GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
Secretaria da Educação

APRENDER SEMPRE

VOLUME 2 - PARTE 1

6º AO 9º ANO
ENSINO FUNDAMENTAL

MATEMÁTICA
2022

PROFESSOR

APRESENTAÇÃO

Estas sequências de atividades foram elaboradas com o intuito de oferecer um suporte adicional aos estudantes, auxiliando-os no processo de recuperação e aprofundamento de aprendizagens essenciais para seu percurso educacional.

Com o intuito de favorecer a aprendizagem de todos os estudantes, não deixando ninguém para trás, serão oferecidas, além das sequências de atividades, avaliações diagnósticas e formativas para acompanhar a evolução da aprendizagem dos estudantes e direcionar o ensino às suas necessidades; e formações, com foco no uso do resultado das avaliações, em metodologias que favorecem a recuperação e aprofundamento da aprendizagem, e no desenvolvimento das atividades presentes neste material.

Os materiais, as avaliações e as formações do Programa de Recuperação e Aprofundamento estão articulados entre si, fortalecendo o desenvolvimento das habilidades essenciais para o percurso educacional dos estudantes.

Essas habilidades essenciais foram selecionadas a partir de análises do Currículo Paulista no Ensino Fundamental e na 1ª série do Ensino Médio, e do Currículo Oficial vigente na 3ª série do Ensino Médio, dos resultados de avaliações externas, diagnósticas e formativas realizadas pela SEDUC-SP, em um trabalho conjunto entre a equipes curriculares da Coordenadoria Pedagógica (COPED), PCNP e professores da rede. Considerando a importância da continuidade do trabalho de recuperação iniciado em 2020, a matriz de habilidades essenciais que serviu de base a este material, foi elaborado tendo em conta um ciclo de progressão das aprendizagens de 2020 a 2021.

As sequências de atividades contam com orientações didáticas que auxiliarão no trabalho para o desenvolvimento das habilidades essenciais de cada ano/série, de forma articulada aos demais materiais disponibilizados pela SEDUC.

Para favorecer esse entrelaçamento, há indicações de como utilizar as sequências de atividades juntamente com os materiais didáticos Currículo em Ação / São Paulo Faz Escola.

Cada professor, a partir de seu contexto, poderá utilizar essas sequências de atividades para promover o desenvolvimento dos estudantes, de acordo com as necessidades de cada um, com o objetivo de oferecer a todos oportunidades de aprendizagem, não deixando ninguém para trás.

Desejamos a todos um excelente trabalho!

Coordenadoria Pedagógica - Coped

ANOTAÇÕES

6º ANO

3º Bimestre

ANOTAÇÕES

OLÁ, PROFESSOR!

Sugerimos que, após a aplicação desta Sequência de Atividades, você trabalhe também com o material São Paulo Faz Escola, atualmente denominado Currículo em Ação. As habilidades trabalhadas nesta Sequência do Aprender Sempre podem ser aprofundadas nas atividades propostas nos diversos volumes dos anos/séries listados no quadro abaixo.

6º ano do Ensino Fundamental - Matemática			
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES	**OBJETO DE CONHECIMENTO**	**HABILIDADES ESSENCIAIS**	**ARTICULAÇÃO DE MATERIAIS**
1	Situações-problema: adição e subtração de números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita. Situações-problema: multiplicação e divisão envolvendo números naturais e racionais cuja representação decimal é finita por números naturais.	(**EF05MA07**) Resolver e elaborar situações problema de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos. (**EF05MA08**) Resolver e elaborar situações-problema de multiplicação e divisão envolvendo números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.	**Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 5º ano** V.1, Unidade 2, Sequências 4, 5 e 6. Disponível em: https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wp-content/uploads/2021/01/0_49734010-MIOLO-5o-Ano-aluno-V1_Completo.pdf
2	Frações: significados (parte/ todo, quociente), equivalência, comparação; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações.	(**EF06MA07**) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes. (**EF06MA09**) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.	**Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 6º ano** V.2, Situação de Aprendizagem 1 ATIVIDADE 2 – OS DESAFIOS DAS FRAÇÕES ATIVIDADE 3 – FRAÇÕES EQUIVALENTES V.2, Situação de Aprendizagem 2 ATIVIDADE 1 – NÚMEROS RACIONAIS: AS DIFERENTES REPRESENTAÇÕES

3	Grandezas diretamente proporcionais Problemas envolvendo a partição de um todo em duas partes proporcionais. Grandezas diretamente proporcionais Problemas envolvendo a partição de um todo em duas partes proporcionais. Divisão.	(**EF05MA12**) Resolver situações-problema que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros. (**EF05MA13**) Resolver situações-problema envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e delas com o todo.	**Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 5º ano** V.1, Unidade 2, Sequência 6 V.1, Unidade 3, Sequência 10 Disponível em: https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wp-content/uploads/2021/01/0_49734010-MIOLO-5o-Ano-aluno-V1_Completo.pdf
4	Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados.	(**EF06MA19**) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos. (**EF06MA20**) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.	**Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 6º ano** V.2, Situação de Aprendizagem 4 ATIVIDADE 2 – POLÍGONOS NO PLANO CARTESIANO V.2, Situação de Aprendizagem 5 ATIVIDADE 1 – EXPLORANDO TRIÂNGULOS ATIVIDADE 2 – OS TRIÂNGULOS E A ARTE ATIVIDADE 3 – OS TRIÂNGULOS NAS CONSTRUÇÕES ATIVIDADE 4 – IDENTIFICANDO QUADRILÁTEROS ATIVIDADE 5 – EXPLORANDO QUADRILÁTEROS

6º ANO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

OLÁ, PROFESSOR!

Nesta Sequência de Atividades, falamos diretamente com você, que está aí, na sala de aula, no convívio direto com os estudantes, os quais terão oportunidade, neste momento, de se envolver com atividades que possibilitam a retomada de conceitos, propriedades e procedimentos essenciais para o desenvolvimento de seus conhecimentos e capacidades em Matemática.

A Sequência de Atividades deve ser desenvolvida tendo como visão o protagonismo do/a estudante, fazendo parte da sua aprendizagem. Além disso, a socialização das atividades pelos/as estudantes é percebida como uma oportunidade para desenvolver habilidades e competências como cooperação, empatia, argumentação e comunicação, entre outras.

Vale ressaltar que os estudantes devem chegar ao inal da Sequência de Atividades sendo capazes de calcular e resolver situações-problema envolvendo os números naturais e racionais utilizando operações básicas, ou seja, a adição, subtração, multiplicação e divisão.

A escolha da habilidade foi feita por meio de análises realizadas dos resultados das avaliações ADE (Avaliação Diagnóstica de Entrada/2019) e SARESP (Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo), que revelaram fragilidades dos estudantes com relação às habilidades **(EF05MA07) Resolver e elaborar situações-problema de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos; e (EF05MA08) Resolver e elaborar situações-problema de multiplicação e divisão envolvendo números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.**

Desejamos a você e aos nossos estudantes um ótimo trabalho!

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1 e 2/90 min	NÚMEROS NATURAIS – CÁLCULOS E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO
3 e 4/90 min	NÚMEROS NATURAIS – CÁLCULOS E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO
5 e 6/90 min	NÚMEROS RACIONAIS – CÁLCULOS E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO
7 e 8/90 min	NÚMEROS RACIONAIS – CÁLCULOS E RESOLUÇÃO DE DE PROBLEMAS: MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

AULAS 1 E 2 – NÚMEROS NATURAIS – CÁLCULOS E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

ORGANIZAÇÃO DA TURMA:

Sugerimos que organize os/as estudantes em duplas produtivas e com níveis de conhecimento próximos, assim poderão contribuir para o avanço do/a colega em suas reflexões e nas aprendizagens do objeto de conhecimento matemático estudado.

MATERIAL NECESSÁRIO:

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Inicie uma conversa com a turma expondo, inicialmente, os objetivos das Aulas 1 e 2, referentes a duas operações aritméticas muito importantes: a adição e a subtração. Sugerimos conversar com a turma questionando-os sobre situações do cotidiano deles em que usam a adição ou a subtração, por exemplo, somando a quantidade de pontos em um jogo ou calculando a diferença entre o dinheiro entregue e o valor total em uma compra, para verificar se o troco está correto. Incentive os estudantes para que exponham situações reais em que essas operações se mostram úteis, de modo a aproximar a matemática escolar da realidade deles. Isso pode gerar um debate bem interessante e, por meio de questionamentos assim, propomos que acione os conhecimentos prévios dos estudantes em relação ao tema. Anote as ideias que eles apontarem em um canto da lousa, ou em um papel *Kraft* para retomá-las na finalização das aulas.

DESENVOLVENDO

Para dar continuidade às aulas, verifique se a turma tem em mãos o **Caderno do Estudante** e, se possível, solicite que os estudantes se reúnam em duplas produtivas para realizar as atividades em conjunto. Para as Aulas 1 e 2, estão previstas 7 atividades, as quais poderão ser divididas entre as duas aulas. Solicite que os estudantes leiam, analisem com cuidado os enunciados e pensem ativamente nas duplas sobre a melhor estratégia para a resolução de cada atividade. Propomos que você, professor, circule pela sala observando como estão desenvolvendo as atividades e, quando necessário, realize alguma mediação.
Por exemplo, é possível que os estudantes encontrem dificuldades na realização das operações da adição e subtração com reserva. Nesses casos, é importante que os estudantes relembrem sobre a organização do nosso sistema de numeração decimal, com unidades, dezenas, centenas, milhares etc. Ao realizar uma adição na ordem das unidades, por exemplo, utilizando o algoritmo tradicional, se o resultado possuir dois algarismos, colocamos o algarismo do resultado correspondente à unidade no campo da resposta abaixo das unidades dos números que estão sendo somados. O outro algarismo que corresponde às dezenas será acrescentado na soma dos algarismos da ordem das dezenas dos números que estão sendo somados. O mesmo ocorre em qualquer soma dos algarismos de determinada ordem, cujo resultado apresente dois dígitos. Na subtração, é importante ressaltar os casos em que o algarismo do minuendo, maior número, é menor do que o algarismo do subtraendo, menor número. Nessas situações, é preciso fazer a troca de uma ordem maior por uma ordem menor. Por exemplo, na **Atividade 4**, o algarismo 6 da ordem das unidades do minuendo é menor do que o algarismo 7 da ordem das unidades do subtraendo. Não há como subtrair 7 de 6 unidades no universo do conjunto dos números naturais. Por isso, nessa situação, é preciso recorrer à ordem vizinha, a das dezenas, e trocar uma das 5 dezenas por 10 unidades, uma vez que uma dezena equivale a 10 unidades. Logo, restarão 4 dezenas, e a outra é convertida em 10 unidades, que são somadas às 6 já existentes, totalizando 16 unidades. Agora, é possível subtrair 7 de 16 unidades. Esse é um aspecto muito importante que deve ser trabalhado com a turma e discutido com muitos detalhes. Se possível, utilize o Material Dourado ou outro material manipulativo nessa discussão da equivalência entre as ordens e na organização dos números em nosso sistema de numeração decimal. Esse tipo de abordagem pode ajudar os estudantes para que, a partir do concreto, do tátil, eles consigam abstrair com mais facilidade, e por meio da ludicidade, tais conceitos. Nesse processo, também é importante acompanhar as discussões entre os estudantes durante a resolução das atividades, pois, assim, é possível identificar como estão pensando, e que hipóteses e questionamentos possuem sobre a temática presente nesta atividade.

FINALIZANDO

Finalize as Aulas 1 e 2 construindo com a turma uma breve síntese do conteúdo matemático estudado. Essa síntese pode ser registrada no quadro em forma de listas com tópicos e subtópicos, esquemas ou mapas mentais. Retome as ideias e estratégias que os estudantes desenvolveram durante a realização das atividades. Espera-se que, ao

6º ANO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

AULAS 1 E 2 – NÚMEROS NATURAIS – CÁLCULOS E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO.

Objetivos das aulas:

- Realizar operações de adição e subtração envolvendo números naturais;
- Resolver situações-problema envolvendo adição e subtração de números naturais.

1. (SARESP, 2018) Ao resolvermos a operação 5 729 + 376, obtemos como resultado:

a. 5 109

b. 5 111

c. 6 105

d. 6 111

Use este espaço para desenvolver o seu raciocínio:

Resposta: espera-se que os estudantes realizem a operação da adição utilizando o algoritmo ou outras estratégias, a exemplo da decomposição: 5000 + 700 + 20 + 9 + 300 + 70 + 6 = 6000 + 90 + 15 = 6090 + 15 = 6105.

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ 1\ 1\ \,} \\ 5\ 7\ 2\ 9 \\ +\quad 3\ 7\ 6 \\ \hline 6\ 1\ 0\ 5 \end{array}$$

Alternativa C.

2. (SAREP, 2010) O resultado da operação 1 412 + 569 é:

a. 1 971

b. 1 981

c. 1 982

d. 2 081

Use este espaço para desenvolver o seu raciocínio:

Resposta: espera-se que os estudantes realizem a operação da adição utilizando o algoritmo:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\ \ \,} \\ 1\,4\,1\,2 \\ +\quad 5\,6\,9 \\ \hline 1\,9\,8\,1 \end{array}$$

ou outras estratégias a exemplo da decomposição: 1400 + 10 + 2 + 500 + 60 + 9 = 1900 + 70 + 11 = 1981. Alternativa B.

final das aulas, os estudantes tenham se apropriado dos conceitos de adição e subtração, e hajam explorado diversas estratégias para realizar cálculos e aplicar essas operações em situações reais. Caso observe a existência de estudantes que ainda não tenham se apropriado do que foi proposto nessas aulas, ou que queiram se aprofundar nos objetos de conhecimento matemático em pauta, sugerimos que intervenções sejam realizadas, trazendo mais exemplos realizados com eles na lousa, uso de jogos digitais que explorem a adição e a subtração, materiais manipulativos etc.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, observamos que, possivelmente, a dificuldade dos estudantes, ao realizarem a operação apresentada na **Atividade 1**, é a ocorrência de reservas sucessivas na dezena, na centena e no milhar, que pode ser a causa de erros. Há também a possibilidade de erro na organização da conta armada, causada pela quantidade diferente de algarismos dos dois números.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, possivelmente, podem aparecer dificuldades na **Atividade 2** em relação à reserva na ordem das dezenas. Desse modo, os estudantes podem, equivocadamente, assinalar as alternativas (A) ou (D). Se o(a) estudante não realizar a reserva da ordem das unidades para as dezenas, o resultado seria o proposto na alternativa (A). Contudo, se ele realizar, de modo errôneo, a reserva na ordem das dezenas, centenas e milhares, o resultado seria o proposto no item (D).

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor(a), é importante identificar na **Atividade 3** aqueles estudantes que, possivelmente, podem não responder corretamente a esse tipo de adição. Averiguar essa situação, caso ocorra, pode sinalizar se o equívoco se deve a uma distração no momento da realização da atividade ou se o conceito foi concebido de forma errônea:

(1) O(A) estudante pode não respeitar o valor posicional dos algarismos que compõem o número;

(2) Além disso, ele/ela pode estruturar o algoritmo corretamente, porém, ignorar o "vai 1" durante o processo.

3. (SARESP, 2013) Lia somou a pontuação que atingiu na realização de 3 testes.

375 + 1005 + 263

O resultado dessa adição é:

a. 6 395

b. 1 643

c. 1 533

d. 1 534

Use este espaço para desenvolver o seu raciocínio:

Resposta: espera-se que os estudantes realizem a adição de três números naturais com reserva, usando estratégias como o algoritmo tradicional, ou seja:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\,1} \\ 375 \\ 1005 \\ +\;\;263 \\ \hline 1643 \end{array}$$

ou outras, a exemplo da decomposição: 300 + 70 + 5 + 1000 + 5 + 200 + 60 + 3 = (300 + 1000 + 200) + (70 + 60) + (5 + 5 + 3) = 1500 + 130 + 13 = 1630 + 13 = 1643. Alternativa B.

4. (SARESP, 2009) O resultado de 2 456 – 1 247 é:

a. 3 703

b. 1 219

c. 1 211

d. 1 209

Use este espaço para desenvolver o seu raciocínio:

Resposta: espera-se que os estudantes efetuem a diferença entre os dois números naturais de quatro dígitos, ou seja:

$$\begin{array}{r} 4\;16 \\ 2\;4\;\cancel{5}\;\cancel{6} \\ -\;1\;2\;4\;7 \\ \hline 1\;2\;0\;9 \end{array}$$

Alternativa D.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor(a), possivelmente, os estudantes que assinalarem a alternativa (A) adicionaram os números em vez de subtraí-los. Se, porventura, algum estudante marcar a alternativa (B), uma possibilidade de equívoco é não haver considerado a troca de uma das 5 dezenas em 10 unidades para resolver a subtração na ordem das unidades; e, os que escolherem (C), provavelmente, colocaram os números em qualquer ordem e subtraíram, algarismo por algarismo, o menor do maior.

5. Um supermercado está contabilizando as vendas de um determinado produto, de modo a fazer o controle no estoque. Durante uma semana, a quantidade desse produto que saiu do estoque e que foi vendida durante o dia foi monitorada. Sempre a quantidade do produto no estoque no início de um dia é o restante que não foi vendido no dia anterior. Os dados foram organizados no seguinte quadro, com alguns valores desconhecidos:

	DOMINGO	SEGUNDA	TERÇA	QUARTA	QUINTA	SEXTA	SÁBADO
Estoque	1200	a	b	c	d	e	f
Vendido	158	196	130	99	234	125	199

Fonte: elaborado para fins didáticos.

Após o término das vendas no sábado, qual foi a quantidade de produtos que restou?

Resposta: aqui os estudantes devem realizar sucessivas subtrações, de modo a calcular a quantidade de produtos restantes a cada dia, que correspondem à quantidade de produtos no estoque do dia seguinte, representados pelas letras "a", "b", "c", "d" e "e". O quadro, após as subtrações, fica assim:

	DOM	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB
Estoque	1200	**1042**	**846**	**716**	**617**	**383**	**258**
Vendido	158	196	130	99	234	125	199

Por fim, no sábado, a quantidade de produtos restantes é igual a 258 – 199 = 59 produtos.

6. Daniel, Suely, Alex e Vitória são amigos e estão participando de um jogo chamado "Não mais que 101". O jogo é composto por cartas com números naturais entre 1 e 25. Cada um dos participantes inicia o jogo com cinco cartas na mão. Um deles inicia lançando uma carta da mão à mesa. Em seguida, o segundo jogador faz o mesmo, e assim sucessivamente. Os números das cartas da mesa vão sendo somados. Ao decorrer das rodadas, o participante, na sua vez, puxa uma carta da pilha, de modo a ficar com cinco cartas na mão e dá continuidade. Quem jogar a carta cuja soma total ultrapasse 101, perde. As cartas da mesa são, então, embaralhadas, e o jogo segue até sobrar um ganhador. Após algumas rodadas do jogo dos quatro amigos, a soma alcança o valor 87. É, então, a vez de Suely jogar. Ela puxa uma carta da pilha e fica com estas cinco cartas na mão:

18	**15**	**17**	**22**	**14**

Fonte: elaborado para fins didáticos.

Há possibilidade de Suely continuar participando dessa rodada? Justifique sua resposta.

Resposta: aqui os estudantes devem observar que Suely perderá a rodada se a soma das cartas na mesa ultrapassar 101. A soma do jogo já está em 87, logo, a próxima carta a ser jogada não pode ser maior que 101 – 87 = 14. Desse modo, há apenas uma possibilidade de ela permanecer no jogo: se ela jogar a carta de número 14, pois todas as outras resultarão em uma soma maior que 101.

7. Rosana iniciou um empreendimento com o objetivo de vender docinhos para festas de aniversário. Ela produz docinhos de quatro tipos: brigadeiros, beijinhos, bem-casados e trufas. Em um determinado mês, ela produziu 1 334 brigadeiros, 1 589 beijinhos, 902 bem-casados e 765 trufas. Sobre essa situação, responda:

a. Quantos docinhos Rosana produziu nesse mês?

Resposta: os estudantes, neste item, devem somar a quantidade dos quatro tipos de docinhos produzidos por Rosana. Para isso, eles devem escolher a melhor estratégia e obter o seguinte valor:

$$\begin{array}{rl} {\scriptstyle 2\,1\,2\ } & \\ 1\,3\,3\,4 & \\ 1\,5\,8\,9 & \\ 9\,0\,2 & + \\ 7\,6\,5 & \\ \hline 4\,5\,9\,0 & \end{array}$$

b. Qual a diferença entre a quantidade de brigadeiros e de trufas produzidas por Rosana?

Resposta: os estudantes devem realizar uma subtração para calcular a diferença entre brigadeiros e trufas e obter o seguinte:

$$\begin{array}{rl} {\scriptstyle 0\quad 2\quad 2\ \ } & \\ \cancel{1}\ {}^{1}\cancel{3}\ {}^{1}\cancel{3}\ {}^{1}4 & \\ 7\ \ 6\ \ 5 & - \\ \hline 5\ \ 6\ \ 9 & \end{array}$$

c. Ao somar a quantidade de beijinhos e brigadeiros, e subtrair pela soma da quantidade de trufas e bem-casados, qual o valor obtido?

Resposta: ao somar a quantidade de beijinhos e brigadeiros, temos o seguinte: 1334 + 1589 = 2923. E a soma entre as trufas e bem-casados é igual a 902 + 765 = 1667. Por fim, a diferença entre as duas quantidades resulta em:

2923 – 1667 = 1256.

AULAS 3 E 4 – NÚMEROS NATURAIS – CÁLCULOS E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

Objetivos das aulas:
- Realizar cálculos de multiplicação e divisão com números naturais por meio do algoritmo convencional e outros procedimentos de cálculo;
- Resolver problemas que envolvam a operação de multiplicação e divisão com números naturais.

Prezado estudante, antes de realizar as atividades propostas a seguir, sugerimos que:

a. Leia, atentamente, o enunciado da situação-problema. Se necessário, leia mais de uma vez;

b. Retire os dados importantes e escreva-os, antes de começar a solucionar a situação proposta;

c. Recorde se você já solucionou alguma situação-problema semelhante. Essas "lembranças" podem ajudá-lo na resolução das atividades;

d. Analise os dados e tenha sempre em mente a pergunta proposta;

e. Elabore um plano para solucionar a atividade.

1. O professor Vinicius do 6º ano B reservou o auditório da escola para a apresentação final da turma. O auditório possui 2 blocos com assentos e um corredor ao meio. Cada bloco possui 13 fileiras com 15 cadeiras cada. Desse modo, a capacidade máxima do auditório com pessoas sentadas é de:

a. 195

b. 338

c. 390

d. 450

Use este espaço para desenvolver o seu raciocínio:

Resposta: espera-se que os estudantes utilizem a multiplicação como ferramenta central para calcular a capacidade máxima de pessoas sentadas nesse auditório. Para isso, eles podem utilizar algum procedimento ou estratégia de cálculo, a exemplo do algoritmo convencional:

$$\begin{array}{r} \scriptstyle 1 \\ 13 \\ \times\ 15 \\ \hline 65 \\ +\ 13 \\ \hline 195 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \scriptstyle 1\,1 \\ 195 \\ \times\ 2 \\ \hline 390 \end{array}$$

Alternativa C.

AULAS 3 E 4 – NÚMEROS NATURAIS – CÁLCULOS E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

ORGANIZAÇÃO DA TURMA:

Organize os estudantes sentados individualmente com as carteiras dispostas em U ou, se possível, organize-os em duplas produtivas.

MATERIAL NECESSÁRIO:

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Com a finalidade de dar prosseguimento ao estudo das operações com os números naturais, inicie um diálogo com a turma questionando-os sobre o que eles relembram a respeito das operações de adição e subtração. Pode ser interessante exemplificar situações reais em que elas aparecem. A partir desse debate inicial, propomos que o diálogo seja conduzido de modo a expor que, em determinadas situações em que precisamos realizar a adição de várias parcelas iguais, uma outra operação pode ser utilizada em casos assim: a multiplicação. Ressaltamos a importância de que essa operação seja apresentada como uma extensão da adição. Isso pode contribuir cognitivamente para que os estudantes associem a multiplicação com elementos da adição que eles já dominam, de modo a relacionar elementos dentro da própria matemática. Você pode citar uma situação real, por exemplo, para calcular o valor total de um produto, em parcelas de mesmo valor. Para isso, entregue para a turma o **Caderno do Estudante** e realize a leitura coletiva da **Atividade 1**, de modo a orientá-los na resolução.

DESENVOLVENDO

Enquanto os estudantes estiverem realizando as atividades, esteja atento para possíveis dúvidas que eles apresentarem. Pode ser interessante explorar diversas formas de se realizar as operações de multiplicação e divisão, além do algoritmo convencional. Algumas dessas estratégias recorrem à História da Matemática, a exemplo do método dos maias para a multiplicação. Isso pode ser bem interessante, de modo a explorar outras tendências metodológicas para o ensino da matemática, que podem contribuir para o aprendizado dos estudantes. Sugerimos que um tempo seja combinado para que eles sozinhos, ou em duplas produtivas, realizem cada atividade. Após eles finalizarem, abra um momento de socialização e peça para que vários estudantes dialoguem com a turma sobre como pensaram, quais estratégias utilizaram, se tiveram dificuldades em alguma etapa etc. Isso é bem importante para que

2. Nara iniciou um empreendimento para vender caixas com bombons. Ela organiza cada caixa com 16 bombons. Em um dia, ela vendeu 25 caixas com bombons. Sobre essa situação, responda:

a. Quantos bombons foram vendidos nesse dia?

Resposta: espera-se que os estudantes efetuem uma multiplicação para calcular quantos bombons foram vendidos nesse dia, ou seja, $16 \cdot 25 = 400$ bombons.

b. Se uma caixa de bombons custa R$ 32,00, qual o valor total vendido nesse dia?

Resposta: espera-se que os estudantes efetuem uma multiplicação para calcular o valor total vendido nesse dia, ou seja, $32 \cdot 25 =$ R$ 800,00. Os estudantes também podem perceber que, como o valor de cada caixa é o dobro da quantidade de bombons, então basta dobrar o valor obtido no item A: $400 \cdot 2 =$ R$ 800,00.

c. Qual o valor unitário de um bombom?

Resposta: espera-se que os estudantes efetuem uma divisão para calcular o valor unitário de um bombom, ou seja, $32 : 16 =$ R$ 2,00.

3. Cinco amigos organizaram uma rifa com o objetivo de arrecadar dinheiro para um projeto social do bairro onde eles moram. Cada um deles ficou com três talões com 25 rifas cada para vender. Além disso, cada um dos amigos pediu ajuda a outras 7 pessoas para vender um talão com 25 rifas para cada pessoa. Sabendo que o preço de cada rifa foi de R$ 2,00 e que todas foram vendidas, qual o valor arrecadado?

Resposta: espera-se que os estudantes explicitem as estratégias para o cálculo do valor total arrecadado. A multiplicação aqui é a operação que mais agiliza a obtenção do resultado. Primeiro, é preciso saber a quantidade total de rifas. Cada um dos cinco amigos ficou com 3 talões contendo 25 rifas cada, ou seja, cada um vendeu $25 \cdot 3 = 75$ rifas. Logo, entre os amigos, o total de rifas vendidas foi de $5 \cdot 75 = 375$. Cada um dos amigos solicitou a outras 7 pessoas a venda de um talão com 25 rifas. Desse modo, $7 \cdot 5 = 35$ pessoas auxiliaram na venda de um talão, contabilizando $35 \cdot 25 = 875$ rifas. Ao todo, portanto, foram vendidas $375 + 875 = 1\,250$ rifas. Se uma rifa custou R$ 2,00, temos o valor total arrecadado igual a $2 \cdot 1\,250 =$ R$ 2.500,00.

os estudantes observem que uma mesma situação-problema pode ser realizada de diferentes modos, e que as próprias operações de multiplicação e de divisão não são rígidas, ou que só podem ser realizadas de uma maneira única. Nesses momentos, alguns questionamentos podem ser convidativos, a exemplo de “Alguém pensou de outro modo?”, “O que mais chamou a atenção de vocês no pensamento do colega?” e outros que você julgar pertinente. A **Atividade 4**, especificamente, propõe uma situação que pode ser explorada de diversas maneiras. Explore, ao máximo, a discussão dessa atividade, uma vez que ela trata de elementos importantes da divisão, como o resto. Além disso, os estudantes podem usar critérios de divisibilidade para pensar

4. Juliana e Anderson iniciaram uma brincadeira chamada "Quem é o meu resto?". Nessa dinâmica, um deles inicia falando um número entre 10 e 1 000. Em seguida, o outro escolhe um número entre 2 e 10. Por fim, eles realizarão uma divisão entre o número escolhido pelo primeiro jogador e o número escolhido pelo segundo. Se a divisão possuir resto zero, o segundo jogador ganha 1 ponto; caso contrário, o primeiro jogador ganha 1 ponto. O jogo segue invertendo a ordem de quem escolhe os números a cada etapa. Após 6 rodadas, quem tiver mais pontos, ganha. Juliana iniciou a brincadeira. Os números escolhidos foram os seguintes:

	Rodada 1	Rodada 2	Rodada 3	Rodada 4	Rodada 5	Rodada 6
Juliana	763	3	897	9	913	3
Anderson	7	549	7	299	8	681

a. Quem venceu a brincadeira? Justifique sua resposta.

Resposta: espera-se que os estudantes aqui realizem as divisões de cada rodada e verifiquem se o resto foi zero ou não. Se o resto for zero, o jogador que escolheu o divisor ganha 1 ponto. Para isso, eles podem utilizar o algoritmo convencional, obtendo a seguinte análise a cada rodada:

Rodada 1: 763 : 7 = 109. Resto = 0. Ponto para: Anderson.

Rodada 2: 549 : 3 = 183. Resto = 0. Ponto para: Juliana.

Rodada 3: 897 : 7 = 128. Resto = 1. Ponto para: Juliana.

Rodada 4: 299 : 9 = 33. Resto = 2. Ponto para: Anderson.

Rodada 5: 913 : 8 = 114. Resto = 1. Ponto para: Juliana.

Rodada 6: 681: 3 = 227. Resto = 0. Ponto para: Juliana.

Juliana venceu a brincadeira com 4 pontos.

b. Suponha que você estivesse jogando e, em determinada rodada, fosse o segundo jogador. Seu adversário escolheu o número 861. Quais números você deveria escolher para pontuar?

Resposta: aqui os estudantes devem escolher a melhor estratégia para verificar as possibilidades de divisores que, ao realizar a divisão com 861, resultem em resto zero. Eles podem, por exemplo, dividir 861 por todos os números entre 2 e 10 ou acionar alguns critérios de divisibilidade para eliminar, de antemão, algumas possibilidades. Por exemplo, 861 é um número ímpar; logo, ao dividir por 2, deixará resto 1. Ao final, eles deverão encontrar que existem duas possibilidades de números que ele poderia escolher para ganhar ponto: o 3 e o 7. Em ambos os casos, o resto da divisão é zero:

861 : 3 = 287. Resto = zero.

861 : 7 = 123. Resto = zero.

tização desses conceitos, de identificar se algum estudante ainda apresenta algum questionamento ou fragilidade em relação aos objetivos de aula propostos para esta Sequência de Atividades e de planejar estratégias em busca de esclarecer tais dúvidas.

na resolução. A **Atividade 5**, por sua vez, explicita uma aplicação comercial muito comum envolvendo as operações de multiplicação e divisão. A partir dessa atividade, dialogue sobre como essas operações estão presentes no cotidiano, de modo a aproximar a matemática da realidade deles.

FINALIZANDO

Ao término das atividades, sugerimos que sejam revisados com os estudantes o que eles aprenderam sobre as operações de multiplicação e divisão. Incentive-os a pesquisarem em casa, na *internet* ou em livros, estratégias para a realização dessas operações, além do algoritmo convencional. Por fim, ressaltamos a importância da sistema-

AULAS 5 E 6 – NÚMEROS RACIONAIS – CÁLCULOS E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize os/as estudantes sentados individualmente com as carteiras dispostas em U ou, se possível, em duplas.

MATERIAL NECESSÁRIO:

Caderno do Estudante.

INICIANDO

As Aulas 5 e 6 podem ser iniciadas com uma conversa com a turma expondo, inicialmente, os objetivos das aulas referentes às operações de adição e de subtração, que eles já estudaram, porém, aplicadas agora a um outro conjunto de números: os números racionais. Sugerimos questionar a turma sobre situações do cotidiano deles em que esses números aparecem, por exemplo, no nosso sistema monetário, em que expressamos quantidades em dinheiro através de números racionais no formato decimal. Explore outras situações reais em que os números racionais se fazem presentes, de modo a incentivar os estudantes a pensar em contextos do cotidiano deles, em que operações com esses números se mostram úteis, de modo a aproximar esses conceitos da realidade deles. Isso pode gerar um debate bem

5. Caio comprou um micro-ondas em uma loja no valor de R$ 768,00. Ele dividiu em quatro prestações sem juros. Qual o valor de cada prestação? Explicite o seu raciocínio.

Resposta: espera-se que os estudantes realizem a divisão do valor total pela quantidade de prestações, utilizando o algoritmo convencional ou outras estratégias de cálculo, de modo a obter o preço de cada prestação (R$ 192,00):

```
  7 6 8 | 4
- 4       1 9 2
  3 6
- 3 6
    0 8
  -   8
      0
```

AULAS 5 E 6 – NÚMEROS RACIONAIS – CÁLCULOS E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Objetivos das aulas:
- Realizar operações de adição e subtração envolvendo números racionais (representação decimal);
- Resolver situações-problema envolvendo adição e subtração com números racionais (representação decimal).

1. Carolina comprou um livro por R$ 78,90 e pagou com uma nota de R$ 100,00. Ela recebeu de troco:

a. R$ 21,10
b. R$ 32,10
c. R$ 41,90
d. R$ 42,90

Use este espaço para desenvolver o seu raciocínio:

Resposta: espera-se que os estudantes associem a resolução ao algoritmo da subtração, ou seja, 100,00 – 78,90 = 21,10. Assim, o troco que Carla recebeu foi de R$ 21,10. Alternativa A.

2. (SARESP, 2013) Carla precisa forrar um cômodo da casa que mede 5,30 m de comprimento. A forração que ela tem mede 3,90 m de comprimento e tem a mesma largura do cômodo. Para forrar o cômodo todo:

a. Irão faltar 2,60 m
b. Irão faltar 2,40 m.
c. Irá faltar 1,40 m.
d. Irá faltar 1,60 m.

Use este espaço para desenvolver o seu raciocínio:

Resposta: espera-se que os/as estudantes operem com a subtração, ou seja, calculem a diferença entre a metragem total do cômodo e a metragem da forração de Carla: 5,30 – 3,90 = 1,40. Portanto, para forrar todo o cômodo, faltará 1,40 m. Alternativa C.

interessante para que, a partir de então, você comece a discutir com eles as atividades, tendo como objetivo principal que os estudantes consigam **(EF05MA07) Resolver e elaborar situações-problema de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.**

3. A professora de Matemática de Luan escreveu as seguintes operações no quadro e solicitou que os estudantes resolvessem:

(1) **3,36 + 72,9 = ?**

(2) **0,75 + 0,25 – 0,50 = ?**

(3) **15,28 – 0,41= ?**

Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Luan encontrou os seguintes resultados:

(1) **10,65**

(2) **0,50**

(3) **15,69**

Ele está correto? Justifique sua resposta. Caso alguma(s) das operações esteja(m) equivocada(s), apresente o(s) valor(es) correto(s).

Resposta: espera-se que os estudantes realizem as três operações e verifiquem que os valores de (1) e (3) estão equivocados, apenas a (2) está correta. O resultado de (1) é 76,26, e o de (3) é 14,87.

Para a realização das operações, eles devem explicitar a estratégia utilizada, seja o algoritmo convencional, cálculo mental, decomposição ou outra que porventura surja.

4. (SARESP, 2010 – Adaptada) Lucia está aplicando um bordado em volta de uma toalha. O contorno inteiro da toalha tem 5 m. Ela já aplicou 3,75 m. Portanto:

a. Ainda faltam 2,75 m.

b. Ainda faltam 2,70 m.

c. Ainda falta 1,75 m.

d. Ainda falta 1,25 m.

Use este espaço para desenvolver o seu raciocínio:

Resposta: espera-se que, para resolver a situação-problema, o estudante calcule a diferença 5 - 3,75 = 1,25. Logo, ainda falta 1,25 m. Alternativa D.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor(a), sugerimos que observe os possíveis erros que os estudantes podem cometer ao resolver a subtração da **Atividade 2**. Eles podem, por exemplo, ao utilizar o algoritmo convencional, ignorar a permuta de uma unidade da ordem das unidades em dez décimos para realizar a subtração na ordem dos décimos. Além disso, eles podem, equivocadamente, considerar o 3,90 como o minuendo e o 5,30 como o subtraendo.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor(a), caso os estudantes apresentem dificuldades no uso do algoritmo convencional da subtração para calcular a diferença entre um número inteiro e um decimal, sugerimos que seja discutida com a turma a organização das ordens dos algarismos do nosso sistema de numeração decimal. É interessante também esclarecer a diferença entre um número inteiro e um número decimal como parte de um inteiro. Alguns materiais manipulativos podem ser úteis nessa discussão, como o disco de frações.

DESENVOLVENDO

Em seguida, verifique se a turma está com o **Caderno do Estudante** em mãos e, se as condições de sua sala de aula permitirem, solicite que os estudantes sejam reunidos em duplas produtivas para realizar as atividades em conjunto. Solicite que os estudantes leiam, analisem com cuidado os enunciados e pensem ativamente nas duplas ou individualmente sobre a melhor estratégia para a resolução de cada atividade. É importante que, antes da realização das atividades, os estudantes sejam orientados sobre como realizar as operações de adição e subtração com números racionais com representação decimal. Propomos que você, professor(a), realize alguns exemplos com eles na lousa, por exemplo, sobre a organização desses números ao utilizar o algoritmo convencional ou utilizando estratégias como a decomposição.

Explore a organização das ordens dos algarismos após a vírgula, em décimos, centésimos, milésimos etc. Isso é importante para que eles associem corretamente a adição e subtração com algarismos de ordem correspondentes, assim como ocorre com os números naturais. Por exemplo, é possível que os estudantes encontrem dificuldades ao organizar os números um abaixo do outro, utilizando o algoritmo convencional. É importante visualizar que, nesses casos, a vírgula é o ponto de referência, de modo que a vírgula de um dos números precisa ficar exatamente abaixo da vírgula do outro e todos os outros algarismos devem ser organizados a partir dessa referência, ou seja, algarismo de mesma ordem um abaixo do outro. Pode ser útil em alguns casos, para não confundir, preencher espaços vazios com algarismos zeros. Relembre-os também sobre a organização do nosso sistema de numeração decimal, nos números naturais, com unidades,

5. Realize as seguintes operações

a. 3,78 + 2,5 = **6,28.**

b. 409,36 – 125,87 = **283,49.**

c. 9,87 + 1,58 – 0,23 = **11,22.**

d. 1,2689 + 4,1 = **5,3689.**

e. 7,63 + 87,12 = **94,75.**

f. 15,84 – 9,85 + 20,6896 = **26,6796.**

g. 0,068 + 1,23 + 5,97 = **7,268.**

h. 1002,4 – 735,26 = **267,14.**

i. 6,33 – 4,50 + 2,17 = **4,00 ou 4.**

j. 12 – 6,7 + 0,4 – 1,2 = **4,5.**

Use este espaço para desenvolver o seu raciocínio:

Resposta: os estudantes podem utilizar diversas estratégias para resolver as operações. Ao aplicar o algoritmo convencional, tem-se:

a 1 3, 7 8 + 2, 5 0 6, 2 8	b 3 8 2 ~~4~~ ¹0 ~~9~~, ¹~~3~~ ¹6 - 1 2 5, 8 7 2 8 3, 4 9	c 1 1 9, 8 7 + 1, 5 8 1 1, 4 5 - 0, 2 3 1 1, 2 2
d 1 1, 2 6 8 9 + 4, 1 0 0 0 5, 3 6 8 9	e 1 7, 6 3 + 8 7, 1 2 9 4, 7 5	f 4 7 ⁰~~1~~ ¹~~5~~, ¹~~8~~ ¹4 - 9, 8 5 1 1 1 5, 9 9 + 2 0, 6 8 9 6 2 6, 6 7 9 6
g 0, 0 6 8 + 1, 2 3 1 1 1, 2 9 8 + 5, 9 7 7, 2 6 8	h ⁰~~1~~ ⁹~~0~~ ⁹~~0~~ ¹2, ³~~4~~ ¹0 - 7 3 5, 2 6 2 6 7, 1 4	i ⁵~~6~~, ¹3 3 - 4, 5 0 1 1 1, 8 3 + 2, 1 7 4, 0 0
j 1 ⁰~~1~~ ¹~~2~~, ¹0 - 6, 7 5, 3	5, 3 + 0, 4 5, 7	5, 7 - 1, 2 4, 5

dezenas, centenas, milhares etc. Uma observação relevante é que, ao realizar, por exemplo, uma soma na ordem dos centésimos, segundo algarismo após a vírgula, utilizando o algoritmo convencional, e o resultado possuir dois algarismos, colocamos, no campo da resposta abaixo dos centésimos dos números que estão sendo somados, o algarismo do resultado correspondente ao centésimo. O outro algarismo que corresponde aos décimos, primeiro algarismo após a vírgula, será acrescentado na soma dos algarismos da ordem dos décimos dos números que estão sendo somados, assim como ocorre na adição de números naturais. Na subtração, o pensamento é semelhante. Os algarismos do subtraendo (menor número), ao utilizar o

6. Ednaldo fez algumas compras em um supermercado e, quando chegou em casa, percebeu que a nota fiscal havia molhado, apagando o valor total da compra:

SUPERMERCADO MULTIDIVI
DATA: 05/02/2021 - 12:35
CNPJ: 0000.0000.000/00

COMPRAS

01 MARGARINA 500G	3,66
01 ARROZ KG	4,89
01 FEIJÃO KG	8,74
01 PEITO C/ OSSO (0,932KG)	18,53
01 ÓLEO DE GIRASSOL	12,36
01 TEMPERO	4,85
01 SAL KG	1,20
DESCONTO CLUBE	-2,48
TOTAL	

Fonte: elaborado para fins didáticos.

a. Qual o valor total das compras que Ednaldo fez?

Resposta: espera-se que os estudantes somem o valor total dos produtos utilizando a melhor estratégia que eles escolherem. Eles podem, por exemplo, somar todos os valores de uma vez ou ir somando dois a dois e depois somar os valores parciais obtidos, de modo a aplicar a propriedade associativa da adição: $(a + b) + c = a + (b + c)$. Por fim, eles devem notar que houve um desconto que precisa ser subtraído para encontrar o valor total de:

$(3,66 + 4,89 + 8,74 + 18,53 + 12,36 + 4,85 + 1,20) - 2,48 =$ R$ 51,75.

b. Ednaldo pagou as compras com uma cédula de R$ 50,00, e outra de R$ 20,00. Qual foi o troco recebido?

Resposta: o troco recebido foi igual a
$70,00 - 51,75 =$ R$ 18,25.

algoritmo convencional, devem estar posicionados abaixo da ordem correspondente aos algarismos do minuendo (maior número), inclusive nas ordens da parte decimal, mantendo a vírgula como referência. Esse é um aspecto muito importante que deve ser trabalhado com a turma com bastante cuidado e discutido com muitos detalhes.

Se possível, utilize algum material manipulativo nessa discussão da organização dos números em nosso sistema de numeração decimal, a exemplo da Escala Cuisenaire. Esse tipo de abordagem pode ajudar os estudantes para que, a partir do concreto, eles consigam abstrair com mais facilidade, e por meio da ludicidade, tais conceitos. Nesse processo, também é importante acompanhar as discussões entre os estudantes durante a resolução das atividades, pois assim é possível identificar como estão pensando, que hipóteses e questionamentos possuem sobre a temática presente nesta atividade.

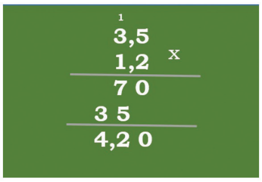
FINALIZANDO

Finalize as Aulas 5 e 6 construindo com a turma uma breve síntese do conteúdo matemático estudado. Essa síntese pode ser registrada no quadro em forma de listas com tópicos e subtópicos, esquemas ou mapas mentais. Retome as ideias e estratégias que os estudantes desenvolveram durante a realização das atividades. Espera-se que, ao final das aulas, os estudantes tenham se apropriado dos conceitos de adição e subtração, e hajam explorado diversas estratégias para realizar cálculos e aplicar essas operações em situações reais. Caso observe a existência de estudantes que ainda não tenham se apropriado do que foi proposto nessas aulas, ou que queiram se aprofundar nos objetos de conhecimento matemático em pauta, sugerimos que intervenções sejam realizadas, como mais exemplos realizados com eles na lousa, uso de jogos digitais que explorem a adição e a subtração, materiais manipulativos etc.

AULAS 7 E 8 – NÚMEROS RACIONAIS – CÁLCULOS E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

Objetivos das aulas:
- Realizar cálculos de multiplicação e divisão com números racionais (representação decimal);
- Resolver situações-problema envolvendo multiplicação e divisão com números racionais (representação decimal).

1. A multiplicação envolvendo números racionais no formato decimal é muito semelhante à multiplicação entre números naturais. Multiplicamos os números de modo igual ao produto entre números naturais. Por fim, na resposta, posicionamos a vírgula de modo que o resultado possua a quantidade de casas decimais após a vírgula igual à soma da quantidade de casas decimais após a vírgula de todos os fatores. Veja, por exemplo, como fazemos a multiplicação entre 3,5 e 1,2:



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Agora é a sua vez! Realize as operações de multiplicação a seguir:

a. 2 x 1,5 =

Resposta: 3.

```
  1
 1, 5
    2   x
 -----
 3, 0
```

d. 0,73 x 10 =

Resposta: 7,3.

```
   0, 7 3
      1 0   x
  ---------
   0 0 0    +
  0 7 3
  ---------
  0 7, 3 0
```

AULAS 7 E 8 – NÚMEROS RACIONAIS – CÁLCULOS E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

ORGANIZAÇÃO DA TURMA:

Organize os estudantes sentados individualmente, com as carteiras dispostas em U.

MATERIAL NECESSÁRIO:

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Inicie as aulas conversando com os estudantes sobre as operações de multiplicação e divisão, como as realizamos e como elas estão presentes no nosso cotidiano. Enfatize que essas operações aritméticas envolvendo números racionais no formato decimal se fazem muito presentes em situações comerciais, com o valor de produto, por exemplo, sendo dividido em tantas parcelas de mesmo valor. Para saber o valor total do produto, multiplicamos o número de parcelas pelo valor de cada um e, se dispormos do valor inal do produto e do número de parcelas, utilizamos a divisão para calcular o valor de cada parcela. É interessante mostrar essas operações como complementares umas das outras para que os estudantes associem a multiplicação à divisão e vice-versa. Após esse diálogo inicial, entregue o **Caderno do Estudante** à turma e realize, inicialmente, a leitura coletiva e minuciosa da **Atividade 1**.

DESENVOLVENDO

O enunciado da primeira atividade propõe uma reflexão sobre como podemos realizar a operação de multiplicação envolvendo números racionais no formato decimal. Sugerimos que um tempo maior das aulas seja destinado à discussão dessa atividade. Você pode, professor, realizar alguns dos itens em conjunto com a turma e, em seguida, solicitar que eles realizem sozinhos os demais e socializar como resolveram. Estimule os estudantes para que eles tentem sozinhos e, se não chegarem ao resultado correto, tentem novamente. A calculadora aqui pode ser útil para verificar se o estratégias para ajudar os estudantes.

b. 4,29 x 6 =

Resposta: 25,74.

1 5
4, 2 9
x
6

2 5 ,7 4

e. 8,98 x 2,4 =

Resposta: 21,552.

1 1
3 3
8, 9 8
x
2, 4

3 5 9 2 +
1 7 9 6

2 1, 5 5 2

c. 15,3 x 1,9 =

Resposta: 29,07.

4 2
1 5, 3
x
1, 9

1 3 7 7 +
1 5 3

2 9,0 7

f. 31,2 x 6,08 =

Resposta: 189,696.

1
1
3 1, 2
x
6, 0 8

2 4 9 6
0 0 0 +
1 8 7 2

1 8 9,6 9 6

2. (SARESP, 2009) Dividindo 1,25 por 0,5, obtemos:

a. 1,05

b. 1,5

c. 2,05

d. 2,5

Use este espaço para desenvolver o seu raciocínio:

Resposta: espera-se que os estudantes realizem a divisão de 1,25 por 0,5, obtendo como quociente 2,5. Alternativa D.

3. O resultado da divisão de 4,5 por 0,3 é:

a. 0,15

b. 1,35

c. 1,5

d. 15

Use este espaço para desenvolver o seu raciocínio:

Resposta: espera-se que os estudantes realizem a divisão de 4,5 por 0,3, obtendo o quociente 15. Alternativa D.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor(a), possivelmente, os estudantes que marcarem as alternativas (A) e (C) na **Atividade 2** também fizeram corretamente a divisão de 45 por 3, mas é provável que não igualaram as casas decimais. Os estudantes podem superar estas dificuldades com problemas e exercícios diversificados para a compreensão e fixação dos procedimentos da divisão.

resultado está correto, mas somente após a tentativa de resolução. O mesmo pode ser feito para as demais atividades.

FINALIZANDO

Finalize as Aulas 7 e 8 com uma retomada sobre as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, como realizá-las e a importância delas no nosso dia a dia. Questione a turma se eles possuem alguma dúvida com perguntas, a exemplo “Como realizamos uma adição/subtração/multiplicação/divisão com números decimais?”. As respostas deles podem indicar alguma possível fragilidade para que você, professor, identifique onde precisa retomar com mais ênfase ou refletir em seu planejamento

4. Valéria foi a uma loja de eletrodomésticos para comprar um refrigerador com o objetivo de presentear sua mãe. O vendedor indica duas opções de pagamento: à vista, o refrigerador custa R$ 2 650,00, e a prazo, a partir de duas vezes, esse valor é acrescido de juros. Ele mostra as seguintes opções de parcelamento para o valor total do refrigerador com acréscimo de juros:

Nº de prestações	Valor da prestação
2	R$ 1 337,50
3	R$ 904,25
4	R$ 696,10
5	R$ 569,19
6	R$ 482,92
7	R$ 416,94
8	R$ 371,86

Valéria dispõe de R$ 2 850,00 para comprar o refrigerador. Nesse contexto, quais opções de adquirir o produto ela pode pagar?

Resposta: espera-se aqui que os estudantes calculem o valor total do refrigerador em cada opção de parcelamento:

2 · R$ 1 337,50 = R$ 2 675,00
3 · R$ 904,25 = R$ 2 712,75
4 · R$ 696,10 = R$ 2 784,40
5 · R$ 569,19 = R$ 2 845,95
6 · R$ 482,92 = R$ 2 897,52
7 · R$ 416,94 = R$ 2 918,58
8 · R$ 371,86 = R$ 2 974,88

e percebam que as opções que Valéria pode pagar são: à vista e as de parcelamentos em 2, 3, 4 ou 5 prestações.

6º ANO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

OLÁ, PROFESSOR!

Nesta Sequência de Atividades, falamos diretamente com você, que está aí, na sala de aula, no convívio direto com os estudantes, os quais terão oportunidade, neste momento, de se envolverem com atividades que possibilitam a retomada de conceitos, propriedades e procedimentos essenciais para o desenvolvimento de seus conhecimentos e capacidades em matemática.

A Sequência de Atividades deve ser desenvolvida tendo como visão o protagonismo do/a estudante, fazendo parte da sua aprendizagem. Além disso, a socialização das atividades pelos/as estudantes é percebida como uma oportunidade para desenvolver habilidades e competências como cooperação, empatia, argumentação e comunicação, entre outras.

Vale ressaltar que os estudantes devem chegar ao final da Sequência de Atividades sendo capazes de ler e escrever números racionais fracionários, compreender a sua representação como parte do todo e resolver situações-problema que envolvem frações de quantidade.

As habilidades a serem desenvolvidas nas aulas são:

(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes;

(EF06MA09) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1 e 2/90 min	Frações do bolo
3 e 4/90 min	Representação na reta numérica
5 e 6/90 min	Mais que um inteiro
7 e 8/90 min	Parte de uma quantia

Sabemos que as atividades por si só não ensinam. Por isso, professor, a sua atuação é tão importante em cada uma das situações propostas aqui, cujo objetivo é recuperar as aprendizagens e desenvolver as habilidades esperadas para o 6º Ano do Ensino Fundamental. Para isso, este caderno deverá servir como mais uma ferramenta que o auxiliará no processo de ensino, sendo necessário, portanto, que você considere, em seu replanejamento, outras possibilidades de discussão e recursos, para além daqueles sugeridos nesta Sequência de Atividades. Para ajudá-lo nessa ação, a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo fornecerá, por meio do Centro de Mídias, formação continuada quinzenal acerca das Sequências de Atividades, nos momentos das Aulas de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPCs). Desejamos a você e a nossos estudantes um ótimo trabalho!

AULAS 1 E 2 – FRAÇÕES DO BOLO

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas produtivas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante.
Folha de papel sulfite.

INICIANDO

Professor, sugerimos que os/as estudantes sejam organizados em duplas. Promova uma dinâmica que permita que todos se sintam envolvidos com as atividades. É interessante começar as Aulas 1 e 2 desta Sequência informando os/as estudantes de que, nas próximas aulas, estudarão frações e que as atividades iniciais abordarão conteúdos sobre ler e escrever números naturais e números racionais fracionários e determinar frações equivalentes. É interessante orientá-los/as quanto à importância do estudo de frações para o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático. Após essa breve introdução, a turma poderá ler as questões no Caderno do Estudante.

