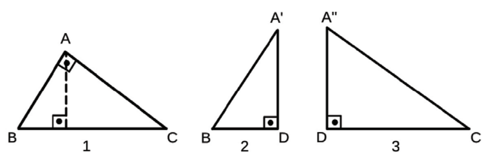
### INICIANDO

Nessa Sequência de Atividades, os estudantes determinarão a fórmula do teorema de Pitágoras através da semelhança entre triângulos, determinarão as fórmulas das relações métricas no triângulo retângulo e resolverão situações práticas diretamente ligadas aos conceitos do teorema de Pitágoras e às demais fórmulas. Para chegarem a essas fórmulas, os estudantes irão aplicar seus conhecimentos sobre semelhança de triângulos. Logo na introdução das atividades, os estudantes são relembrados sobre o que é a semelhança de triângulo, sendo uma oportunidade para que eles coloquem em prática essa propriedade da Matemática, que tem a mesma ideia da regra de três simples, da porcentagem, e outras aplicações da derivação do teorema de Tales. Ainda nessa Sequência de Atividades, os estudantes terão a oportunidade de determinar as fórmulas

Assim, é possível provar um dos famosos teoremas existentes na Matemática.

Esperamos que tenham muito êxito nessa Sequência de Atividades.

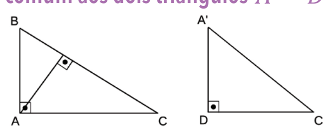
**1.** Observe o triângulo retângulo *ABC*. É possível separá-lo em três triângulos semelhantes, como mostrado a seguir:



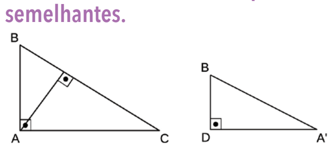

Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Justifique os casos de semelhança entre os triângulos 1 e 2, 1 e 3, 2 e 3.

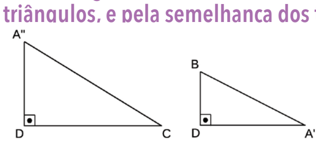
**Os triângulos ABC e DAC (1 e 3) são semelhantes pelo caso AA. Isso se deve aos ângulos que é comum aos dois triângulos $\hat{A} = \hat{D} = 90°$ e $\hat{C}$. Logo, os dois triângulos são semelhantes.**




**Os triângulos CAB e A'DB (1 e 2) são semelhantes pelo caso AA. Isso se deve aos ângulos $\hat{A} = \hat{D} = 90°$ e $\hat{B}$, que é comum aos dois triângulos. Logo, os dois triângulos são semelhantes.**




**Os triângulos A''DC e BDA' (2 e 3) são semelhantes. Como os triângulos ABC e DA''C são semelhantes (primeira demonstração) pelo caso AA, então os ângulos correspondentes serão iguais. Nesse caso, o ângulo $\hat{A} = \hat{D}$, $\hat{B} = \widehat{A''}$. Então, nos triângulos 2 e 3, temos que $\hat{D}$ é comum nos dois triângulos, e pela semelhança dos triângulos 1 e 3, tem-se que $\widehat{A''} = \hat{B}$ e, logo, $\hat{C} = \widehat{A'}$.**




das relações métricas no triângulo retângulo e também identificar a fórmula correta para determinar as medidas desconhecidas no triângulo retângulo.

## DESENVOLVENDO

Na **Atividade 1**, é proposto ao estudante fazer a análise entre três triângulos e dizer qual caso de semelhança representa cada situação.

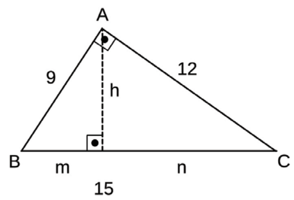
Na **Atividade 2**, é proposto ao estudante determinar as expressões para determinar os valores desconhecidos em um triângulo retângulo que possui sua altura relativa à hipotenusa. São expressões em que os catetos estão em função da hipotenusa e das projeções, em que a altura está em função dos catetos, e há um item dessa atividade que pede ao estudante para definir o teorema de Pitágoras através das expressões encontradas por meio das semelhanças entre triângulos.

Na **Atividade 3**, o estudante deve identificar a fórmula que determina a altura relativa à hipotenusa, sendo fornecido os três lados do triângulo, ficando as medidas da projeção dos catetos sobre a hipotenusa e a altura relativa à hipotenusa em função desses valores dados.

Na **Atividade 4**, é proposto que os estudantes identifiquem as fórmulas para determinar as medidas das projeções dos catetos sobre a hipotenusa e a própria altura relativa à hipotenusa. Novamente, foram dados alguns valores numéricos e as respostas estão em função desses valores dados.

Na **Atividade 5**, o estudante deve determinar a medida da altura relativa à hipotenusa em uma situação problema em que o estudante nem precisará aplicar as fórmulas obtidas na **atividade 2**, pois basta fazer uma observação a respeito da medida a ser determinada e usar o teorema de Pitágoras.

