Caderno do Professor

ENSINO INTEGRAL

PRÁTICAS EXPERIMENTAIS E INVESTIGATIVAS MATEMÁTICA

ENSINO FUNDAMENTAL
ANOS FINAIS VOLUME
ÚNICO - 2021

SÃO PAULO
GOVERNO DO ESTADO
Secretaria de Educação

ENSINO INTEGRAL

GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO

Secretaria de Estado da Educação

CURRÍCULO EM AÇÃO

CADERNO DO PROFESSOR

PRÁTICAS EXPERIMENTAIS E INVESTIGATIVAS MATEMÁTICA

ENSINO FUNDAMENTAL - ANOS FINAIS

VOLUME ÚNICO

VERSÃO PRELIMINAR

ENSINO INTEGRAL

GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO

Secretaria de Estado da Educação

Governador

João Doria

Vice-Governador

Rodrigo Garcia

Secretário da Educação

Rossieli Soares da Silva

Secretário Executivo

Haroldo Corrêa Rocha

Chefe de Gabinete

Renilda Peres de Lima

Coordenador da Coordenadoria Pedagógica

Caetano Pansani Siqueira

Presidente da Fundação para o Desenvolvimento da Educação

Nourival Pantano Junior

VERSÃO PRELIMINAR

Histórico da Implementação do PEI em SP

Até a década de 1990, os principais desafios para a Rede Pública do Estado de São Paulo era possibilitar o acesso de todas as crianças e jovens em idade escolar à Educação Básica e garantir uma educação de qualidade para todos. Com a Constituição Federal de 1988 e a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional de 1996, foi garantido este acesso e a permanência desta população jovem na escola. Dessa forma, o foco das políticas públicas educacionais ampliou ainda mais seu olhar para a qualidade da educação. Serviu de modelo para o programa, o Ginásio Pernambucano, reinaugurado em 2004, como Centro de Ensino Experimental (CEE), cuja fórmula incluía o atendimento aos estudantes em tempo integral, flexibilização curricular, orientação para os projetos de vida, formação e valorização salarial para os professores, premiação por resultados, aperfeiçoamento da gestão e integração comunitária.

O Programa Ensino Integral foi implementado pela Secretaria da Educação da Educação no Estado de São Paulo pela Lei Complementar nº 1.164, de 04 de janeiro de 2012, alterada pela Lei Complementar nº 1.191, de 28 de dezembro de 2012 e, desde então, vem passando por uma expansão gradativa no número de escolas participantes.

A exemplo do CEE pernambucano, o Programa Ensino Integral em São Paulo foi erigido a partir de cinco pilares: valorização e investimento no desenvolvimento do capital humano da SEDUC; aprimoramento das ações e da gestão pedagógica com foco na aprendizagem dos estudantes; expansão e aperfeiçoamento da política de Educação Integral; disponibilização de instrumentos de gestão organizacional e financeira para que o programa seja funcional e a mobilização de toda a comunidade escolar em torno do processo de ensino e aprendizagem.

O Programa, inicialmente, direcionado às escolas de Ensino Médio, começou a expandir em 2013, quando passou a atender os Anos Finais do Ensino Fundamental, devendo continuar sua ampliação e atender, também, escolas dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Em 2020, ocorreu uma grande expansão do programa, contemplando 247 novas escolas de Ensino Fundamental – Anos Finais e de Ensino Médio, totalizando 664 escolas, com grandes perspectivas de ampliação desse número nos próximos anos.

VERSÃO PRELIMINAR

Nesse mesmo ano, foi aplicado um novo modelo de escola de jornada estendida na Rede de Ensino Paulista, inicialmente em 39 escolas, com dois turnos de 7 (sete) horas cada.

A série de cadernos de atividades experimentais e investigativas tem como seu maior objetivo instigar a curiosidade nos estudantes, permitindo a vivência dos conteúdos teóricos, correlacionando-os, desenvolvendo hipóteses, valorizando erros e acertos no decorrer do processo de ensino e aprendizagem, tornando-os mais ativos, interessados nos temas e construtores do saber.

Também oferece ao educador material para sua formação continuada, subsídios para otimizar o uso dos laboratórios, com base nas diretrizes que fundamentam este Programa e destaca estratégias metodológicas que, em todos os componentes curriculares, concorrem para que os estudantes possam ampliar suas competências na área de investigação e compreensão para observar, descrever, analisar criticamente os diferentes fenômenos de cada área, levantar hipóteses que os expliquem e propor iniciativas para mudar a realidade observada.

A série é composta pelas seguintes publicações:

- Ciências da Natureza (Ensino Fundamental - Anos Finais):
  - Práticas experimentais e investigativas de Ciências.
- Ciências da Natureza (Ensino Médio):
  - Práticas experimentais e investigativas de Ciências da Natureza (Biologia, Física, Química).
- Matemática (Ensino Fundamental - Anos Finais):
  - Práticas experimentais e investigativas de Matemática.
- Matemática (Ensino Médio):
  - Práticas experimentais e investigativas de Matemática.

Pode-se desenvolver as atividades experimentais e investigativas nos Projetos de Pré-Iniciação Científica, de acordo com os temas e objetos de conhecimento dos(as) estudantes.

VERSÃO PRELIMINAR

Orientações sobre o Caderno

Professor(a),

A presença e a importância da Matemática estão cada vez mais abrangentes quando se trata das atividades humanas, fazendo com que seu aprendizado seja fundamental para a inserção do(a) cidadão(ã) no mundo do trabalho e nas relações sociais. O seu caráter fundamental permite resolver problemas práticos e fornece, ao mesmo tempo, ferramentas importantes para a construção do saber científico. O desenvolvimento de capacidades intelectuais presentes nos conhecimentos matemáticos — deduzir, generalizar, argumentar e conjecturar — propicia aos(às) estudantes uma formação de visão mais ampla da realidade, fazendo com que atuem num mundo em constante mudança.

O ensino da Matemática deve buscar posturas e atitudes necessárias à formação dos(as) estudantes enquanto cidadãos(ãs), desenvolvendo além das habilidades cognitivas, as socioemocionais, como confiar na sua própria capacidade, perseverar na busca no alcance de metas, respeitar o pensamento do colega e saber trabalhar coletivamente.

Este Caderno tem como objetivo o desenvolvimento de atividades práticas investigativas, cujo intuito é complementar as que estão presentes nas Situações de Aprendizagem dos Cadernos do Professor. Essas atividades abrem caminhos para a efetivação das premissas do Programa Ensino Integral, segundo a qual a educação científica não pode se limitar a informar ou transmitir conhecimento, mas estimular a investigação científica, a participação social, a reflexão e a atuação na resolução de problemas.

A escola é responsável pela formação dos jovens, devendo incentivar e orientar a curiosidade natural, pois eles precisam estar preparados para compreender e reagir aos múltiplos estímulos a que estão submetidos diariamente em uma sociedade cada vez mais influenciada pela ciência e tecnologia.

Por isso, é de suma importância saber interpretar o mundo de forma científica e investigativa a fim de utilizar instrumentos para analisar e reconhecer os vários fatores e relações que explicam fenômenos naturais no cotidiano, aproveitar informações diversas para explicar as diferentes manifestações de um mesmo fenômeno e saber utilizar

VERSÃO PRELIMINAR

informações adquiridas e conceitos construídos para interpretar ou resolver novas situações.

A utilização de atividades investigativas auxilia o desenvolvimento de metodologias ativas, favorece o conhecimento teórico, proporciona o protagonismo dos(as) estudantes ao longo da construção dos seus aprendizados, ajudando-os(as) a exercer esse papel de maneira efetiva para que possam desenvolver algumas habilidades básicas que lhes permitam observar, investigar, comparar e resolver certas situações-problema.

Assim, é importante que um dos aspectos da educação seja o aprendizado fundamentado no fazer, experimentar, medir, construir e avaliar a realidade das situações a que são ou serão submetidos(as) durante a vida, seja no ambiente escolar ou na sociedade em que vivem.

No decorrer da leitura, você encontrará duas Situações de Aprendizagem para cada ano/série, de acordo com habilidades selecionadas do Currículo Paulista. É fundamental que você faça adequações, se julgá-las necessárias, pois conhece melhor do que ninguém a realidade da sua escola e da turma, podendo, assim, utilizar esse material conforme a maturidade investigativa dos(as) seus(as) estudantes.

A prática baseada na resolução de problemas, além de despertar o interesse, estimula a participação e gera discussões, sendo um instrumento importante no desenvolvimento de habilidades que podem levá-los(as) a uma mudança de postura. Eles(as) começam a deixar de lado a atitude passiva e passam a perceber que têm nas mãos a condução de seu aprendizado. Assim, a aprendizagem torna-se eficaz quando manuseiam ou experimentam o que está sendo estudado por meio de experiências, que são vivenciadas nas atividades práticas investigativas.

Ao longo deste Caderno foram pensadas diversas Situações de Aprendizagem que permitirão aos(às) estudantes atingir as oito Competências Específicas de Matemática descritas no Currículo Paulista e para que desenvolvam um senso crítico capaz de reconhecer, fazer leituras, analisar e opinar sobre fatos e fenômenos com os quais se deparam no meio em que estão inseridos.

A prática de Matemática, investigativa e curiosa, inicia-se a partir de etapas, levantando conjecturas, apresentando a metodologia da investigação matemática,

VERSÃO PRELIMINAR

atividades experimentais com foco na construção do método, analisando os resultados e, por fim, a avaliação de acordo com os resultados apresentados pelos(as) estudantes no decorrer da Situação de Aprendizagem.

Como as dúvidas estão em todos os lugares, a prática também pode ser realizada em qualquer local, portanto, aproveite os espaços da escola e transforme-os em ambientes investigativos.

Bom trabalho!

Coordenadoria Pedagógica/Secretaria da Educação do Estado de São Paulo

VERSÃO PRELIMINAR

Sumário

6º Ano 9

Situação de Aprendizagem 1 - Medir é Comparar 9

Situação de Aprendizagem 2 - Estatisticamente 29

7º Ano 36

Situação de Aprendizagem 1 - Simetria e Beleza 37

Situação de Aprendizagem 2 - Investigando o bloco retangular 57

8º Ano 70

Situação de Aprendizagem 1 - A Identidade dos Quadriláteros 71

Situação de Aprendizagem 2 - Caçadores de Pipas 93

9º Ano 108

Situação de Aprendizagem 1- Gráficos: Leitura, Interpretação e Construção 109

Situação de Aprendizagem 2 – Estudando Prismas e Cilindros 117

VERSÃO PRELIMINAR

6º ANO

Situação de Aprendizagem 1 - Medir é Comparar
Professor (a),

O tema “Medir é Comparar” está alinhado ao Currículo Paulista e pode ser abordado em situações práticas do cotidiano. As medidas fazem parte do nosso dia a dia e constituem um conhecimento necessário nas mais variadas profissões. Além de ser um tema com importância social, mostra também aos(às) estudantes, com clareza, a utilidade do conhecimento matemático em seu cotidiano. Balanças, fitas métricas, relógios e termômetros, por exemplo, envolvem situações com medidas em geral. Tais situações são a base para a criação de diversos problemas interessantes e com significados para os(as) estudantes.

Esta Situação de Aprendizagem visa desenvolver nos(as) estudantes a realização do trabalho investigativo, para a compreensão e construção dos conceitos que podem ser favorecidos por meio das reflexões que fazem sobre experiências com objetos concretos. Investigar significa trabalhar com situações que, na prática pedagógica, constituem uma poderosa forma de construir conhecimento, desenvolvendo as descobertas a partir dos conhecimentos prévios trazidos por todos(as). Para isso, ela está dividida em atividades que têm por finalidade proporcionar situações significativas que envolvam as grandezas de comprimento, massa, tempo, temperatura e área (triângulos e retângulos), sem o uso de fórmulas. Você, professor(a), precisa planejar e organizar as situações investigativas junto com eles(as), estimulando o interesse e a reflexão em cada atividade, pois a motivação é um ponto fundamental para que realizem as atividades investigativas e atinjam os objetivos propostos.

Unidade Temática: Grandezas e Medidas

Habilidades: (EF06MA24) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.

Objetos de conhecimento: Situações-problema sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume.

VERSÃO PRELIMINAR

Competências Socioemocionais: Tolerância ao estresse, autoconfiança e organização.

Para realizar as atividades propostas nessa Situação de Aprendizagem, os(as) estudantes terão que saber regular sua ansiedade para realizar cada passo da investigação proposta, ter autoconfiança, acreditando que suas ações chegarão ao sucesso da aprendizagem, além de aceitação das opiniões e sugestões dos(as) outros(as) estudantes e organização, a fim de que tudo o que foi proposto seja planejado e realizado de forma eficaz.

- **Tolerância ao estresse:** saber regular ansiedade e resposta ao estresse, não se preocupar excessivamente e ser capaz de resolver problemas com calma.
- **Autoconfiança:** sentir-se realizado consigo mesmo e sua vida, ter pensamentos positivos e manter expectativas otimistas, antecipar o sucesso em suas ações, ter mentalidade de crescimento e proativa, não ficar ruminando ou obcecado por fracassos ou frustrações.
- **Organização:** ter habilidades organizacionais e atenção meticulosa a detalhes importantes para planejamento e execução de planos para objetivos de longo prazo.

Quantidade de aulas previstas: 8 aulas

Etapas da Situação de Aprendizagem:

Etapa 1 – Levantamento de Conjecturas

Professor(a), as atividades propostas têm como objetivo consolidar e ampliar o trabalho com grandezas e medidas, levando os(as) estudantes a perceberem que trabalharão tais conceitos a partir de diversos pontos de vista.

Para compreender a importância do estudo que propomos, inicie com os seguintes questionamentos:

- O que é possível medir?
- Como podemos medir?

VERSÃO PRELIMINAR

- Quais instrumentos podem ser utilizados para realizar medições?
- Afinal, o que significa medir?
- Durante o levantamento de hipóteses, questione também se é possível dizer que medir é comparar. Se sim, comparar o que com o quê?

Questões dessa natureza ocorreram a todos os povos na busca de soluções para seus problemas cotidianos. De modo geral, o corpo foi usado como padrão e instrumento de medida. No dia a dia, o uso de medidas é inevitável, sejam elas exatas ou aproximadas. Os diversos usos do ato de medir, muitas vezes de forma inconsciente, estão no cotidiano das pessoas. Apresente exemplos para os(as) estudantes, como: estimar o tempo para sair da escola e chegar à sua casa, observar a temperatura para saber se é viável ir para o clube, a capacidade de memória de seu celular e até mesmo a quantidade de passos do juiz de futebol da distância do local da falta até a barreira.

Além das grandezas que podem ser medidas, existem as que podem ser contadas, por exemplo: o número de habitantes de um país, a quantidade de sacas de café colhida num determinado ano, o número de dedos das mãos e dos pés das pessoas e até mesmo a quantidade de objetos de uma coleção.

Professor(a), nesse momento, faça o questionamento se é possível medir ou contar tudo o que está a nossa volta. Depois, reflita com os(as) estudantes, por exemplo, sobre a cor do creme dental, que é uma característica, mas não é uma grandeza, pois não é possível “medir, nem contar a cor”. Do mesmo modo, não dá para medir e tampouco contar o aroma do creme dental. Portanto, essas características não são grandezas.

A proposta é que eles(as), antes de realizarem cálculos precisos, devem ser estimulados a fazer estimativas de suas medidas, procurando calcular, sem a utilização de instrumentos de medidas, por exemplo, da sala de aula, da quadra da escola, de uma caneta, da ponta do lápis etc. Vale lembrar que é uma proposta e que, você, professor(a) poderá adequá-la à realidade de sua escola/turma.

Sensibilização:

Proponha aos(às) estudantes o seguinte problema:

VERSÃO PRELIMINAR

O pai de Pedro foi até o centro da cidade para fazer compras. Entrou em uma loja para comprar um guarda-roupa para Pedro, mas ficou com as seguintes dúvidas: “Será que o guarda-roupa caberá na parede do quarto, tanto no comprimento como na altura?” Para não comprar e se arrepender depois, resolveu ligar para Pedro, seu filho de 12 anos, e pedir que medisse as dimensões da parede (comprimento e altura). Como o menino não encontrou algo com que pudesse fazer a medição, resolveu utilizar a medida de seu palmo, subindo em uma escada para medir a altura da parede. Ele respondeu para seu pai que a parede media 20 palmos de comprimento e 25 palmos de altura. O pai de Pedro, então, mediu o guarda-roupa na loja utilizando o seu próprio palmo, obtendo um total de 18 palmos de comprimento e 22 palmos de altura, resolvendo comprá-lo. Será que o guarda-roupa que o pai de Pedro comprou coube na parede do quarto? Justifique sua resposta.

Ilustração: Lyara Araújo Gomes Garcia

Primeiramente, é interessante que os(as) estudantes recebam uma cópia para fazer uma leitura individual. Em seguida, eles(as) podem ser organizados(as) em pequenos grupos. Solicite que realizem uma análise e resolvam o problema. Professor(a), anote no quadro todas as considerações que os grupos derem. É importante que consigam concluir que a medida do palmo da mão não é padrão, que há uma diferença entre as medidas de uma pessoa para a outra e, na situação apresentada, vemos que a criança possui o palmo menor do que o adulto. Medir é um processo de comparação entre

uma grandeza e outra, e o resultado pode ser expresso por um número — nesse caso, a quantidade de palmos das mãos. Com isso, questione os(as) estudantes:

- ✓ Por que não é possível afirmar se o guarda-roupa caberia?

A partir desse questionamento, explique que não é prático usar partes do corpo para fazer medições, pois os tamanhos variam de pessoa para pessoa, sendo necessário, então, existir unidades de medidas padronizadas. Nesse momento, é válido fazer a sistematização da unidade padrão de medida, o metro.

Professor(a), discuta com os(as) estudantes quais são os instrumentos de medição mais apropriados para as seguintes situações:

- Altura de uma pessoa;
- A cintura de uma pessoa;
- Tamanho da sala de aula;
- Tamanho da escola.

É importante destacar que muitos desses instrumentos, como régua, fita métrica, trena, dentre outros são utilizados por diversos(as) profissionais na realização de suas atividades. Faça um levantamento desses(as) profissionais juntamente com os(as) estudantes, pois muitos(as) deles(as) conhecem alguém que utiliza esses instrumentos em suas atividades profissionais.

Etapa 2 – Metodologia da Investigação Matemática

Os(as) estudantes realizarão quatro atividades experimentais sobre diversos tipos de grandezas. Iremos trabalhar com medidas de: comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas para qualquer tipo de cálculo.

Primeiramente, todos(as) terão total autonomia na escolha de instrumentos para os experimentos e durante o processo serão introduzidos questionamentos, a fim de que haja a necessidade de organização do pensamento crítico para o desenvolvimento do raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos. Eles(as) precisam saber enfrentar situações-problema que possam acontecer durante o processo, expressar suas respostas aos questionamentos e sintetizar suas conclusões, utilizando diferentes

VERSÃO PRELIMINAR

registros e linguagens (esquemas, tabelas, gráficos, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para desenvolver algoritmos, como fluxograma e dados).

Etapa 3 – Atividades experimentais

A seguir são propostas as quatro atividades experimentais, organizadas no quadro:

Atividades Experimentais	Tema das Atividades	Objetos do Conhecimento
1ª	Medindo e descobrindo	Medidas de Comprimentos (área, perímetro, triângulos e retângulos)
2ª	Será que cabe?	Medidas de Capacidade e Volume
3ª	Massa ou Peso?	Peso e Massa
4ª	Está calor ou frio?	Medidas de Temperatura

1ª Atividade Experimental: Medindo e descobrindo

Para essa atividade, divida os(as) estudantes em grupos e proponha um desafio:

- ✓ Qual é a medida do comprimento x largura de sua carteira?
- ✓ Como fazer a medição sem utilizar medidas convencionais?

Muitos(as) deles(as) irão querer medir com a régua, mas, neste momento, proponha a utilização de outros materiais — lápis, borracha, palmo da mão, deixando a critério de cada um(a), desde que não seja uma unidade padronizada. Peça que façam o registro em seus cadernos, preenchendo uma tabela com os dados obtidos, por exemplo:

VERSÃO PR

Objetos	Unidades provenientes do corpo ou de objetos do cotidiano	Comprimento	Largura
Carteira			

Após medirem suas próprias carteiras, pergunte aos grupos:

- Agora que vocês já mediram as carteiras, qual é a medida do comprimento x largura da sala de aula?
- É possível medir a sala utilizando o mesmo objeto que foi utilizado para medir a carteira?
- As unidades provenientes que vocês escolheram são as mais adequadas para medir a sala?
- Como podemos fazer algum tipo de comparação entre a carteira e a sala de aula?

Dessa forma, você conseguirá perceber que muitos(as) deles(as) ainda não têm a ideia de que medir é um processo de comparação entre uma grandeza e outra. Porém, continue com os questionamentos:

- Analisando a situação, será que a escola é um espaço grande e a sala de aula é pequena? Ou a escola é um espaço pequeno?

Comente que é preciso saber qual é a referência para se estabelecer o que é grande ou pequeno. A sala de aula é grande quando comparada a uma carteira, mas pequena em relação ao espaço da escola.

Uma sugestão é acrescentar uma coluna onde irão colocar a medida da carteira utilizando a régua, para que eles(as) percebam a importância de uma unidade padronizada nas medidas (cm, metro, km etc.).

Os(as) estudantes podem medir seus objetos em *cm* e depois medir a carteira. Será que temos uma diferença? Por quê? Após a reflexão, explique a importância da adoção do sistema de medidas.

VERSÃO PRELIMINAR

Objetos	Unidades provenientes do corpo ou de objetos do cotidiano	Comprimento	Largura	Comprimento x Largura (com a régua)
Carteira				
Sala de aula				

Figura meramente ilustrativa

Com os dados obtidos pelos grupos, peça que verifiquem quantas carteiras cabem dentro da sala de aula. É um ótimo momento para explorar o conceito de perímetro e área, pensando apenas no conceito, e não no cálculo propriamente dito. Então, comece os seguintes questionamentos.

- Quantas carteiras cabem no contorno da sala de aula?

Com o valor encontrado pelos(as) estudantes, prossiga dizendo que a soma do contorno da sala de aula é chamada de **perímetro** e que é fundamental para a construção do conceito de **área**. Alerte-os(as) que o chão da sala de aula é chamado de **superfície**, assim como o tampo da carteira; que uma superfície pode ser medida e que esta é chamada de **área**. É bem provável que eles(as) já queiram dizer o valor da área com as unidades de medidas. Caso ache viável, você poderá se aprofundar mais nesse conceito.

VERSÃO PRELIMINAR

Agora vamos explorar a ideia de diagonal. Peça que meçam a diagonal da carteira e da sala de aula. Se seguir a sugestão apresentada, nesse momento eles(as) já compreenderão qual o melhor instrumento para realizar as medições.

Sugestão: Continuar a preencher o quadro já apresentado.

Objetos	Unidades provenientes do corpo ou de objetos do cotidiano	Comprimento	Largura	Comprimento x largura (régua)
Carteira				
Sala de aula				
Diagonal da Carteira				
Diagonal da sala				

É importante que eles(as) percebam que, ao traçarem a diagonal da carteira e da sala, estarão dividindo ambos em duas partes iguais, formando, assim, o retângulo em dois triângulos retângulos, sendo o valor da metade da área de ambos.

Professor(a), neste momento, é possível que os(as) estudantes já consigam identificar algumas fórmulas de cálculo de área e perímetro, mas agora não é necessário efetuar cálculos, utilizando as fórmulas.

2ª Atividade Experimental: Será que cabe?

Seguindo o mesmo procedimento da atividade experimental anterior, vamos complementar o que já estamos estudando. Professor(a), os(as) estudantes já têm as medidas das dimensões das superfícies das carteiras e da sala de aula. Proponha que encontrem a altura de ambas. Peça para ficarem com o mesmo grupo formado e se organizarem para preencherem a tabela a seguir:

VERSÃO PRELIMINAR

Objetos	Unidades provenientes do corpo ou de objetos do cotidiano	Comprimento	Largura	Altura	Comprimento x Largura x Altura (com a régua)
Carteira					
Sala de aula					

Lembre aos(às) estudantes sobre a importância da padronização das unidades que irão fazer a medição; talvez eles(as) tenham dificuldade em encontrar a altura da sala, então, proponha alternativas para que possam fazer a transformação posteriormente — por exemplo, utilizando uma vassoura.

Após todos os levantamentos de dados, pergunte:

- ✓ Quantas carteiras cabem dentro dessa sala de aula até o teto, ocupando o máximo de espaço disponível?

Professor(a), este um ótimo momento para aguçar a ideia de aproximação, fazer debates conforme as respostas que surgirem e pedir que defendam suas ideias e as argumentem. Os(as) estudantes precisam saber que a aproximação na matemática é uma representação inexata de alguma coisa e que, apesar de tudo, ainda é suficientemente próxima para ser utilizada.

Retome a pergunta apresentada, mas agora da seguinte maneira:

- ✓ Qual a **capacidade** dessa sala de aula com relação ao número de carteiras?

Lembre-os(as) de que a quantidade de espaço ocupado pela carteira é o **volume** que ela ocupa. Com isso, os(as) estudantes chegarão à mesma resposta. Peça que socializem, em poucas palavras, o que é volume e capacidade.

Professor(a), sistematize:

Volume de um objeto é a medida do espaço que ele ocupa e **capacidade** é um potencial para conter, acomodar ou guardar algo. Um outro exemplo poderia ser do tipo: a

VERSÃO PRELIMINAR

capacidade de um copo é de 300ml (de acordo com a descrição do objeto), mas ele pode estar com água pela metade, portanto, o seu volume de água nesse copo é de 150ml.

3ª Atividade Experimental: Massa ou Peso?

Esta atividade tem como principal objetivo desenvolver a capacidade de estimativa para medidas de massa. Que tal começar com algumas reflexões?

- Qual é a massa de um fio de cabelo?
- E de um lápis?
- De uma pessoa?
- E a massa de um caminhão?

Aproveite o momento e pergunte:

- ✓ Todas as medidas citadas podem ser comparadas?
- ✓ Que tipos de comparações podem fazer por meio das medidas?

Professor(a), é o momento de identificar se as comparações levam os(as) estudantes a pensarem sobre qual é mais pesado ou qual é o mais leve entre as comparações. A ideia é que eles(as) saibam que, no caso de objetos considerados mais leves, podemos utilizar como unidades medidas a grama e, para os mais pesados, quilogramas ou até mesmo a tonelada. Crie um espaço no quadro com exemplos de tais unidades de medidas. Dando continuidade, pergunte:

- ✓ Por que nos questionamentos eu falei em massa, e não em peso?

Muitos(as) estudantes irão ficar confusos(as), pois a maioria não sabe a diferença entre massa e peso. Faça esses apontamentos juntamente com eles(as) e ajude-os(as) a sistematizarem as ideias. Caso ainda reste alguma dúvida, peça que façam uma pesquisa sobre o assunto.

VERSÃO PRELIMINAR

Curiosidade: Peso não é massa!

O peso de um corpo é a força com que um planeta, estrela etc. atrai esse corpo.

O peso de um corpo depende da gravidade.

Você já deve ter visto em filmes que os astronautas ficam “mais leves” na Lua? Isso acontece porque a gravidade na Lua é menor do que na Terra. Por consequência, o **peso** dos astronautas na Lua é menor do que na Terra. No entanto, a **massa** (quantidade de matéria) do astronauta é a mesma em qualquer lugar.

Professor(a), para essa experiência são necessários alguns materiais:

- Balança
- Objetos variados (caneta, *clips*, borracha)
- Produtos alimentícios não perecíveis (saco de arroz, café, milho de pipoca).

Em uma bancada (mesa), apresente todos os objetos que serão usados nesta atividade, inclusive a balança. Comente que é um instrumento de medida empregado para medir massa (peso) de corpos. Neste momento, os(as) estudantes não precisam fazer as conversões de unidades de medida; serão apenas feitas observações relevantes para um estudo mais aprofundado futuramente.

Sugestão: Peça para fazerem uma pesquisa sobre o desenvolvimento histórico das balanças.

Ilustração: Lyara Araújo Gomes Garcia
Ilustração: https://pixabay.com/pt/vectors/balan%C3%A7as-equil%C3%ADbrio-s%C3%ADmbolo-justi%C3%A7a-36417/

VERSÃO PRELIMINAR

Mão na massa:

A princípio, os(as) estudantes utilizarão os dois braços para fazer a medição. É interessante que eles(as) façam as comparações. Por exemplo, numa das mãos coloque uma borracha e na outra um estojo com alguns objetos dentro. Depois, faça a seguinte pergunta:

- ✓ O que pesa mais: a borracha ou o estojo? Qual é o mais leve?

Com essas comparações e a ajuda da sala toda, exponha no quadro uma tabela:

Objetos para comparação	Objeto mais leve	Objeto mais pesado
Borracha e Estojo		

Após essas comparações, será a hora da medição e da comprovação por meio da balança. Convide os(as) estudantes a participarem da medição e solicite que verifiquem e exponham suas conclusões em uma roda de conversa. Professor(a), aguce a curiosidade deles(as) e pergunte:

- ✓ Será que é possível medir nessa balança a massa de uma pessoa? E de um carro? E de um caminhão?

É importante que eles(as) entendam que há diferentes tipos de balanças para diferentes tipos de medições, assim como as medidas adequadas para cada situação.

Professor(a), caso não disponha de uma balança, propomos a construção de uma que consiga pesar produtos de até 1 kg. Veja as sugestões propostas na seção **"Para saber mais"**.

4ª Atividade Experimental: Está calor ou frio?

VERSÃO PRELIMINAR

Professor(a), projete ou imprima a imagem do mapa do Brasil e comente com os(as) estudantes que na aula você irá falar sobre diferentes tipos de temperatura no território brasileiro. Faça os seguintes questionamentos:

Ilustração: Lyara Araújo Gomes Garcia

- Vocês já viram a previsão do tempo na TV ou na internet?
- Qual a importância de saber a previsão do tempo de sua região?
- Para que servem essas informações?
- O que significa temperatura mínima?
- E temperatura máxima?
- O que significa sensação térmica?
- Analisando o mapa proposto, em qual região está localizado o Estado de São Paulo?
- Vocês conseguem identificar como está o tempo aqui, olhando este mapa?
- Qual o melhor instrumento para se medir a temperatura do ambiente?
- Existe alguma região no Brasil que as temperaturas são abaixo de zero?
- O que significa diferença de temperatura?

Oriente as respostas dos(as) estudantes e esclareça alguns pontos importantes:

- ❖ As setas vermelhas, que normalmente aparecem nas previsões, significam as temperaturas máximas, e as mínimas são as setas indicadas para baixo.
- ❖ A temperatura máxima é a temperatura mais alta que pode chegar no dia e a mínima, a mais baixa.