DESENVOLVENDO

Para começar, pode-se fazer o levantamento do conhecimento prévio dos estudantes em relação as frações, iniciando o assunto com uma conversa sobre em que contexto a usamos. A **Atividade 1** do Caderno do Estudante pode ser a base para explorar o surgimento das frações, pois nem todas as quantidades podem ser representadas pelos números naturais. Aborde a leitura e a escrita da fração com denominadores até 9, acima de onze e as frações decimais. Para a **Atividade 3** do Caderno do Estudante, pode-se distribuir folhas de papel sulfite para os estudantes e pedir para dobrar ao meio duas vezes; ao abrir a folha, ela estará com 4 repartições, peça aos estudantes para pintar duas partes. Depois, peça para dobrar a mesma folha mais uma vez de forma que fique dividida em 8 partes. Questione-os se a parte pintada anteriormente foi alterada e explore o conceito de fração equivalente. Com essas orientações, os estudantes poderão responder às **Atividades 4, 5, 6 e 7** do **Caderno do Estudante.**

FINALIZANDO

Para finalizar a aula, sugerimos a correção das questões do **Caderno do Estudante**. Incentive a participação dos estudantes de modo que possíveis dúvidas sejam esclarecidas e peça que compartilhem as resoluções com o objetivo de explorar as diferentes estratégias existentes para resolver uma determinada questão.

6º ANO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

AULAS 1 E 2 – FRAÇÕES DO BOLO

Objetivos das aulas:
- Ler e escrever números racionais fracionários;
- Compreender o conceito de equivalência de frações;
- Determinar frações equivalentes.

1. Escreva como se lê cada número racional fracionário a seguir.

a. $\frac{3}{4}$

b. $\frac{10}{12}$

c. $\frac{17}{25}$

d. $\frac{7}{10}$

Professor, se por preciso, comente que, para escrever como se lê o denominador de uma fração maior do que 10, lemos o número normalmente e acrescentamos a palavra "avos", com exceção das potências de 10 (10, 100, 1000 etc.).

A) Três quartos.

B) Dez doze avos.

C) Dezessete vinte e cinco avos.

D) Sete décimos.

2. Escreva as frações correspondentes a:

a. um sexto.

b. treze centésimos.

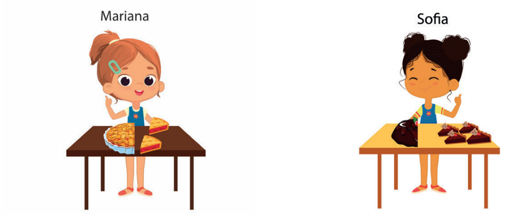
c. oito quinze avos.

d. um meio.

Relembre que as frações com denominadores em potência de 10 (10, 100, 1000 etc.) são chamadas de frações decimais.

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{13}{100}$ C) $\frac{8}{15}$ D) $\frac{1}{2}$

3. Duas amigas foram em uma loja de doces e compraram dois bolos iguais, mas de sabores diferentes. Mariana cortou seu bolo em 4 partes iguais e separou $\frac{2}{4}$. Sofia cortou o seu bolo em 8 partes iguais e separou $\frac{4}{8}$. Quem separou a maior parte do bolo?



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Observando o desenho, espera-se que os estudantes percebam que as partes separadas são as mesmas, pois são frações equivalentes. A parte correspondente à $\frac{2}{4}$ é a mesma que corresponde à $\frac{4}{8}$. Dizemos que são frações equivalentes. Portanto, as duas amigas separaram a mesma quantidade de bolo.

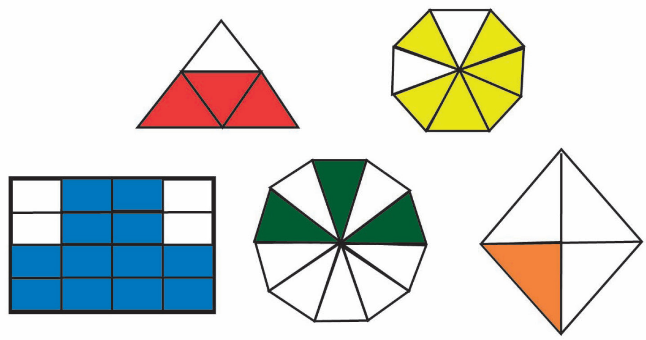
4. Explique o que são frações equivalentes. Dê dois exemplos.

Professor, oriente os estudantes a escreverem com suas próprias palavras o que são frações equivalentes. Peça que compartilhem as respostas e verifique se os exemplos dados estão corretos. Frações equivalentes têm o mesmo valor em relação à mesma unidade. Exemplos: $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ e $\frac{9}{11} = \frac{27}{33}$

5. (AAP - 2012) De um bolo de chocolate cortado em pedaços iguais, Paulo comeu $\frac{1}{3}$, Juca comeu $\frac{3}{9}$, Zeca comeu $\frac{3}{15}$ e Beto comeu $\frac{2}{15}$. Quais foram os dois meninos que comeram a mesma quantidade de bolo? Mostre como você chegou a essa resposta.

Professor, para esta questão, explore a diversidade em relação a resolução. Pode ser que os estudantes a resolvam fazendo ilustrações para representar as frações e comparar para saber quem comeu a mesma quantidade do bolo. Outra forma de resolver seria perceber que a fração $\frac{1}{3}$ é equivalente a $\frac{3}{9}$, pois multiplica o numerador e o denominador da fração $\frac{1}{3}$ por 3, obtendo $\frac{3}{9}$. Assim, $\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$ e, portanto, Paulo e Juca comeram a mesma quantidade de bolo.

6. (AAP - 2015) Observe as figuras a seguir:



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Dica: para encontrar a fração correspondente a cada figura.
Numerador – contar as partes da figura que são coloridas.
Denominador - contar as partes da figura brancas e coloridas.

Das figuras anteriores, quais representam frações equivalentes?

Nesta questão, os estudantes deverão escrever a fração correspondente à cada figura para depois identificar quais são as frações equivalentes.

Fração correspondente à figura azul: $\frac{12}{16}$

Fração correspondente à figura vermelha: $\frac{3}{4}$

Fração correspondente à figura verde: $\frac{3}{10}$

Fração correspondente à figura amarela: $\frac{6}{8}$

Fração correspondente à figura laranja: $\frac{1}{4}$

x4

x2

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{12}{16}$$

x2

x4

As frações três quartos, seis oitavos e doze dezesseis avos são equivalentes, pois, ao multiplicarmos o numerador e o denominador da fração $\frac{3}{4}$ por 2, obtemos a fração $\frac{6}{8}$ e, depois, ao multiplicarmos o numerador e o denominador da fração $\frac{3}{4}$ por 4, obtemos a fração $\frac{12}{16}$. Ainda, ao multiplicarmos o numerador e o denominador da fração $\frac{6}{8}$ por 2, também obtemos a fração $\frac{12}{16}$.

AULAS 3 E 4 – REPRESENTAÇÃO NA RETA NUMÉRICA

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas produtivas.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Professor(a), sugerimos que os estudantes sejam organizados em duplas produtivas, mas em um período remoto essa organização deve ser alterada para contemplar os estudantes que estarão, por meio de alguma plataforma, vinculados a você. Portanto, promova uma dinâmica que permita que todos se sintam envolvidos com as atividades desenvolvidas. Para as Aulas 3 e 4 desta Sequência, é importante que os estudantes tenham sanado as possíveis dúvidas sobre os conteúdos das aulas anteriores, conceito de equivalência de frações, pois servirá como base para abordar os assuntos destas aulas. Se julgar necessário, faça uns exemplos com o objetivo de relembrar alguns conceitos.

DESENVOLVENDO

Para começar, pode-se fazer o levantamento do conhecimento prévio dos estudantes sobre comparação de números naturais e sua localização na reta numérica. É possível que eles respondam que localizar um número natural na reta numérica é comparar os números e ver qual é o menor e qual é o maior número. Aproveite esse momento para expor os assuntos que serão abordados nestas aulas. Apresente as questões do **Caderno do Estudante**, introduzindo o conceito de comparação e ordenação dos números fracionários. A **Atividade 1** do **Caderno do Estudante** pode ser utilizada para explicar o conceito de comparação entre frações. Explique o que deve ser feito para comparar frações com denominadores iguais, frações com numeradores iguais e frações com numeradores e denominadores diferentes. Para as **Atividades 2** e **3** do **Caderno do Estudante**, sugerimos que oriente os estudantes a prestar atenção ao localizar as frações na reta numérica e, principalmente, atentarem-se em quantas partes iguais a reta numérica

7. (AAP - 2016) Para comprar um bolo, João contribuiu com R$ 9,00, Cris R$ 12,00 e Ana R$ 15,00. Sabendo-se que cada um recebeu a parte do bolo proporcionalmente à quantia paga, a fração do bolo que cada um recebeu é:

	João	Cris	Ana
a.	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{12}$
b.	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{12}$
c.	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$
d.	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{11}$

Professor, nesta questão, os estudantes deverão calcular o valor total do bolo somando os valores das contribuições de cada um, estabelecer uma proporção da quantia paga por cada um em relação ao total e achar as frações equivalentes por meio da simplificação.

Soma das contribuições: R$ 9,00 + R$ 12,00 + R$ 15,00 = R$ 36,00.

Fração de cada pessoa de acordo com o valor pago:

João: $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$ Cris: $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$ Ana: $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

Alternativa A.

AULAS 3 E 4 – REPRESENTAÇÃO NA RETA NUMÉRICA

Objetivos das aulas:

- Comparar números fracionários e representá-los na reta numérica;
- Resolver adição e subtração de frações.

1. Compare os pares de frações de cada item usando os símbolos de > (maior que) ou < (menor que).

a. $\frac{4}{5}$ ____ $\frac{2}{5}$

b. $\frac{12}{31}$ ____ $\frac{17}{31}$

c. $\frac{21}{39}$ ____ $\frac{21}{44}$

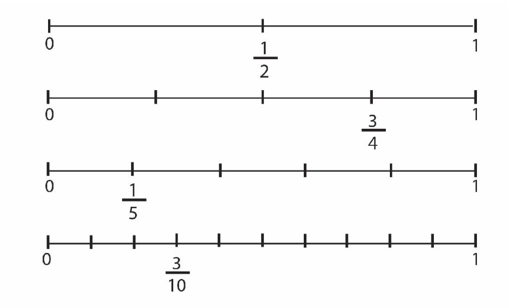
d. $\frac{12}{23}$ ____ $\frac{13}{24}$

Professor, comente com os estudantes que comparar frações requer muita atenção, pois nem sempre a comparação é imediata. Às vezes, é preciso encontrar frações equivalentes para efetuar a comparação.

A) $\frac{4}{5} > \frac{2}{5}$ B) $\frac{12}{31} < \frac{17}{31}$

C) $\frac{21}{39} > \frac{21}{44}$ D) $\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$

2. (AAP - 2014) Considere as retas numéricas a seguir:



A única sentença verdadeira é:

a. $\frac{7}{10} > \frac{3}{4}$

b. $\frac{4}{5} > \frac{8}{10}$

c. $\frac{5}{10} > \frac{2}{5}$

d. $\frac{2}{10} > \frac{1}{4}$

Para responder corretamente à questão, é importante localizar nas retas os números envolvidos nas alternativas e saber que números maiores que um número dado ficam situados à direita desse número. Além disso, o conceito de fração equivalente também ajudará na resolução. Analisando as alternativas, localizando as frações na reta numérica e fazendo a comparação, temos que $\frac{5}{10} > \frac{2}{5}$

Alternativa C.

ANOTAÇÕES

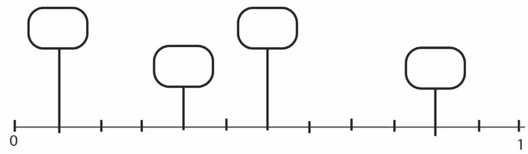
foi dividida. Na **Atividade 4** do **Caderno do Estudante**, apresente o conteúdo sobre adição e subtração de frações com denominadores iguais. Instigue os estudantes a resolverem as operações, se possível, faça representações das frações com desenhos para melhorar compreensão e fazer os estudantes perceberem que o denominador deve ser mantido e que a operação de adição ou de subtração é feita apenas com os numeradores das frações. Na **Atividade 5** do **Caderno do Estudante**, faça uma revisão sobre fração equivalente e explique o conceito sobre mínimo múltiplo comum (mmc) para resolver as operações de adição e subtração de frações com denominadores diferentes.

FINALIZANDO

A finalização poderá ser feita com a elaboração de um mapa conceitual sobre comparação de frações. Consideramos que essa etapa assumirá um papel importante no processo de aprendizagem, pois permitirá que os estudantes sintetizem seus conhecimentos. Solicite que algum estudante compartilhe o seu mapa conceitual, explicando-o. Dessa forma, será possível identificar os que ainda apresentam fragilidades quanto aos objetos de conhecimento tratados para planejar possíveis estratégias em busca de esclarecer essas dúvidas.

3. Sabendo-se que existe correspondência entre números e a reta numérica, localize as seguintes frações na reta a seguir:

$\frac{1}{2}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{3}$



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Para localizar as frações na reta numérica, o estudante deverá perceber que 1 inteiro foi dividido em 12 partes iguais. Utilizar o conceito de fração equivalente e comparação de frações são algumas das estratégias de resolução. A localização das frações na reta numérica ficará na seguinte ordem: $\frac{1}{12}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{5}{6}$.

4. Efetue as operações de adição e subtração de frações com denominadores iguais e simplifique o resultado quando necessário, deixando a fração na forma irredutível.

a. $\frac{3}{10}+\frac{4}{10}$

b. $\frac{2}{7}+\frac{3}{7}$

c. $\frac{5}{12}+\frac{3}{12}+\frac{1}{12}$

d. $\frac{5}{7}-\frac{2}{7}$

e. $\frac{3}{5}-\frac{2}{5}$

f. $\frac{14}{20}-\frac{2}{20}-\frac{1}{20}$

Na adição e subtração de frações com denominadores iguais, vamos manter o denominador e somar ou subtrair os numeradores.

a) $\frac{3}{10}+\frac{4}{10}=\frac{7}{10}$

b) $\frac{2}{7}+\frac{3}{7}=\frac{5}{7}$

c) $\frac{5}{12}+\frac{3}{12}+\frac{1}{12}=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$

d) $\frac{5}{7}-\frac{2}{7}=\frac{3}{7}$

e) $\frac{3}{5}-\frac{2}{5}=\frac{1}{5}$

f) $\frac{14}{20}-\frac{2}{20}-\frac{1}{20}=\frac{11}{20}$

5. Efetue as operações de adição e subtração de frações com denominadores diferentes e simplifique o resultado quando necessário, deixando a fração na forma irredutível.

a. $\frac{2}{3}+\frac{1}{4}$

b. $\frac{3}{10}+\frac{1}{4}$

c. $\frac{2}{8}+\frac{1}{4}$

d. $\frac{5}{6}-\frac{3}{4}$

e. $\frac{4}{5}-\frac{2}{3}$

f. $\frac{1}{3}-\frac{1}{13}$

Na adição e subtração de frações com denominadores diferentes, podemos resolver de duas maneiras: usando frações equivalentes ou calculando o mínimo múltiplo comum (mmc).

a) $\frac{2}{3}+\frac{1}{4}$ mmc (3, 4) = 12, logo $\frac{2}{3}+\frac{1}{4}=\frac{8}{12}+\frac{3}{12}=\frac{11}{12}$

b) $\frac{3}{10}+\frac{1}{4}$ mmc (10, 4) = 20, logo $\frac{3}{10}+\frac{1}{4}=\frac{6}{20}+\frac{5}{20}=\frac{11}{20}$

c) $\frac{2}{8}+\frac{1}{4}$ mmc (8, 4) = 8, logo $\frac{2}{8}+\frac{1}{4}=\frac{2}{8}+\frac{2}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

d) $\frac{5}{6}-\frac{3}{4}$ mmc (6, 4) = 12, logo $\frac{5}{6}-\frac{3}{4}=\frac{10}{12}-\frac{9}{12}=\frac{1}{12}$

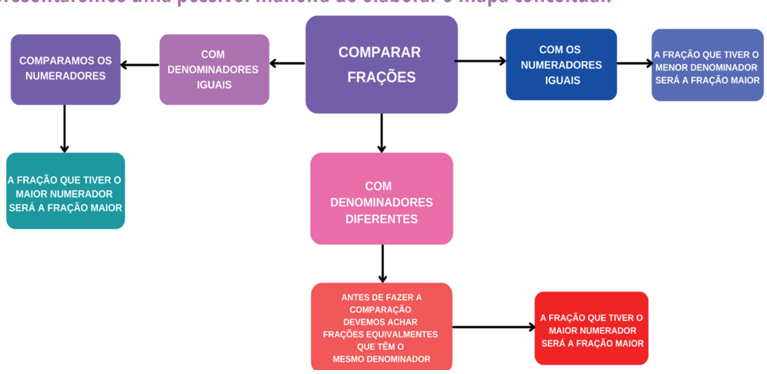
e) $\frac{4}{5}-\frac{2}{3}$ mmc (5, 3) = 15, logo $\frac{4}{5}-\frac{2}{3}=\frac{12}{15}-\frac{10}{15}=\frac{2}{15}$

f) $\frac{1}{3}-\frac{1}{13}$ mmc (3, 13) = 39, logo $\frac{1}{3}-\frac{1}{13}=\frac{13}{39}-\frac{3}{39}=\frac{10}{39}$

6. Com as orientações de seu/sua professor/a, elabore um mapa conceitual sobre comparação de frações.

Professor, caso os estudantes apresentem dúvidas na elaboração do mapa conceitual, oriente-os a fazerem um pequeno resumo do processo que devemos seguir para comparar duas frações, pois assim ficará mais fácil de extrair algumas partes do resumo para compor o mapa.

Apresentaremos uma possível maneira de elaborar o mapa conceitual.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

AULAS 5 E 6 – MAIS QUE UM INTEIRO

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas produtivas.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Professor(a), sugerimos que os estudantes sejam organizados em duplas produtivas, mas em um período remoto essa organização deve ser alterada para contemplar os estudantes que estarão, por meio de alguma plataforma, vinculados a você. Portanto, promova uma dinâmica que permita que todos se sintam envolvidos com as atividades desenvolvidas. Para as Aulas 5 e 6 desta Sequência, é importante que os estudantes tenham sanado as possíveis dúvidas sobre os conteúdos das aulas anteriores, pois nesta aula será estudado o significado de fração como quociente e o conceito de frações maiores que um inteiro. Espera-se que ao final destas aulas, os estudantes saibam diferenciar frações menores que um inteiro, frações maiores que um inteiro e frações mistas.

DESENVOLVENDO

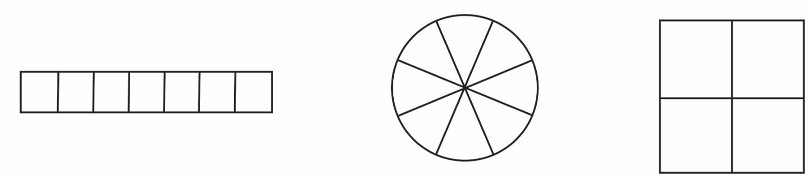
Pode-se começar explicando que é possível representar as frações por meio de um desenho. Geralmente, é feito um retângulo dividido em partes iguais com base no denominador da fração e pintado a quantidade indicada no numerador. Comente que essa representação nem sempre é viável, visto que a fração pode ter numerador e denominador com um número muito alto e, por essa razão, é melhor representá-la de forma escrita ao invés do desenho. Com essas orientações, os estudantes poderão responder à **Atividade 1** do **Caderno do Estudante**. Para as **Atividades 2 e 3** do **Caderno do Estudante**, pergunte aos estudantes se eles sabem que a fração pode ter vários significados e que um deles é o de quociente. Pode ser que algum estudante lembre dessa palavra e a associe com a divisão. Explique que a fração também é uma divisão, que, ao invés de ser representada por um traço fracionário, pode ser representada pelo símbolo da divisão. Nas **Atividades 4 e**

AULAS 5 E 6 – MAIS QUE UM INTEIRO

Objetivos das aulas:

- Relacionar frações a representações de partes de um inteiro;
- Identificar frações com representações do quociente (exato) de dois inteiros;
- Reconhecer frações maiores que um inteiro;
- Representar frações maiores que um inteiro nas formas fracionária e mista;
- Comparar frações menores e maiores do que um inteiro.

1. Pinte quantas partes você quiser em cada figura e escreva a fração que representa a parte que você pintou.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Professor, nesta atividade, os estudantes ficarão livres para pintar quantas partes eles quiserem. Aproveite o momento para compartilhar as resoluções com os demais e chame a atenção sobre o numerador de cada fração, que irá variar de acordo com o que cada um pintou, mas que o denominador será o mesmo (7, 8 e 4, respectivamente), pois todos partirão de uma mesma figura.

2. A tia Helena quer distribuir 20 bombons para os 4 sobrinhos de modo que todos recebam a mesma quantidade. Responda.

a. Que fração representa essa distribuição?

b. Quantos bombons cada sobrinho vai receber?

Professor, existem vários significados de fração e um deles é o quociente. Relembre que esse termo foi visto quando estudaram o conceito de divisão e que quociente é o resultado da divisão.

a) A fração que representa a distribuição dos 20 bombons para os 4 sobrinhos é $\frac{20}{4}$.

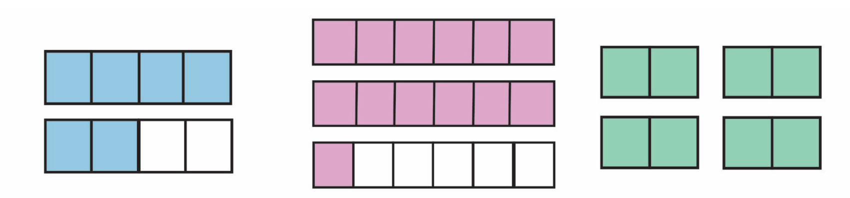
b) Para sabermos quantos bombons cada sobrinho vai ganhar, devemos efetuar a divisão 20 ÷ 4 = 5. Portanto, cada sobrinho vai receber 5 bombons.

3. Em uma sala do 6º ano há 32 estudantes. Eles precisam formar 8 grupos de modo que todos eles tenham a mesma quantidade de estudantes. Supondo que nenhum estudante faltou, quantos estudantes cada grupo terá?

Esta questão também aborda a fração com o significado de quociente. Para sabermos quantos estudantes terá em cada grupo, vamos dividir 32 por 8.

$\frac{32}{8} = 4$ Portanto, em cada grupo terá 4 estudantes.

4. Escreva que fração representa a parte pintada de cada um dos itens a seguir.



I II III

Fonte: elaborado para fins didáticos.

É comum os estudantes pensarem que não existe fração maior que um inteiro, isto é, que o numerador não pode ser maior que o denominador. Nesta questão, os estudantes poderão reconhecer frações com essa característica.

I. $\frac{6}{4}$ II. $\frac{13}{6}$ III. $\frac{8}{2}$

5. (AAP – 2013) Júlia cortou duas tortas iguais em 7 pedaços do mesmo tamanho e comeu 4 desses pedaços.

Fonte: elaborado para fins didáticos.

FINALIZANDO

A finalização deverá ser feita com a elaboração de um resumo dos conteúdos vistos nas Aulas 5 e 6. Consideramos que essa etapa assumirá um papel importante no processo de aprendizagem, pois permitirá que os estudantes sintetizem seus conhecimentos.

5 do **Caderno do Estudante**, pergunte se eles já viram frações em que o numerador é maior que o denominador. É possível que alguns achem que isso não é possível. Mostre, por meio de desenhos, por exemplo, que quando o numerador é maior que o denominador significa que a fração representa mais do que um inteiro e que são chamadas de frações impróprias. Nas **Atividades 6, 7 e 8** do **Caderno do Estudante**, explique que quando a fração representa mais do que um inteiro, ela pode ser escrita na forma mista. Dê alguns exemplos, faça algumas representações em forma de desenho e apresente as maneiras possíveis de transformar uma fração em um número misto e vice-versa.

A fração que representa os pedaços que sobraram é de:

a. $\frac{10}{7}$

b. $\frac{14}{10}$

c. $\frac{10}{14}$

d. $\frac{7}{10}$

Professor, é comum os estudantes acharem que uma fração não pode representar mais do que um inteiro. Utilize essa questão para ilustrar que é possível o numerador ser maior que o denominador e, por consequência, representar mais do que um inteiro. Como as tortas foram divididas em 7 partes e Júlia comeu 4 desses pedaços, a representação da fração do que sobrou tem como denominador 7 (o todo) e numerador 10 (as partes que sobraram). Portanto, a fração é $\frac{10}{7}$. Alternativa A.

6. Flávia foi fazer um bolo para o lanche da tarde, mas teve dificuldades para entender a medida de alguns ingredientes. Na receita estava escrito:

- 3 ½ xícaras de farinha de trigo.
- 1 ½ xícaras de maisena.
- 2 ½ xícaras de leite.

a. Como podemos ler cada uma dessas medidas?

b. Como podemos representá-las por meio de desenho?

Professor, é possível que alguns estudantes já tenham visto, em alguma receita, medidas escritas na forma de fração mista. Explique que a fração mista é uma maneira de representar a fração na qual o numerador é maior que o denominador.

a) Para fazer o bolo, Flávia deveria ler a receita da seguinte forma:

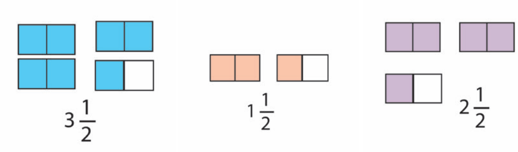
• Três xícaras e meia de farinha de trigo.

• Uma xícara e meia de maisena.

• Duas xícaras e meia de leite.

Perceba que existe um número inteiro e uma parte fracionária.

b) Podemos fazer a representação da seguinte forma.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

7. Transforme cada uma das frações em número misto.

a. $\frac{11}{7}$ b. $\frac{20}{9}$ c. $\frac{12}{11}$ d. $\frac{17}{4}$

Para esta questão, oriente os estudantes sobre como transformar uma fração em um número misto (fração mista). Mostre que todas as frações são maiores que um inteiro e, por isso, a parte inteira será representada por um número natural.

a) $1\frac{4}{7}$ b) $2\frac{2}{9}$ c) $1\frac{1}{11}$ d) $4\frac{1}{4}$

8. Transforme cada número misto em uma fração.

a. $1\frac{1}{6}$ b. $2\frac{4}{5}$ c. $3\frac{1}{10}$ d. $5\frac{2}{3}$

Para esta questão, oriente os estudantes sobre como transformar um número misto em uma fração. Mostre algumas maneiras para efetuar essa transformação e deixe os estudantes realizarem aquela que acharem mais fácil.

a) $\frac{7}{6}$ b) $\frac{14}{5}$ c) $\frac{31}{10}$ d) $\frac{17}{3}$

9. Compare as seguintes frações em maior (>) ou menor (<):

a. $\frac{5}{8}$ — $\frac{5}{7}$ — $\frac{5}{6}$. a. $\frac{5}{8} < \frac{5}{7} < \frac{5}{6}$.

c. $\frac{7}{5}$ — $\frac{9}{4}$ — $\frac{8}{3}$. c. $\frac{7}{5} < \frac{9}{4} < \frac{8}{3}$.

b. $\frac{4}{5}$ — $\frac{4}{7}$ — $\frac{4}{6}$. b. $\frac{4}{5} > \frac{4}{7} < \frac{4}{6}$.

d. $\frac{7}{5}$ — $\frac{6}{4}$ — $\frac{5}{3}$. d. $\frac{7}{5} > \frac{6}{4} > \frac{5}{3}$.

Professor, para comparar as frações e verificar se são maiores ou menores, uma das opções é dividir o numerador pelo denominador, assim fica mais fácil do estudante perceberem, por meio dos números decimais, qual fração é maior e/ou menor que a outra.

AULAS 7 E 8 – PARTE DE UMA QUANTIA

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas produtivas.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Professor(a), sugerimos que os estudantes sejam organizados em duplas produtivas. Promova uma dinâmica que permita que todos se sintam envolvidos com as atividades. Para realizá-las, propomos uma retomada dos principais conceitos tratados no decorrer desta Sequência de Atividades. Além disso, é interessante iniciar a conversa com os/as estudantes informando-os de que estudarão o conceito de fração de uma quantidade. Comente que esse tema está inserido de maneira tão sutil em nosso cotidiano que nem o percebemos, apresentando como exemplos o pagamento das horas extras e do décimo terceiro salário a um funcionário, a distribuição de uma mercadoria etc. Após essa breve introdução, a turma poderá ler as questões do **Caderno do Estudante.**

DESENVOLVENDO

Com a leitura do Caderno, os estudantes

AULAS 7 E 8 – PARTE DE UMA QUANTIA

Objetivos das aulas:
- Resolver e elaborar situações-problema que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural;
- Resolver problemas que envolvem a equivalência de frações.

1. (AAP – 2014) Maria comprou 12 maçãs na quitanda. Quando estava voltando para casa, encontrou sua amiga Laurinha que lhe pediu um quarto das maçãs para fazer uma torta. A quantidade de maçãs que Laurinha levou é de:

a. 2 maçãs.

b. 3 maçãs.

c. 4 maçãs.

d. 6 maçãs.

Esta questão envolve fração de quantidade na qual trabalhamos com um certo número de elementos, e uma parte deles é considerada. Uma das maneiras possíveis de resolver é a divisão do total de elementos pelo denominador e a multiplicação do resultado pelo numerador. De acordo com o enunciado, queremos saber quanto é $\frac{1}{4}$ de 12.
$12 \div 4 = 3$ $3 \times 1 = 3$ Portanto, $\frac{1}{4}$ de $12 = 3$.
Alternativa B.

2. (AAP – 2014) Gastei $\frac{2}{5}$ do meu salário em uma compra no supermercado Preço Bom. Sabendo que o meu salário é de R$ 750,00, quanto gastei no supermercado?

Professor, relembre que o "de" na matemática indica multiplicação. Explique aos estudantes que é possível efetuar a multiplicação primeiro para depois fazer a divisão. De acordo com o enunciado, temos $\frac{2}{5}$ de R$ 750,00. Matematicamente, vamos representar como $\frac{2}{5} \times 750$
$2 \times 750 = 1.500$ $1.500 \div 5 = 300$ Portanto, foram gastos R$ 300,00 no mercado Preço Bom.

3. (AAP – 2019 – adaptada) Antônio recebeu um prêmio de R$ 240.000,00 e vai dar a cada um de seus três filhos o correspondente a $\frac{1}{5}$ do valor que ele ganhou. Quanto cada filho receberá?

De acordo com o enunciado, cada filho de Antônio ganhará $\frac{1}{5}$ de R$ 240.000,00.
Temos que $\frac{1}{5} \times 240.000{,}00 = \frac{1 \times 240.000{,}00}{5} = 48.000{,}00$
Portanto, cada filho receberá R$ 48.000,00.

deverão ter clareza de que, para responderem à questão, eles precisarão saber relacionar a fração com a quantidade total. Professor, além de abordar esse conceito, explique que a preposição "de" na matemática significa multiplicação. Comente sobre as possíveis maneiras de resolução. Seria interessante dar um exemplo efetuando primeiro a divisão e depois a multiplicação e a seguir, com o mesmo exemplo, resolva primeiro a multiplicação e depois a divisão. Assim, os estudantes poderão observar que o resultado será o mesmo. Para a elaboração de uma situação-problema, oriente os estudantes que é preciso formular uma pergunta que será respondida e por isso o enunciado precisa ser claro e conter as informações necessá-

4. (AAP – 2014 – adaptada) Mateus e Renata juntaram dinheiro para comprar um *tablet*. Renata pagou $\frac{2}{5}$ do preço e Mateus contribuiu com R$ 120,00. Quanto custou o tablet?

Umas das estratégias de resolução é representar a quantidade que Mateus contribuiu em forma de fração. Se Renata pagou $\frac{2}{5}$ do preço, Mateus, necessariamente, pagou $\frac{3}{5}$ que corresponde a R$ 120,00. Logo, temos que $\frac{1}{5}$ corresponde a R$ 40,00 (R$ 120,00 ÷ 3 = R$ 40,00). A fração correspondente ao preço do tablet é $\frac{5}{5}$ (um inteiro). Logo, o tablet custou R$ 200,00 (R$ 40,00 × 5).

5. (AAP – 2014 – adaptada) A empresa Vila Skate fabrica shapes de alta qualidade. Um cliente encomendou 1.210 shapes que deverão ser entregues em 4 semanas. Na primeira semana foram entregues $\frac{7}{11}$ do total de shapes, $\frac{2}{5}$ do resto na segunda semana, na terceira semana, $\frac{3}{8}$ do que sobrou e os demais na quarta semana. Quantos shapes foram entregues na quarta semana?

Professor, há outras maneiras de resolver essa questão. Explore as diversas estratégias feitas pelos estudantes. Esta questão requer muita atenção, pois a quantidade total a ser considerada será alterada ao longo da resolução. Na primeira semana foi entregue $\frac{7}{11}$ de 1210 = 770 shapes, restando 440 (1210 — 440). Na segunda semana foi entregue $\frac{2}{5}$ do restante, ou seja, $\frac{2}{5}$ de 440 = 176 shapes, restando 264 (440 — 176). Na terceira semana foi entregue $\frac{3}{8}$ do que restou, ou seja $\frac{3}{8}$ de 264 = 99 shapes, restando 165. Portanto, na quarta semana foram entregues 165 shapes.

6. Elabore uma situação-problema que envolva o conceito de fração de uma quantidade. Seja criativo!

Professor, questões como esta propiciam um momento oportuno de compartilhamento entre os estudantes. Explore as diversas situações-problema que serão elaboradas, escolha algumas como exemplo e peça para o estudante explicar a sua resolução. Oriente que para elaborar uma situação-problema é preciso garantir que o enunciado esteja claro e que contenha todas as informações necessárias para responder a uma pergunta.

Apresentaremos uma possível resposta: Estava assistindo uma série que tem ao todo 35 episódios. Em um determinado momento, percebi que já tinha visto $\frac{2}{5}$ do total de episódios. Quantos episódios já assisti e quantos ainda faltam para terminar a série?

rias que respondam à pergunta do problema. Com essas informações, os estudantes poderão resolver todas as questões do **Caderno do Estudante**.

FINALIZANDO

Por fim, ressaltamos que esse encontro tem um importante papel quanto à verificação do desenvolvimento das habilidades assumidas para o trabalho com esta Sequência de Atividades. Nesse sentido, o encerramento, a partir das resoluções das questões propostas para as Aulas 7 e 8, deverá se articular no sentido de sistematizar os conceitos estudados sobre frações. Destacamos a relevância do envolvimento ativo dos estudantes nesses momentos.

7. Elabore uma situação-problema que envolva o conceito de fração de quantidade cujo resultado seja igual a 8.

Nesta questão, o enunciado da situação-problema e o modo de resolução serão variados, mas o valor da resposta final será único. Os estudantes deverão elaborar uma situação-problema em que o valor final da resposta seja 8. Apresentaremos uma possível resposta:

Cláudia convidou algumas amigas para almoçar na sua casa. Ela resolveu fazer uma receita de macarrão caseiro.

Ao terminar o preparo da massa, ela percebeu que utilizou $\frac{2}{3}$ dos 12 ovos que tinha na geladeira.

Quantos ovos ela gastou?

8. (AAP – 2015) Sabemos que frações diferentes que expressam quantidades iguais são chamadas de frações equivalentes. Observe as figuras a seguir.

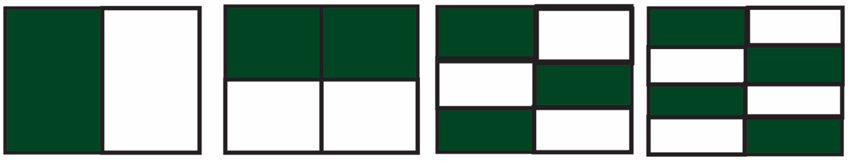


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

Fonte: elaborado para fins didáticos.

De quais frações estamos falando?

a. $\frac{1}{2}; \frac{2}{4}; \frac{3}{6}; \frac{4}{8}$

b. $\frac{2}{2}; \frac{4}{4}; \frac{6}{6}; \frac{8}{8}$

c. $\frac{2}{1}; \frac{4}{2}; \frac{6}{3}; \frac{8}{4}$

d. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{6}; \frac{1}{8}$

Professor, se julgar necessário, retome com os estudantes o significado dos termos "numerador" e "denominador", a nomenclatura correta das frações (terços, décimos, avos e outros) e a representação da relação parte/todo de uma figura por meio de uma fração. Os retângulos foram divididos em duas, quatro, seis e oito partes iguais. As partes pintadas correspondem sempre à metade do retângulo $\frac{1}{2}; \frac{2}{4}; \frac{3}{6}; \frac{4}{8}$. Então, temos: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$

Alternativa A.

6º ANO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

OLÁ PROFESSOR!

Esta Sequência de Atividades foi criada com o objetivo de ser mais uma ferramenta que visa contribuir com a ampliação do trabalho já previsto em seu planejamento, na perspectiva de garantir o direito de aprendizagem a todos os estudantes. Acreditamos que ninguém melhor que você, que está no convívio diário com seus estudantes, será capaz de tomar posse desse material e adequar as situações didáticas aqui apresentadas à realidade de cada turma a fim de possibilitar a seus estudantes o desenvolvimento de importantes habilidades matemáticas que são essenciais para que eles prossigam com sucesso em seus estudos.

Na análise dos resultados das avaliações internas e externas, foi diagnosticado que as habilidades aqui apresentadas não foram plenamente consolidadas e são consideradas marcos de aprendizagem associados à resolução de problemas numéricos e algébricos, cujo desenvolvimento sequer chega a ser observado para um grande quantitativo de estudantes que concluem o Ensino Fundamental e ingressam no Ensino Médio.

A Sequência de Atividades deve ser desenvolvida tendo como visão o protagonismo do/a estudante, fazendo parte da sua aprendizagem. Além disso, verifique a possibilidade de realizar as atividades em duplas ou trios, já que consideramos de extrema importância não apenas o compartilhamento dos saberes matemáticos e o fortalecimento das aprendizagens cooperativas entre os/as estudantes, mas também o desenvolvimento das competências de argumentação, linguagem e socialização, entre outras.

Essa Sequência de Atividades está associada ao desenvolvimento das habilidades:

(EF05MA12) Resolver situações-problema que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas, para associar a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros,

(EF05MA13) Resolver situações-problema envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra, com compreensão da ideia de razão entre as partes e delas com o todo.

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1 e 2/90 min	Para início de conversa
3 e 4/90 min	Vamos investigar?
5 e 6/90 min	Mão na massa
7 e 8/90 min	Vamos partilhar?

ANOTAÇÕES

6º ANO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

AULAS 1 E 2 – PARA INÍCIO DE CONVERSA

Objetivos das aulas:
- Identificar o conceito de razão como quociente entre dois números **a** e **b**, com **b** ≠ 0;
- Aplicar o conceito de razão na resolução de situações-problema;
- Identificar o conceito de proporção como igualdade entre duas razões;
- Aplicar o conceito de proporção na resolução de situações-problema.

1. Temos a seguir um mapa do Brasil com a localização das cidades de São Paulo e Brasília.

Fonte: elaborado para fins didáticos.

AULAS 1 E 2 – PARA INÍCIO DE CONVERSA

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Professor, sugerimos que organize os estudantes, se possível, em duplas, a fim de promover trocas significativas e uma maior participação entre eles.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno de Atividades do Estudante.

INICIANDO

Sugerimos que inicie essa Sequência de Atividades explicando os objetivos das Aulas 1 e 2, ou seja, **retomar os significados de razão e proporção e identificá-los em situações-problema.**

Para isso, foram estabelecidas 4 atividades, as quais poderão ser divididas entre as duas aulas. Sugerimos que, por meio de perguntas direcionadas, continue explorando a oralidade em situações que envolvem uma aprendizagem significativa e explore os conhecimentos prévios que os estudantes possuem em relação ao desenvolvimento das habilidades pertinentes a essas duas aulas. Por exemplo, vale perguntar: “O que em nosso dia a dia podemos medir?” e “O que podemos contar?”. Registre essas respostas. É de fundamental importância verificar o conhecimento prévio dos estudantes e ouvir como eles se expressam antes de avançarmos na aplicação dos conceitos para resolver situações-

-problema. Mediante essa proposta, torna-se importante retomar o conceito de grandeza: tudo que podemos medir ou contar.

DESENVOLVENDO

Após a verificação de que todos os estudantes têm em mãos o Caderno de Atividades do Estudante, sugerimos que, na Aula 1, eles realizem as atividades envolvendo o conceito de razão e, na Aula 2, o de proporção. Porém, antes de iniciar essas atividades, é importante que você, professor, verifique se de fato os estudantes têm formalizado o conceito e o significado de razão. Para tal, foram propostas duas aplicações com escalas.

É de extrema importância sua intervenção e atuação durante a execução dessas aplicações afim de relacionar os conceitos estudados anteriormente de razão com as referidas atividades.

FINALIZANDO

Para finalizar a aula, propomos que um tempo seja reservado para a socialização do processo vivenciado pelos estudantes. Esse tempo permite a realização de perguntas, tais como: o que eles aprenderam, como aprenderam e se ainda encontram alguma dificuldade. Além de ser um momento que favorece a reflexão por parte do estudante diante de sua dificuldade, é um momento de reflexão para o professor também. Ele possibilita com que se identifique a necessidade de apresentar novas atividades e/ou explorar mais os objetivos das aulas. A síntese do que foi trabalhado nessas aulas se mostra frutífera. Uma boa maneira de realizá-la é a construção, junto aos estudantes, de uma nuvem de palavras, retomando os exemplos apresentados por eles no início das aulas e estabelecendo as relações com os conceitos de razão, proporção e grandezas diretamente proporcionais.

a. Neste mapa, meça a distância aproximada entre as duas cidades e registre no espaço abaixo o que você encontrou.

A distância no mapa é de aproximadamente 2 cm.

b. A distância mais curta e real entre São Paulo e Brasília pode variar em torno de 874,55 km. Existe uma relação matemática entre o comprimento, ou distância, em um mapa e a distância real representada, chamamos esta relação de escala, ou seja:

$$Escala = \frac{\text{distância no desenho}}{\text{distância na realidade}}$$

Construa uma escala para este mapa e dê seu significado.

Primeiro é necessário transformar a distância real, dada em quilômetros, para centímetros, ou seja, 874,55 km corresponde a 87 455 000 cm

$$Escala = \frac{2}{87\,455\,000} = \frac{1}{43\,727\,500}$$

Escala 1:43 727 500, que se lê: 1 para 43 727 500 e que significa que cada 1 cm do mapa corresponde a 43 727 500 cm ou 437,275 km da distância mais curta real de Brasília a São Paulo.

c. Esta relação matemática entre a distância no mapa e a distância real é conhecida como razão, uma vez que é construída como o quociente entre dois valores numéricos, que representam grandezas, em que o segundo é diferente de zero. Podemos estabelecer várias razões envolvendo diferentes grandezas, com as quais podemos estabelecer comparações. Vamos ver mais um exemplo!

O comprimento de uma piscina olímpica é 50 metros. Usando uma escala de 1:2 000 (cada 1 cm do desenho corresponde a 2 000 cm do tamanho real), qual deve ser o comprimento do desenho de um croqui dessa piscina?

$$Escala = \frac{1}{2\,000}$$

Sabendo que 1 metro corresponde a 100 centímetros, então 50 metros é igual a 50 vezes 100 cm que é igual a 5 000 cm. O comprimento no desenho deverá ser:

$$\frac{5\,000\ x\ 1}{2\,000} = \frac{5\,000}{2\,000} = 2{,}5\ cm$$

Concluindo: em uma escala de 1:2 000, o comprimento do desenho de um croqui dessa piscina seria de 2,5 cm.

2 . Leia o problema a seguir:

Em uma turma do 6° ano da "Escola Aprender" há 30 estudantes, sendo que destes, 10 são meninos.

Agora, responda às indagações a seguir:

a. Qual a razão entre o número de meninos e o número total de estudantes desta turma?

$\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$, *isto é, para cada 3 estudantes da turma 1 é menino.*

b. Qual a razão entre o número de meninas e o número total de estudantes desta turma? Qual o significado dessa razão?

Número de meninas: 30 – 10 = 20

$\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$, *isto é, para cada 3 estudantes da turma 2 são meninas.*

c. Qual a razão entre o número de meninos e o número de meninas desta turma? Qual o significado dessa razão?

$\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$, *isto é, para cada menino na turma há duas meninas.*

3. Leia o problema a seguir:

Dona Rita faz picolés para vender. Na segunda-feira da semana passada, ela vendeu um total de 16 picolés, sendo 12 de chocolate. Já na terça-feira, ela vendeu 20 picolés, sendo 15 de chocolate.

Agora, identifique:

a. Qual a razão entre o número de picolés de chocolate que Dona Rita vendeu na segunda-feira e o número total de picolés que ela vendeu neste dia?

$\frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

b. Qual a razão entre o número de picolés de chocolate que Dona Rita vendeu na terça-feira e o número total de picolés que ela vendeu neste dia?

$\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

c. As razões que você encontrou nas alternativas acima formam uma proporção? Mostre como chegou a esta resposta.

Sim, pois as razões que as representam são iguais. Outra possibilidade é usar a propriedade fundamental das proporções: o produto dos extremos é igual ao produto dos meios, ou seja,

$se\ \frac{12}{16} = \frac{15}{20}, então\ 12 \cdot 20 = 16 \cdot 15$

Assim, como 240 = 240 temos que as razões formam uma proporção.

4. Leia o problema a seguir:

O professor de Educação Física da escola está analisando o desempenho dos times de futebol, formado pelos estudantes do 6º ano, nos jogos escolares. Dentre os dados observados, ele anotou em um quadro o número vitórias e o total de partidas disputadas nas duas primeiras rodadas. Veja.

Rodadas	Número de Vitórias	Número total de partidas disputadas
1ª	10	15
2ª	12	18

Em relação aos dados apresentados no quadro acima, verifique se as razões entre o número de vitórias e o número total de partidas disputadas pelos times do 6º ano, nas duas rodadas, formam uma proporção. Mostre como chegou a esta resposta.

Verificando pela propriedade fundamental das proporções, temos:

$se\ \frac{10}{15} = \frac{12}{18}, então\ 10 \cdot 18 = 15 \cdot 12$

como 180 = 180, temos que as razões formam uma proporção.

AULAS 3 E 4 – VAMOS INVESTIGAR?

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Professor, sugerimos que organize os estudantes, se possível, em duplas, a fim de promover trocas significativas e uma maior participação entre eles.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno de Atividades do Estudante.

INICIANDO

Professor, sugerimos que você inicie uma conversa com a turma apresentando os objetivos principais das Aulas **3** e **4**, ou seja, **identificar situações em que há ou não proporcionalidade direta ou inversa na relação entre duas grandezas**. Explore, por meio de perguntas direcionadas, a oralidade e a troca de ideias entre os estudantes.

Aprofunde com eles o conceito de razão como quociente entre dois números **a** e **b**, com **b** ≠ 0 e o conceito de proporcionalidade como igualdade entre duas razões.

Nessa parte da Sequência de Atividades estão previstas 6 atividades, as quais poderão ser divididas entre as duas aulas. Por exemplo, vale perguntar: "O que vocês entendem por proporcionalidade?" e "Em quais situações do nosso dia a dia ela está presente?". Assim, podemos identificar os conhecimentos prévios que os estudantes têm em relação ao conteúdo matemático a ser desenvolvido nas aulas. Anote os exemplos apresentados pelos estudantes para que ao final da aula você possa retomar essas ideias utilizando-as.

DESENVOLVENDO

Após a verificação de que todos os estudantes têm em mãos o Caderno de Atividades do Estudante, é interessante que as atividades sejam realizadas em duplas ou trios, propiciando uma aprendizagem colaborativa envolvendo trocas de conhecimento e saberes.

Nas **Atividades 1, 2 e 3**, o estudante é desafiado a identificar na situação-problema

AULAS 3 E 4 – VAMOS INVESTIGAR?

Objetivos das aulas:
- Identificar situações em que existe proporcionalidade direta entre grandezas;
- Identificar situações em que não existe proporcionalidade entre as grandezas;
- Identificar a existência de um fator constante que relaciona duas grandezas.

1. Observe o quadro a seguir, em que temos algumas medidas de lados de um quadrado com seus respectivos perímetros.

Medida do lado do quadrado (cm)	1	2	3	4	5	6
Medida do perímetro do quadrado (cm)	4	8	12	16	20	24

Em relação aos dados apresentados neste quadro, responda às indagações a seguir:

a. As medidas do perímetro apresentadas no quadro estão corretas? Por quê?

Sim, pois o perímetro é dado pela adição das medidas dos lados, neste caso, todas apresentam a mesma medida. Assim, basta multiplicar cada uma delas por 4.

b. Mantendo essa regularidade entre as medidas dos lados, qual seria a medida do lado do próximo quadrado? E qual a medida do perímetro?

Para a medida do lado do quadrado de 7 cm, a medida do perímetro será dada por: 4 x 7 = 28 cm.

c. Representando a medida do lado de um quadrado pela letra L e o seu perímetro por 2P, escreva uma fórmula para calcular a medida do perímetro desse quadrado.

Considerando um quadrado de lado medindo L e perímetro 2P, temos que o perímetro é igual a 4 x L, ou seja, 2P = 4 x L.

d. O que acontece com a medida do lado desse quadrado quando dividimos a medida de seu perímetro por 2? E se dividirmos por 3? E se dividirmos por 4? Que regularidade pode ser constatada?

Ao dividir o perímetro por 2, a medida do lado se reduz à metade, ou seja, também fica dividida por 2.

Ao dividir o perímetro por 3, a medida do lado se reduz à terça parte, ou seja, também fica dividida por 3.

Ao dividir o perímetro por 4, a medida do lado se reduz à quarta parte, ou seja, também fica dividida por 4.

FINALIZANDO

Para finalizar a aula, propomos que um tempo seja reservado para a socialização do processo vivenciado pelos estudantes. Esse tempo permite a realização de perguntas, tais como: o que eles aprenderam, como aprenderam e se ainda encontram alguma dificuldade. Além de ser um momento que favorece a reflexão por parte do estudante diante de sua dificuldade, é um momento de reflexão para o professor também. Ele possibilita com que se identifique a necessidade de apresentar novas atividades e/ou explorar mais os objetivos das aulas. A síntese do que foi trabalhado nessas aulas se mostra frutífera. Uma boa maneira de realizá-la é a construção, junto aos estudantes, de uma nuvem de palavras, retomando os exemplos apresentados por eles no início das aulas com as características de grandezas diretamente proporcionais e a existência de um fator constante que as relaciona.

apresentada a variação proporcional direta entre as grandezas envolvidas. Num primeiro momento, o objetivo da atividade é que o estudante desenvolva sua capacidade de identificar o registro dessas regularidades, além da identificação e registro de um fator constante que relaciona as grandezas, a razão de proporcionalidade.

Na **Atividade 4**, a proposta é apresentar uma situação-problema e fazer com que o estudante reconheça que nem toda relação entre grandezas terá uma variação proporcional direta.

Nas **Atividades 5 e 6**, são apresentadas situações-problema com variação proporcional direta, fechando as atividades destas duas aulas.

2. Leia o problema a seguir:

Antônio trabalha em uma fábrica como vendedor e é responsável por visitar vários clientes em cidades vizinhas. Para prestar conta das despesas com essas viagens, ele anota em um quadro a distância percorrida e a quantidade de combustível que gasta. Veja o que ele fez:

Quantidade de combustível (L)	Distância percorrida nas viagens (km)
3	45
6	90
9	135
12	180

Em relação aos dados apresentados neste quadro, responda às indagações a seguir:

a. O que você observa entre os valores da quantidade de combustível, quando comparados de cima para baixo? O que você observa sobre os valores da distância percorrida, quando comparados de cima para baixo?

O importante aqui é que eles percebam que os valores das duas grandezas estão aumentando.

b. O que você observa quando comparamos dois a dois os valores da quantidade de combustível com as correspondentes distâncias percorridas?

Quando comparamos as quantidades de combustível 3 e 6, elas dobraram e os valores correspondentes da distância percorrida dobrou de 45 Km para 90 Km.

Quando comparamos as quantidades de combustível 3 e 9, elas triplicaram e os valores correspondentes da distância percorrida também triplicou de 45 Km para 135 Km.

Quando comparamos as quantidades de combustível 3 e 12, elas quadruplicaram e os valores correspondentes da distância percorrida também quadruplicou de 45 Km para 180 Km.

c. Quais as razões entre os valores da distância percorrida e da quantidade de combustível?

Quando a quantidade de combustível é 3, temos: $\frac{45}{3} = 15.$

Quando a quantidade de combustível é 6, temos: $\frac{90}{6} = 15.$

Quando a quantidade de combustível é 9, temos: $\frac{135}{9} = 15.$

Quando a quantidade de combustível é 12, temos: $\frac{180}{12} = 15.$

d. O que podemos identificar sobre as grandezas quantidade de combustível e distância percorrida, apresentadas no quadro?

As grandezas quantidade de combustível e distância percorrida aumentam na mesma proporção, ou seja, são diretamente proporcionais.

3. Leia o problema a seguir:

Dona Clarice faz bala de coco para vender. Esta semana, para aumentar as vendas, fez uma promoção. Para facilitar que seus clientes tenham acesso aos valores dos pacotes de bala nesta promoção, ela fez um quadro. Veja o que ela fez:

PROMOÇÃO DA SEMANA	
Quantidade de pacotes de bala de coco (unidade)	**Preço a ser pago (reais)**
1	10
2	18
3	24

Em relação aos dados apresentados neste quadro, responda às indagações a seguir:

a. O que você observa entre os valores da quantidade de pacotes de bala, quando comparados de cima para baixo?

O importante aqui é que eles percebam que os valores estão aumentando.

b. O que você observa entre os valores dos preços a serem pagos, quando comparados de cima para baixo?

O importante aqui é que eles percebam que os valores estão aumentando.

c. Calcule todas as razões entre as grandezas preço e quantidade de pacotes de bala.

Quando a quantidade de pacote de bala é 1, temos: $\frac{10}{1} = 10.$

Quando a quantidade de pacote de bala é 2, temos: $\frac{18}{2} = 9.$

Quando a quantidade de pacote de bala é 3, temos: $\frac{24}{3} = 8.$

d. Existe proporcionalidade entre essas grandezas? Justifique sua resposta.

Não, pois embora ao aumentarmos a quantidade de pacotes de bala o preço também aumente, ao dobrar a quantidade de pacotes de bala o preço não dobra. Assim, as grandezas relacionadas aqui não são diretamente proporcionais.

4. **Leia o problema a seguir:**

Semana passada Dona Júlia entregou algumas encomendas de pacotes com biscoito de nata. Ela organizou essas encomendas em um quadro. Veja o que ela fez:

Quantidade de pacotes com biscoito de nata (unidade)	Valor recebido (reais)
1	3
2	6
3	9
4	12
5	15

Em relação aos dados apresentados neste quadro, responda às indagações a seguir:

a. O que você observa entre os valores da quantidade de pacotes com biscoito, quando comparados de cima para baixo? O que você observa sobre os valores recebidos, quando comparados de cima para baixo?