**2.** Considere o triângulo *ABC* representado a seguir.




Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Sabe-se que a medida da altura relativa à hipotenusa é desconhecida. Identifique, dentre as expressões a seguir, aquela que determinará a medida da altura relativa à hipotenusa. O objetivo é identificar a expressão que determinará o valor da altura relativa à hipotenusa.

a. $15 \cdot h = 9 \cdot 12$

b. $9^2 = m^2 + h^2$

c. $h^2 = 12 \cdot 9$

d. $12^2 = h^2 + (15 - n)^2$

Alternativa a)

Para determinar a altura relativa à hipotenusa, são definidas duas relações métricas. A primeira é $ah = bc$ e a segunda é $h^2 = m \cdot n$.

Entretanto, como as medidas das projeções dos catetos na hipotenusa são desconhecidas, então sobra $a \cdot h = b \cdot c$.

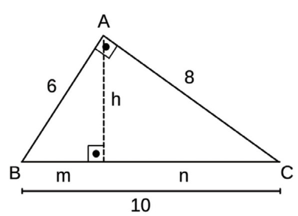
Observando o triângulo, temo que $a = 15$, $b = 9$, $c = 12$.

Logo:

$$a \cdot b = b \cdot c$$

$$15 \cdot h = 9 \cdot 12$$

**3.** Considere o triângulo *ABC* representado a seguir.




Fonte: Elaborado para fins didáticos.

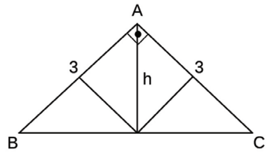
Quais das expressões encontradas anteriormente poderão ser usadas para determinar o valor desconhecido de *h*, *m* e *n* no triângulo retângulo *ABC*?

Resposta pessoal, mas uma das maneiras é determinar a medida h através da expressão $ah = bc$, ou seja, $10h = 6 \cdot 8$. Depois, pode ser usado a expressão $h^2 = 8^2 + n^2$ para achar a medida de n e, por fim, determinar a medida de m, pois $m + n = 10$.

## FINALIZANDO

Para finalizar a aula, reserve alguns minutos para a socialização das atividades entre todos os estudantes. Você pode perguntar a eles sobre o que acharam das atividades, quais foram as atividades mais difíceis, qual foi o maior desafio encontrado, entre outras perguntas que os incentivem a falar sobre novos aprendizados ou sobre dúvidas antigas que foram esclarecidas.

**4.** Considere o triângulo retângulo isósceles *ABC* representado a seguir.




Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Analisando o triângulo anterior, identifique qual das opções, a seguir, representa a medida da altura h.

a. $h = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

b. $h = \frac{\sqrt{2}}{3}$

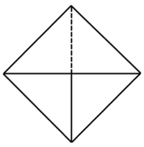
c. $h = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

d. $h = 3\sqrt{2}$

Alternativa a.

O triângulo citado é retângulo isósceles. Portanto, aplicando o teorema de Pitágoras para determinar a hipotenusa, que é a base desse triângulo nesse caso, temos:

$$a^2 = 3^2 + 3^2$$
$$a^2 = 9 + 9$$
$$a^2 = 2 \cdot 9$$
$$a = \sqrt{2 \cdot 9}$$
$$a = 3\sqrt{2}$$



A medida h é a altura relativa à hipotenusa, mas a mesma é a metade da hipotenusa, já que o encontro das diagonais de um quadrado se localiza no centro do quadrado. Como é a metade da diagonal de um quadrado ou a metade de uma hipotenusa de valor igual $3\sqrt{2}$ então a medida h mede $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

## ANOTAÇÕES

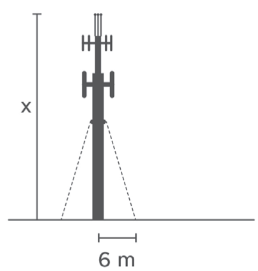
# AULAS 3 E 4 - RESOLVENDO SITUAÇÕES-PROBLEMA SOBRE O TEOREMA DE PITÁGORAS

Objetivos das aulas:
- Resolver situações-problema com o teorema de Pitágoras;
- Resolver situações-problema com as relações métricas no triângulo retângulo;
- Resolver problemas sobre o teorema de Pitágoras.

Olá estudante!

Nessa lista de atividades, serão abordados objetos em destaque e situações recorrentes do dia a dia em que podem ser aplicadas as relações métricas no triângulo retângulo. Essa Sequência de Atividades irá mostrar problemas que exigirão de você atenção, leitura, interpretação e resolução de situações-problema. Preste atenção nas perguntas e sucesso na resolução daws atividades.

**1.** Observe a imagem a seguir.




Fonte: Elaborado para fins didáticos.