VERSÃO PRELIMINAR

- A sensação térmica é a forma como os nossos sentidos percebem a temperatura do ar, podendo diferir da temperatura real; essa sensação aparente acontece na pele por causa da transferência de calor.
- Variação de temperatura é a diferença da temperatura máxima com a mínima.
- Transferência de calor é uma troca de energia térmica de um corpo mais quente para um corpo mais frio. Por exemplo, em um abraço, a pessoa com temperatura mais quente aquecerá a que está com a temperatura mais fria.

Professor(a), peça para os(as) estudantes colocarem a mão sobre a carteira e aguardarem um tempo. Depois, pergunte o que eles(as) sentiram, ou seja, qual a sensação térmica.

Mão na massa:

Esta atividade será realizada de uma maneira mais construtivista, ou seja, os(as) estudantes trarão informações durante um determinado período (dois a três dias consecutivos). Forme duplas e proponha a seguinte pesquisa: durante esse tempo proposto, façam as observações das temperaturas das seguintes localidades: seu município, seu estado e seu país. É de fundamental importância que eles(as) levantem esses dados de fontes seguras e preencham a tabela sugerida. Uma sugestão é que façam uma para cada localidade, a fim de facilitar a leitura de dados posteriormente.

Data	Local	Temperatura Máxima	Temperatura Mínima	Sensação Térmica

Após o levantamento dos dados durante todos esses dias, proponha que construam um gráfico de barras (utilizando papel quadriculado) contendo os dados observados do município, estado e país, para que façam observações relevantes das temperaturas nesses três locais. É importante ter uma visualização geral de todo o estudo. Após, é interessante que, você, professor(a), questione os(as) estudantes e leve-os(as) a uma discussão produtiva de conhecimento sobre o tema: temperatura.

VERSÃO PRELIMINAR

Sugestões de questionamentos:

- Qual foi a temperatura máxima durante essa semana em seu município, estado e país?
- E qual foi a temperatura mínima?
- Quais foram as variações de temperaturas durante todos os dias? Solicite que aumentem na tabela uma coluna para os cálculos de variações.
- Qual a menor sensação térmica registrada?

Várias respostas diferenciadas podem aparecer; o importante é a oportunidade para debater e promover um diálogo. Um ótimo assunto para uma futura pesquisa é sobre o aquecimento global.

Professor(a), caso queira se aprofundar no assunto, você encontrará dicas de construções de um termômetro caseiro na seção "**Para saber mais".**

Etapa 4 – Resultados

Espera-se que os(as) estudantes, ao desenvolverem as atividades experimentais propostas, consigam atingir a habilidade de resolver e elaborar situações-problema que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento e também contemplem a Competência Específica 3, que é compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (aritmética, álgebra, geometria, estatística e probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

Todo o processo da Situação de Aprendizagem deverá ser monitorado por meio das atividades de exploração investigativa e criação de situações propostas durante todo o percurso. O registro de um portfólio é uma das principais formas de obter os resultados, mas há outras possibilidades, dependendo da realidade de cada turma.

VERSÃO PRELIMINAR

Para finalizar a habilidade proposta, peça aos(às) estudantes que elaborem desafios para o outro grupo, abordando algum conceito. Por exemplo: quantos dados, com seis lados, são necessários para contornar a carteira? (o grupo que elaborou esse desafio deve ter uma solução, pois caso o outro não consiga, eles(as) devem auxiliar). Professor(a), é o momento deles(as) se tornarem protagonistas da sua própria aprendizagem e, você, apenas mediador dos conflitos e dúvidas que possam surgir.

Etapa 5 - Avaliação

A avaliação desta Situação de Aprendizagem é realizada ao longo das atividades. Ao final, com o desafio proposto, eles(as) irão criar situações com os conceitos aprendidos e saber resolvê-los. Por isso, acompanhe todo o processo e questione os(as) estudantes sobre os resultados obtidos, analisando a participação no processo de investigação, experimentação. Verifique se eles(as) se apropriaram dos conhecimentos mínimos sobre o tema proposto, podendo todo o registro ser em forma de portfólio.

PARA SABER MAIS:

COSTA, Jorge. Grandezas e medidas no ciclo de alfabetização. **Salto para o futuro**, 2014. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=rxrERGAuAxI. Acesso em: 03 abr. 2020.

Telecurso – Ensino Fundamental – Matemática, aula 16. Disponível em:

https://www.youtube.com/watch?time_continue=1&v=_fMf_rOXPKE&feature=emb_logo. Acesso em: 03 abr. 2020.

Resumo: Os múltiplos e submúltiplos de uma unidade de medida ajudam a enfrentar situações cotidianas de medição. Nesta aula, você aprenderá os múltiplos e submúltiplos do metro, do grama e do litro.

VERSÃO PRELIMINAR

Peso e Massa! Entenda a diferença – BláBláLogia. Disponível em:

https://www.youtube.com/watch?v=TSNWj1XQB4g. Acesso em: 27 abr. 2020.

Resumo: O vídeo apresenta de forma dinâmica a diferença entre peso e massa utilizando exemplos do nosso cotidiano.

Como fazer uma balança com duas garrafas PET - Aprendendo Alternativas.

Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=PkCdLTkusQs&t=14s. Acesso em: 18 jun. 2020.

Balança de garrafas PET (balança caseira - Experiência de Física) - Manual do Mundo. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=Ox7ZEYivjSU. Acesso em: 18 jun. 2020.

Calor e Temperatura – Flávio Cunha. Disponível em:

https://www.youtube.com/watch?v=mRu4Wdi5lP8&NR=1. Acesso em: 05 maio 2020.

Resumo: Exposição contextualizada no experimento de *Joule* de transformação de energia gravitacional em calor, sobre a diferença entre calor e temperatura.

Termômetro Caseiro - Imagine Mais +. Disponível em:

https://www.youtube.com/watch?v=hAQhmsUz2P8. Acesso em: 18 jun. 2020.

Resumo: Neste vídeo você vai aprender a fazer um termômetro caseiro que funciona de verdade! É uma experiência simples e muito fácil de fazer!

VERSÃO PRELIMINAR

Referências:

http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2012/2012_uel_mat_artigo_marlene_schotten.pdf. Acesso em: 02 abr. 2020.

https://pnld.ftd.com.br/digital. Acesso em: 03 abr. 2020.

http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/me002821.pdf. Acesso em: 03 abr. 2020.

http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=49597. Acesso em: 04 mai. 2020.

https://comprarbalancas.blogspot.com/2013/03/fotos-de-balancas-antigas-nos-remete-ao.html. Acesso em: 04 mai. 2020.

http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=2385. Acesso em: 04 mai. 2020.

https://novaescola.org.br/conteudo/9746/o-que-e-capacidade. Acesso em: 05 mai. 2020.

https://novaescola.org.br/conteudo/8579/sera-que-vai-caber. Acesso em: 05 mai. 2020.

https://novaescola.org.br/plano-de-aula/5142/como-medir-a-temperatura. Acesso em: 05 mai. 2020.

https://novaescola.org.br/plano-de-aula/5902/temperatura-e-cidade. Acesso em: 05 mai. 2020.

https://novaescola.org.br/plano-de-aula/5262/variacoes-de-temperatura-e-o-aquecimento-global. Acesso em: 06 mai. 2020.

https://pt.wikipedia.org/wiki/Propaga%C3%A7%C3%A3o_t%C3%A9rmica. Acesso em: 06 mai. 2020.

https://www.youtube.com/watch?v=K6nTFaMZbUI. Acesso em: 16 jun. 2020.

VERSÃO PRELIMINAR

VERSÃO PRELIMINAR

Situação de Aprendizagem 2 - Estatisticamente
Professor(a),

Neste experimento, temos como objetivo trabalhar os conceitos da estatística, incluindo as observações que propõe a BNCC, alinhada ao Currículo Paulista, de forma divertida e cooperativa, mostrando aos(às) estudantes a formalização de uma teoria, de forma que se sintam desafiados(as) a criar uma pesquisa estatística.

Esta Situação de Aprendizagem visa desenvolver nos(as) estudantes habilidades de investigar, identificar e relacionar materiais para o experimento, coletar e analisar dados, interpretar as informações, elaborar formas de registro e construir diferentes tipos de gráficos.

Diante de uma pesquisa que os(as) direcionam a alguns fatos históricos que levaram ao desenvolvimento da estatística e da probabilidade, pretende-se induzi-los(as) a participar de discussões conjuntas, discutir possibilidades de organização com os(as) colegas e o(a) professor(a), para promover uma educação integradora.

Unidade Temática: Probabilidade e Estatística

Habilidades: (EF06MA33) Planejar e coletar dados de pesquisa referente a práticas sociais escolhidas pelos(as) estudantes e fazer uso de planilhas eletrônicas para registro, representação e interpretação das informações, em tabelas, vários tipos de gráficos e texto.

Objetos de conhecimento: Coleta de dados, organização e registro. Construção de diferentes tipos de gráficos para representação e interpretação das informações.

Competências Socioemocionais: Respeito, empatia, tolerância ao estresse, autoconfiança, organização.

- **Respeito:** tratar outras pessoas com respeito e cortesia, da maneira como gostaria de ser tratado, considerando suas noções próprias de justiça, igualdade e tolerância.
- **Empatia:** assumir a perspectiva dos outros e de utilizar habilidades de empatia para entender as necessidades e sentimentos dos outros, agindo com generosidade e consideração de acordo com essa percepção.

VERSÃO PRELIMINAR

- **Tolerância ao estresse:** saber regular ansiedade e resposta ao estresse, não se preocupar excessivamente e ser capaz de resolver problemas com calma.
- **Autoconfiança:** sentir-se realizado consigo mesmo e sua vida, ter pensamentos positivos e manter expectativas otimistas; antecipar o sucesso em suas ações, ter mentalidade de crescimento e proativa, não ficar ruminando ou obcecado por fracassos ou frustrações.
- **Organização:** ter habilidades organizacionais e atenção meticulosa a detalhes importantes para planejamento e execução de planos para objetivos de longo prazo.

Quantidade de aulas previstas: 6 aulas

Etapas da Situação de Aprendizagem

Etapa 1 – Levantamento de Conjecturas

Professor(a), o trabalho com as investigações matemáticas é muito importante. De acordo com Ângela Pires da Trindade, autora do *Pense Matemática*, na maioria das vezes, elas são confundidas com jogos de raciocínio ou problemas de lógica, porém existe uma diferença entre resoluções de problema e investigação que está, principalmente, no seu encaminhamento.

Nesta atividade, o importante é o caminho que os(as) estudantes percorrem neste processo de descoberta e investigação. Para que esse processo ocorra, eles(as) precisam perceber o que está sendo proposto, levantando hipóteses para, posteriormente, validá-las.

Professor(a), é importante acompanhar as atividades, propondo questionamentos e reflexões para que busquem as respostas, estimulando-os(as) a acreditarem em suas capacidades e a terem iniciativa.

Sugestão de sensibilização:

VERSÃO PRELIMINAR

Proponha, inicialmente, uma atividade de investigação de gráfico na qual os(as) estudantes, em duplas, irão analisar e refletir sobre alguns questionamentos. Apresente o gráfico com as notas do aluno Gabriel e proponha os questionamentos:

- ✓ Qual informação esse gráfico apresenta?
- ✓ Qual o tipo de gráfico utilizado?
- ✓ Como foi o desempenho do estudante em Matemática?
- ✓ Podemos construir um gráfico da mesma forma com as nossas notas?

Após a reflexão, proponha aos(às) estudantes que observem suas notas no bimestre, coloquem em uma tabela e construam um gráfico de coluna com esses dados, analisando seu gráfico de notas, porém sem comparações com os(as) colegas.

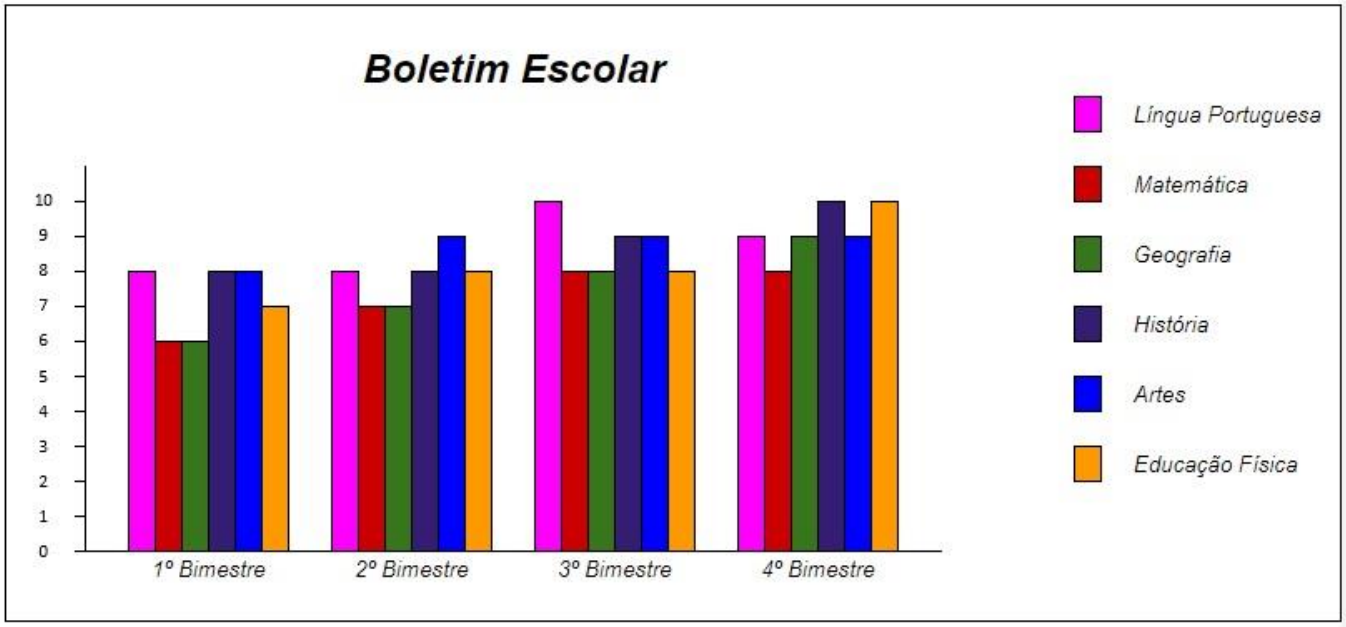
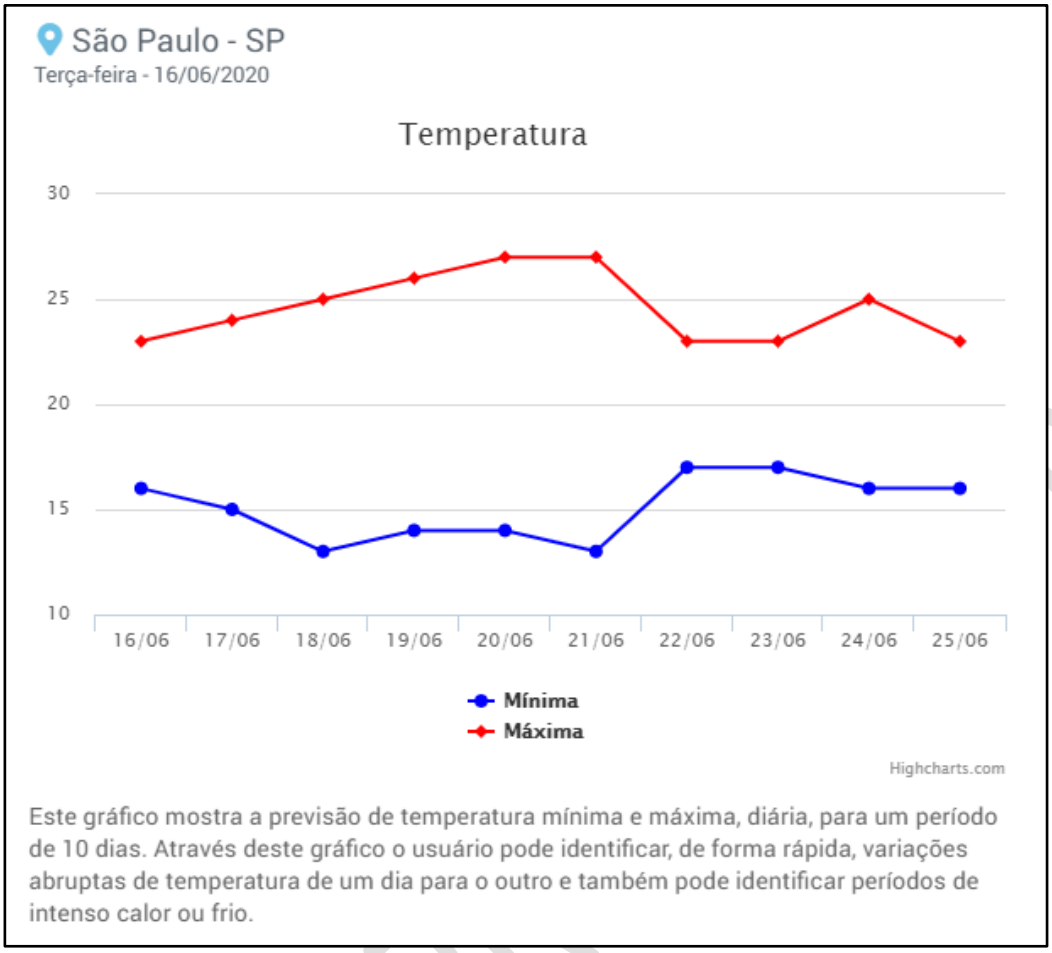


Ilustração: Luciana Regina Cesar

Professor(a), agora apresente o gráfico de temperatura e proponha os seguintes questionamentos:

- ✓ Qual informação esse gráfico apresenta?
- ✓ Qual o tipo de gráfico utilizado?
- ✓ Quais tipos de informações estão destacados nos eixos do gráfico?
- ✓ Qual é a fonte desse gráfico?



Disponível em: https://www.climatempo.com.br/graficos/cidade/558/saopaulo-sp. Acesso em: 16 jun. 2020.

Professor(a), depois de realizar uma discussão sobre os questionamentos propostos, instigue as reflexões com os(as) estudantes:

- ✓ Como foi realizada essa pesquisa?
- ✓ Como são realizadas as pesquisas estatísticas?

Esse momento é muito importante para que eles(as) compreendam como são realizadas as pesquisas e, posteriormente, possam realizar suas próprias.

Então, proponha que pensem sobre:

- ✓ O que é preciso para fazer uma pesquisa?

Aponte que, inicialmente, é necessário escolher um tema.

- ✓ Depois de escolhido o tema, como planejar a pesquisa?
- ✓ Quais questionamentos e alternativas deverão ser colocados?

VERSÃO PRELIMINAR

- ✓ Será que colocar alternativas é importante ou posso deixar as respostas livres? Como vou tabular as respostas depois?
- ✓ Para qual público será realizada a pesquisa?

Pontue que esses questionamentos são importantes para o planejamento da pesquisa e que o gráfico é usado para representar esses dados coletados. Os mais utilizados são barras, colunas, linhas e setores (pizza).

Etapa 2 – Metodologia da Investigação Matemática

Os(as) estudantes realizarão uma atividade experimental sobre pesquisas estatísticas, planejando e coletando dados para uma pesquisa referente às práticas sociais escolhidas por eles(as) e depois utilizarão planilhas eletrônicas para registro e representação das informações coletadas.

Para isso, terão total autonomia na escolha do tema da pesquisa que será realizada, porém é fundamental a atenção quanto às orientações e aos questionamentos que serão realizados durante o processo, possibilitando a organização do pensamento crítico, o desenvolvimento do raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos.

Com isso, espera-se que possam interpretar as informações e sintetizar suas conclusões, utilizando diferentes registros como tabelas, diferentes tipos de gráficos e textos, além da utilização de planilhas eletrônicas no processo.

Etapa 3 – Atividade experimental

Professor(a), proponha que os(as) estudantes, em duplas, criem uma pesquisa referente a uma prática social escolhida por eles(as), realizem a coleta de dados e depois coloquem os resultados obtidos em tabelas e gráficos. Neste momento, oriente-os(as) a escolher um tema, verifiquem para que público será destinada a pesquisa, quantas pessoas serão entrevistadas, quais perguntas serão realizadas, ressaltando que a escolha dos questionamentos é fundamental para conseguir colocar os dados em tabelas e gráficos.

Os(as) estudantes serão responsáveis pela organização da pesquisa, coleta de dados, análise dos dados e construção das tabelas e gráficos. Para isso, oriente que após

VERSÃO PRELIMINAR

a coleta e análise dos dados, coloquem essas informações em uma planilha eletrônica como o Excel. Mostre a eles(as) como deve ser criada a planilha e gerar o gráfico, pontuando que esses recursos, como outros, auxiliam na construção de tabela e gráfico, facilitando a visualização de dados, podendo ser utilizada também para organizar o orçamento doméstico, acompanhar investimentos, controle de vendas e estoques, na organização de clientes, em folhas de pagamentos etc.

Etapa 4 – Resultados

Após a realização da pesquisa, proponha que apresentem o trabalho realizado, contando como foi o planejamento, a realização da pesquisa e a tabulação dos dados, pontuando qual a importância do tema escolhido por eles(as).

Espera-se que os(as) estudantes, após desenvolverem as atividades experimentais propostas, consigam desenvolver a habilidade de resolver e elaborar questionamentos, levantar hipóteses e fazer o uso das planilhas eletrônicas.

Etapa 5 – Avaliação

A avaliação desta Situação de Aprendizagem deve ser feita ao longo do desenvolvimento das atividades na participação dos(as) estudantes no processo de investigação, experimentação, construção dos gráficos, discussões realizadas e, ao final, com a apresentação do trabalho realizado. Por isso, acompanhe todo o processo, questione-os(as) sobre os resultados obtidos e verifique se eles(as) se apropriaram dos conhecimentos mínimos sobre o tema proposto, podendo todo o registro ser em forma de portfólio.

PARA SABER MAIS:

Site Datageeks – Tipos de gráficos e suas aplicações. Disponível em:

https://www.datageeks.com.br/tipos-de-graficos/. Acesso em: 28 jul. 2020.

VERSÃO PRELIMINAR

Site Aprender Excel: Tudo sobre Excel. Disponível em:

https://www.aprenderexcel.com.br/. Acesso em: 27 mai. 2020.

Site IBGE Educa. Disponível em:

https://educa.ibge.gov.br/professores/educa-recursos/20773-tipos-de-graficos-no-ensino.html. Acesso em: 26 jun. 2020.

Youtube – Canal Pense Matemática - Investigação Matemática por Ângela Trindade

Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=lYeQ_8Fl-MI

Acesso em: 22 jun. 2020.

VERSÃO PRELIMINAR

Referências:

https://stembrasil.org/cav. Acesso em: 07 mai. 2020.

https://www.somatematica.com.br/desafios.php. Acesso em: 07 mai. 2020.

https://www.estudamos.com.br/problemas/. Acesso em: 07 mai. 2020.

http://www.matematiques.com.br/. Acesso em: 07 mai. 2020.

https://www.blogsenacsp.com.br/3-motivos-para-aprender-excel/. Acesso em: 27 mai. 2020.

https://www.aprenderexcel.com.br/. Acesso em: 27 mai. 2020.

https://educa.ibge.gov.br/professores/educa-recursos/20773-tipos-de-graficos-no-ensino.html#texto--single__section--5. Acesso em: 26 jun. 2020.

https://avaefape.educacao.sp.gov.br/mod/page/view.php?id=4901. Acesso em: 26 jun. 2020.

7º
ANO

Situação de Aprendizagem 1 - Simetria e Beleza
Professor(a),

O tema “Simetria e Beleza” está alinhado ao Currículo Paulista e pode ser abordado com situações do cotidiano dos(as) estudantes. O trabalho de reconhecer e construir figuras favorece um aprendizado intuitivo, desenvolvendo habilidades de percepção, auxiliando a compreensão das figuras geométricas e reconhecimento dos movimentos no espaço. A apresentação do tema será feita por meio de uma construção, desafios e experiências dentro e fora da sala de aula, tendo uma visão de mundo artístico e arquitetônico, propiciando o conhecimento de locais e obras de diversos lugares. Por isso, o trabalho de investigação na geometria irá proporcionar descobertas a partir dos conhecimentos trazidos da realidade em que vivem, incluindo o uso da tecnologia como uma fundamental ferramenta. Dessa forma, é importante incentivá-los(as) em cada etapa, propondo questionamentos e investigações, tornando-os(as) protagonistas do aprendizado.

Unidade Temática: Geometria

Habilidades: (EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.

Objetos de conhecimento: Simetrias de translação, rotação e reflexão.

Competências Socioemocionais: Organização, persistência e imaginação criativa.

Para realizar as atividades propostas nessa Situação de Aprendizagem, os(as) estudantes terão que ser organizados em seus planejamentos e execuções, sempre visando a busca de um objetivo mais eficaz para as propostas que irão desenvolver. Ao planejar, deverão ser capazes de superar certos desafios, sempre usando bom senso e competência para persistirem na implantação de seus planejamentos. Eles(as) precisarão estar conectados com novas maneiras de pensar, agir e serem criativos a partir das experimentações. Para isso, é importante:

VERSÃO PRELIMINAR

- ✓ **Organização:** ter habilidades organizacionais e atenção meticulosa a detalhes importantes para planejamento e execução de planos para objetivos de longo prazo.
- ✓ **Persistência:** superar obstáculos para atingir objetivos importantes; implementar, persistir e terminar.
- ✓ **Imaginação criativa:** ser capaz de gerar novas maneiras de pensar e agir por meio da experimentação, brincadeira e aprender com seus erros.

Quantidade de aulas previstas: 10 aulas.

Etapas da Situação de Aprendizagem

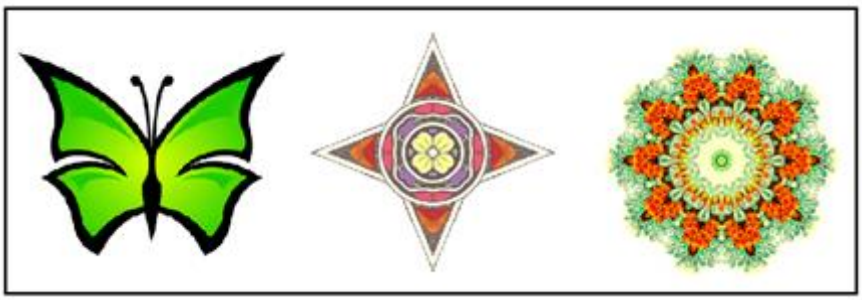
Etapa 1 – Levantamento de Conjecturas

Professor(a), inicie essa atividade propondo uma pesquisa sobre **Simetria,** utilizando a metodologia de sala de aula invertida. O objetivo é que os(as) estudantes sejam protagonistas do processo de construção da aprendizagem por meio de pesquisas.

Após a pesquisa, peça a eles(as) que exponham o que estudaram e realizem uma discussão com os seguintes questionamentos:

- O que é simetria?
- Onde encontramos simetria no cotidiano?
- Existe uma “beleza” na simetria?

Em seguida, apresente as imagens e proponha algumas reflexões:



https://publicdomainvectors.org/pt/vetorial-gratis/Flor-geom%C3%A9trico-colorido/60146.html
https://publicdomainvectors.org/pt/vetorial-gratis/Ilustra%C3%A7%C3%A3o-vetorial-de-borboleta/4431.html
https://publicdomainvectors.org/pt/vetorial-gratis/Enfeite-estrela-colorida/67495.html

VERSÃO PRELIMINAR

- Quando você olha imagens iguais a estas que foram apresentadas, qual a “beleza” que você consegue enxergar?
- Observe essas imagens de outro ângulo: inverta, olhe de lado e de frente. O que você enxerga?
- Quando você olha algumas construções, obras de arte ou o rosto de uma pessoa, que beleza consegue enxergar?
- Você consegue identificar um “padrão”?

Após as reflexões, discorra com os(as) estudantes que o filósofo grego Aristóteles (384 a.C. – 322 a.C.) considerava a simetria como a chave para definir beleza (descrita no quadro a seguir).

Você sabia?

Ao longo da História, percebemos que o gosto pela simetria em obras de arte, construções arquitetônicas, utensílios domésticos e outras produções da humanidade, ficou cada vez mais presente nas mais diferentes culturas.

Tendo como inspiração a imagem apresentada, proponha uma pesquisa sobre os temas que envolvem a simetria, como: reflexão, translação e rotação. Peça que se reúnam em grupos, explicando para não trazerem respostas prontas do que é o conceito, e sim imagens, fotos (localidade), instrumentos, objetos que representem esses tipos de simetria. Essa atividade deve ser realizada fora da sala de aula, se possível sem auxílio de livros e *internet*, pois a proposta é que eles(as) busquem no cotidiano esses objetos, observando construções, obras de arte, monumentos e objetos da natureza com simetria. É importante que consigam construir os conceitos em cima de vivências. Questione-os(as) quando for necessário e instigue-os(as) para que a imaginação seja a grande influência, atingindo o objetivo da nossa metodologia presente.

Depois da pesquisa, proponha que façam uma breve apresentação, mostrando as imagens e fatos descobertos, gerando um momento de troca de vivências. Caso algum conceito seja explicado ou exposto de forma equivocada, solicite reflexões, mas não corrija imediatamente, porque será a partir dos erros e acertos que o conceito será aprendido.

VERSÃO PRELIMINAR

Após toda a apresentação, diga que o conceito de simetria está presente em diversas situações do nosso dia a dia e que ela representa harmonia e beleza em muitos contextos.

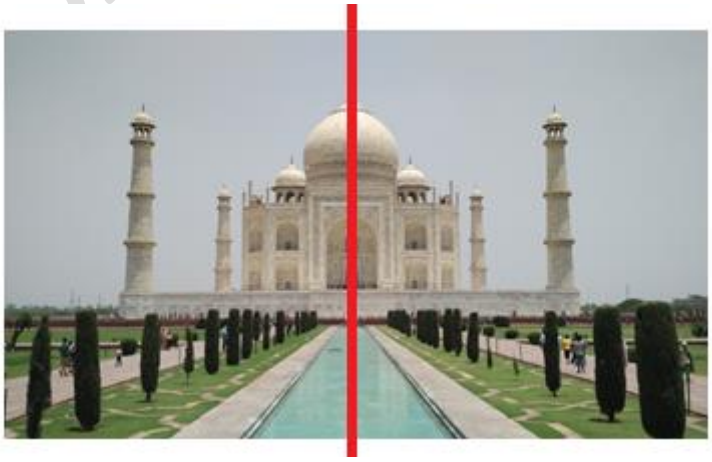
Dando continuidade, apresente a imagem a seguir:

https://pxhere.com/pt/photo/1582965

Solicite que apreciem essa imagem e diga que se trata mausoléu Taj Mahal, situado em Agra, na Índia. Por meio de uma roda de conversa, instigue os(as) estudantes, questionando:

- Existe nessa imagem algum tipo de simetria?
- Vocês conseguem destacar o eixo de simetria?