O importante aqui é que eles percebam que os valores das duas grandezas estão aumentando.

b. O que você observa quando comparamos dois a dois as quantidades de pacotes com biscoito com os correspondentes valores recebidos?

Quando a quantidade de pacote com biscoito comprada for igual a 1, o valor recebido será de R$ 3,00, mas se dobrarmos a quantidade de pacotes com biscoito, o valor recebido também dobra; se a quantidade de pacotes com biscoito triplicar o valor recebido também triplica, e assim sucessivamente.

c. Quais as razões entre as quantidades de pacotes com biscoito e o valor recebido?

Quando a quantidade de pacote com biscoito é 1, temos: $\frac{3}{1} = 3.$

Quando a quantidade de pacote com biscoito é 2, temos: $\frac{6}{2} = 3.$

Quando a quantidade de pacote com biscoito é 3, temos: $\frac{9}{3} = 3.$

Quando a quantidade de pacote com biscoito é 4, temos: $\frac{12}{4} = 3.$

Quando a quantidade de pacote com biscoito é 5, temos: $\frac{15}{5} = 3.$

d. O que podemos reconhecer sobre as grandezas quantidade de pacotes com biscoito e valor recebido, apresentadas no quadro?

As grandezas quantidade de pacotes com biscoito e valor recebido, aumentam na mesma proporção, isto é, são diretamente proporcionais.

5. Na prova de Matemática do 6º ano de uma determinada escola, Margarida acertou 12 questões e recebeu um total de 39 pontos. Sabe-se que a pontuação de cada questão é a mesma. Joana, que obteve 52 pontos, acertou um total de:

a. 14 questões.
b. 15 questões.
c. 16 questões.
d. 17 questões.

Alternativa C

A pontuação na prova é diretamente proporcional à quantidade de pontos, então, temos que:

$$\frac{12}{39} = \frac{x}{52} \rightarrow 39x = 12 \cdot 52 \rightarrow x = \frac{624}{39} = 16$$

AULAS 5 E 6 – MÃO NA MASSA

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Professor, sugerimos que organize os estudantes, se possível, em duplas, a fim de promover trocas significativas e uma maior participação entre eles.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno de Atividades do Estudante.

INICIANDO

Professor, a sugestão aqui é que você inicie apresentando algumas situações e provocando a turma a responder se as grandezas apresentadas aumentam ou diminuem na mesma proporção. Essas situações devem ser exploradas oralmente em sala de aula de forma dedutiva e indutiva. Deve ser privilegiada a interação com os estudantes consolidando o desenvolvimento desse percurso de aprendizagem. Outras situações podem ser apresentadas pelos estudantes e exploradas em sala de aula.

A sugestão é que você avance essa conversa inicial com a turma apresentando os objetivos principais das Aulas **5** e **6**, ou seja, **resolver situações-problema que envolvam grandezas diretamente proporcionais em diversos contextos.**

Nessa parte da Sequência de Atividades, estão previstas 5 atividades, as quais poderão ser divididas entre as duas aulas. Por exemplo, vale perguntar: “Com as atividades das aulas anteriores vocês entenderam a proporcionalidade direta entre duas grandezas?”. Assim, podemos identificar se há necessidade de dar uma retomada, através das situações exploradas no início da aula. Cabe aqui ressaltar que iniciar uma aula explorando situações e privilegiando a oralidade é considerada uma boa estratégia de aprendizagem, por possibilitar a troca de saberes, conhecimentos e experiências entre os estudantes, favorecer a percepção do professor em relação ao ponto de partida para o desenvolvimento da habilidade e traçar um caminho promissor para a prática em sala de aula.

6. A tabela a seguir apresenta a produção de pães de uma panificadora.

Número de fornos	3	6	12
Número de pães produzidos	300	600	1 200

Nessa proporção, responda:

a. Com 24 fornos, qual será a quantidade de pães produzidos?

b. Com 1 forno, qual será a quantidade de pães produzidos?

A quantidade de pães é diretamente proporcional à quantidade de fornos, então, temos que:

$$a.\ \frac{3}{300} = \frac{24}{x} \rightarrow 3x = 300 \cdot 24 \rightarrow x = \frac{7200}{3} = 2\,400 \text{ pães}.$$

$$b.\ \frac{3}{300} = \frac{1}{x} \rightarrow 3x = 300 \cdot 1 \rightarrow x = \frac{300}{3} = 100 \text{ pães}.$$

AULAS 5 E 6 – MÃO NA MASSA

Objetivo das aulas:

- Resolver situações-problema que envolvam grandezas diretamente proporcionais em diversos contextos.

1. A seguir temos duas situações para analisar. Veja!

Situação 1 – O quadro abaixo mostra os dados registrados em um experimento que registra a reprodução de uma bactéria existente em uma certa amostra em relação ao tempo.

Número de bactérias (N)	50	100	150	200	250	300
Tempo (t, em horas)	5	10	15	20	25	30

O que acontece com o número de bactérias em relação ao tempo? O número de bactérias é diretamente proporcional ao tempo? Por quê?

À medida que o número de bactérias aumenta, o tempo também aumenta na mesma proporção. Isto determina que as grandezas são diretamente proporcionais, veja:

$$\frac{5}{50} = \frac{10}{100} = \frac{15}{150} = \frac{20}{200} = \frac{25}{250} = \frac{30}{300} = \frac{1}{10}, \text{ ou seja, } 10 \text{ bactérias a cada } 1 \text{ hora}.$$

Situação 2 – A "Biblioteca Saber" tem 600 livros de leitura infantil que deverão ser distribuídos igualmente em 6 prateleiras de uma estante. Quantos desses livros ficarão expostos em cada uma dessas prateleiras?

Basta dividir o total de livros pelo total de prateleiras, isto é, 600 : 6 = 100. Assim, em cada prateleira ficarão expostos 100 livros.

Nessas mesmas condições, quantos livros ficarão expostos em 12 prateleiras?

Com 12 prateleiras, que é o dobro de prateleiras do caso anterior, dividimos o total de livros, 600, por 12, isto é, 600 : 12 = 50, que representa a metade da quantidade anterior em cada prateleira. Assim, em cada prateleira ficarão expostos 50 livros.

Nessas mesmas condições, quantos livros ficarão expostos em 3 prateleiras?

Com 3 prateleiras, que é a metade de prateleiras do caso inicial, dividimos o total de livros, 600, por 3, isto é, 600 : 3 = 200, que representa o dobro da quantidade de livros em cada prateleira do caso inicial. Assim, em cada prateleira ficarão expostos 200 livros.

Nessas três situações, o que você observou? A quantidade de livros em relação a quantidade de prateleiras são grandezas diretamente proporcionais? Por quê?

À medida que a quantidade de prateleiras aumenta a quantidade de livros diminui na mesma proporção. Com isso, temos que as grandezas aqui são inversamente proporcionais.

DESENVOLVENDO

Após a verificação de que todos os estudantes têm em mãos o Caderno de Atividades do Estudante, é interessante que as atividades sejam realizadas em duplas ou trios, propiciando uma aprendizagem colaborativa envolvendo trocas de conhecimento e saberes. Professor, o raciocínio proporcional é também muito importante para o desenvolvimento do pensamento algébrico. É nesse sentido que devem ter sido desenvolvidas nas aulas anteriores as habilidades de analisar, estabelecer relações e comparações entre grandezas e quantidades, argumentar e explicar relações proporcionais, que apresentam relações fortes com tal tipo de raciocínio. Abordar o tema "proporcionalidade" nessa etapa do desenvolvimento cognitivo tem o objetivo de favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico, ou seja, observar um fato ou relação, identificar um padrão, algo que se repete, generalizar esse padrão e ser capaz de fazer deduções a partir dessa generalização. As quatro atividades propostas aqui têm esses objetivos.

FINALIZANDO

Para finalizar a aula, reserve um tempo que seja suficiente para a socialização do processo vivenciado pelos estudantes. Pergunte qual foi a atividade mais desafiadora e por quê. Com isso, professor, você será capaz de identificar se é necessário apresentar novas atividades e explorar um pouco mais a habilidade. Propor que eles construam situações-problema em que as grandezas são diretamente proporcionais pode ajudar no processo de consolidação dessa habilidade. Faça uma síntese de tudo que foi trabalhado nessas aulas. Uma boa maneira de realizá-la é a construção, junto aos estudantes, de uma nuvem de palavras. Retome os exemplos apresentados anteriormente nas aulas e estabeleça as relações com a resolução de situações-problema envolvendo grandezas diretamente proporcionais.

AULAS 7 E 8 – VAMOS PARTILHAR?

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Professor, sugerimos que organize os estudantes, se possível, em duplas, a fim de promover trocas significativas e uma maior participação entre eles.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno de Atividades do Estudante.

INICIANDO

Sugerimos iniciar o trabalho com o objetivo dessas aulas, ou seja, resolver **situações-problema envolvendo a partilha em duas quantidades desiguais em diferentes contextos**. Explore, por meio de perguntas direcionadas, a oralidade e a troca de ideias com os estudantes da turma. Para tal, utilizamos uma situação-problema, com algumas perguntas dirigidas de tal forma que os estudantes percebam que dividir um valor ou uma quantidade por duas pessoas ou grupos não significa necessariamente que seja feita em partes iguais. E, nesse momento, a sua intervenção e investigação nos processos construtivos é de fundamental importância. Na sequência, estão previstas 5 atividades, as quais poderão ser divididas entre as duas aulas.

2. Realize a leitura do problema a seguir, marque a alternativa correta e justifique sua escolha por meio de cálculos.

(SARESP 2009) Jonas, com sua bicicleta, pedala na pista circular de ciclismo do clube. Ao dar 4 voltas, ele percorre 1 600 m. Se quiser percorrer 8 km, mantendo o mesmo ritmo, ele dará um número de voltas igual a:

a. 2 b. 5 c. 10 d. 20

As grandezas número de voltas e distância percorrida são grandezas diretamente proporcionais. Em seguida, é necessário que os valores das distâncias apresentadas estejam na mesma unidade de medida, assim 8 km correspondem a 8 000 m.

Número de voltas	distância percorrida
4 voltas	1 600 m
?	8 000 m

x 5 x 5

Assim, temos 4 x 5 = 20. Portanto, resposta letra d

3. Um recipente de concentrado de suco de maracujá informa que cada 500 mililitros desse concentrado deve ser diluído em 1 000 mililitros de água.

Quantos mililitros de água serão necessários para dissolver 250 mililitros desse concentrado de suco de maracujá?

As grandezas relacionadas são grandezas diretamente proporcionais.

Quantidade de concentrado de maracujá	Quantidade de água
500 mililitros	1 000 mililitros
250 mililitros	?

÷ 2 ÷ 2

Assim, temos 1000 : 2 = 500. Serão necessários 500 mililitros de água.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Durante a resolução dessa situação-problema inicial, bem como nas atividades propostas nessas aulas, a habilidade em questão trata da compreensão da razão entre as partes e das partes com o todo. Sugerimos que destaque essas razões com seus correspondentes significados. Por exemplo, nessa situação específica, temos:

$$\left.\begin{array}{r} \text{Antônio: duas partes} \\ \text{José: uma parte} \end{array}\right\} \begin{array}{c} \text{total de partes em que o valor total} \\ \text{será dividido } 3 \end{array}$$

4. Carla leu a bula de um medicamento que recomendava 3 gotas do medicamento a cada 5 kg de peso de uma pessoa. A filha de Carla pesa 45 kg e precisa tomar esta medicação. Carla seguiu as instruções recomendadas nesta bula. Quantas gotas desse medicamento ela ministrou a sua filha?

As grandezas relacionadas são grandezas diretamente proporcionais.

	Quantidade de medicamento		Peso da pessoa	
x 9	3 gotas	----------	5kg	x 9
	? gotas	----------	45kg	

Assim, temos 3 x 9 = 27. Portanto, Carla ministrou 27 gotas desse medicamento a sua filha.

AULAS 7 E 8 – VAMOS PARTILHAR?

Objetivo das aulas:
- Resolver situações-problema envolvendo a partilha de um todo em duas partes proporcionais em diferentes contextos.

1. Antônio e José foram contratados para fazer uma reforma em uma loja. Juntos, receberão pelo total de horas trabalhadas o valor de R$ 7 500,00. Durante esta reforma, Antônio trabalhou o dobro de horas que José.

a. De quantas maneiras podemos dividir 7 500 por duas pessoas?

Podemos dividir em partes iguais ou em partes desiguais. Veja!

Em partes iguais, basta dividir o total por 2, isto é, 7 500 : 2 = 3 750, assim cada pessoa fica com o mesmo valor.

Em partes desiguais temos várias possibilidades tais como:

uma pessoa fica com 2 000 e outra com 5 500.

uma pessoa fica com 2 500 e outra com 5 000.

uma pessoa fica com 3 000 e outra com 4 500.

uma pessoa fica com 4 000 e outra com 3 500.

7 500 : 3 = 2 500 (valor de cada uma das partes)
Antônio: 2 x 2 500 = 5 000
José: 2 500
Portanto, Antônio recebeu o dobro do valor que José recebeu, isto na forma de razão é representado por: $\frac{2}{1}$, que se lê 2 para 1.
Isto é, a cada duas partes recebidas por Antônio, José recebeu uma.

Podemos pensar de outra forma, como José recebeu a metade do valor recebido por Antônio, a razão que represente isto é: $\frac{1}{2}$, que se lê 1 para 2, ou seja, a cada uma parte recebida por José, Antônio recebeu duas partes.

DESENVOLVENDO

Após a verificação de que todos os estudantes têm em mãos o Caderno de Atividades do Estudante, é interessante que as atividades sejam realizadas em duplas ou trios, propiciando uma aprendizagem colaborativa envolvendo trocas de conhecimento e saberes. O objetivo da habilidade aqui desenvolvida é explorar a divisão em partes proporcionais, sem o apelo para a ideia de razão. Sugere-se a valorização da resolução das situações-problema apresentadas, sejam na forma de esquemas, desenhos ou outros tipos de representação.

FINALIZANDO

Para finalizar a aula, propomos que um tempo seja reservado para a socialização do processo vivenciado pelos estudantes. Esse tempo permite a realização de perguntas, tais como: o que eles aprenderam, como aprenderam e se ainda encontram alguma dificuldade. Além de ser um momento que favorece a reflexão por parte do estudante diante de sua dificuldade, é um momento de reflexão para o professor também. Ele possibilita com que se identifique a necessidade de apresentar novas atividades e/ou explorar mais os objetivos das aulas. A síntese do que foi trabalhado nessas aulas se mostra frutífera. Uma boa maneira de realizá-la é a construção, junto aos estudantes, de uma nuvem de palavras, retomando os exemplos apresentados por eles no início das aulas e estabelecendo as relações com os objetivos das aulas trabalhadas.

b. De acordo com a situação apresentada, é justo dividir o valor de R$ 7 500,00 em partes iguais? Por quê?

Não, pois este contrato fala do total de horas trabalhadas e Antônio trabalhou o dobro de horas que José.

c. De acordo com as informações apresentadas nesta situação, como podemos realizar esta divisão? Quanto Antônio e José deverão receber pelo trabalho realizado?

Como Antônio trabalhou o dobro de horas que José, podemos dividir o valor total em três partes, 7500 : 3 = 2 500, que representa uma parte do todo.

Antônio recebe duas partes do todo, ou seja, 2 500 + 2 500 = 5 000.

José recebe uma parte desse todo, ou seja, 2 500.

Assim, Antônio pelo serviço realizado recebe R$ 5 000,00 e José R$ 2 500,00

2. Pedro e Mateus juntaram durante alguns meses todas as moedas que receberam de seus pais em cofres. Juntos, eles têm um total de R$ 54,00. Pedro começou a juntar as moedas antes que Mateus, hoje ele possui o dobro do valor de Mateus. Qual o valor que cada um tem em seus cofres?

$$\left.\begin{array}{l} Mateus: uma\ parte \\ Pedro: duas\ partes \end{array}\right\} o\ que\ totaliza\ três\ partes$$

Assim, o total que eles juntaram será dividido por 3, ou seja, 54 ÷ 3 = 18.

Como 18 representa cada uma das partes, temos:

Mateus: 18.

Pedro: 18 + 18 = 36.

Verificando: 18 + 36 = 54

Portanto, Mateus tem em seu cofre R$ 18,00 e Pedro tem em seu cofre R$ 36,00.

3. Os pais de Júlia abriram juntos uma loja. No final do mês passado, tiveram lucro de R$ 9 000,00 livres para retirada. Porém, para abrir esta loja, a mãe de Júlia investiu o dobro do valor que o pai da Júlia investiu. Se esse lucro vai ser dividido proporcionalmente aos valores investidos, qual será o valor da retirada da mãe de Júlia?

$$\left.\begin{array}{r} valor\ a\ ser\ retirado\ pela\ mãe\ de\ Júlia: duas\ partes \\ valor\ a\ ser\ retirado\ pelo\ pai\ de\ Júlia: uma\ parte \end{array}\right\} total\ de\ partes\ é\ 3$$

Assim, o total do lucro, 9 000, deve ser dividido em 3 partes, 9 000 ÷ 3 = 3 000.

Como 3 000 representa cada uma das partes, temos:

Valor a ser retirado pela mãe de Júlia: 3 000 + 3 000 = 6 000.

Portanto, a mãe de Júlia terá direito a uma retirada no valor de R$ 6 000,00.

4. Marcos vai pintar as paredes de um quarto com uma tonalidade de rosa específica. Para conseguir esta tonalidade, ele precisa misturar duas cores: uma de tinta vermelha e uma de tinta branca, de tal forma que para cada parte de tinta vermelha da mistura ele vai precisar usar três partes da tinta branca. O total de tinta necessária para pintar este quarto é 20 litros. Quantos litros de tinta vermelha e de tinta branca ele vai precisar para obter os 20 litros dessa mistura?

$$\left.\begin{array}{l} tinta\ vermelha: uma\ parte \\ tinta\ branca: três\ partes \end{array}\right\} total\ de\ partes\ 4$$

Assim, vamos dividir o total de tinta, 20, por 4, ou seja, 20 ÷ 4 = 5.

Como cada parte é igual a 5, temos:

Tinta vermelha: 5.

Tinta branca: 5 + 5 + 5 = 15.

Verificando: 5 + 15 = 20.

Portanto, nesta mistura de 20 litros de tinta serão necessários 5 litros de tinta vermelha e 15 litros de tinta branca.

5. As turmas do 6° A e 6° B participaram de uma gincana e arrecadaram agasalhos para doação. Juntos, conseguiram 180 agasalhos, sendo que a turma do 6° B arrecadou o triplo da quantidade de agasalhos da turma do 6° A. Qual foi a quantidade de agasalhos arrecadados por cada turma?

$$\left.\begin{array}{l} 6°\ A: arrecadou\ uma\ parte \\ 6°\ B: arrecadou\ três\ partes \end{array}\right\} total\ de\ parte\ arrecadadas: quatro\ partes$$

Assim, o total agasalhos arrecadados, 180, será dividido por 4, ou seja, 180 ÷ 4 = 45.

Portanto, 45 representa uma parte.

6° A: 45

6° B: 45 + 45 + 45 = 135

Verificando: 45 + 135 = 180

Portanto, a turma do 6° A arrecadou 45 agasalhos e a turma do 6° B arrecadou 135 agasalhos.

ANOTAÇÕES

ANOTAÇÕES

6º ANO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4

OLÁ, PROFESSOR!

Esta Sequência de Atividades foi criada com o objetivo de ser mais uma ferramenta que visa contribuir com a ampliação do trabalho já previsto em seu planejamento na perspectiva de garantir o direito de aprendizagem a todos os estudantes. Acreditamos que ninguém melhor que você, que está no convívio diário com seus estudantes, será capaz de tomar posse desse material e adequar as situações didáticas aqui apresentadas à realidade de cada turma, a fim de possibilitar a seus estudantes o desenvolvimento de importantes habilidades matemáticas que são essenciais para que eles prossigam com sucesso em seus estudos.

A Sequência de Atividades deve ser desenvolvida tendo como visão o protagonismo do/a estudante, fazendo parte da sua aprendizagem. O ideal é que as atividades sejam resolvidas em grupos de três ou quatro estudantes, por considerarmos de extrema importância não apenas o compartilhamento dos saberes matemáticos e o fortalecimento das aprendizagens cooperativas entre eles/as, mas também o desenvolvimento das competências de argumentação, linguagem e socialização, entre outras. As habilidades enfocadas nesta Sequência de Atividades são descritas a seguir:

(EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos.

(EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação aos lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1 e 2/90 min	Triângulos: Elementos e Classificação quanto à medida de seus lados
3 e 4/90 min	Classificação de triângulos quanto à medida de seus ângulos internos
5 e 6/90 min	Quadriláteros: Classificação quanto à medida de seus lados e quanto à medida de seus ângulos internos
7 e 8/90 min	Quadriláteros: Inclusões de classes

AULAS 1 E 2 – TRIÂNGULOS: ELEMENTOS E CLASSIFICAÇÃO QUANTO À MEDIDA DE SEUS LADOS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Professor, sugerimos que organize os estudantes, se possível, em grupos de três ou quatro.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno de Atividades do Estudante, régua, canudos, linha ou barbante e tesoura sem ponta.

INICIANDO

Com as Aulas 1 e 2, propomos que através de uma atividade de construção e experimentação, os estudantes possam se deparar com situações que os levem a compreender e utilizar as características e as condições de existência de um triângulo, bem como elaborar argumentos convincentes e comprovar as relações entre as medidas dos seus lados.

DESENVOLVENDO

É importante verificar se todos os estudantes têm em mãos o Caderno de Atividades e os materiais necessários para as atividades. Sugerimos que, nas Aulas 1 e 2, os estudantes desenvolvam o pensamento geométrico, a partir do manuseio de materiais concretos. Assim, esta aplicação possibilitaria uma evolução na percepção visual deles. Nesse percurso de desenvolvimento da habilidade são apresentadas atividades com níveis de progressão que envolvem a classificação de triângulos pelas medidas de seus lados.

FINALIZANDO

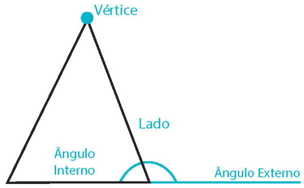
Para finalizar a aula, propomos que um tempo seja reservado para a socialização do processo vivenciado pelos estudantes. Este tempo permite a realização de perguntas, tais como: o que eles aprenderam, como aprenderam e se ainda encontram alguma dificuldade. Além de ser um momento que favorece a reflexão por parte do estudante diante de sua dificuldade, é um momento de reflexão para o professor também. Ele possibilita com que se identifique a necessidade de apresentar novas atividades e/ou explorar mais os objetivos das aulas. A síntese do que foi trabalhado nessas aulas se mostra frutífera. Uma boa maneira para realizá-la é a construção, junto aos estudantes, de uma nuvem de palavras, retomando os exemplos apresentados por eles no início das aulas e estabelecendo as relações que levam a classificação e nomeação dos triângulos de acordo com a medida de seus lados.

6º ANO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4

AULAS 1 E 2 – TRIÂNGULOS: ELEMENTOS E CLASSIFICAÇÃO QUANTO À MEDIDA DE SEUS LADOS

Objetivos das aulas:
- Identificar as características e a condição de existência de um triângulo;
- Determinar a medida dos lados de um triângulo;
- Classificar um triângulo pelas medidas de seus lados.

O triângulo é o polígono formado por três segmentos de reta, representando seus lados, que se cruzam entre si formando três vértices e três ângulos internos. Veja!



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Quando observamos as estruturas de várias construções presentes em nosso cotidiano, podemos identificar a presença de diversas formas geométricas, dentre elas a forma triangular. Veja as imagens a seguir:


Fonte: Pixabay.


Fonte: Pixabay.


Fonte: Pixabay.


Fonte: Pixabay.

1. Com os canudos e barbante que você recebeu, construa um triângulo, utilizando 3 pedaços desses canudos de medidas 7 cm, e um quadrado com 4 pedaços desses canudos com 7 cm. Ao manipular estas duas formas geométricas, o que você percebe?

O quadrado não possui uma forma estável e pode assumir formas diferentes mesmo mantendo a medida de seus lados. Já o triângulo, que é uma forma estável, não é possível alterar sua forma.

A presença de formas triangulares nas diversas estruturas dessas construções se deve ao fato do triângulo ser o único polígono rígido, ou seja, não se deforma facilmente.

2. Você recebeu alguns canudos, corte esses canudos com as especificações a seguir: 3 pedaços com 6 cm; 2 pedaços com 5 cm; 1 pedaço com 7 cm; 1 pedaço com 12 cm e 1 pedaço com 14 cm.

Agora, vamos verificar se com esses pedaços de canudo é possível construir triângulos, de tal forma que os vértices coincidam com as extremidades dos canudos que formam os lados desses triângulos.

a. Quantos triângulos você conseguiu formar?

Com esses pedaços de canudos é possível formar até 10 triângulos.

b. Qual a medida dos lados de cada um desses triângulos que você formou?

Triângulo 1: dois lados com 5 cm e um lado com 7 cm.
Triângulo 2: dois lados com 6 cm e um lado com 7 cm.
Triângulo 3: três lados com 6 cm.
Triângulo 4: dois lados com 6 cm e um lado com 5 cm.
Triângulo 5: um lado com 5 cm, um lado com 6 cm e um lado com 7 cm.
Triângulo 6: um lado com 6 cm, um lado com 7 cm e um lado com 12 cm.
Triângulo 7: dois lados com 5 cm e um lado com 6 cm.
Triângulo 8: um lado com 6 cm, um lado com 12 cm e um lado com 14 cm.
Triângulo 9: um lado com 5 cm, um lado com 12 cm e um lado com 14 cm.
Triângulo 10: um lado com 7 cm, um lado com 12 cm e um lado com 14 cm.

c. Com quais pedaços de canudo não foi possível construir um triângulo?

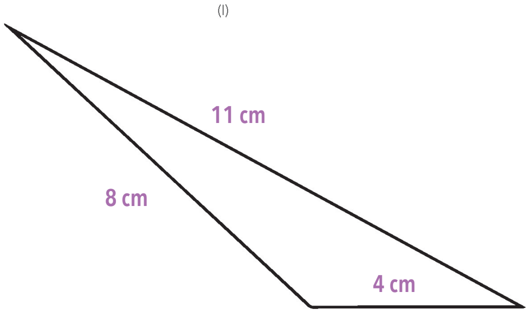
6 cm, 5 cm e 14 cm, pois $14 > 5 + 6$.
6 cm, 7 cm e 14 cm, pois $14 > 6 + 7$.
5 cm, 7 cm e 14 cm, pois $14 > 5 + 7$.
5 cm, 7 cm e 12 cm, pois $12 = 5 + 7$.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

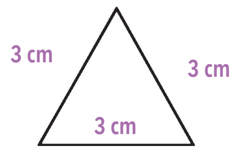
Finalizada esta atividade é importante concluir com os estudantes que, para construção de triângulos, é necessário atender à condição de existência, isto é, num triângulo, a medida de cada um de seus lados tem que ser menor que a soma dos outros dois lados.

3. A seguir, temos seis triângulos representados. Com auxílio de uma régua, determine qual é a medida de cada um dos lados desses triângulos.

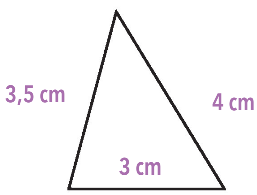
(I)



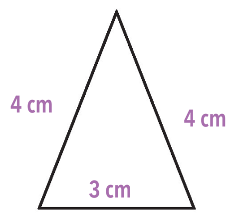
(II)



(III)

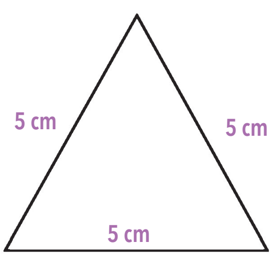


(IV)

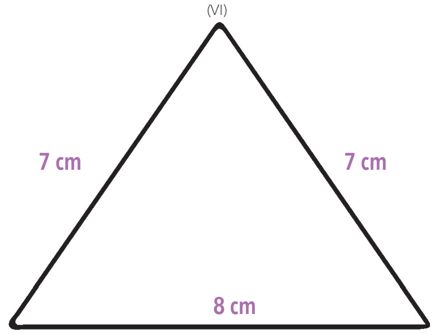


Fonte: Elaborado para fins didáticos.

(V)



(VI)



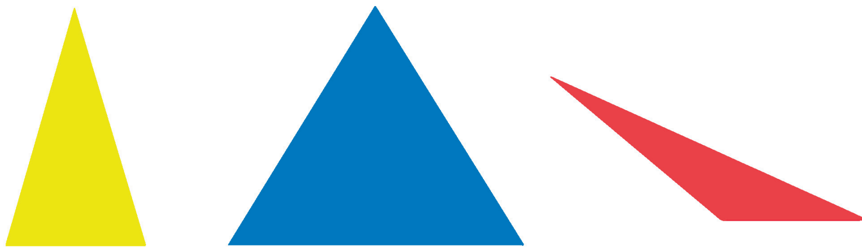
CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Ao utilizar dobraduras para responder à atividade, os estudantes estão determinando a quantidade de eixos de simetria dos triângulos de acordo com as classificações quanto à medida que seus lados apresentam, o que é uma regularidade. Um ponto importante a ser explorado. Os triângulos isósceles apresentam apenas um eixo de simetria, os triângulos equiláteros três eixos de simetria e os triângulos escalenos não apresentam nenhum eixo de simetria.

Agora, vamos organizar e registrar os resultados obtidos com essas medidas acima, completando o quadro a seguir:

Característica quanto à medida dos lados	Identificação dos triângulos	Classificação dos triângulos
Os três lados têm medidas diferentes.	I e III	Escaleno
Dois lados têm medidas iguais.	II, IV, V e VI	Isósceles
Os três lados têm medidas iguais.	II e V	Equilátero

4. Temos a seguir três triângulos com as seguintes características: o amarelo é um triângulo isósceles, o azul um triângulo equilátero e o vermelho um triângulo escaleno.



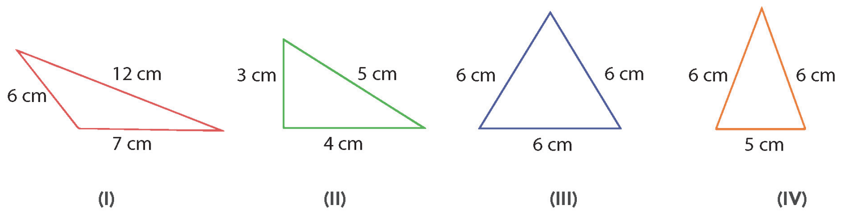
Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Recorte os triângulos disponíveis na folha em anexo desse material e verifique, em cada um deles, de quantas maneiras podemos dobrá-los de forma tal que todos os pontos correspondentes sejam coincidentes.

Registre a seguir o que você encontrou.

Triângulo amarelo: apresenta apenas uma possibilidade.
Triângulo azul: apresentam três possibilidades.
Triângulo vermelho: não apresenta nenhuma possibilidade.

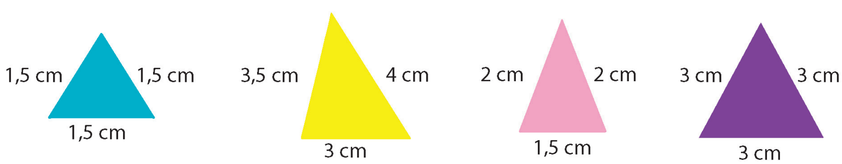
5. Classifique cada um dos triângulos a seguir em: escaleno, isósceles ou equilátero.



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Escaleno: (I) e (II).
Isósceles: (III) e (IV).
Equilátero: (III).

6. Para construir um mosaico, Luísa utilizou várias formas geométricas. Dentre essas formas, ela utilizou os triângulos representados a seguir:



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Desses triângulos que Luísa construiu, o escaleno é o:

a. Azul;
b. Amarelo;
c. Rosa;
d. Roxo.

Triângulo escaleno é aquele em que todas as medidas de seus lados apresentam medidas diferentes, neste caso, o triângulo amarelo.
Alternativa B.

AULAS 3 E 4 – CLASSIFICAÇÃO DE TRIÂNGULOS QUANTO À MEDIDA DE SEUS ÂNGULOS INTERNOS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Professor, sugerimos que organize os estudantes, se possível, em grupos de três ou quatro, propiciando uma aprendizagem colaborativa envolvendo trocas de conhecimento e saberes.

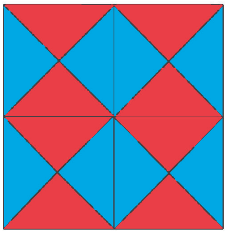
MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno de Atividades do Estudante, régua e transferidor.

INICIANDO

Sugerimos que inicie essas aulas explicando os objetivos das Aulas 3 e 4, ou seja, **medir os ângulos internos de um triângulo e classificá-los em função da medida desses ângulos**. Para isto, foram estabelecidas seis atividades, as quais poderão ser divididas entre as duas aulas. Sugerimos que inicie retomando com os estudantes a classificação dos ângulos (agudo, reto e obtuso). Por exemplo, desenhe no quadro alguns triângulos e utilize o ângulo reto de um esquadro ou régua para comparar os ângulos internos desses triângulos. Em seguida, solicite aos estudantes que, com auxílio de um transferidor, construam ângulos com as seguintes medidas: 90°, 30°, 45°, 110°, 120° e 180°. Ao explorar os conhecimentos prévios que os estudantes possuem em relação à classificação

7. Lúcia é costureira e fez uma colcha com alguns retalhos. Veja a seguir uma parte dessa colcha que Lúcia fez.



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

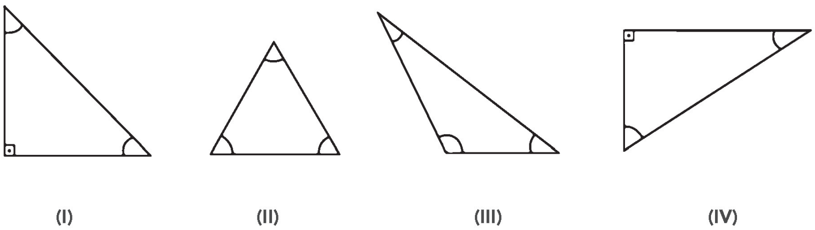
Esta colcha foi montada por triângulos nas cores azul e vermelho, que juntos formam um quadrado. Qual a classificação desses triângulos, quanto à medida de seus lados? Justifique sua resposta.

São triângulos isósceles. Um lado do triângulo corresponde à medida do lado do quadrado menor formado pelos triângulos azul e vermelho. Os outros dois lados, possuem a mesma medida e correspondem à metade da diagonal desse quadrado.

AULAS 3 E 4 – CLASSIFICAÇÃO DE TRIÂNGULOS QUANTO À MEDIDA DE SEUS ÂNGULOS INTERNOS

Objetivos das aulas:
- Medir os ângulos internos de um triângulo;
- Classificar um triângulo pelas medidas de seus ângulos internos;

1. A seguir, temos a representação de quatro triângulos:



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

da medida dos ângulos estamos possibilitando que eles criem estratégias que podem levá-los a adquirir as habilidades pertinentes a essas duas aulas.

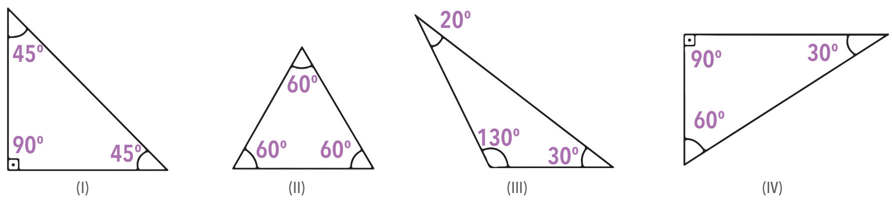
DESENVOLVENDO

Com as Aulas 3 e 4, propomos algumas atividades que pressupõem o desenvolvimento da capacidade do estudante de identificar e nomear triângulos quanto à medida de seus ângulos internos.

Assim, um triângulo pode ser classificado como:

- Acutângulo: possui três ângulos internos agudos, ou seja, menores que 90°;

a. Com o auxílio de um transferidor, indique qual é a medida de todos os ângulos internos desses triângulos.



b. Indique a quantidade de ângulos (agudo, reto e obtuso) que cada um desses triângulos apresenta.

(I) 2 ângulos agudos e 1 ângulo reto;
(II) 3 ângulos agudos;
(III) 2 ângulos agudos e 1 ângulo obtuso;
(IV) 2 ângulos agudos e 1 ângulo reto;

c. Qual a soma dos ângulos internos de cada um desses triângulos representados acima? Esta resposta é uma coincidência? Justifique.

A soma de todos os ângulos internos nos quatro triângulos é 180°.
Não se trata de uma coincidência, é uma das propriedades desse tipo de polígono.

Complete o quadro a seguir.

Característica quanto à medida dos ângulos internos	Triângulos	Classificação
Um ângulo com medida de 90°	I e IV	Retângulo
Um ângulo com medida maior que 90° e menor que 180°	III	Obtusângulo
Os três ângulos com medida maior que 0° e menor que 90°	II	Acutângulo

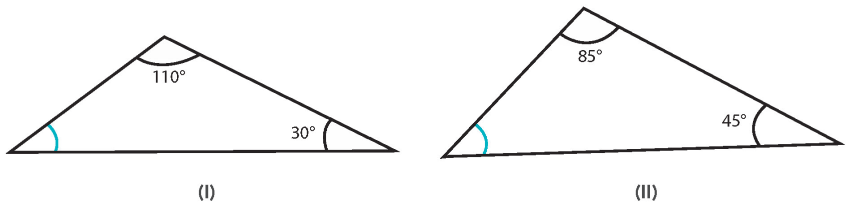
Fonte: elaborado para fins didáticos.

ou explorar mais os objetivos das aulas. A síntese do que foi trabalhado nessas aulas se mostra frutífera. Uma boa maneira para realizá-la é a construção, junto aos estudantes, de uma nuvem de palavras, retomando os exemplos apresentados por eles no início das aulas e estabelecendo as relações que levam a classificação e nomeação dos triângulos de acordo com a medida de seus ângulos.

- Retângulo: apresenta um ângulo interno reto igual a 90° e dois ângulos agudos;
- Obtusângulo: tem um ângulo interno obtuso, ou seja, maior que 90° e menor que 180°, e os dois outros ângulos agudos.

Para finalizar a aula, propomos que um tempo seja reservado para a socialização do processo vivenciado pelos estudantes. Este tempo permite a realização de perguntas, tais como: o que eles aprenderam, como aprenderam e se ainda encontram alguma dificuldade. Além de ser um momento que favorece a reflexão por parte do estudante diante de sua dificuldade, é um momento de reflexão para o professor também. Ele possibilita com que se identifique a necessidade de apresentar novas atividades e/

2. Sem o auxílio do transferidor, você é capaz de determinar qual a medida do terceiro ângulo em cada um dos triângulos abaixo? Então, determine a medida de cada ângulo que falta.

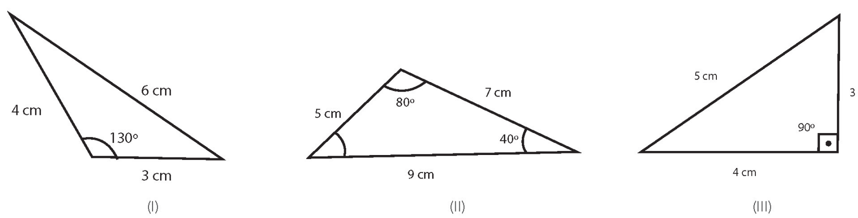


Fonte: Elaborado para fins didáticos.

I) 110° + 30° = 140°
180° - 140° = 40°

(II) 85° + 45° = 130°
180° - 130° = 50°

3. Observe os triângulos representados abaixo:

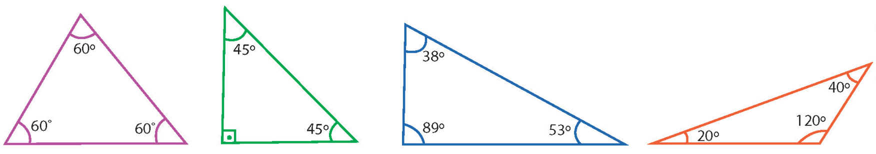


Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Classifique os triângulos de acordo com a medida de seus ângulos.

(I) Triângulo obtusângulo, pois apresenta um ângulo obtuso, 130°.
(II) Triângulo acutângulo, pois todos os ângulos são agudos.
(III) Triângulo retângulo, pois apresenta um ângulo reto.

4. Na aula de matemática, Laura construiu alguns triângulos. Veja, a seguir, esses triângulos:



(I) (II) (III) (IV)

Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Quais desses triângulos que Laura construiu são acutângulos?

a. (I) e (II)

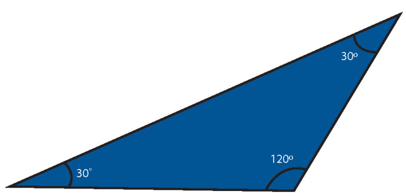
b. (I) e (III)

c. (II) e (III)

d. (II) e (IV)

Todos os ângulos dos triângulos (I) e (III) são agudos, ou seja, maiores que 0° e menores que 90°. Alternativa B.

5. Observe o triângulo representado a seguir:



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Quanto à medida de seus ângulos, este triângulo é classificado como:

a. Retângulo;

b. Acutângulo;

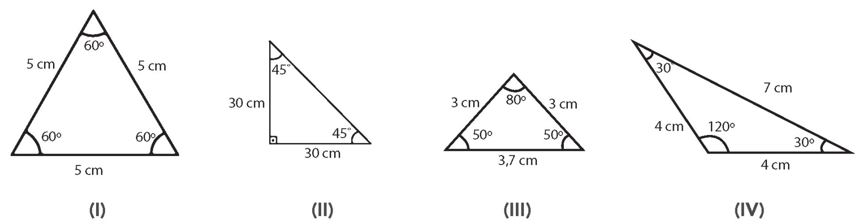
c. Obtusângulo;

d. Equilátero.

Quanto à medida de seus ângulos este triângulo é obtusângulo, pois apresenta um ângulo obtuso e dois ângulos agudos.

Alternativa C.

6. Observe os triângulos representados a seguir e classifique-os em relação à medida de seus ângulos e em relação à medida de seus lados.



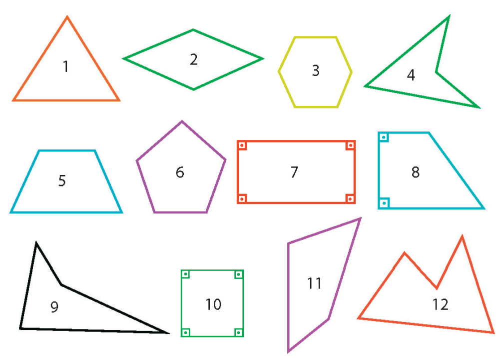
Fonte: Elaborado para fins didáticos.

(I) Triângulo acutângulo equilátero.
(II) Triângulo retângulo isósceles.
(III) Triângulo acutângulo isósceles.
(IV) Triângulo obtusângulo isósceles.

AULAS 5 E 6 – QUADRILÁTEROS: CLASSIFICAÇÃO QUANTO À MEDIDA DE SEUS LADOS E QUANTO À MEDIDA DE SEUS ÂNGULOS INTERNOS

Objetivos das aulas:
- Determinar a medida dos lados e ângulos de um quadrilátero;
- Classificar quadriláteros pelas medidas de seus lados;
- Classificar quadriláteros pelas medidas de seus ângulos.

1. Observe os polígonos representados a seguir e responda:



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

AULAS 5 E 6 – QUADRILÁTEROS: CLASSIFICAÇÃO QUANTO À MEDIDA DE SEUS LADOS E QUANTO À MEDIDA DE SEUS ÂNGULOS INTERNOS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Professor, sugerimos que organize os estudantes, se possível, em grupos de três ou quatro, propiciando uma aprendizagem colaborativa envolvendo trocas de conhecimento e saberes.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno de Atividades do Estudante, régua, esquadro e transferidor.

INICIANDO

Sugerimos que inicie essas aulas explicando os objetivos das Aulas 5 e 6, ou seja, **medir os ângulos internos de um quadrilátero, classificar e nomear quadriláteros em função da medida de seus lados, ângulos internos e diagonais**. Para isto, foram estabelecidas cinco atividades, as quais poderão ser divididas entre as duas aulas. O objetivo é explorar os conhecimentos prévios que os estudantes possuem, uma vez que eles já tiveram contato com esse objeto de conhecimento desde as séries iniciais, e de alguma forma já os classificam, mesmo que de forma espontânea. Mas nosso objetivo aqui é ampliar este campo conceitual.

DESENVOLVENDO

As atividades aqui sugeridas envolvem a investigação sobre os quadriláteros. Sugerimos que estas atividades sejam realizadas em grupos de três ou quatro, em que será necessário o uso de esquadro, transferidor e régua. É importante verificar se os estudantes sabem fazer uso do esquadro, uma vez que será necessário para verificar a posição relativa dos segmentos de reta que constituem os lados desses quadriláteros, tais como paralelismo ou perpendicularismo. O uso do transferidor e da régua será necessário nas outras atividades que se seguem, a fim de que sejam identificadas as propriedades relativas às medidas dos ângulos internos, bem como reconhecer cada uma de suas propriedades.

a. Quais desses polígonos são quadriláteros?

2, 4, 5, 7, 8, 9, 10 e 11.

b. Quais desses quadriláteros possuem dois pares de lados paralelos?

2, 7 e 10.

c. Quais desses quadriláteros possuem apenas um par de lados paralelos?

5 e 8.

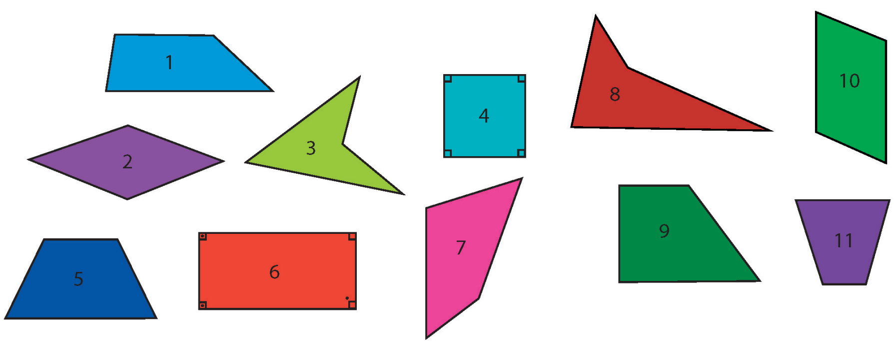
d. Quais desses quadriláteros possuem as medidas dos quatro lados iguais?

2 e 10.

e. Quais desses quadriláteros apresentam quatro ângulos internos retos?

7 e 10.

2. Observe os quadriláteros abaixo:



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Complete o quadro a seguir, indicando com a numeração desses quadriláteros a posição de cada um de acordo com suas classificações.

Paralelogramos	Trapézios	Outros quadriláteros
2, 4, 6 e 10	1, 5, 9 e 11	3, 7 e 8

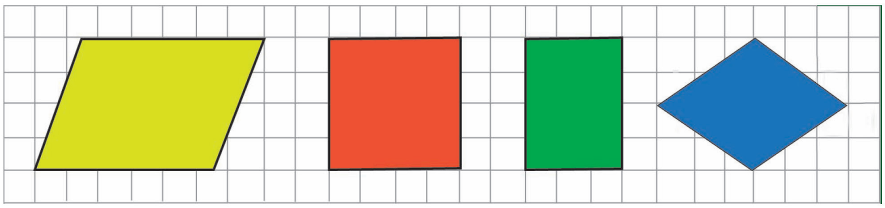
FINALIZANDO

Para finalizar a aula, propomos que um tempo seja reservado para a socialização do processo vivenciado pelos estudantes. Este tempo permite a realização de perguntas, tais como: o que eles aprenderam, como aprenderam e se ainda encontram alguma dificuldade. Além de ser um momento que favorece a reflexão por parte do estudante diante de sua dificuldade, é um momento de reflexão para o professor também. Ele possibilita com que se identifique a necessidade de apresentar novas atividades e/ou explorar mais os objetivos da aula. A síntese do que foi trabalhado nessas aulas se mostra frutífera. Uma boa maneira para realizá-la é a construção, junto aos estudantes, de uma nuvem de palavras, retomando os exemplos apresentados por eles no início das aulas e estabelecendo as relações que levam a classificação e nomeação dos quadriláteros de acordo com a medida de seus lados e ângulos.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Nessa atividade, o estudante deve ser capaz de reconhecer que os quadriláteros podem ser classificados quanto ao paralelismo dos lados: **paralelogramos**: apresentam dois pares de lados paralelos; **trapézios**: apresentam apenas um par de lados paralelos; mas existem quadriláteros que não apresentam nenhuma dessas características, que são considerados quadriláteros quaisquer ou trapezoides.

3. Observe os quadriláteros representados na malha quadriculada a seguir:



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Vamos explorar estes quadriláteros!

a. Qual a característica comum em todos esses quadriláteros?

Todos os quadriláteros possuem dois pares de lados paralelos, sendo classificados como paralelogramos.

b. Quais as características em comum, tanto em relação à medida de seus lados quanto à medida de seus ângulos, entre o quadrado e o retângulo? E quais se alteram?

Ambos são paralelogramos e apresentam todos os ângulos internos retos. A soma de todos os ângulos internos é 360º.

A característica que se altera é que no quadrado todos os lados possuem a mesma medida e o retângulo só os lados opostos apresentam a mesma medida.

c. Quais as características em comum, tanto em relação à medida de seus lados quanto à medida de seus ângulos, entre o quadrado e o losango? E quais se alteram?

Ambos são paralelogramos e apresentam todos os lados com a mesma medida e os ângulos opostos são congruentes.

A característica que se altera é a medida de seus ângulos internos, enquanto no quadrado todos os ângulos são retos no losango temos dois ângulos agudos de mesma medida e dois obtusos de mesma medida.

d. Diagonal de um polígono é um segmento de reta que une dois de seus vértices não consecutivos. Nos quadriláteros representados nesta atividade, trace cada uma das diagonais desses quadriláteros, utilizando régua. Essas diagonais irão se interceptar em um ponto no interior desses quadriláteros. Meça as distâncias de cada uma das diagonais e realize anotações sobre o que você observou em relação às suas medidas.

Quadrado: as diagonais possuem a mesma medida e se encontram no ponto médio.
Losango: as diagonais não possuem a mesma medida, mas se encontram no ponto médio.
Paralelogramo: as diagonais encontram-se no ponto médio.
Retângulos: as diagonais possuem a mesma medida e cortam-se no ponto médio.

e. Com um transferidor, meça o ângulo formado pelo encontro das diagonais de cada um desses quadriláteros, meça os ângulos dos vértices que foram divididos ao traçar as diagonais e anote o que você identificou.

As diagonais de um quadrado e de um losango são perpendiculares entre si, isto é, formam 90°, essas diagonais dividem os ângulos dos vértices ao meio.
As diagonais dos retângulos e do paralelogramo não são perpendiculares, mas estas diagonais dividem os ângulos dos vértices ao meio.

f. Agora, marque nesses quadriláteros seus eixos de simetria. O que você encontrou?

Paralelogramo: Não possui eixo de simetria.
Quadrado: Possui quatro eixos de simetria dos quais dois são suas diagonais.
Retângulo: Possui dois eixos de simetria, mas nenhum deles coincide com as diagonais.
Losango: Possui dois eixos de simetria, que são suas diagonais.

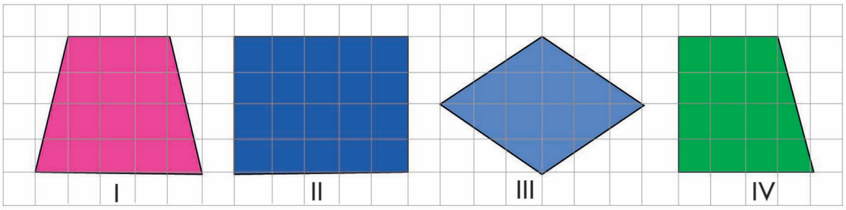
CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Aqui professor, é importante esclarecer que em relação ao fato observado na questão, de que as diagonais dividem o ângulo interno ao meio, que se deve ao fato da diagonal ser também bissetriz de cada paralelogramo apresentado nesta atividade.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Você pode iniciar esta atividade retomando o conceito de simetria. Desenhe no quadro um desses quadriláteros e trace um eixo de simetria, ou se possível imprima um desses quadriláteros e dobre-o em seu eixo de simetria. Importante destacar que os eixos de simetria no quadrado e losango coincidem com os eixos, mas no retângulo e no trapézio isósceles não. Além disso aqui devem ser exploradas as características do trapézio escaleno e retângulo.

4. Pedro desenhou na aula de Matemática os seguintes quadriláteros:



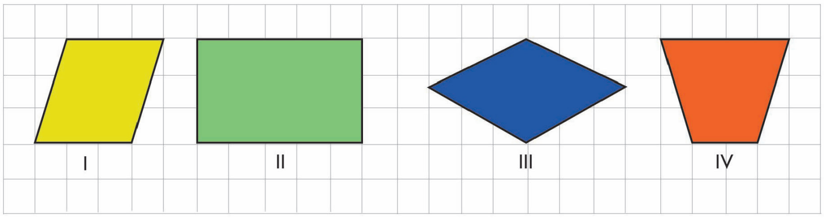
Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Desses quadriláteros que Pedro desenhou, são trapézios:

a. I e II.
b. II e III.
c. III e IV.
d. I e IV.

Os quadriláteros I e IV são os únicos que apresentam apenas um par de lados paralelos. ALTERNATIVA D.

5. Observe os quadriláteros representados na malha quadriculada a seguir:



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Desses quadriláteros, qual representa um losango?

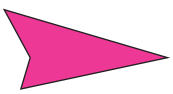
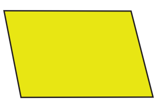
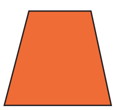
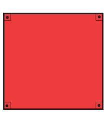
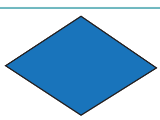
a. I.
b. II.
c. III.
d. IV.