A figura acima representa uma torre de telefone celular instalada em um lote próximo à casa de Carla. Para saber a altura dessa torre, ela mediu a distância da base da torre até onde os cabos que sustentam a torre foram instalados. Sabe-se que esses cabos foram presos na metade da torre, e que cada cabo mede 15,6 m. Sabendo disso e adotando o teorema de Pitágoras, Carla determinou a altura dessa torre.

Qual é à medida que ela encontrou?

$$15{,}6^2 = 6^2 + x^2$$

$$x^2 = 243{,}36 - 36$$

$$x^2 = 207{,}36$$

$$x = \sqrt{207{,}36}$$

$$x = \sqrt{\frac{20736}{100}}$$

| | |
|---|---|
| 20 736 | 2 |
| 10 368 | 2 |
| 5 184 | 2 |
| 2 592 | 2 |
| 1 296 | 2 |
| 648 | 2 |
| 324 | 2 |
| 162 | 2 |
| 81 | 3 |
| 27 | 3 |
| 9 | 3 |
| 3 | 3 |
| 1 | $2^8 \times 3^4$ |

$$x = \sqrt{\frac{2^8 \times 3^4}{10^2}} = \frac{16 \times 9}{10} = \frac{144}{10}$$

$$x = 14{,}4\ m$$

**Como esse valor representa apenas a metade da torre, então a torre inteira mede 28,8 m.**

## AULAS 3 E 4 - RESOLVENDO SITUAÇÕES-PROBLEMA SOBRE O TEOREMA DE PITÁGORAS

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize a turma, se possível, em duplas produtivas, respeitando os protocolos de higiene e o distanciamento social, ou individualmente, com as carteiras dispostas em "U".

### MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do estudante.

### INICIANDO

Nessa Sequência de Atividades, os estudantes irão aplicar o teorema de Pitágoras em situações diversas, mas sempre apresentado em situações reais, situações que mostram o quanto a matemática está presente em diversos momentos do cotidiano. O intuito é mostrar aos estudantes que esse conteúdo pode ser de grande utilidade se você quiser aplicá-lo em situações práticas. Portanto, caso os estudantes se identifiquem com algum dos casos apresentados nas atividades, incentive-os a falar para todos os colegas sobre o fato.

### DESENVOLVENDO

Na **Atividade 1**, a proposta é que os estudantes desenvolvam cálculos utilizando o teorema de Pitágoras na situação-problema de uma torre de celular presa por cabos ao qual deseja-se determinar sua altura. A questão exige um pouco de raciocínio, portanto, caso eles apliquem a fórmula direto no problema e não consigam chegar na resposta, comente que o problema é um pouco mais complexo do que aplicar a fórmula direto nos valores fornecidos da questão. Na **Atividade 2**, é proposto aos estudantes determinar a medida da hipotenusa pelo teorema de Pitágoras. A situação-problema retrata um objeto bem comum aos estudantes, possibilitando comentar com eles a respeito de objetos e problemas que eles conhecem e nem imaginavam que poderiam resolver com o teorema. Na **Atividade 3**, os estudantes devem determinar a altura da pipa de um garoto, ou seja, no triângulo retângulo formado entre a linha, o solo e a altura da pipa, devem aplicar o teorema de Pitágoras. Novamente, uma situação muito comum aos estudantes sendo tratada na forma de problema. Esse problema pode ser usado para comentar com os estudantes que é possível ter problemas relacionados a temas muito comuns a eles. Toda essa conversa tem um motivo. Nas próximas aulas, a proposta será que eles elaborarem situações-problema que retratam o teorema de Pitágoras, de

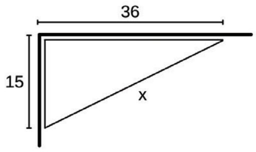
Na **Atividade 4**, os estudantes precisam determinar, usando o teorema de Pitágoras, a medida de um dos catetos de um tri-



**2.** Observe a imagem a seguir.

Fonte: Elaborado para fins didáticos.

A mão francesa é uma peça usada para fazer prateleiras e estantes, entre outras funções. Uma peça igual a essa é representada a seguir:




Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Utilizando o teorema de Pitágoras, determine a medida dessa peça.

$x^2 = 15^2 + 36^2$

$x^2 = 225 + 1296$

$x^2 = 1521$

$x^2 = 3^2 \cdot 13^2$

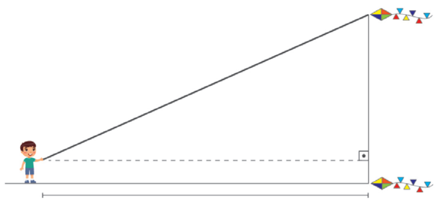
$x = \sqrt{3^2 \cdot 13^2}$

$x = 3 \cdot 13 = 39\ cm$

**Logo, a medida desconhecida na mão francesa é igual a 39 cm**

ângulo retângulo formado por uma haste sustentada por um cabo, situação-problema peculiar na disciplina de física. Apesar deste problema não ser tão usual, comente que ele está sendo retratado em uma situação concreta, com elementos da vida real. Na **Atividade 5**, a proposta é que os estudantes determinem a medida do poste de uma estrutura de um circo, dado o comprimento dos cabos e a distância que os mesmos foram amarrados às estacas. Trata-se de uma atividade de interpretação e determinação de um dos catetos de um triângulo retângulo. O destaque nessa atividade fica por conta da ausência de imagem, fazendo com que o estudante interprete o problema e desenhe a situação-problema segundo sua interpretação.