Aproveite o momento e mostre o eixo de simetria presente no mausoléu — é provável que eles(as) já consigam identificá-lo.



VERSÃO PRELIMINAR

Definimos linha de simetria de uma figura plana como sendo uma reta que a corta de tal modo que suas duas partes, situadas uma em cada lado, sejam exatamente iguais. Assim, dizemos que a figura é simétrica em relação a essa reta.

Proponha aos(às) estudantes uma pequena experiência:

- ✓ Com as imagens que pesquisaram anteriormente, identifiquem o eixo de simetria.
- ✓ Com o auxílio de um espelho, coloquem-no em algumas partes da figura e reflitam:
  - ❖ Quantos eixos de simetria tem a figura?

É importante que saibam que há imagens que podem ter mais de um eixo de simetria, por exemplo: o rosto humano possui apenas um eixo; já a figura circular apresentada anteriormente possui vários eixos. Retome as imagens apresentadas no início da Situação de Aprendizagem e proponha essa análise.

Após a abordagem inicial de simetria, nas próximas atividades os(as) estudantes irão realizar experiências para edificar os conceitos de simetria: reflexão, rotação e translação.

Etapa 2 – Metodologia da Investigação Matemática

Na **Etapa 1**, utilizamos o método de sala de aula invertida, que é uma modalidade na qual os objetos de conhecimento e as instruções são estudados antes de os(as) estudantes frequentarem a sala de aula. Durante o processo de pesquisas e apresentação, eles(as) foram instigados(as) a refletirem sobre os conceitos e a realizarem algumas atividades práticas, construindo, o Letramento Matemático por meio da investigação.

Neste momento, todos(as) realizarão três atividades experimentais sobre diversos tipos de simetria. Iremos trabalhar com simetria de translação, rotação e reflexão, utilizando noções de espaço para o desenvolvimento de desenhos planos com a ajuda da Ferramenta Geogebra, na qual, de forma dinâmica, aprende-se geometria, relacionando-a aos diferentes assuntos do dia a dia, como arte, arquitetura, beleza e natureza.

Primeiramente, os(as) estudantes terão total autonomia na escolha de instrumentos para os experimentos. Durante o processo, serão introduzidos

VERSÃO PRELIMINAR

questionamentos, a fim de que haja a necessidade de organização do pensamento crítico para o desenvolvimento do raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos. Eles(as) precisam saber enfrentar situações-problema que podem acontecer durante o processo, expressar suas respostas aos questionamentos e sintetizar suas conclusões utilizando diferentes registros.

Etapa 3 – Atividade experimental

A seguir são propostas três atividades experimentais, organizadas no quadro:

Atividades Experimentais	Tema das Atividades	Objetos do Conhecimento
1ª	Aprimorando o conhecimento de Simetria em sala de aula	Simetrias de Translação, Rotação e Reflexão
2ª	Simetria no Plano Cartesiano no Geogebra	
3ª	Aplicando os conceitos aprendidos através de Desafios	

1ª Atividade Experimental: Aprimorando o conhecimento de simetria em sala de aula

Esta atividade experimental propicia aos(às) estudantes colocarem em prática os conceitos de reflexão, translação e rotação. Para isso, proponha que, em grupos, construam dois triângulos que possibilitem o manuseio de vários movimentos que serão propostos e também que quadriculem uma cartolina desenhando um eixo de simetria. Depois solicite que eles(as) coloquem a figura em um lado do eixo e pergunte:

- ✓ Como eu poderia fazer a reflexão dessa figura? E a translação? E a rotação em um ponto?

Em cada etapa, passe nos grupos e acompanhe o aprendizado.

Posteriormente, faça essas análises na lousa, explicando cada conceito.

1º Passo: Com a lousa quadriculada, faça uma reta dividindo-a ao meio e fixe a figura em um dos lados. Caso a lousa não seja quadriculada, você poderá utilizar outros recursos, como uma cartolina, projetor, entre outros. Essa reta traçada será chamada de Linha de Simetria. Chame um(a) estudante até a lousa e peça que faça o movimento de **Reflexão** da figura com relação à Linha de Simetria. Veja o exemplo:

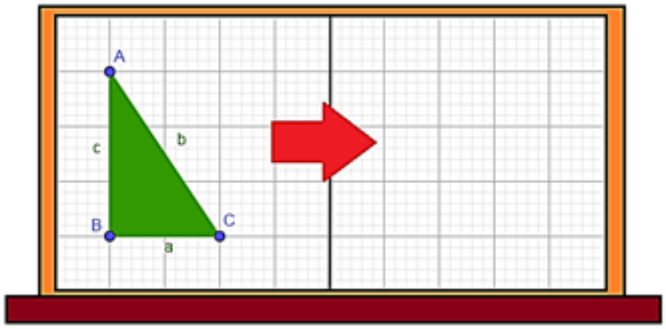


Ilustração: Fabíola de F. Coelho

Antes que o(a) estudante faça esse movimento, aponte:

- Vocês viram que há diferentes tipos de simetria, cujo nome faz referência à imagem de um objeto refletido em um espelho. Então, considerando essa linha de simetria seja a superfície de um espelho, faça o movimento de reflexão, obtendo o polígono A'B'C'.

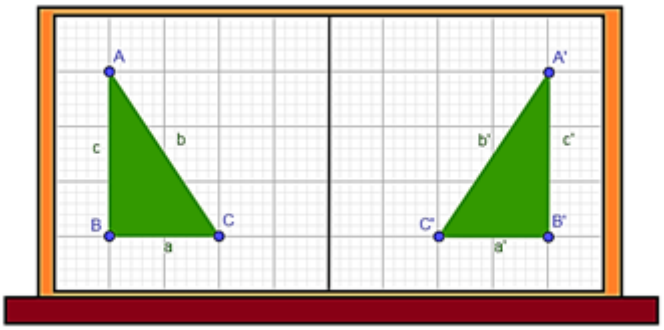


Ilustração: Fabíola de F. Coelho

VERSÃO PRELIMINAR

Diga aos(às) estudantes:

- Esse polígono A'B'C' que foi construído é denominado simétrico do polígono ABC em relação à linha desenhada. Dizemos, ainda, que A'B'C' foi obtido a partir de uma reflexão em relação à linha.

2º Passo: Com a lousa quadriculada, desenhe uma flecha da esquerda para a direita, na horizontal, com dez unidades de comprimento, chamada de vetor e fixe a figura na lousa. Esse vetor terá a função de conduzir a figura. Chame outro(a) estudante até a lousa e peça que faça o movimento de **Translação** da figura com relação ao vetor. Veja o exemplo:

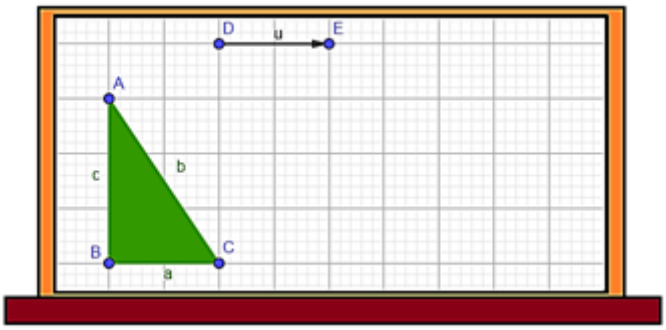
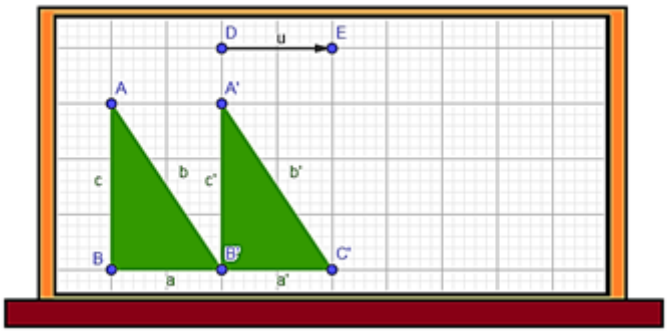


Ilustração: Fabíola de F. Coelho

Antes que o(a) estudante faça esse movimento, aponte:

- Vocês viram que precisamos mover o polígono. Sendo assim, o ponto A' será obtido movendo-se o ponto A em linha reta, assim como os outros pontos. As distâncias percorridas pelos pontos ABC, assim como a direção e o sentido desse movimento, serão definidas pela flecha desenhada acima do polígono, ou seja, são somadas dez unidades a cada ponto.



VERSÃO PRELIMINAR

Ilustração: Fabíola de F. Coelho

Diga aos(às) estudantes:

- Uma translação é uma transformação geométrica que, aplicada a um polígono como o citado, desloca todos os seus pontos em linha reta, percorrendo distâncias iguais na mesma direção e no mesmo sentido. Nesse caso, o polígono A'B'C' obtido é congruente ao polígono original ABC.

3º Passo: Com a lousa quadriculada, faça um ponto qualquer e fixe a figura. Chame um(a) terceiro(a) estudante até a lousa e peça que faça o movimento de **Rotação** da figura com relação ao ponto. Veja o exemplo:

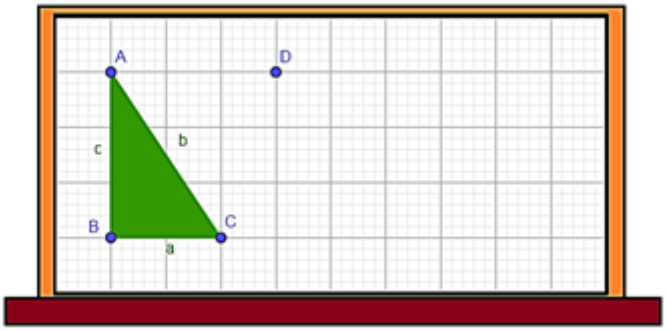


Ilustração: Fabíola de F. Coelho

Antes que o(a) estudante faça esse movimento, você precisará destacar algumas diretrizes:

- Aplique a rotação de 90° no sentido anti-horário em relação ao Ponto D. O polígono ABC se deslocará e formará um o polígono A'B'C', de modo que a figura não se altere.

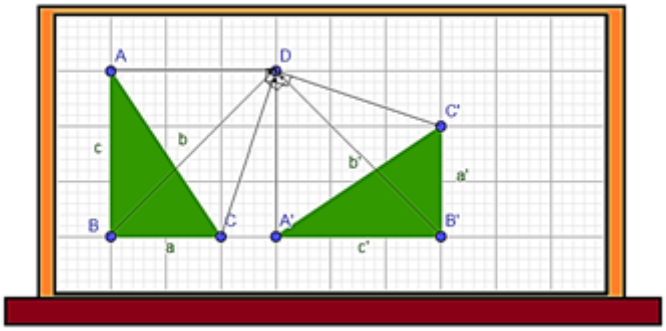


Ilustração: Fabíola de F. Coelho

VERSÃO PRELIMINAR

Diga aos(às) estudantes:

- Reparem que o polígono A'B'C' é simétrico ao polígono ABC em relação ao ponto D. Percebam que o ângulo formado entre o ponto D e os pontos do polígono dado com o simétrico formam um ângulo de 90°. Se for necessário, retome os ângulos notáveis para conhecimento deles(as).

Ao finalizar essa atividade, retome o Plano Cartesiano, seus eixos, suas coordenadas e seus quadrantes, para que eles(as) possam desenvolver a próxima atividade com mais clareza e objetividade.

2ª Atividade Experimental: Simetria no Plano Cartesiano no Geogebra

Apresentaremos a seguir três exemplos para construir figuras simétricas com a ferramenta Geogebra, sendo uma de reflexão, uma de translação e uma de rotação; todas elas dentro do Plano Cartesiano. Professor(a), caso não disponha de computadores com o programa Geogebra, você poderá utilizá-lo no formato *on-line* ou no aplicativo do celular — veja na seção "**Para saber mais".** Faça as adequações necessárias para realizar essa atividade experimental, mas se realmente não tiver o uso da tecnologia a seu favor, propomos que faça as atividades no papel quadriculado.

- **REFLEXÃO:** Construir uma figura simétrica em relação a um eixo.

1º Passo: Selecione a opção **Polígono** no botão . Utilize a malha quadriculada para marcar os pontos **A**, **B**, **C** e **D** vértices do quadrado, localizados no 1º Quadrante do Plano Cartesiano:

VERSÃO PRELIMINAR

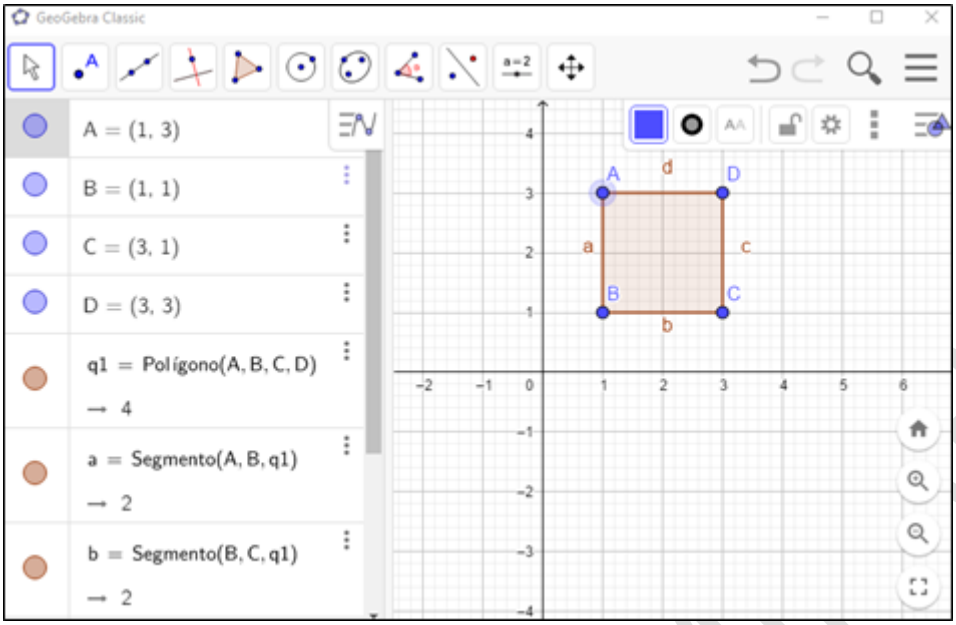


Ilustração: Fabíola de F. Coelho

2º Passo: Selecione a opção **Reflexão com Relação a uma Reta** no botão , clique na região interior do quadrado e, em seguida, sobre o eixo y.

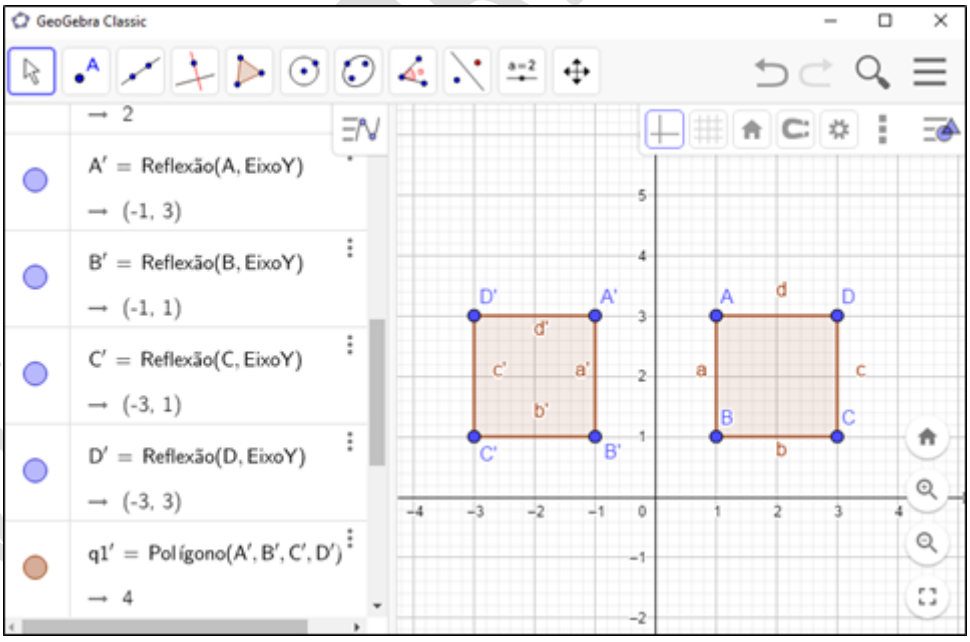


Ilustração: Fabíola de F. Coelho

Professor(a), solicite aos(às) estudantes que verifiquem o que ocorreu com os vértices desse quadrado ao utilizar o eixo y como o eixo de simetria. É importante que percebam que a coordenada de x passou a ser o mesmo valor, mas com sinal contrário, e

que a de y continuou com o mesmo sinal. Peça agora que façam o mesmo procedimento, porém deixando como eixo de simetria o eixo x e solicite que apontem as diferenças. Sistematize com eles(as) que quando utilizamos o eixo de simetria:

- **X:** as coordenadas ficam (x, -y);
- **Y:** as coordenadas ficam (-x, y).

TRANSLAÇÃO: Construção de uma figura simétrica por translação por meio de um vetor.

1º Passo: Em um novo documento, repita o **Procedimento 1,** do exemplo anterior.

2º Passo: Selecione a opção **Vetor** no botão , marque os pontos E F entre quatro unidades, na horizontal e da direita para a esquerda.

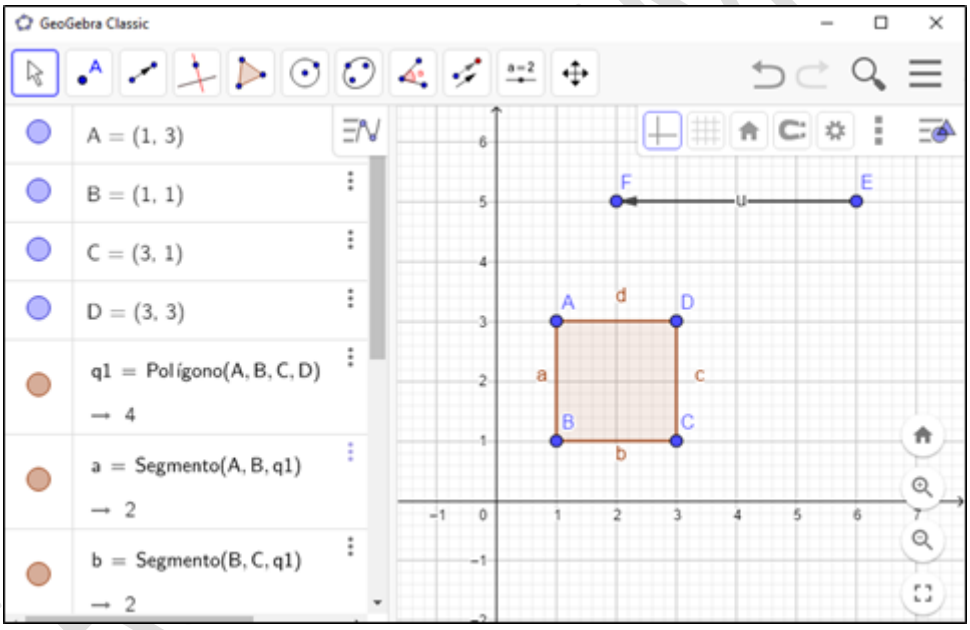


Ilustração: Fabíola de F. Coelho

3º Passo: Selecione a opção **Translação por um Vetor** no botão , clique na região anterior ao polígono e, em seguida, sobre o vetor.

VERSÃO PRELIMINAR

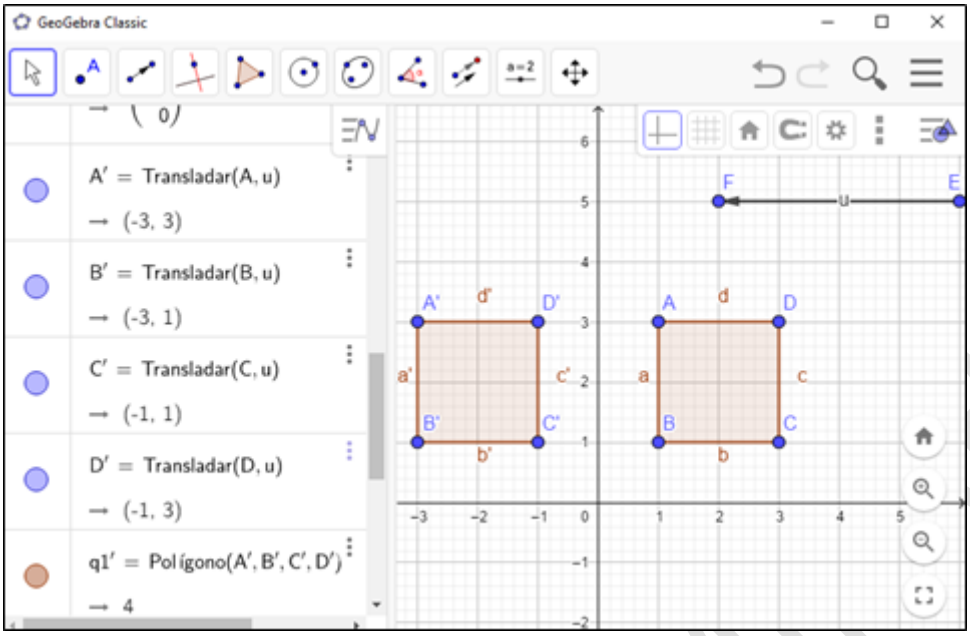


Ilustração: Fabíola de F. Coelho

Professor(a), solicite aos(às) estudantes que verifiquem o que ocorreu com os vértices desse quadrado ao modificar a direção (horizontal e vertical), sentido (direita para esquerda ou vice-versa e para cima ou para baixo) e valor (unidades). É importante que eles(as) percebam que, dependendo do vetor construído, o valor das coordenadas x e y aumentam ou diminuem. Peça, agora, que modifiquem o vetor — não será preciso criar um novo, apenas modificar o existente. Sistematize as seguintes observações dos movimentos:

- Para a direita, a coordenada de x aumenta e a de y se mantém igual;
- Para a esquerda, a coordenada de x diminui e a de y se mantém igual;
- Para cima, a coordenada de x se mantém igual e a de y aumenta;
- Para baixo, a coordenada de x se mantém igual e a de y diminui.

ROTAÇÃO: Construção de uma figura simétrica por rotação em torno do ponto de origem do Plano Cartesiano.

1º Passo*:* Em um novo documento, repita o **Procedimento 1,** dos exemplos anteriores.

2º Passo: Selecione a opção **Novo Ponto** no botão e marque o ponto **E** exatamente no encontro dos eixos, ponto de origem.

VERSÃO PRELIMINAR

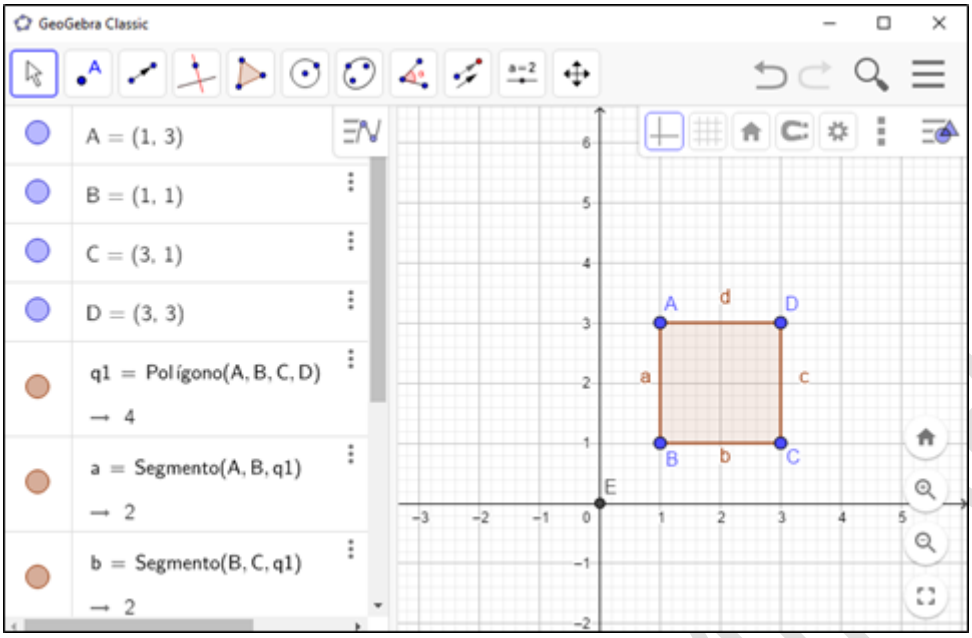


Ilustração: Fabíola de F. Coelho

3º Passo: Selecione a opção **Rotação em Torno de um Ponto** no botão , clique na região interior ao polígono e, em seguida, sobre o ponto **E**. A caixa ao lado aparecerá.

4º Passo: Escreva 90°, marque a opção **sentido horário** e clique em **OK**.

VERSÃO PRELIMINAR

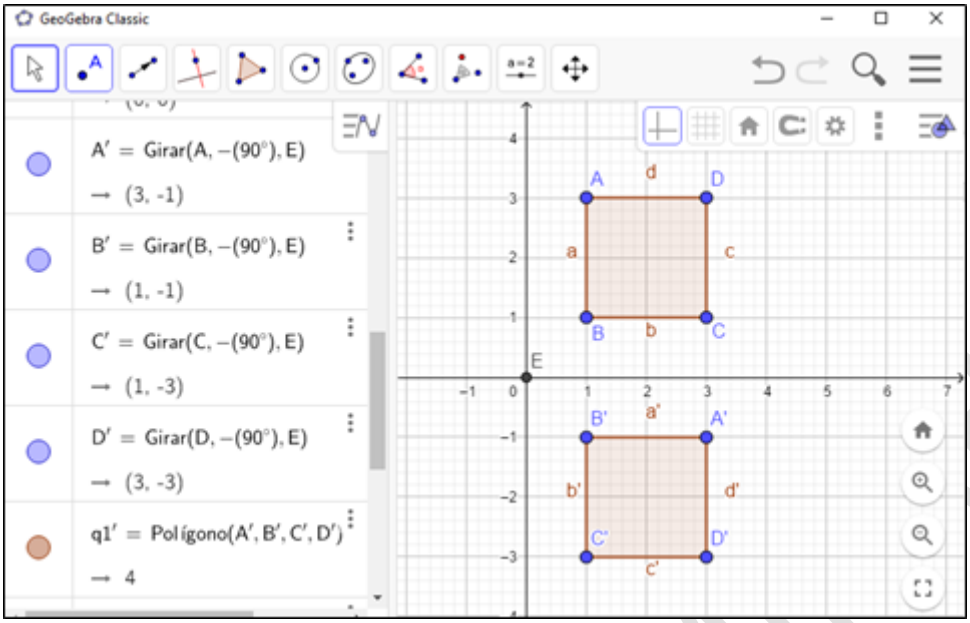


Ilustração: Fabíola de F. Coelho

Professor(a), solicite que verifiquem o que ocorreu com os vértices desse quadrado, fazendo o movimento de rotação com o ângulo de 90° no sentido horário com relação ao ponto marcado na origem do Plano Cartesiano.

Os(as) estudantes precisam observar que, ao ligar os vértices — por exemplo, AEA' —, o ângulo formado entre eles(as) é de 90° e, assim, sucessivamente com os demais vértices. Peça que modifiquem o sentido do movimento e questione-os(as) em que quadrante o quadrado se formará. É importante que eles(as) possam fazer testes modificando o ângulo e o sentido, anotando os pontos importantes que caracterizam o movimento de rotação. Sistematize as seguintes observações dos movimentos quanto aos ângulos de 90° e 180° na tabela a seguir:

VERSÃO PRELIMINAR

Ângulo	Sentido	
	Horário	Anti-Horário
90°	(y, -x)	(-y, x)
180°	(-x, -y)	(-x, -y)

Professor(a), caso ache necessário, peça que continuem a colocar dados na tabela com os ângulos escolhidos por eles(as). Os valores citados servem para que possam organizar as observações.

Solicite que explorem as ferramentas e proponha as seguintes atividades:

1) Desenhem um polígono no 2º Quadrante para representar a primeira letra dos seus nomes e construam uma figura simétrica em relação ao eixo y.

2) Criem um polígono regular qualquer no 2º Quadrante e, em seguida, construam uma figura simétrica com uma translação por meio de um vetor qualquer. Com essa mesma figura, construam a simetria com uma rotação de 60° no sentido horário em relação a um ponto no eixo de origem.

3) Retomem a atividade **Experimental 1**, fazendo-a no Geogebra.

O uso do programa computacional da maneira apropriada pode auxiliar os(as) estudantes na compreensão dos conceitos de simetria. Uma vantagem é que, após eles(as) adquirirem certa familiaridade com a ferramenta, podem construir figuras variadas com agilidade e observar a aplicação da simetria.

3ª Atividade Experimental: Aplicando os conceitos aprendidos por meio de desafios.

A proposta inicial é que os(as) estudantes façam grupos de, no mínimo, cinco integrantes. A atividade será realizada em um espaço diferente da sala de aula e terá como objetivo a criação de figuras geométricas, em que eles(as) deverão fazer os seguintes movimentos aprendidos: reflexão, rotação e translação. Os vértices dessas figuras serão “vivos”, ou seja, cada estudante irá se identificar com o vértice e, para juntá-

VERSÃO PRELIMINAR

los, será preciso uma corda ou um barbante ao qual todos irão segurar, formando, assim, a figura.

Proponha a eles(as) que se desloquem para a quadra ou até mesmo para o pátio, pois este é o momento de explorar os melhores lugares para a atividade. Veja os materiais que irão precisar:

- Caderno e lápis para anotar
- Giz para fazer as marcações
- Trena
- Corda ou barbante.