Resposta: C), pois é o único quadrilátero que apresenta a medida de todos os lados iguais.

AULAS 7 E 8 – QUADRILÁTEROS: INCLUSÕES DE CLASSES

Objetivos das aulas:
- Nomear um quadrilátero em função das medidas de seus lados e/ou de seus ângulos;
- Reconhecer a inclusão e a intersecção de classes de quadriláteros por suas propriedades relativas a lados e ângulos.

1. Vamos organizar tudo que estudamos sobre os quadriláteros. Para isto, temos um quadro, a seguir, em que estão apresentadas as propriedades de alguns quadriláteros. Complete este quadro da seguinte maneira: na primeira coluna faça a representação desses quadriláteros e na segunda coluna seu correspondente nome.

Quadriláteros	Nome	Características
	Quadriláteros	Polígonos com quatro lados.
	Paralelogramo	Quadrilátero que tem dois pares de lados paralelos; lados opostos com mesma medida; diagonais se cruzam no ponto médio.
	Trapézio	Quadriláteros que tem um par de lados paralelos.
	Quadrado	Paralelogramo que tem quatro lados com medidas iguais e quatro ângulos retos, 2 diagonais de mesma medida, que se cruzam no ponto médio, e que formam entre si um ângulo reto.
	Retângulo	Paralelogramo que tem quatro ângulos internos retos, 2 diagonais de mesma medida que se cruzam no ponto médio.
	Losango	Paralelogramo que tem quatro lados com medidas iguais, 2 diagonais que se cruzam no ponto médio e formam entre si um ângulo reto.

AULAS 7 E 8 – QUADRILÁTEROS: INCLUSÕES DE CLASSES

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Professor, sugerimos que organize os estudantes, se possível, em grupos de três ou quatro, propiciando uma aprendizagem colaborativa envolvendo trocas de conhecimento e saberes.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno de Atividades do Estudante.

INICIANDO

Sugerimos que inicie essas aulas explicando os objetivos das Aulas 7 e 8, ou seja, **nomear quadriláteros em função das medidas apresentadas por seus lados e ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes de quadriláteros por suas propriedades relativas a lados e ângulos.** Importante nesse momento retomar com os estudantes as características individuais dos quadriláteros que foram trabalhadas nas aulas anteriores.

DESENVOLVENDO

Após a verificação de que todos os estudantes têm em mãos o Caderno de Atividades, sugerimos a montagem de um quadro com a finalidade de resgatar e formalizar as características que permitem classificar os quadriláteros e suas respectivas nomenclaturas. Nesse momento é de fundamental importância que você, professor, esteja atendo as dificuldades que os estudantes possam ainda apresentar e, portanto, se necessário, fazer uma intervenção de forma tal que eles consigam avançar. Na sequência, espera-se que os estudantes reconheçam a inclusão de classes dos quadriláteros e que completem um diagrama que explicita estas inclusões.

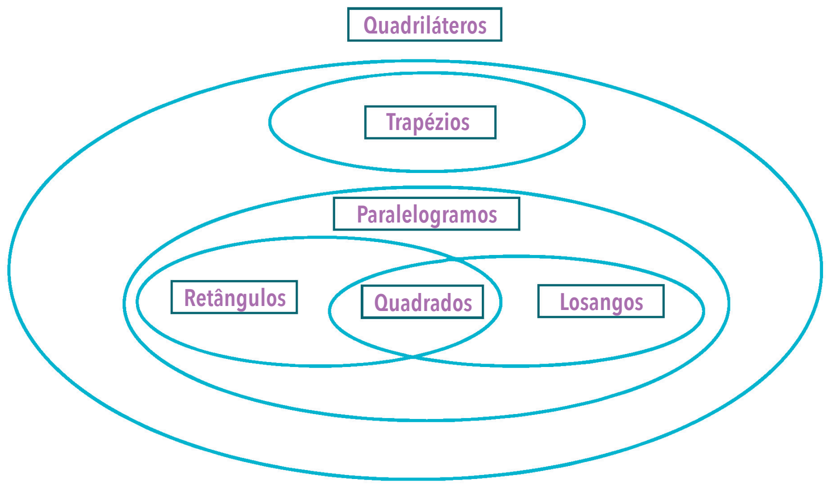
FINALIZANDO

Para finalizar a aula, propomos que um tempo seja reservado para a socialização do processo vivenciado pelos estudantes. Este tempo permite a realização de perguntas, tais como: o que eles aprenderam, como aprenderam e se ainda encontram alguma dificuldade. Além de ser um momento que favorece a reflexão por parte do estudante diante de sua dificuldade, é um momento de reflexão para o professor também. Ele possibilita com que se identifique a necessidade de apresentar novas atividades e/ou explorar mais os objetivos das aulas. A síntese do que foi trabalhado nessas aulas se mostra frutífera. Uma boa maneira para realizá-la é a construção, junto aos estudantes, de uma nuvem de palavras, retomando os exemplos apresentados por eles no início das aulas e estabelecendo as relações que levam a nomear um quadrilátero em função das medidas de seus lados e ângulos e reconhecer a inclusão de classes desses quadriláteros.

2. Você percebeu que alguns desses quadriláteros apresentam propriedades em comum?

Vamos agora, então, construir uma outra forma de organizar estas informações. Para tal, você deve preencher o diagrama. Nele temos cinco grupos, algumas regiões são comuns a alguns grupos. Utilizando as classificações a seguir, complete este diagrama:

Quadriláteros	Retângulos	Trapézios
Paralelogramos	Quadrados	Losangos

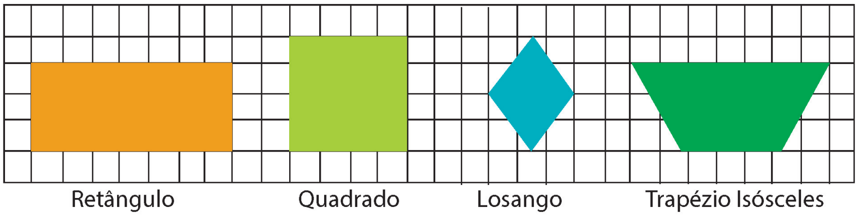


Fonte: Elaborado para fins didáticos.

3. Indique se as afirmativas abaixo são verdadeiras (V) ou falsas (F) e reescreva as que forem falsas de forma a se tornarem verdadeiras.

(F) Todo losango é um quadrado. Todo quadrado é losango.
(V) Todo quadrado é um retângulo.
(F) Um paralelogramo tem todos os lados de mesma medida. Paralelogramos tem lados opostos de mesma medida.
(F) Um paralelogramo é sempre um retângulo. Retângulos são sempre paralelogramos.
(V) Os lados consecutivos de um quadrado são perpendiculares.

4. Na malha quadriculada abaixo estão representados alguns quadriláteros:



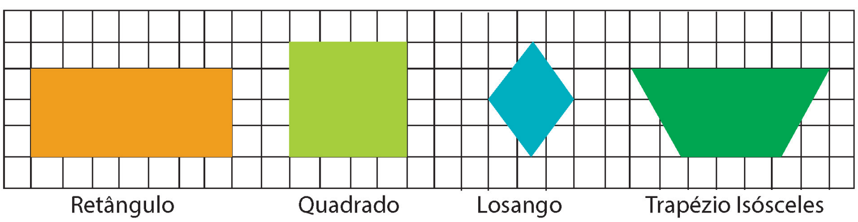
Fonte: elaborado para fins didáticos.

Um quadrilátero que possui todos os lados de mesma medida com dois ângulos internos agudos e dois obtusos é o:

a. Retângulo.
b. Quadrado.
c. Losango.
d. Trapézio Isósceles

Resposta: C) Losango.

5. Observe os quadriláteros representados a seguir:



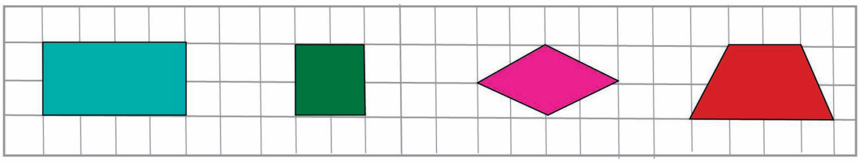
Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Qual desses quadriláteros possui todos os seus ângulos internos retos, suas diagonais são congruentes que se interceptam nos seus pontos médios e são perpendiculares?

a. Retângulo.
b. Quadrado.
c. Losango.
d. Trapézio Isósceles

Resposta: B) Quadrado.

6. Observe os quadriláteros representados a seguir:



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

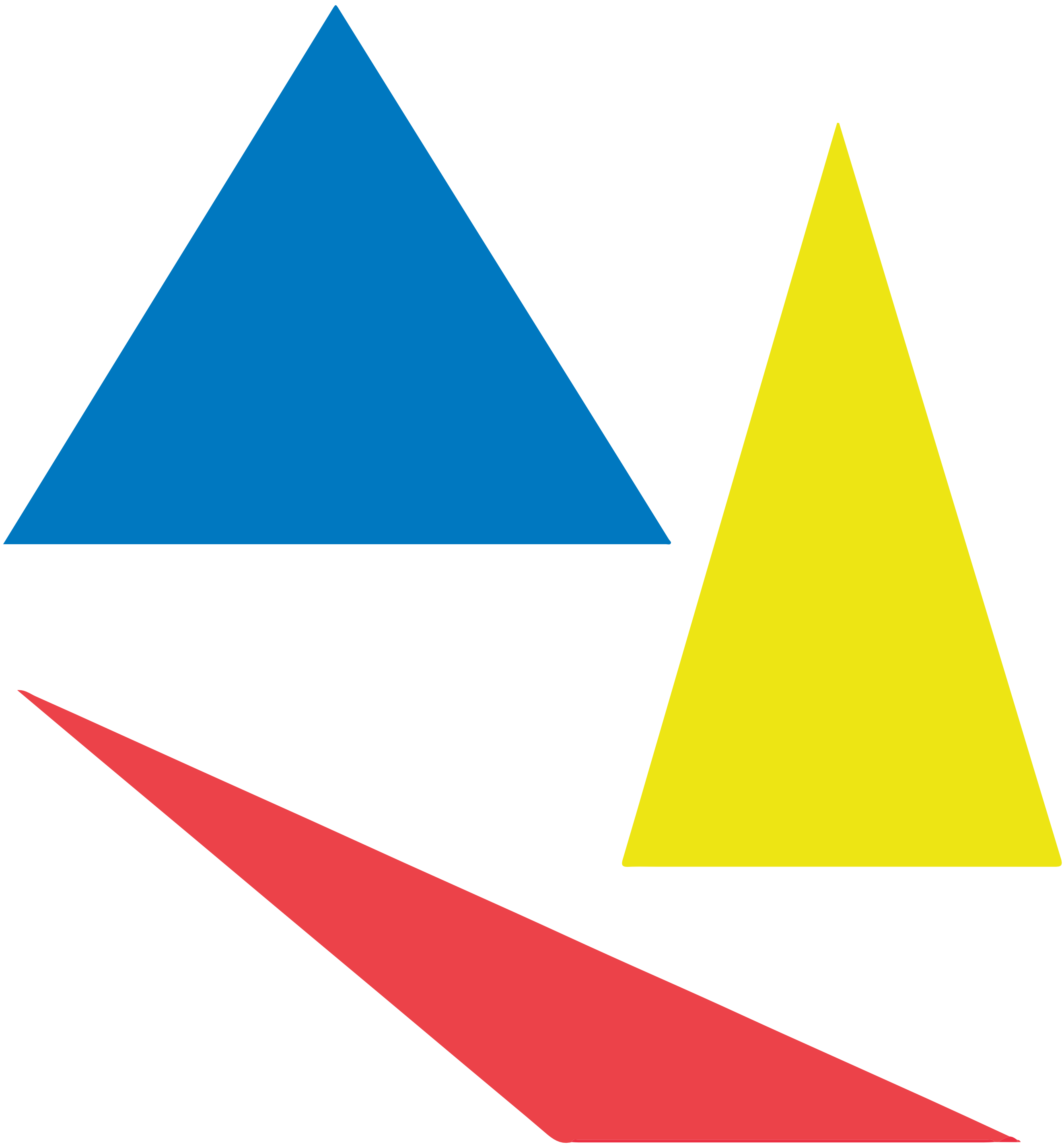
Qual desses quadriláteros possui apenas um par de lados paralelos, com diagonais congruentes, e estas diagonais não são perpendiculares?

a. Retângulo.
b. Quadrado.
c. Losango.
d. Trapézio Isósceles

Resposta: D) Trapézio Isósceles

ANOTAÇÕES

Anexo I



ANOTAÇÕES

7º ANO

3º Bimestre

ANOTAÇÕES

OLÁ, PROFESSOR(A)!

Sugerimos que, após a aplicação desta Sequência de Atividades, você trabalhe também com o material São Paulo Faz Escola, atualmente denominado Currículo em Ação. As habilidades trabalhadas nesta Sequência do Aprender Sempre podem ser aprofundadas nas atividades propostas nos diversos volumes dos anos/séries listados no quadro abaixo.

7º ano do Ensino Fundamental - Matemática			
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES	**OBJETO DE CONHECIMENTO**	**HABILIDADES ESSENCIAIS**	**ARTICULAÇÃO DE MATERIAIS**
1	Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais; Divisão euclidiana. Números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações.	(**EF06MA03**) Solucionar e propor problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias pessoais, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora. (**EF07MA04**) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam operações com números inteiro.	**Algumas atividades dessa habilidade encontram-se no Caderno do 6º ano** V.1, Situação de Aprendizagem 2 ATIVIDADE 1 – SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL ATIVIDADE 2 – O QUADRO DE VALOR POSICIONAL ATIVIDADE 3 – EXPLORANDO OS NÚMEROS ATIVIDADE 4 – PARA ALÉM DOS MILHARES... **Algumas atividades dessa habilidade encontram-se no Caderno do 7º ano** V.1, Situação de Aprendizagem 2 ATIVIDADE 1 - UM POUCO DE HISTÓRIA ATIVIDADE 2 – NÚMEROS POSITIVOS E NEGATIVOS ATIVIDADE 3 – DESCOBRINDO O QUE VEM ANTES DO ZERO ATIVIDADE 4 – RESOLVENDO PROBLEMAS
2	Cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da "regra de três". Cálculo de porcentagens e de acréscimos e decréscimos simples.	(**EF06MA13**) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da "regra de três", utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros. (**EF07MA02**) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam porcentagem, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora no contexto de educação financeira, entre outros.	**Algumas atividades dessa habilidade encontram-se no Caderno do 6º ano** V.3, Situação de Aprendizagem 2 ATIVIDADE 1 – PROBLEMAS DE PARTILHA EM DUAS PARTES DESIGUAIS V.3, Situação de Aprendizagem 3 ATIVIDADE 1 – AS FRAÇÕES NO COTIDIANO ATIVIDADE 3 – AS FRAÇÕES NO TANGRAM **Algumas atividades dessa habilidade encontram-se no Caderno do 7º ano** V.1, Situação de Aprendizagem 3 ATIVIDADE 3: REESCREVENDO UMA INFORMAÇÃO – PORCENTAGEM ATIVIDADE 4: DESCONTOS E JUROS

3	Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados.	**(EF06MA19)** Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos. **(EF06MA20)** Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.	**Algumas atividades dessa habilidade encontram-se no Caderno do 6º ano** V.2, Situação de Aprendizagem 4 ATIVIDADE 2 – POLÍGONOS NO PLANO CARTESIANO V.2, Situação de Aprendizagem 5 ATIVIDADE 1 – EXPLORANDO TRIÂNGULOS ATIVIDADE 2 – OS TRIÂNGULOS E A ARTE ATIVIDADE 3 – OS TRIÂNGULOS NAS CONSTRUÇÕES ATIVIDADE 4 – IDENTIFICANDO QUADRILÁTEROS ATIVIDADE 5 – EXPLORANDO QUADRILÁTEROS
4	Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano: multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricos em relação aos eixos e à origem.	**(EF07MA19)** Localizar no plano cartesiano pontos (coordenadas) que representam os vértices de um polígono e realizar transformações desses polígonos, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro. **(EF07MA20)** Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.	**Algumas atividades dessa habilidade encontram-se no Caderno do 7º ano** V.2, Situação de Aprendizagem 3 ATIVIDADE 1 – QUAL É A LOCALIZAÇÃO? ATIVIDADE 2 – TRANSFORMAÇÕES

7º ANO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

OLÁ, PROFESSOR!

Nesta Sequência de Atividades, falamos com você, que está aí na sala de aula, no convívio direto com os(as) estudantes. Estes(as) terão oportunidade de se envolver com atividades que possibilitem a retomada de conceitos, propriedades e procedimentos essenciais para o desenvolvimento de seus conhecimentos e capacidades em Matemática.

A Sequência de Atividades deve ser desenvolvida tendo como visão o protagonismo do(a) estudante, fazendo parte da sua aprendizagem. Além disso, as socializações das atividades, por parte deles(as), são percebidas como oportunidade de serem desenvolvidas habilidades e competências que dizem respeito à cooperação, empatia, argumentação e comunicação, entre outras.

Vale ressaltar que os estudantes devem chegar ao final da Sequência de Atividades sendo capazes de solucionar problemas envolvendo números naturais, tanto na forma escrita quanto mentalmente, chegando em valores exatos e/ou aproximados, com ou sem o uso de calculadora.

A escolha das habilidades foi realizada por meio de análise dos resultados de avaliações internas e externas (diagnóstico de entrada e SARESP) que revelaram fragilidades dos estudantes em relação a:

(EF06MA03) Solucionar e propor problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias pessoais, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora;

(EF07MA04) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam operações com números inteiro.

AULA	DURAÇÃO	TEMA DA AULA
01 e 02	90 min.	Solucionando problemas na forma escrita e mental
03 e 04	90 min.	Solucionando problemas na forma escrita e mental com números aproximados
05 e 06	90 min.	Solucionando problemas com uso de calculadora
07 e 08	90 min.	Resolver problemas com números inteiros

Sabemos que as atividades por si só não ensinam. Por isso, professor, a sua atuação é tão importante em cada uma das situações propostas aqui. Elas têm por objetivo a recuperação das aprendizagens e o desenvolvimento das habilidades esperadas para o 7º Ano do Ensino Fundamental. Para isso, esse caderno deverá servir como mais uma ferramenta que o auxiliará no processo de ensino, sendo necessário, portanto, que você considere, em seu replanejamento, outras possibilidades de discussão e recursos para além daqueles sugeridos nessa Sequência de Atividades. Para ajudá-lo nessa ação, a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo poderá, por meio do Centro de Mídias, realizar formações continuadas acerca das Sequências de Atividades. Tais formações acontecerão nos momentos das Aulas de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPC). Desejamos a você e aos nossos estudantes um ótimo trabalho!

ANOTAÇÕES

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

AULAS 1 E 2 – SOLUCIONANDO PROBLEMAS NA FORMA ESCRITA E MENTAL.

Objetivos das aulas:

- Solucionar problemas que envolvam cálculos escritos com números naturais;
- Solucionar problemas que envolvam cálculos mentais com números naturais.

1. Amanda sempre compra o mesmo lanche no intervalo das aulas em sua escola. Um pastel a R$ 5,00 e um suco de caju a R$ 2,00. Durante os primeiros 60 dias letivos, Amanda gastará um total de:

(A) R$ 450,00.

(B) R$ 425,00.

(C) R$ 420,00.

(D) R$ 410,00.

Solução

O valor do lanche de Amanda diariamente é de R$ 7,00 (5,00 + 2,00), como será calculado para 60 dias, tem-se o seguinte cálculo: 60 × 7,00 = R$ 420,00. Logo, tem-se como resposta a alternativa C. Professor, sugira aos estudantes desenvolverem uma solução diferente a essa apresentada.

2. Um grupo com 12 amigos reuniu-se para ir ao cinema. Cinco desses amigos decidiram comprar, além do ingresso no valor de meia entrada, um combo com pipoca grande e refrigerante médio. Outros 4 amigos decidiram comprar, além do ingresso no valor de meia entrada, um combo com pipoca e refrigerante grande. Os demais colegas pagaram o ingresso no preço de inteira e um combo de pipoca e refrigerante médio.

Observe a tabela, a seguir, dos preços dos ingressos e dos combos:

Preços de ingressos	
Inteira – R$ 20,00	Meia entrada – R$ 10,00
Combos dos lanches	
Pipoca e refrigerante grande	R$ 35,00
Pipoca grande e refrigerante médio	R$ 30,00
Pipoca e refrigerante médio	R$ 25,00

Fonte: elaborado para fins didáticos.

AULAS 1 E 2 – SOLUCIONANDO PROBLEMAS NA FORMA ESCRITA E MENTAL

ORGANIZAÇÃO DA TURMA:

Convide o(a) estudante para participar da atividade, incentive-o(a) a dar ideias e opinar na maneira de resolver as atividades. Organize a turma, se possível, em duplas produtivas ou individualmente, com as carteiras dispostas em "U".

MATERIAL NECESSÁRIO:

Caderno de Atividades do estudante;

INICIANDO:

Nessa Sequência de Atividades, serão desenvolvidas atividades que exigirão dos estudantes tanto o cálculo escrito, ou seja, aquele desenvolvido no papel através de algoritmos e outras maneiras, quanto de cálculos mentais, desenvolvidos por eles através de mecanismos próprios deles. Fica a critério do professor auxiliá-los a criarem mecanismos próprios e mais adequados para que consigam desenvolver os cálculos mentais.

DESENVOLVENDO:

Na **Atividade 1** é proposto, ao estudante,um item de compreensão. Ele deverá realizar uma operação de multiplicação trivial e poderá, também, desenvolvê-la tanto na forma escrita quanto na forma mental.

Na **Atividade 2** é proposta, ao estudante, uma questão em que desenvolverá alguns cálculos, tanto de adição quanto de multiplicação, porém, para isso, será necessário consultar uma tabela de preços e assim realizar as multiplicações. Por se tratar de duas operações, sugerimos que os estudantes façam esses cálculos no caderno.

Na **Atividade 3**, o estudante desenvolverá cálculos envolvendo números naturais em que fará algumas conversões, que mesmo sendo apenas uma mudança de medida, o estudante terá uma oportunidade de revê-la.

Na **Atividade 4** é proposto, ao estudante, desenvolver cálculos de multiplicação e adição mentalmente. Como existe dois cálculos para diferentes situações, enfatize essa situação aos estudantes. Outra observação ficará por conta de desenvolver essa soma mentalmente, assim. existe na solução uma possível maneira de ensinar os estudantes a fazer tais cálculos.

Na **Atividade 5**, o estudante é desafiado a desenvolver uma operação de divisão simples usando sua capacidade de cálculo mental.

FINALIZANDO:

Para finalizar, destine um tempo da sua aula para a socialização das atividades realizadas pelos estudantes. Você poderá perguntar quais foram as maiores dificuldades, o que foi aprendido nas atividades. Peça que os estudantes comentem as técnicas usadas em cada atividade, mediando as experiências dos que obtiveram êxito e dos que não obtiveram, fazendo com que possam aprender mais.

Sobre a situação proposta, responda os itens a seguir:

a. Qual foi o valor pago, pelos amigos, somente com os ingressos de cinema?

Solução

O valor pago por esses amigos com ingresso é determinado pela expressão: $(5 \times 10) + (4 \times 10) + (3 \times 20) = 50 + 40 + 60 =$ R\$150,00

Outra solução é dada pela expressão:

$(9 \times 10) + (3 \times 20) = 90 + 60 =$ R\$150,00

b. Qual foi o valor pago, por esses amigos, somente com os lanches?

Solução

O valor pago por esses amigos com lanches é determinado pela expressão:

$(5 \times 30) + (4 \times 35) + (3 \times 25) = 150 + 140 + 75 =$ R\$ 365,00

c. Qual foi o valor total pago por todos os amigos nesse passeio, juntando os valores gastos com ingresso e o lanche?

Solução

O valor pago, por esses amigos, tanto com ingressos quanto com lanches é determinado pela expressão:

$(5\times40)+(4\times45)+(3\times45)=200+180+135=$R\$ 515,00

3. Uma torneira defeituosa, na cozinha de uma casa, goteja 106 pingos de água por minuto. Durante o tempo de 4 horas, ela fica gotejando até que o dono da casa a apertasse para que pudesse parar de gotejar, porém, como ela está danificada, apenas diminui a quantidade de pingos por minuto pela metade. Depois do ocorrido, essa torneira ficou pingando por mais 2 horas, até que foi consertada e assim parou de pingar.

Pensando sobre todo o tempo que ela ficou pingando, responda às seguintes perguntas:

a. Quantas gotas de água caíram dessa torneira nas primeiras 4 horas?

Solução

a) Para se determinar essa quantidade de gotas de água, usaremos a expressão:

$(4 \times 60) \times 106 = 25\,440$ gotas

b. Seriam necessárias 6 360 gotas de água dessa torneira, com defeito, para obtermos 1 litro de água. Quantos litros de água foram desperdiçados, por essa torneira, nas 4 primeiras horas?

Solução

25 440 ÷ 6 360 = 4 litros

c. Quantos litros de água foram desperdiçados nas últimas 2 horas em que a torneira ficou pingando?

Solução

(2 × 60) × 53 = 6 360 gotas=1 litro

d. Quantos litros de água essa torneira desperdiçou em 6 horas?

Solução

4 + 1 = 5 litros

4. Em um trecho de certa rodovia, foi registrado que passam 720 veículos de passeio e 180 veículos de carga por hora, em dias úteis de uma semana. Aos finais de semana, o número de veículos de passeio dobra, enquanto a quantidade de veículos de carga cai pela metade. Sabendo das informações fornecidas, responda fazendo cálculos mentalmente.

a. Quantos veículos, tanto de passeio quanto de carga, passam por esse trecho da rodovia em uma hora nos dias úteis de uma semana?

Solução

Nos dias úteis de uma semana (cinco dias) adotamos as informações para dias da semana, nesse caso: 720 + 180 = 900

b. Quantos veículos, tanto de passeio quanto de carga, passam por esse trecho da rodovia em uma hora nos fins de semana?

Solução

Durante os fins de semana:

(2 × 720) + (180 ÷ 2)=1 440 + 90 = 1 530

AULAS 3 E 4 – SOLUCIONANDO PROBLEMAS NA FORMA ESCRITA E MENTAL COM NÚMEROS APROXIMADOS.

ORGANIZAÇÃO DA TUMA:

Convide o(a) estudante para participar da atividade, incentive-o(a) a dar ideias e opinar na maneira de resolver as atividades.

Organize a turma, se possível, em duplas produtivas ou individualmente, com as carteiras dispostas em "U".

MATERIAL NECESSÁRIO:

Caderno de Atividades do estudante;

INICIANDO:

Nessa Sequência de Atividades serão desenvolvidas atividades que exigirão, do estudante, o cálculo mental ao qual professor deverá se ater ao modo como os estudantes desenvolverão tal habilidade. É sugerido, ao professor, mostrar alguns exemplos de como desenvolver esses cálculos mentais. Também, serão propostos aos estudantes desenvolverem cálculos escritos, realizados por eles em seus cadernos.

DESENVOLVIMENTO:

Na **Atividade 1** é proposto, ao estudante, desenvolver um cálculo mental em uma situação muito propícia, ou seja, na hora em que se compra produtos, devido à rapidez dos cálculos do comerciante, além de propor, ao estudante, que esclareça sua linha de pensamento.

Na **Atividade 2** é proposta, ao estudante, a realização de uma divisão através de um cálculo mental, no qual ele terá que adotar a regra de divisibilidade por três e, por meio da aproximação de um número para realizar a divisão, encontrar a resposta.

Na **Atividade 3**, uma questão objetiva propõe determinar um valor aproximado, já que os dados fornecidos são valores já aproximados. Essa atividade pode ser resolvida pelos estudantes de forma mental, pois os valores envolvidos facilitam essa atitude do estudante. Porém, fica a seu critério, professor, perceber o nível da turma e

c. Segundo as informações, qual é a quantidade de veículos que passa por esse trecho da rodovia em uma semana?

Solução

De acordo com o que está escrito neste item, devemos considerar todas as horas correspondentes aos dias úteis de uma semana e os fins de semana.

As informações da atividade correspondem à quantidade de veículos (passeio ou carga) por hora, portanto:

Dias úteis (5 dias) = $5 \times 24 = 120$ horas

Fins de semana (2 dias) = $2 \times 24 = 48$ horas

Em 5 dias úteis teríamos $(720 \times 120) + (180 \times 120)$. Já nos fins de semana, $(1440 \times 48) + (90 \times 48)$.

Em uma semana = 181440 veículos

5. Uma caixa de bombons contém 18 bombons. Marcelo queria presentear seus 4 sobrinhos. Para isso, ele comprou duas caixas com a mesma quantidade de bombons. Se cada sobrinho recebeu a mesma quantidade de bombons, determine, mentalmente, quantos bombons cada sobrinho recebeu.

(A) 8

(B) 9

(C) 11

(D) 12

Solução

Alternativa B

$18 \times 2 = 36$

$36 \div 4 = 9$

AULAS 3 E 4 – SOLUCIONANDO PROBLEMAS NA FORMA ESCRITA E MENTAL COM NÚMEROS APROXIMADOS.

Objetivos das aulas:
- Solucionar problemas que envolvam cálculos escritos aproximados com números naturais;
- Solucionar problemas que envolvam cálculos mentais aproximados com números naturais.

1. Todo sábado, Maria vai a uma feira de frutas e verduras. Lá, ela compra o essencial para a semana, gastando, em média, R$ 50,00. Porém, sempre leva R$ 10,00 a mais, por via das dúvidas. Essa semana, ela comprou 2 quilos de batata a R$ 6,00 o quilo, 2 quilos de cenoura a R$ 3,00 o quilo, 2 quilos de tomate a R$ 4,00 o quilo, 2 quilos de banana a R$ 5,00 o quilo e 2 quilos de maçã a R$ 7,00 o quilo. Responda às perguntas a seguir usando apenas o cálculo mental:

a. Quanto Maria gastou comprando batata, cenoura e tomate? Escreva, a seguir, a linha de raciocínio que você usou para determinar esse valor.

Solução

$(2 \times 6) + (2 \times 3) + (2 \times 4) = 12 + 6 + 8 =$ R$ 26,00, mas espera-se que o estudante tenha percebido que bastava somar o dobro de todos os valores, já que ela havia comprado 2 quilos de cada produto.

b. Responda rapidamente: Maria ultrapassou a quantia que gasta em média na feira?

Solução

$(2 \times 5) + (2 \times 7) = 10 + 14 =$ R$ 24,00, somados aos R$ 26,00 gastos, Maria teria gastado R$ 50,00. Logo, Maria não ultrapassou o valor gasto normalmente na feira.

c. Comprando apenas 1 quilo de cada produto, quanto Maria teria gastado?

Solução

Como ela gastou R$ 50,00 na feira, então é de se esperar que os estudantes simplesmente dividam por dois o valor gasto na compra dos produtos, logo ela teria gastado R$ 25,00.

tomar essa decisão. Caso contrário, proponha a resolução no caderno.

Na **Atividade 4** é proposto, ao estudante, um problema que envolve adição, subtração e multiplicação. Por se tratar de um problema com algumas etapas, a sugestão é que se resolva essa questão no caderno, respeitando as perguntas realizadas na questão.

Na **Atividade 5** é proposta, ao estudante, a realização de um cálculo de adição em que ele deverá recorrer a um elemento externo, nesse caso, o gráfico do índice pluviométrico de uma cidade. Portanto, professor, procure pesquisar sobre o assunto para poder repassar as informações necessárias aos estudantes. Contudo, será necessário que os estudantes façam a soma dos valores apresentados no gráfico. Estas deverão ser realizadas no caderno, já que pode ser difícil concluir a solução adotando o cálculo mental.

FINALIZANDO:

Para finalizar, destine um tempo da sua aula para comentar sobre as atividades dos estudantes. Você pode perguntar quais foram as maiores dificuldades, o que foi aprendido. Peça que os estudantes comentem as técnicas usadas em cada atividade, mediando as trocas dos que obtiveram êxito e dos que não obtiveram, fazendo com que possam aprender mais.

2. Uma mata próxima a uma nascente será reflorestada. Sabe-se que a área total a ser reflorestada é de 6 938 m^2. Cada árvore ocupará uma área de aproximadamente 3 m^2. Essa área terá aproximadamente quantas árvores?

(A) 2 310.

(B) 2 312.

(C) 2 313.

(D) 2 314.

Solução

Alternativa B

Professor, espera-se que o estudante desenvolva essa atividade por meio de cálculo mental, utilizando uma estratégia que melhor se sinta seguro em aplicar. Espera-se, também, que ele conclua que ao dividirmos 6 938 m^2 disponíveis por 3 m^2 (espaço que uma árvore aproximadamente ocupa), chegue ao resultado de 2 312 árvores, restando, ainda, uma área de 2 m^2.

Peça para que descrevam as estratégias utilizadas na realização dessa divisão e socializem com a turma.

3. A parede da faixada de uma escola será pintada com três cores. A área que será pintada na cor azul tem 120 m^2; a área que será pintada de branco tem 480 m^2; e a área que será pintada de verde tem 240 m^2. Sabe-se que, com cada lata de tinta, é possível pintar aproximadamente 240 m^2 por demão. Para cada parede, serão realizadas duas demãos de tinta. Quantas latas de cada cor de tinta, aproximadamente, serão necessárias para pintar toda a faixada dessa escola, considerando que não haverá desperdício de tinta?

(A) 1 de tinta azul, 4 de tinta branca e 2 de tinta verde.

(B) 1 de tinta azul, 8 de tinta branca e 2 de tinta verde.

(C) 2 de tinta azul, 8 de tinta branca e 4 de tinta verde.

(D) 2 de tinta azul, 4 de tinta branca e 1 de tinta verde.

Solução:

Área azul=120 m^2, como são duas demãos, tem-se: $120\times2=240$ $240\div240=1$ lata

Área branca=480 m^2, como são duas demãos, tem-se: $480\times2=960$ $960\div240=4$ latas

Área verde=240 m^2, como são duas demãos, tem-se: $240\times2=480$ $480\div240=2$ latas

Logo, a resposta correta é a alternativa A.

4. Em uma cidade é inserida, mensalmente, em sua frota de carros, uma média de 240 novos carros e são retirados de circulação 12 carros, mensalmente, por diversas circunstâncias. No início do ano, havia, nessa cidade, 235 500 carros. Passados 6 meses desde o início do ano e mantendo a média de carros inseridos e retirados da frota dessa cidade, responda às perguntas a seguir:

a. Quantos carros novos foram inseridos, durante esse tempo, na frota dessa cidade?

Solução
a) Foram inseridos 6×240=1 440 novos carros

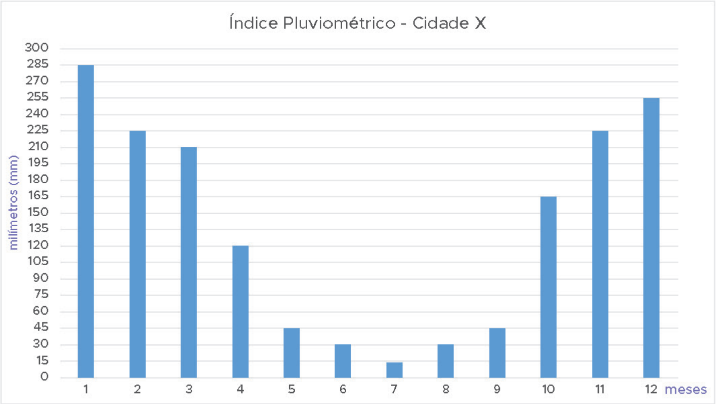
b. Quantos carros foram retirados, durante esse tempo, de circulação nessa cidade?

Solução
Foram retirados 6×12=72 carros

c. Após esse tempo, qual é a frota atual de carros nessa cidade?

Solução
c) A frota atual de carros dessa cidade é de 235 500 + (1 440 – 72)=235 500 + 1 368 = 236 868 carros.

5. Observe o gráfico de índice pluviométrico da Cidade X.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

AULA 5 E 6 – SOLUCIONANDO PROBLEMAS COM USO DE CALCULADORA

ORGANIZAÇÃO DA TURMA:
Convide o(a) estudante para participar da atividade, incentive-o(a) a dar ideias e opinar na maneira de resolver as atividades. Organize a turma, se possível, em duplas produtivas ou individualmente, com as carteiras dispostas em "U"

MATERIAIS NECESSÁRIOS:
Caderno de Atividades do estudante e calculadoras.

INICIANDO:
Nessas aulas serão desenvolvidas atividades que exigirão, do estudante, destreza em manusear uma calculadora. Aqui, são propostas questões envolvendo porcentagem, operação de adição, subtração, multiplicação e divisão. Professor, por apresentar questões que exigirão cálculo mental, questione os estudantes de qual forma eles realizam tal cálculo. Não dominando essa técnica, mostre a eles algumas maneiras de se desenvolver tal técnica.

DESENVOLVIMENTO:
Na **Atividade 1** é proposto, ao estudante, solucionar problemas usando calculadoras. Nessa questão é abordado a aplicação de porcentagem sobre um valor.

Qual a quantidade total de chuva, em milímetros, durante o ano na Cidade X?

(A) 1 670

(B) 1 660

(C) 1 650

(D) 1 640

Solução

Alternativa C.

Para determinar a quantidade de chuva o ano todo, deve-se somar a quantidade de chuva, em milímetros, durante os doze meses do ano, como mostra a expressão a seguir:

$285 + 225 + 210 + 120 + 45 + 30 + 15 + 30 + 45 + 165 + 225 + 255 = 1\,650$

AULA 5 E 6 – SOLUCIONANDO PROBLEMAS COM USO DE CALCULADORA.

Objetivos das aulas:
- Solucionar problemas que envolvam cálculos exatos de números naturais com o uso de calculadoras;
- Propor problemas que envolvam cálculos mentais exatos com números naturais;
- Propor problemas que envolvam cálculos mentais aproximados com números naturais.

1. Para economizar nas despesas de casa, a família Santana decidiu cortar alguns gastos e diminuir o valor de outros. Foi decidido que economizariam 30% de energia elétrica, 45% de água tratada, 50% do lazer e diversão, 10% da alimentação, 20% do transporte e 40% em roupas. Veja, a seguir, a tabela com os valores gastos anteriormente com esses serviços.

Serviços	Valores Gastos – R$
Energia elétrica	390,00
Água tratada	180,00
Lazer e diversão	254,00
Alimentação	780,00
Transporte	460,00
Roupas	315,00

Fonte: elaborado para fins didáticos.

Na **Atividade 2** é proposta, ao estudante, uma questão envolvendo adição com o uso da calculadora, especificamente, uso da média aritmética. Para isso, professor, esclareça, aos seus estudantes, o conceito de média aritmética. Uma observação a respeito dessa questão é não adotar conceitos que vão além do conhecimento dos estudantes.

Na **Atividade 3** é proposta, ao estudante, uma questão ao qual ele terá que formular diversas combinações de resultados para obter o menor valor. Além de pensar, ele poderá desenvolver os cálculos usando a calculadora como forma de buscar a resposta para as diversas combinações de resultados.

Na **Atividade 4** é proposto, ao estudante, desenvolver uma divisão e uma multipli-

A respeito da economia definida pela família Santana e os novos valores gastos com os serviços, responda:

a. Quanto a família Santana gastava com os serviços apresentados?

Solução
Basta somar os valores apresentados no corpo da atividade, representado pela expressão:
390 + 180 + 254 + 780 + 460 + 315 = R$ 2 379,00

b. Qual será a economia com cada serviço?

Solução
As economias serão assim definidas: (390 × 0,3 = R$ 117,00); (180 × 0,45 = R$ 81,00); (254 × 0,5 = R$ 127,00); (780 × 0,1 = R$ 78,00); (460 × 0,2 = R$ 92,00); (315 × 0,4 = RR 126,00)

c. Qual será o novo valor gasto por essa família?

Solução
390 – 117 = R$ 273,00; 180 – 81 = R$ 99,00; 254 – 127 = R$ 127,00; 780 – 78 = R$ 702,00; 460 – 92=R$ 368,00; 315 – 126 = R$ 189,00
273 + 99 + 127 + 702 + 368 + 189 = R$ 1 758,00

d. Quanto a família economizará com as reduções estabelecidas?

Solução:
2 379,00 – 1 758,00 = R$ 621,00

2. Na faculdade que estuda, Lucas foi aprovado em todas as disciplinas, conforme notas do boletim representadas na tabela a seguir.

Disciplina	1º Bim	2º Bim	3º Bim	4º Bim	Média	Situação
Cálculo I	5,0	5,0	7,0		6,0	AP
Teoria dos Números	7,0	6,0	6,0		7,0	AP
Geometria I	6,0	8,0	9,0		8,0	AP
Geometria Analítica	4,0	8,0	6,0		6,0	AP
Filosofia	9,0	8,0	7,0		8,0	AP

Fonte: elaborado para fins didáticos.

cação que poderão ser realizadas sem o recurso da calculadora. Porém, caso deseje adotá-la, será de bom uso.

Na **Atividade 5** é proposta, ao estudante, uma questão de cálculo mental aproximado. Para efetivar o cálculo mental aproximado, a sugestão é desenvolver atividades em que o objetivo é responder mais rápido à pergunta, portanto, a sugestão é aplicar uma gincana para desenvolver tal habilidade.

FINALIZANDO:

Para finalizar, destine um tempo da sua aula para a socialização das atividades com os estudantes. Você pode perguntar quais foram as maiores dificuldades, o que foi aprendido nas atividades. Peça que os estudantes comentem as técnicas usadas em cada atividade, mediando as trocas dos que obtiveram êxito e dos que não obtiveram, fazendo com que possam aprender mais.

ATIVIDADE 2 - SOLUÇÃO

Como essa média é um número dividido por 4, então o valor da média apresentado será multiplicado por 4 e, assim, saberemos qual é o total de pontos, fazendo:

Cálculo I
(6,0 × 4 = 24)
24 – (5 + 5 + 7) = 7

Teoria dos números
(7,0× 4 = 28)
28 – (7 + 6 + 6) = 9

Geometria
(8,0 × 4 = 32)
32 – (6 + 8 + 9) = 9

Geometria Analítica
(6,0× 4 = 24)
24 – (4 + 8 + 6) = 6

Filosofia
(8,0 × 4 = 32)
32 – (9 + 8 + 7) = 8

Preencha o boletim de Lucas com as notas do 4° bimestre de cada disciplina, considerando as médias finais dele.

Disciplina	1º Bim	2º Bim	3º Bim	4º Bim	Média	Situação
Cálculo I	5,0	5,0	7,0	7,0	6,0	AP
Teoria dos Números	7,0	6,0	6,0	9,0	7,0	AP
Geometria I	6,0	8,0	9,0	9,0	8,0	AP
Geometria Analítica	4,0	8,0	6,0	6,0	6,0	AP
Filosofia	9,0	8,0	7,0	8,0	8,0	AP

3. Para entrar em um parque de diversões, uma pessoa pode comprar o ingresso individual de adulto por R$ 25,00 ou o ingresso individual para criança, no valor de R$ 15,00. Existe, porém, uma promoção em que na compra de dois ingressos de adulto, ganha-se um ingresso para entrada de criança, pagando o valor de R$ 60,00 ou comprando-se dois ingressos para entrada de criança, ganha-se um ingresso para adulto, pagando o valor de R$ 52,00. Para brincar nas barracas de jogos, tem-se a possibilidade de comprar bilhetes individuais a R$ 5,00, adquirir um combo com seis bilhetes a R$ 27,00 ou um combo com nove bilhetes a R$ 42,00.

Considere uma família composta por dois adultos e duas crianças que deseja ir a esse parque, sendo que cada um deles deseja brincar 5 vezes nas barracas de jogos.

Qual é o menor valor que essa família pode gastar, respeitando o enunciado do problema?

ATIVIDADE 3 - SOLUÇÃO

Possibilidades de entrada

Promoção de adulto + ingresso criança:
60+15= R$ 75,00

Promoção de criança + ingresso adulto:
52+25 = R$ 77,00

Ingresso individuais:
25+ 25+15 +15=R$ 80,00

Logo, para essa família, a compra mais econômica é comprar a promoção de dois ingressos de adultos, pois assim ganha-se um ingresso de criança e, na sequência, adquire-se separadamente mais um ingresso de criança.
Para brincar nas barracas de jogos, eles possuem três opções: a primeira pagando individualmente por cada vez que brincar ou adquirindo combos de 6 ou 9 unidades, pagando, respectivamente, R$ 27,00 e R$ 42,00.
Sendo assim, temos as seguintes possibilidades para cada pessoa brincar cinco vezes nas barracas de jogos:

Dois combos com 9 ingressos mais 2 ingressos individuais:
$2 \times 42 + 2 \times 5 = 84 + 10 =$ R$ 94

Três combos com 6 ingressos mais 2 ingressos individuais:
$3 \times 27 + 2 \times 5 = 81 + 10 =$ R$ 91

Vinte ingressos individuais:
$20 \times 5 =$ R$ 100

Um combo com 9 ingressos mais um combo com 6 e 5 ingressos individuais:
$42 + 27 + 5 \times 5 = 42 + 27 + 25 =$ R$ 94

Logo, a compra de ingressos com jogos mais econômica será no valor de R$ 91, mais a aquisição das entradas no valor de R$ 75. Então, o menor valor a ser pago por essa família é de R$ 166,00.

4. Observe parte do cardápio de uma escola de período integral.

Produto	Quantidade diária
Arroz cozido	144 000 g
Feijão cozido	78 400 g
Carne cozida	88 000 g
Batata cozida	100 000 g
Tomate	68 000 g

Fonte: elaborado para fins didáticos.

Essa escola serve aproximadamente 800 refeições diárias. Sobre os números apresentados no quadro e sobre a quantidade de refeições diárias, responda:

a. Quantos gramas de cada produto têm aproximadamente em cada prato?

Solução

144 000 ÷ 800 = 180 g de arroz, 78 400 ÷ 800 = 98 g de feijão, 88 000 ÷ 800 = 110 g de carne, 100 000 ÷ 800 = 125 g de batata e 68 000 ÷ 800 = 85 g de tomate.

b. Quantos gramas de cada produto serão necessários, aproximadamente, para servir refeições durante 15 dias nessa escola?

Solução

b) Para determinar a quantidade de alimento para 15 dias, basta multiplicar por 15.

Produto	Quantidade diária	Para 15 dias
Arroz cozido	144 000 g	2 160 000 g
Feijão cozido	78 400 g	1 176 000 g
Carne cozida	88 000 g	1 320 000 g
Batata cozida	100 000 g	1 500 000 g
Tomate	68 000 g	1 020 000 g

5. No jogo entre as equipes do Colégio Alfa contra a equipe do Colégio Beta, Francisco, aluno do colégio Alfa, foi o cestinha da partida, marcando 58 pontos. Em seguida, do mesmo colégio, ficaram os atletas: Pedro com 18 pontos, Matheus com 16 e Eduardo com 14. O cestinha do Colégio Beta foi o aluno Arthur, com 32 pontos, em seguida ficaram os atletas: Valter com 21 pontos, Fábio com 18 e Vitor com 15. A respeito da pontuação dos cestinhas dessa partida, responda usando cálculo mental:

a. Somando todos os pontos dos quatro atletas do Colégio Alfa, a soma ultrapassa os 120 pontos?

Solução

Somando mentalmente os números e considerando que a pergunta não exige exatidão, apenas se o valor é maior ou não que 120, obtém-se 106, ou seja, uma pontuação inferior a 120.

AULA 7 E 8 – RESOLVER PROBLEMAS COM NÚMEROS INTEIROS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA:

Convide o estudante a participar da atividade, incentive-o a dar ideias e opinar na maneira de resolver as atividades. Organize a turma, se possível, em duplas produtivas ou individualmente, com as carteiras dispostas em "U".

MATERIAL NECESSÁRIO:

Caderno de Atividades do estudante;

INICIANDO:

Nessa Sequência de Atividades, é proposto, ao estudante, o entendimento acerca de números inteiros, saber interpretar um número inteiro e saber onde esse tipo de número pode aparecer no cotidiano do estudante. Portanto,professor, essa é uma oportunidade para poder explorar diversas situações em que os números inteiros poderão aparecer. Sugere-se resgatar exercícios que desenvolvam, nos estudantes, a habilidade em calcular usando os números negativos. Vale tentar, sempre que possível, mostrar a eles maneiras diversas de se entender os cálculos com números negativos, pois normalmente esses estudantes trazem consigo vícios de regras que aprenderam de formas mal estruturadas, como o tal do "mais com menos" e assim por diante.

b. Somando a pontuação dos atletas do Colégio Beta, a soma ultrapassa 95 pontos?

Solução
Efetuando o cálculo mental, verifica-se que a soma não ultrapassa 95 pontos, tendo como resultado 86 pontos.

AULA 7 E 8 – RESOLVER PROBLEMAS COM NÚMEROS INTEIROS

Objetivos das aulas:
- Resolver situações-problema com números inteiros;
- Elaborar situações-problema com números inteiros.

1. Observe a planilha de uma obra de engenharia a seguir.

PLANILHA DE CORTE E ATERRO					
ESTACAS	ÁREAS (m^2)		DISTÂNCIAS (m)	VOLUMES (m^3)	
	CORTE	ATERRO		CORTE	ATERRO
0	11	15	-	-	-
1	22	3	20	345	126
2	32	1	20	673	53
3	42	0	20	893	2
4	27	3	20	723	84
5	7	19	20	239	525
6	0	3	20	0	1034
7	0	26	20	0	981
8	3	64	20	38	56
9	9	21	20	15	43

Fonte: elaborado para fins didáticos.

Considere, nessa planilha, os números que estão na coluna escrita "CORTE", como um valor positivo, e os números onde aparece a palavra "ATERRO", como um valor negativo. Sobre essa planilha, responda:

a. Qual é a soma de todos os cortes na coluna referente a áreas?

Solução
$11 + 22 + 32 + 42 + 27 + 7 + 3 + 9 = 153$

DESENVOLVIMENTO:

Na **Atividade 1** é proposto, ao estudante, desenvolver cálculos de adição com números inteiros aplicado a um conceito de colocar terra (negativo) onde está faltando e retirar terra onde está passando (positivo). Assim, o estudante irá desenvolver uma soma de valores em uma planilha onde o conceito de positivo e negativo fica explicado onde está escrito corte (positivo) e aterro (negativo);

b. Qual é a soma de todos os aterros na coluna referente a áreas?

Solução
(– 15) + (– 3) + (– 1) + (– 3) + (– 19) + (– 3) + (– 26) + (– 64) + (– 21) = – 155

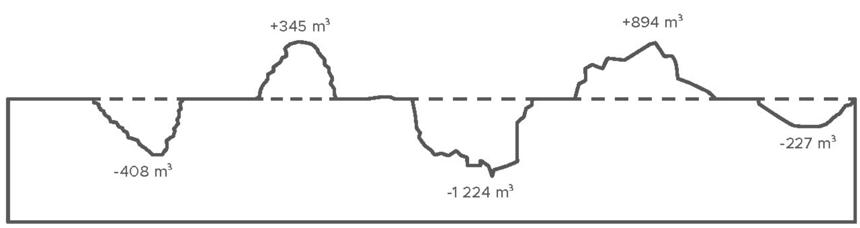
c. Qual é o volume de terra na coluna referente a cortes? E o volume de terra na coluna referente a aterros?

Solução
Corte: 345 + 673 + 893 + 723 + 239 + 38 + 15 = 2926
Aterro: (– 126) + (– 53) + (– 2) + (– 84) + (– 525) + (– 1034) + (– 981) + (– 56) + (– 43) = – 2904
O volume maior é o de corte.

d. Sobrará ou faltará terra para realização do trecho dessa obra?

Solução
2926 – 2904 = +22
Sobrará 22 m³ de terra.

2. Observe o perfil do trecho de uma obra da construção de uma rodovia.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

No trecho mostrado aparecem depressões e oscilações de terra. Sendo assim, uma máquina irá tampar as depressões e cortar as oscilações dessa terra.

Qual a diferença volumétrica entre os valores de corte e aterro nesse trecho? Sobrará ou faltará terra para a realização do serviço de construção da estrada?

Solução
Aterro: – 408 + (– 1224) + (– 227) = – 1859
Corte: +345 + 894 = +1239
– 1859 + 1239 = – 620 m³, logo, nesse trecho, faltarão 620 m³ de terra para o aterro.

Na **Atividade 2** é proposta, ao estudante, uma situação prática envolvendo números inteiros. Ele precisará somar os números negativos e somar os números positivos para posteriormente determinar a diferença entre os valores encontrados.

Na **Atividade 3** é proposto, ao estudante, desenvolver um cálculo de adição aplicada à ideia de números inteiros. Portanto, reforce, com os estudantes, as maneiras como os números inteiros poderão aparecer nas atividades.

Na **Atividade 4** é proposto, ao estudante, criar uma situação-problema que envolva a expressão numérica dada. Após essa atividade, sugira, à turma, a criação mais algumas situações em que possam aparecer tanto números positivos quanto negativos na mesma questão.

Na **Atividade 5** é proposto, ao estudante, resolver uma situação-problema de adição entre números inteiros. Eles deverão colocar em prática seus conhecimentos de adição envolvendo números inteiros.

FINALIZANDO:

Para finalizar, destine um tempo da sua aula para a socialização das atividades realizadas pelos estudantes. Você pode perguntar quais foram as maiores dificuldades, o que foi aprendido nas atividades. Peça que os estudantes comentem as técnicas usadas em cada atividade, mediando as trocas dos que obtiveram êxito e dos que não obtiveram, fazendo com que possam aprender mais.

3. Observe a tabela de reabastecimento do reservatório da bomba de combustível de um posto de gasolina.

Reabastecimento do reservatório da bomba (litros)	Quantidade de carros	Reabastecimento de cada carro (litros)
+ 1350	8	- 15
-	12	- 20
-	15	- 25
-	12	- 30
+ 1300	10	- 40
-	13	- 45
-	11	- 50

Fonte: elaborado para fins didáticos.

O valor positivo representa o quanto de gasolina foi colocado no reservatório dessa bomba e os valores negativos representam a quantidade retirada de gasolina do reservatório dessa bomba.

Qual é a quantidade de gasolina existente nessa bomba, após os reabastecimentos de todos os veículos?