**3.** Um garoto está soltando pipa no sítio de seu avô. Em certo momento, seu carretel de linha de 100 metros está todo no ar e a projeção de sua pipa está a 80 metros dele. Sabe-se que a altura que esse garoto segura a linha da pipa está a 1,38 m do solo. Qual a altura dessa pipa em relação ao chão?



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

$$100^2 = 80^2 + x^2$$

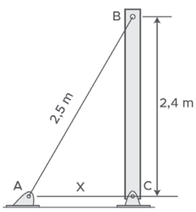
$$10000 = 6400 + x^2$$

$$x = \sqrt{3600} = 60\ m$$

Como devemos somar com a altura da mão do garoto em relação ao solo, temos

$$60 + 1{,}38 = 61{,}38m$$

**4.** Uma haste medindo 2,4 m está conectada a um cabo de 2,5 metros, como mostra a figura.




Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Utilizando o teorema de Pitágoras, determine a distância, em metros, entre os pontos A e C.

$$(2{,}5)^2 = (2{,}4)^2 + x^2$$

$$6{,}25 = 5{,}76 + x^2$$

$$x^2 = 6{,}25 - 5{,}76$$

$$x = \sqrt{0{,}49}$$

$$x = \sqrt{\frac{49}{100}} = \frac{7}{10}$$

$$x = 0{,}7\ m$$

Na **Atividade 6**, a proposta é que os estudantes consigam determinar a medida da altura de um telhado. Basicamente, trata-se de uma atividade que retrata uma situação-problema com o objetivo em determinar um cateto de um triângulo retângulo, cuja hipotenusa foi dada, assim como um dos catetos.

## FINALIZANDO

Para finalizar, destine alguns minutos da aula para a socialização das atividades entre todos os estudantes. Você pode perguntar aos estudantes sobre o que acharam das atividades, quais foram as atividades mais difíceis, qual foi o maior desafio encontrado, entre outras perguntas que os incentivem a falar sobre novos aprendizados ou sobre dúvidas antigas que foram esclarecidas.

**5.** Os cabos que seguram os postes que sustentam a lona de um circo medem, cada um, 6 metros. Sabe-se que as estacas que predem os cabos até os pés dos postes que sustentam a lona do circo medem 3,6 m. Sabe-se que os postes foram instalados verticalmente com relação ao solo.

Usando o teorema de Pitágoras, determine a altura de cada um desses postes.

$$6^2 = 3,6^2 + x^2$$

$$36 - 12{,}96 = x^2$$

$$23{,}04 = x^2$$

$$x = \sqrt{23{,}04}$$

$$x = \sqrt{\frac{2304}{100}}$$

$$x = \sqrt{\frac{2^8 \times 3^2}{10^2}} = \frac{2^4 \times 3}{10} = \frac{16 \times 9}{10} = \frac{48}{10}$$

$$x = 4{,}8\ m$$

**6.** Observe a imagem a seguir:


Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Esse telhado em formato de um triângulo isósceles, possui a largura de um beiral ao outro igual a 7,2 m (observe a figura). A medida da cumeeira até o beiral mede 3,9 m. Nessas condições, qual é a altura h desse telhado?

**A hipotenusa tem medida igual a 3,9 m, um dos catetos possui medida igual a 3,6 m, que é obtido dividindo o lado de 7,2 m ao meio, dado que o triângulo é isósceles. Aplicando as medidas dadas, teremos:**

$$3{,}9^2 = 3{,}6^2 + h^2$$

$$15{,}21 = 12{,}96 + h^2$$

$$h = \sqrt{15{,}21 - 12{,}96} = \sqrt{2{,}25}$$

$$h = \sqrt{\frac{225}{100}} \quad h = \sqrt{\frac{15^2}{10^2}} \quad h = \frac{15}{10} \qquad h = 1{,}5\ m$$

# AULAS 5 E 6 - INTERPRETANDO E RESOLVENDO SITUAÇÕES-PROBLEMA

**Objetivos das aulas:**
- Ler, interpretar e resolver situações-problema relacionado ao teorema de Pitágoras;
- Ler, interpretar e resolver situações-problema relacionado as relações métricas no triângulo retângulo;
- Identificar a relação métrica necessária para resolver cada problema.

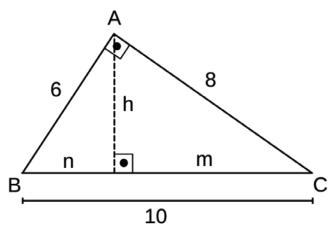
Olá estudante!