Com a ajuda dos(as) estudantes, desenhe na quadra o plano cartesiano com suas coordenadas, utilizando o giz para fazer as marcações dos eixos x e y. Se for possível, quadricule a quadra, conforme a ilustração:

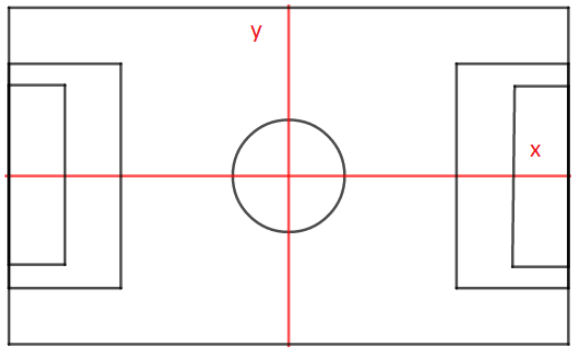


Ilustração: Fabíola de F. Coelho

Cada grupo irá se desafiar, tendo como partida a figura proposta e as ordens de movimentos. Professor(a), faça uma tabela para que os grupos se organizem e consigam visualizar melhor cada movimento proposto e suas possíveis correções, veja o exemplo:

VERSÃO PRELIMINAR

Grupo Desafiante	Grupo Desafiado	Figura Proposta	Coordenadas dos vértices da Figura	Tipo de Movimento	Comando	Resultado Esperado	Resultado Real
1	2	Quadrado	A(1, 1) B(1, 3) C(3, 3) D(3, 1)	Reflexão	Referência o eixo y	A'(-1, 1) B'(-1, 3) C'(-3, 3) D'(-3, 1)	

A atividade apresentada busca instigar nos(as) estudantes um desejo de autonomia moral e cognitiva, pois o ser humano, de modo geral, precisa se sentir desafiado a reagir, deve incomodar-se, ficar intrigado e duvidar. Oportunizar a participação de todos(as) é possibilitar também que desenvolvam projetos pessoais e coletivos, buscando conhecimento a partir de suas inquietações. Conseguiremos, então, que eles(as) alcancem a autonomia na busca dos resultados perante suas metas. Professor(a), acompanhe todo o processo, faça as mediações dos grupos e possíveis correções nos desafios.

Etapa 4 – Resultados

Espera-se que os(as) estudantes, ao desenvolverem as atividades experimentais propostas, consigam atingir a habilidade de reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros. Espera-se, ainda, contemplar a Competência Específica 3, que é compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (aritmética, álgebra, geometria, estatística e probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

VERSÃO PRELIM

Todo o processo da Situação de Aprendizagem deverá ser monitorado em atividades de exploração investigativa e criação de situações propostas durante todo o percurso. O registro por meio de um portfólio, é uma das principais formas de obter os resultados, mas há outras possibilidades, dependendo da realidade de cada turma.

Etapa 5 – Avaliação

A avaliação desta Situação de Aprendizagem deve ser feita ao longo do desenvolvimento das atividades. Ao final, proponha aos(às) estudantes que criem uma obra de arte envolvendo um dos conceitos trabalhados, podendo ser feito de forma interdisciplinar com o componente curricular de Arte. É importante que eles(as) compreendam que o processo avaliativo é o acompanhamento do aprendizado em suas particularidades, dando oportunidade para que cada um verifique suas dificuldades e necessidades na construção do conhecimento. Com isso, essa avaliação será vista de forma relevante para o seu processo de aprendizagem.

PARA SABER MAIS:

TRANSLAÇÃO, ROTAÇÃO E REFLEXÃO – Canal Absurdo 24h. Disponível em:

https://www.youtube.com/watch?v=dHAsEUPP5ZA. Acesso em: 07 mai. 2020.

TUTORIAL GEOGEBRA SIMETRIA – Professora Giselle Azevedo. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=2SmRZwxQ4p0. Acesso em: 14 mai. 2020.

Resumo: Este vídeo aborda como fazer *download* da ferramenta Geogebra e ensina comandos básicos utilizando as funções de simetria.

VERSÃO PRELIMINAR

Transformações no Plano – Reflexão – Translação – Rotação. Matemática – Prof. Beto Penachia. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=uSfuqyDXCFw. Acesso em: 23 jun. 2020.

Resumo: Este vídeo explica as transformações no Plano pela Reflexão, Translação e Rotação na Ferramenta Geogebra.

Ferramenta Geogebra:

Versão on-line: https://www.geogebra.org/m/t4gc6w4f

Download computador e celular: https://www.geogebra.org/download?lang=pt

Materiais disponíveis no *site* do Geogebra:

https://www.geogebra.org/t/rotation?lang=pt. Acesso em: 6 jun. 2020.

https://www.geogebra.org/m/PHuuypgR. Acesso em: 25 jun. 2020.

VERSÃO PRELIMINAR

Referências:

https://www.youtube.com/watch?v=-yLu2h_Y4dg. Acesso em: 23 jun. 2020.

https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1646/simetria-de-translacao-rotacao-e-reflexao. Acesso em: 07 mai. 2020.

file:///C:/Users/User/Downloads/espelhos_e_simetrias---o_experimento.pdf. Acesso em: 17 jun. 2020.

https://novaescola.org.br/conteudo/2087/analise-de-simetrias-com-espelhos. Acesso em: 17 jun. 2020.

http://colegioeduardogomes.com.br/eg-em-foco/1374/bonecos-simetricos. Acesso em: 25 jun. 2020.

https://novaescola.org.br/plano-de-aula/989/simetria-de-reflexao-utilizando-o-geogebra. Acesso em: 25 jun. 2020.

https://m.megacurioso.com.br/ciencia/102240-estas-sao-5-das-estruturas-mais-simetricas-do-mundo.htm. Acesso em: 15 jul. 2020.

https://novaescola.org.br/plano-de-aula/453/simetria-de-pontos-no-plano-cartesiano. Acesso em: 15 jul. 2020.

https://novaescola.org.br/plano-de-aula/749/simetrico-de-um-poligono. Acesso em: 15 jul. 2020.

https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1351/simetria-de-reflexao. Acesso em: 15 jul. 2020.

https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1646/simetria-de-translacao-rotacao-e-reflexao. Acesso em: 15 jul. 2020.

https://www.youtube.com/watch?v=JyDlqJD0a3w. Acesso em: 15 jul. 2020.

https://www.youtube.com/watch?v=t-B__-foFxo. Acesso em: 15 jul. 2020.

VERSÃO PRELIMINAR

Situação de Aprendizagem 2 - Investigando o bloco retangular

Professor(a), esta Situação de Aprendizagem está alinhada ao Currículo Paulista. Nela, abordaremos um assunto muito presente no cotidiano, que é o cálculo de medida de volume do bloco retangular e as transformações das unidades de volume, cuja unidade principal e mais utilizada é o metro cúbico.

A intenção é analisar, junto com os(as) estudantes, sua capacidade de desenvolver o raciocínio, a criatividade, a interpretação e a resolução problemas, a manipulação do bloco retangular, desenvolvendo também sua confiança e autonomia. Nela, eles(as) seguirão os passos das tarefas com uso do material dourado e recursos tecnológicos, para facilitar a assimilação e a compreensão da habilidade e do objeto de conhecimento, associando-os a exemplos do dia a dia.

Unidade Temática: Grandezas e Medidas

Habilidades: (EF07MA30) Resolver e elaborar situações-problema de cálculo de medida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico).

Objetos de conhecimento: Cálculo de volume de blocos retangulares, utilizando unidades de medida convencionais mais usuais.

Competências Socioemocionais: Iniciativa social, foco, responsabilidade, organização, persistência, determinação, curiosidade para aprender e imaginação criativa.

- **Iniciativa social**: abordar e se conectar com outras pessoas, tanto com amigos como pessoas desconhecidas, iniciando, mantendo e apreciando o contato social; ter habilidade em trabalhos de grupo, incluindo expressividade comunicativa, como falar em público.

- **Foco:** focar a atenção e se concentrar na tarefa e evitar distrações, mesmo quando realiza tarefas repetitivas.
- **Responsabilidade:** ter habilidades de autorregular o que precisa para completar as suas responsabilidades, cumprir seus compromissos, agir de maneira confiante e consistente e inspirar confiança.
- **Organização:** ter habilidades organizacionais e atenção meticulosa a detalhes importantes para planejamento e execução de planos para objetivos de longo prazo.
- **Persistência:** superar obstáculos para atingir objetivos importantes; implementar, persistir e terminar.
- **Determinação:** ser capaz de estabelecer objetivos e metas para si mesmo, se motivar, trabalhar duro e se entregar plenamente ao trabalho, tarefa ou projeto que deve completar.
- **Curiosidade para aprender:** demonstrar interesse em ideias e paixão por aprender, entender e explorar temas intelectualmente; ter mentalidade inquisitiva, que facilita o pensamento crítico e a resolução de problemas.
- **Imaginação Criativa:** ser capaz de gerar novas maneiras de pensar e agir por meio da experimentação, brincadeira e aprender com seus erros.

VERSÃO PRELIMINAR

Quantidade de aulas previstas: 8 aulas

Etapas da Situação de Aprendizagem:

Etapa 1 - Levantamento de Hipóteses

Professor(a), inicie a Situação de Aprendizagem realizando uma reflexão com os(as) estudantes sobre blocos retangulares, estimulando a participação de todos(as). Estimule a curiosidade propondo, inicialmente, alguns questionamentos:

- Quando falamos em blocos, que objetos vocês imaginam? E quando falamos blocos retangulares?

Agora apresente as imagens a seguir e continue os questionamentos:

Caixa de papelão: https://pixabay.com/pt/vectors/caixa-papel-caixa-de-entrega-1252639/

Placa de carro: https://pixabay.com/pt/photos/placa-do-carro-carro-escudo-2438212/

VERSÃO PRELIMINAR

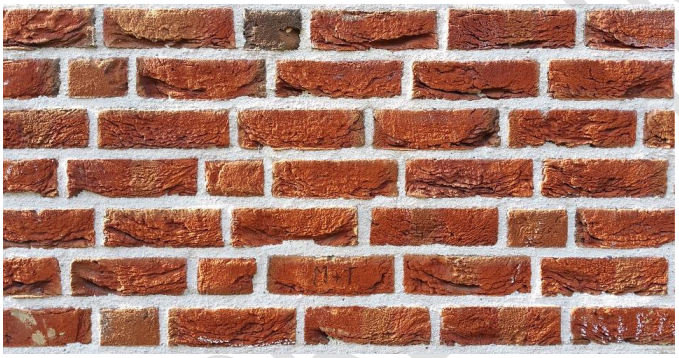
Aquário: https://publicdomainvectors.org/pt/vetorial-gratis/Laranja-de-peixe-em-ilustra%C3%A7%C3%A3o-vetorial-de-aqu%C3%A1rio/19611.html

- Quais características vocês observam nestas figuras?
- Por quais nomes vocês a conhecem?
- Vocês sabem destacar o que é um bloco retangular? E identificar quais figuras representam um bloco retangular?
- Vocês sabem o que são retângulos e por que são denominados dessa forma?
- Observem e apontem quantos retângulos essas figuras possuem.
- Quais as diferenças e semelhanças vocês observam nas figuras?
- Quantos pares de retângulos iguais constituem as figuras?
- Vocês conseguem destacar outros objetos em formato de bloco retangular?
- Como podemos medir sua área e seu volume?
- Quais unidades de medidas podemos utilizar?

Com essa reflexão, esclareça aos(às) estudantes que os blocos retangulares também são chamados de paralelepípedos. Eles possuem três pares iguais de retângulos, totalizando seis retângulos, e um bloco retangular muito utilizado que é o tijolo.

VERSÃO PRELIMINAR

https://www.pexels.com/pt-br/foto/arte-azul-ladrilhos-muro-68510/



https://pixabay.com/pt/photos/textura-estrutura-parede-tijolo-1260304/

Professor(a), você pode projetar as figuras em *slides*, utilizar recursos tecnológicos ou desenhar na lousa para abordar os questionamentos.

Proposta de Sensibilização:

Nesta atividade de sensibilização, utilizaremos o material dourado ou adaptaremos o seu jogo de forma *on-line*, disponível no "**Para saber mais"**. O objetivo geral é que eles(as) consigam conhecer, construir e calcular o volume de objetos, utilizando instrumentos de medição de comprimento (régua e trena).

Professor(a), proponha aos(às) estudantes que se dividam em pequenos grupos. Solicite que tragam para a escola três caixas de tamanhos diferentes, no formato de blocos retangulares, também chamados de paralelepípedos reto-retângulos. Em sala de aula, separe os grupos e, com as caixas em mãos, questione:

VERSÃO PRELIMINAR

- Qual dessas caixas é visualmente maior?
- Qual possui maior volume?
- Como podemos quantificar quanto uma caixa é maior que outra?
- Como podemos calcular o volume de cada caixa?
- Qual é a melhor unidade para demonstrar o volume dessas caixas?

Faça um levantamento das respostas e destaque que, para realizar comparações e verificar qual representa a maior ou menor quantidade ou se elas são iguais, é necessário que as análises sejam feitas utilizando uma medida padrão.

Distribua um jogo de material dourado para cada grupo e solicite que eles construam diversos blocos, utilizando diferentes quantidades de cubinhos, destacando que o volume de cada bloco montado é igual ao número de cubinhos usados (cubinho sendo uma unidade de medida do volume).

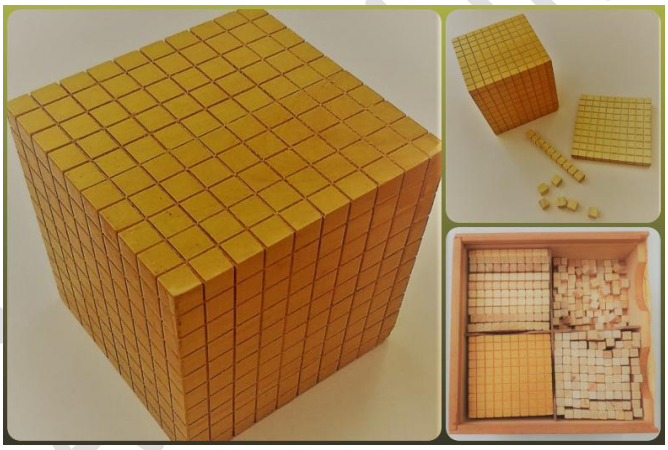


Ilustração: Luciana Regina Cesar

Após realizarem a atividade de manuseio do material dourado, questione-os:

- Diante do que vocês construíram, podemos montar uma expressão matemática para calcular o número de cubinhos de cada bloco e, dessa forma, calcular o volume?
- Para isso, é necessário sabermos que medidas?

Formalizando as respostas, é importante que eles(as) apontem que, para calcular o volume, é preciso saber as suas três dimensões (comprimento, largura e altura) em relação ao número de cubinhos encontrados em cada dimensão. Então, sabendo que as

VERSÃO PRELIMINAR

dimensões de cada cubinho é 1 cm, basta calcular 1 cm x 1 cm x 1 cm que vão encontrar o volume de 1 cm³. Assim, fica fácil calcular os volumes das caixas ou blocos, pois basta tomar as medidas em cm dos comprimentos das três dimensões e multiplicá-las.

Agora que eles(as) compreenderam o cálculo de volume, proponha que calculem o volume das caixas que trouxeram para a aula.

Professor(a), neste momento diga aos(às) estudantes que existem outras unidades de medidas além do centímetro cúbico como metro cúbico, decímetro cúbico, entre outras. Mostre a tabela com as unidades de medidas e reforce que, quando analisamos volume, utilizamos o cúbico, pois multiplicamos três medidas.

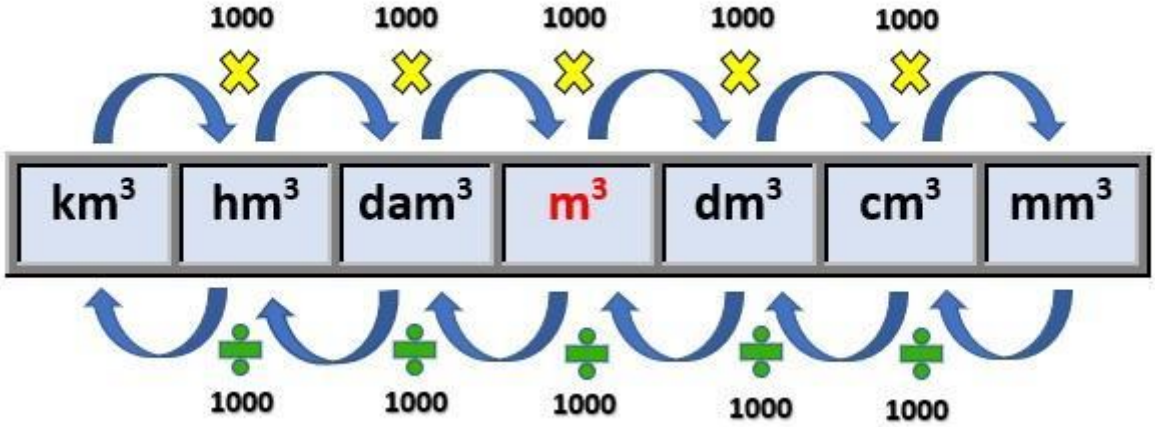


Ilustração: Luciana R. Cesar

Realize uma reflexão sobre o conceito de volume, até que eles(as) observem que o volume de um objeto é a quantidade de espaço que ele ocupa. Para tanto, faça os seguintes questionamentos:

Disponível em: https://publicdomainvectors.org/pt/vetorial-gratis/Clipart-vetorial-de-caixas-de-papel%C3%A3o-fechadas-e-abertas/20691.html . Acesso em 05 ago. 2020.

- Quais a diferença entre volume e capacidade?
- Onde encontramos essas medidas de volume em nosso dia a dia?
- Vocês observaram essas medidas nos objetos do cotidiano, em casa ou no supermercado, por exemplo?
- Em quais situações vocês acham que é importante saber calcular o volume de um objeto? Por quê?
- E os litros? Como e quando utilizamos?

Professor(a), após as reflexões e os levantamentos de hipóteses com os(as) estudantes, esclareça a diferença entre volume e capacidade, retomando as unidades de medidas.

Etapa 2 – Metodologia da Investigação Matemática

Um fator que colabora para o desenvolvimento do raciocínio lógico nas aulas de Matemática é a utilização das metodologias ativas, propondo situações para resoluções, como experimentos e problemas que “desafiam” os(as) estudantes, propiciando uma motivação maior para participar das aulas e para desenvolver plenamente a habilidade abordada.

Nesse sentido, as atividades propostas têm o objetivo de tornar a aprendizagem mais dinâmica, favorecendo as interações entre os(as) estudantes e o professor(a), o compartilhamento de experiências e conhecimentos, oportunizando maior compreensão e assimilação do tema abordado.

As atividades propostas nesta Situação de Aprendizagem farão com que eles(as) tenham autonomia na escolha de instrumentos para a realização das atividades. Durante o processo, serão introduzidos questionamentos com intuito de propiciar o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos. Os(as) estudantes precisam saber enfrentar situações-problema que possam acontecer durante o processo, expressar suas respostas aos questionamentos e sintetizar suas conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens.

VERSÃO PRELIMINAR

Etapa 3 – Atividade experimental

Professor(a), neste momento serão apresentados dois experimentos, que devem ser realizados em grupos e buscam instigar nos(as) estudantes o desejo de autonomia moral e cognitiva. Faça a mediação em todo o processo de interação, realizando, caso necessário, questionamentos para que reflitam e busquem as soluções. Corrija o processo de resolução e elaboração quando houver necessidade.

1. Desafio: Entendendo situações-problema.
2. Experimento de construção de uma maquete, aplicando os conhecimentos aprendidos.

Para o trabalho com situações-problema, proponha a eles(as) que realizem a seguinte atividade:

Desafio: Entendendo situações-problema:

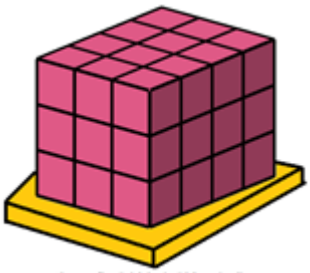


Ilustração: Fabíola de Fátima Coelho

Antes de lançar o experimento aos(às) estudantes, desenhe no quadro ou projete a imagem ao lado e questione:

- ✓ Um grande bolo com a forma de um paralelepípedo estava coberto de glacê em todas as faces, exceto na de baixo. Conseguiram dividir esse bolo em 36 pequenos cubos, todos eles de mesmo tamanho. Quantos dos 36 pedaços do bolo não tinham glacê em nenhuma das suas faces?

Espera-se que os(as) estudantes respondam que em quatro pedaços do bolo não há glacê em nenhuma das faces. Para melhor compreensão deles(as) e visualização da situação, pode ser proposta a construção do bolo, utilizando o material dourado.

Proponha a todos(as), organizados em grupos, que elaborem uma situação-problema, em forma de desafio, envolvendo os conhecimentos trabalhados e coloquem em uma folha avulsa.

Sorteie um desafio para cada grupo e depois de resolvido, volte o desafio para o grupo que o criou, a fim de que os(as) estudantes possam corrigi-lo.

Esta etapa da atividade é importante para incentivá-los(as) a serem protagonistas, elaborando situações e propondo soluções para os problemas, desenvolvendo, ainda,

VERSÃO PRELIMINAR

suas capacidades de interagir em grupo, terem foco, determinação, criatividade e responsabilidade.

Experimento 2:

Professor(a), peça aos grupos que leiam com atenção o problema para solucionar o experimento a seguir. Essa etapa deve ser previamente orientada para a organização, planejamento, escolha de materiais a serem utilizados e elaboração da construção da maquete.

Algumas empresas de empreendimentos imobiliários costumam fazer maquetes dos condomínios para auxiliar na visualização e vendas. A empresa Fáluly fez uma maquete para o lançamento do seu novo condomínio. Na maquete há uma piscina com as seguintes dimensões: 40cm X 25cm X 5 cm. Sabendo que a maquete foi feita com uma escala de 1:20, ou seja, a maquete é 20 vezes menor que o tamanho real, qual o volume da piscina na maquete e no tamanho real? É possível fazer outro *design* de piscina com o mesmo volume? Se sim, cite um exemplo.

https://pt.freeimages.com/photo/piscina-1233925

Professor(a), proponha aos(às) estudantes que respondam à situação, realizando os cálculos necessários, atentando-se às unidades de medidas. Depois, peça que construam uma maquete de uma piscina com outras dimensões, porém com o mesmo volume. Deixe que eles(as) reflitam sobre quais materiais podem ser utilizados, a unidade de medida, a escala e os passos para o experimento.

Acompanhe a construção auxiliando-os(as) no planejamento e na execução da atividade. Estimule-os(as) a trabalhar em equipe, ressaltando a importância do planejamento, das escalas e dos materiais utilizados.

Etapa 4 – Resultados

Espera-se que os(as) estudantes, ao desenvolverem as atividades experimentais propostas, consigam atingir as habilidades de resolverem e elaborarem situações-problema de cálculo de medida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico), além de aprimorarem suas competências socioemocionais.

Etapa 5 – Avaliação

A avaliação desta Situação de Aprendizagem deve ser feita ao longo do desenvolvimento das atividades, observando o engajamento dos(as) estudantes no envolvimento dos desafios apresentados. Ao final, proponha que cada grupo apresente sua maquete ou objeto criado e realize uma breve apresentação sobre o que compreenderam sobre medida do volume de blocos retangulares (onde encontrar no cotidiano, como é possível realizar o cálculo e as unidades de medidas), para que juntos analisem os resultados, socializem e contextualizem todo o processo, a fim de que percebam a importância do conceito no dia a dia. Professor(a), avalie e esclareça para todos(as) sobre a importância do trabalho em grupo.

PARA SABER MAIS:

Canal Grupo Mathema. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=bzO9ZVXQiIc. Acesso em: 19 ago. 2020.

Material Dourado – *on-line.* Disponível em: https://www.educacaodinamica.com.br/ed/views/game_educativo.php?id=13&jogo=Material%20Dourado%20Virtual. Acesso em: 23 jul. 2020.

VERSÃO PRELIMINAR

Canal Grupo Mathema. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=dTrtH2rtGuo. Acesso em: 28 jul. 2020.

Paralelepípedo - Brasil Escola. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=EpmhjXdAAi8&feature=emb_logo. Acesso em: 23 jul. 2020.
Resumo: O vídeo aborda o que é um paralelepípedo e como calcular sua área e volume.

Youtube: Canal Top Matemática - Aula 5 - Volume do bloco retangular e transformação de unidades I. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=dOn_Dp1wlSA&t=190s. Acesso em: 7 ago. 2020.

Youtube - Canal Matemática Rio - Unidade de Medidas de Volume. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=iT1lrFRlwCk. Acesso em: 28 jul. 2020.

Curiosidade: A geometria nas construções - Retângulo de Ouro
Vale a pena ver de novo: Donald no País da Matemágica. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=wbftu093Yqk. Acesso em: 4 ago. 2020.
Como converter metros cúbicos (m³) para litros. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=2vr16udJ-J0. Acesso em: 4 ago. 2020.

Referências:

https://www.institutoclaro.org.br/educacao/para-ensinar/planos-de-aula/calculo-de-volume-de-blocos-retangulares/. Acesso em: 23 jul. 2020.

https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/volume-paralelepipedo.htm. Acesso em: 23 jul. 2020.

VERSÃO PRELIMINAR

https://brasilescola.uol.com.br/matematica/volume-paralelepipedo-cubo-cone.htm. Acesso em: 23 jul. 2020.

https://www.youtube.com/watch?v=EpmhjXdAAi8&feature=emb_logo. Acesso em: 23 jul. 2020.

http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2016/2016_artigo_mat_unicentro_josianedavibida.pdf. Acesso em: 23 jul. 2020.

https://www.youtube.com/watch?v=AYefBCPRM58. Acesso em: 23 jul. 2020.

https://pt.wikipedia.org/wiki/Unidades_de_volume. Acesso em: 23 jul. 2020.

https://www.todamateria.com.br/medidas-de-volume/. Acesso em: 28 jul. 2020.

VERSÃO PRELIMINAR

8-
ANO

Situação de Aprendizagem 1 - A Identidade dos Quadriláteros
Professor(a),

O tema “A Identidade dos Quadriláteros” está alinhado ao Currículo Paulista e será abordado por meio de situações do cotidiano. O trabalho com demonstração de propriedades oportuniza aos(às) estudantes uma maior compreensão da Matemática, desenvolvendo o raciocínio lógico e possibilitando maior entendimento de sua realidade. Outra interessante abordagem é que há um contato afetivo com a prática demonstrativa, o que ajuda no desenvolvimento das habilidades referentes à argumentação. A apresentação do tema será por meio de uma construção, desafios e experiências, tendo uma visão de mundo artístico e tecnológico. Eles(as) deverão, ao final da Situação de Aprendizagem, reconhecer e aplicar a congruência de triângulos em demonstrações das propriedades relacionadas aos quadriláteros notáveis. A proposta é que se trabalhe com o paralelogramo, com o trapézio e com a aquisição de conhecimentos dos demais, destacando características disponíveis na construção de um organograma. Para isso, é fundamental o incentivo aos(às) estudantes em todas as etapas, propondo questionamentos e investigações, tornando-os(as) protagonistas do seu aprendizado.

Unidade Temática: Geometria

Habilidades: (EF08MA14) Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos.

Objetos de conhecimento: Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros.

Competências Socioemocionais: Assertividade, foco e interesse artístico.

Para realizar as atividades propostas nessa Situação de Aprendizagem, os(as) estudantes terão que ser assertivos(as), demonstrar suas capacidades de se expressarem e defenderem suas ideias com relação ao que é proposto. No desenvolvimento das etapas das atividades é preciso que eles(as) mantenham o foco e tenham concentração em cada processo que irão desenvolver. Para finalizar, será preciso que se expressem por meio de uma escrita artística do pensamento lógico, aprendido durante todo o processo, estejam conectados com novas maneiras de pensar, agir e sejam criativos a partir das experimentações.

VERSÃO PRELIMINAR

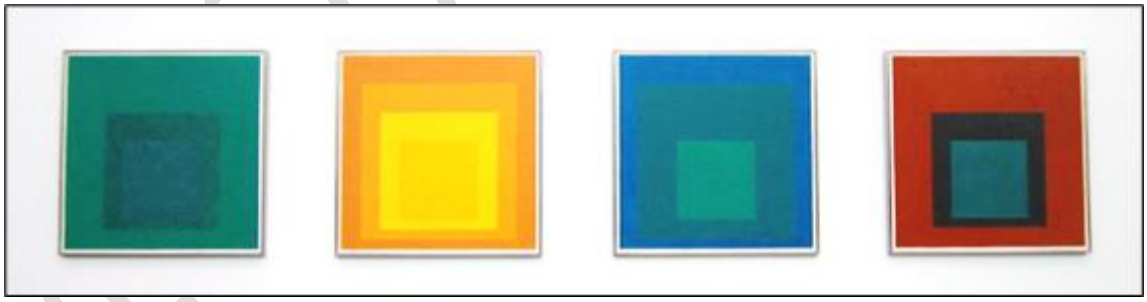
- **Assertividade:** ser capaz de falar o que acredita, expressar suas opiniões, necessidades e sentimentos, mobilizar as pessoas; conseguir ser preciso e firme, saber expressar suas ideias, defender uma posição e confrontar outros se necessário; coragem.
- **Foco:** focar a atenção e se concentrar na tarefa e evitar distrações, mesmo quando realiza tarefas repetitivas.
- **Interesse artístico:** avaliar, apreciar e valorizar *design*, arte e beleza, o que deve ser experimentado ou expresso em escrita, visualmente, em artes performáticas, música e outras formas de autorrealização.

Quantidade de aulas previstas: 10 aulas

Etapas da Situação de Aprendizagem:

Etapa 1 – Levantamento de Conjecturas

Professor(a), inicie essa atividade propondo aos(às) estudantes que observem as obras de artes "*Homage to the Square*", do artista Josef Albers. O objetivo é que eles(as) apreciem as obras e destaquem pontos importantes que envolvem o tema sobre Quadriláteros.



https://www.flickr.com/photos/moonlightbulb/29062229284

VERSÃO PRELIMINAR

Saiba...

Josef Albers (1888 – 1976) se destacou como professor e artista. Iniciou com pinturas de vidro, dedicando-se à técnica do vitral, mas também foi fotógrafo, tipógrafo, *designer* de móveis e objetos, além de prestar consultoria para projetos arquitetônicos no que se refere ao uso do vidro. A conjunção da atividade pedagógica, da produção artística e da reflexão teórica caracteriza a sua longa trajetória profissional.

Após apreciação das obras de arte, realize com os(as) estudantes discussões e aproveite o momento para fazer os seguintes questionamentos:

- Qual a primeira impressão vocês têm ao apreciar as obras de arte?
- Qual o polígono presente nessas obras?
- Posso dizer que esses polígonos são quadriláteros? Por quê?
- Quais são as principais características desses polígonos?