Solução
Para determinar o quanto existe nesse reservatório, basta somar os valores positivos (abastecimento) e subtrair do que foi retirado em cada abastecimento dos carros, conforme a expressão a seguir:
$1350 - (8 \times 15 + 12 \times 20 + 15 \times 25 + 12 \times 30) + 1300 - (10 \times 40 + 13 \times 45 + 11 \times 50)$
$1350 - (1095) + 1300 - (1535) = 20$ **litros**

4. Elabore uma situação problema envolvendo números inteiros em que apareça a seguinte operação: -5-10-20=-35.

Solução
Resposta pessoal, mas espera-se que o estudante elabore uma situação problema em que envolva a adição de três números negativos. Exemplo:
Os picos das montanhas mudam constantemente suas temperaturas, logo pela manhã foi registrado – 5º C, no fim da manhã a temperatura havia caído 10º C e, no fim da tarde, caíram mais 20º C. Nesse momento, qual a temperatura registrada no pico dessa montanha?

5. O transporte de carne dentro de um caminhão refrigerado não pode chegar a uma temperatura igual ou superior a 10 ° C. Sabe-se que esse caminhão, estando vazio, registra uma temperatura de -12 ° C. À medida que a carga de carne foi sendo colocada no caminhão, sua temperatura aumentou 8 ° C. Nesse momento, a caçamba refrigerada foi fechada e o caminhão saiu para o transporte. Durante o transporte, o motor refrigerador começou a perder potência, fazendo com que a temperatura interna refrigerada do caminhão aumentasse 3 ° C por hora. Sendo que a viagem para entrega da carne levou 3 horas, quando foi entregue essa carne, ela estava em condições de consumo ou estava estragada?

Solução
-12Cº + 8ºC + 9ºC = 5ºC.
A carne estava em condições de consumo no momento da entrega, já que a temperatura era de 5ºC, portanto, abaixo do limite de 10ºC.

7º ANO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

OLÁ, PROFESSOR!

Nessa Sequência de Atividades, os(as) estudantes terão oportunidade de se envolverem com atividades que possibilitam a retomada de conceitos, propriedades e procedimentos essenciais para o desenvolvimento de seus conhecimentos e capacidades em matemática.

A Sequência de Atividades deve ser desenvolvida tendo como visão o protagonismo do(a) estudante, fazendo parte da sua aprendizagem. Além disso, a socialização das atividades, por parte dos(as) estudantes, é percebida aqui como oportunidade de serem desenvolvidas habilidades e competências que dizem respeito à cooperação, empatia, argumentação e comunicação, entre outras.

Vale ressaltar que os estudantes devem chegar ao final da Sequência de Atividades sendo capazes de resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagem através da ideia de proporcionalidade usando diversas maneiras para isso.

As escolhas das habilidades foram realizadas por meio de análise dos resultados de avaliações internas e externas (diagnóstico de entrada e SARESP), que revelaram fragilidades dos estudantes com relação às habilidades:

(EF06MA13) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da "regra de três", utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação inanceira, entre outros;

(EF07MA02) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam porcentagem, trabalhando com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora no contexto de educação inanceira, entre outros.

AULA	DURAÇÃO	TEMA DA AULA
01 e 02	90 min.	Resolver situações-problema do cotidiano usando porcentagem
03 e 04	90 min.	Elaborar problemas de porcentagem
05 e 06	90 min.	Resolver problemas com a ideia de acréscimo e decréscimo de porcentagem
07 e 08	90 min.	Elaborar situações-problema que envolvam porcentagem com a ideia de acréscimo ou decréscimo

Sabemos que as atividades por si só não ensinam. Por isso, professor, a sua atuação é tão importante em cada uma das situações propostas aqui, cujo objetivo é recuperar as aprendizagens e desenvolver as habilidades esperadas para o 7º Ano do Ensino Fundamental. Para isso, esse caderno deverá servir como mais uma ferramenta que o auxiliará no processo de ensino, sendo necessário, portanto, que você considere, em seu replanejamento, outras possibilidades de discussão e recursos, para além daqueles sugeridos nessa Sequência de Atividades. Para ajudá-lo nessa ação, a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo poderá, por meio do Centro de Mídias, realizar formações continuadas acerca das Sequências de Atividades, nos momentos das Aulas de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPC).

Desejamos a você e aos nossos estudantes um ótimo trabalho!

ANOTAÇÕES

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

AULAS 1 E 2 – RESOLVER SITUAÇÕES-PROBLEMA DO COTIDIANO USANDO PORCENTAGEM.

Objetivos das aulas:

- Resolver problemas de porcentagem com base na ideia de proporcionalidade;
- Resolver problemas de porcentagem utilizando estratégias pessoais e cálculo mental;
- Resolver problemas de porcentagem utilizando calculadora.

Estudantes, vocês farão a seguir uma lista contendo seis questões, todas elas abordando a porcentagem, conteúdo de suma importância para vida. Essas questões abordarão diversas formas de se apresentar a porcentagem, inclusive valorizam o uso da calculadora, portanto, façam com bastante atenção para que possam tirar o máximo proveito em seu aprendizado.

1. Uma confecção de calças recebeu uma encomenda de uma certa marca. As costureiras fizeram 1200 peças de calças, entretanto, essa quantidade representa apenas 30% da produção encomendada.

Qual a quantidade encomendada de calças que essa confecção deve entregar?

Resolução:
Adotando o cálculo mental, é possível determinar a solução dessa maneira:
Como 1200 calças representam 30%, então 10% representam 400 calças. Assim, 100% da encomenda representaria 4000 calças

2. Um resort de águas termais possui uma boa quantidade de quartos para hospedar todos os seus visitantes. No início das férias de julho, haviam sido reservados 45% dos quartos, ou seja, 2025 quartos.

Qual a quantidade total de quartos destinados para reserva nesse resort?

Resolução:
Como 45% representa 2025, proporcionalmente, 100% representa 4500. Utilizando a calculadora, pode-se adotar o algoritmo a seguir: $(2025 \times 100) \div 45 = 4500$. Esse algoritmo é consequência de uma regra de três, portanto, é conveniente informar aos estudantes a sua origem.

AULAS 1 E 2 – RESOLVER SITUAÇÕES-PROBLEMA DO COTIDIANO USANDO PORCENTAGEM

ORGANIZAÇÃO DA TURMA:

Convide o(a) estudante para participar das atividades, incentivando-o(a) a dar ideias e opinar na maneira de resolvê-las. Organize a turma, se possível, em duplas produtivas ou individualmente, com as carteiras dispostas em "U".

MATERIAIS NECESSÁRIOS:

Caderno de Atividades do Estudante;
Calculadora simples.

INICIANDO:

Nessa Sequência de Atividades, os estudantes serão desafiados a determinar valores numéricos tendo como referência um valor percentual. Para desenvolver esses cálculos, será necessário o uso da calculadora. Assim, eles terão a oportunidade de manusear uma calculadora e desenvolver cálculos percentuais com ela, portanto, professor, leia com atenção as atividades, para que possa, com antecedência, saber o que será trabalhado com os estudantes. É importante, também, saber se a escola possui calculadoras, para que sejam reservadas. Caso não haja, peça aos estudantes que recorram ao uso de calculadoras de celulares ou tragam de casa. Professor, esse é um excelente momento para explicar aos estudantes sobre a importância dessa ferramenta, de seu uso na vida acadêmica, levantando sua diversidade e explorando sua potencialidade.

DESENVOLVENDO:

Na **Atividade 1**, é proposto ao estudante determinar o valor total de um produto, tendo como referência um valor dado e seu valor percentual.

Na **Atividade 2**, semelhante a anterior, é proposto ao estudante determinar um valor total, tomando como informação um valor numérico e o seu valor percentual. Sendo assim, proporcionalmente, é possível determinar o valor desconhecido desejado. Entretanto, a referência dada proporcionalmente é mais difícil de ser usada tanto no cálculo mental quanto desenvolvida no caderno, portanto, pode-se adotar, nessa atividade, o uso da calculadora.

Na **Atividade 3**, é proposto ao estudante determinar mentalmente os cálculos percentuais de um valor, ou seja, por ser um cálculo mental envolvendo porcentagem, deve-se ater às formas de se desenvolver essas questões, para o professor não abordar outras habilidades mais difíceis.

Na **Atividade 4**, é proposto aos estudantes uma questão de porcentagem, tal que dado um valor numérico existe um valor

3. Em uma eleição para os membros da APM (Associação de Pais de Mestres), são contabilizados três tipos de votos: os pais dos alunos, os próprios alunos e os funcionários da escola. Sabe-se que 40% dos pais, 60% dos alunos e 70% dos funcionários votaram no candidato A. Essa escola possui 2100 alunos, dos quais alguns são irmãos e filhos dos mesmos pais, o que implica um total de apenas 1600 pais e, também, existem ao todo 60 funcionários.

Qual a quantidade de votos que o candidato A obteve, respectivamente, dos pais, alunos e funcionários?

Resolução:

Para determinar mentalmente os valores percentuais dessa atividade, bastava multiplicar os valores percentuais na forma decimal pelos números que representam cada grupo de eleitores. Nesse caso, teremos: $0{,}4 \times 1600 = 640$ votos dos pais; $0{,}6 \times 2100 = 1260$ votos dos alunos e $0{,}7 \times 60 = 42$ votos dos funcionários.

4. Em uma sala de espera de um hospital, 30% das pessoas eram mulheres, o que representa um total de 9 mulheres. Devido a demora, 6 mulheres saíram dessa sala de espera.

Que percentual, do total de pessoas, representa a quantidade de mulheres que permaneceram na sala de espera?

Resolução:

30% representa 9 mulheres, então, 90% representa 27 pessoas e 10% representa 3 pessoas. Logo, existem nessa sala 30 pessoas.

9 – 6 = 3, ficaram apenas 3 mulheres. A porcentagem de mulheres nessa recepção é igual a:

$$\frac{3}{30-6} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8} = 12{,}5\%$$

5. Observe o comportamento dos preços mês após mês de uma TV em determinada loja.

Janeiro	Fevereiro	Março	Abril	Maio	Junho
R$ 1900	R$ 2090	R$ 2257	R$ 2347	R$ 2558	R$ 2635

percentual relacionado a ele. Por fim, pede-se ao estudante que determine o percentual sobre o valor total.

Na **Atividade 5**, é proposto aos estudantes resolver problemas para determinar acréscimo, portanto, o estudante desenvolverá cálculos que serão aproximados e será necessário o uso de calculadora.

Na **Atividade 6**, é proposto ao estudante determinar o valor percentual sucessivo de um produto. Essa atividade, que pode ser realizada com o auxílio da calculadora, tem o objetivo de desmistificar que aumentar um valor percentualmente duas ou mais vezes não significa somar as porcentagens.

a. Comparando a mudança do preço da TV mês após mês, em qual passagem essa TV sofreu o maior aumento percentual?

Resolução:

Jan – Fev: $\frac{2090-1900}{1900}=\frac{190}{1900}=10\%$

Fev - Mar: $\frac{2257-2090}{2090}=\frac{167}{2090}\cong 8\%$

Mar - Abri: $\frac{2347-2257}{2257}=\frac{90}{2257}\cong 4\%$

Abr – Maio: $\frac{2558-2347}{2347}=\frac{211}{2347}\cong 9\%$

Maio – Jun: $\frac{2635-2558}{2558}=\frac{77}{2135}\cong 3\%$

O maior aumento foi de janeiro fevereiro.

b. Qual foi o menor aumento percentual que essa TV sofreu durante esse tempo?

Resolução:
O menor aumento ocorreu do mês de maio para junho.

6. Um produto no valor de R$ 1000,00 sofreu um aumento de 20% no primeiro mês do ano, em seguida, sofreu mais um aumento de 15% no segundo mês do ano. Com relação aos dois aumentos e comparando com preço inicial, antes dos dois aumentos, podemos dizer que esse produto sofreu um aumento de:

(A) 30%.
(B) 35%.
(C) 38%.
(D) 42%.

Resolução:
Alternativa C.
Considere o aumento de 20%. Tem-se 1 000 x 1,20. Logo, houve um aumento de 200,00. Em seguida, esse valor sofre um aumento de 15% (1 200 x 1,15). Assim: (1 380 - 1 000)/(1 000)=0,38, ou seja, 38% de aumento.

FINALIZANDO:
Para finalizar, destine um tempo da sua aula para a socialização dos estudantes, você pode perguntar quais foram as maiores dificuldades, o que foi aprendido nas atividades. Peça que os estudantes comentem as técnicas usadas em cada atividade, mediando as trocas dos que obtiveram êxito e dos que não obtiveram, fazendo com que possam aprender mais.

AULAS 3 E 4 – ELABORAR PROBLEMAS DE PORCENTAGEM

ORGANIZAÇÃO DA TURMA:
Convide o(a) estudante para participar das atividades, incentivando-o(a) a dar ideias e opinar na maneira de resolvê-las. Organize a turma, se possível, em duplas produtivas ou individualmente, com as carteiras dispostas em "U".

MATERIAIS NECESSÁRIOS:
Caderno de Atividades do Estudante;
Calculadora simples.

INICIANDO:
Nessa Sequência de Atividades, serão desenvolvidas questões que despertarão no estudante a capacidade de elaborar situações-problema que envolvam cálculos percentuais. Partindo da elaboração de uma questão a qual deseja-se determinar uma porcentagem sobre um determinado valor a, também, questões que visam determinar um valor numérico tendo como referência um valor percentual. Para a resolução das questões, pode ou não ser adotado o uso de calculadora, entretanto, algumas questões sugerem o uso da mesma.

AULAS 3 E 4 – ELABORAR PROBLEMAS DE PORCENTAGEM

Objetivos das aulas:
- Elaborar problemas de porcentagem com base na ideia de proporcionalidade;
- Elaborar problemas de porcentagem utilizando estratégias pessoais e cálculo mental;
- Elaborar problemas de porcentagem utilizando calculadora.

Estudantes, vocês farão a seguir uma lista contendo cinco questões. A proposta é que vocês elaborem e resolvam situações-problema conforme o que cada questão exige. Essa atividade lhe proporcionará um enriquecimento sobre esse conteúdo, que será de suma importância em seu aprendizado.

1. Elabore situações-problema sobre porcentagem em que apareçam as expressões seguintes. Por fim, determine mentalmente o resultado da expressão sugerida:

a. 30% de R$ 2400,00.

Resolução:
Resposta pessoal.
Porém, espera-se que o estudante elabore situações-problemas que proponham determinar 30% de R$2400,00.
Ex.: Em uma dívida de R$ 2400,00 foram pagos 30% de seu valor. Qual o valor pago por essa dívida? Uma forma de se responder essa pergunta é através da multiplicação:

$$\frac{30}{100} \times 2400 = 30 \times 24 = \text{R\$ } 720{,}00$$

b. 25% de 420 pessoas.

Resolução:
Resposta pessoal. Porém, espera-se que o estudante elabore situações-problema que proponham determinar 25% de R$ 420,00.
Ex.: Numa festa programada para 420 pessoas, 25% decidiram não comparecer. Qual a quantidade de pessoas que decidiram não comparecer nessa festa?

$$\frac{25}{100} \times 420 = 2{,}5 \times 42 = \text{R\$ } 105{,}00$$

DESENVOLVENDO:
Na **Atividade 1**, é proposto ao estudante determinar os valores numéricos com referenciais percentuais usando apenas o cálculo mental. Poderá ser adotado um outro objetivo para essa atividade, entretanto, a tornaria mais difícil para fins de se determinar, através de cálculo mental. Assim, fica a seu critério abordar outras formas de se aplicar porcentagem que não a adotada nessa atividade.
Na **Atividade 2**, é proposto ao estudante elaborar situações-problema que envolvam placas de publicidade, sendo assim, ele perceberá todas as vezes que se deparar com anúncios das lojas que é possível determinar o valor dos produtos já aplicando o desconto.
Na **Atividade 3**, é proposto ao estudante determinar, com o uso da calculadora, valores numéricos sobre valores percentuais.

c. 75% equivale a R$ 4500,00.

Resolução:
Resposta pessoal. Porém, espera-se que o(a) estudante elabore situações-problema que proponham determinar 100%, sabendo que 75% equivale a R$ 4 500,00.

2. Observe as placas de anúncios promocionais nas fachadas de algumas lojas:

Fonte: elaborado para fins didáticos.

Elabore uma situação-problema para cada placa dos anúncios promocionais mostrada anteriormente.

Resolução:
Resposta pessoal. Porém, espera-se que o estudante elabore uma situação-problema que retrate as informações apresentadas nos cartazes mostrados.

Exemplo 1: Uma TV que antes custava R$ 1490,00, em uma promoção, teve desconto de 50%. Qual o valor promocional dessa TV?

O valor promocional da TV é de R$ 745,00

Exemplo 2: Marcos quer comprar calças em uma loja. A loja que ele foi estava com uma promoção de 20% de desconto ao levar 2 peças, 30% em 3 peças e 40% em 4 peças. Se antes cada calça custava R$ 200,00 e ele pagou R$ 420,00 pelas calças, quantas calças ele comprou?

Ele comprou 3 peças de calças.

FINALIZANDO:

Para finalizar, destine um tempo da sua aula para a socialização das atividades realizadas pelos estudantes, você pode perguntar quais foram as maiores dificuldades, o que foi aprendido nas atividades. Peça que os estudantes comentem as técnicas usadas em cada atividade, mediando as experiências dos que obtiveram êxito e dos que não obtiveram, fazendo com que possam aprender mais.

Na **Atividade 4**, é proposto ao estudante elaborar e calcular, com o uso da calculadora, situações-problema que abordem porcentagem. Nesse caso, uma questão abordando desconto e outra informando um valor numérico relacionado a um valor percentual.

Na **Atividade 5**, é proposto ao estudante elaborar um problema envolvendo porcentagem, o qual procura determinar um valor percentual que normalmente não é abordado nos problemas, assim, com o uso da calculadora, facilitará a definição da solução do problema.

3. Sabendo da relação percentual ao seu valor financeiro, elabore situações-problema que confirmam os valores dados. Em seguida, usando uma calculadora, determine o valor financeiro total.

a. 32% representa R$ 1760,00.

Resolução:

Resposta pessoal. Porém, espera-se que os estudantes elaborem situações-problema que retratam os valores dados em situações condizentes.

Ex.: Na compra de uma máquina de lavar roupa e uma geladeira no pagamento à vista, uma loja conseguiu dar um desconto de R$ 1760,00, valor esse que representou 32% de desconto sobre o valor da compra.

Qual o valor total, sem o desconto, da máquina de lavar e da geladeira?

$$\frac{1760 \times 100}{32} = R\$\ 5500{,}00$$

b. 26% representa R$ 2067,00.

Resolução:

Resposta pessoal. Porém, espera-se que os estudantes elaborem situações-problema que retratam os valores dados em situações condizentes.

Ex.: Na compra de uma moto, Marcos pagou de entrada 26% do valor total dessa moto, valor que corresponde a R$ 2067,00. Qual o valor total dessa moto?

$$\frac{2067 \times 100}{26} = R\$\ 7950{,}00$$

c. 43% representa R$ 387,00.

Resolução: Resposta pessoal. Porém, espera-se que os estudantes elaborem situações-problema que retratam os valores dados em situações condizentes.

Ex.: Na compra de um armário que estava no mostruário de uma loja, deu-se um desconto de R$ 387,00. Esse desconto representou 43% do valor original do armário. Caso esse armário tivesse sido comprado fora dessa promoção, qual seria o preço pago por ele?

$$\frac{387 \times 100}{43} = R\$\ 900{,}00$$

4. Elabore situações-problema com o cálculo apresentado e depois determine, com o uso da calculadora, o valor de cada situação antes da aplicação da porcentagem (desconto e/ou percentual da população).

a. Um produto com desconto de 10% passou a custar R$ 3411,00.

Resolução:

Resposta pessoal. Porém, espera-se que o estudante desenvolva um texto que contemple as características apresentadas na questão.

Exemplo: a) Uma geladeira, na promoção do dia das mães, estava sendo vendida com um desconto de 10%. Nessas circunstâncias, foi pago por essa geladeira R$ 3411,00. Qual o valor dessa geladeira sem o desconto?

$$\frac{3411 \times 100}{90} = R\$\ 3790{,}00$$

b. 40% de certa população é igual a 32 000 habitantes.

Uma região da cidade X ficou sem água devido um problema da adutora. A quantidade de habitantes atingida foi de 40% da população total, valor que equivale a 32 000 habitantes. Sabendo dessa informação, qual a população total da cidade X?

$$\frac{32000 \times 100}{40} = 80\ 000$$

5. Elabore uma situação-problema em que, usando a calculadora, você consiga determinar qual a quantidade de mulheres que devem ser inseridas em um grupo de 50 pessoas, onde 30 delas são mulheres, para que o total de homens nesse grupo seja igual a 20%.

Resolução:

Resposta Pessoal. Porém, espera-se que o estudante respeite a proposta sugerida pela atividade.

Exemplo: Uma festa tem 50 pessoas, sendo que 30 delas são mulheres. Qual a quantidade de mulheres que deve entrar nessa festa, para que o percentual de homens seja igual a 20%?

Como são 30 mulheres, as outras 20 pessoas são homens, o que equivale a 40%. Para que o percentual de homens seja igual a 20%, deve entrar nessa festa mais 50 mulheres. Assim, teremos 100 pessoas, sendo 80 mulheres e 20 homens, logo 20% de homens. A proposta de se usar a calculadora é para que o estudante possa, por tentativa, determinar a solução, porém, é importante que o professor mostre ao estudante que a solução era um tanto quanto óbvia.

AULAS 5 E 6 – RESOLVER PROBLEMAS COM A IDEIA DE ACRÉSCIMO E DECRÉSCIMO DE PORCENTAGEM

Objetivos das aulas:

- Resolver situações-problema que envolvam porcentagem com a ideia de acréscimo;
- Resolver situações-problema que envolvam porcentagem com a ideia de decréscimo;
- Resolver situações-problema que envolvam porcentagem com a ideia de acréscimo ou decréscimo com uso de calculadora.

Estudantes, a lista de atividades proposta a vocês tem o objetivo de mostrar a diversidade de maneiras que o estudo da porcentagem pode fazer parte do cotidiano de muita gente. Portanto, desenvolvam essas atividades com o intuito de absorver ao máximo o aprendizado que elas proporcionam, pois situações semelhantes a essas farão parte, futuramente, do cotidiano de vocês.

1. Em uma indústria de laticínios são produzidos 28 000 potes de iogurte. Essa indústria deseja aumentar sua produção em 25%.

A nova produção de potes de iogurte dessa indústria deverá ser igual a:

(A) 40 500.
(B) 39 000.
(C) 37 250.
(D) 35 000.

Solução: alternativa D.

Para determinar o acréscimo desejado, é necessário multiplicar o número anterior de iogurtes por 1,25, onde esse resultado é oriundo de 1 mais 0,25, ou seja, 100% mais 25% na forma decimal. Logo, teremos:

$28\,000 \times 1{,}25 = 35\,000$

Professor, explique aos estudantes que todo acréscimo deve ser aplicado o conceito visto na solução.

2. Do ano de 2015 para 2016 a produção anual de petróleo saiu de 91,7 milhões de barris/dia para 92,2 milhões de barris/dia. O Oriente Médio é a maior região produtora de petróleo do mundo, dos 92,2 milhões barris/dia, cerca de 31,8 milhões são produzidos por eles, um aumento de 5,7% em comparação ao ano de 2015.

Fonte: Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis - ANP. Anuário Estatístico Brasileiro do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis, 2017. Disponível em: <http://www.anp.gov.br/images/publicacoes/anuario-estatistico/2017/Textos/Secao1.pdf> Acesso em: 18 jan. 2021.

AULAS 5 E 6 – RESOLVER PROBLEMAS COM A IDEIA DE ACRÉSCIMO E DECRÉSCIMO DE PORCENTAGEM

ORGANIZAÇÃO DA TURMA:

Convide o(a) estudante para participar das atividades, incentivando-o(a) a dar ideias e opinar na maneira de resolvê-las. Organize a turma, se possível, em duplas produtivas ou individualmente, com as carteiras dispostas em "U".

MATERIAIS NECESSÁRIOS:

Caderno de Atividades do Estudante;
Calculadora simples.

INICIANDO:

Nessa Sequência de Atividades, serão desenvolvidas situações-problema com a ideia de acréscimo e decréscimo. Nessas atividades, os estudantes terão a oportunidade de desenvolver operações com calculadora, quando solicitado, e em outras situações mentalmente, e em seu caderno. As atividades foram elaboradas para que você, professor, possa abordar algumas curiosidades a respeito de acréscimo e decréscimo, alguns assuntos do cotidiano e perguntar aos estudantes sobre quais situações já vivenciaram que apresentam o acréscimo e o decréscimo. Fale também sobre o uso da calculadora em situações financeiras, mostrando a eles(as) como se faz os cálculos para obtenção dos resultados desejados.

Sobre os dados apresentados no texto e usando uma calculadora, responda:

a. Qual o acréscimo percentual de petróleo de um ano para outro?

O acréscimo é a diferença de produção de um ano para outro, devemos saber o que esse valor representa comparado a produção inicial, ou seja, o cálculo a seguir:

$$\frac{92{,}2 - 91{,}7}{91\ 7} = \frac{0{,}5}{91\ 7} \cong 0{,}54\%$$

b. Qual o valor percentual que a produção do Oriente Médio representa em relação a produção mundial?

Resolução:
O valor desejado é obtido através da razão entre a produção do Oriente Médio com inicial, ou seja, o cálculo a seguir:

$$\frac{31{,}8}{92{,}2} \cong 34{,}5\%$$

c. Qual a produção anual de petróleo do Oriente Médio no ano de 2016?

Como um ano possui 365 dias, então multiplicamos 31,8 milhões de barris/dia por 365. Assim, em um ano, eles produzem: 365 × 31,8 = 11,607 ***bilhões de barris*****.**

3. Uma mochila, que no início do mês de janeiro custava R$ 250,00, teve um desconto de 12%, no mês de fevereiro. A redução do preço dessa mochila durou apenas um mês, o qual sofreu um aumento de 12% no mês de março.

a. Qual o preço da mochila no mês de fevereiro?

Resolução:
No mês de fevereiro ela sofreu um desconto de 12%, logo temos o cálculo: 250 × (100 – 12)% = 250 × 0,88 = R$ 220,00.

DESENVOLVENDO:

Na **Atividade 1**, é proposto ao estudante um item que contempla o objetivo da porcentagem com a ideia de acréscimo.

Na **Atividade 2**, é proposto ao estudante determinar, com o uso de calculadora, os valores percentuais referentes ao texto. O uso da calculadora é fundamental, pois trata-se de um cálculo mais complexo envolvendo valores decimais que não fazem parte do conjunto numérico estudado por eles, portanto, informe aos estudantes que em outro momento esse tipo de cálculo será estudado por eles sem o auxílio da calculadora.

Na **Atividade 3**, o estudante resolverá uma questão de acréscimo e decréscimo. Porém, essa atividade irá desmistificar uma dúvida que os estudantes talvez tragam consigo, de que se ele acrescer uma percentagem a um valor e depois retirá-la ele voltará ao valor inicial. Na Aula 8, uma atividade será proposta ao estudante e nessa ocasião ele justificará sua resposta. Portanto, professor, fica a seu critério dialogar com a turma e aprofundar-se nesse assunto.

Na **Atividade 4**, o estudante preencherá uma tabela de produtos que sofreram reajustes de acréscimo. A tabela e a atividade são simples, mas essa talvez seja, professor, uma oportunidade de abordar o motivo de certos produtos sofrerem aumentos tão significativos durante o ano.

Na **Atividade 5**, é proposto ao estudante determinar o valor final de certos produtos que sofreram acréscimos e/ou decréscimos, conforme as informações da tabela.

FINALIZANDO:

Para finalizar, destine um tempo da sua aula para a socialização das atividades realizadas pelos estudantes, você pode perguntar quais foram as maiores dificuldades,

b. Qual o preço da mochila no mês de março?

Resolução:
$220 \times (100 + 12)\% = 220 \times 1,12 =$ R$ 246,40.

4. No ano de 2020, os alimentos ficaram mais caros, devido a diversos fatores. Observe o quadro a seguir, depois preencha-o colocando o preço atual de cada produto.

Produto	Preço antigo (R$)	Reajuste (%)	Preço atual (R$)
Arroz – 5 kg	18,00	47	
Carne bovina – 1 kg	28,00	30	
Óleo de soja – 900 ml	4,00	50	
Feijão – 1 kg	6,00	25	

Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Resolução:
Arroz: $18\times(1+0,47)=$R$ 26,46
Carne: $28\times(1+0,30)=$R$ 36,40
Óleo: $4\times(1+0,50)=$R$ 6,00
Feijão: $6\times(1+0,25)=$R$ 7,50

5. Os produtos de materiais de construção sofreram alguns reajustes. O reajuste com sinal positivo significa acréscimo nos preços atuais e o sinal negativo significa decréscimo.

Sabendo dessas informações, preencha a tabela a seguir com os preços atuais.

Produtos	Preço antigo (R$)	Reajuste	Preço atual (R$)
Cimento (50 kg)	27,00	+ 10%	R$ 29,70
Porta de madeira	420,00	- 5%	R$ 399,00
Tinta (lata 18 l)	320,00	- 2%	R$ 313,60
Pisos (m^2)	23,00	+ 5%	R$ 24,15

Fonte: elaborado para fins didáticos.

Resolução:
Cimento: $27 \times (1 + 0,10) =$ R$ 29,70
Porta de madeira: $420 \times (1 - 0,05) =$ R$ 399,00
Tinta: $320 \times (1 - 0,02)=$R$ 313,60
Pisos: $23 \times (1 + 0,05)=$R$ 24,15

o que foi aprendido nas atividades. Peça que os estudantes comentem as técnicas usadas em cada atividade, mediando as experiências dos que obtiveram êxito e dos que não obtiveram, fazendo com que possam aprender mais.

AULAS 7 E 8 – ELABORAR SITUAÇÕES-PROBLEMA QUE ENVOLVAM PORCENTAGEM COM A IDEIA DE ACRÉSCIMO OU DECRÉSCIMO

ORGANIZAÇÃO DA TURMA:

Convide o(a) estudante para participar das atividades, incentivando-o(a) a dar ideias e opinar na maneira de resolvê-las. Organize a turma, se possível, em duplas produtivas ou individualmente, com as carteiras dispostas em "U".

MATERIAIS NECESSÁRIOS:

Caderno de Atividades do Estudante;
Calculadora simples.

INICIANDO:

Nessa Sequência de Atividades, será desenvolvida a habilidade de elaborar situações-problema, portanto, é o momento de avaliar o estudante em sua capacidade de criação e resolução de situações-problema e ao mesmo tempo auxiliá-lo no desenvolvimento dessas situações-problema. Para as atividades que dão liberdade para o estudante desenvolver livremente os problemas, sugira, caso tenham dificuldade, elaborar situações que ele tenha facilidade em escrever. Porém, para situações em que ele é obrigado a usar frases prontas, dê apenas alguns conselhos, para que seja possível a sugestão da atividade ser encaixada na formulação do problema.

AULAS 7 E 8 – ELABORAR SITUAÇÕES-PROBLEMA QUE ENVOLVAM PORCENTAGEM COM A IDEIA DE ACRÉSCIMO OU DECRÉSCIMO.

Objetivos das aulas:
- Elaborar situações-problema que envolvam porcentagem com a ideia de acréscimo;
- Elaborar situações-problema que envolvam porcentagem com a ideia de decréscimo;
- Elaborar situações-problema que envolvam porcentagem com a ideia de acréscimo ou decréscimo com uso de calculadora.

Estudantes, a lista de atividades a seguir tem o objetivo de que vocês possam elaborar situações-problema sobre porcentagem. Tentem recriar pelo que vocês já viram em outras atividades ou mesmo situações de vida que vocês já vivenciaram. Sejam criativos e elaborem as atividades conforme as orientações.

1. Elabore uma situação-problema que seja possível inserir um objeto que tenha sofrido um acréscimo em seu valor atual.

Resolução:
Resposta pessoal. Exemplo: Uma indústria de sorvete desenvolveu uma nova caixa para embalar seus produtos sendo que essa sofreu um acréscimo de 10% de seu volume. Se antes possuía volume de 2 litros, qual é o novo volume dessa caixa? 100% + 10% = 1 + 0,1 = 1,1
1,1 x 2 = 2,2 litros

2. Observe as situações-problema a seguir:

a. A criação de coelhos de Marcos, que antes tinha 5 coelhos, passou, em pouco tempo, a ser de 13 coelhos.

b. A coleção de perfumes de Aline, que antes era de 4 perfumes, passou a ser de 12 perfumes.

c. O restaurante de Emanuel, atendia cerca de 50 pessoas por dia, depois da reforma do restaurante, ele passou a atender 120 pessoas por dia.

DESENVOLVENDO:

Na **Atividade 1**, é proposto ao estudante elaborar livremente uma questão que tenha objetivo de acréscimo.
Na **Atividade 2**, é proposto ao estudante elaborar três situações-problema que possuam resultados numéricos semelhantes aos exemplos citados.
Na **Atividade 3**, é proposto ao estudante elaborar uma situação-problema em que o decréscimo percentual seja exatamente igual ao decréscimo do exemplo dado.

Em cada situação apresentada, houve um acréscimo nos números iniciais.

Elabore três situações-problema em que o acréscimo ocorrido em cada exemplo seja o mesmo acréscimo às suas elaborações de situações-problema.

Resolução:

Resposta pessoal. Porém, espera-se que ele desenvolva situações-problema que envolvam exatamente os números que aparecem nos exemplos dados.

No exemplo a) o percentual é igual a $\frac{8}{5} = 1{,}6$**, ou seja, 160%.**

No exemplo b) o percentual é igual a $\frac{8}{4} = 2$**, ou seja, 200%.**

No exemplo c) o percentual é igual a $\frac{70}{50} = 1{,}4$**, ou seja, 140%.**

3. Considere a situação-problema a seguir:

O número de pães vendidos por uma panificadora, antes do fechamento de uma indústria que consumia parte dessa produção, era de 1 000 pães diariamente. Após o fechamento dessa indústria, que ficava nas proximidades, a venda da panificadora passou a ser de 400 pães por dia.

Elabore uma situação-problema em que o decréscimo percentual das vendas de certo produto, seja igual ao do exemplo apresentado.

Resolução:

Resposta pessoal. Porém, espera-se que o estudante desenvolva uma situação-problema em que o decréscimo percentual seja o mesmo do exemplo dado, nesse caso, 60% de decréscimo, consequência do cálculo:

$$\frac{1000 - 400}{1000} = \frac{600}{1000} = 0{,}6 = 60\%$$

FINALIZANDO:

Para finalizar, destine um tempo da sua aula para a socialização das atividades realizadas pelos estudantes, você pode perguntar quais foram as maiores dificuldades, o que foi aprendido nas atividades. Peça que os estudantes comentem as técnicas usadas em cada atividade, mediando as experiências dos que obtiveram êxito e dos que não obtiveram, fazendo com que possam aprender mais.

Na **Atividade 4**, é proposto ao estudante elaborar e resolver duas situações-problema, as quais deverão contemplar as frases sugeridas pela atividade.

Na **Atividade 5**, é proposto ao estudante elaborar e resolver uma situação-problema em que ele será desafiado a desenvolver o cálculo do acréscimo de um valor e, em seguida, o decréscimo do valor que sofreu o acréscimo. A ideia é fazer o estudante observar que o valor inicial dos cálculos não foi o mesmo valor obtido no final dos cálculos, assim, ele compreenderá que fazer o acréscimo percentual de um produto e depois o decréscimo do mesmo valor percentual, não resulta no valor inicial.

4. Elabore uma situação-problema e determine as soluções de problemas que em algum momento apareçam as frases apresentadas a seguir.

a. "... antes havia 60 carros, sofreu um decréscimo de 20% ..."

b. "... foi pago R$ 800,00, depois do Natal, ele(a) sofreu um decréscimo de 10% ..."

Resolução:

Resposta pessoal. Porém, espera-se que o estudante elabore dois exemplos que apareçam no corpo do problema as frases sugeridas.

Exemplo 1: Uma frota de taxis que antes havia 60 carros, sofreu um decréscimo de 20%. Qual a nova frota de taxis?

$\frac{80}{100} \times 60 = 48$ **taxis**

Exemplo 2: Por uma máquina de lavar roupas foi pago R$ 800,00, depois do Natal, ela sofreu um decréscimo de 10%. Qual o novo preço dessa máquina de lavar?

$\frac{90}{100} \times 800 = R\$\ 720{,}00.$

5. Usando uma calculadora, elabore e resolva uma situação-problema em que um produto sofra um acréscimo de 5% e, em seguida, sofra um decréscimo de 5%.

A resposta foi a que você esperava? Justifique sua resposta.

Resolução:

Resposta pessoal. Porém, espera-se que o estudante elabore e resolva uma situação-problema em que ele adote as percentagens sugeridas, e que eles percebam que o valor encontrado após o acréscimo e o decréscimo não será o mesmo antes do aumento. Isso ocorre, pois o decréscimo, mesmo sendo o mesmo percentual do aumento, ocorre sobre um valor diferente ao do acréscimo. Logo, teremos um valor diferente para o decréscimo.

Exemplo: 100 × (1 + 0,05) = 105

105 × (1 – 0,05) = 99,75

7º ANO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

OLÁ, PROFESSOR!

Espera-se que o estudante possa, ao final dessa Sequência de Atividades e por meio de intervenção pedagógica, com uso de alguns materiais manipuláveis, conhecer e se familiarizar com o triângulo como uma figura geométrica. Levando em conta a sua classificação, condição de existência, medidas dos lados e ângulos. A sequência trata, também, do reconhecimento dos quadriláteros como figuras geométricas em relação a seus lados e ângulos. Além disso, essa sequência visa contribuir no reconhecimento da inclusão e intersecção de classes entre os quadriláteros, não somente em sala de aula, mas de forma híbrida, possibilitando a aprendizagem em qualquer ambiente.

A Sequência de Atividades deve ser desenvolvida tendo como visão o protagonismo do(a) estudante, fazendo parte da sua aprendizagem e favorecendo a interação, o compartilhamento de conhecimentos e a colaboração para que os(as) estudantes desenvolvam estas habilidades: favorecendo a interação, o compartilhamento de conhecimentos e a colaboração para que os estudantes desenvolvam as habilidades:

(EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos;

(EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.

AULA	DURAÇÃO	TEMA
01 e 02	90 min.	Triângulos: Classificação em relação aos seus lados
03 e 04	90 min.	Triângulos: Classificação em relação aos ângulos
05 e 06	90 min.	Quadriláteros: Classificação em relação a lados e ângulos
07 e 08	90 min.	Quadriláteros: Reconhecimentos da inclusão e intersecção de classes

ANOTAÇÕES

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

AULAS 1 E 2 – TRIÂNGULOS: CLASSIFICAÇÃO EM RELAÇÃO AOS SEUS LADOS.

Objetivos das aulas:
- Compreender, por meio de suas medidas, a condição de existência de um triângulo;
- Identificar triângulos de acordo com as medidas de seus lados (isósceles, equilátero e escaleno).

1. Para construir um **triângulo** é necessário que a medida de cada um dos lados seja menor do que a soma das medidas dos outros. Vamos verificar esta condição de existência? Com a utilização de régua e tesoura, corte os palitos ou canudos e considere que cada palito ou canudo recortado representa o tamanho de um lado. Use a fita adesiva para unir os lados.

Com as medidas específicas dadas, experimente montar os seguintes triângulos:

Triângulo 1 – Medidas a = 4 cm, b = 7 cm e c = 10 cm

a. Foi possível "montar o triângulo"?

( ) sim ( ) não

Resposta: Sim, esse triângulo atende à condição de existência, pois $a < b + c$; $b < a + c$; $c < a + b$, ou seja, $4 < 7 + 10$; $7 < 10 + 4$ e $10 < 4 + 7$.

b. Soma das medidas:

a + b = 11 cm b + c = 17 cm c + a = 14 cm

c. Complete a tabela com > (maior que), < (menor que) ou = (igual a):

Lado a	<	b + c
Lado b	<	c + a
Lado c	<	a + b

d. Podemos estabelecer uma relação entre um lado e a soma dos outros dois?

Resposta: Sim. Cada um dos lados deverá ter uma medida menor do que a soma das medidas dos outros dois lados.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Na **Atividade 1**, se não for possível utilizar palitos de churrasco ou canudos e fita adesiva para experimentação de construção dos triângulos, peça para os estudantes experimentarem as construções no caderno com o uso de régua e lápis. Faça um exemplo na lousa com medidas aleatórias;

AULAS 1 E 2 – TRIÂNGULOS: CLASSIFICAÇÃO EM RELAÇÃO AOS SEUS LADOS.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize os estudantes sentados individualmente, com as carteiras dispostas em "U" ou, se possível, organize-os em duplas produtivas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno de Atividades do Estudante, palitos de churrasco ou canudos, fita adesiva, régua e tesoura.

INICIANDO

Professor, inicie uma conversa, com os estudantes, explicando quais são os objetivos das Aulas 1 e 2, ou seja, **compreender a condição de existência de um triângulo e classificar triângulos (isósceles, equilátero e escaleno) em relação aos seus lados.** Sugerimos que, por meio de questionamentos, levante os conhecimentos prévios que os estudantes já têm em relação ao tema. Por exemplo, pergunte: "O que são segmentos de reta e como medi-los?" e "Quaisquer três segmentos de reta podem formar o contorno de um triângulo?". Explique o que significa medir algo e desenhe, na lousa, um triângulo. Relembre-os, sobre o triângulo, do caso de ser o polígono rígido que não deforma, com o menor números de lados e o único que não possui diagonal.

DESENVOLVENDO

Com o Caderno de Atividades do Estudante em mãos, sugerimos que, na Aula 1, os estudantes realizem a experimentação da condição de existência para construção de triângulos, dada a importância da experimentação antes da abstração, e que as outras atividades sejam trabalhadas na Aula 2. Discuta com a turma: "É sempre possível montar triângulos, dadas as medidas de três lados?". Antes de começar as experimentações, pergunte se acham que há alguma que não formará um triângulo. Espera-se que os estudantes respondam que seria a experimentação do triângulo 2, pois não é possível construí-lo com as medidas dadas. Quanto aos outros triângulos, espera-se que os estudantes digam que um triângulo poderá ser formado com os três segmentos se, e somente se, a medida de cada um dos lados for menor do que a soma das medidas dos outros.

Para concluir a atividade, promova um momento de discussão para que os estudantes reflitam sobre as ideias envolvidas e exponham o que observaram até o momento. Na **Atividade 2**, inicialmente, resgate o conceito a que chegaram, os estudantes, na atividade anterior, converse com eles e informe-os que essa atividade será uma continuação da primeira. Atente-os para situações apresentadas, pois eles deverão aplicar a condição de existência de um triângulo em relação aos seus lados e classificar os triângulos construídos em relação às medidas de seus lados (escaleno, isósceles e equilátero). Posteriormente, chame a atenção para **Atividade 3**, pois existem dois triângulos com dois lados iguais, já que um triângulo equilátero é, também, isósceles.

FINALIZANDO

Retome as ideias que os estudantes levantaram no início das aulas, podendo ser oralmente. Quando os estudantes socializarem o que absorverem na aula, peça que

Triângulo 2 - Medidas a = 4 cm, b = 6 cm e c = 12 cm

a. Foi possível "montar o triângulo"?

( ) sim ( ) não

Resposta: Não, pois, embora $a < b + c$, $b < a + c$, $c > a + b$, ou seja, $4 < 6 + 12$; $6 < 12 + 4$; $12 > 4 + 6$.

b. Soma das medidas:

a + b = **10 cm** b + c = **18 cm** c + a = **16 cm**

c. Complete a tabela com > (maior que), < (menor que) ou = (igual a):

Lado a	**<**	b + c
Lado b	**<**	c + a
Lado c	**>**	a + b

d. Podemos estabelecer uma relação entre um lado e a soma dos outros dois?

Resposta: Sim. Cada um dos lados deverá ter uma medida menor do que a soma das medidas dos outros dois lados.

Triângulo 3 – Medidas a = 5 cm, b = 5 cm e c = 5 cm

a. Foi possível "montar o triângulo"?

( ) sim ( ) não

Resposta: Sim, esse triângulo atende à condição de existência, pois $a < b + c$; $b < a + c$; $c < a + b$, ou seja, $5 < 5 + 5$; $5 < 5 + 5$ e $5 < 5 + 5$.

b. Soma das medidas:

a + b = **10 cm** b + c = **10 cm** c + a = **10 cm**

c. Complete a tabela com > (maior que), < (menor que) ou = (igual a):

Lado a	<	b + c
Lado b	<	c + a
Lado c	<	a + b

d. Podemos estabelecer uma relação entre um lado e a soma dos outros dois?

Resposta: Sim. Cada um dos lados deverá ter uma medida menor do que a soma das medidas dos outros dois lados.

Triângulo 4 – Medidas a = 7 cm, b = 7 cm e c = 10 cm

a. Foi possível "montar o triângulo"?

( ) sim ( ) não

Resposta: Sim, esse triângulo atende à condição de existência, pois $a < b + c$; $b < a + c$; $c < a + b$, ou seja, $7 < 7 + 10$; $7 < 10 + 7$ e $10 < 7 + 7$

b. Soma das medidas:

a + b = 14 cm b + c = 17 cm c + a = 17 cm

c. Complete a tabela com > (maior que), < (menor que) ou = (igual a):

Lado a	<	b + c
Lado b	<	c + a
Lado c	<	a + b

d. Podemos estabelecer uma relação entre um lado e a soma dos outros dois?

Resposta: Sim. Cada um dos lados deverá ter uma medida menor do que a soma das medidas dos outros dois lados.

registrem por escrito, na língua natural, por representação, por meio de figuras ou mapas mentais e compare-as com a síntese final. Realize a correção coletiva das resoluções dos itens, verificando se os estudantes perceberam a condição de existência de um triângulo e sua classificação em relação aos seus lados. Caso apareçam resultados divergentes, discuta com a turma o que pode ter ocorrido e proponha alguma tarefa similar a fim de esclarecer possíveis dúvidas.

2. Agora, responda às seguintes questões:

a. Considere as medidas a = 5 cm, b = 3 cm e c = 7 cm. Verifique se essas medidas condizem com um triângulo.

Resposta: lado a: 5 < 3 + 7, lado b: 3 < 5 + 7 e lado c: 7 < 5 + 3, portanto, as medidas condizem com um triângulo.

b. Dado um triângulo cujo lados medem a = 7 cm e b =11 cm, o terceiro lado desse triângulo pode ser c = 2 cm ou c = 5 cm?

Resposta: Apenas 5 cm, pois 5 < 7 + 11, 7 < 11 + 5 e 11 < 5 + 7, o que não ocorre com c = 2 cm, pois, 11 > 7 + 2.

3. Usando os triângulos construídos na Atividade 1, preencha a seguinte tabela:

Medidas	Triângulos
3 lados com medidas iguais	**3**
2 lados com medidas iguais	**3 e 4**
3 lados com medidas diferentes	**1**

4. Com base na atividade anterior, preencha a tabela classificando os triângulos construídos em:

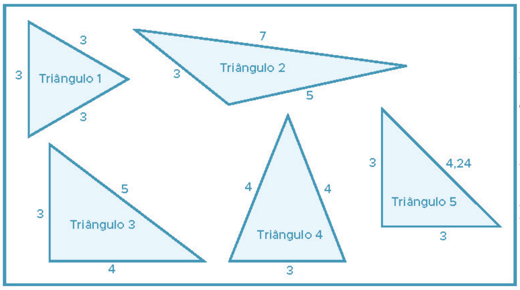
Equilátero – três lados com medidas iguais

Isósceles – dois lados com medidas iguais

Escaleno – três lados com medidas diferentes

Triângulo	Triângulos construídos (1, 2, 3 ou 4)
Equilátero	**3**
Isósceles	**3 e 4**
Escaleno	**1**

5. Classifique cada um dos seguintes triângulos em: equilátero, isósceles ou escaleno, de acordo com as medidas ilustrativas:



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Resposta: Triângulo equilátero: figura 1; triângulos isósceles: figuras 1, 4 e 5; triângulos escalenos: figuras 2 e 3.

AULAS 3 E 4 – TRIÂNGULOS: CLASSIFICAÇÃO EM RELAÇÃO AOS ÂNGULOS

Objetivos das aulas:
- Classificar ângulos (agudo, reto e obtuso) visualmente, de acordo com sua medida, com base em figuras diversas;
- Classificar triângulos quanto aos ângulos agudos, retos e obtusos em cada um deles: acutângulo, retângulo e obtusângulo.

1. Podemos dividir uma circunferência em partes iguais, obtendo, assim, regiões circulares a partir de três círculos com o mesmo tamanho, com a utilização de régua e tesoura, dividindo-os da seguinte maneira:

Círculo 1 – Três partes iguais

Círculo 2 – Quatro partes iguais

Círculo 3 – Seis partes iguais

Recorte as partes, obtendo regiões circulares de diferentes medidas.

Agora, responda:

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Para a **Atividade 5**, na divisão da circunferência em partes iguais para obtenção de região circular, sugerimos desenhar, no interior da circunferência, um triângulo equilátero para divisão em três partes iguais, um quadrado para divisão em quatro partes iguais e um hexágono regular para divisão em seis partes iguais.

AULAS 3 E 4 – TRIÂNGULOS: CLASSIFICAÇÃO EM RELAÇÃO AOS ÂNGULOS.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize os estudantes sentados individualmente, com as carteiras dispostas em "U" ou, se possível, organize-os em duplas produtivas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno de Atividades do Estudante e três círculos de papel de mesmo tamanho.

INICIANDO

Inicie uma conversa explicando, para os estudantes, que darão continuidade aos estudos em relação à classificação de triângulos e que as Aulas 3 e 4 têm como objetivo **classificar ângulos (agudos, retos e obtusos) e classificar triângulos em relação aos seus ângulos internos,**respectivamente. Estão previstas 4 atividades que poderão ser divididas entre as duas aulas. Converse com a turma a respeito da classificação de um ângulo, de acordo com suas medidas, como introdução para classificação de um triângulo que, além de ser em relação as medidas de seus lados, como trabalhado nas aulas anteriores, pode ser também em relação aos seus ângulos, tema das aulas em questão.

DESENVOLVENDO

Com o Caderno de Atividades do Estudante em mãos, na Aula 3, distribua folhas para construção das circunferências e das regiões circulares que serão obtidas na **Atividade 1** e, se for necessário, peça para que usem o transferidor. Essa etapa será muito importante para o desenvolvimento das próximas quatro atividades que serão trabalhadas na Aula 4. Observe as estratégias que os estudantes utilizam para identificar um ângulo (agudos, retos e obtusos). Se necessário, apresente um exemplo de sobreposição de figuras na **Atividade 4**, cujo obje-tivo é levar o estudante a reconhecer a classificação de um ângulo de forma visual, servindo como um conhecimento prévio à classificação de triângulos em relação aos ângulos. Nas **Atividades 1, 2 e 3** é importante que o estudante reconheça visualmente ângulos menores, maiores ou iguais a 90º, para que, nas **Atividades 4 e 5**, sejam feitas as classificações de triângulos em relação aos seus ângulos visualmente e/ou pelos valores dados das medidas de seus ângulos.

a. Em qual dos círculos a região angular ficou com ângulos de 90º?

( ) círculo 1 ( ) círculo 2 ( ) círculo 3

Resposta: no círculo 2

b. As regiões angulares obtidas no círculo 1 são:

( ) menores que 90º ( ) maiores que 90º ( ) iguais a 90º

Resposta: maiores que 90º

c. As regiões angulares obtidas no círculo 3 são menores ou maiores que 90º?

( ) menores que 90º ( ) maiores que 90º ( ) iguais a 90º

Resposta: menores que 90º

Agora, faça uma relação:

Regiões angulares obtidas no círculo 1	Ângulo agudo mede menos que 90º
Regiões angulares obtidas no círculo 2	Ângulo obtuso mede mais que 90°
Regiões angulares obtidas no círculo 3	Ângulo reto mede 90º

2. Com base, nas atividades anteriores, coloque V (verdadeiro) ou F (falso) nas seguintes afirmações:

a. ( ) um ângulo obtuso mede mais que 90º.
b. ( ) um ângulo agudo mede 90º.
c. ( ) um ângulo que mede 90º é um ângulo reto.
d. ( ) um ângulo de 135º é um ângulo obtuso.
e. ( ) um ângulo de 45º é um ângulo agudo.

Resposta: a. V, b. F, c. V, d. V, e. V.

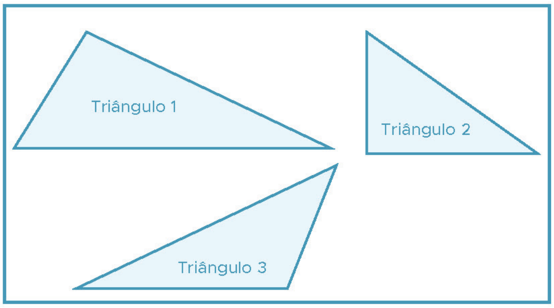
3. Complete a tabela com > (maior que), < (menor que) ou = (igual a):

Classificação	Sinal	Medida
Ângulo Reto	=	90º
Ângulo Agudo	<	90º
Ângulo Obtuso	>	90º

FINALIZANDO

Finalize as Aulas 3 e 4 construindo, com toda a turma, uma breve síntese, podendo ser oralmente. Quando os estudantes socializarem o que absor-verem na aula, peça que registrem por escrito, na língua natural, por repre-sentação, por meio de figuras ou mapas mentais e compare-as com a síntese final. Discuta com a turma e proponha alguma tarefa similar caso observe a existência de estudantes que ainda não tenham se apropriado do que foi proposto nessas aulas ou que queiram se aprofundar nos objetos de co-nhecimento discutidos.

4. Usando a região angular de medida 90°, obtida na Atividade 1, sobreponha nos 3 ângulos internos de cada figura a seguir e complete a tabela identificando o número de ângulos retos, agudos e obtusos:



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Triângulo	Número de ângulos retos	Número de ângulos agudos	Número de ângulos obtusos
Triângulo 1	0	3	0
Triângulo 2	1	2	0
Triângulo 3	0	2	1

Agora, faça as relações:

03 ângulos internos agudos	Triângulo Retângulo
01 ângulo interno obtuso 02 ângulos internos agudos	Triângulo Acutângulo
01 ângulo interno reto 02 ângulos internos agudos	Triângulo Obtusângulo

AULAS 5 E 6 - QUADRILÁTEROS: CLASSIFICAÇÃO EM RELAÇÃO A LADOS E ÂNGULOS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize os estudantes sentados individualmente, com as carteiras dispostas em "U" ou, se possível, organize-os em duplas produtivas.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno de Atividades do Estudante.