As atividades que irão resolver nessas duas aulas, são situações-problema que devem ser lidas, interpretadas e resolvidas. As atividades foram elaboradas para que você possa aprender a interpretar situações-problema que retratam a aplicações do teorema de Pitágoras e situações envolvendo o uso das fórmulas sobre relações métricas no triângulo retângulo, ou seja, as fórmulas para determinar a altura relativa à hipotenusa e as projeções dos catetos sobre a hipotenusa.

Espero que possa aproveitar essa oportunidade e esclarecer suas dúvidas.

Bons estudos!

**1.** Marcos está resolvendo um exercício de matemática em que é pedido para determinar as projeções dos catetos, no caso, m e n no triângulo retângulo.




Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Sendo fornecida a hipotenusa e seus catetos com o mostra a figura acima, quais as relações métricas a serem usadas para determinar as medidas desconhecidas?

a. $10h = 6 \times 8\,;\ 6^2 = h^2 + n^2\,; m = 10 - n$

b. $h^2 = 6 \times 8\,;\ 6^2 = h^2 + n^2\,; m = 10 - n$

c. $h^2 = 8^2 - m^2\,;\ 10h = m \times n\,; n = 10 - m$

d. $10h = 6 \times 8\,;\ 8^2 = h^2 + n^2\,; m = 10 - n$

**Alternativa a**

**Primeiro achamos a altura e depois a projeção n, e, em seguida, a projeção m.**

$$10h = 6 \times 8$$
$$h = \frac{48}{10}$$
$$h = 4{,}8$$
$$6^2 = 4{,}8^2 + n^2$$
$$n^2 = 12{,}96$$
$$n = 3{,}6$$
$$m = 10 - 3{,}6$$
$$m = 6{,}4$$

## AULAS 5 E 6 - INTERPRETANDO E RESOLVENDO SITUAÇÕES-PROBLEMA

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize a turma, se possível, em duplas produtivas, respeitando os protocolos de higiene e o distanciamento social, ou individualmente, com as carteiras dispostas em "U".

### MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do estudante.

### INICIANDO

Nessa Sequência de Atividades, a proposta é que o estudante, leia, interprete e resolva situações-problema. Essas questões foram elaboradas com o objetivo de desenvolver as habilidades de trabalhar com os números decimais, tendo em vista a grande dificuldade que os estudantes apresentam diante deste objeto de conhecimento. Caso necessário, recomenda-se o uso da calculadora, principalmente para se obter a raiz quadrada de números decimais. Algumas questões são apresentadas e suas imagens auxiliarão o entendimento das questões; entretanto algumas questões apresentam apenas o texto base, assim, o estudante precisará ler e interpretar o problema, e, ocasionalmente, precisará representar os problemas através de um desenho.

### DESENVOLVENDO

Na **Atividade 1**, a proposta é que os estudantes identifiquem as fórmulas para determinar as medidas que são desconhecidas na questão. Essas fórmulas seguem uma ordem para serem determinadas, pois ao determinar uma medida, esta pode ser usada para determinar outras medidas desconhecidas.

Na **Atividade 2**, os estudantes precisam determinar a medida do cateto desconhecido em uma situação em que é dado um problema e o estudante deve ler e interpretar o problema. Uma observação dada no problema pode ser usada para fazer comentários com os estudantes. Nessa questão é informado uma das medidas é a hipotenusa.

Na **Atividade 3**, a proposta é que os estudantes determinem a medida da hipotenusa em uma situação problema. Nesse caso, é informado como deverá ser construído o triângulo com as informações dadas.

Na **Atividade 4**, os estudantes devem determinar medidas em um triângulo retângulo. A questão é uma situação-problema em que se deseja encontrar a medida da hipotenusa, a altura relativa à hipotenusa e as projeções dos catetos sobre a hipotenusa. As medidas atribuídas à questão são números decimais e pode ser necessário um pouco mais de atenção a essa questão, com possibilidade de uso da calculadora para realizar os cálculos.



**2.** A professora Marta pediu para que os estudantes de sua sala construíssem um triângulo retângulo dando apenas duas medidas desse triângulo, 24 cm e 25 cm. A professora pediu para os estudantes determinarem a medida do terceiro lado, sabendo que a professora forneceu, entre os valores dados, a medida da hipotenusa.