Professor(a), é importante que os(as) estudantes relembrem os conceitos estudados anteriormente e consigam destacar que todo polígono é uma figura plana com contorno fechado, formado somente por segmentos de retas. Retome a imagem da obra de arte e pergunte a eles(as) se esse polígono é convexo ou não convexo. Após essa reflexão, desenhe a imagem na lousa e retome o conceito, exemplificando que um polígono é convexo quando todo segmento de reta com extremidades em dois de seus pontos está contido nele. Desenhe outros exemplos para destacar esse conceito conforme sugestões a seguir:

Ilustração: Fabíola de F. Coelho

Abordado o conceito, inicie dizendo que irá falar de um polígono convexo chamado Quadrilátero. Os(as) estudantes já sabem reconhecer a presença dos quadriláteros em seu dia a dia, como em modelos de terrenos, ladrilhos, peças de

VERSÃO PRELIMINAR

máquinas etc. Então, agora é necessário que eles(as) saibam defini-los e classificá-los por meio de demonstrações e da identificação de congruência de triângulos. Isso os(as) ajudará a organizar o conhecimento sobre o tema estudado.

É importante relembrar algumas características dos **quadriláteros**, pontuando que são polígonos formados por quatro segmentos de reta, chamados de lados (contorno). Os vértices são os pontos de encontro entre dois lados e os ângulos internos são determinados por dois lados consecutivos de um quadrilátero. Outras características importantes são que a soma dos ângulos internos é sempre igual a 360°, a soma entre um ângulo interno de um quadrilátero e o ângulo externo adjacente a ele é igual a 180° e seu perímetro é igual à soma dos comprimentos de seus lados. Para elucidar esses conceitos, utilize a imagem da obra de arte e mais um exemplo:

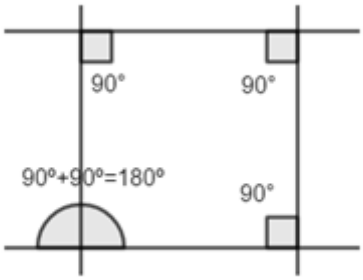


Ilustração: Fabíola de F. Coelho

Retome a obra de arte e explique que ainda podemos fazer outra análise: a de semelhança e congruência. Apresente alguns quadrados e retome os conceitos de semelhança, ampliação e redução de polígonos, pontuando também o que seria a congruência entre eles:

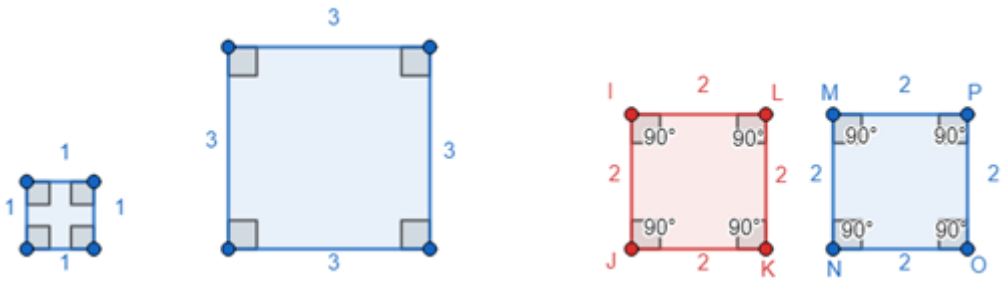


Ilustração: Lyara Araújo Gomes Garcia

É importante que os(as) estudantes compreendam que figuras são semelhantes quando os ângulos correspondentes são congruentes, mas as medidas dos lados podem ser diferentes (como no caso de ampliação e redução de uma figura) ou elas podem ser semelhantes e congruentes quando todas as medidas dos ângulos e dos lados forem iguais.

Abordando esse conceito, apresente duas figuras de triângulos e proponha alguns questionamentos:

- Podemos encontrar triângulos em obras de arte?
- Podemos encontrar triângulos cortando um quadrado?
- Dois triângulos podem ser semelhantes seguindo-se o mesmo raciocínio utilizado para o quadrado?
- E a congruência de dois triângulos pode ser semelhante seguindo-se o mesmo raciocínio utilizado para o quadrado?

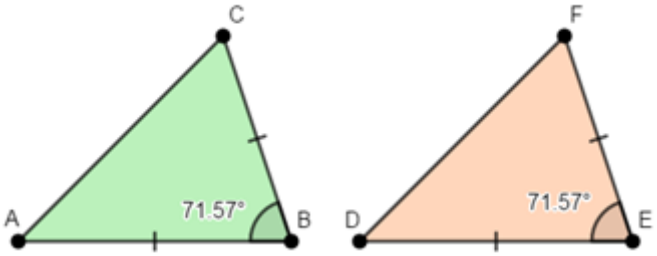
A partir desses questionamentos, esclareça que existem obras de arte que utilizam diversas figuras geométricas e que podemos cortar um quadrado na diagonal e formar dois triângulos. Para o trabalho com congruência, proponha uma atividade em grupo com o objetivo de estudar um pouco mais dos triângulos. Distribua quatro pares de triângulos (Anexo 1) para cada grupo e oriente-os a identificar as características desses pares, realizando as medições. Acompanhe o processo e, em seguida, proponha uma socialização das descobertas.

Após a socialização, explique as características dos triângulos, conforme a tabela a seguir, acrescentando que todo triângulo com dois ângulos congruentes é isósceles.

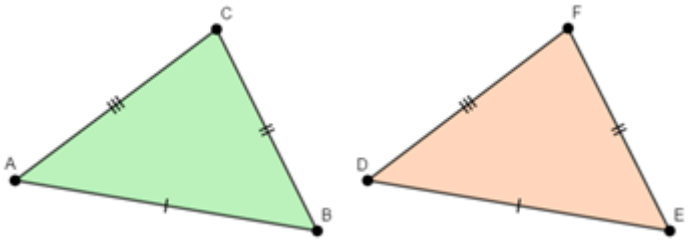
Definições e Exemplos

VERSÃO PRELIMINAR

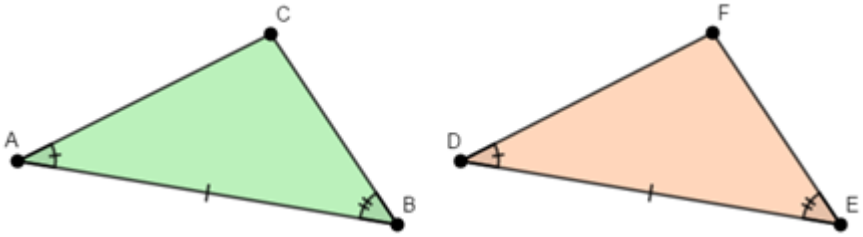
LAL (lado, ângulo, lado): dois lados congruentes e ângulos formados também congruentes.



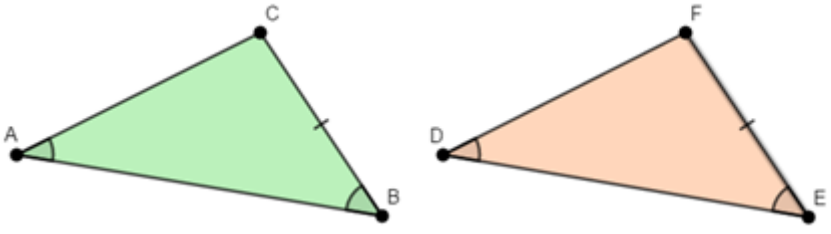
LLL (lado, lado, lado): três lados congruentes.



ALA (ângulo, lado, ângulo): dois ângulos congruentes e lado entre os ângulos congruentes.

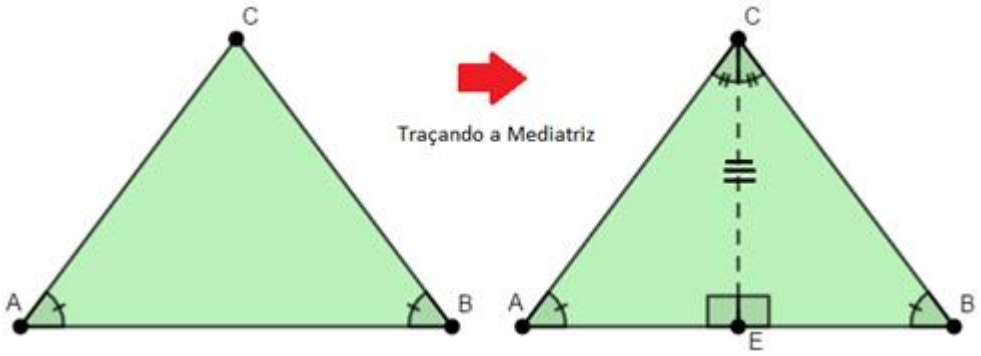


LAA (lado, ângulo, ângulo): congruência do ângulo adjacente ao lado e congruência do ângulo oposto ao lado.



VERSÃO PRELIMINAR

Todo triângulo com dois ângulos congruentes é isósceles.



Ilustrações: Fabíola de F. Coelho

Professor(a), para ampliar o conhecimento dos(as) estudantes, você poderá propor que façam mais pesquisas de obras de arte que contemplem o tema abordado. Proponha os seguintes artistas: Theo van Doesburg, Lygia Clark, Luiz Vaciotto, Piet Mondrian, dentre outros.

Etapa 2 – Metodologia da Investigação Matemática

Os(as) estudantes realizarão três atividades experimentais sobre os quadriláteros, dentre as quais serão destacadas as demonstrações dos paralelogramos e dos trapézios, finalizando com uma atividade extra, que busca a compreensão do pensamento computacional e a construção de um organograma.

Para que a habilidade seja compreendida em todo o seu contexto, é preciso que eles(as) estejam cientes do que são triângulos congruentes e como podem formar um quadrilátero. Caso seja necessário, retome alguns conceitos utilizando uma projeção e o *software* Geogebra para explorar mais as demonstrações.

Etapa 3 – Atividade experimental

A seguir são propostas três atividades experimentais, organizadas no quadro a seguir:

Atividades Experimentais	Tema das Atividades	Objetos do Conhecimento
1ª	Conhecendo o Paralelogramo	Paralelogramo

VERSÃO PRELIMINAR

2ª	Conhecendo o Trapézio	Trapézio
3ª	Construindo um Organograma dos Quadriláteros	Quadriláteros

As **Atividades Experimentais 1** e **2** se baseiam em demonstrações. Os(as) estudantes, ao realizarem as atividades, devem ser estimulados(as) a investigar, criar hipóteses, participando da construção e do encadeamento das ideias presentes nas demonstrações. Acompanhe o processo e valorize cada descoberta deles(as), estimulando-os(as) a buscar conhecimento, reforçando que, por meio do aprendizado, conseguimos compreender mais nosso cotidiano.

Para as **Atividades 1** e **2,** providencie os seguintes materiais: papel-cartão ou cartolina, canetas hidrocor, réguas graduadas, tesoura, transferidores e cópias dos moldes dos polígonos (Anexo 2), para que sejam realizadas em duplas. Caso os(as) estudantes apontem diferenças nos valores obtidos, explique que essa imprecisão ocorre em virtude dos métodos imprecisos de construção e que, apesar dos valores divergentes, as propriedades continuam sendo válidas.

1ª Atividade Experimental: Conhecendo o Paralelogramo

1º Passo: Com o molde do paralelogramo em mãos, eles(as) o construirão na folha de papel- cartão ou cartolina. Depois, peça que nomeiem os vértices e, com o auxílio do transferidor, meçam os ângulos internos do polígono construído. Após a medições, solicite que tracem a diagonal $\overline{AC}$ e meçam os ângulos formados após desenharem a diagonal. Veja a imagem a seguir:

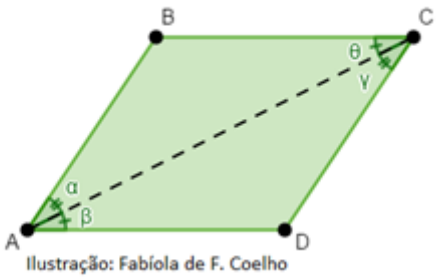


Ilustração: Fabíola de F. Coelho

Feitas as marcações, questione os(as) estudantes:

VERSÃO PRELIMINAR

- Que tipo de relação é possível estabelecer entre os ângulos internos destacados no paralelogramo que vocês criaram?
- O que podemos dizer sobre os lados do $\underline{AD}$ e $\underline{BC}$?
- Quando traçamos a diagonal, o que foi possível perceber?

É preciso que eles(as) observem que:

- Os lados $\underline{AD}$ e $\underline{BC}$ são paralelos, assim como os lados $\underline{AB}$ e $\underline{DC}$;
- Os ângulos β e θ são alternos internos, sendo, portanto, congruentes, assim como os ângulos α e γ;
- A diagonal $\underline{AC}$ representa um lado comum aos triângulos ADC e ABC, logo, pelo caso de congruência de triângulos **ALA**, tem-se que os triângulos são congruentes;
- Conclui-se que os lados opostos são congruentes entre si.

Apresente a **1ª Propriedade dos Paralelogramos:**

Em todo paralelogramo, dois lados opostos são congruentes.

Determinada a 1ª Propriedade, peça aos(às) estudantes que, com o mesmo molde, recortem o paralelogramo pela diagonal traçada, dividindo-o em dois triângulos ADC e ABC.

Professor(a), diga a eles(as) que sobreponham esses triângulos, alinhando os ângulos β e θ, α e γ, e os lados $\underline{AC}$, que são comuns a ambos os triângulos.

Com essa demonstração, os(as) estudantes concluirão que $\underline{AB}$ e $\underline{DC}$ como $\underline{AD}$ e $\underline{BC}$ possuem mesmas medidas de comprimento.

VERSÃO PRELIMINAR

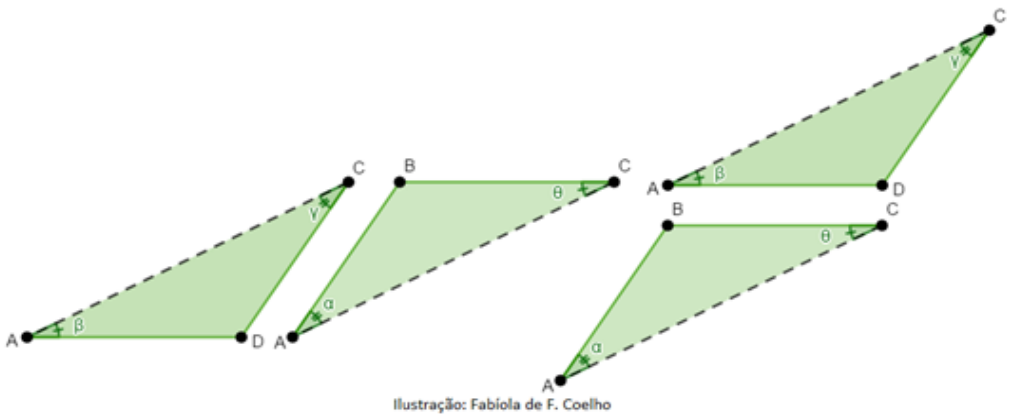


Ilustração: Fabíola de F. Coelho

2º Passo: Proponha a eles(as) que demonstrem que os ângulos $A\hat{B}C$ e $A\hat{D}C$ são congruentes. Para isso, devem construir outro molde do paralelogramo em papel-cartão ou cartolina, seguindo o mesmo raciocínio utilizado no **Passo 1**, considerando agora a diagonal $\underline{BD}$.

Pela propriedade vista anteriormente, tem-se que os triângulos ABC e ADC são congruentes, portanto, os ângulos $A\hat{B}C$ e $A\hat{D}C$ são congruentes entre si. Diante disso, espera-se que concluam que os triângulos ABD e BCD também são congruentes, tornando os ângulos $B\hat{A}D$ e $B\hat{C}D$ congruentes entre si. Com isso, conclui-se que $A\hat{B}C$é congruente a $A\hat{D}C$e $B\hat{A}D$ ao $B\hat{C}D$.

Anuncie aos(às) estudantes a **2ª Propriedade dos Paralelogramos:**

Em todo paralelogramo, dois ângulos opostos são congruentes.

Para verificação, peça aos(às) estudantes que utilizem o transferidor e determinem as medidas dos ângulos internos do paralelogramo, verificando que possuem medidas iguais.

3º Passo: Novamente, peça que construam uma cópia do paralelogramo em papel-cartão ou cartolina, conforme procedimento já realizado. Dessa vez, eles(as) devem traçar no molde as duas diagonais $\underline{AC}$ e $\underline{BD}$ do paralelogramo, determinando seu ponto de interseção, medindo as distâncias do ponto **E** até os vértices e os ângulos internos destacados na imagem a seguir.

VERSÃO PRELIMINAR

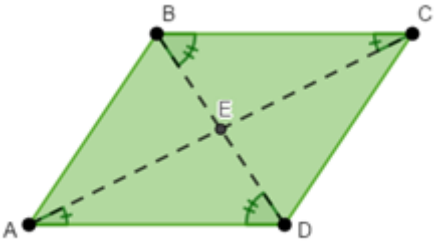


Ilustração: Fabíola de F. Coelho

Diga que, conforme visto, por serem alternos internos, podemos concluir que o triângulo ADE é congruente a CBE e DAE ao BCE. Da 1ª Propriedade, é preciso que os(as) estudantes concluam que os lados $\underline{AD}$ e $\underline{CB}$ são congruentes. Logo, pelo caso de congruência **ALA**, os triângulos ADE e CBE são congruentes. Como $\underline{AE}$ e $\underline{CE}$ são congruentes, o ponto E é ponto médio da diagonal $\underline{AC}$. Como os lados $\underline{DE}$ e $\underline{BE}$ são congruentes, o ponto E é ponto médio da diagonal $\underline{DE}$. Portanto, as diagonais se cruzam em seus respectivos pontos médios.

Anuncie aos(às) estudantes a **3ª Propriedade dos Paralelogramos:**

> Em todo paralelogramo, as diagonais se cruzam no ponto médio.

Para verificação da propriedade apresentada, oriente-os(as) a recortar o molde construído, destacando os triângulos ADE e CBE e sobrepondo os lados que compõem a mesma diagonal verificando, portanto, que possuem a mesma medida de comprimento.

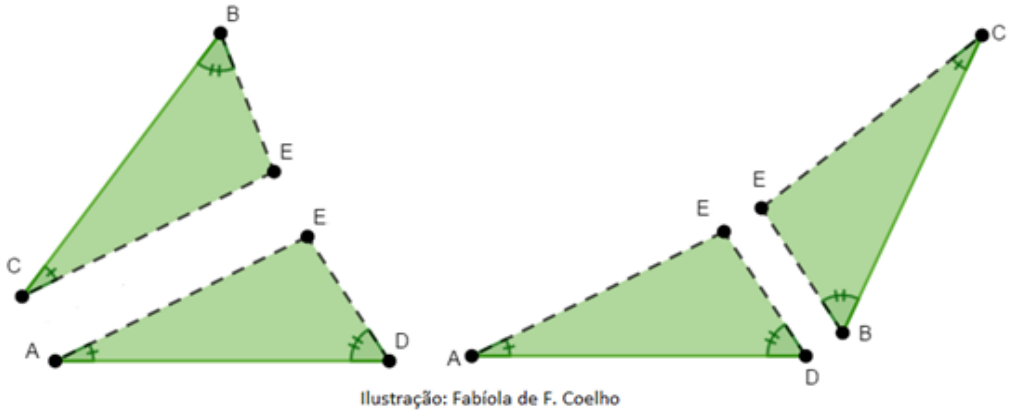


Ilustração: Fabíola de F. Coelho

2ª Atividade Experimental: Conhecendo o Trapézio

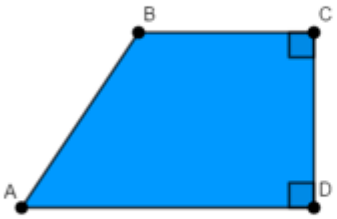
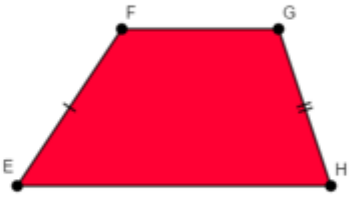
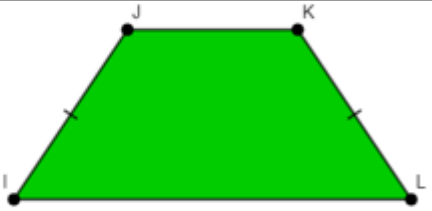
VERSÃO PRELIMINAR

Esta atividade tem como objetivo demonstrar as propriedades dos trapézios isósceles.

Inicie a atividade relembrando o que é um trapézio e quais suas características principais. Faça uma breve discussão em torno da apresentação. Professor(a), é necessário que os(as) estudantes compreendam que:

Trapézios: Possuem um par de lados paralelos, chamados de base maior e base menor.

Antes de iniciar as demonstrações, retome com eles(as) os trapézios a seguir e suas classificações:

Trapézio Retângulo	Trapézio Escaleno	Trapézio Isósceles
É aquele que apresenta dois ângulos retos.	É aquele em que os lados não paralelos não são congruentes.	É aquele em que os lados não paralelos são congruentes.
		
$\overline{DC}$ é perpendicular a $\overline{AD}$ assim como, $\overline{DC}$ é perpendicular a $\overline{BC}$.	*$\overline{EF}$ e $\overline{HG}$ possuem medidas de comprimento diferentes.*	*$\overline{IJ}$ e $\overline{LK}$ possuem medidas de comprimento iguais.*

Ilustrações: Fabíola de F. Coelho

Comente que o trapézio isósceles apresenta duas propriedades, que vamos demonstrar a seguir.

1º Passo: A 1ª Propriedade diz respeito às medidas dos ângulos internos relacionados à mesma base.

Novamente, organize os(as) estudantes em duplas, distribua uma folha de papel-cartão ou cartolina, canetas hidrocor, uma régua graduada, uma tesoura, um transferidor, além de uma cópia do molde do trapézio encontrado no anexo.

Oriente-os(as) a fazer o trapézio sobre o papel-cartão ou cartolina e recortá-lo.

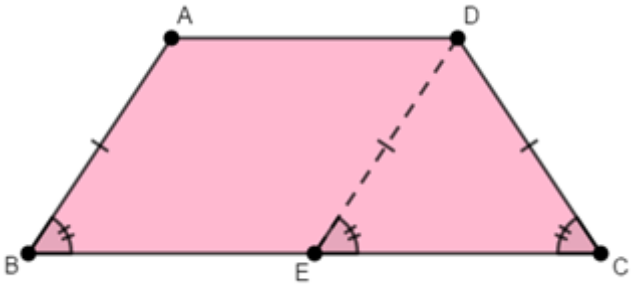


Ilustração: Fabíola de F. Coelho

Considerando o trapézio isósceles(as) ABCD, com os lados $\underline{AD}$ e $\underline{BC}$ paralelos, traçando um segmento de reta $\underline{DE}$ paralelo à $\underline{AB}$, com E pertencente a $\underline{BC}$, obtém-se um paralelogramo ABED. Assim, $\underline{AB}$ e $\underline{DE}$ são congruentes.

Como ABCD é trapézio isósceles, então, $\underline{AB}$ e $\underline{DC}$ são congruentes, e vice-versa. Logo, o triângulo CDE é isósceles e, portanto, $C\hat{E}D$ é congruente a $D\hat{C}E$. Como $\underline{AB}$ é paralelo a $\underline{DE}$, $A\hat{B}E$ é congruente ao $D\hat{E}C$, pois são ângulos correspondentes. Portanto, $A\hat{B}C$ é congruente ao $D\hat{C}B$.

Agora, observe os ângulos $B\hat{A}D$ e $A\hat{D}C$, além de $A\hat{B}C$ e $D\hat{C}B$: ambos os pares representam ângulos colaterais internos, portanto, suplementares. Desse modo, $med(B\hat{A}D) = med(A\hat{D}C)$.

Apresente aos(às) estudantes a **1ª Propriedade dos Trapézios Isósceles:**

> Em um **trapézio isósceles**, os ângulos internos correspondentes aos vértices da mesma base são congruentes.

2º Passo: A 2ª Propriedade do Trapézio Isósceles diz respeito à medida do comprimento das suas diagonais.

Oriente-os(as) a fazerem dois trapézios sobre o papel-cartão ou cartolina, recortando-os em seguida.

VERSÃO PRELIMINAR

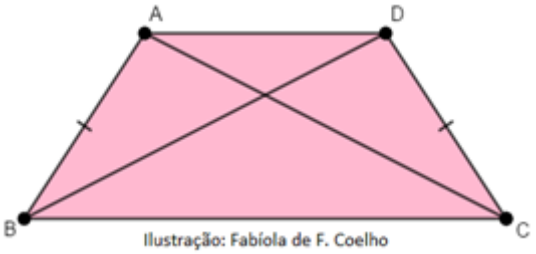


Ilustração: Fabíola de F. Coelho

Considerando o trapézio isósceles ABCD e traçando as diagonais $\underline{AC}$ e $\underline{DB}$, obtêm-se os triângulos ABC e DCB, com $\underline{AC}$ lado em comum. Como o trapézio é isósceles, o lado $\underline{AB}$ é congruente ao $\underline{DC}$. Da propriedade anterior, o ângulo $A\hat{B}C$ é congruente ao $D\hat{C}B$. Portanto, pelo caso de congruência **LAL**, os triângulos ABC e DCB são congruentes. Logo, $\underline{AC}$ é congruente à diagonal $\underline{DB}$.

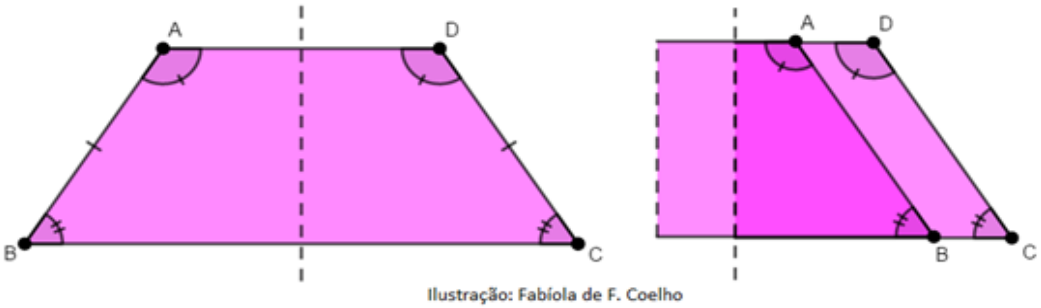


Ilustração: Fabíola de F. Coelho

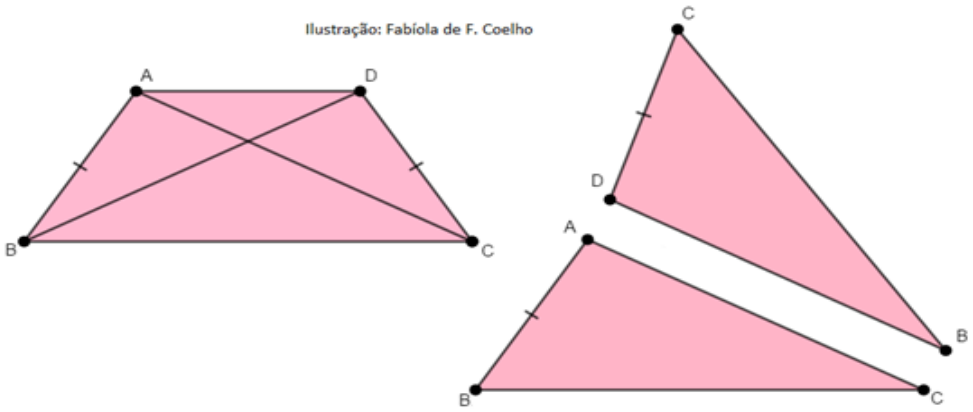
Apresente aos(às) estudantes a **2ª Propriedade dos Trapézios Isósceles:**

Em um **trapézio isósceles**, as diagonais são congruentes.

Para verificar essa propriedade, oriente-os(as) a recortarem os dois trapézios construídos de maneira a obterem os triângulos ABC e DCB. Sobrepondo os lados dos triângulos $\underline{AC}$ e $\underline{DB}$, eles(as) verificarão que ambos os lados possuem a mesma medida de comprimento.

VERSÃO PRELIMINAR

Ilustração: Fabíola de F. Coelho



3ª Atividade Experimental: Construindo um Organograma dos Quadriláteros

Esta atividade experimental é um complemento à Situação de Aprendizagem. Construa com os(as) estudantes um quadro-resumo, sintetizando todos os conhecimentos que nela foram adquiridos. A elaboração de resumos também é importante na Matemática. Faça a mediação dessa atividade, ensinando como organizar conceitos e fatos. Veja a proposta a seguir, lembrando que há mais propriedades que eles(as), no percurso, irão sugerir. Portanto, verifique a incoerência e destaque.

Quadriláteros	Propriedades
Paralelogramos	- Têm lados opostos e ângulos congruentes; - Ângulos de um mesmo lado são suplementares; - As diagonais se cortam em seus pontos médios; - Possuem dois pares de lados paralelos.
Trapézios	- Os ângulos da base de um trapézio isósceles são congruentes; - Possuem um par de lados paralelos.
Retângulos	- Têm as propriedades dos paralelogramos; - Suas diagonais são congruentes.
Losangos	- Têm as propriedades dos paralelogramos; - Suas diagonais são perpendiculares.
Quadrados	- Têm todas as propriedades dos paralelogramos, retângulos e

PUBLICAÇÃO PRELIMINAR

	losangos, mas com a característica de possuir lados e ângulos congruentes.