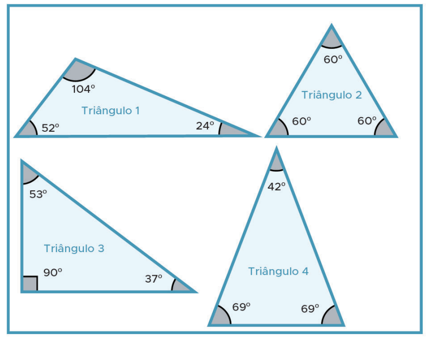
INICIANDO

Inicie essa aula apresentando seus objetivos: **definir quadriláteros e classificá-los em relação aos seus lados, ângulos e diagonais.** Retome, com os estudantes, a assimilação de lados e ângulos e comente a importância desses significados para identificação de quadriláteros.

DESENVOLVENDO

Com o Caderno de Atividades do Estudante em mãos, peça para os estudantes observarem as imagens com atenção e analisarem seus ângulos internos, seus lados e suas diagonais. Certifique-se que os estudantes identifiquem quadriláteros como figuras que possuem quatro vértices e quatro ângulos internos. É importante que os estudantes reconheçam os quadriláteros como paralelogramos (o quadrado, o retângulo, o paralelogramo e o losango) e trapézios.

5. Classifique cada triângulo, a seguir, em acutângulo, obtusângulo ou retângulo.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

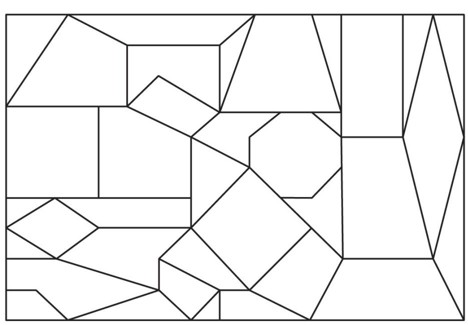
Resposta: acutângulo: triângulos 2 e 4; obtusângulo: triângulo 1 e retângulo: triângulo 3.

AULAS 5 E 6 - QUADRILÁTEROS: CLASSIFICAÇÃO EM RELAÇÃO A LADOS E ÂNGULOS

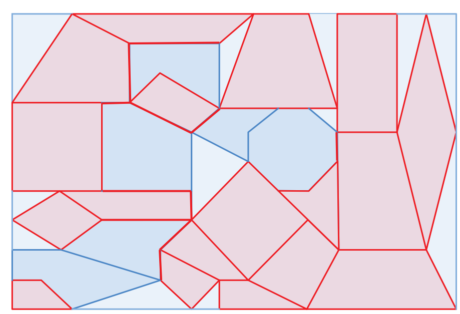
Objetivos das aulas:

- Distinguir quadriláteros entre figuras diversas como polígonos de 4 lados;
- Identificar as características dos quadriláteros como: lados, ângulos e suas diagonais;
- Identificar quadriláteros, observando as relações entre seus lados (paralelos, congruentes e perpendiculares).

1. Observe o mosaico a seguir. Pinte de vermelho as figuras que são quadriláteros:

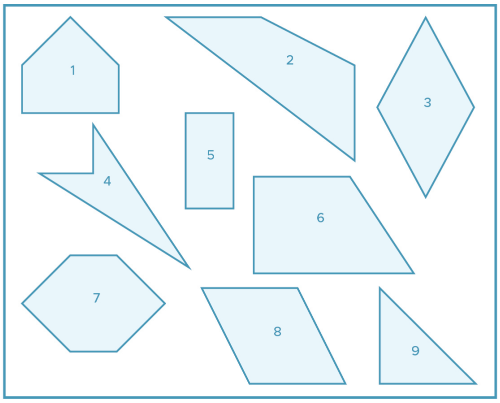


Resposta:



Nas **Atividades 1 e 2**, os estudantes devem reconhecer os quadriláteros como figuras com quatro lados, quatro vértices e quatro ângulos internos. Na **Atividade 3**, devem reconhecer os quadriláteros cujas diagonais se encontram no centro da figura. Na **Atividade 4**, as características dos paralelogramos e, na **Atividade 5**, será importante que os estudantes percebam que o quadrado é também losango e retângulo, pois compartilha das características de ambas, o que servirá como introdução para as próximas aulas.

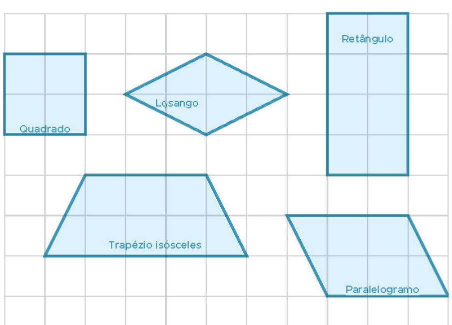
2. Observe os polígonos a seguir, e identifique entre eles aqueles que possuem quatro vértices e quatro ângulos internos:



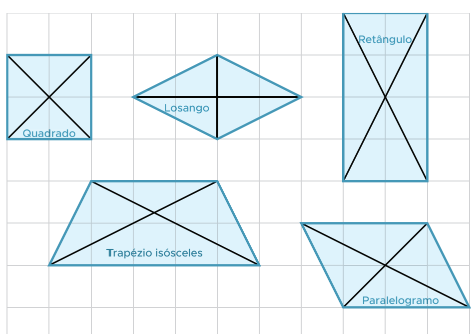
Fonte: elaborado para fins didáticos.

Resposta: Figuras 2, 3, 4, 5, 6 e 8.

3. Dados os quadriláteros a seguir, trace as suas diagonais e responda às questões, identificando quais quadriláteros possuem as seguintes propriedades:



Resposta:



FINALIZANDO

Finalize as Aulas 5 e 6 construindo, com toda a turma, uma breve síntese, podendo ser oralmente. Quando os estudantes socializarem o que absorverem na aula, peça que registrem por escrito, na língua natural, por representação, por meio de figuras ou mapas mentais e compare-as com a síntese final. Caso observe a existência de estudantes que ainda não tenham se apropriado do que foi proposto nesse estudo ou que queiram se aprofundar nos objetos de conhecimento matemático desenvolvidos nessas aulas, sugerimos plataformas digitais de estudos.

a. Dois lados paralelos e dois lados não paralelos.

Resposta: Trapézio.

b. Quatro lados paralelos, dois a dois.

Resposta: Quadrado, losango, retângulo e paralelogramo.

c. Diagonais com a mesma medida.

Resposta: quadrado, retângulo e trapézio isósceles.

d. Diagonais perpendiculares.

Resposta: quadrado e losango.

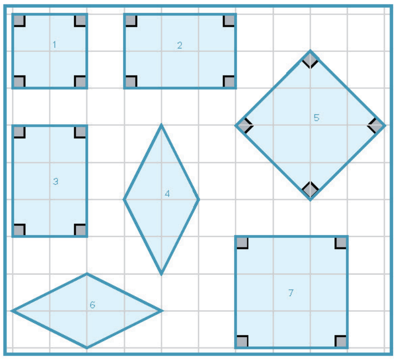
e. Diagonais que se cruzam no centro.

Resposta: quadrado, losango, retângulo e paralelogramo.

f. Diagonal divide a figura em dois triângulos iguais.

Resposta: quadrado, losango, retângulo e paralelogramo.

4. As figuras a seguir são paralelogramos, identifique as que possuem:



Fonte: elaborado para fins didáticos.

a. Quatros ângulos internos retos.

Resposta: Figuras 1, 2, 3, 5 e 7.

b. Quatro lados com medidas iguais.

Resposta: Figuras 1, 4, 5, 6 e 7.

c. Quatro lados com medidas iguais e quatro ângulos internos retos.

Resposta: Figuras 1, 5 e 7.

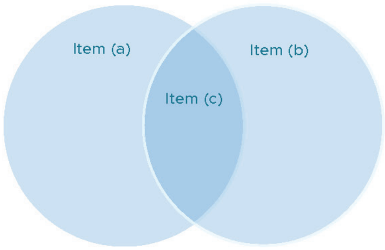
d. Lados opostos com medidas iguais e quatro ângulos internos retos.

Resposta: Figuras 1, 2, 3, 5 e 7.

e. Ângulo internos agudos e obtusos e lados iguais.

Resposta: Figuras 4 e 6.

f. No diagrama a seguir desenhe as figuras do item pedido:



Fonte: elaborado para fins didáticos.

5. Observe o diagrama preenchido anteriormente e responda:

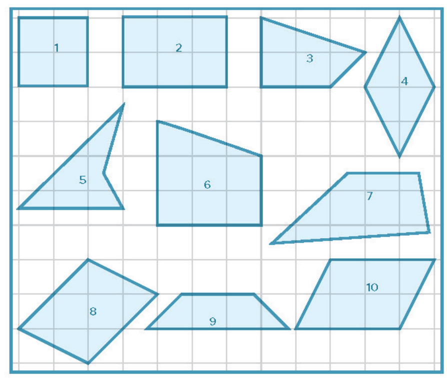
Todo quadrado é, também, um retângulo e um losango? Por quê?

Resposta: Sim, todo quadrado é um retângulo e um losango pois tem quatro ângulos internos retos e lados opostos com mesma medida mas, nem todo losango e retângulo é quadrado.

AULAS 7 E 8 – QUADRILÁTEROS: RECONHECIMENTOS DA INCLUSÃO E INTERSECÇÃO DE CLASSES

Objetivos das aulas:
- Nomear um quadrilátero em função das medidas de seus lados ou de seus ângulos;
- Reconhecer a inclusão e a intersecção de classes de quadriláteros por suas propriedades relativas a lados e a ângulos.

1. Observe os quadriláteros a seguir e preencha a tabela:



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Característica	Figura
Dois pares de lados paralelos	**1, 2, 4, 8 e 10**
Um par de lados paralelos	**6 e 9**
Sem lados paralelos	**3, 5, e 7**

Agora, faça a relação:

Um par de lados paralelos	Paralelogramo
Dois pares de lados paralelos	Trapézio

AULAS 7 E 8 – QUADRILÁTEROS: RECONHECIMENTOS DA INCLUSÃO E INTERSECÇÃO DE CLASSES

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize os estudantes sentados individualmente, com as carteiras dispostas em "U" ou, se possível, organize-os em duplas produtivas.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno de Atividades do Estudante.

INICIANDO

Inicie essa aula apresentando os objetivos de aprendizagem: **Nomear um quadrilátero em função das medidas de seus lados ou de seus ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes de quadriláteros por suas propriedades relativas a lados e a ângulos**. Retome, com os estudantes, o conceito de quadriláteros, incluindo os tipos de quadriláteros.

DESENVOLVENDO

Com o Caderno de Atividades do Estudante em mãos, comente com os estudantes, durante a aula, a respeito da classificação dos quadriláteros em relação aos seus lados. Oriente-os a estarem atentos às figuras de quatro lados com a mesma medida, e apresente alguns quadriláteros, na lousa, solicitando que destaquem as suas diferenças por meio de suas propriedades. Por exemplo, quadrado e losango, pois é comum confundir a representação do quadrado com a do losango dada a sua posição e que, nesse caso, a atenção deve ser aos ângulos internos e não à medida dos lados.

Na **Atividade 1**, espera-se que os estudantes distingam paralelogramos de trapézios. **Na Atividade 2**, eles devem perceber características dos quadriláteros notáveis, e nas **Atividades 3 e 4** deverão compreender os critérios de organização dos quadriláteros.

FINALIZANDO

Finalize essa Sequência de Atividades construindo, com toda a turma, uma breve

Analisando as figuras novamente, responda:

a. Quais são trapézios?

Resposta: Quadriláteros 6 e 9

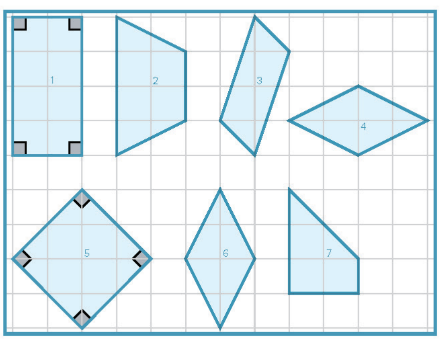
b. Quais são paralelogramos?

Resposta: Quadriláteros 1, 2, 4, 8 e 10

c. Podemos classificar os quadriláteros entre paralelogramos e trapézios?
( ) sim ( ) não ? Por quê?

Resposta: Sim, paralelogramo e trapézio são figuras geométricas que possuem 4 lados. Porém, os paralelogramos possuem lados paralelos dois a dois e os trapézios possuem dois lados paralelos, chamados de base maior e base menor.

2. Observe as figuras a seguir e preencha as tabelas:



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Característica	Quadrilátero
Dois pares de lados paralelos.	**1, 3, 4, 5 e 6**
Quatro ângulos retos	**1 e 5**
Quatro lados com a mesma medida	**4, 5 e 6**
Quatro lados com a mesma medida e os quatro ângulos retos	**5**
Apenas um par de lados paralelos	**2 e 7**

síntese, podendo ser oralmente. Quando os estudantes socializarem o que absorverem na aula, peça que registrem por escrito, na língua natural, por representação, por meio de figuras ou mapas mentais e compare-as com a síntese final. No final desse percurso de aprendizagem, espera-se que os estudantes saibam reconhecer a inclusão e intersecção de classes de quadriláteros. Caso observe a existência de estudantes que ainda não tenham se apropriado do que foi proposto nesse estudo ou que queiram se aprofundar nos objetos de conhecimento matemático desenvolvidos nessas aulas, sugerimos as plataformas digitais de estudos.

Classificação	Quadrilátero
Quadrados	5
Retângulos	1 e 5
Losangos	4, 5 e 6
Paralelogramo	1, 3, 4, 5 e 6
Trapézio	2 e 7

3. Agora, identifique as afirmações verdadeiras:

a. ( ) Todo trapézio é quadrilátero.

b. ( ) Todo retângulo é trapézio.

c. ( ) Todo quadrado é retângulo.

d. ( ) Todo losango é paralelogramo.

e. ( ) Todo quadrado é losango e retângulo.

Resposta: afirmações verdadeiras: a, c, d, e.

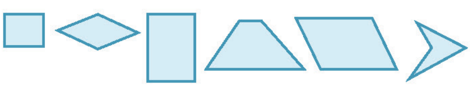
4. Organize as figuras no diagrama, a seguir, de acordo com as afirmações:

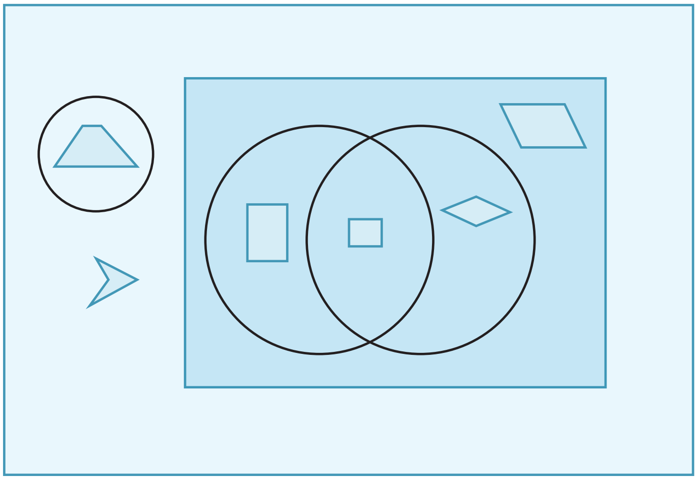
a. Quadrado é losango e retângulo;

b. Os quadriláteros são polígonos que possuem quatro lados;

c. Os principais quadriláteros são os trapézios e os paralelogramos, que se diferenciam pelo número de lados paralelos.

Resposta:





CONVERSANDO COM O PROFESSOR

É interessante que os estudantes compreendam visualmente que o quadrado é retângulo e losango, que o retângulo, o quadrado e o losango são paralelogramos.

7º ANO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4

OLÁ, PROFESSOR!

Esta Sequência de Atividades foi organizada por meio de intervenção pedagógica, com a possibilidade de aplicação hibrida, caso necessário. Espera-se que o estudante possa chegar ao final dela localizando pontos no plano cartesiano, determinando os pontos que representam os vértices de polígono, realizando transformações e representando o simétrico de polígonos.

A Sequência de Atividades deve ser desenvolvida tendo como visão o protagonismo do(a) estudante, fazendo parte da sua aprendizagem e favorecendo a interação, o compartilhamento de conhecimentos e a colaboração para que desenvolvam estas habilidades:

(EF07MA19) Localizar no plano cartesiano pontos (coordenadas) que representam os vértices de um polígono e realizar transformações desses polígonos, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro;

(EF07MA20) Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de iguras em relação aos eixos e à origem.

AULA	DURAÇÃO	TEMA DA AULA
01 e 02	90 min.	Polígonos no plano cartesiano
03 e 04	90 min.	Multiplicação dos vértices de um polígono por um número inteiro
05 e 06	90 min.	Simetria de polígono: reflexão e rotação
07 e 08	90 min.	Representações no plano cartesiano: simetria reflexiva e rotacional

ANOTAÇÕES

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4

AULAS 1 E 2 – POLÍGONOS NO PLANO CARTESIANO.

Objetivos das aulas:
- Representar pontos no plano cartesiano;
- Interpretar representações de um polígono por meio de seus vértices no plano cartesiano, usando suas coordenadas;
- Localizar vértices de um polígono em contextos concretos por meio de suas representações em um plano cartesiano.

1. Observe a seguinte afirmação:

O ponto A tem abscissa 4 e ordenada 7. O ponto A é o ponto de coordenadas (4, 7). Indicamos: A (4, 7).

Agora é com você! Reproduza as afirmações, completando os espaços:

a. O ponto B tem abscissa 3 e ordenada ___. O ponto B é o ponto de coordenadas (3, 8). Indicamos: B (___, 8).

Resposta: O ponto B tem **abscissa 3** e **ordenada 8.** O ponto B é o ponto de **coordenadas (3, 8).** Indicamos: **B (3, 8).**

b. O ponto C tem abscissa ___ e ordenada 6. O ponto C é o ponto de coordenadas (2, ___). Indicamos: C (2, 6).

Resposta: O ponto C tem **abscissa 2** e **ordenada** 6. O ponto C é o ponto de **coordenadas (2, 6).** Indicamos: **C (2, 6).**

c. O ponto D tem abscissa 0 e ordenada 1. O ponto D é o ponto de coordenadas (___, ___). Indicamos: D (___, ___).

Resposta: O ponto D tem **abscissa 0** e **ordenada 1.** O ponto D é o ponto de **coordenadas (0,1).** Indicamos: **D (0, 1).**

d. O ponto E tem abscissa ___ e ordenada 3. O ponto E é o ponto de coordenadas (___,___). Indicamos: E (0, 3).

Resposta: O ponto E tem **abscissa 0** e **ordenada 3.** O ponto E é o ponto de **coordenadas (0,3).** Indicamos: **E (0, 3).**

AULAS 1 E 2 – POLÍGONOS NO PLANO CARTESIANO

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize os estudantes sentados, individualmente, com as carteiras dispostas em "U" ou, se possível, organize-os em duplas produtivas.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno de Atividades do Estudante.

INICIANDO

Inicie uma conversa, com os estudantes, explicando quais são os objetivos das Aulas 1 e 2, ou seja, **associar os vértices de um polígono a pares ordenados.** Estão previstas quatro atividades que poderão ser divididas entre as duas aulas. Levante os conhecimentos prévios que os estudantes já têm em relação ao tema. Por exemplo, pergunte: "O que é um plano cartesiano?", "E coordenadas cartesianas?". Para elucidar a conversa, explique a construção do plano cartesiano, dizendo que o eixo horizontal (eixo das abscissas) e o eixo vertical (eixo das ordenadas) se cruzam perpendicularmente. Explore a ideia de par ordenado e como as coordenadas são utilizadas para indicar a localização de pontos no plano cartesiano e apresente as coordenadas de alguns pontos, na lousa, que irão representar um polígono, como exemplo. Os estudantes poderão utilizar um *software* de geometria para fazer as experimentações de construção de pontos.

DESENVOLVENDO

Com o Caderno de Atividades em mãos, sugerimos que, na Aula 1, os estudantes realizem as atividades envolvendo o conceito de plano cartesiano, localização e interpretação de coordenadas cartesianas. Atente-os a explorar a diferença entre os pares ordenados como (2, 0) e (0, 2), por exemplo, para que eles percebam que a ordem dos números das coordenadas indicadas deve ser considerada e que no cruzamento dos eixos horizontal e vertical fica a origem (0,0). Nas **Atividades 1 e 2,** espera-se que os estudantes percebam que a ordem no par ordenado é importante e faz com que os pontos sejam diferentes. Isso é importante para que, nas **Atividades 3 e 4** seguintes, possam localizar e construir os polígonos solicitados com segurança. Oriente-os sobre possíveis dúvidas, realize intervenções, reforçando que em um polígono construído em um plano cartesiano, seus vértices constituem as coordenadas cartesianas.

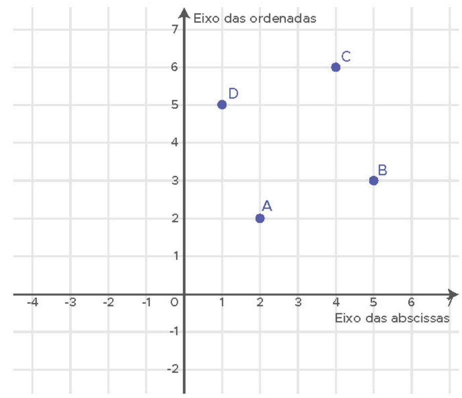
FINALIZANDO

Finalize as Aulas 1 e 2 construindo, com toda a turma, uma breve síntese sobre a construção de polígonos no plano cartesiano. Essa síntese pode ser oral, em que os estudantes podem socializar seu aprendizado, com registro por escrito, em língua natural, e pela representação de figuras no plano cartesiano, ou mapas mentais para que, ao final desta Sequência de Atividades, todos tenham acesso à evolução do aprendizado. Caso observe a existência de estudantes que ainda não tenham se apropriado do que foi proposto nessas aulas, discuta com a turma o que pode ter ocorrido e, se for o caso, proponha outras atividades com polígonos diferenciados. Caso queiram se aprofundar nos objetos de conhecimento discutidos, sugerimos as plataformas virtuais de estudo.

e. O ponto F é a origem do sistema cartesiano, portanto tem abscissa ___ e ordenada ___. O ponto F é o ponto de coordenadas (___,___). Indicamos: F (___,___).

Resposta: O ponto F é a origem do sistema cartesiano. portanto tem abscissa 0 e ordenada 0. Indicamos: F (0, 0).

2. Observe o sistema de coordenadas da figura e responda:



Fonte: elaborado para fins didáticos.

a. Qual é a abscissa do ponto A?

Resposta: A abscissa no ponto A é o número 2.

b. Qual é a ordenada do ponto B?

Resposta: A ordenada no ponto B é o número 3.

c. Quais as coordenadas do ponto C?

Resposta: O ponto C tem coordenadas de abscissa 4 e ordenada 6.

d. O ponto D é indicado por: D (___,___)

Resposta: O ponto D é indicado por D(1, 5).

e. Ligando os pontos A, B, C e D, formamos um polígono de ______lados.

Resposta: Formamos um polígono de 4 lados.

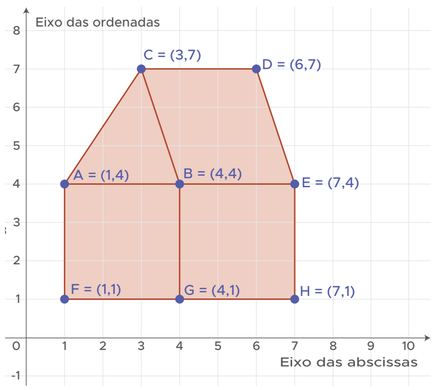
f. Quais os vértices deste polígono?

Resposta: A (2, 2), B(5, 3), C(4, 6) e D(1, 5).

3. No sistema de coordenadas a seguir, localize os pontos e desenhe os seguintes polígonos:

A(1,4), B(4,4), C(3,7), D(6,7), E(7,4), F(1,1), G(4,1) e H(7,1)

Polígono 1: ABC; Polígono 2: BCDE; Polígono 3: ABGF; Polígono 4: BEHG



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Agora, responda:

a. Quais polígonos são quadriláteros?

Resposta: polígonos 2, 3 e 4.

b. Qual(is) polígono(s) é(são) retângulo(s)?

Resposta: polígonos 3 e 4.

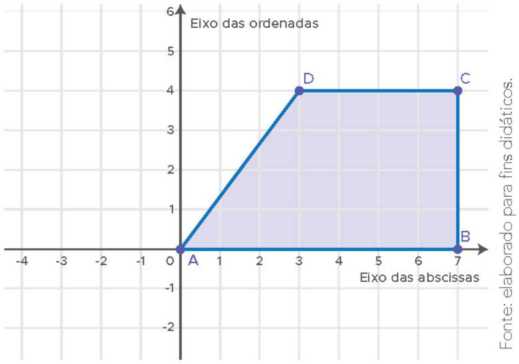
c. Qual(is) polígono(s) é(são) quadrado(s)?

Resposta: polígonos 3 e 4.

d. Qual(is) polígono(s) é(são) paralelogramo(s)?

Resposta: polígonos 2, 3 e 4.

4. Observe o trapézio desenhado no plano cartesiano a seguir e responda:



a. Quantos vértices tem a figura?

Resposta: 4 vértices.

b. Quantos lados?

Resposta: 4 lados.

c. O ponto A é a origem do plano cartesiano?

Resposta: Sim (0, 0).

d. Quais as coordenadas do ponto B?

Resposta: B(7,0)

e. Qual a abscissa e ordenada do ponto D?

Resposta: Abscissa 3 e ordenada 4. D(3,4).

f. Se deslocarmos a ordenada do ponto C duas unidades para baixo e que para ser um trapézio é necessário que o quadrilátero tenha dois lados paralelos entre si, a figura ainda será um trapézio?

Resposta: Não, pois o segmento $\overline{AB}$ não será mais paralelo ao segmento $\overline{CD}$.

AULAS 3 E 4 – MULTIPLICAÇÃO DOS VÉRTICES DE UM POLÍGONO POR UM NÚMERO INTEIRO

Objetivo das aulas:
- Dilatar um polígono, multiplicando as coordenadas de seus vértices por um número inteiro.

AULAS 3 E 4 – MULTIPLICAÇÃO DOS VÉRTICES DE UM POLÍGONO POR UM NÚMERO INTEIRO

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize os estudantes sentados(as), individualmente, com as carteiras dispostas em "U" ou, se possível, organize-os(as) em duplas produtivas.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno de Atividades do Estudante.

INICIANDO

Inicie uma conversa, explicando, para os estudantes, que darão continuidade aos estudos em relação à representação de polígonos no plano cartesiano e que o objetivo dessas duas aulas é verificar os polígonos representados no plano cartesiano, por meio da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro. Discuta sobre a importância de se ter contato com esse tema para que possam realizar o estudo das simetrias. Estão previstas cinco atividades que poderão ser divididas entre as duas aulas. Faça uma pequena revisão de como marcar os vértices de um polígono num plano cartesiano para formar um polígono, tema da aula anterior. Os estudantes poderão utilizar um *software* de geometria para fazer as experimentações de construção dos polígonos.

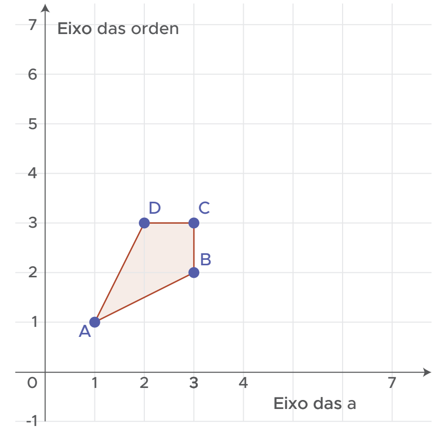
DESENVOLVENDO

Com o Caderno de Atividades em mãos, peça para a turma ler, analisar e resolver as atividades referentes às Aulas 3 e 4 e que tenham atenção na ordem da localização de pontos no plano cartesiano, ou seja, primeiro localizar o eixo das abscissas (horizontal) e, em seguida, o eixo das ordenadas (vertical). Faça perguntas como: "O que acontece se multiplicarmos as coordenadas do vértice de um polígono pelo número inteiro?", "O que acontecerá com a figura?". Nas **Atividades 1, 2 e 3**, os estudantes devem construir um polígono, e sua dilatação, usando as coordenadas cartesianas. É importante que eles, primeiro, façam as multiplicações das coordenadas cartesianas por um número inteiro e depois façam a construção no plano cartesiano, assim, poderão verificar, visualmente, a diferença de tamanho entre as figuras, sem perder a sua forma. Nas **Atividades 4 e 5**, eles poderão fazer os cálculos mentalmente, mas, se não for possível, peça para que eles realizem os cálculos reproduzindo ou adaptando a tabela da **Atividade 2.** Circule pela sala, observando as estratégias que os estudantes utilizam para fazer as mudanças que podem ocorrer, com um polígono, quando multiplicamos as coordenadas de seus vértices por um número inteiro.

FINALIZANDO

Finalize, as Aulas 3 e 4, construindo, com toda a turma, uma breve síntese sobre a ampliação de um polígono, multiplicando seus vértices por um número inteiro. Os(As) estudantes podem socializar seu aprendizado por meio de registros escritos e pela representação de figuras no plano cartesiano; ou ainda por mapas mentais para que, ao final desta Sequência de Atividades, todos tenham acesso à evolução do aprendizado.

1. Marque os quatro pontos (vértices de um quadrilátero) no plano cartesiano a seguir e ligue-os formando o polígono 1: A(1,1). B(3,2), C(3,3) e D(2,3).



Fonte: elaborado para fins didáticos.

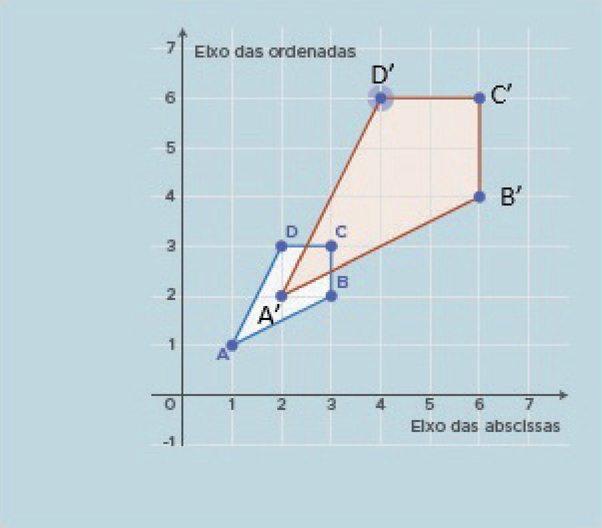
2. Agora, complete a tabela, multiplicando a abscissa e a ordenada dos pontos do polígono 1, representado no plano cartesiano da Atividade 1, para obter os vértices do polígono 2:

Vértice	Abscissa	Multiplicar abscissa por 2	Ordenada	Multiplicar a ordenada por 2	Coordenadas do polígono 2
A	1	2	1	2	(2,2)
B	3	6	2	4	(6,4)
C	3	6	3	6	(6,6)
D	2	4	3	6	(4,6)

3. No plano cartesiano da Atividade 1, marque os quatro pontos obtidos após as multiplicações e ligue-os, formando o polígono 2.

Caso observe a existência de estudantes que ainda não tenham se apropriado do que foi proposto nessas aulas, discuta, com a turma, o que pode ter ocorrido e, se for o caso, proponha outras atividades que envolvam multiplicação dos vértices de um polígono por um número inteiro. Caso queiram se aprofundar nos objetos de conhecimento discutidos, sugerimos as plataformas virtuais de estudo.

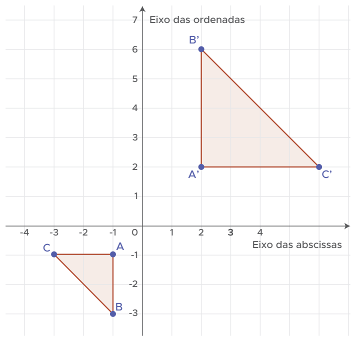
ATIVIDADE 3 - SOLUÇÃO



ANOTAÇÕES

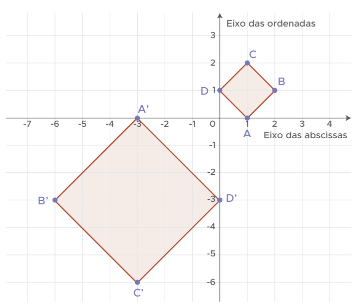
4. Os vértices de um triângulo são formados pelos pontos A(-1,-1), B(-1,-3) e C(-3,-1). Multiplique-os pelo número inteiro -2, marque os pontos no plano cartesiano a seguir e ligue-os, formando um novo triângulo.

Resposta: A′(2,2); B′(2,6) e C′(6,2)



Fonte: elaborado para fins didáticos.

5. Observe o quadrilátero ABCD representado no plano cartesiano a seguir. Encontre os pontos B′ e C′ do quadrilátero A′B′C′D′ formado pela multiplicação dos vértices do quadrilátero ABDC por um número inteiro.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Resposta: O ponto A′ foi obtido pela multiplicação das coordenadas do ponto A pelo número inteiro –3, obtendo, assim, A′(–3,0). A mesma operação foi aplicada ao ponto D, obtendo o ponto D′(0, –3). Aplicando a multiplicação do número inteiro –3 nos demais pontos B(2, 1) e C(1, 2), temos B′(–6, –3) e C′(–3, –6).

AULAS 5 E 6 – SIMETRIA DE POLÍGONO: REFLEXÃO E ROTAÇÃO

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize os(as) estudantes sentados(as), individualmente, com as carteiras dispostas em "U" ou, se possível, organize-os(as) em duplas produtivas.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno de Atividades do Estudante.

INICIANDO

Inicie essa aula apresentando os seus objetivos: **compreender o conceito de figuras simétricas por reflexão e rotação e localizar e representar, na malha quadriculada, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem**. Faça questões como: "Vocês reconhecem simetria em figuras em nosso cotidiano?". Espera-se que respondam que a posição de fotos tiradas em celulares pode ser refletida e rotacionada. Estão previstas cinco atividades que exploram a noção de simetria, o reconhecimento de figuras simétricas e a identificação de seus eixos de simetria e os tipos de isometrias estudados: a reflexão numa reta e a rotação na malha quadriculada como recurso na percepção das características de reflexão de imagens. Uma imagem contextualizada ou um texto relacionado ao tema podem ser uma importante introdução para discussão inicial, com questões que permitam a troca de conhecimentos trabalhados anteriormente sobre polígonos representados no plano cartesiano, necessários para o desenvolvimento das aulas. Os estudantes poderão utilizar um *software* de geometria para fazer as experimentações de construção de figuras simétricas.

DESENVOLVENDO

Com o Caderno de Atividades em mãos, peça para a turma começar observando as figuras planas nas **Atividades 1 e 2**. Peça para que tracem eixos de simetria. Eles devem refletir figuras em relação aos eixos vertical e horizontal.

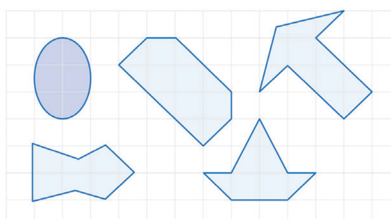
160| MATEMÁTICA

AULAS 5 E 6 – SIMETRIA DE POLÍGONO: REFLEXÃO E ROTAÇÃO.

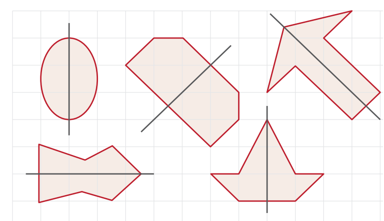
Objetivos das aulas:
- Compreender o conceito de figuras simétricas por reflexão e rotação;
- Localizar e representar, na malha quadriculada, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.

Você pode verificar se uma figura plana apresenta simetria quando traçando uma linha reta, que divide a figura em duas partes, e dobrando a figura nessa linha, a imagem fica exatamente sobreposta. Assim, a figura apresenta simetria e a linha é um eixo de simetria da figura.

1. Figuras planas apresentam simetria quando traçamos uma linha reta, dividindo-as em duas partes, de modo que, dobrando a figura nessa linha, as duas partes se sobreponham e coincidam. Sendo assim, dadas as figuras a seguir, trace os seus eixos de simetria:

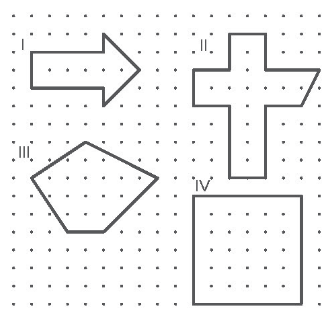


Fonte: elaborado para fins didáticos.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

2. (AAP/SP,2018) Das figuras abaixo, duas representam simetria:



Essas figuras são:

(A) I e II

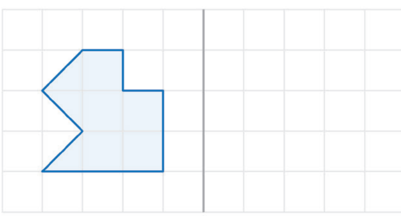
(B) I e IV

(C) II e III

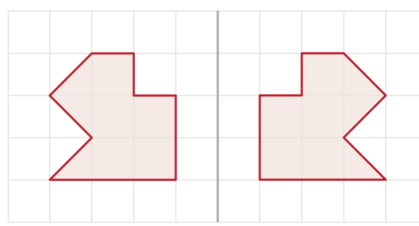
(D) II e IV

Resposta: (B) I e IV

3. Obtenha a figura simétrica da linha de simetria vertical:

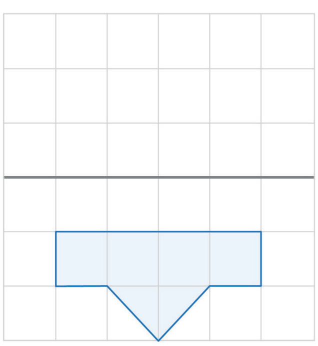


Fonte: elaborado para fins didáticos.

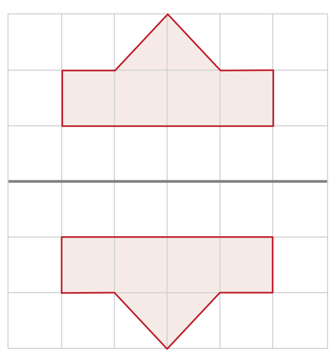


Fonte: elaborado para fins didáticos.

4. Obtenha a figura simétrica da linha de simetria horizontal:



Fonte: elaborado para fins didáticos.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Verifique se os estudantes estão contando os quadradinhos para obterem os vértices da simetria da figura dada e, antes de aplicar as **Atividade 5 e 6**, explique que a rotação consiste em girar a figura em torno de um ponto central. Saliente a importância entre refletir e rotacionar para o estudo da simetria de polígonos. A **Atividade 2** foi retirada de uma avaliação oficial, em que é esperado que o estudante reconheça figuras que representam simetria.

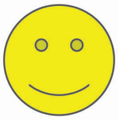
FINALIZANDO

Finalize as Aulas 5 e 6 construindo, com toda a turma, uma breve síntese sobre processo de reconhecimento e construção de simetria por reflexão e rotação. Essa síntese pode ser oral, em que os estudantes podem socializar seu aprendizado, com registro por escrito e pela representação de figuras em malhas quadriculadas, ou mapas mentais. Caso observe a existência de estudantes que ainda não tenham se apropriado do que foi proposto nessas aulas, discuta, com a turma, o que pode ter ocorrido e, se for o o caso, proponha outras atividades com desenhos mais simples para que os os estudantes compreendam o que devem fazer e, então, aplique novamente a atividade.

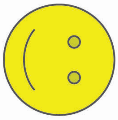
CONVERSANDO COM O PROFESSOR

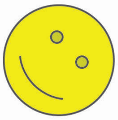
Professor: A **atividade 1** pode ser reproduzida em papel quadriculado, onde os estudantes podem traçar os eixos de simetria, dobrar a figura nessa linha e, assim, verificar a simetria da figura.

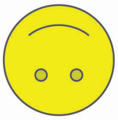
5. (AAP/SP, 2015) Observe a figura:

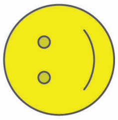


Se ela sofrer um giro de 90°, no sentido horário, sua imagem será:

A) 

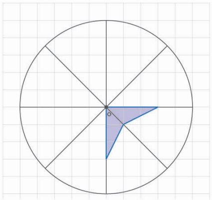
B) 

C) 

D) 

Resposta: A.

6. Observe a figura a seguir:



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Qual figura sofreu uma rotação de 180°, em torno do centro (ponto O), no sentido anti-horário?

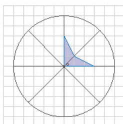


FIGURA 1

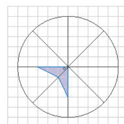


FIGURA 2

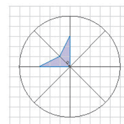


FIGURA 3

Fonte: elaborado para fins didáticos.

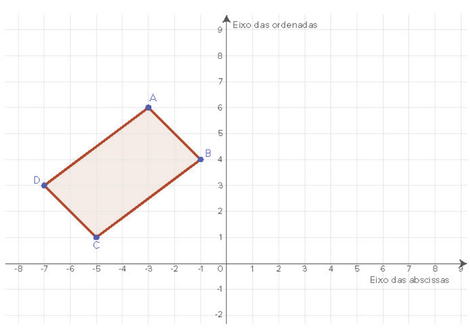
Resposta: FIGURA 3.

AULAS 7 E 8 – REPRESENTAÇÕES NO PLANO CARTESIANO: SIMETRIA REFLEXIVA E ROTACIONAL

Objetivos das aulas:

- Representar, no plano cartesiano, a imagem simétrica de uma figura pela reflexão em relação aos eixos verticais ou horizontais;
- Representar, no plano cartesiano, a imagem simétrica de uma figura pela rotação em torno da origem do plano cartesiano.

1. Observe o retângulo ABCD representado no plano cartesiano a seguir:



Fonte: elaborado para fins didáticos.

AULAS 7 E 8 – REPRESENTAÇÕES NO PLANO CARTESIANO: SIMETRIA REFLEXIVA E ROTACIONAL

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize os estudantes sentados, individualmente, com com as carteiras dispostas em "U" ou, se possível, organize-os(as) em duplas produtivas.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno de Atividades do Estudante.

INICIANDO

Inicie essa aula apresentando os seus objetivos: **Representar, no plano cartesiano, a imagem simétrica de uma figura pela reflexão em relação aos eixos verticais ou horizontais e pela rotação em torno da origem**. Lembre-os que, nessas duas aulas, eles devem aplicar os mesmos conceitos das Aulas 5 e 6, mas, agora, trabalharão no plano cartesiano que foi introduzido nas Aulas 1 e 2. Se for necessário, faça uma releitura dessas aulas. Uma imagem contextualizada ou um texto relacionado ao tema podem ser uma importante introdução para discussão inicial, com questões que permitam a troca de conhecimentos, trabalhados anteriormente, sobre figuras que representam simetria representadas no plano cartesiano.

Estão previstas duas atividades que exploram a noção de simetria, o reconhecimento de figuras simétricas e a identificação de seus eixos de simetria e os tipos de isometrias estudados: a reflexão numa reta e a rotação no plano cartesiano. Poderá ser utilizado um *software* de geometria para fazer as experimentações de construção de figuras simétricas.

DESENVOLVENDO

Com o Caderno de Atividades em mãos, saliente a importância de diferenciar reflexão e rotação para o estudo da simetria de polígonos. Nas **Atividades 1 e 2**, eles deverão, primeiro, determinar os pontos simétricos e depois localizar no plano cartesiano. Verifique se os estudantes estão marcando os pontos simétricos corretamente, contando os quadradinhos para obter os vértices da simetria da figura dada.

FINALIZANDO

Finalize, as Aulas 7 e 8, construindo, com toda a turma, uma breve síntese sobre os tipos de simetria: reflexão e rotação no plano cartesiano. Os(As) estudantes podem socializar seu aprendizado por meio de registros escritos em língua natural e pela representação de figuras no plano cartesiano; ou ainda por mapas mentais para que, ao final desta Sequência de Atividades, todos tenham acesso à evolução do aprendizado. Caso observe a existência de estudantes que ainda não tenham se apropriado do que foi proposto nessas aulas, discuta, com a turma, o que pode ter ocorrido e, se for o caso, proponha outras atividades que envolvam figuras diferentes das apresentadas nessas aulas. Caso queiram se aprofundar nos objetos de conhecimento discutidos, sugerimos as plataformas de estudo virtuais.

Agora, responda:

a. Quais as coordenadas cartesianas do retângulo ABCD?

Resposta: A (–3, 6), B (–1, 4), C (–5, 1) e D (–7, 3).

b. Determine o ponto A', simétrico à A, em relação ao eixo vertical.

Resposta: A' (3, 6).

c. Determine o ponto B', simétrico à B, em relação ao eixo vertical.

Resposta: B' (1, 4).

d. Determine o ponto C', simétrico à C, em relação ao eixo vertical.

Resposta: C' (5, 1) .

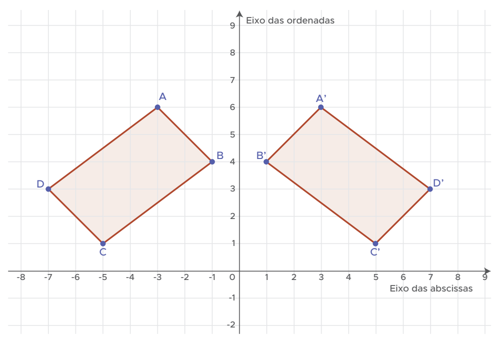
e. Determine o ponto D', simétrico à D, em relação ao eixo vertical.

Resposta: D' (7, 3).

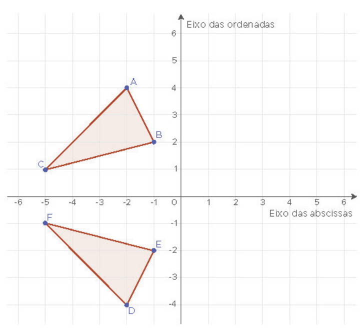
f. Localize os pontos A', B', C' e D' no plano cartesiano dado.

g. Ligue os pontos encontrados no item anterior (f) e construa a figura simétrica em relação ao eixo vertical do retângulo

Resposta:
f) A' (3,6); B' (1,4); C' (5,1) e D' (7,3)



2. Observe o triângulo EDF simétrico ao triângulo ABC, em relação ao eixo horizontal, representados no plano cartesiano a seguir:



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Reproduza as frases, completando os espaços:

a. O ponto D de coordenadas (____,____) é simétrico ao ponto _____de coordenadas (___,___), em relação ao eixo horizontal.

Resposta: O ponto D de coordenadas (-2,-4), é simétrico ao ponto A de coordenadas (-2,4) em relação ao eixo horizontal.

b. O ponto ____ de coordenadas (-1,-2) é simétrico ao ponto B de coordenadas (___,___), em relação ao eixo horizontal.

Resposta: O ponto E de coordenadas (-1,-2), é simétrico ao ponto B de coordenadas (-1,2) em relação ao eixo horizontal.

c. O ponto ___ de coordenadas (___,1) é simétrico ao ponto F de coordenadas (___,-1) em relação ao eixo horizontal.

Resposta: O ponto C de coordenadas (-5,1), é simétrico ao ponto F de coordenadas (-5,-1) em relação ao eixo horizontal.

8º ANO

3º Bimestre

OLÁ, PROFESSOR(A)

Sugerimos que, após a aplicação desta Sequência de Atividades, você trabalhe também com o material São Paulo Faz Escola, atualmente denominado Currículo em Ação. As habilidades trabalhadas nesta Sequência do Aprender Sempre podem ser aprofundadas nas atividades propostas nos diversos volumes dos anos/séries listados no quadro abaixo.

8º ano do Ensino Fundamental - Matemática			
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES	**OBJETO DE CONHECIMENTO**	**HABILIDADES ESSENCIAIS**	**ARTICULAÇÃO DE MATERIAIS**
1	Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado. Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros.	(**EF06MA29**) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área. (**EF07MA32**) Resolver e elaborar situações-problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.	**Algumas atividades dessa habilidade encontram-se no Caderno do 6º ano** V.3, Situação de Aprendizagem 6 ATIVIDADE 1 – PLANTA BAIXA – ÁREA E PERÍMETRO ATIVIDADE 2 – PERÍMETROS E ÁREAS DE QUADRADOS **Algumas atividades dessa habilidade encontram-se no Caderno do 7º ano** V.4, Situação de Aprendizagem 4 ATIVIDADE 1 – MEDIDAS DAS ÁREAS DO RETÂNGULO E DO QUADRADO ATIVIDADE 2 – CÁLCULO DE ÁREAS EM DIFERENTES SITUAÇÕES
2	Situações-problema sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume. Cálculo de volume de blocos retangulares, utilizando unidades de medida convencionais mais usuais.	(**EF06MA24**) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento. (**EF07MA30**) Resolver e elaborar situações-problemas de cálculo de medida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico).	**Algumas atividades dessa habilidade encontram-se no Caderno do 6º ano** V.1, Situação de Aprendizagem 6 ATIVIDADE 1 – COMO O TEMPO PASSA ATIVIDADE 2 – TEMPERATURA NO DIA-A-DIA ATIVIDADE 3 – ÁREA E VOLUME **Algumas atividades dessa habilidade encontram-se no Caderno do 7º ano** V.3, Situação de Aprendizagem 7 ATIVIDADE 1 – CALCULAR VOLUME ATIVIDADE 2 – BLOCOS RETANGULARES, ONDE ESTÃO PRESENTES? ATIVIDADE 3 – BLOCOS RETANGULARES E APLICAÇÕES PRÁTICAS

3	Coleta de dados, organização e registro. Construção de diferentes tipos de gráficos para representá-los e interpretação das informações. Estatística: média e amplitude de um conjunto de dados.	**(EF06MA33)** Planejar e coletar dados de pesquisa referente a práticas sociais escolhidas pelos estudantes e fazer uso de planilhas eletrônicas para registro, representação e interpretação das informações, em tabelas, vários tipos de gráficos e texto. **(EF07MA35)** Compreender, em contextos significativos, o significado de média estatística como indicador da tendência de uma pesquisa, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados.	**Algumas atividades dessa habilidade encontram-se no Caderno do 6º ano** V.4, Situação de Aprendizagem 7 ATIVIDADE 1 – GRÁFICOS E TABELAS ATIVIDADE 2 – INTERPRETAÇÃO DE GRÁFICOS DIVULGADOS PELA MÍDIA ATIVIDADE 3 – A PESQUISA **Algumas atividades dessa habilidade encontram-se no Caderno do 7º ano** V.4, Situação de Aprendizagem 6 ATIVIDADE 1 – CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS DE SETORES ATIVIDADE 2 – SITUAÇÕES-PROBLEMA: GRÁFICOS DE SETORES ATIVIDADE 3 – LEITURA E INTERPRETAÇÃO DE GRÁFICOS
4	Sequências recursivas e não recursivas.	(EF08MA10) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes. (EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.	**Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 8º ano** V.2, Situação de Aprendizagem 3 ATIVIDADE 1 – AMPLIANDO O CONHECIMENTO SOBRE SEQUÊNCIAS ATIVIDADE 2 – CONHECENDO AS SEQUÊNCIAS

8º ANO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

OLÁ, PROFESSOR!

Nesta Sequência de Atividades, falamos diretamente com você, que está aí na sala de aula, no convívio direto com os estudantes. Estes terão oportunidade de se envolver com atividades que possibilitam a retomada de conceitos, propriedades e procedimentos essenciais ao desenvolvimento de seus conhecimentos e capacidades em Matemática.

A Sequência de Atividades deve ser desenvolvida considerando o protagonismo do(a) estudante, favorecendo a interação, o compartilhamento de conhecimentos e a colaboração para que os estudantes desenvolvam as habilidades:

(EF06MA29) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área;

(EF07MA32) Resolver e elaborar situações-problema de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.

Além disso, as socializações das atividades, por parte dos estudantes, são percebidas como oportunidades de serem desenvolvidas habilidades e competências que dizem respeito à cooperação, à empatia, à argumentação, à comunicação, entre outras.

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1 e 2 / 90 min	**Como calcular a área e o perímetro do quadrado?**
3 e 4 / 90 min	**Perímetro e lado do quadrado: qual a relação entre eles?**
5 e 6 / 90 min	**Formando novas figuras planas com um quadrado**
7 e 8 / 90 min	**Quadriláteros e triângulos: uma relação interessante**

Professor, a sua atuação é muito importante em cada uma das situações propostas aqui. Este caderno deverá servir como uma ferramenta que o auxiliará no processo de ensino, sendo necessário, portanto, que você considere, em seu planejamento, outras possibilidades de discussão e recursos.

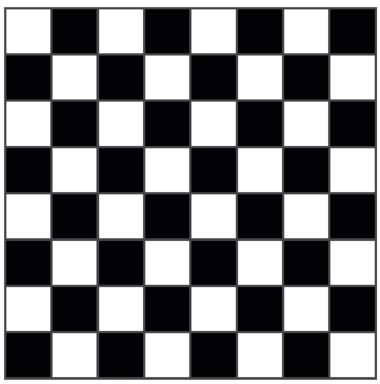
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

AULAS 1 E 2 – COMO CALCULAR A ÁREA E O PERÍMETRO DO QUADRADO

Objetivos das aulas:
- Calcular a área e o perímetro de um quadrado;
- Verificar as alterações que ocorrem com o perímetro e a área do quadrado, a partir de mudanças nas medidas dos lados.

Você já parou um instante para observar o mundo à sua volta? Estamos rodeados por objetos com formatos geométricos semelhantes aos que estudamos nas aulas de Matemática. As atividades a seguir abordarão uma figura plana bem peculiar: o quadrado.

1. Carla construiu um tabuleiro de xadrez para jogar com seus amigos. Para isso, ela usou uma peça de madeira e desenhou, nela, 64 quadrados, como mostra a figura a seguir:



Fonte: elaborado para fins didáticos

Ela construiu cada quadrado (casa do tabuleiro) com 3,5 cm de lado. Desse modo, responda:

a. O tabuleiro completo é um quadrado? Justifique sua resposta.