Como a hipotenusa é o maior lado do triângulo retângulo, então a figura obtida para determinar o terceiro lado é definida por:

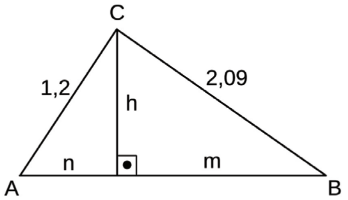
$$25^2 = 24^2 + x^2$$
$$x^2 = 625 - 576$$
$$x^2 = 49$$
$$x = 7$$

**3.** Um poste com 11,7m de altura e perpendicular ao solo possui, no alto de sua ponta, uma corda amarrada a ele que está tocando no chão. Marcelo segurou a ponta que tocava no chão e a esticou totalmente, colocando a ponta da corda no chão após ter se afastado 4,4 m do pé desse poste. Qual o tamanho dessa corda, considerando que essa corda não se esticou?

$$x^2 = (11{,}7)^2 + (4{,}4)^2$$
$$x^2 = 136{,}89 + 19{,}36$$
$$x^2 = 156{,}25$$
$$x = 12{,}5\ m$$

ANOTAÇÕES

**4.** Um escoteiro armou a estrutura de sua barraca, conforme as medidas dos triângulos apresentadas a seguir:




Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Considerando as medidas em metros, determine:

a. A medida do segmento AB, que representa a parte em que o escoteiro irá dormir.

**Chamemos o segmento AB de $a$, e usando a expressão $a^2 = b^2 + c^2$, temos que:**

$a^2 = 1{,}2^2 + 2{,}09^2$

$a^2 = 1{,}44 + 4{,}3682$

$a^2 = 5{,}8081$

$a = \sqrt{5{,}8081}$

$a = 2{,}41$

b. A medida da altura dessa barraca.

**Usaremos a expressão $a \cdot h = b \cdot c$.**

$2{,}41h = 2{,}09 \cdot 1{,}2$

$2{,}41h = 2{,}508$

$h = \frac{2{,}508}{2{,}41} = \frac{2508}{2410} \cong 1{,}04$

c. A medida m e n.

**Para determinar a medida de m e n, adotaremos a expressão $2{,}09^2 = 2{,}41m$.**

$4{,}3681 = 2{,}41m$

$m \cong 1{,}81$

**A outra medida é obtida através da expressão $1{,}2^2 = 2{,}41n$**

$1{,}44 = 2{,}41n$

$n \cong 0{,}60$

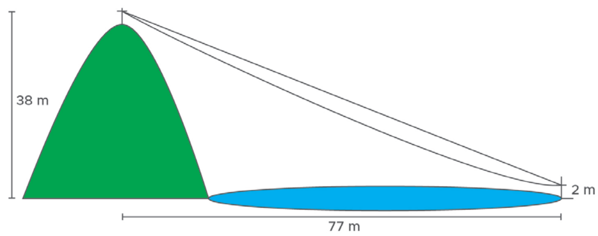
Na **Atividade 5**, a proposta é que os estudantes determinem a medida da hipotenusa em uma situação problema em que é dado os catetos e, consequentemente, pede-se para determinar a hipotenusa

Na **Atividade 6**, os estudantes devem determinar a medida da hipotenusa, da altura relativa à hipotenusa e das projeções desses catetos sobre a hipotenusa.

## FINALIZANDO

Para finalizar, destine poucos minutos da aula para a socialização das atividades entre todos os estudantes. Finalize as aulas, construindo com a turma uma breve síntese dos objetos de conhecimento estudado. Essa síntese pode ser registrada na lousa, em forma de lista, com tópicos e subtópicos, esquemas ou mapas mentais. Pergunte se, para resolução das atividades dessas aulas, as atividades anteriores foram importantes, e modo que eles perceberão que os objetos de conhecimento das aulas são interligados, precisando sempre recorrer ao que já foi estudado para dar continuidade nos próximos.

**5.** Uma tirolesa situada no alto de um morro de 36 m de altura possui um cabo de aço totalmente esticado, preso a um poste de 2 m de altura. Este cabo é esticado até a parte de baixo do morro, onde está preso a outro poste de 2 m de altura. Sabendo que esse cabo está totalmente esticado, e que a distância horizontal entre os pontos que este cabo está preso é de 77m, qual o comprimento do cabo?

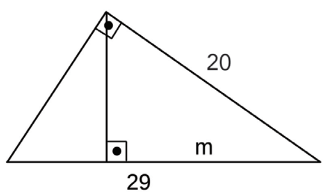



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

**Usaremos o teorema de Pitágoras, dado que temos os catetos e se deseja obter a hipotenusa.**

$$x^2 = 77^2 + 36^2$$
$$x^2 = 5\,929 + 1\,296$$
$$x^2 = 7225$$
$$x = 85m$$

**6.** Um triângulo retângulo cuja hipotenusa mede 29 cm está como base desse triângulo. Sabe-se que um dos catetos possui 20 cm. Qual a medida da projeção desse cateto sobre a hipotenusa?




Fonte: Elaborado para fins didáticos.

**Para resolver essa atividade, usaremos uma das relações métricas para determinar as projeções dos catetos sobre a hipotenusa.**

$$b^2 = a.m$$
$$20^2 = 29.m$$
$$400 = 29m$$
$$m = \frac{400}{29}\ cm$$

# AULAS 7 E 8 - INTERPRETANDO E RESOLVENDO SITUAÇÕES-PROBLEMA

Objetivos das aulas:
- Elaborar situações-problema sobre o teorema de Pitágoras;
- Elaborar situações-problema sobre as relações métricas no triângulo retângulo;
- Elaborar e resolver situações-problema relacionados a relações métricas no triângulo retângulo.