Feito esse quadro-resumo, proponha aos(às) estudantes que construam um Organograma dos Quadriláteros Notáveis, que pode ser construído por meio de ferramenta digital ou manuscrito. Veja sugestão:

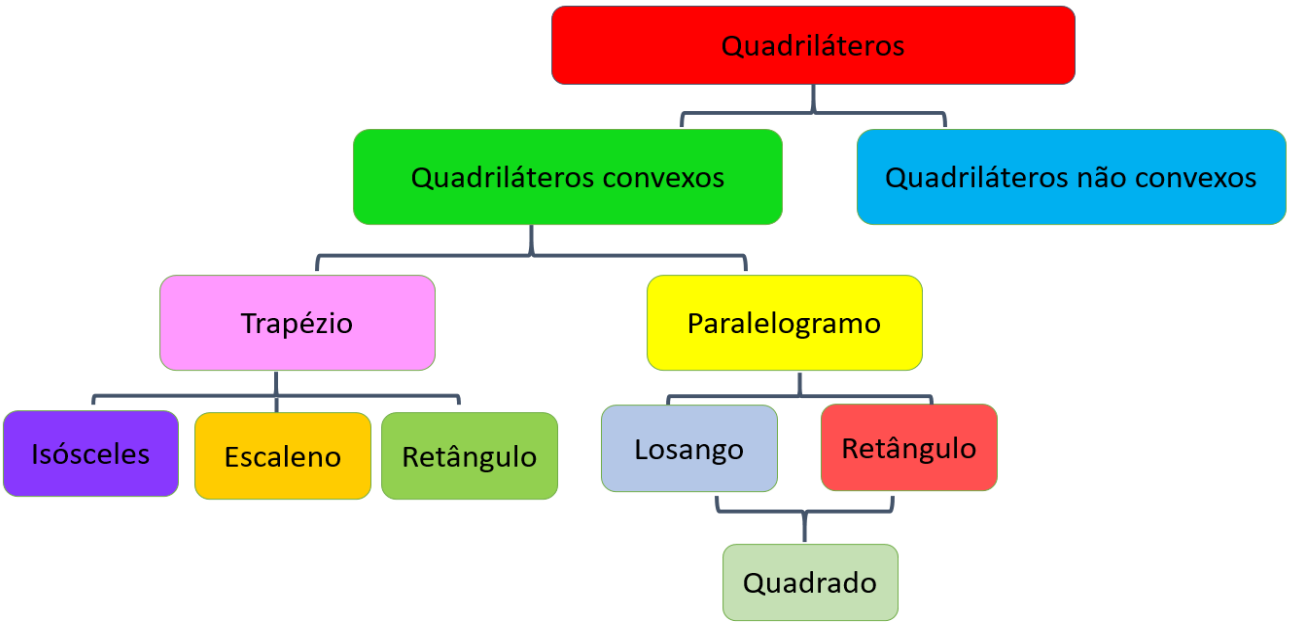


Ilustração: Lyara Araújo Gomes Garcia

Outra maneira de representar o estudo de quadriláteros é com diagramas, como apresentado a seguir:

VERSÃO P

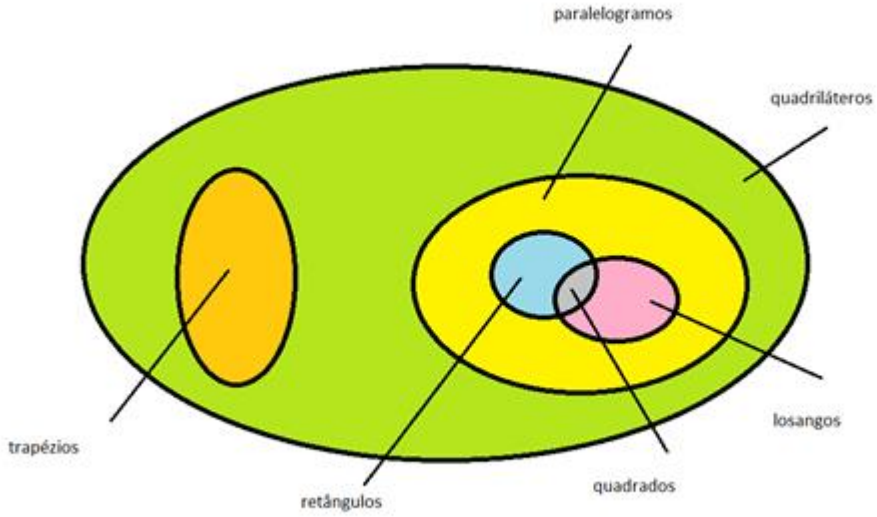


Ilustração: Fabíola de F. Coelho

A classificação habitual para os quadriláteros baseia-se em paralelismo, perpendicularismo e congruência. Portanto, há várias possibilidades de representações dos quadriláteros e é fundamental que, você, professor(a), defina qual a melhor para sua turma.

Etapa 4 – Resultados

Espera-se que os(as) estudantes, ao desenvolverem as atividades experimentais propostas, consigam atingir a habilidade de demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos e desenvolvam a Competência Específica 3, que é compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (aritmética, álgebra, geometria, estatística e probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

Todo o processo da Situação de Aprendizagem deverá ser monitorado com atividades de exploração investigativa, demonstrações de conceitos e criação de situações propostas durante todo o percurso. O registro por meio de um portfólio é uma das formas de obter os resultados, mas há outras possibilidades, dependendo da realidade de cada turma.

VERSÃO PRELIMINAR

Etapa 5 – Avaliação

A avaliação desta Situação de Aprendizagem deve ser feita ao longo do desenvolvimento das atividades. Ao final, proponha aos(às) estudantes que criem uma obra de arte, podendo ser expressa pela pintura de um quadro ou um azulejo, recortes de tecidos para a construção de uma peça de roupa, uma colcha, um guardanapo. É importante lembrar que tudo deve ter envolvimento com conceitos construídos sobre quadriláteros, podendo ser realizado com o componente curricular de Arte, favorecendo, assim, a interdisciplinaridade. Proponha também a criação de um mapa mental com os conceitos estudados, para auxiliar na sistematização das informações. É fundamental que eles(as) compreendam que o processo avaliativo é o acompanhamento da aprendizagem, dando oportunidade de cada um verificar suas dificuldades e necessidades na construção do conhecimento. Dessa forma, a avaliação será vista de forma relevante para o processo de aprendizagem.

PARA SABER MAIS:

Ferramenta Geogebra: Versão *on-line*: https://www.geogebra.org/m/t4gc6w4f

Download para computador e celular:

https://www.geogebra.org/download?lang=pt

Propriedades de quadriláteros. Khan Academy Brasil. Disponível em:

https://www.youtube.com/watch?v=Ofl8S1b1WX4. Acesso em: 27 jul. 2020.

Resumo: Este vídeo apresenta as propriedades dos quadriláteros através da classificação de uma figura plana.

Quadriláteros – Paralelogramo, Quadrado, Retângulo, Losango e Trapézio: Matemática do ENEM. Matemática Rio com Prof. Rafael Procópio. Disponível em:

https://www.youtube.com/watch?v=vmpbGU9DImQ. Acesso em: 27 jul. 2020.

Resumo: Aula de Geometria com introdução aos quadriláteros.

VERSÃO PRELIMINAR

8º Ano – Quadriláteros (Completo) (19/21) – Geometria Plana – Ensino Fundamental. Matemática Passo a Passo. Disponível em:

https://www.youtube.com/watch?v=2ByqRRbpbEM. Acesso em: 27 jul. 2020.

Resumo: Essa videoaula é voltada para o 8º Ano com a abordagem de Geometria Plana.

Referências:

https://novaescola.org.br/plano-de-aula/sequencia/propriedades-de-quadrilateros/89. Acesso em: 14 jul. 2020.

https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1376/investigando-propriedades-de-quadrilateros-trapezio-e-paralelogramo. Acesso em: 13 jul. 2020.

https://novaescola.org.br/plano-de-aula/628/quadrilateros-trapezio-isosceles(as)-e-paralelogramo. Acesso em: 14 jul. 2020.

https://plurallcontent.s3.amazonaws.com/oeds/NV_ORG/PNLD/PNLD20/Matematica_Essencial/8ano/CARACT/25_NOVA_MAT_8ANO_4BIM_Sequencia_didatica_10_CARACT.pdf. Acesso em: 27 jul. 2020.

https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1294 Acesso em: 27 jul. 2020.

http://www.colegiobrasilis.com.br/destaque/criancas-fazem-releitura-de-obra-do-alemao-josef-albers. Acesso em: 27 jul. 2020.

http://www.novaprint.com.br/professores/literatura-infantil-o-bosque-das-figuras-planas-ivete-raffa. Acesso em: 27 jul. 2020.

https://www2.ufjf.br/mestradoedumat//files/2011/09/PRODUTO-EDUCACIONAL-Rosiney.pdf. Acesso em: 27 jul. 2020.

http://prpi.ifce.edu.br/nl/_lib/file/doc520-Trabalho/O-uso-de-demonstra%E7%F5es-matem%E1ticas-no-anos-finais-do-Ensino-Fundamental.pdf. Acesso em: 29 jul. 2020.

https://brasilescola.uol.com.br/o-que-e/matematica/o-que-sao-quadrilateros.htm. Acesso em: 29 jul. 2020.

VERSÃO PRELIMINAR

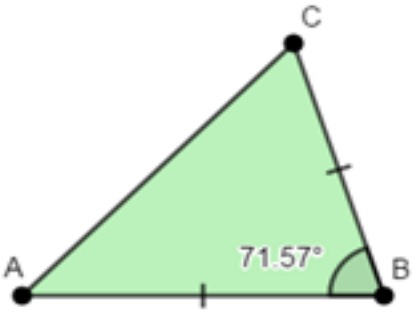
https://www.guiadasartes.com.br/josef-albers/obras-e-biografia. Acesso em: 29 jul. 2020.

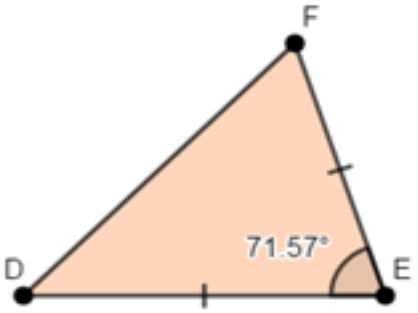
https://www.wikiart.org/pt/josef-albers. Acesso em: 27 jul. 2020.

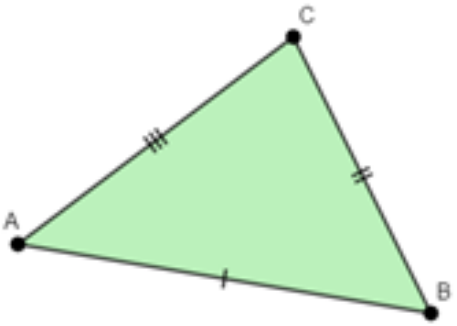
https://brasilescola.uol.com.br/matematica/congruencia-e-semelhanca-de-triangulos.htm#:~:text=Semelhan%C3%A7a%20de%20Tri%C3%A2ngulos-,Matem%C3%A1tica,a%20congru%C3%AAncia%20entre%20os%20tri%C3%A2ngulos.&text=3%C2%BA%20ALA%20(%C3%A2ngulo%2C%20lado%2C,lado%20entre%20os%20%C3%A2ngulos%20congruente. Acesso em: 4 ago. 2020.

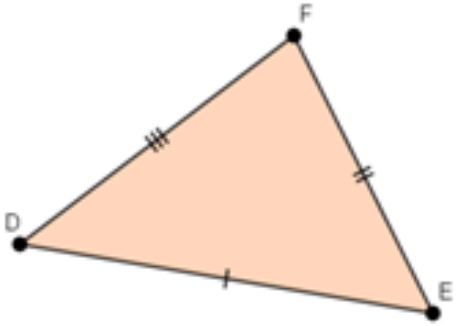
VERSÃO PRELIMINAR

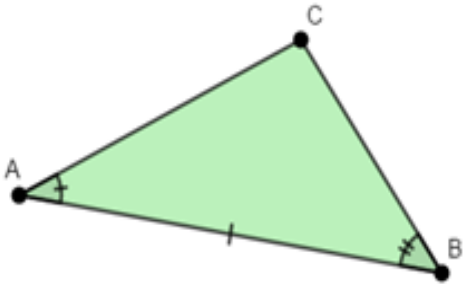
Anexo 1

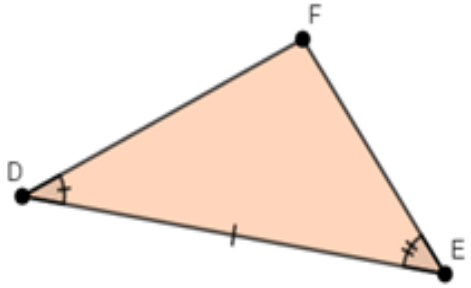


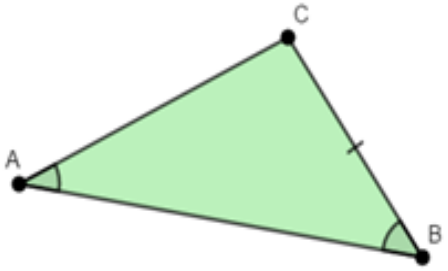


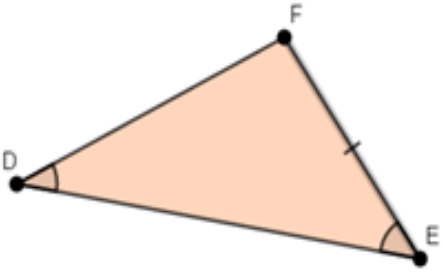




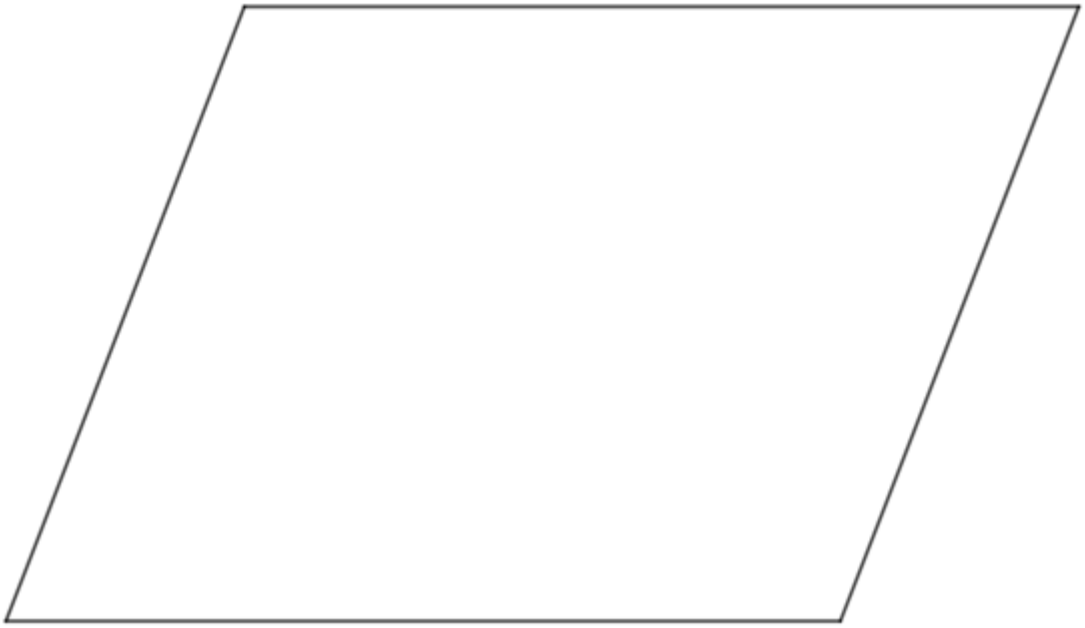


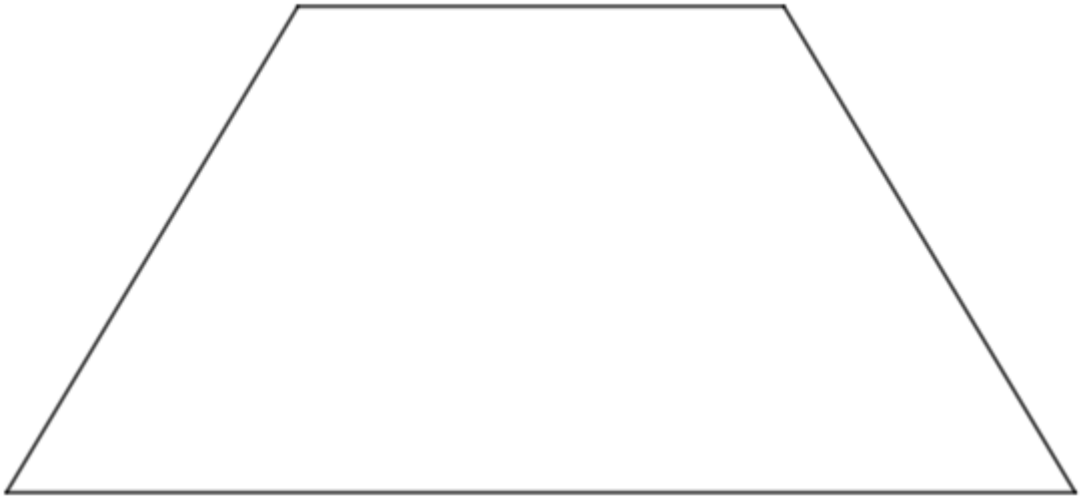






Anexo 2:





Situação de Aprendizagem 2 - Caçadores de Pipas

Professor(a), esta Situação de Aprendizagem está alinhada ao Currículo Paulista. Os(as) estudantes irão conhecer a história das pipas, auxiliar na construção dos conceitos matemáticos e despertar o trabalho colaborativo. Durante a sua realização, eles(as) terão a oportunidade de conhecer e aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz de forma estimulante e prazerosa, desenvolvendo suas capacidades de raciocinar, conhecer, questionar, aplicar e tirar conclusões, sendo estimulados(as) a se tornarem protagonistas de seu aprendizado.

Ao final, será proposta uma exposição com os trabalhos realizados, valorizando cada estudante. Todo esse processo contribui para o aprendizado, a construção de sua identidade e pertencimento à unidade escolar.

Unidade Temática: Geometria

Habilidades: (EF08MA17) Conhecer e aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.

Objetos de conhecimento: Mediatriz e bissetriz como lugares geométricos: construção e problemas.

Competências Socioemocionais: Iniciativa social, entusiasmo, responsabilidade, organização e imaginação criativa.

Para realizar as atividades propostas nesta Situação de Aprendizagem, os(as) estudantes irão aprimorar a habilidade de empatia com os(as) colegas para que o trabalho em grupo seja efetivo e que a comunicação na exposição das atividades fique clara. Para isso, é importante terem a responsabilidade e o entusiasmo durante todo o processo de construção, experimentação e aplicação dos conceitos; serem organizados diante de um planejamento eficaz para que todo o processo atinja as metas estabelecidas.

- **Iniciativa social:** ser capaz de abordar e se conectar com outras pessoas, tanto com amigos como pessoas desconhecidas, iniciando, mantendo e apreciando o contato social; ter habilidade em trabalhos de grupo, incluindo expressividade comunicativa, como falar em público.

VERSÃO PRELIMINAR

- **Entusiasmo:** demonstrar paixão e empolgação pela vida; ir ao encontro a suas atividades diárias com energia, entusiasmo e uma atitude positiva.
- **Responsabilidade:** autorregular o que precisa para completar as suas responsabilidades, cumprir seus compromissos, agir de maneira confiante e consistente e inspirar confiança.
- **Organização:** ter habilidades organizacionais e atenção meticulosa a detalhes importantes para planejamento e a execução de planos para objetivos de longo prazo.
- **Imaginação criativa:** ser capaz de gerar novas maneiras de pensar e agir por meio da experimentação, brincadeira, aprender com seus erros.

Quantidade de aulas previstas: 12 aulas.

Etapas da Situação de Aprendizagem:

Etapa 1 - Levantamento de Conjecturas

Professor(a), inicie esta atividade propondo aos(às) estudantes uma pesquisa sobre a construção de pipas e a matemática, sua história e curiosidades. Será utilizada a metodologia de sala de aula invertida com o objetivo de estimular, por meio de pesquisas, o protagonismo no processo de construção de sua aprendizagem.

https://cdn.pixabay.com/photo/2012/05/07/17/26/green-48752_960_720.png. Acesso em: 24 ago. 2020.

Sugira alguns questionamentos para orientar a pesquisa e que serão discutidos posteriormente, como:

- Quais tipos de pipas existem pelo Brasil e pelo mundo?
- Por que tem esses nomes?
- A matemática está presente na construção das pipas?
- Quais são as condições necessárias para que uma pipa voe?
- Quais os cuidados a serem tomados para soltar uma pipa?
- Quais os melhores materiais para a construção das pipas?
- Qual fato você achou interessante sobre a história das pipas?
- Por fim, descreva uma curiosidade.

VERSÃO PRELIMINAR

A pesquisa tem o propósito de instigar a curiosidade e identificar conceitos matemáticos, como mediatriz e bissetriz no cotidiano, os quais serão trabalhadas durante as atividades.

Com a pesquisa realizada pelos(as) estudantes, organize a turma em um semicírculo para as apresentações e discussões. Durante a apresentação, retome os questionamentos anteriores, promovendo uma troca de conhecimentos e curiosidades. Realize, ainda, alguns questionamentos para dar início ao trabalho com os conceitos matemáticos:

https://pxhere.com/pt/photo/696289

- Quais conceitos matemáticos vocês observaram nas pipas?
- Quais figuras geométricas vocês enxergam na pipa?
- Para a construção de uma pipa, é necessário realizar algumas medições ou cálculos?

https://pxhere.com/pt/photo/1076951

Professor(a), neste momento você pode complementar as discussões trazendo a seguinte curiosidade:

Na China acontece o maior festival de pipas, como descrito a seguir:

Vocês sabiam que na cidade de Weifang, localizada na província de Shandong, na Costa Leste da China, durante o mês de abril, quando se comemora a primavera, acontece o maior festival anual de pipas do mundo?
Disponível em: https://en.wikipedia.org/wiki/Kite#/media/File:Kitesflying.jpg. Acesso em: 24 ago. 2020.

Após as apresentações e discussões das pesquisas, nas quais os(as) estudantes tiveram a oportunidade de expor suas descobertas e impressões, continue com os questionamentos, com foco no desenvolvimento dos conceitos matemáticos:

- O que vocês imaginam quando falamos em “lugar geométrico”?

VERSÃO PRELIMINAR

- Vocês conseguem observar alguns lugares geométricos nas pipas?
- Sabemos que retas perpendiculares e mediatriz são conceitos matemáticos que aparecem na construção de pipas. O que vocês sabem sobre esses conceitos?
- Quais outros conceitos matemáticos vocês conseguem identificar nas pipas?

Professor(a), após esses questionamentos e outros que surgirem durante a socialização, converse com eles(as) sobre os conceitos abordados, retomando alguns, como ângulos, retas paralelas e perpendiculares, entre outros. Inicie, explanando que **lugar geométrico** é uma região determinada por um conjunto de pontos que possuem as mesmas propriedades, ou seja, uma característica comum a todos eles. Em seguida, cite alguns lugares geométricos, como circunferência, mediatriz, retas paralelas e bissetriz.

Para a construção dos conceitos de mediatriz e bissetriz, proponha aos(às) estudantes que, em duplas, realizem as construções em uma folha sulfite, utilizando lápis, borracha, compasso e régua ou recursos digitais, como o Geogebra.

Para o trabalho com a mediatriz, primeiramente solicite que desenhem um segmento de reta e em suas extremidades marque os pontos A e B. Agora, peça que abram o compasso com uma medida um pouco maior que a metade do segmento de reta, depois coloquem a ponta seca do compasso no ponto A e tracem um semicírculo, conforme a figura:

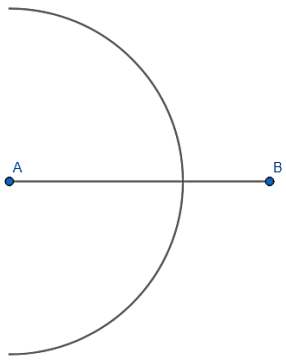
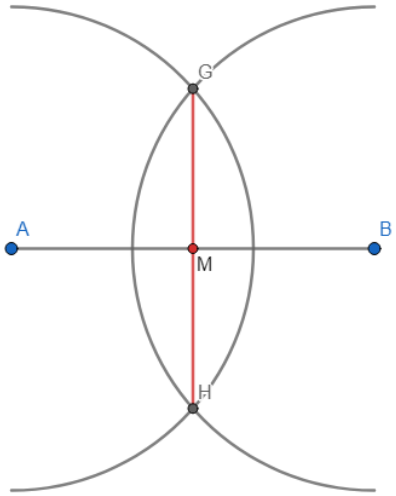


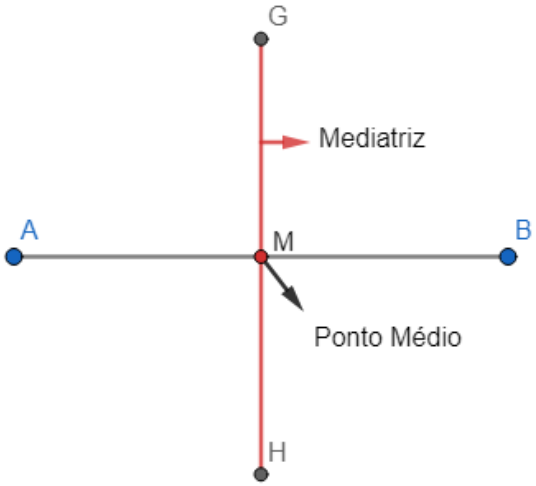
Ilustração: Lyara Araújo Gomes Garcia

Oriente que realizem o mesmo procedimento para o ponto B. Após os dois semicírculos traçados, é possível perceber que se cruzam em dois pontos (um acima do segmento e outro abaixo). Agora, utilizando a régua, peça que unam os pontos, assim

VERSÃO PRELIMINAR

essa reta traçada é a mediatriz do segmento AB e o ponto que liga os dois segmentos é o ponto médio de AB, conforme a figura:



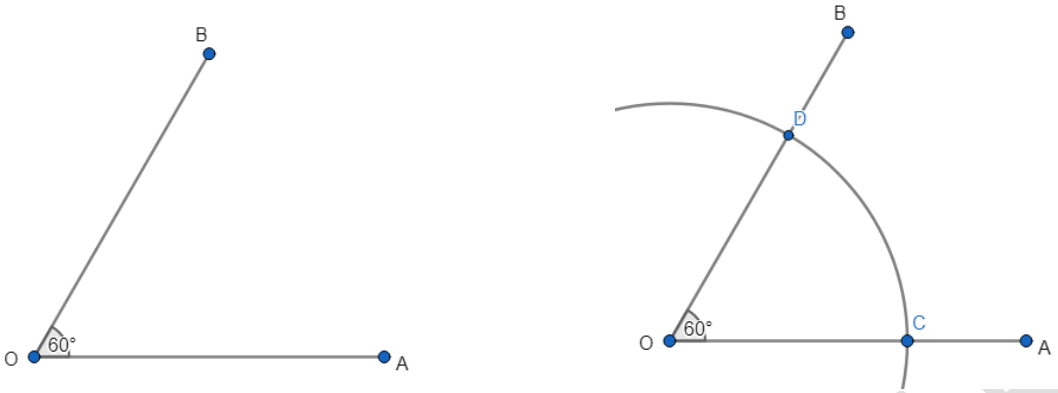


Ilustrações: Lyara Araújo Gomes Garcia

Professor(a), ao término da construção da mediatriz, esclareça que é uma reta perpendicular a um segmento de reta (no caso AB), que passa pelo ponto médio de AB e que todos os pontos da mediatriz são equidistantes dos pontos AB (extremidades do segmento). Para elucidar, pode ser proposto que realizem medições de um ponto qualquer da mediatriz até as extremidades.

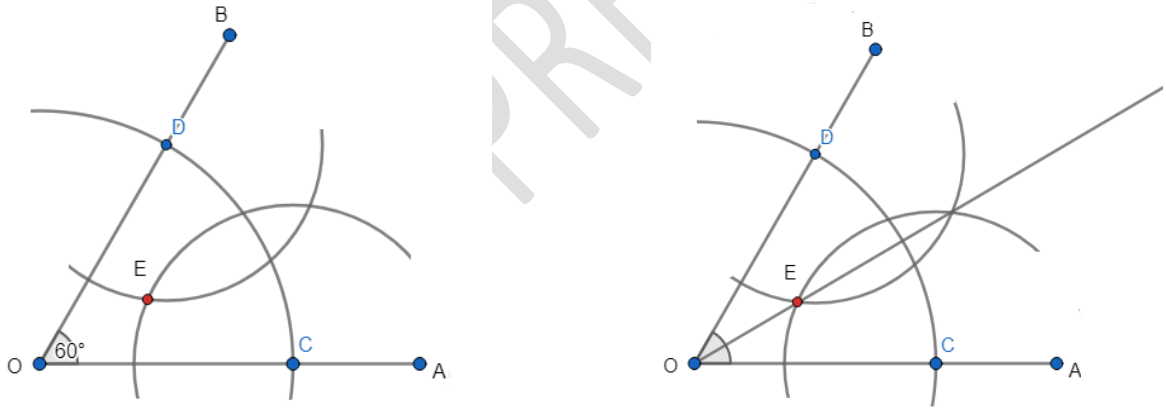
Proponha a construção da bissetriz, mas, primeiramente, oriente os(as) estudantes a desenharem um segmento de reta e em suas extremidades marquem os pontos O e A. Com o auxílio do transferidor, solicite que desenhem um ângulo de 60º no ponto O e façam o segmento OB. Em seguida, peça que abram o compasso e coloquem a ponta seca no vértice O, traçando um semicírculo sobre as semirretas, conforme a figura a seguir:

VERSÃO PRELIM



Ilustrações: Lyara Araújo Gomes Garcia

Posteriormente, solicite que coloquem a ponta seca do compasso no ponto C e façam semicírculo voltado para o ângulo (dentro da semicircunferência gerada) e, em seguida, façam o mesmo com o ponto D, com a mesma abertura no compasso, pedindo que tracem uma semirreta do vértice O passando pelo ponto gerado E; assim eles(as) encontrarão a bissetriz, que é a semirreta OE, conforme a figura:



Ilustrações: Lyara Araújo Gomes Garcia

Professor(a), ao término da construção, esclareça que a bissetriz é uma semirreta traçada a partir do vértice que divide o ângulo em dois ângulos que tem a mesma medida, ou seja, dois ângulos congruentes.

É importante que, ao final desta etapa da Situação de Aprendizagem, os(as) estudantes consigam compreender o que é mediatriz e bissetriz, para que realizem as próximas atividades.

Etapa 2 – Metodologia da Investigação Matemática

VERSÃO PRELIMINAR

Inicialmente, utilizamos o método de sala de aula invertida, que é uma modalidade na qual os objetos de conhecimento e as instruções são estudados antes dos(as) estudantes frequentarem a sala de aula. As pesquisas instigam-nos(as) a refletirem sobre os conceitos e a realizarem algumas atividades práticas, construindo o Letramento Matemático, por meio da investigação matemática.

Neste momento, eles(as) realizarão três atividades experimentais que irão auxiliar na compreensão e aplicação dos conceitos de mediatriz e bissetriz. Iremos trabalhar com esses conceitos na construção de pipas, relacionando a matemática ao cotidiano deles(as).

Os(as) estudantes terão autonomia na escolha de instrumentos para os experimentos e durante o processo serão introduzidos questionamentos, a fim de que haja organização, planejamento para o desenvolvimento da atividade, espírito de investigação e capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos.