Espera-se que os estudantes identifiquem que o tabuleiro completo é um quadrado. As justificativas podem girar em torno do fato de que as duas dimensões possuem oito quadrados cujos lados possuem a mesma medida e os ângulos internos possuem medida igual a 90°, ou que ao medir o tamanho total dos lados do tabuleiro, encontra-se o mesmo valor, ou seja, 28 cm.

AULAS 1 E 2 – COMO CALCULAR A ÁREA E O PERÍMETRO DO QUADRADO?

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize as carteiras em formato de "U" ou em círculo.

MATERIAIS NECESSÁRIOS:

Caderno do Estudante, uma régua ou esquadro para cada estudante; um compasso para cada estudante; lápis grafite e borracha.

INICIANDO

Professor, nas Aulas 1 e 2 desta Sequência de Atividades, inicia-se o estudo do cálculo da área e do perímetro de um quadrado. Para isso, inicialmente, propomos que uma conversa seja desenvolvida, com os estudantes, com perguntas a exemplo de "O que é um quadrado?", "Como reconhecê-lo?" e "Quais objetos à nossa volta possuem forma quadrada?" com o objetivo de relembrá-los sobre as características dessa figura geométrica. Essa discussão prévia pode ser interessante para que os estudantes consigam, durante a execução das atividades, calcular a área e o perímetro de um quadrado e observar a relação que essas duas medidas possuem com a medida do lado de um quadrado. Sugerimos que o **Caderno do Estudante** impresso seja entregue aos estudantes e uma leitura coletiva da **Atividade 1** seja realizada. Um tempo maior pode ser destinado à reflexão dessa atividade para que os estudantes desenvolvam autonomia nas atividades subsequentes.

DESENVOLVENDO

Durante a discussão da **Atividade 1**, incentive os estudantes a expressarem o que eles relembram sobre as características de um quadrado. Enfatize o fato de que essa figura geométrica é um quadrilátero cujos lados e ângulos possuem medidas iguais. A **Atividade 1** também engloba o fato de que a união de diversos quadrados pode compor um novo quadrado. Nessa atividade, os estudantes devem verificar que para calcular a área do tabuleiro de xadrez, cujo formato é um quadrado, basta somar a área de todos os quadradinhos usados na sua construção. Na **Atividade 2,** questione os estudantes sobre que conceito está associado ao cálculo de quantidade de arame que será utilizada na construção. Saliente que o perímetro é muito usado em situações de construções, contorno de terrenos etc. Após realizarem as atividades, propomos que alguns estudantes sejam convidados a expor como pensaram. A **Atividade 3** envolve a discussão sobre o que ocorre com a área e o perímetro de um quadrado ao aumentar o tamanho do seu lado. Convide alguns estudantes a socializarem suas conclusões e observar que tanto a área quanto o perímetro, também, aumentam conforme o lado do quadrado aumenta. Uma atenção especial deve ser dada à **Atividade 4**, em que eles precisarão construir um quadrado com o dobro da medida do lado do quadrado inicial da atividade. Sugerimos que você, professor, mostre aos estudantes como utilizar a régua, esquadro e compasso e destaque a importância de que a figura construída deve possuir mesmo tamanho e ângulos internos retos, ou seja, deve ser um quadrado. No item D, especificamente, os estudantes devem construir um quadrado com o tamanho de lado à escolha deles e, em seguida, devem construir outro com o tamanho do lado três vezes maior. Esteja atento para que as medidas dos quadrados construídos atendam a essas condições. Propomos que, após a realização dessa atividade, os estudantes compartilhem os quadrados que construíram e quais conclusões obtiveram sobre o que ocorreu com a área ao triplicar a medida do lado. Pode ser interessante que um estudante calcule a área dos quadrados construídos por outro colega e verifique que, independentemente do tamanho do lado escolhido, a área aumenta nove vezes.

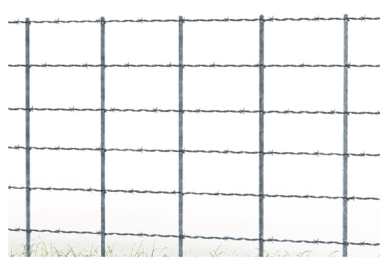
b. Qual a área total de todas as casas pretas do tabuleiro? E o perímetro? Explicite seu raciocínio.

A área de uma casa preta do tabuleiro é igual a 3,5 · 3,5 = 12,25 cm². A partir da imagem, é possível observar que cada linha do tabuleiro possui 4 casas pretas e que o total de linhas é 8. Desse modo, o total de casas pretas é 4 · 8 = 32. Portanto, a área total das casas pretas é 12,25 · 32 = 392 cm². O perímetro, por sua vez, de uma casa preta é dado pela soma das medidas do seu contorno, ou seja, 3,5 + 3,5 + 3,5 + 3,5 = 14 cm. Logo, o perímetro total de todas as casas pretas é igual a 32 · 14 = 448 cm.

c. Qual a área total do tabuleiro completo? E o perímetro? Explicite seu raciocínio.

Os estudantes podem perceber que, para obter a área total do tabuleiro, basta dobrar o valor da área calculada no item "b", uma vez que a quantidade de casas pretas é a metade da quantidade total de casas do tabuleiro. Desse modo, tem-se: 392 · 2 = 784 cm². Também é possível calcular a área total obtendo um dos lados do tabuleiro, multiplicando a medida do lado de uma casa pela quantidade total de casas da linha, ou seja, 3,5 · 8 = 28 cm. Logo, a área total é 28 · 28 = 784 cm². O perímetro, por sua vez, é dado pela soma dos quatro lados, ou seja, 28 · 4 = 112 cm .

2. Luís comprou um terreno no formato de um quadrado com lado igual a 17 m e deseja cercá-lo. Para isso, ele usará estacas e seis fileiras de arame conforme o esquema a seguir:



Fonte: Pixabay

Quantos metros de fio de arame serão necessários para Luís contornar o terreno completo? Explicite o seu raciocínio.

Para obter a quantidade de arame que Luís precisará para contornar o terreno completo, os estudantes devem calcular o perímetro e, em seguida, multiplicar por seis, posto que são seis fileiras de arame. Desse modo, tem-se:

$$P_{terreno} = 4 \cdot 17 = 68\,m$$

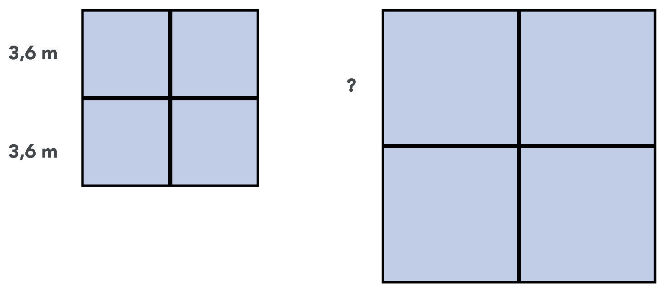
$$6 \cdot 68 = 408\,m$$

Logo, Luís precisará de 408 m de arame.

FINALIZANDO

Ao término das atividades, retome, com os estudantes, o que eles aprenderam nas aulas. Questione-os sobre como calcular a área e o perímetro de um quadrado. Caso ainda haja algum questionamento sobre esses aspectos, pode ser útil a realização de

3. A prefeitura de uma cidade iniciou uma obra no canteiro central em uma das avenidas do município. Inicialmente, no projeto, seria necessária a construção de placas de cimento quadradas, com lado igual a 3,6 m, justapostas de quatro em quatro. No entanto, ao executar a obra, um ajuste no tamanho do lado das placas quadradas foi necessário para cobrir o canteiro todo, conforme a figura a seguir:



Fonte: elaborado para fins didáticos

A respeito dessa situação, responda:

a. Qual a área de uma placa antes do ajuste? E o perímetro?

A área de uma placa antes do ajuste é igual a 3,6 · 3,6 = 12,96 m². E o perímetro é igual a 4 · 3,6 = 14,4 m.

b. Ao juntar quatro placas ajustadas, a área é igual a 81 m². Desse modo, qual a medida do novo lado de uma placa apenas? Justifique sua resposta.

Os estudantes podem observar que, se a área de quatro placas é igual a 81 m², logo, o lado total é igual a $\sqrt{81} = 9\ \text{m}$. Desse modo, observa-se, na figura, que o lado total é composto por dois lados de uma placa, então, o novo lado é 9 ÷ 2 = 4,5 m. Outra justificativa consiste em dividir a área total por 4 e obter a área de uma placa: 81 ÷ 4 = 20,25 m². E para calcular o lado, basta calcular a raiz quadrada da área: $\sqrt{20{,}25} = 4{,}5\ \text{m}$.

c. Qual a área e o perímetro de uma placa após o ajuste? O que aconteceu com a área e o perímetro da placa ao aumentar o lado?

A área de uma placa após o ajuste é 4,5 · 4,5 = 20,25 m² e o perímetro é 4,5 + 4,5 + 4,5 + 4,5 = 18 m. A área e o perímetro da placa aumentaram ao aumentar o lado.

mais alguns exemplos na lousa, dialogando com a turma sobre como obter os valores dessas medidas em um quadrado.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Nas atividades em que os estudantes construirão quadrados e/ou retângulos, oriente-os sobre o uso da régua, compasso e esquadro. Para construir um quadrado, siga estes passos:

1) Crie um segmento de reta AB, que será o lado de seu quadrado.
2) Trace duas retas perpendiculares, uma no ponto A e outra no ponto B, ambas em relação ao segmento AB.
3) Com a ponta seca do compasso em A e a outra ponta em B, trace uma circunferência, marcando como C o ponto de intersecção entre o arco e a reta perpendicular que passa por A.
4) Com a ponta seca do compasso em B e a outra ponta em A, trace uma circunferência, marcando como D o ponto de intersecção entre o arco e a reta perpendicular que passa por B.
5) Ligue os pontos ABDC de forma que formem um quadrado.

Para traçar as retas perpendiculares descritas no passo 2, tenha a seguinte instrução:

1- Com a ponta seca do compasso na extremidade em que se deseja traçar a perpendicular, trace um arco interceptando o segmento de reta num ponto C.
2- Com o mesmo raio e com a ponta seca em C, descreva um segundo arco interceptando no ponto D.
3- Com mesmo raio, com ponta seca em D, descreva um terceiro arco interceptando o primeiro arco construído em E.
4- Ainda com mesmo raio, com a ponta seca em D e

em E, trace dois arcos interceptando-se em F.
5- A reta que passa pelos pontos B e F é a perpendicular desejada.

4. Observe o seguinte quadrado com lado 3 cm:

Fonte: elaborado para fins didáticos

a. Quanto mede a sua área?

A área do quadrado é $3 \cdot 3 = 9$ cm².

b. Construa no espaço a seguir, com auxílio de régua e compasso (ou esquadro), um quadrado com o dobro da medida do lado do quadrado inicial.

c. Quanto mede a área do menor quadrado? Após dobrar o tamanho do lado do quadrado, o que aconteceu com a área dele?

Ao dobrar as dimensões do quadrado de 3 cm para 6 cm, a área quadruplicou de 9 cm² para 36 cm²: $4 \cdot 9 = 36$ cm².

d. Construa um novo quadrado com o lado à sua escolha e calcule a sua área. Em seguida, triplique o tamanho do seu lado e calcule a nova área. Houve relação entre as áreas? Qual?

O quadrado construído será com lado à escolha dos estudantes. Ele deve possuir lados com medidas iguais e para calcular a área, basta multiplicar as medidas dos lados. Ao triplicar a medida do lado, os estudantes devem observar que a área aumenta nove vezes.

AULAS 3 E 4 – PERÍMETRO E LADO DO QUADRADO: QUAL A RELAÇÃO ENTRE ELES?

Objetivos das aulas:
- Analisar a proporcionalidade entre o perímetro e o lado do quadrado;
- Resolver situações-problema envolvendo o perímetro e o lado do quadrado;
- Averiguar que o perímetro de um quadrado é sempre quatro vezes o tamanho do seu lado;
- Calcular o lado do quadrado cuja área e cujo perímetro possuem medidas iguais.

1. O teclado de um computador é composto por algumas teclas com a parte superior no formato de um quadrado.

Fonte: Pixabay

Se o lado de uma dessas teclas mede 16 mm, qual a medida do seu perímetro? E se diminuir o tamanho do lado da tecla em 3 mm, o que ocorre com o perímetro?

O perímetro de uma tecla com 16 mm de lado é 16 + 16 + 16 + 16 = 64 mm. Ao diminuir o lado em 3 mm, o perímetro diminui proporcionalmente: 13 + 13 + 13 + 13 = 52 mm.

AULAS 3 E 4 – PERÍMETRO E LADO DO QUADRADO: QUAL A RELAÇÃO ENTRE ELES?

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize as carteiras em formato de "U" ou em círculo.

MATERIAL NECESSÁRIO:

Caderno do Estudante.

INICIANDO

As Aulas 3 e 4, dessa Sequência de Atividades, ampliam o estudo da área e do perímetro do quadrado e a relação existente entre essas medidas e o lado do quadrado. Desse modo, inicie um diálogo, com a turma, perguntando o que eles aprenderam nas aulas anteriores sobre a área e o perímetro de um quadrado. Conduza a conversa de modo a discutir o que os estudantes relembram sobre esses conceitos e, por meio do que eles expressarem, identifique quais possíveis fragilidades precisarão de uma maior atenção durante a execução das atividades. A partir desse diálogo inicial, sugerimos que uma leitura coletiva das atividades apresentadas no **Caderno do Estudante** seja realizada e que os objetivos de aprendizagem da aula sejam apresentados à turma. As atividades deverão ser trabalhadas com a finalidade de que os estudantes analisem a proporcionalidade existente entre o lado e o perímetro, de modo a constatar que o perímetro do quadrado é sempre quatro vezes a medida do lado.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Para a realização da **Atividade 3**, é interessante que o conceito de razão seja relembrado. Destaque, para a turma, que razão consiste na relação entre duas grandezas A e B, atentando para ordem em que foram apresentadas. Se a razão solicitada for entre A e B, tem-se como numerador A e denominador B: $\frac{A}{B}$. Se a razão for entre B e A, então, B é o numerador e A o denominador: $\frac{B}{A}$.

DESENVOLVENDO

A **Atividade 1** envolve uma situação para calcular o perímetro de um objeto com formato quadrado. Ela pode ser realizada de forma coletiva para que os estudantes dialoguem sobre como obter o perímetro nessa situação. Além disso, é questionado o que ocorre com a medida do perímetro ao diminuir o tamanho do lado do quadrado. Sugerimos que os estudantes sejam instigados, nessa atividade, a investigar e chegar a conclusões próprias. Uma observação interessante que pode surgir é que a medida do perímetro diminuiu quatro vezes em relação ao tamanho do lado que foi reduzido. Pode ser interessante, a partir da discussão dessa atividade, mostrar outros exemplos, na lousa, sobre o que ocorre com o perímetro ao aumentar ou diminuir o lado do quadrado. Realize perguntas como "O que acontece com o perímetro ao aumentar/diminuir a medida do lado do quadrado?", "O aumento/redução do perímetro é proporcional à mudança do tamanho do lado?", "O mesmo ocorre com a área? O que vocês acham?". Esses questionamentos podem conduzir a turma para que eles pensem, observem e constatem, ao realizar as atividades, que o perímetro é sempre proporcional ao tamanho do lado. A **Atividade 2** e o item "C" da **Atividade 4** englobam uma relação interessante entre aspectos da Unidade Temática **Geometria** e a Unidade Temática **Álgebra**. Em ambas as atividades, os estudantes devem construir expressões algébricas que permitem averiguar qual o tamanho do lado do quadrado cuja medida do perímetro é igual à medida da área e que para calcular o perímetro de um quadrado, basta multiplicar a medida do lado do quadrado por quatro. Convide alguns estudantes para mostrarem como eles chegaram a essas conclusões, se, por exemplo, existe outro quadrado cujo perímetro e área possuem medidas iguais,

2. Um quadrado com lado L cm possui a área igual ao perímetro. Qual o valor de L?

a. 2 cm.
b. 4 cm.
c. 5 cm.
d. 6 cm.
e. 8 cm.

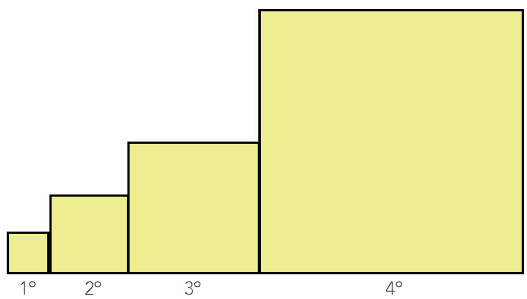
Escreva aqui como você resolveu essa questão:

Os estudantes devem desenvolver a seguinte expressão algébrica:

$$L^2=4L \Rightarrow \frac{L^2}{L}=\frac{4L}{L} \therefore L = 4\ cm.$$

Alternativa B.

3. Jeanne construiu a seguinte sequência de quadrados:



Fonte: elaborado para fins didáticos

Ela usou o seguinte critério: a partir do 2º quadrado, a medida do lado é o triplo do imediatamente anterior. Desse modo, a razão entre o lado do 3º quadrado e o lado do 4º quadrado é igual a:

a. 9.
b. 3.
c. $\frac{1}{3}$.
d. $\frac{1}{9}$.
e. $\frac{1}{27}$.

Escreva aqui como você resolveu essa questão:

Os estudantes, aqui, podem representar a medida do lado do 1º quadrado por alguma incógnita, a exemplo da letra x. Desse modo, o lado do 2º quadrado mede 3x, o do 3º quadrado mede 9x e o do 4º quadrado é 27x. Ao calcular a razão entre o lado do 3º quadrado e o lado do 4º quadrado, tem-se:

$$\frac{9x}{27x}=\frac{1}{3}$$

Alternativa C.
Desconsidere as dimensões apresentadas na imagem com o enunciado.

4. Observe o seguinte quadrado de lado 1 cm:

1 cm 

Fonte: elaborado para fins didáticos

Sabemos que para calcular a área de um quadrado, deve-se multiplicar as medidas dos lados ou elevar a medida do lado ao quadrado. E para calcular o seu perímetro, somamos as medidas do seu contorno. Desse modo, obtemos as seguintes medidas:

$$\text{Área} = 1\text{ cm} \cdot 1\text{ cm} = 1^2 = 1\text{ cm}^2$$

$$\text{Perímetro} = 1\text{ cm} + 1\text{ cm} + 1\text{ cm} + 1\text{ cm} = 4\text{ cm}$$

a. Agora é a sua vez! Calcule a área e o perímetro de cada quadrado e preencha o quadro a seguir:

Lado do quadrado	Área do quadrado	Perímetro do quadrado
1 cm	$1\text{ cm} \cdot 1\text{ cm} = 1^2 = 1\text{ cm}^2$	1 cm + 1 cm + 1 cm + 1 cm = 4 cm
2 cm	$2\text{ cm} \cdot 2\text{ cm} = 2^2 = 4\text{ cm}^2$	2 cm + 2 cm + 2 cm + 2 cm = 8 cm
3 cm	$3\text{ cm} \cdot 3\text{ cm} = 3^2 = 9\text{ cm}^2$	3 cm + 3 cm + 3 cm + 3 cm = 12 cm
4 cm	$4\text{ cm} \cdot 4\text{ cm} = 4^2 = 16\text{ cm}^2$	4 cm + 4 cm + 4 cm + 4 cm = 16 cm
5 cm	$5\text{ cm} \cdot 5\text{ cm} = 5^2 = 25\text{ cm}^2$	5 cm + 5 cm + 5 cm + 5 cm = 20 cm
6 cm	$6\text{ cm} \cdot 6\text{ cm} = 6^2 = 36\text{ cm}^2$	6 cm + 6 cm + 6 cm + 6 cm = 24 cm
7 cm	$7\text{ cm} \cdot 7\text{ cm} = 7^2 = 49\text{ cm}^2$	7 cm + 7 cm + 7 cm + 7 cm = 28 cm
8 cm	$8\text{ cm} \cdot 8\text{ cm} = 8^2 = 64\text{ cm}^2$	8 cm + 8 cm + 8 cm + 8 cm = 32 cm
9 cm	$9\text{ cm} \cdot 9\text{ cm} = 9^2 = 81\text{ cm}^2$	9 cm + 9 cm + 9 cm + 9 cm = 36 cm
10 cm	$10\text{ cm} \cdot 10\text{ cm} = 10^2 = 100\text{ cm}^2$	10 cm + 10 cm + 10 cm + 10 cm = 40 cm

além do encontrado na **Atividade 2** e se, para qualquer quadrado, a medida do perímetro é sempre quatro vezes a medida do lado. Destaque, a partir desse debate, que por meio das generalizações provenientes dos estudos da Álgebra, podemos chegar a tais conclusões e como ela possui relação com os estudos da Geometria. A **Atividade 4** envolve o cálculo e a observação do que acontece com as medidas da área e do perímetro de um quadrado ao aumentar o tamanho do seu lado. Sugerimos que convide a turma a socializar o que eles observaram e, a partir das respostas, enfatize que a medida do perímetro é sempre proporcional ao tamanho do lado do quadrado, ou seja, quatro vezes o tamanho do lado.

A área do quadrado, se comporta de um modo diferente. Conforme a medida do lado aumenta, a área não amplia de forma proporcional, pois, a cada tamanho de lado, a área não é obtida pelo tamanho do lado multiplicado por um número fixo.

FINALIZANDO

Propomos que as aulas sejam finalizadas com uma retomada dos conceitos estudados. Pode ser interessante realizar uma esquematização com os principais pontos discutidos. Para isso, realize algumas perguntas direcionadas, a exemplo do que o próprio título questiona "Perímetro e lado do quadrado: qual a relação entre eles?". É importante que os estudantes consigam responder a esse questionamento. Por meio desse debate inal, discuta possíveis dúvidas que os estudantes apresentem e planeje estratégias para que, nas aulas subsequentes, essas fragilidades possam ser superadas.

AULAS 5 E 6 – FORMANDO NOVAS FIGURAS PLANAS COM UM QUADRADO

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS:

Caderno do Estudante e uma régua para cada estudante.

INICIANDO

Para iniciar as Aulas 5 e 6, sugerimos que uma retomada sobre o que os estudantes aprenderam até o momento, sobre o quadrado, seja realizada. Esse diálogo inicial é importante para que eles desenvolvam o objetivo principal que consiste em calcular a medida da área de figuras planas, a partir da decomposição em quadrados, retângulos e triângulos. As atividades foram pensadas de modo que os estudantes investiguem, por eles próprios, como é possível obter novas figuras planas a partir de outras. Propomos que você, professor, oriente e incentive os estudantes para que exerçam autonomia no levantamento de hipóteses e argumentos ao resolverem as situações-problema propostas.

DESENVOLVENDO

Com a finalidade de auxiliar os estudantes na resolução das atividades propostas nessa Sequência de Atividades, entregue o **Caderno do Estudante** à turma, solicite que os estudantes se reúnam em duplas produtivas e realize a leitura coletiva da **Atividade 1**. Antes do seu enunciado, uma reflexão é explicitada, convidando os estudantes a questionarem se já observaram que é possível obter novas figuras planas por meio de figuras que já conhecemos mais enfaticamente. Convide os estudantes a expressarem o que pensaram e saliente que, nas atividades propostas, eles observarão, na prática, que é possível compor novas figuras por meio de outras e que isso facilita o cálculo da área de figuras planas mais complexas. Encoraje as duplas para que debatam, entre elas, seus pontos de vista e pen-

b. A medida do perímetro de um quadrado aumenta proporcionalmente ao aumentar a medida seu lado? E a área?

Os estudantes devem verificar que ao aumentar a medida do lado de um quadrado, a medida do perímetro aumenta proporcionalmente, ou seja, o perímetro é sempre quatro vezes maior que o valor do lado. O mesmo não ocorre com a área, pois a medida da área não aumenta proporcionalmente em relação à medida do lado.

c. Escreva as expressões algébricas para calcular as medidas da área e do perímetro de um quadrado com lado x cm.

As expressões algébricas para calcular as medidas da área e do perímetro de um quadrado com lado x cm são as seguintes:

Área: $A_{quadrado} = x \cdot x = x^2$

Perímetro: $P_{quadrado} = x + x + x + x = 4x$

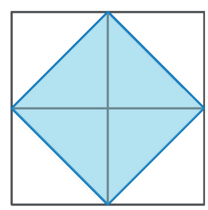
AULAS 5 E 6 – FORMANDO NOVAS FIGURAS PLANAS COM UM QUADRADO

Objetivos das aulas:

- Calcular a medida da área de figuras planas, a partir da decomposição em quadrados, retângulos e triângulos;
- Analisar a variação entre as grandezas área e lado do quadrado;
- Resolver situações-problema envolvendo a área e o lado do quadrado;
- Elaborar situações-problema que envolva o cálculo da medida da área de figuras planas, a partir da decomposição em quadrados, retângulos e triângulos.

Você já prestou atenção que muitas figuras planas podem ser divididas em outras que conhecemos? Por exemplo, podemos traçar a diagonal em um quadrado e dividi-lo em dois triângulos. A Geometria nos permite explorar as figuras planas e encontrar relações entre elas. Vamos ver isso na prática?

1. Mariana está reformando o seu quarto e, como parte da renovação, ela comprou um piso cerâmico esmaltado de 60 cm x 60 cm que, ao juntar-se quatro peças, ficam com o seguinte formato:

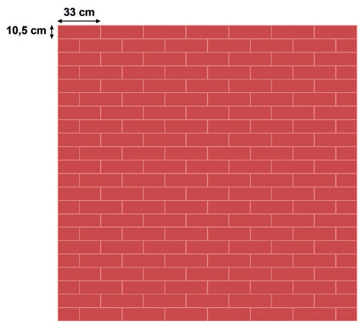


Fonte: elaborado para fins didáticos

O chão do quarto de Mariana possui dimensões 3,00 m x 2,40 m. Desse modo, qual a área da parte colorida do piso cerâmico que será usada para cobrir todo o chão?

As estratégias para responder essa questão são múltiplas. Uma possibilidade consiste em, inicialmente, identificar quantas peças do piso cerâmico são necessárias para revestir todo o chão do quarto. Uma das dimensões mede 3,00 m = 300 cm, desse modo, nessa dimensão cabem 300 / 60 = 5 peças. Na outra dimensão, tem-se 2,40 m = 240 cm, dessa maneira, cabem 240 / 60 = 4 peças. Ao todo, portanto, são necessárias 5 · 4 = 20 peças do piso cerâmico para cobrir todo o chão do quarto. A peça do piso possui formato quadrado, logo, sua área é 0,6 m x 0,6 m = 0,36 m². Uma vez que serão usadas 20 peças do piso, a área total é 20 · 0,36 = 7,2 m². O enunciado questiona a área de parte colorida. Cada peça quadrada é dividida em dois triângulos com medidas de áreas iguais. Logo, a área colorida triangular de cada peça é a metade da área da peça quadrada. Por fim, a área colorida total é 7,2 / 2 = 3,6 m².

2. Um pedreiro construiu um muro usando tijolos com 33 cm de comprimento e 10,5 cm de altura, conforme a imagem a seguir:



Fonte: elaborado para fins didáticos

Cada fileira horizontal é composta por sete tijolos. Sabendo que a face frontal do muro possui formato quadrado, responda o que se pede:

a. Qual o tamanho do lado do muro em metros? E qual é a área da face frontal do muro em metros quadrados?

Espera-se que os estudantes identifiquem, utilizando a estratégia que julguem melhor, o tamanho do lado do muro em metros. Eles podem, por exemplo, multiplicar uma das dimensões pela quantidade de tijolos usada, encontrando o seguinte:

$$7 \cdot 33 = 231 \text{ cm} = 2{,}31 \text{ m}$$

$$22 \cdot 10{,}5 = 231 \text{ cm} = 2{,}31 \text{ m}$$

A área, portanto, é $2{,}31 \cdot 2{,}31 = 5{,}3361$ m².

b. Qual a área superficial de um tijolo em m², considerando as dimensões comprimento e altura? Quantos tijolos foram usados na construção do muro? Ao somar as áreas superficiais de todos os tijolos, temos o mesmo valor da área encontrada no item A? Justifique suas respostas.

Espera-se que os estudantes averiguem que a superfície do tijolo, considerando as dimensões comprimento e altura, possui formato de um retângulo. Desse modo, sua área superficial é dada pelo produto entre as duas dimensões, ou seja, $0{,}33 \text{ m} \cdot 0{,}105 \text{ m} = 0{,}03465$ m². Com o objetivo de verificar quantos tijolos foram usados para construir o muro, os estudantes podem contabilizar na própria figura ou multiplicar a quantidade de tijolos de uma fileira vertical pela quantidade de tijolos de uma fileira horizontal: $7 \cdot 22 = 154$ tijolos. Ao somar as áreas superficiais de todos os tijolos, encontramos a mesma área obtida no item A, ou seja, a área de toda a parede formada pelo muro: $154 \cdot 0{,}03465 = 5{,}3361$ m².

samentos para a resolução das atividades, exponham suas observações e ajude-as, caso tenham dificuldade em algum aspecto. A **Atividade 1** discute uma situação em que um quadrado foi dividido em dois triângulos. Propomos que algumas perguntas sejam feitas para enriquecer a socialização dessa atividade, a exemplo de "Como vocês encontraram a quantidade de peças de piso usadas no chão do quarto de Mariana?", "Qual o formato da figura obtida ao traçar a diagonal do quadrado?", "Qual a relação entre área do triângulo formado e a área do quadrado?". Esses mesmos questionamentos ou outros semelhantes podem ser desenvolvidos, também, no debate da **Atividade 2**. No entanto, a relação agora é entre a área do quadrado e a área do retângulo.

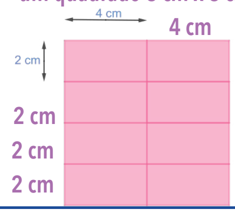
Convide as duplas a socializarem como calcularam a área, da parede do muro, formada. Diversas estratégias podem surgir e é importante destacar que todas elas, que chegaram ao valor correto, são válidas. Saliente que ao somar as áreas superficiais de todos os tijolos, obtém-se a área total da parede. No item C dessa atividade, oriente os estudantes na construção do retângulo, com o auxílio de uma régua. Saliente que ao juntar os retângulos, um quadrado deve ser formado e este, por definição, precisa ter as medidas dos lados iguais. Desse modo, eles precisam ter cuidado e utilizar a quantidade de retângulos corretamente nas fileiras verticais e horizontais, de modo que os lados fiquem com medidas iguais. Convide as duplas a mostrarem, à turma, os quadrados construídos a partir da composição de retângulos e a socializarem como calcularam a sua área. É possível que alguns estudantes expressem que calcularam a área de um retângulo e, em seguida, multiplicaram pela quantidade de retângulos usados. Ou, então, mediram o tamanho de um dos lados do quadrado e elevaram o valor à segunda potência. A partir das respostas deles, saliente as relações existente entre as figuras planas.

FINALIZANDO

Ao término das aulas, verifique a aprendizagem sobre os conceitos trabalhados, com perguntas simples a exemplo de "O que vocês aprenderam hoje?", "Houve algum conceito que você não havia entendido antes e que agora entendeu? Qual?". Realize intervenções, caso algum termo ou tópico ainda não tenha sido compreendido totalmente e, se necessário, mostre, na lousa, mais alguns exemplos de figuras que podem ser compostas ou decompostas a partir de outras e a relação existente entre suas áreas.

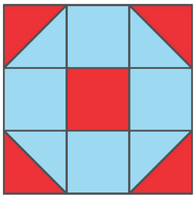
c. Com o auxílio de uma régua, desenhe um retângulo com dimensões à sua escolha. Em seguida, construa um quadrado com retângulos semelhantes ao que você construiu. Qual a área do quadrado formado?

Aqui a resposta é de cunho subjetivo. Os estudantes devem usar uma régua e construir um retângulo com dimensões à escolha deles. No entanto, a escolha do tamanho das dimensões é importante para que, ao juntá-los, consiga obter um quadrado com as medidas dos lados iguais. Por exemplo, construindo um retângulo com dimensões 2 cm x 4 cm, pode-se construir um quadrado 8 cm x 8 cm com 8 deles, agrupados assim:



Nesse caso, a área do quadrado seria $8 \cdot 8 = 64$ cm².

3. (OBMEP/2019) O quadrado a seguir está dividido em nove quadradinhos iguais. A área pintada de vermelho mede 6 cm². Quanto mede a área pintada de azul?



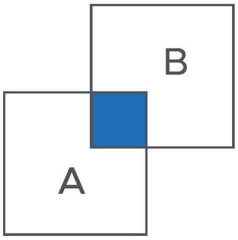
a. 10 cm².
b. 12 cm².
c. 14 cm².
d. 16 cm².
e. 18 cm².

Escreva aqui como você resolveu essa questão:

Os estudantes, aqui, devem observar que cada quadradinho das extremidades foi dividido em dois triângulos (um azul e outro vermelho) com mesma área. Desse modo, ao juntar dois triângulos vermelhos, obtém-se um quadradinho, totalizando, no quadrado completo, 3 quadradinhos vermelhos. A área pintada de vermelho mede 6 cm², logo, cada quadradinho possui $6 / 3 = 2$ cm² de área. Como todos os quadradinhos são iguais, os quadradinhos azuis também possuem 2 cm² de área. Dois triângulos azuis formam um quadradinho, portanto, tem-se, ao todo, 6 quadradinhos azuis, que totalizam $6 \cdot 2 = 12$ cm² de área pintada de azul.

Alternativa B.

4. Os quadrados A e B foram sobrepostos e um novo quadrado menor pintado com a cor azul foi formado.



Fonte: elaborado para fins didáticos

Sabendo que:

- Os quadrados A e B possuem a mesma área.
- A soma das medidas das áreas dos quadrados A e B é 108 cm².
- O perímetro do quadrado azul é quatro vezes menor do que o perímetro do quadrado A.

Quanto mede a área do quadrado azul?

a. $12\sqrt{6}\,cm^2$.

b. $3\sqrt{6}\,cm^2$.

c. $\frac{3\sqrt{6}}{4}\,cm^2$.

d. $\frac{27}{4}\,cm^2$.

e. $\boxed{\frac{27}{8}\,cm^2}$.

Escreva aqui como você resolveu essa questão:

As possibilidades de justificativas para responder a essa questão podem variar. O importante é que os estudantes observem que como os quadrados A e B possuem mesma área e que a soma das áreas é 108 cm², logo, o quadrado A e o quadrado B medem $\frac{108}{2}$ = 54 cm² cada. Uma vez que a área do quadrado A mede 54 cm², então, o seu lado mede $\sqrt{54} = 3\sqrt{6}$ cm. Desse modo, o perímetro do quadrado A é $4 \cdot 3\sqrt{6} = 12\sqrt{6}$ cm. O perímetro do quadrado azul é 4 vezes menor comparado com o do quadrado A, então, tem-se $\frac{12\sqrt{6}}{4} = 3\sqrt{6}$ cm. Para obter o lado do quadrado azul, basta dividir o perímetro por 4, ou seja, $\frac{3\sqrt{6}}{4}$ cm. Por fim, a área do quadrado azul é $\left(\frac{3\sqrt{6}}{4}\right)^2 = \frac{9 \cdot 6}{16} = \frac{54}{16} = \frac{27}{8}$ cm².

Alternativa E.

AULAS 7 E 8 – QUADRILÁTEROS E TRIÂNGULOS: UMA RELAÇÃO INTERESSANTE

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize as carteiras em formato de "U" ou em círculo.

MATERIAIS NECESSÁRIOS:

Caderno do Estudante; uma régua ou esquadro para cada estudante; um compasso para cada estudante.

INICIANDO

Com a finalidade de concluir esta etapa dos estudos sobre o cálculo de áreas de figuras planas, propomos que discorra um diálogo de modo a questioná-los sobre o que eles aprenderam até o momento em relação à área de um quadrado, a relação existente entre a área de um quadrado e de um triângulo e que figuras eles relembram que podem ser formadas a partir de um quadrado, triângulo e/ou retângulo. Para isso, sugerimos que o **Caderno do Estudante** impresso seja entregue aos estudantes e uma leitura coletiva das atividades seja realizada.

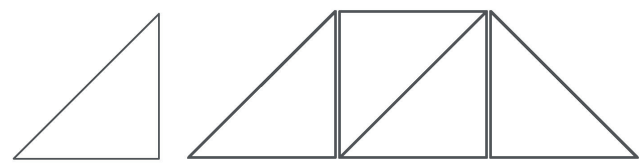
DESENVOLVENDO

Após a leitura e discussão dos enunciados, para a realização das situações propostas nesta Sequência de Atividades, incentive os estudantes a observarem as figuras que podem ser construídas por meio de quadrados e triângulos e quais as relações existentes entre elas. Combine um tempo com a turma para que eles respondam às atividades sozinhos. Enquanto eles estão respondendo, identifique possíveis dúvidas e, se necessário, faça uma pausa para explicar algum item. Após concluírem, propomos que os estudantes sejam convidados a socializarem suas hipóteses, argumentos e dúvidas que, porventura, surgiram. Você pode, professor, convidar algum estudante para escrever a resposta na lousa e dialogar com a turma sobre as ideias utilizadas. Um tempo maior deve ser destinado à discussão da **Atividade 3**. Nela, os estudantes devem construir uma figura geométrica plana, à escolha deles, diferente de um quadrado, a partir de um triângulo. É interessante que os estudantes, após a realização dessa atividade, socia-

AULAS 7 E 8 – QUADRILÁTEROS E TRIÂNGULOS: UMA RELAÇÃO INTERESSANTE

Objetivos das aulas:
- Calcular a área do losango, trapézio e paralelogramo, por meio da decomposição em quadrados, retângulos e/ou triângulos;
- Resolver e elaborar situações-problema envolvendo o cálculo da medida de áreas de figuras planas, a partir da equivalência entre áreas.

1. A partir de um triângulo, podemos formar novas figuras planas. Um trapézio, por exemplo, pode ser construído com alguns triângulos, como mostra a figura a seguir:

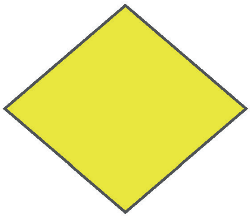


Fonte: elaborado para fins didáticos

Se o triângulo da figura possui área igual a 3,125 cm², qual a área do trapézio?

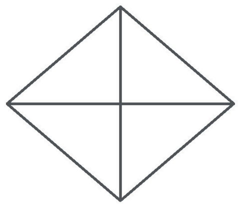
É esperado, nessa questão, que os estudantes observem que o trapézio foi formado por quatro triângulos, logo, sua área é igual a $4 \cdot 3,125 = 12,5$ cm².

2. Uma empresa especializada em produções de placas de trânsito foi contratada pela prefeitura de uma determinada cidade. As placas construídas apresentam o formato de um losango e serão pintadas, conforme a imagem a seguir:



Fonte: elaborado para fins didáticos

Para facilitar o trabalho, os pintores dividiram as placas em quatro triângulos congruentes, conforme a imagem:



Fonte: elaborado para fins didáticos

a. Se a área de um dos triângulos é 600 cm², qual a área da placa completa?

É esperado, nessa questão, que os estudantes observem que a área da placa com formato de losango é igual à soma das áreas dos quatro triângulos que a compõe. Logo, a área da placa é igual a $4 \cdot 600 = 2\,400$ cm² $= 0{,}24$ m².

b. Sabe-se que uma lata com 3,6 L de tinta, usada pelos pintores, é suficiente para pintar 12 m². Desse modo, quantas placas completas, sem desperdício de tinta, são possíveis pintar com uma lata dessas?

Uma vez que com 3,6 L de tinta é possível pintar 12 m², para calcular o número máximo de placas que podem ser pintadas com uma lata de tinta, basta realizar a seguinte divisão:

$$\frac{12}{0{,}24} = 50$$

Portanto, com uma lata de tinta é possível pintar 50 placas completas.

3. No estudo da Geometria, aprendemos que podemos formar novas figuras planas a partir de triângulos, quadrados e retângulos. Vamos ver como isso funciona na prática? Com o auxílio de uma régua ou esquadro e compasso, faça o seguinte:

- Construa quatro quadrados com medidas dos lados iguais (você escolhe o tamanho do lado que será usado para os quatro quadrados);
- Divida cada quadrado formado em dois triângulos;
- Construa uma nova figura geométrica (diferente de um quadrado) que seja composta pelos triângulos formados;
- Escreva o nome da nova figura, duas características dela e calcule a sua área.

Aqui a resposta é pessoal. É importante que os estudantes, inicialmente, construam os quadrados com os lados de medidas iguais, conforme orientações das Aulas 1 e 2. Nessa etapa, pode ser interessante que os estudantes já calculem a área do quadrado, multiplicando as medidas dos lados, pois, ao dividi-lo em dois triângulos, cada um possuirá a metade da área do quadrado. Com os triângulos formados, eles podem construir novas figuras, por exemplo: retângulo, paralelogramo ou losango. Os estudantes devem estar atentos à figura nova formada, pois precisam identificá-la e apresentar duas características dela. Por exemplo, se a figura construída for um losango, eles podem sinalizar que o losango é um quadrilátero e que ele possui os quatro lados com medidas iguais. Por fim, para calcular a área formada, basta multiplicar a área de um triângulo pela quantidade de triângulos que ele usou na construção da nova figura.

lizem as figuras construídas, de modo a ilustrar ideias distintas de resolução. Esse pode ser um excelente momento da aula para que os estudantes se sintam atuantes no processo de ensino-aprendizagem. Ao construírem a figura, eles devem constatar que, para calcular a sua área, basta obter a área do quadrado inicial, dividir por 2 para encontrar a área de um triângulo e contabilizar quantos triângulos foram usados na figura nova e somar a área de todos. Nas demais atividades, sugerimos que sejam bastante exploradas a composição e a decomposição dos quadriláteros losango, paralelogramo e trapézio em quadrados, triângulos e/ou retângulos. Algumas perguntas podem ser realizadas para enriquecer o debate, a exemplo de "Quantos triângulos você usou para formar a nova figura?", "Ao girar um triângulo, por exemplo, formamos uma nova figura? Qual? Sua área altera?" e outras que julgar pertinente. A **Atividade 4** também exige autonomia do estudante, para que ele construa um paralelogramo, a partir do triângulo inicial. Convide os estudantes para socializarem as figuras que construíram e como pensaram para calcular a sua área.

FINALIZANDO

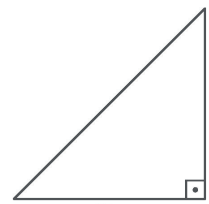
Ao final das aulas, retome, com estudantes, o que eles aprenderam sobre a relação existente entre a área de um trapézio, losango e paralelogramo composto ou decomposto por quadrados e triângulos. Esse é um ótimo momento para refletir, com a turma, sobre as relações existentes entre as diversas figuras, elencando pontos importantes, estudados até aqui, ao longo das aulas. Se você observar que ainda algum aspecto não foi compreendido, pode ser interessante utilizar algum material manipulativo, a exemplo do Tangram, para que os estudantes, de maneira tátil, observem como é possível formar novas figuras geométricas por meio de outras.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

É importante discutir, com a turma, o conceito dos quadriláteros trabalhados nas

Aulas 7 e 8. Saliente que um losango, por definição, é uma figura plana que possui os quatro lados com medidas iguais. Entretanto, diferentemente do quadrado, o losango não precisa apresentar os ângulos com medidas iguais. O trapézio é um quadrilátero que possui um par de lados paralelos. E o paralelogramo é o quadrilátero que possui os lados opostos paralelos. Observe que, no caso da Atividade 4, os estudantes podem, por exemplo, construir um quadrado, um losango ou um retângulo que são, por definição, paralelogramos também.

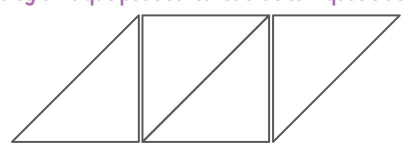
4. Um professor de Matemática desenhou o seguinte triângulo na lousa:



Fonte: elaborado para fins didáticos

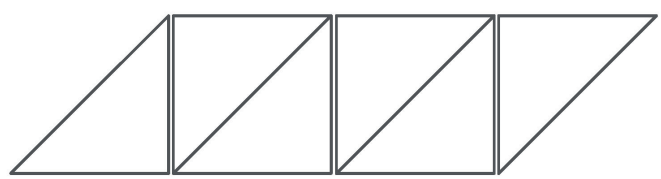
Ele solicitou à turma que, com triângulos iguais a este, eles construíssem um paralelogramo. Qual o valor de uma possível medida de área desse paralelogramo?

Uma possibilidade de paralelogramo que pode ser construído com quatro desses triângulos é o seguinte:



Observa-se que, nesse caso, a área desse paralelogramo seria equivalente à de dois quadrados com lado 27 cm, ou seja, $2 \cdot 27^2 = 1\,458$ cm². Outras respostas podem surgir, pois, por exemplo, unindo dois desses triângulos, já se forma um paralelogramo, visto que, por definição, um paralelogramo é um quadrilátero com lados opostos paralelos. Desse modo, quadrados, retângulos e losangos são, também, paralelogramos.

5. Observe o seguinte paralelogramo formado por seis triângulos com medidas de áreas iguais:



Fonte: elaborado para fins didáticos

Qual a área do paralelogramo, se cada triângulo possuir área igual a:

a. 1,45 m²? **8,7 m²**

b. 0,68 dm²? **4,08 dm²**

c. x^2 cm²? **$6x^2$ cm²**

d. $(2x + h)^2$ cm²? **$6 \cdot (4x^2 + 4xh + h^2) = (24x^2 + 24xh + 6h^2)$ cm²**

8º ANO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

OLÁ, PROFESSOR!

Nesta Sequência de Atividades, falamos diretamente com você, que está aí na sala de aula, no convívio direto com os estudantes. Estes terão oportunidade de se envolver com atividades que possibilitam a retomada de conceitos, propriedades e procedimentos essenciais ao desenvolvimento de seus conhecimentos e capacidades em Matemática.

A Sequência deve ser desenvolvida considerando o protagonismo dos(as) estudantes, favorecendo a interação, o compartilhamento de conhecimentos e a colaboração para que os estudantes desenvolvam as habilidades:

(EF06MA24) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento;

(EF07MA30) Resolver e elaborar situações-problema de cálculo de medida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico).

Além disso, as socializações das atividades, por parte dos estudantes, são percebidas como oportunidade de serem desenvolvidas habilidades e competências que dizem respeito à cooperação, à empatia, à argumentação, à comunicação, entre outras.

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1 e 2 / 90 min	**Vamos medir?**
3 e 4 / 90 min	**O tempo perguntou pro tempo: quanto tempo o tempo tem?**
5 e 6 / 90 min	**Conhecendo as unidades de medida de volume**
7 e 8 / 90 min	**Blocos retangulares: como calcular o volume deles?**

Professor, a sua atuação é muito importante em cada uma das situações propostas aqui. Este caderno deverá servir como uma ferramenta que o auxiliará no processo de ensino, sendo necessário, portanto, que você considere, em seu planejamento, outras possibilidades de discussão e recursos.

ANOTAÇÕES

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

AULAS 1 E 2 – VAMOS MEDIR?

Objetivos das aulas:
- Relacionar as principais unidades de medidas de comprimento, massa e capacidade;
- Resolver e elaborar situações-problema envolvendo as principais unidades de medidas de comprimento, massa e capacidade.

Você já realizou alguma medição? Com certeza sim. Por exemplo, medimos a quantidade de massa de açúcar para adoçar um suco, o volume de água em uma panela para cozinhar ou a nossa altura conforme vamos crescendo. A ação de medir faz parte do dia a dia do ser humano. As atividades a seguir relacionarão as principais unidades de medidas de comprimento, massa e capacidade. Vamos lá?

1. Ricardo está pesquisando na internet um móvel para a sala de estar de sua casa. Na descrição em um *site*, ele verificou as seguintes informações sobre o produto:

Altura	0,55 m
Largura	1,62 m
Profundidade	0,39 m
Massa	22,500 kg

Ele está em dúvidas se o móvel caberá no espaço vazio de sua sala. Como não dispõe de uma régua ou trena, ele usou uma caneta medindo 14 cm de comprimento para averiguar se a largura do móvel será compatível. Ele mediu e verificou que couberam o equivalente a 13 canetas. Sobre essa situação, responda:

a. O móvel caberá no espaço vazio da sala de estar? Justifique sua resposta.

O móvel caberá no espaço vazio da sala de estar de Ricardo, pois a largura disponível é igual a 13 x 14 = 182 cm = 1,82 m, enquanto o móvel mede 1,62 m de largura.

AULAS 1 E 2 – VAMOS MEDIR?

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize as carteiras em formato de "U" ou em círculo.

MATERIAIS NECESSÁRIOS:

Caderno do Estudante; uma folha A4 e uma régua para cada estudante.

INICIANDO

Nas Aulas 1 e 2 desta Sequência de Atividades, inicia-se o estudo das principais unidades de medidas de comprimento, massa e capacidade. Sugerimos que essas aulas sejam iniciadas com uma conversa sobre como essas medidas estão presentes no nosso dia a dia. Perguntas a exemplo de "Vocês já mediram alguma coisa? O que?", "Que objetos ou instrumentos utilizamos para medir?" podem ser muito interessantes para desenvolver entusiasmo entre os estudantes na realização das atividades. Além disso, a ação de medir está totalmente relacionada a situações do mundo real, aproximando a Matemática de situações vividas pelos estudantes. Para enriquecer o debate, sugerimos que seja entregue, aos estudantes, o **Caderno do Estudante** e que seja realizada uma leitura coletiva do texto introdutório antes da **Atividade 1**. Incentive os estudantes a pensarem e colaborarem, trazendo situações reais em suas rotinas em que realizam medições.

DESENVOLVENDO

Durante a resolução das atividades, espera-se que os estudantes desenvolvam autonomia e autoconfiança ao lidarem com situações que envolvam unidades de medida de comprimento, massa e capacidade. Esteja atento a possíveis dúvidas que surjam e proponha intervenções, caso necessário. A **Atividade 4**, especificamente, envolve uma atividade prática em que os estudantes irão medir o tamanho do pé. É importante orientá-los em como fazer essa medição corretamente. Eles, primeiramente, devem colocar o pé sobre uma folha A4 e, em seguida, traçar dois segmentos de reta com o auxílio de uma régua e um lápis ou caneta. O primeiro segmento deve ser perpendicular ao calcanhar e o segundo, perpendicular ao polegar do pé. Após traçar esses dois segmentos, os estudantes devem medir, com o auxílio de uma régua, a distância entre eles. Oriente-os sobre o manuseio da régua e como realizar a leitura das graduações para que a medida seja realizada de forma correta. Por fim, com o tamanho do pé obtido, os estudantes devem usar o quadro da atividade para consultar a numeração do calçado deles. Esse pode ser um ótimo momento para que os estudantes compartilhem suas descobertas e comparem os seus resultados com os dos colegas. Ressalte que é possível que, em alguns casos, o número do calçado seja distinto do que o estudante realmente calça, pois, às vezes, optamos por um calçado um pouco mais folgado ou mais apertado. Além disso, as tabelas de referência variam de acordo com o fabricante do calçado. Sugerimos que, por meio dessa atividade, o diálogo inicial seja retomado de modo a enfatizar como as medições estão presentes em nossas ações diárias.

b. Ricardo possui R$ 400,00 para pagar o móvel. O *site* informa que o preço do produto é R$ 291,59 e o frete custa R$ 5,25 para cada kg. Ele conseguirá comprar o produto? Justifique sua resposta.

O preço total do produto será R$ 291,59 acrescido do valor do frete, ou seja: $22{,}500\text{ kg} \cdot \text{R\$ } 5{,}25 \cong \text{R\$ } 118{,}13$.
Desse modo, o móvel custará

R$ 291,59 + R$ 118,13 = R$ 409,72

Logo, Ricardo não conseguirá comprar o produto.

2. Mayara iniciou um negócio próprio para produzir e vender queijos. Para cada 14 litros de leite in natura, consegue-se produzir 1000 g de queijo. Ela vende o quilograma do queijo a R$ 42,50. Em determinado mês, ela usou 780 litros na produção de queijos e vendeu 85% dos produtos. Quais são os valores aproximados de massa de queijo produzida e de faturamento nesse mês?

As estratégias para solucionar essa questão são múltiplas. Espera-se que os estudantes relacionem a unidade de capacidade de leite com a unidade de massa de queijo produzida. O enunciado sinaliza que 14 litros de leite produzem 1000 g = 1 kg de queijo. Desse modo, pode-se relacionar o volume de leite para produzir 1 kg de queijo com o que é usado no mês, por meio da razão: $\frac{14}{780}$. Além disso, pode-se relacionar a massa de 1 kg de queijo com a que é produzida no referido mês (pode-se chamá-la de x) e obter a seguinte proporção:

$$\frac{14}{780} = \frac{1}{x}$$

Aplicando a propriedade fundamental das proporções, tem-se:

$$14x = 780 \Rightarrow \frac{14x}{14} = \frac{780}{14} \Rightarrow x \cong 55{,}71\ Kg$$

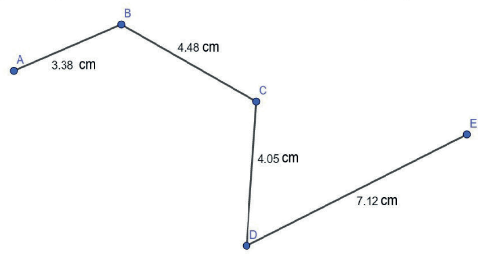
Ela vendeu 85% da massa produzida, ou seja, $0{,}85 \cdot 55{,}71 \cong 47{,}35\text{ Kg}$. Um quilograma de queijo é vendido a R$ 42,50. Logo, o valor faturado foi cerca de:

$$47{,}35\text{ kg} \cdot \text{R\$ } 42{,}50 \cong \textbf{R\$ 2.012,38}$$

FINALIZANDO

Propomos que as aulas sejam finalizadas com perguntas a exemplo "Vocês gostaram da atividade?", "O que vocês aprenderam nas aulas de hoje?", "Em quais situações da nossa vida realizamos medições?". Incentive a participação de toda a turma para compartilhar

3. Quatro amigos organizaram a rota de uma viagem partindo da cidade A até a cidade E. No trajeto, eles farão três paradas nas cidades B, C e D. Para medir as distâncias entre elas e calcular o gasto com combustível necessário, eles consultaram o mapa a seguir com escala 1: 2500000 (1 cm no mapa equivale a 25 km no mundo real):



Fonte: elaborado para fins didáticos

Sobre essa situação, responda:

a. Quais as distâncias entre as cidades A-B, B-C, C-D e D-E em km? E qual o trajeto total percorrido na viagem?