Olá, estudante!

O objetivo da elaboração de situações-problema é dar a você a oportunidade de colocar seus conhecimentos em prática. Tente usar os conhecimentos que você aprendeu nas aulas anteriores para aplicá-los em situações-problema.

Elabore problemas que tragam para você o enriquecimento em sua aprendizagem. Com relação aos valores que serão informados na elaboração da situação-problema, tenha o cuidado em escolher valores inteiros, que possam gerar respostas inteiras, pois caso a atividade peça para informar à altura de um objeto, espera-se que o resultado seja um número inteiro como resposta.

**1.** Elabore uma situação-problema, se possível produzindo uma imagem, em que são dadas as medidas dos catetos e pergunte o valor da hipotenusa.

Resposta pessoal, porém espera-se que o estudante possa elaborar uma situação problema em que se deseja determinar a medida da hipotenusa.

**2.** Elabore uma situação-problema que, dada a medida do cateto e da hipotenusa, seja determinado a medida do outro cateto. Após a elaboração, faça uma figura que represente a situação-problema.

Resposta pessoal, porém espera-se que o estudante possa elaborar uma situação problema em que se deseja determinar a medida de um dos catetos.

## AULAS 7 E 8- INTERPRETANDO E RESOLVENDO SITUAÇÕES-PROBLEMA

### ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize a turma, se possível, em duplas produtivas, respeitando os protocolos de higiene e o distanciamento social, ou individualmente, com as carteiras dispostas em "U".

### MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do estudante.

### INICIANDO

Nessa Sequência de Atividades, a proposta é que os estudantes elaborem situações-problema que peçam para determinar diversas medidas do triângulo retângulo, sejam elas os catetos, a hipotenusa, a altura relativa à hipotenusa e as projeções dos catetos sobre a hipotenusa. O professor pode sugerir aos estudantes algumas ternas pitagóricas, que consiste em um grupo de três números que obedecem ao teorema de Pitágoras, pois esses valores poderão auxiliá-los na elaboração das atividades. Uma escolha de valores arbitrários poderá resultar em cálculos que necessitarão desenvolver fatoração, radiciação etc. Nessas aulas, uma proposta é induzir os estudantes a construírem algumas figuras que ajudarão na interpretação e elaboração da atividade. Existem também algumas situações-problema que, além de elaborar, solicitam ao estudante encontrar a solução após a elaboração. Ou seja, o intuito é fazer com que os estudantes não elaborem determinadas situações que sejam impossíveis de serem resolvidas ou que não respeitem as características de uma situação-problema referente a tema estudado.

## DESENVOLVENDO

Na **Atividade 1**, a proposta é que os estudantes elaborem uma situação-problema em que se deseja determinar a hipotenusa de um triângulo, sendo informado as medidas dos catetos. Converse com os estudantes para que eles possam elaborar essas situações-problema em circunstâncias que sejam comuns ao convívio deles. Caso seja necessário, levante mais situações com eles, para que seja possível abranger muitas possibilidades.

Na **Atividade 2**, os estudantes precisam elaborar uma situação-problema em que se deseja determinar a medida de um dos catetos, sendo fornecida a medida do outro cateto e da hipotenusa.

Na **Atividade 3**, a proposta é que os estudantes elaborem e não respondam uma situação-problema na qual seja pedido para determinar a medida desconhecida na treliça de madeira sugerida na questão.

Na **Atividade 4**, os estudantes devem elaborar uma situação-problema em que deve ser pedido para determinar a altura relativa à hipotenusa.

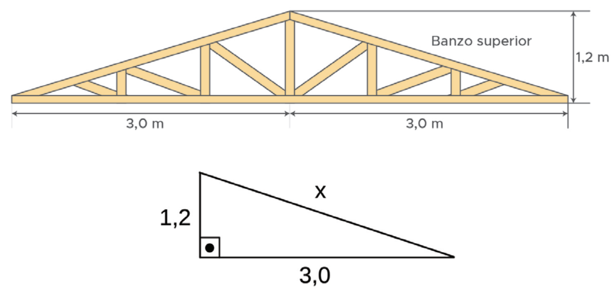
Na **Atividade 5**, a proposta é que os estudantes consigam elaborar uma situação-problema em que deve ser pedido para determinar as projeções dos catetos sobre à hipotenusa.

Na **Atividade 6**, os estudantes devem elaborar uma situação-problema em que se deseja determinar a diagonal de uma TV, ou seja, a hipotenusa de um triângulo. A imagem em que os estudantes irão elaborar o problema está vinculado às medidas sugeridas na imagem.

Na **Atividade 7**, a proposta é que os estudantes elaborem uma situação-problema



**3.** Observe a figura a seguir:




Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Elabore uma situação-problema em que se deseja determinar a medida do banzo superior, valor desconhecido na estrutura de um telhado.