Etapa 3 – Atividade experimental

A seguir são propostas três atividades experimentais, organizadas no quadro:

Atividades Experimentais	Tema das Atividades	Objetos do Conhecimento
1ª	Planejando a construção das pipas	Conceitos Geométricos (Mediatriz e Bissetriz)
2ª	Construindo pipas	Mediatriz e Bissetriz como Lugares Geométricos
3ª	Colocando as pipas no ar	

1ª Atividade Experimental: Planejando a construção das pipas.

Professor(a), para essa primeira atividade experimental, divida a turma em grupos e proponha aos(às) estudantes que façam um esboço das pipas que irão construir posteriormente, realizando as medições e sistematizando os conceitos matemáticos.

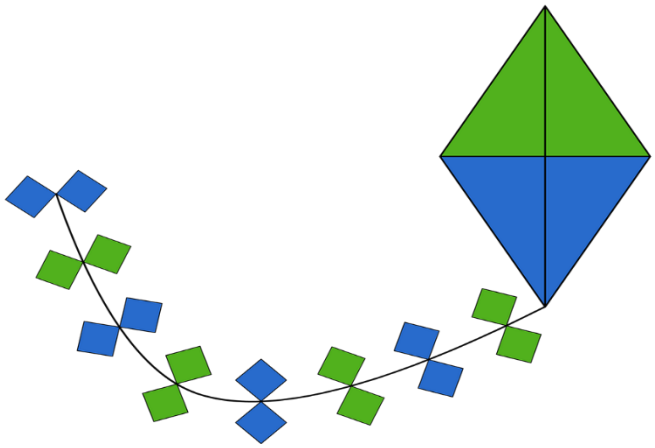
VERSÃO PRELIMINAR

Sugira que cada grupo faça o esboço de duas ou mais pipas e decidam o tamanho das varetas, determinando o ponto em que será realizada a amarração, identificando as figuras encontradas, as medidas de cada segmento e os ângulos.

A seguir, estão três modelos de pipas como sugestões, que, conforme visto anteriormente, possuem diferentes nomes, dependendo da localidade, além de um modelo de esboço e algumas descrições que eles(as) devem verificar durante o processo.

- ✓ **Pipa diamante ou pipa peixinho:** provavelmente a forma mais popular de pipa. Nesse formato as varetas formam um ângulo de 90º no ponto médio, gerado pela mediatriz das duas varetas, além das varetas se tornarem bissetrizes dos ângulos internos.

VERSÃO PRELIMINAR



https://pixabay.com/pt/illustrations/pipa-brinquedo-menino-verde-azul-1878060/

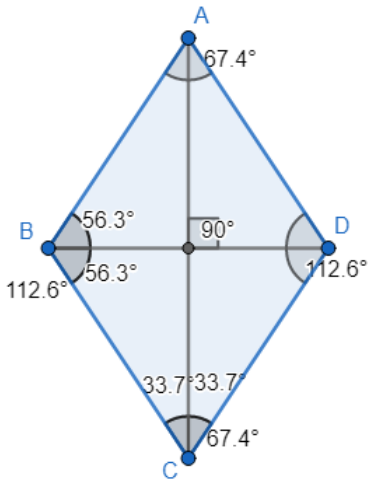


Ilustração: Lyara Araújo Gomes Garcia

- ✓ **Pipa arraia:** com ou sem rabiola e com uma das varetas curvadas, essa pipa tem formato quadrangular e, como na pipa anterior, as varetas formam um ângulo de 90º no ponto médio gerado pela mediatriz das duas varetas, além das varetas também serem bissetrizes dos ângulos internos. Contudo, como se trata de uma pipa quadrada, os ângulos serão todos iguais.

https://pixabay.com/pt/vectors/pipa-voar-outono-queda-vento-152756/

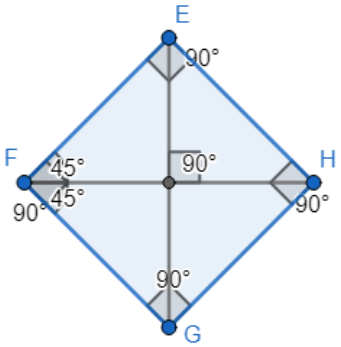
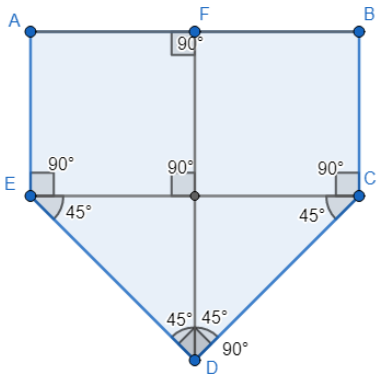


Ilustração: Lyara Araújo Gomes Garcia

- ✓ **Pipa pentagonal:** conhecidas como carrapetas, são as mais comuns. Feitas com três varetas de tamanhos iguais ou diferentes, as varetas também formam um ângulo de 90º no ponto médio gerado pela mediatriz das varetas. Um ponto importante a ser analisado é que a vareta EC, no modelo a seguir, não é a bissetriz do ângulo, AED e BCD, mas a vareta FD é a bissetriz o ângulo EDC.

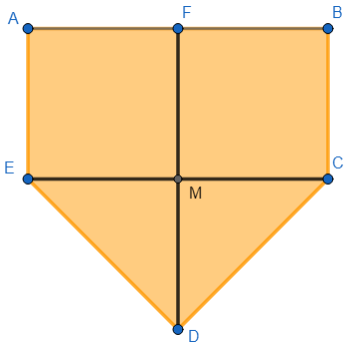
VERSÃO PRELIMINAR



https://www.freeimages.com/pt/photo/pipas-1422407

Ilustração: Lyara Araújo Gomes Garcia

Exemplo de esboço e análise:



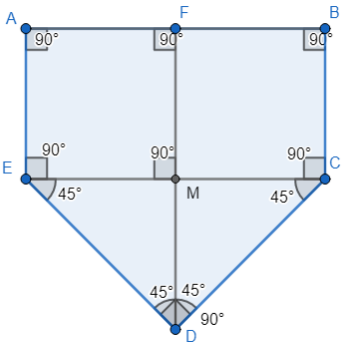


Ilustração: Lyara Araújo Gomes Garcia

Alguns exemplos de análises:

- Varetas AB, EC e FD: 20 cm;
- Amarrações serão feitas no ponto F (ponto médio de AB) e M (ponto médio de EC);
- A pipa tem o formato de um polígono pentagonal, pois tem cinco lados;
- A vareta FD representa a bissetriz do ângulo EDC, ou seja, o ângulo EDC é 90º, mas a vareta FD divide em ângulos iguais de 45º;
- A vareta FD representa a mediatriz de EC e AB.

VERSÃO PRELIMINAR

Professor(a), acompanhe esse processo e, ao final, proponha uma breve socialização dos conceitos. Neste momento, podem ser realizadas diversas análises para relembrar e aprofundar outros conceitos matemáticos, como retas perpendiculares, retas paralelas, característica dos polígonos encontrados, entre outras.

2ª Atividade Experimental: Construindo pipas

Nessa atividade os(as) estudantes irão construir a pipa que esboçaram na atividade anterior. Faça um levantamento sobre quem já construiu e possui habilidades na construção de pipas, para que eles(as) compartilhem esse conhecimento com os(as) demais colegas durante a confecção das pipas. Na divisão de grupos, procure distribuí-los(as) de modo que ajudem os(as) outros(as). Para isso, devem providenciar alguns materiais: varetas de bambu, linha (preferência linha 10), papel de seda, tesoura, cola, régua, compasso, transferidor, folha de sulfite, plástico para a rabiola e outros materiais (as quantidades serão de acordo com a quantidade de pipas que irão produzir).

Professor(a), acompanhe os grupos na construção, auxiliando quando for necessário, ressaltando a importância do planejamento.

3ª Atividade Experimental: Colocando as pipas no ar

Nesta atividade os(as) estudantes colocarão as pipas no ar, mas, para isso, é importante orientá-los(as) quanto ao local ideal e à estratégia para soltar a pipa. Proponha uma breve reflexão sobre quais condições são necessárias para colocar a pipa no ar (condições climáticas, espaço físico, altura inicial da pipa, entre outros).

Oriente-os(as) sobre alguns cuidados para a soltura das pipas:

- Nunca usarem linha com cerol, pois cortam e podem causar acidentes.
- Não soltarem pipas perto de fios e antenas para evitar choques elétricos.
- Em dia chuvoso ou com raios, não soltarem pipas.

Professor(a), após as reflexões e orientações, leve-os(as) para o local que irão soltar as pipas, como quadra da escola, parque aberto, campo ou outro lugar que seja viável a condução deles(as) com toda segurança necessária que está a seguir. Proponha aos grupos de estudantes que tentem colocar as pipas no ar e, com segurança, se divirtam.

VERSÃO PRELIMINAR

Ao final do experimento, solicite uma análise de todo o processo, os conceitos matemáticos e de outras áreas que estão envolvidas para soltar pipas. Ressalte que o planejamento e a organização são essenciais para desenvolver qualquer projeto, sendo que é, dessa forma, que grandes empresas desenvolvem seus produtos.

Etapa 4 – Resultados

Espera-se que os(as) estudantes, ao desenvolverem as atividades experimentais propostas, consigam atingir a habilidade de conhecer e aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas, desenvolvendo a Competência Específica: compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (aritmética, álgebra, geometria, estatística e probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

Todo o processo da Situação de Aprendizagem deverá ser monitorado por meio das atividades de exploração investigativa, demonstrações de conceitos e criação de situações propostas durante todo o percurso. O registro com um portfólio é uma das formas de obter os resultados, mas há outras possibilidades, dependendo da realidade de cada turma.

Etapa 5 – Avaliação

Professor(a), a avaliação dessa Situação de Aprendizagem deve ser feita ao longo do desenvolvimento das atividades e na participação e engajamento dos(as) estudantes em todo o processo de investigação: na pesquisa, nos questionamentos durante a socialização, na construção dos esboços, na execução dos experimentos e durante a exposição. É importante que eles(as) tenham a oportunidade de verificar seus conhecimentos, pois o processo avaliativo é o acompanhamento desta aprendizagem.

Questione-os(as) sobre os resultados obtidos e verifique se eles(as) se apropriaram dos conhecimentos sobre o tema proposto, podendo todo o registro ser em forma de portfólio, relatórios individuais, diários ou outras ferramentas eficazes para garantir o propósito da avaliação.

VERSÃO PRELIMINAR

Ao final, proponha aos grupos que organizem uma exposição, oportunizando aos(às) estudantes um momento de troca de experiências e para que a comunidade escolar aprecie os trabalhos produzidos por eles(as).

VERSÃO PRELIMINAR

PARA SABER MAIS:

Canal Informática e Matemática com Prof. Gustavo Vanim. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=y2F6fRExDTU. Acesso em: 24 ago. 2020.
Resumo: Oficina para construir pipas (papagaio) e aprender o que são retas paralelas e perpendiculares.

Canal Decifra. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=Z6QryNN9-mo. Acesso em: 26 ago. 2020.
Resumo: Conceito de lugar geométrico e definição de Circunferência, Mediatriz, Retas Paralelas e Bissetriz enquanto lugares geométricos.

Canal Ah! Estendi. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=Ev79jU0_fv0&t=2s. Acesso em: 26 ago. 2020.
Sequência de vídeos abordando o conceito espaço geométrico.

Orientações de cuidados para soltar pipas. Disponível em: http://dcsp2013.blogspot.com/2017/06/defesa-civil-orienta-sobre-os-cuidados.html.
Acesso em: 28 ago. 2020.

Referências:

https://www.youtube.com/watch?v=zSha5g2q1mg

https://www.youtube.com/watch?v=Iu2BvnoiXjA

https://novaescola.org.br/plano-de-aula/603/bissetriz-e-mediatriz-lugares-geometricos. Acesso em: 7 ago. 2020.

http://clubes.obmep.org.br/blog/atividade-pipa-uma-brincadeira-seria-parte-1/. Acesso em: 18 ago. 2020.

VERSÃO PRELIMINAR

http://clubes.obmep.org.br/blog/wp-content/uploads/2018/08/Pipas1.pdf. Acesso em: 18 ago. 2020.

https://www.otempo.com.br/cmlink/o-tempinho/pipa-papagaio-ou-rabiola-1.981385. Acesso em: 19 ago. 2020.

https://www.youtube.com/watch?v=Msl8_oPdOlU. Acesso em: 19 ago. 2020.

https://www.youtube.com/watch?v=V_BrPKDnYY8. Acesso em: 19 ago. 2020.

https://www.youtube.com/watch?v=0YhYcrfb-8o. Acesso em: 19 ago. 2020.

https://www.youtube.com/watch?v=y2F6fRExDTU. Acesso em: 19 ago. 2020.

https://www.youtube.com/watch?v=ZaptMTJy2iY. Acesso em: 19 ago. 2020.

https://www.youtube.com/watch?v=oGHv-EEyEGI. Acesso em: 19 ago. 2020.

VERSÃO PRELIMINAR

9º ANO

Situação de Aprendizagem 1- Gráficos: Leitura, Interpretação e Construção

Professor(a),

Nesta Situação de Aprendizagem, o objetivo é trabalhar alguns dos conceitos da estatística, relacionados ao Currículo Paulista, de maneira cooperativa, mostrando aos(às) estudantes as ideias básicas do referido tema, com intuito de desafiá-los(as) a desenvolverem uma proposta de pesquisa.

As atividades propostas visam desenvolver habilidades de investigar, identificar e relacionar, coletar e analisar dados, interpretar as informações e elaborar diferentes registros. Dessa maneira, pretende-se propiciar a participação de discussões conjuntas de organização entre estudantes com a mediação do(a) professor(a).

Unidade Temática: Probabilidade e Estatística

Habilidades: (EF09MA22) Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), com ou sem uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.

Objetos de conhecimento: Leitura, interpretação e representação de dados de pesquisa expressos em tabelas de dupla entrada, gráficos de colunas simples e agrupadas, gráficos de barras e de setores e gráficos pictóricos.

Competências Socioemocionais: Organização, persistência e imaginação criativa.

Para realizar as atividades propostas nessa Situação de Aprendizagem, os(as) estudantes deverão organizar o planejamento e executá-lo. Ao planejar terão que ser capazes de superar certos desafios sempre usando o bom senso e a competência de persistir no desenvolvimento de seu planejamento. Eles(as) precisarão estar conectados com novas maneiras de pensar, agir e serem criativos a partir das experimentações.

- **Organização:** ter habilidades organizacionais e atenção meticulosa a detalhes importantes para planejamento e execução de planos para objetivos de longo prazo.
- **Persistência:** superar obstáculos para atingir objetivos importantes; implementar, persistir e terminar.

VERSÃO PRELIMINAR

- **Imaginação criativa:** ser capaz de gerar novas maneiras de pensar e agir por meio da experimentação, brincadeira, aprender com seus erros.

Quantidade de aulas previstas: 10 aulas

Etapas da Situação de Aprendizagem:

Etapa 1 – Levantamento de Conjecturas

Professor(a), nessa Situação de Aprendizagem, retome com os(as) estudantes que ao ler um jornal, uma revista, matérias em *sites* ou assistir a um noticiário de televisão, é comum encontrar informações sobre diversas situações representadas por diferentes tipos de gráficos. Os gráficos ajudam a visualizar com clareza e rapidez as múltiplas informações que o mundo moderno nos oferece com aplicação em várias áreas. Para isso, ressalte a importância de saber elaborar e interpretar gráficos. Apresente a tabela de dupla entrada da situação a seguir.

- ✓ Uma biblioteca municipal realizou um levantamento da quantidade de livros emprestados durante uma semana para a população:

Dias da Semana	Quantidade de livros emprestados
Segunda-feira	50
Terça-feira	35
Quarta-feira	48
Quinta-feira	32
Sexta-feira	55
Sábado	70

Fonte: Elaborado pelo autor.

Professor(a), peça aos(às) estudantes que elaborem um gráfico com as informações da tabela. Em seguida, proponha a socialização dos gráficos, discutindo o que melhor representa as informações da tabela. Discuta com eles(as) a possibilidade de elaborar outros tipos de gráficos, como o de setores, utilizando uma planilha eletrônica.

VERSÃO PRELIMINAR

Realize uma reflexão quanto à importância dos elementos fundamentais na construção de gráficos:

- Se o título ou objetivo do gráfico é coerente;
- Se a fonte dos dados está explícita no gráfico;
- Se os rótulos, a legenda e os títulos dos eixos são adequados;
- Se os eixos começam em zero;
- Se as escalas dos eixos são constantes;
- Se existem elementos gráficos desnecessários.

Etapa 2 – Metodologia da Investigação Matemática

Na **Atividade Experimental 3.1**, os(as) estudantes realizarão uma atividade de pesquisa em jornais, revistas, *internet* ou livros sobre os diferentes tipos de gráficos encontrados, que expressem situações da economia, saúde, educação, entre outras. Os gráficos selecionados por eles(as) devem ser comparados e seus elementos e características devem ser discutidos em grupo.

Na **Atividade Experimental 3.2**, todos(as) realizarão uma atividade sobre pesquisa de dados estatísticos no *site* do IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) para auxiliar no desenvolvimento de uma pesquisa voltada ao seu contexto social. Proponha que formem grupos e escolham setores, como: educação, saúde, agricultura, habitação ou trabalho, para que elaborem uma pesquisa e possam interpretar as informações, sintetizando suas conclusões com diferentes registros, como tabelas, diferentes tipos de gráficos e textos, além da utilização de planilhas eletrônicas no processo.

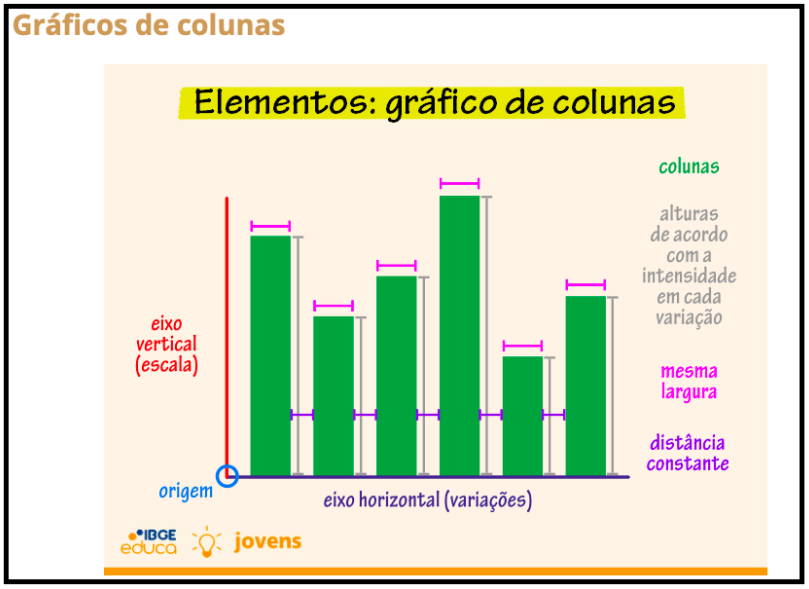
Nesse sentido, as atividades propostas têm o objetivo de tornar mais dinâmica a aprendizagem, favorecendo as interações entre os(as) estudantes e o(a) professor(a), o compartilhamento de experiências e conhecimentos que poderão propiciar a compreensão do tema abordado.

Etapa 3 – Atividade experimental

Atividade 3.1

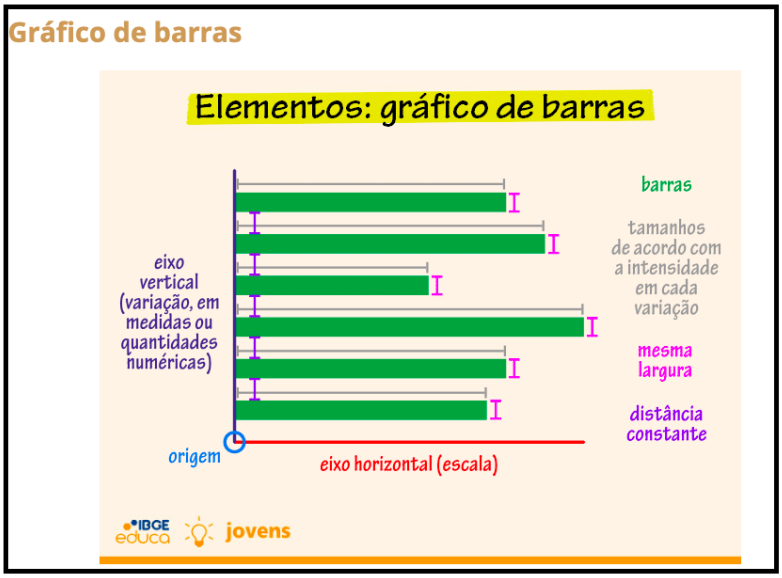
VERSÃO PRELIMINAR

Professor(a), oriente os(as) estudantes a realizarem uma atividade de pesquisa em jornais, revistas, *internet* ou livros sobre os diferentes tipos de gráficos encontrados que expressem situações da economia, saúde, educação, entre outros. Os gráficos selecionados devem ser comparados e seus elementos e características devem ser discutidos em grupo. Espera-se que eles(as) encontrem gráficos de linhas, setores, colunas e barras. Solicite que descrevam as caraterísticas de cada tipo de gráfico pesquisado e percebam que para cada situação, é necessário escolher o gráfico que melhor representa o conjunto de dados. A seguir, será apresentada uma sugestão de análise dos elementos e características que compõem os gráficos.



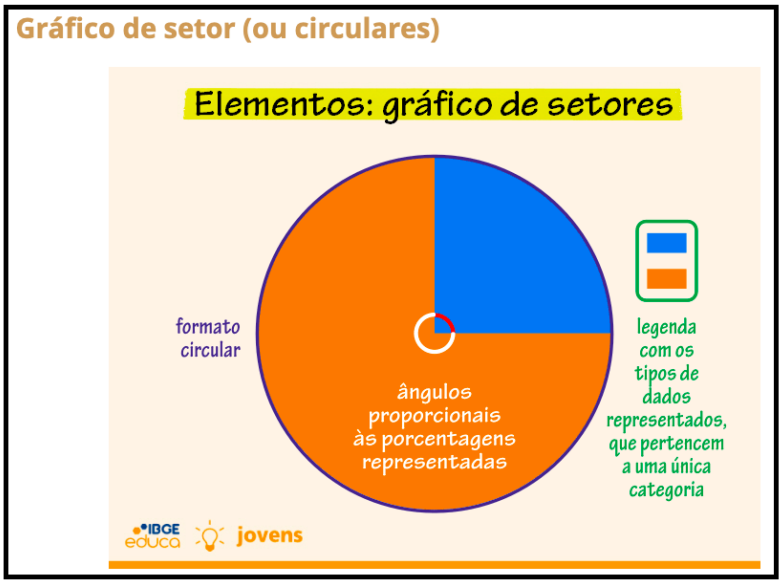
Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/professores/educa-recursos/20773-tipos-de-graficos-no-ensino.html. Acesso em: 04 ago. 2020.

Professor(a), destaque que o gráfico de colunas é composto por dois eixos, um vertical e outro horizontal, no Plano Cartesiano. No eixo horizontal, são construídas as colunas que representam a variação (medidas ou quantidades numéricas) dos dados da pesquisa realizada. As colunas devem sempre possuir a mesma largura e a distância entre elas deve ser constante. No eixo vertical, indicamos uma escala graduada de zero até o valor máximo que queremos representar.



Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/professores/educa-recursos/20773-tipos-de-graficos-no-ensino.html. Acesso em: 04 ago. 2020.

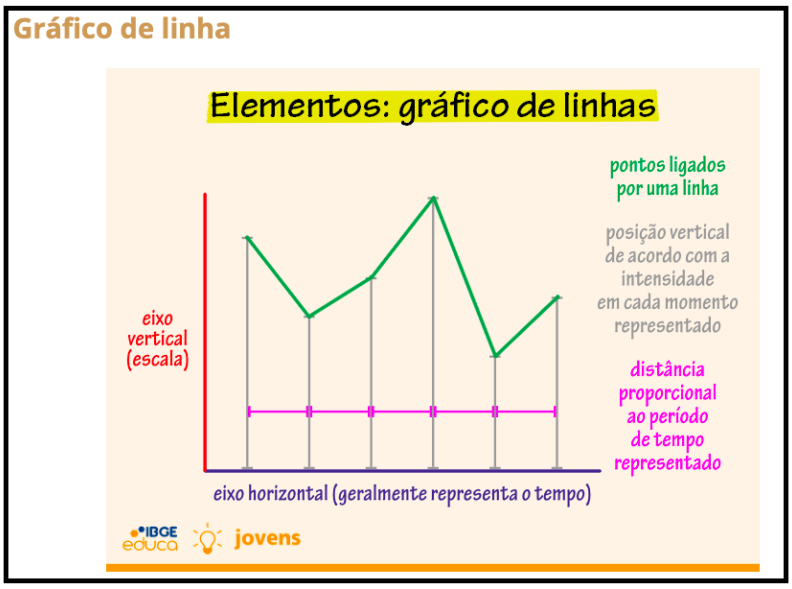
Professor(a), destaque que o gráfico de barras é construído sobre o Plano Cartesiano. No eixo vertical, são construídas as barras que representam a variação (medidas ou quantidades numéricas) dos dados da pesquisa e representado por um valor numérico indicado no eixo horizontal. As barras devem sempre possuir a mesma largura e a distância entre elas deve ser constante.



Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/professores/educa-recursos/20773-tipos-de-graficos-no-ensino.html. Acesso em: 04 ago. 2020.

VERSÃO PRELIMINAR

Professor(a), destaque que os gráficos de setores são utilizados para visualização de informações de apenas uma categoria. O círculo é dividido, proporcionalmente, de acordo com os dados da informação a ser representada. Os valores são expressos em números ou em percentuais (%).



Disponível em: https://educa.ibge.gov.br/professores/educa-recursos/20773-tipos-de-graficos-no-ensino.html. Acesso em: 04 ago. 2020.

Professor(a), destaque que o gráfico de linhas é composto por dois eixos, um vertical e outro horizontal, no Plano Cartesiano, e por uma ou mais linhas que mostram a variação (medidas ou quantidades numéricas) dos dados da pesquisa no decorrer do tempo.

Oriente os(as) estudantes a pesquisarem sobre “Algumas Medidas de Tendência Central”, como: média aritmética, a moda e a mediana. Após a pesquisa, discuta sobre a importância dessas medidas de tendência central:

- ✓ **Média Aritmética** – é uma das medidas de tendência central mais utilizadas no cotidiano, determinadas pelo resultado da divisão do somatório dos números dados pela quantidade de números somados.
- ✓ **Moda** – é a medida de tendência central que consiste no valor observado com mais frequência em um conjunto de dados.

VERSÃO PRELIMINAR

- ✓ **Mediana** – é a medida de tendência central que indica exatamente o valor central de um conjunto de dados quando organizados em ordem crescente ou decrescente.

Atividade 3.2

Professor(a), estimule os(as) estudantes a consultarem o *site* do IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) para auxiliar no desenvolvimento de uma pesquisa voltada ao seu contexto social. Proponha que formem grupos e escolham setores, como: educação, saúde, agricultura, habitação ou trabalho para que elaborem uma pesquisa.

Oriente-os(as) quanto à definição da linguagem estatística:

- ➢ **População:** é o conjunto de pessoas, objetos e produtos que se pretende estudar e que será objeto da pesquisa.
- ➢ **Amostra:** parte da população escolhida como referência para o estudo, ou seja, quantas pessoas serão entrevistadas.

Discuta quais perguntas serão formuladas, ressaltando que a escolha das questões é importante para que consigam inserir os dados em tabelas de dupla entrada e na elaboração do tipo de gráfico. Sugira que utilizem uma planilha eletrônica e destaque que esse recurso auxilia na construção de tabela, gráfico e na visualização de dados. Solicite que concluam essa pesquisa com os cálculos das medidas de tendência central (média, mediana e moda).

Converse com os(as) estudantes sobre algumas etapas necessárias do método estatístico. Seguem algumas sugestões:

1. O que será pesquisado? É preciso definir com clareza os objetivos da pesquisa, ou seja, o que se pretende apurar e que tipo de problema ela buscará detectar.
2. Como será feita a pesquisa? É necessária uma estratégia para o levantamento dos dados.
3. Como será a organização e apresentação dos dados? Os dados coletados devem ser organizados em tabelas que facilitem a visualização e o cálculo de medidas estatísticas (média, mediana e moda). As tabelas podem ser representadas por meio de gráficos que permitam uma análise dos resultados da pesquisa.

VERSÃO PRELIMINAR

Professor(a), as orientações e os questionamentos que serão realizados durante o processo favorecerão a organização do pensamento crítico, o desenvolvimento do raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos. Espera-se que os(as) estudantes possam interpretar as informações e sintetizar suas conclusões utilizando diferentes registros, como tabelas, diferentes tipos de gráficos e textos, além da utilização de planilhas eletrônicas no processo.

Etapa 4 – Resultados

Professor(a), após a realização da atividade experimental, proponha que apresentem o trabalho realizado, descrevendo como foi o planejamento, a realização da pesquisa, tabulação dos dados, elaboração dos gráficos e os cálculos de tendência central.

Espera-se que os(as) estudantes, após desenvolverem as atividades experimentais propostas, consigam resolver e elaborar questionamentos e hipóteses.

Etapa 5 – Avaliação

Professor(a), a avaliação desta Situação de Aprendizagem será realizada no decorrer do desenvolvimento das atividades, a partir da participação dos(as) estudantes no processo de investigação, experimentação, construção dos gráficos, discussões realizadas e, ao final, com a apresentação do trabalho desenvolvido. Acompanhe todo o processo e questione-os(as) sobre os resultados obtidos. Além disso, verifique se eles(as) se apropriaram dos conhecimentos sobre o tema proposto, podendo todo o registro ser em forma de portfólio.

PARA SABER MAIS:

Site Microsoft

https://support.microsoft.com/pt-br/office/criar-um-gr%C3%A1fico-do-in%C3%ADcio-ao-fim-0baf399e-dd61-4e18-8a73-b3fd5d5680c2

Site IBGE Educa:

https://educa.ibge.gov.br/professores/educa-recursos/20773-tipos-de-graficos-no-ensino.html

VERSÃO PRELIMINAR

Referências:

https://educa.ibge.gov.br/professores/educa-recursos/20773-tipos-de-graficos-no-ensino.html#texto--single__section--5. Acesso em: 04 ago. 2020.

Situação de Aprendizagem 2 – Estudando Prismas e Cilindros

Professor(a), nesta Situação Aprendizagem, o objetivo é trabalhar alguns dos conceitos referentes a prismas e cilindros retos, relacionados ao Currículo Paulista, de maneira cooperativa, mostrando aos(às) estudantes as ideias básicas do referido tema, com intuito de desafiá-los(as) a desenvolverem uma proposta de pesquisa.

As atividades propostas visam desenvolver as habilidades para resolver e elaborar situações-problema que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas. Dessa maneira, pretende-se propiciar discussões conjuntas de organização entre os(as) estudantes, mediadas pelo(a) professor(a).

Unidade Temática: Geometria

Habilidades: (EF09MA19) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas.

Objetos de conhecimento: Volume de prismas e cilindros.

Competências Socioemocionais: Organização, persistência e imaginação criativa.

Para realizar as atividades propostas nesta Situação de Aprendizagem, os(as) estudantes deverão organizar o planejamento e executá-lo. Ao planejar, terão que ser capazes de superar certos desafios, sempre usando o bom senso e a competência de persistir no desenvolvimento de seu planejamento. Eles(as) precisarão estar conectados(as) com novas maneiras de pensar, agir e serem criativos(as) a partir das experimentações.

VERSÃO PRELIMINAR

- **Organização:** ter habilidades organizacionais e atenção meticulosa a detalhes importantes para planejamento e execução de planos para objetivos de longo prazo.
- **Persistência:** superar obstáculos para atingir objetivos importantes; implementar, persistir e terminar.
- **Imaginação criativa:** ser capaz de gerar novas maneiras de pensar e agir por meio da experimentação, brincadeira, aprender com seus erros.

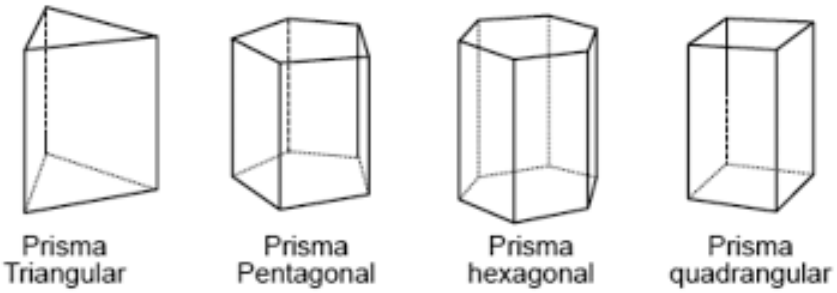
Quantidade de aulas previstas: 15 aulas.

Etapas da Situação de Aprendizagem:

Etapa 1 – Levantamento de Conjecturas

Professor(a), organize os(as) estudantes em grupos, solicite que façam uma pesquisa em livros, revistas, *internet*, entre outros, referente às embalagens de produtos no formato de prisma: de base triangular, retangular, quadrada, pentagonal, hexagonal etc. e embalagens no formato de cilindro. O objetivo é retomar os conceitos referentes aos prismas e ao cilindro reto.

Forneça para os grupos cópias das planificações do Anexo 1, solicite que transfiram os moldes para papelão ou outro material reciclado, cortem conforme o esquema e colem as arestas formando o prisma. Espera-se que construam os prismas, de acordo com a figura a seguir:



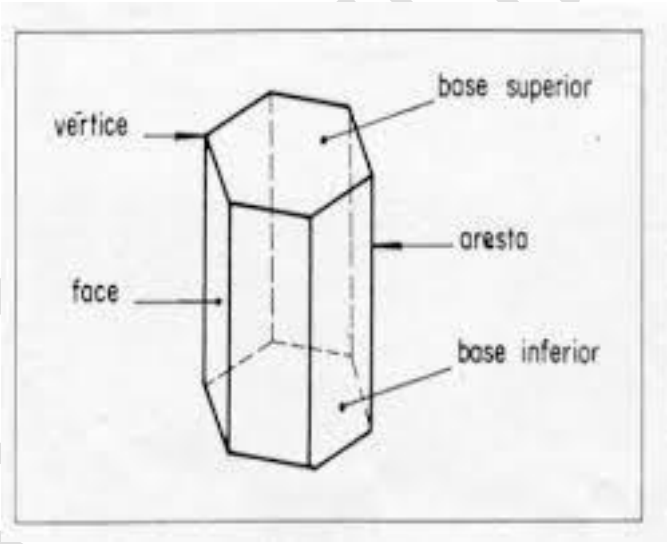
Fonte: Elaborado pelo autor

Agora, complete o quadro:

VERSÃO PRELIMINAR

Prismas	Número de vértices	Número de arestas	Número de faces

A partir da tabela preenchida, retome com os(as) estudantes a relação de Euler: V – A + F = 2 e a definição de prisma. Espera-se que eles(as) reconheçam que a quantidade de vértices, arestas e faces em cada prisma depende dos polígonos que compõem suas bases. Ressalte que, de acordo com o formato das bases, os prismas são classificados em: triangular, quadrangular, pentagonal, hexagonal, entre outros. Sistematize, na lousa, a definição de prisma, apontando seus elementos.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Questione os grupos sobre os prismas:

- ✓ Quais polígonos formam cada um dos prismas estudados?
- ✓ Quantas bases há em cada prisma?

Forneça cópias das planificações do Anexo 2, solicite que transfiram o molde para papelão ou outro material reciclado, corte conforme o esquema e cole formando um cilindro, de acordo com a figura a seguir.

VERSÃO PRELIMINAR

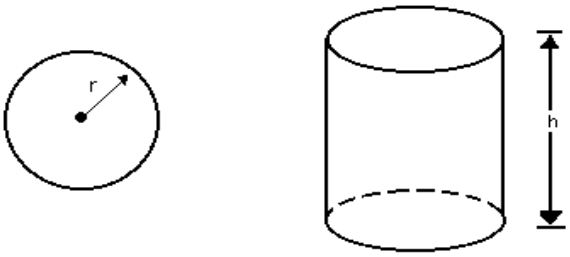
Cilindro

Fonte: Elaborado pelo autor.

Questione aos grupos de estudantes sobre o cilindro:

- ✓ Quais figuras geométricas formam o cilindro?
- ✓ Quantas bases há no cilindro?

Espera-se que os(as) estudantes reconheçam que o cilindro é formado por um quadrilátero e duas circunferências. Sistematize, na lousa, a definição de cilindro apontando seus elementos.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Etapa 2 – Metodologia da Investigação Matemática

Na **Atividade 3.1**, é proposta uma pesquisa, em livros, *internet* etc. sobre as fórmulas para o cálculo da área da base, referente aos polígonos: triângulo, quadrado, hexágono, pentágono e área da circunferência. Na **Atividade 3.2**, é proposto aos(às) estudantes que, em grupos, encontrem o volume de cada prisma e do cilindro reto construídos por eles(as) na Atividade 1. Na **Atividade 3.3**, indique para cada grupo um prisma de base diferente para a construção de um modelo em material reciclado.

Etapa 3 – Atividade experimental

Atividade 3.1

VERSÃO PRELIMINAR

Professor(a), o objetivo desta atividade é trabalhar com o cálculo da medida do volume de prismas e de cilindros retos. Organize os(as) estudantes em grupos e solicite que façam uma pesquisa em livros, *internet* etc. sobre cálculo de área dos polígonos regulares: triângulo, quadrado, hexágono, pentágono e área da circunferência. Organize um quadro com as áreas dos polígonos regulares e da circunferência.

VERSÃO PRELIMINAR

Polígono Regular	Área
Triângulo	
Quadrado	
Hexágono	
Pentágono	
Circunferência	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Discuta com os(as) estudantes que o cálculo do volume de um prisma e do cilindro reto é definido pelo produto entre os valores da área da base e o valor da altura. Nesse sentido, espera-se que eles(as) concluam que o volume (V) do prisma e do cilindro reto depende de duas variáveis área da base (b) e altura (h), ou seja, V= b.h

Atividade 3.2

Professor(a), solicite aos grupos que encontrem o volume de cada prisma e cilindro construídos por eles(as) na **Atividade 1**. Peça que apresentem os resultados encontrados em um quadro e discutam sobre as unidades de medidas — nesta situação, a unidade de medida é centímetros cúbicos.

Atividade 3.3

Indique para cada grupo um prisma de base diferente para a construção de um modelo em material reciclado, como o papelão, de maneira que o volume seja 500 cm^3 e altura 10 cm, e solicite a todos a construção de um cilindro reto com as mesmas medidas de volume e altura. Professor(a), discuta com os(as) estudantes a aproximação para o número irracional π durante a atividade.

Etapa 4 – Resultados

Professor(a), após a realização da atividade experimental, proponha que apresentem o trabalho realizado, descrevendo como foi o planejamento e a realização da atividade de cálculo de volume dos prismas e do cilindro reto. Peça para cada grupo apresentar o prisma e o cilindro reto construídos e os resultados dos cálculos que realizaram.

VERSÃO PRELIMINAR

Espera-se que os(as) estudantes, após desenvolverem as atividades experimentais propostas, consigam resolver e elaborar questionamentos e hipóteses.

Etapa 4 – Avaliação

Professor(a), a avaliação dessa Situação de Aprendizagem será realizada no decorrer do desenvolvimento das atividades a partir da participação dos(as) estudantes no processo de investigação, experimentação, construção e resolução de problemas e, ao final, com a apresentação do trabalho desenvolvido. Acompanhe todo o processo, questione-os(as) sobre os resultados obtidos e verifique se eles(as) se apropriaram dos conhecimentos sobre o tema proposto, podendo todo o registro ser em forma de portfólio e/ou mapa conceitual.

PARA SABER MAIS

Software Poly:
http://www.edumatec.mat.ufrgs.br/softwares/soft_geometria.php

Software Geogebra 3D:
https://www.geogebra.org/download?lang=pt

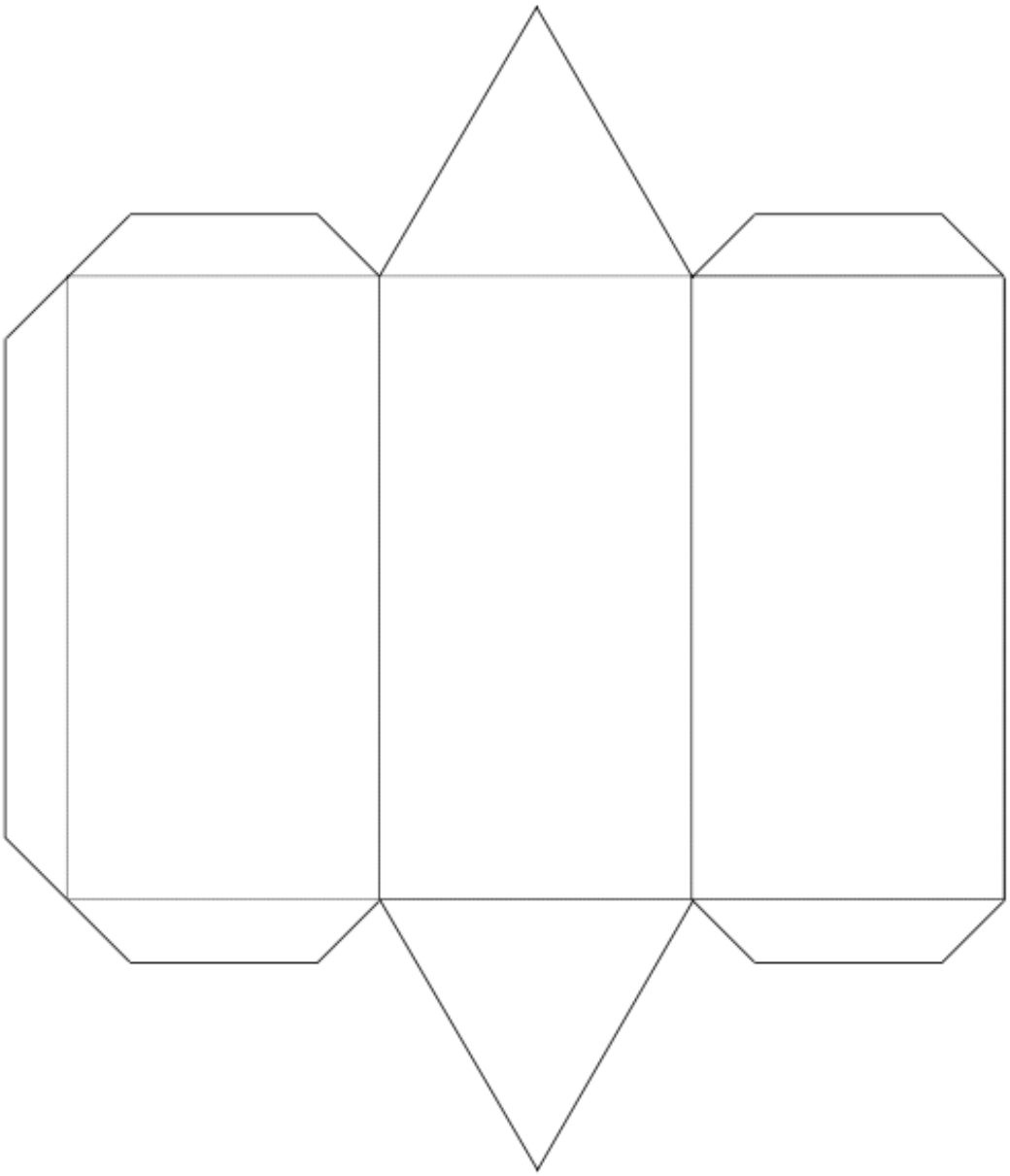
Toda Matéria:
https://www.todamateria.com.br/prisma/

Princípio de Cavalieri: Prismas e Cilindros:
https://www.geogebra.org/m/pzbnnmcj

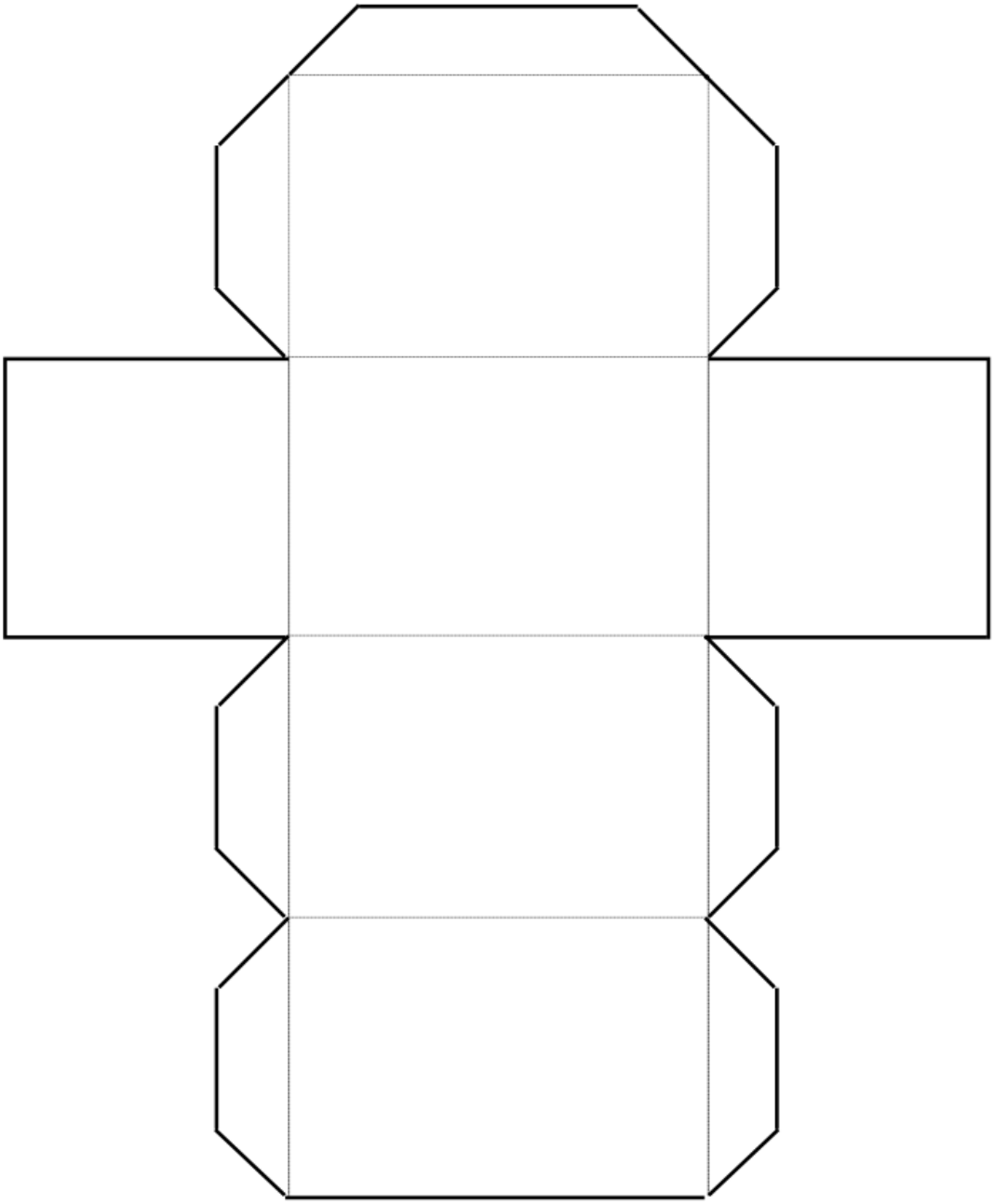
VERSÃO PRELIMINAR

Anexo 1

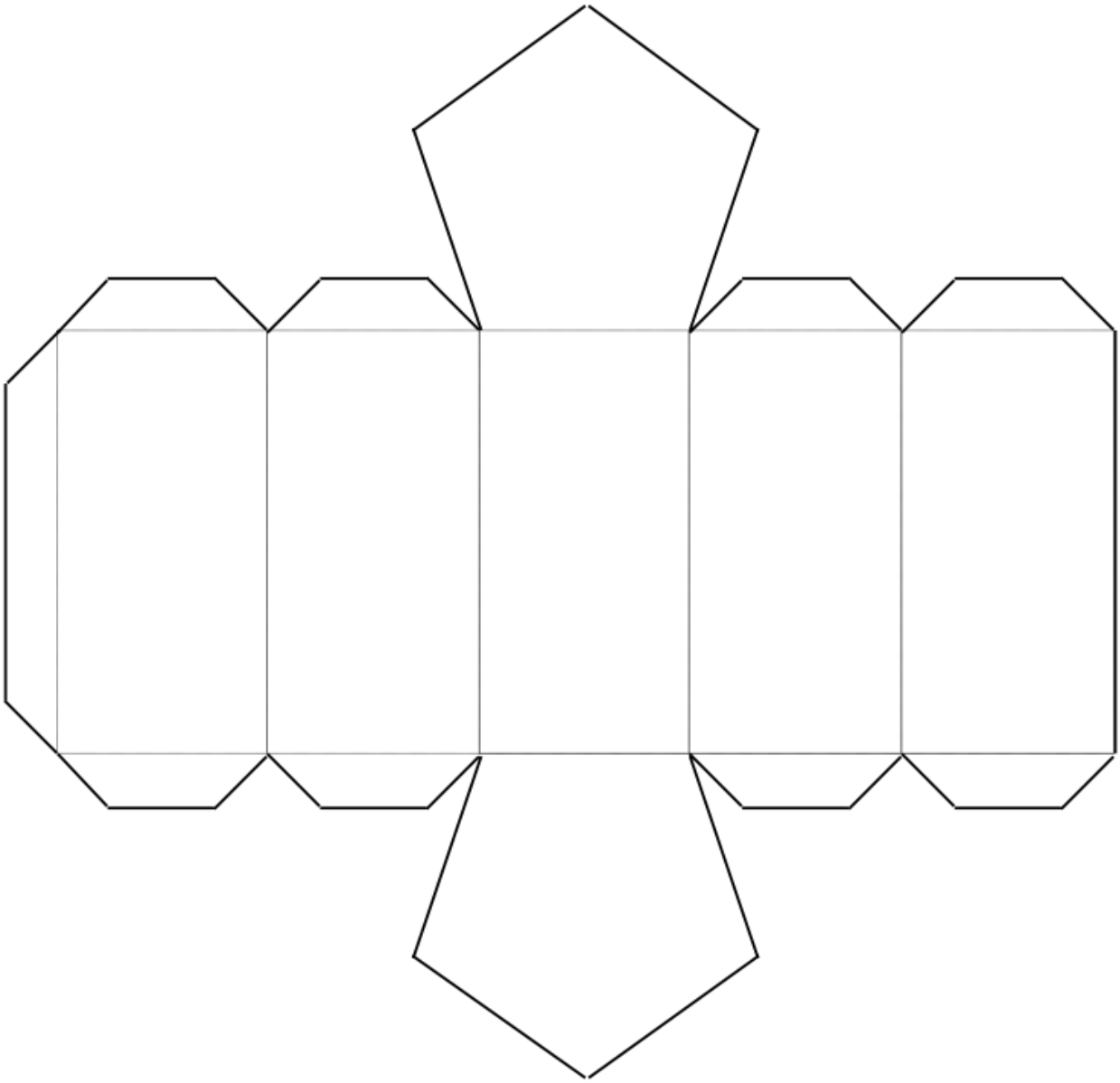
Prisma de Base Triangular



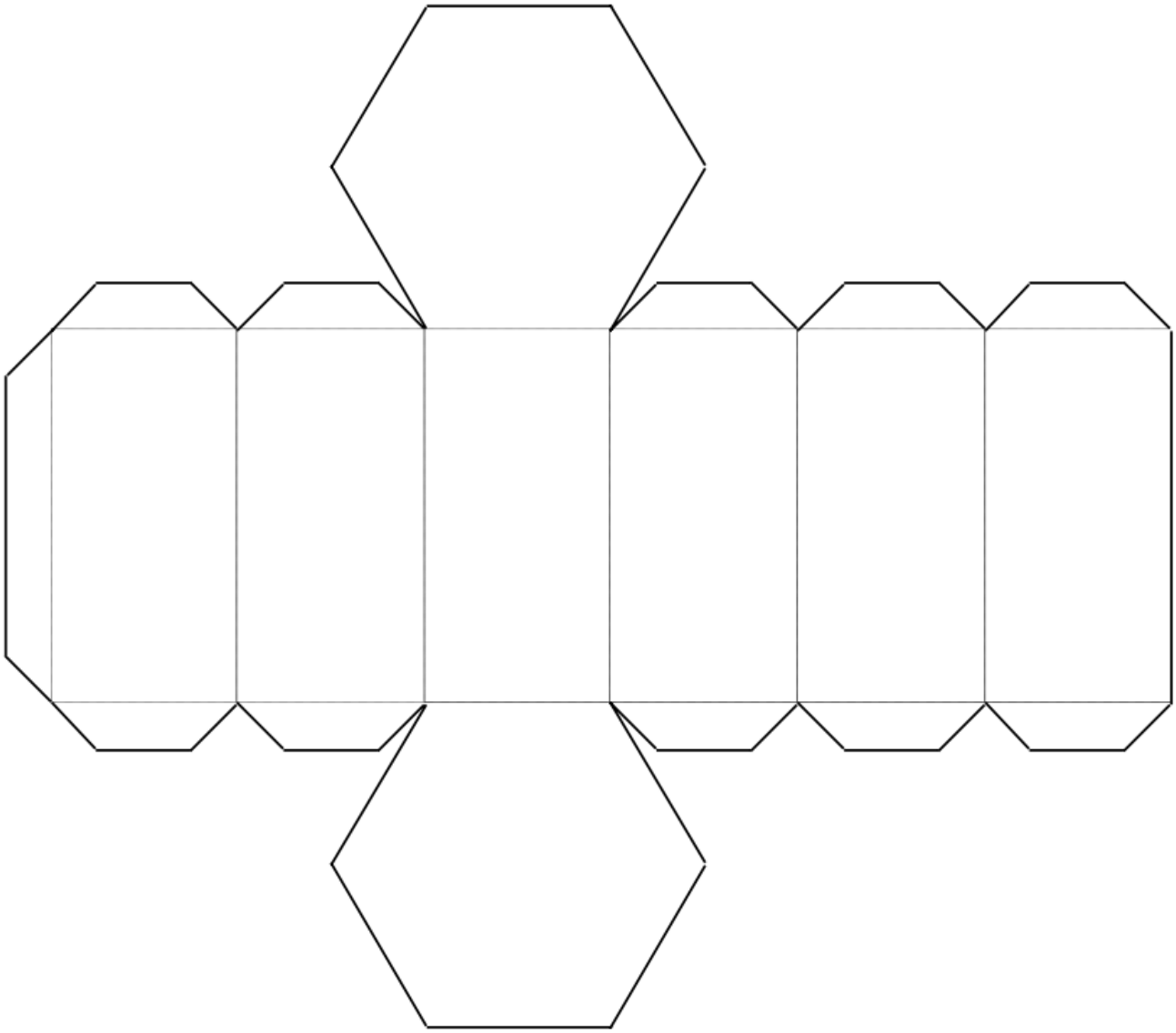
Prisma de Base Quadrada



Prisma de Base Pentagonal

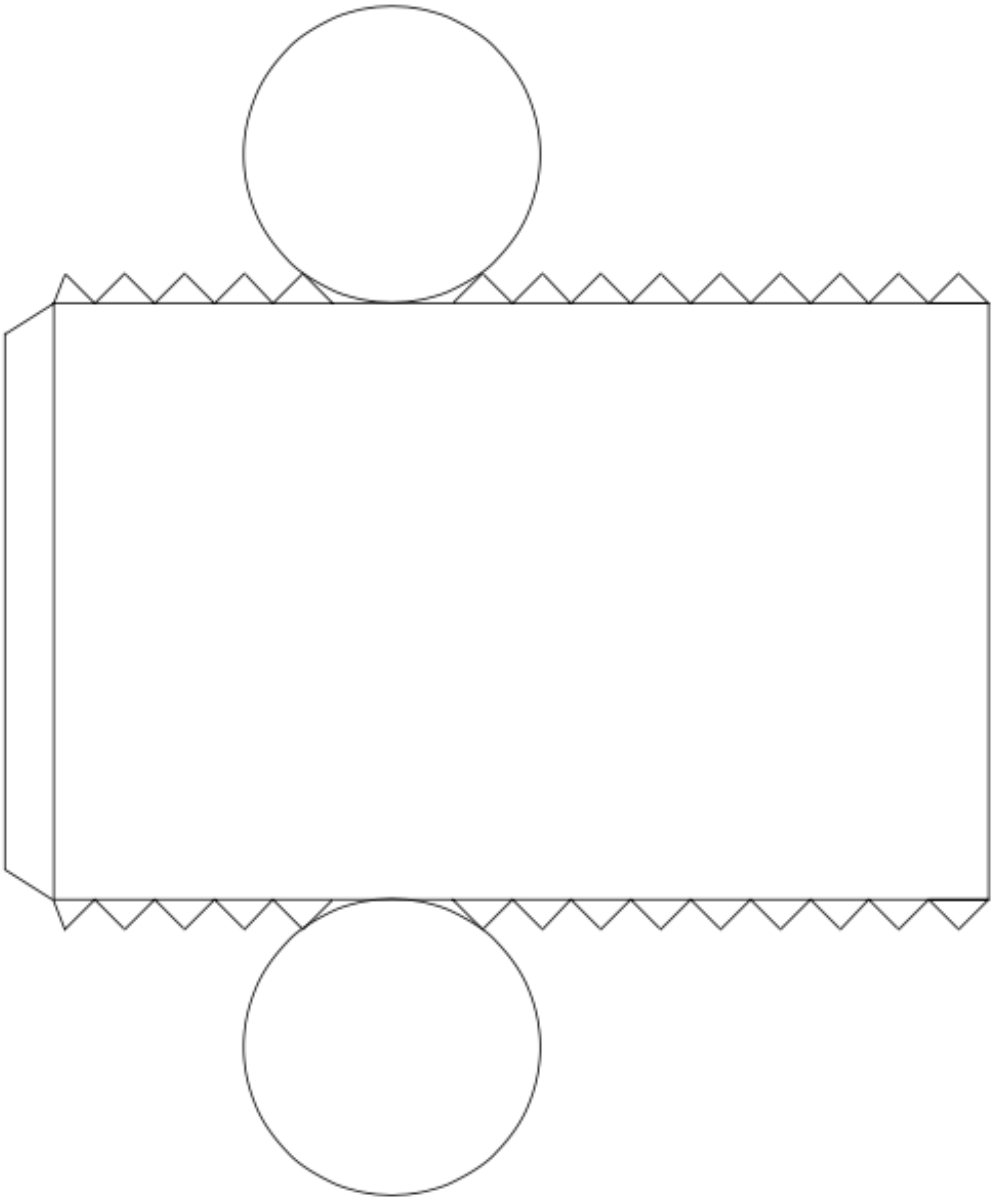


Prisma de Base Hexagonal



Anexo 2

Cilindro



Secretaria de Estado da Educação
Coordenadoria Pedagógica – COPED

Coordenador
Caetano Pansani Siqueira

Diretora do Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão Pedagógica – DECEGEP
Viviane Pedroso Domingues Cardoso

Diretora do Centro de Ensino Médio – CEM
Ana Joaquina Simões Sallares de Mattos de Carvalho

Diretora do Centro de Anos Finais do Ensino Fundamental – CEFAF
Patricia Borges Coutinho da Silva

Assessora Educação Integral do Programa Ensino Integral – PEI
Bruna Waitman Santinho

PRÁTICAS EXPERIMENTAIS E INVESTIGATIVAS – MATEMÁTICA

ENSINO FUNDAMENTAL - ANOS FINAIS

Elaboração:
Fabíola de Fatima Coelho - PCNP/DE Capivari
Luciana Regina Cesar – PCNP/DE Mogi das Cruzes
Lyara Araújo Gomes Garcia – PCNP/DE Taubaté
Marcos José Traldi - COPED/CEM
Sandra Pereira Lopes - COPED/CEM

Leitura Crítica
Lyara Araújo Gomes Garcia – PCNP/DE Taubaté
Equipe Curricular COPED/CEFAF/CEM – Matemática: Isaac Cei Dias, João dos Santos Vitalino, Marcos José Traldi, Otávio Yoshio Yamanaka, Rafael José Dombrauskas Polonio, Sandra Pereira Lopes, Vanderley Aparecido Cornatione

Revisão
Fabíola de Fatima Coelho - PCNP/DE Capivari
Luciana Regina Cesar – PCNP/DE Mogi das Cruzes
Lyara Araújo Gomes Garcia – PCNP/DE Taubaté
Isis Fernanda Ferrari - COPED/CEM/PEI
Lucifrance Elias Carvalhar - COPED/CEM/PEI

Coordenação e Organização
Isis Fernanda Ferrari - COPED/CEM/PEI

Colaboração:
Edison Luiz Barbosa de Souza – COPED/CEM/PEI

VERSÃO PRELIMINAR