**Resposta pessoal, porém espera-se que o estudante possa elaborar uma situação problema em que se deseja determinar a medida da hipotenusa.**

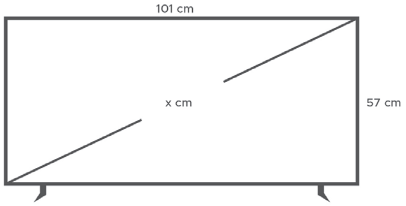
**4.** Elabore uma situação-problema envolvendo uma situação em que se deseja determinar a altura relativa à hipotenusa.

**Resposta pessoal, porém espera-se que o estudante possa elaborar uma situação problema em que se deseja determinar a medida da altura relativa à hipotenusa.**

5. Determine uma situação-problema em que se deseja determinar as medidas das projeções em um triângulo retângulo.

**Resposta pessoal, porém espera-se que o estudante possa elaborar uma situação problema em que se deseja determinar as medidas das projeções.**

6. Elabore uma situação-problema baseada na figura a seguir:




Fonte: Elaborado para fins didáticos.

**Resposta pessoal, porém espera-se que o estudante possa elaborar uma situação problema em que se deseja determinar a medida da diagonal do retângulo, que nesse caso, representa a medida da hipotenusa.**

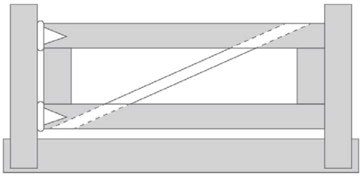
as atividades anteriores foram importantes, pois assim eles perceberão que os objetos de conhecimento das aulas são interligados, precisando sempre recorrer ao que já foi estudado para dar continuidade nos próximos objetos de conhecimento.

para determinar a diagonal de um retângulo, nesse caso, uma porteira de madeira cujas medidas dessa imagem não são sugeridas. Fica para os estudantes, neste caso, a necessidade de informar essas medidas e pedir para que possam determinar a medida da trave de madeira que representa a hipotenusa no triângulo retângulo.

## FINALIZANDO

Para finalizar, destine alguns minutos da aula para a socialização das atividades entre todos os estudantes. Você pode perguntar aos estudantes o que eles acharam das atividades, quais foram as atividades mais difíceis, qual foi o maior desafio encontrado, entre outras perguntas. Pergunte se, para resolução das atividades dessas aulas,

**7.** Elabore uma situação-problema em que se deseja instalar uma trave de madeira na diagonal de uma porteira, como apresentado a seguir:



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Estabeleça as medidas do comprimento e da altura dessa porteira para poder determinar a medida da diagonal.

**Resposta pessoal, porém espera-se que o estudante possa elaborar uma situação- problema em que se deseja determinar a medida da diagonal do retângulo, que nesse caso, representa a medida da hipotenusa.**

ANOTAÇÕES

## ANOTAÇÕES

## ANOTAÇÕES

COORDENADORIA PEDAGÓGICA
Caetano Pansani Siqueira

DIRETORA DO DEPARTAMENTO DE
DESENVOLVIMENTO CURRICULAR
E DE GESTÃO PEDAGÓGICA
Viviane Pedroso Domingues Cardoso

DIRETORA DO CENTRO DE ANOS FINAIS
DO ENSINO FUNDAMENTAL – CEFAF
Patricia Borges Coutinho da Silva

ASSESSORIA TÉCNICA
Cassia Vassi Beluche
Deisy Christine Boscaratto
Isaque Mitsuo Kobayashi
Kelvin Nascimento Camargo
Luiza Helena Vieira Girão
Silvana Aparecida de Oliveira Navia
Valquiria Kelly Braga
Vinicius Gonzalez Bueno

EQUIPE CURRICULAR DE MATEMÁTICA -
ANOS FINAIS
Cecília Alves Marques
Isaac Cei Dias
João dos Santos Vitalino
Rafael José Dombrauskas Polonio

EQUIPE DE ELABORAÇÃO
Raph Gomes Alves
Abadia de Lourdes Cunha
Cleo Augusto dos Santos
Francisco de Oliveira Neto
Germana Cunha Vitoi
Rosana Magni
Isadora Lutterbach Ferreira Guimaraes
Tatiane Valéria Rogério de Carvalho
Elisa Rodrigues Alves
Giovanna Reggio
Veridiana Rodrigues Silva Santana

REVISÃO DE LÍNGUA
Vozes da Educação

PROJETO GRÁFICO E DIAGRAMAÇÃO
André Coruja
Sâmella Arruda
Alice Brito
Amanda Pontes
Ana Gabriella Carvalho
Cristall Hannah Boaventura
Emano Luna
Julliana Oliveira
Kamilly Lourdes
Lucas Nóbrega
Perazzo Freire
Rayane Patrício
Wellington Costa

SUPORTE A IMAGEM
Lays da Silva Amaro
Otávio Coutinho

SÃO PAULO
GOVERNO DO ESTADO

Secretaria de Educação