O enunciado sinaliza que o mapa possui escala 1: 2 500 000, isto é, 1 cm no mapa equivale a 2 500 000 cm = 25 km no mundo real. Desse modo, convertendo as distâncias entre os pontos no mapa para os trajetos reais, tem-se:

Trajeto	Conversão	Distância real
A-B	3,38 · 25	84,5 km
B-C	4,48 · 25	112 km
C-D	4,05 · 25	101,25 km
D-E	7,12 · 25	178 km
Total		475,75 km

b. O carro que os amigos usarão na viagem percorre 10,5 km com 1 L de gasolina. Eles decidem dividir o valor total do combustível, entre eles, de forma igual. Sabendo que o preço da gasolina custa R$ 4,37, qual será o valor aproximado de combustível que cada um pagará?

Espera-se que os estudantes identifiquem qual é o volume de gasolina necessário no trajeto completo. Pode-se relacionar a distância percorrida com 1 L de gasolina com a distância total do percurso, por meio de uma razão: $\frac{10,5}{475,75}$. Além disso, pode-se relacionar o volume de 1 L de gasolina com o volume de combustível gasto no trajeto completo (pode-se atribuir a incógnita x a esse valor), também por meio de uma razão: $\frac{1}{x}$. Ao igualar as duas razões, tem-se a seguinte proporção: $\frac{1}{x} = \frac{10,5}{475,75}$.

Aplicando a propriedade fundamental das proporções, tem-se:

$$10,5x = 475,75 \Rightarrow \frac{10,5\,x}{10,5} = \frac{475,75}{10,5} \Rightarrow x \cong 45,31L$$

1 L de gasolina custa R$ 4,37, logo, o custo total de combustível será de:

$$45,31 \text{ L} \cdot \text{R\$ } 4,37 \cong \text{R\$ } 198,00$$

Ao dividir o valor total para cada amigo, tem-se: R$ 198,00 ÷ 4 = R$ 49,50.

os aprendizados adquiridos. É possível que os estudantes estejam bem animados após a atividade prática. Aproveite esses momentos para ouvi-los e encorajá-los a socializarem, com os colegas, suas percepções, pontos de vista, dúvidas, hipóteses e conclusões.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Para a resolução de algumas situações-problema que envolvem unidades de medida de comprimento, massa e capacidade, o uso da propriedade fundamental das proporções é muito útil. Para isso, pode ser interessante relembrar aos estudantes como encontrar um valor desconhecido a partir de outros três conhecidos, por meio da proporção entre duas grandezas diretamente ou inversamente proporcionais.

AULAS 3 E 4 – O TEMPO PERGUNTOU PRO TEMPO: QUANTO TEMPO O TEMPO TEM?

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas produtivas.

MATERIAL NECESSÁRIO:

Caderno do Estudante.

INICIANDO

As Aulas 3 e 4 dão continuidade ao estudo das unidades de medida com as grandezas tempo e temperatura.

Propomos que sejam apresentados os objetivos das aulas por meio de uma conversa, com a turma, sobre como essas grandezas estão presentes no nosso dia a dia. Realize perguntas a exemplo de "A que horas vocês acordaram hoje?", "Dormiram por quanto tempo?", "Nossa aula tem duração de quantos minutos?", "Quantos graus vocês acham que está fazendo na cidade hoje?", "Já visitaram algum lugar muito quente ou muito frio?". Incentive os estudantes a socializarem suas respostas e, a partir dos comentários deles, destaque que as unidades de medida de tempo e de temperatura são muito úteis e importantes em diversas ações humanas e contextos do mundo real. A partir desse momento, sugerimos que o **Caderno do Estudante** seja entregue à turma e realizada, a priori, uma leitura coletiva do texto introdutório antes da **Atividade 1.** Nele, há uma reflexão sobre como o tempo é essencial em nossas atividades diárias e na organização das nossas rotinas. Nessa atividade, os estudantes deverão relacionar as unidades de medidas de tempo mais usuais.

DESENVOLVENDO

Após os estudantes realizarem a **Atividade 1**, sugerimos que alguns deles sejam convidados a expor, para os colegas, como pensaram, afim de calcular a relação que existe entre segundos, minutos, horas e dias. A partir dos comentários, ressalte que essas unidades são muito utilizadas para medir o tempo. Esclareça que existem outras unidades para medir períodos maiores como meses, anos, séculos e para medir tempos

4. Os tamanhos dos calçados seguem uma numeração catalogada que não possui uma unidade de medida específica. No entanto, cada número de calçado está associado a uma faixa de tamanhos do pé. Quanto você calça? Vamos descobrir com uma atividade prática? Para isso, siga esses passos:

- Coloque o seu pé sobre uma folha de papel A4;
- Com o auxílio de uma régua, trace dois segmentos de reta: um perpendicular ao calcanhar e outro ao dedão do pé;
- Meça, por fim, com a régua, a distância entre os dois segmentos de reta;
- Com o valor medido, confira, no quadro a seguir, qual o tamanho do seu calçado.

Nº do calçado	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43
Tamanho do pé (cm)	21,5 a 22,3	22,4 a 23,0	23,1 a 23,8	23,9 a 24,5	24,6 a 25,2	25,3 a 25,8	25,9 a 26,5	26,6 a 27,3	27,4 a 28,0	28,1 a 28,8	28,9 a 29,5

Fonte: elaborado para fins didáticos.

Tamanho do meu pé: Resposta pessoal.

Número do calçado: Resposta pessoal.

AULAS 3 E 4 – O TEMPO PERGUNTOU PRO TEMPO: QUANTO TEMPO O TEMPO TEM?

Objetivos das aulas:
- Associar as unidades de medidas de tempo mais comuns a situações reais;
- Relacionar as unidades de medidas de temperatura mais usuais;
- Resolver e elaborar situações-problema envolvendo as unidades mais frequentes de medidas de tempo e de temperatura.

A Matemática está presente nas nossas vidas todos os dias. Quando acordamos e consultamos o relógio para verificar que horas são, já estamos lidando com ela. Falando nisso, as unidades de medidas de tempo são essenciais para a organização da nossa rotina diária. Vamos realizar algumas atividades envolvendo essa grandeza tão importante?

1. Na nossa escala de tempo, sabemos que 1 dia possui 24 horas, 1 hora possui 60 minutos e 1 minuto possui 60 segundos. Desse modo, responda às perguntas a seguir:

a. Um dia possui quantos minutos?

Aqui os estudantes devem utilizar a estratégia que julgarem melhor para calcular quantos minutos há em um dia. Eles podem igualar as seguintes razões e, em seguida, aplicar a propriedade fundamental das proporções:

$$\frac{1\,h}{60\,min} = \frac{24\,h}{x} \Rightarrow x = 24\,horas \cdot 60\text{ minutos} \therefore x = \mathbf{1\,440\ minutos}.$$

b. Uma hora possui quantos segundos?

Aqui os estudantes devem utilizar a estratégia que julgarem melhor para calcular quantos segundos há em uma hora. Eles podem igualar as seguintes razões e, em seguida, aplicar a propriedade fundamental das proporções:

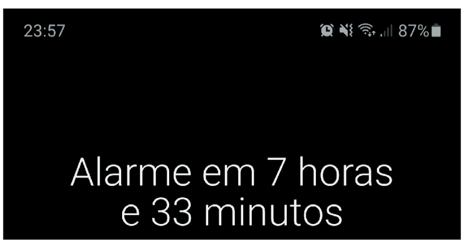
$$\frac{1\ min}{60\ seg} = \frac{60\ min}{x} \Rightarrow x = 60\ minutos\ \cdot 60\ segundos \therefore x = \mathbf{3\ 600\ segundos}$$

c. Se um processo seletivo inicia às 7h30min e dura 270 minutos, em qual horário ele encerra?

Espera-se que os estudantes observem que se 1 hora equivale a 60 minutos, logo, o tempo total do processo seletivo é $\frac{270}{60} = 4{,}5\text{h} = 4\text{h}30\text{min}$ **. Como o horário de início foi às 7h30, o término ocorreu às:**

7h30min + 4h30min = 12h.

2. Marcelo ficou estudando até tarde da noite e não percebeu a hora avançar. Ele precisa levantar-se cedo para iniciar sua rotina do dia seguinte. Para isso, ele configurou o alarme do seu celular, conforme a imagem a seguir:



Fonte: elaborado para fins didáticos

A que horas o alarme do celular de Marcelo tocará?

Os estudantes devem observar, na imagem, que o alarme foi configurado às 23h57min e ele tocará em 7h33min. Algumas estratégias podem surgir para obter a resposta. Uma delas é observar que após 3 minutos em relação ao horário que o alarme foi configurado será meia-noite. Logo, basta somar 7 horas e 30 minutos, a partir da meia-noite, tocando o alarme às 7h30.

muito curtos, a exemplo dos décimos e milésimos. Pode ser interessante, nesse momento, realizar uma roda de conversa e pensar situações em que determinadas unidades de tempo são mais adequadas do que outras. Aproveite o momento de socialização para dar prosseguimento à realização das atividades. Durante a discussão da **Atividade 2**, sugerimos que pergunte, aos estudantes, sobre horários que eles mesmos já configuraram em um alarme no celular, por exemplo, e quanto tempo dormiram. Uma discussão sobre bons hábitos de sono e organização de rotina, com horários definidos, pode ser muito útil nesse momento. Enquanto eles estão respondendo às atividades, identifique possíveis dúvidas e, se necessário, faça uma pausa para explicar algum item. Após concluírem, propomos que os estudantes sejam convidados a socializarem suas hipóteses, argumentos e possíveis dúvidas. Sugerimos que um tempo maior seja destinado à discussão da **Atividade 5**. Nela, os estudantes devem elaborar uma situação-problema que, necessariamente, envolva unidades de medida de tempo e/ou temperatura. Oriente-os a pensar em uma situação real e a utilizar valores e unidades coerentes. Em seguida, propomos que os estudantes se organizem em duplas para permutar as questões elaboradas, de modo que um resolva a do outro. Por fim, eles podem ser convidados a ler a situação-problema construída pelo colega e socializar como pensaram para solucioná-la. Esse pode ser um ótimo momento para que os estudantes sejam protagonistas no processo de ensino-aprendizagem.

FINALIZANDO

Ao final das aulas, retome, com os estudantes, o que eles aprenderam sobre as unidades de medida de tempo e temperatura. Retome o diálogo inicial de modo a aproximar a Matemática de situações reais do cotidiano e para auxiliá-los na leitura do mundo que os cerca. Pode ser interessante pensar em possibilidades de ampliar a discussão sobre as unidades de medida de temperatura com um professor de Ciências.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Ao realizar cálculos e conversões envolvendo unidades de medidas de tempo, é importante destacar que o tempo é calculado no sistema sexagesimal. Desse modo, os estudantes precisam estar atentos ao fato de que, por exemplo, quando temos 1,5 h, não se trata de 1 hora e 5 minutos, e sim, de 1 hora e 30 minutos, visto que 0,5 representa a metade de uma hora.

3. Um ciclista iniciou uma corrida às 6h03min. Ele manteve uma velocidade média de 16 km/h na ida. Ele percorreu uma distância total de 58,2 km do ponto inicial ao ponto final, parou por 31 minutos para se alimentar e descansar e, por fim, retornou pelo mesmo trajeto, com uma velocidade média de 12 km/h. Em qual horário ele chegou ao ponto de origem novamente?

a. 13h50min30seg
b. 13h50min50seg
c. 15h03min00seg
d. 15h03min15seg
e. 15h03min25seg

Escreva neste espaço como você solucionou a questão:

Professor, confira a resposta ao lado.

4. O painel de temperatura de uma cidade registrou, à meia-noite, 12 °C. Três horas se passaram e a temperatura baixou 4,7 °C. Após mais quatro horas, a temperatura elevou em 11,5 °C. E, após mais cinco horas, a temperatura subiu mais 7,2 °C. Qual a temperatura exibida no painel dessa cidade ao meio-dia?

a. 18° C.
b. 23° C.
c. 26° C.
d. 31° C.
e. 32° C.

Escreva aqui o seu raciocínio:

As mudanças de temperatura ocorridas nessa cidade foram as seguintes:

12°C
12°C – 4,7°C = 7,3°C
7,3°C + 11,5°C = 18,8°C
18,8°C + 7,2°C = 26,0°C

5. Agora é a sua vez de ser protagonista no seu aprendizado. Elabore uma situação-problema que envolva unidades de medidas de tempo e/ou temperatura e peça para que um colega a resolva.

Aqui, os estudantes deverão elaborar uma situação-problema, à escolha deles, que necessariamente envolva unidades de medidas de tempo e/ou temperatura. É importante que os estudantes utilizem as unidades adequadas de tempo: minuto, segundo, hora... e temperatura (°C).

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, confira abaixo a resposta da **Atividade 3**:
Inicialmente, os estudantes devem calcular o tempo gasto no trajeto da ida. Para isso, diversas estratégias podem ser utilizadas. Sabendo que o ciclista manteve uma velocidade média de 16km/h, uma possibilidade para obter o tempo gasto na ida é por meio da seguinte proporção:

$$\frac{16}{58{,}2} = \frac{60}{x}$$

Ao aplicar a propriedade fundamental das proporções, tem-se:

$$16x = 58{,}2 \cdot 60 \Rightarrow 16x = 3492 \Rightarrow \frac{16\,x}{16} = \frac{3492}{16} \Rightarrow x = 218{,}25\ minutos.$$

Logo, o ciclista gastou 218,25 minutos. Uma vez que a unidade de tempo não é centesimal, é necessário converter a parte decimal $0{,}25 = \frac{1}{4}$ para segundos. Desse modo tem-se $\frac{60}{4} = 15\ segundos$, totalizando o tempo de ida em 218min15seg.

Já, para a volta, tem-se a seguinte proporção:

$$\frac{12}{58{,}2} = \frac{60}{y}$$

Ao aplicar a propriedade fundamental das proporções, tem-se:

$$12y = 58{,}2 \cdot 60 \Rightarrow 12y = 3492 \Rightarrow \frac{12y}{12} = \frac{3492}{12} \rightarrow y = 291\ minutos.$$

Somando todo o tempo gasto no trajeto, juntamente com a pausa, tem-se:

218min15seg + 31min + 291min = 540min15seg

Uma hora possui 60 minutos, logo, $\frac{540min15seg}{60}$ = 9h00min15seg.

O ciclista partiu às 6h03min. Ao somar a hora inicial com o tempo total gasto:

6h03min00seg + 9h00min15seg = 15h03min15seg.

Alternativa D.

ANOTAÇÕES

Use esse espaço para responder à atividade elaborada pelo colega:

AULAS 5 E 6 – CONHECENDO AS UNIDADES DE MEDIDA DE VOLUME

Objetivos das aulas:
- Explorar o que é um metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico em situações reais;
- Relacionar as principais unidades de medidas de superfície e volume;
- Resolver e elaborar situações-problema envolvendo as principais unidades de medidas de superfície e volume.

1. Em nosso dia a dia, costumamos medir o volume de líquidos em nossas atividades rotineiras: seja em um copo com água que vamos beber ou a quantidade de leite necessária em uma receita de bolo. O volume de um sólido é um conceito matemático muito útil nas ações humanas. A unidade de medida padrão de volume é o metro cúbico (m^3), proveniente do produto entre três dimensões: largura x altura x comprimento. Um submúltiplo dessa unidade é o centímetro cúbico (cm^3). Sabemos que $1\,m^3 = 10^6\,cm^3$. Desse modo, calcule em cm^3:

a. $2{,}5\ m^3 =$ $\boxed{2{,}5 \cdot 10^6 \text{ ou } 2\,500\,000\ cm^3}$

b. $0{,}0078 m^3 =$ $\boxed{7{,}8 \cdot 10^{-3} \cdot 10^6 = 7\,800 \text{ ou } 7{,}8 \cdot 10^3\ cm^3}$

c. $1{,}049 \cdot 10^{-3}\ m^3 =$ $\boxed{1{,}049 \cdot 10^{-3} \cdot 10^6 = 1{,}049 \cdot 10^3 \text{ ou } 1\,049\ cm^3}$

d. $100\ m^3 =$ $\boxed{100 \cdot 10^6 = 100\,000\,000 \text{ ou } 10^8\ cm^3}$

e. $0{,}02\ m^3 =$ $\boxed{2 \cdot 10^{-2} \cdot 10^6 = 2 \cdot 10^4 \text{ ou } 20\,000\ cm^3}$

f. $2{,}7 \cdot 10^{-6}\ m^3 =$ $\boxed{2{,}7 \cdot 10^{-6} \cdot 10^6 = 2{,}7\ cm^3}$

AULAS 5 E 6 – CONHECENDO AS UNIDADES DE MEDIDA DE VOLUME

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em semicírculo.

MATERIAL NECESSÁRIO:

Caderno do Estudante.

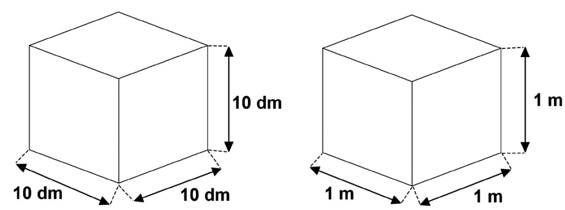
INICIANDO

Para dar continuidade aos estudos da Unidade Temática **Grandezas e Medidas**, nas Aulas 5 e 6, os estudantes explorarão as principais unidades de medida de volume e seus submúltiplos mais usuais: o metro cúbico (m^3), o decímetro cúbico (dm^3) e o centímetro cúbico (cm^3). Para isso, inicie um diálogo com a turma sobre situações reais em que medimos o volume de objetos. Questione, por exemplo, "Vocês ingeriram algum líquido hoje? Qual?", "Como mediram a quantidade de líquido ingerido?", "Em que outras situações medimos o volume de algo?", "Usamos que objetos/instrumentos para medir o volume?". Nesse debate, diversas respostas podem surgir sobre situações em que medimos o volume, tais como, em uma receita, ao encher uma caixa d'água, tanque, piscina etc. E, nessas situações, utilizamos unidades de medida padronizadas e não-padronizadas, a exemplo de 1 m^3 de água em um reservatório ou duas xícaras de leite para fazer um bolo. A partir dessa conversa prévia, entregue o **Caderno do Estudante** à turma e realize a leitura coletiva da **Atividade 1**. Nela, há uma reflexão sobre como a ação de medir volume está presente nas ações diárias.

DESENVOLVENDO

Na **Atividade 1**, os estudantes devem transformar valores de medidas, dados em metro cúbico, para centímetro cúbico. Ressalte que se trata de unidades de medida de volume e que elas serão muito utilizadas na resolução de situações-problema que envolvam o cálculo da capacidade de um determinado sólido. Propomos, também, que os conceitos de notação científica sejam relembrados com os estudantes. Você pode, professor, realizar alguns exemplos, com eles, sobre como escrever um número em notação científica, visto que essa habilidade será muito útil na conversão de uma unidade de medida de volume para um submúltiplo ou vice-versa. Após essa explanação, é interessante que os estudantes pensem na resolução das atividades sozinhos e, em seguida, sejam convidados a compartilhar como pensaram. Algumas perguntas podem auxiliar nesse processo, tais como, "Como vocês pensaram para a realizar a atividade?", "Alguém fez de outra maneira? Qual?" e outros questionamentos mais direcionados a exemplo de "Qual a relação entre o litro e o metro cúbico?". Essas indagações podem contribuir para a participação dos estudantes. A partir das respostas deles, explique os conceitos envolvidos, para que os estudantes relacionem as unidades de medidas de volume mais utilizadas. Na **Atividade 4**, especificamente, destaque a relação existente entre as unidades de medida de superfície com as de volume. A partir da junção de figuras planas, obtemos uma figura tridimensional.

2. Gizelly realizou uma pesquisa na internet sobre a relação entre a unidade de medida de volume decímetro cúbico e o metro cúbico e encontrou duas caixas com o mesmo volume, mas com suas dimensões expressas em unidades diferentes.



Fonte: elaborado para fins didáticos

V = 10 dm · 10 dm · 10 dm = 1 000 dm³.   V = 1 m · 1 m · 1 m = 1 m³ = 1 000 dm³.

Utilizando essa pesquisa, realize as transformações a seguir e preencha o quadro:

	Metro cúbico (m³)	Cálculo	Decímetro cúbico (dm³)
a.	3	$\frac{3\,000}{1\,000} = 3$	3 000
b.	0,058 ou $5{,}8 \cdot 10^{-2}$	$\frac{58}{1\,000} = 0{,}058$	58
c.	0,0000077 ou $7{,}7 \cdot 10^{-6}$	$\frac{7{,}7 \cdot 10^{-3}}{10^{3}} = 7{,}7 \cdot 10^{-6}$	0,0077
d.	4,5	$4{,}5 \cdot 10^{3} = 4\,500$	4 500
e.	0,123	$1{,}23 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{3} = 1{,}23 \cdot 10^{2} = 123$	123
f.	1	$1 \cdot 10^{3} = 1\,000$	1 000
g.	0,00000115 ou $1{,}15 \cdot 10^{-6}$	$\frac{1{,}15 \cdot 10^{-3}}{10^{3}} = 1{,}15 \cdot 10^{-6}$	$1{,}15 \cdot 10^{-3}$
h.	20	$20 \cdot 1\,000 = 20\,000$	20 000 ou $2 \cdot 10^{4}$
i.	8,125	$\frac{8\,125}{1\,000} = 8{,}125$	8 125
j.	$6{,}75 \cdot 10^{-2}$	$6{,}75 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{3} = 6{,}75 \cdot 10 = 67{,}5$	67,5 ou $6{,}75 \cdot 10$

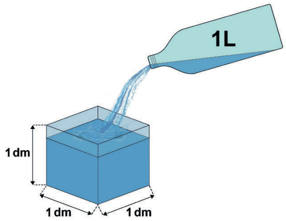
FINALIZANDO

Sugerimos que as aulas sejam finalizadas com uma sistematização dos conceitos estudados. Pode ser interessante escrever uma tabela ou quadro com as principais relações entre as unidades de medida de volume abordadas. Para isso, realize algumas perguntas direcionadas, a exemplo de "1 m³ é equivalente a quantos cm³?", "Como transformamos uma medida em litro para m³?". Por meio dessa retomada, realize um diagnóstico para averiguar se os estudantes compreenderam as dimensões de tamanhos relativas a essas unidades de medida de volume.

3. Em muitas embalagens de produtos alimentícios, encontramos, no rótulo, informações sobre o seu volume. É muito comum o uso da unidade litro (L) para medir a capacidade desses itens. Veja a seguinte informação nesta caixa de leite:

Fonte: elaborado para fins didáticos

1 litro é equivalente a 1 decímetro cúbico:



Fonte: elaborado para fins didáticos

Desse modo, responda:

a. Qual o volume, em dm³, de 5 caixas e meia de leite?

Se 1 L = 1 dm³, então, 5,5 L = 5,5 dm³. Desse modo, o volume, em dm³, de 5 caixas e meia de leite é igual a 5,5 dm³.

b. Qual o volume, em m³, de 28 caixas de leite?

Se 1 L = 1 000 cm³, então, 28 L = 28 · 1000 = 28 000 cm³. Para transformar 1 cm³ em m³, dividimos por 10^6. Desse modo, tem-se:

$$\frac{2{,}8 \cdot 10^4}{10^6} = 2{,}8 \cdot 10^{-2} = 0{,}028$$

Portanto, 28 caixas de leite medem $2{,}8 \cdot 10^{-2}$ ou 0,028 m³.

c. Em uma receita de molho branco, são necessários 450 mL de leite. Sabendo que 1 L = 1 000 mL, qual o volume em cm^3, dm^3 e m^3 de leite necessário nessa receita? Explicite o seu raciocínio.

Aqui, os estudantes devem utilizar a estratégia que julgarem melhor para transformar o volume dado em mililitros (mL) em m^3, dm^3 e cm^3. Primeiramente, é interessante converter o volume em mL para litro. Se 1 L = 1000 mL, temos, por meio da seguinte proporção:

$$\frac{1\ L}{x} = \frac{1\ 000\ mL}{450\ mL}$$

Aplicando a propriedade fundamental das proporções, tem-se:

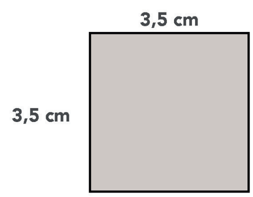
$$1000x = 450 \Rightarrow x = \frac{450}{1\ 000} \therefore x = 0{,}45\ L$$

Uma vez que 1 L = 1 dm^3, temos que 0,45 L = 0,45 dm^3. Sabe-se, também, que 1 L = 1000 cm^3, logo, tem-se que: 0,45 L = 0,45 · 1 000 cm^3 = 450 cm^3. Por fim, para transformar um valor em cm^3 para m^3, dividimos esse valor por 10^6. Desse modo, tem-se o seguinte:

$$\frac{4{,}5 \cdot 10^2}{10^6} = 4{,}5 \cdot 10^{-4}\ m^3$$

Portanto, $0{,}45\ \mathrm{L} = 4{,}5 \cdot 10^{-4}$ ou $\mathbf{0{,}00045\ m^3}$.

4. Mateus está construindo um dado para jogar com seus amigos. Para isso, ele usará seis quadrados feitos com papelão, conforme ilustra a figura a seguir:



Fonte: elaborado para fins didáticos

a. Qual a área do quadrado utilizado por Mateus? Qual a unidade de medida utilizada?

A área do quadrado utilizado por Mateus é 3,5 · 3,5 = 12,25 cm^2. A unidade de medida utilizada foi o centímetro quadrado (cm^2).

b. O dado construído por Mateus possuirá, ao final, o formato de um cubo cujo volume é calculado pelo produto entre a área superficial de uma das faces (com formato quadrado) e a profundidade. Desse modo, qual o volume do dado? E qual a unidade de medida utilizada?

Os estudantes devem observar que o tamanho da profundidade do dado será igual ao tamanho do lado do quadrado, ou seja, 3,5 cm. Desse modo, o volume do dado é igual a:

$$V_{dado} = 12{,}25 \cdot \ 3{,}5$$

$$V_{dado} = 42{,}875\ cm^3$$

A unidade de medida utilizada foi o centímetro cúbico: $cm^2 \cdot cm = cm^3$.

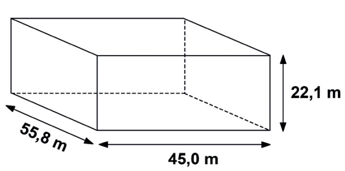
AULAS 7 E 8 – BLOCOS RETANGULARES: COMO CALCULAR O VOLUME DELES?

Objetivos das aulas:

- Calcular o volume de blocos retangulares a partir da área de retângulos;
- Resolver e elaborar situações-problema envolvendo o cálculo do volume de blocos retangulares.

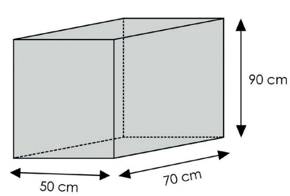
1. Um bloco retangular é uma figura geométrica tridimensional formada pela união de seis faces retangulares. Sabemos que o retângulo é uma figura plana e sua área é obtida a partir do produto entre suas duas dimensões. Os blocos retangulares, por sua vez, possuem uma dimensão a mais do que os retângulos: a profundidade ou espessura. Para calcular o seu volume, portanto, multiplicamos a área de um dos retângulos que o compõe pela terceira dimensão: comprimento x largura x profundidade. Ciente disso, calcule o volume de cada bloco retangular a seguir:

a.



Fonte: elaborado para fins didáticos

b.



Fonte: elaborado para fins didáticos

AULAS 7 E 8 – BLOCOS RETANGULARES: COMO CALCULAR O VOLUME DELES?

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes reunidos em duplas produtivas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante, régua e esquadro para cada estudante.

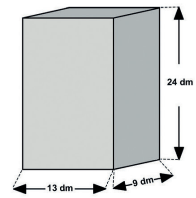
INICIANDO

Com a finalidade de concluir essa etapa do estudo das unidades de medida, os estudantes, ao final das atividades propostas nas Aulas 7 e 8, devem ser capazes de calcular o volume de uma figura peculiar que eles estudarão nessas aulas: o bloco retangular. Pode ser útil mostrar para a turma exemplos de objetos que possuam esse formato, tais como caixas de sapato ou de bombons. Ou, ainda, exibir imagens de construções do mundo real cujo formato se assemelha a blocos retangulares, a exemplo de prédios, reservatórios de água, dentre outros. Posteriormente, entregue para a turma o **Caderno do Estudante** e realize a leitura coletiva e minuciosa do enunciado da **Atividade 1**, em que as características de um bloco retangular são detalhadas.

DESENVOLVENDO

Professor, é importante destacar para os estudantes, antes da realização das atividades, a relação existente entre o volume de um bloco retangular e as superfícies que compõe essa figura. Saliente que o bloco retangular recebe essa nomenclatura porque suas faces são formadas por retângulos. Pode ser relevante, nesse momento da aula, relembrá-los que para calcular a área de um retângulo, realizamos o produto entre suas duas dimensões. A partir daí, conduza a explicação ressaltando que, no caso dos blocos retangulares, uma dimensão a mais é considerada: a profundidade ou espessura. Portanto, para calcular o volume de um bloco retangular, basta multiplicar a área de uma das superfícies retangulares pelo tamanho da terceira dimensão. Você pode realizar o item A da **Atividade 1** de modo coletivo para que os estudantes se sintam mais seguros no desenvolvimento das demais atividades. A partir desse momento, sugerimos que os estudantes sejam reunidos em duplas produtivas. Incentive-os para que trabalhem ativamente nas duplas, discutindo as atividades. Convide algumas duplas para que socializem, com toda a turma, como pensaram. Propomos que uma atenção maior seja dada à discussão da **Atividade 5**, em que eles precisarão construir um bloco retangular com dimensões à sua escolha. Nesse momento, é interessante que cada um, mesmo que reunidos em duplas, desenhe um bloco retangular. Para isso, oriente-os sobre como desenhar uma figura tridimensional em perspectiva, atentando-se para as medições corretas das dimensões. Em seguida, eles deverão calcular o volume do bloco retangular construído. Pode ser interessante que, nesse momento, o colega da dupla calcule o volume.

c.



Fonte: elaborado para fins didáticos

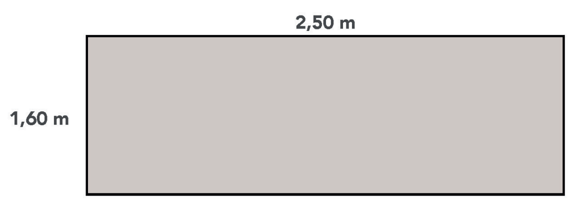
Espera-se que, aqui, os estudantes calculem o volume de cada bloco retangular, multiplicando a área de um dos retângulos que o compõe pela terceira dimensão: comprimento x largura x profundidade e mostrem os cálculos realizados. Os volumes são os seguintes:

a) $55{,}8 \cdot 45{,}0 \cdot 22{,}1 = 55\,493{,}1\ m^3$.

b) $50 \cdot 70 \cdot 90 = 315\,000\ cm^3$.

c) $13 \cdot 9 \cdot 24 = 2\,808\ dm^3$.

2. Juliane está concluindo a construção da sua casa e, como parte da obra, solicita que o pedreiro construa uma caixa d'água com formato de bloco retangular. A imagem, a seguir, ilustra uma das superfícies retangulares da caixa d'água, com os tamanhos do comprimento e da altura:



Fonte: elaborado para fins didáticos

Sobre essa situação, responda:

a. Qual a área da superfície retangular da caixa d'água explicitada na imagem?

A área da superfície retangular da caixa d'água, explicitada na imagem, é dada pelo produto entre as duas dimensões, ou seja,

$$A = 2{,}50 \cdot 1{,}60 = 4{,}00\ m^2$$

FINALIZANDO

O encerramento pode ser realizado com uma exposição de todos os blocos retangulares construídos. Use os desenhos construídos por eles para retomar os elementos de um bloco retangular e como calcular o seu volume. Dialogue com a turma de modo que eles exponham o que aprenderam e solucione possíveis dúvidas que surgirem. Essa atividade pode ser ampliada para que eles construam blocos retangulares, usando papelão ou outros materiais, de modo a consolidar as habilidades propostas.

b. A largura da caixa d'água da casa de Juliane será de 90 cm. Desse modo, qual o volume máximo, em litros de água, caberá nessa caixa d'água? (Dado: 1 m³ = 1 000 L.)

Os estudantes devem averiguar que para calcular o volume dessa caixa d'água com formato de bloco retangular, deve-se multiplicar a área da superfície retangular pela largura. A largura foi dada em cm, logo, é preciso uniformizar as unidades. Desse modo, obtemos: 90 cm = 0,9 m. O volume da caixa d'água, portanto, é:

$$4 \cdot 0{,}9 = 3{,}6 \text{ m}^3$$

Como 1 m³ = 1 000 L, temos que o volume da caixa d'água é:

$$3{,}6 \cdot 1\,000 = \mathbf{3\,600\ L}.$$

3. (SARESP/2011 – Adaptada) Um proprietário de uma casa pretende fazer uma cisterna em forma de bloco retangular de 5 m de comprimento por 2 m de largura e 1,5 m de profundidade. Qual o volume de água que essa cisterna pode armazenar?

a. 7,5 m³

b. 8,5 m³

c. 10 m³

d. 15 m³

Explicite nesse espaço o seu raciocínio:

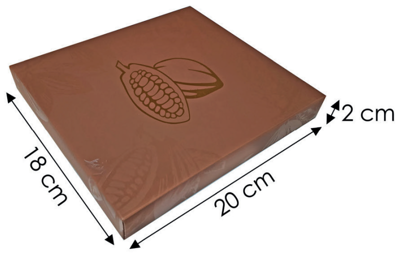
O volume da cisterna é obtido a partir do produto entre as três dimensões: comprimento, largura e profundidade. Desse modo, tem-se que:

$$5 \cdot 2 \cdot 1{,}5 = 15 \text{ m}^3.$$

Alternativa D.

ANOTAÇÕES

4. Uma caixa de bombons possui as seguintes dimensões:



Fonte: elaborado para fins didáticos

O interior de caixa é completamente preenchido por uma bandeja e por 12 bombons. Sabendo que a bandeja ocupa 60% do interior da caixa, qual o volume que cada bombom ocupa?

Espera-se que os estudantes calculem, primeiramente, o volume total da caixa de bombons que possui o formato de um bloco retangular. Para isso, devem multiplicar as três dimensões e obter:

$$18 \cdot 20 \cdot 2 = 720 \text{ cm}^3$$

Uma vez que 60% da caixa é ocupada pela bandeja, logo, os bombons ocupam 40% de volume do total da caixa, ou seja:

$$0{,}4 \cdot 720 = 288 \text{ cm}^3$$

A caixa possui 12 bombons, portanto, o volume da caixa ocupado por cada um é $\frac{288}{12} = \mathbf{24\ cm^3}$.

5. Com auxílio de régua e esquadro, desenhe um bloco retangular com dimensões à sua escolha. Em seguida, calcule o volume do bloco retangular que você desenhou em m³, dm³ e cm³.

Espera-se, nessa questão, que os estudantes desenhem um bloco retangular com as dimensões que eles escolherem. É possível que eles tenham dificuldade em desenhar a figura tridimensional em perspectiva. Uma orientação específica nesse processo é bem-vinda. O espaço disponível na atividade permitirá que o estudante desenhe um bloco retangular com dimensões em centímetros. Logo, o produto entre as medidas usadas para o comprimento, largura e espessura do bloco retangular resultará em seu volume na unidade de medida centímetro cúbico (cm³). O enunciado solicita que os volumes, também, sejam calculados em m³ e dm³. Os estudantes poderão, para isso, usar as seguintes relações estudadas nas aulas anteriores:

$$1 \text{ m}^3 = 10^6\ cm^3$$

$$1 \text{ dm}^3 = 1\ 000 \text{ cm}^3$$

8º ANO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

OLÁ, PROFESSOR!

Nesta Sequência de Atividades, falamos diretamente com você, que está aí na sala de aula, no convívio direto com os estudantes, os quais terão oportunidade de se envolver com atividades que possibilitam a retomada de conceitos, propriedades e procedimentos essenciais ao desenvolvimento de seus conhecimentos e capacidades em matemática.

A Sequência de Atividades deve ser desenvolvida considerando o protagonismo dos(as) estudantes e, favorecendo a interação, o compartilhamento de conhecimentos e a colaboração para que os estudantes desenvolvam as habilidades:

(EF06MA33) Planejar e coletar dados de pesquisa referente a práticas sociais escolhidas pelos estudantes e fazer uso de planilhas eletrônicas para registro, representação e interpretação das informações, em tabelas, vários tipos de gráficos e texto;

(EF07MA35) Compreender, em contextos significativos, o significado de média estatística como indicador da tendência de uma pesquisa, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados.

Além disso, as socializações das atividades, por parte dos estudantes, são percebidas aqui como oportunidades de serem desenvolvidas habilidades e competências que dizem respeito à cooperação, à empatia, à argumentação, à comunicação, entre outras.

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1 e 2 / 90 min	**VAMOS FAZER UMA PESQUISA?**
3 e 4 / 90 min	**GRÁFICOS DE COLUNAS E DE SETORES: VAMOS CONSTRUÍ-LOS?**
5 e 6 / 90 min	**COMO CALCULAR A MÉDIA ARITMÉTICA DE UM CONJUNTO DE DADOS?**
7 e 8 / 90 min	**MÉDIA ESTATÍSTICA E AMPLITUDE DOS DADOS**

Professor, a sua atuação é muito importante em cada uma das situações propostas aqui. Este caderno deverá servir como uma ferramenta que o auxiliará no processo de ensino, sendo necessário, portanto, que você considere, em seu planejamento, outras possibilidades de discussão e recursos.

ANOTAÇÕES

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

AULAS 1 E 2 – VAMOS FAZER UMA PESQUISA?

Objetivos das aulas:
- Identificar o que é uma pesquisa, coleta de dados e sua relação com a Estatística;
- Realizar uma pesquisa referente às práticas sociais e organizar os dados na forma de texto e de tabela.

Você já respondeu a alguma enquete? Hoje em dia é muito comum as pessoas publicarem uma pergunta nas redes sociais para que seus seguidores a respondam. Às vezes, trata-se de um questionamento cuja resposta é do tipo "sim" ou "não", outras pesquisas apresentam algumas alternativas com respostas prévias. Uma pesquisa possui como objetivo investigar, a partir das respostas de uma amostra de pessoas, uma determinada situação ou prática social. A área da Matemática que estuda esse assunto é a Estatística. Nas atividades a seguir, vamos estudar um pouco mais sobre essa área. Vamos lá?

1. Organize-se em dupla ou trio com o objetivo de realizar uma **pesquisa estatística.** O tema a ser investigado é "a relação entre os jovens e as redes sociais". Discuta com seus colegas do grupo a dinâmica da pesquisa e realizem as seguintes atividades:

a. Elaborem quatro perguntas para a pesquisa de vocês, sendo duas delas com apenas duas possibilidades de resposta (por exemplo: "sim" ou "não") e duas com alternativas.

Perguntas com resposta "sim" ou "não"	Perguntas com alternativas
Aqui, os estudantes do grupo devem escrever uma pergunta que eles pensaram juntos e que desejam investigar sobre o tema dado. Por exemplo, "Você acessa redes sociais todos os dias?" Aqui a pergunta pensada deve possuir uma resposta do tipo "sim" ou "não".	Aqui, os estudantes da dupla ou trio devem escrever a pergunta e as alternativas que eles pensaram sobre o tema dado. Por exemplo: "Quantas horas por dia, em média, você acessa redes sociais?" A) Até 2 horas C) Mais de 4 horas B) 2 a 4 horas D) Não uso
Aqui é o espaço para os estudantes do grupo registrarem a segunda pergunta também com uma resposta do tipo "sim" ou "não".	Aqui é o espaço para os estudantes do grupo registrarem a segunda pergunta com alternativas.

AULAS 1 E 2 – VAMOS FAZER UMA PESQUISA?

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize os(as) estudantes em duplas ou trios com objetivo de promover a interação e a discussão entre eles(as).

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante; folhas A4 suficientes para cada dupla ou trio preparar os instrumentos de coleta de dados; réguas para cada dupla ou trio para auxiliar na construção das tabelas.

INICIANDO

Para iniciar o estudo dos conteúdos pertencentes à Unidade Temática Probabilidade e Estatística, mais especificamente sobre a Estatística, nas **Aulas 1 e 2**, são propostas atividades para que os estudantes identifiquem o que é uma pesquisa, sua importância e relação com práticas sociais, como coletar dados e organizá-los em textos e tabelas. Uma sugestão para iniciar a discussão sobre essa temática é refletir sobre o texto introdutório presente antes das atividades no Caderno do Estudante. Dialogue com os estudantes questionando-os, por exemplo, se eles já responderam a uma enquete em uma rede social, o que tem se tornado comum hoje em dia, ou alguma pesquisa de satisfação em uma loja, dentre outras situações. Ressalte que as pesquisas são importantes, pois possuem a finalidade de investigar, a partir das respostas de uma amostra de pessoas, uma determinada situação ou prática social de uma população maior. A área da Matemática que estuda esse assunto é a Estatística. Com a finalidade de continuar o debate inicial e manter o entusiasmo dos estudantes, propomos que eles sejam reunidos em duplas ou trios. Se não for possível, as atividades podem ser realizadas de modo individual. Em seguida, se ainda não o tiver feito, sugerimos que o

Caderno do Estudante seja entregue à turma e uma leitura coletiva e minuciosa da **Atividade 1** seja realizada.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Ao elaborar um instrumento de coleta de dados, é importante salientar se informações pessoais serão questionadas ou não aos entrevistados. Em algumas situações reais de pesquisa estatística, o entrevistado pode não ser completamente sincero nas respostas se o nome dele for registrado na pesquisa, por exemplo. Não perguntar o nome, dependendo do teor das perguntas, pode trazer mais tranquilidade ao entrevistado e ele responder de modo verdadeiro. Além disso, perguntas como "sexo" ou "gênero" podem causar desconforto também se o entrevistado não se sentir representado pelas opções disponíveis. É preciso ter atenção a esses quesitos. Outro aspecto importante é que algum estudante talvez não queira participar se tiver de responder em voz alta às perguntas. Em situações assim, o estudante pode responder discretamente ele próprio no instrumento de coleta de dados.

DESENVOLVENDO

Observe, professor, que a **Atividade 1** é de cunho prático, em que os estudantes deverão organizar uma pesquisa que eles farão entre

b. Criem um instrumento de coleta de dados e definam quantos entrevistados e quais informações pessoais deles vocês irão questionar (nome, idade...).

Espera-se que os estudantes da equipe criem um instrumento de coleta de dados para realizar a pesquisa. Pode ser um questionário, uma tabela, dentre outros formatos. É importante que os estudantes discutam e pensem quais informações pessoais dos entrevistados serão questionadas. Em determinadas pesquisas, solicitar o nome pode constranger o entrevistado e ele não responder com sinceridade, com receio de julgamentos. Segue um exemplo de questionário:

PESQUISA "JOVENS E REDES SOCIAIS"

Tema: a relação entre os jovens e as redes sociais.

Nome do entrevistado: ______________________________ Idade: ________

Perguntas com resposta "sim" ou não":

1. Você considera que gasta muito tempo do seu dia usando redes sociais?

( ) SIM ( ) NÃO

Perguntas com alternativas:

1. Qual rede social você usa mais?

( ) Rede social A ( ) Rede social B

( ) Rede social C ( ) Rede social D

c. Realize a entrevista com outros colegas da turma e registre no espaço a seguir as respostas em uma ou mais tabelas:

Aqui, os estudantes do grupo devem organizar, antes da realização das entrevistas, uma tabela para registrar as respostas dos entrevistados. Por exemplo, se o grupo decidir entrevistar 6 colegas, então uma possibilidade de organização das respostas em tabelas seria:

PERGUNTAS COM RESPOSTA "SIM" OU "NÃO"		
	PERGUNTA 1	PERGUNTA 2
SIM	5	3
NÃO	1	3
TOTAL	6	6

PERGUNTAS COM ALTERNATIVAS		
	PERGUNTA 1	PERGUNTA 2
A	2	0
B	2	1
C	1	3
D	1	2
TOTAL	6	6

eles. Antes de iniciá-la, durante a leitura do enunciado, dialogue com a turma aspectos da Estatística presentes nessa situação. Eles aprenderão de modo prático como construir um instrumento de coleta de dados, construir perguntas com respostas apenas do tipo "sim" ou "não" ou "concordo" e "discordo" etc. e perguntas com alternativas. A **Atividade 1** sugere o tema "a relação entre os jovens e as redes sociais", mas você pode, professor, pensar em algum outro tema que seja mais próximo da realidade dos estudantes da sua sala de aula para que a pesquisa se torne mais significativa para eles. No tema proposto, cada dupla ou trio (ou de modo individual, se não for possível realizar em grupo) deve pensar em quatro perguntas, à escolha deles, sobre o tema em questão. Eles ficam livres para escolher as per-

d. Analisem os dados obtidos no item "c" e escrevam um texto sobre as conclusões obtidas.

Aqui, os estudantes do grupo devem analisar e escrever conclusões a partir das respostas dos entrevistados. Um exemplo de análise seria "Todos os entrevistados afirmaram usar redes sociais todos os dias" ou "O número de usuários da rede social A foi igual ao número de usuários da rede social B."

2. Uma pesquisa foi realizada com 100 pessoas sobre hábitos de leitura. Foi perguntado aos participantes quantos livros cada um lê por ano. O resultado está expresso na seguinte tabela:

Respostas	Quantidade de entrevistados
1 a 2 livros	39
3 a 5 livros	24
Mais de 5 livros	7
Nenhum livro	30
Total	**100**

Fonte: elaborado para fins didáticos.

Responda ao que se pede:

a. Qual foi a resposta que obteve a maior quantidade de entrevistados? E a menor?

A resposta que obteve a maior quantidade de entrevistados foi "1 a 2 livros" e a menor foi "mais de 5 livros".

b. Quantos % dos entrevistados leem, ao menos, 1 livro por ano?

A quantidade de pessoas que lê, ao menos, 1 livro por ano é 39 + 24 + 7 = 70. Logo, a razão que representa a quantidade de pessoas que lê, ao menos, 1 livro por ano em comparação à quantidade total de entrevistados é $\frac{70}{100} = 70\%$.

guntas, apenas tomando o cuidado para que os questionamentos não sejam constrangedores ou causem desconforto a algum colega. O objetivo da atividade é vivenciar na prática a realização de uma pesquisa estatística, construir um instrumento de coleta de dados e organizá-los em uma tabela para facilitar a leitura da situação investigada. Oriente-os como construir um instrumento de coleta de dados, na forma de um questionário, por exemplo, com cabeçalho, campos para anotar informações pessoais da pessoa entrevistada, se for o caso, e as perguntas com espaços entres parênteses ou caixinhas para marcar a resposta dada. Além disso, a entrevista pode ser feita com o entrevistador lendo as perguntas em voz alta e ele próprio registra as respostas, ou o instrumento é entregue para o colaborador da pesquisa e ele próprio marca as respostas. Escolha a estratégia que melhor se adeque à realidade da sua sala de aula. Além disso, as duplas ou trios devem escolher a quantidade de pessoas que eles irão entrevistar. Esse é um aspecto bem importante, pois quanto maior for a amostra de pessoas, mais próximo da realidade da população inteira os resultados serão. Mas também é importante destacar que quanto mais pessoas entrevistadas, mais tempo e recursos serão necessários. Desse modo, os estudantes escolherão com o auxílio do professor uma quantidade significativa de colegas da turma que serão entrevistados. Entregue folhas A4 aos estudantes para que eles consigam construir questionários suficientes para a quantidade de entrevistados acordada. Combine um tempo para que os estudantes interajam entre eles, realizem as perguntas e registrem as respostas nos instrumentos de coleta de dados. Em seguida, nas duplas ou trios, eles deverão organizar as informações em uma tabela. Esteja próximo deles nesse trabalho, orientando-os sobre a organização dos dados em linhas, colunas, contar quantas respostas de cada houve e colocar no espaço correspondente na tabela. Para finalizar a **Atividade 1**, eles deverão discutir possíveis conclusões após a realização da pesquisa, a exemplo de "mais da metade dos entrevistados afirmou usar redes sociais mais de 2 h por dia" e socializar com a turma. Esse pode ser um excelente momento para discutir na prática uma realidade da turma utilizando de elementos e conceitos da Estatística. A partir do compartilhamento das inferências dos estudantes, aproxime as respostas deles aos conceitos estatísticos. Em seguida, após vivenciar a atividade prática, eles devem realizar a **Atividade 2**, com uma situação envolvendo pesquisa estatística também e, por fim, eles podem ser convidados a compartilhar como pensaram as respostas.

FINALIZANDO

Em consonância com o que foi discutido durante as aulas, propomos que a finalização delas seja realizada com perguntas a exemplo de "O que vocês aprenderam hoje sobre pesquisa estatística?", "Qual a importância dela?", "A atividade prática ajudou no aprendizado? Por quê?". Você pode ainda, professor, sugerir que eles preparem uma pesquisa e realizem com amigos e/ou familiares sobre o mesmo tema ou outro que pode ser escolhido de modo conjunto nesse momento e compartilharem a experiência com a turma em aulas futuras.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Destaque para os estudantes que as perguntas com alternativas precisam contemplar todas as possíveis respostas dos entrevistados. Em situações cujas possibilidades de respostas sejam múltiplas, uma possibilidade é incluir uma alternativa denominada "outros". Nos casos cujas alternativas sejam valores numéricos, elas devem atender todas as possibilidades também, por exemplo: "entre 1 e 2 vezes", "entre 3 e 5 vezes", "mais de 5 vezes", "nenhuma vez".

c. Quantos % dos entrevistados leem de 1 a 5 livros por ano?

A quantidade de pessoas que lê de 1 a 5 livros por ano é 39 + 24 = 63. Logo, a razão que representa a quantidade de pessoas que lê de 1 a 5 livros por ano em comparação à quantidade total de entrevistados é $\frac{63}{100} = 63\%$.

d. Escreva um texto com as conclusões que você obteve sobre o tema e o resultado da pesquisa.

Aqui a resposta é de cunho pessoal. No entanto, é importante que as conclusões levantadas sejam plausíveis, por exemplo, temos uma quantidade considerável de pessoas que lê poucos livros. Se considerarmos a quantidade de pessoas que não lê livros e a que lê somente de 1 a 2 por ano, temos 69% dos entrevistados. Essas inferências precisam ser coerentes com o tema e o resultado da pesquisa para que não cheguemos a conclusões equivocadas como, por exemplo, a maioria das pessoas entrevistadas não gosta de ler. Não podemos afirmar isso, pois a pergunta se remeteu à quantidade de livros que os entrevistados leem por ano. Algumas delas podem gostar de ler jornal, revista, blog e não gostar de ler livros.

ANOTAÇÕES

AULAS 3 E 4 – GRÁFICOS DE COLUNAS E DE SETORES: VAMOS CONSTRUÍ-LOS?

Objetivos das aulas:
- Organizar e interpretar os dados de uma pesquisa em uma planilha eletrônica;
- Coletar dados de uma pesquisa e construir um gráfico de colunas ou setores para discutir os dados;
- Interpretar dados apresentados em um gráfico de colunas ou setores.

Nas aulas anteriores, aprendemos sobre como fazer uma pesquisa, construir um instrumento de coleta de dados e organizar as respostas dos entrevistados em uma tabela. Outra forma de organizar esses resultados para facilitar a interpretação é por meio dos gráficos de colunas ou setores. Esses gráficos podem ser construídos em um papel A4, papel quadriculado ou por meio de uma planilha eletrônica. As atividades a seguir ajudarão você a interpretar os dados de uma pesquisa em um gráfico. Vamos lá?

1. Uma pesquisa foi realizada com 30 pessoas sobre a frequência de exercícios físicos semanais. Os resultados foram os seguintes:

- 6 entrevistados afirmaram praticar exercícios físicos uma a duas vezes por semana.
- 11 entrevistados afirmaram praticar exercícios físicos entre três e quatro vezes por semana.
- 8 entrevistados afirmaram praticar exercícios físicos mais de quatro vezes por semana.
- 5 entrevistados afirmaram não praticar exercícios físicos.

a. Organize as informações da pesquisa em uma tabela no espaço a seguir. Se as condições permitirem, organize as mesmas informações também em uma planilha eletrônica.

Aqui, os estudantes devem organizar as informações da pesquisa em uma tabela. É importante que as alternativas da pesquisa estejam na mesma linha ou mesma coluna e as quantidades de entrevistados correspondentes à cada resposta em outra linha e coluna lado a lado. Uma possibilidade de tabela seria a seguinte:

Frequência de exercícios físicos	
Respostas	Nº de entrevistados
1 a 2 vezes por semana	6
3 a 4 vezes por semana	11
Mais de 4 vezes na semana	8
Não pratica exercícios físicos	5
TOTAL	30

Se as condições permitirem, os estudantes devem também construir essa tabela em um software de planilha eletrônica.

INICIANDO

As Aulas 3 e 4 prosseguem com o estudo das pesquisas estatísticas, acrescentando um elemento importante na organização dos dados coletados: a construção de gráficos. As atividades propostas sugerem situações em que os estudantes precisarão construir gráficos de colunas e de setores. Para iniciar, propomos que sejam apresentados os objetivos das aulas por meio de uma conversa com a turma, retomando elementos sobre as pesquisas estatísticas debatidos nas aulas anteriores. Realize perguntas a exemplo de "Como realizamos uma pesquisa estatística?" e acrescente elementos que serão discutidos nas Aulas 3 e 4, por exemplo, "Vocês já viram um gráfico?", "Que tipos de gráficos existem?", "Por que eles são úteis em uma pesquisa estatística?". Incentive os estudantes a socializarem suas respostas e, a partir dos comentários deles, destaque que os gráficos são uma representação gráfica dos dados de uma pesquisa que facilitam a leitura das informações coletadas. Existem diversos tipos de gráficos e dependendo da situação, um formato será melhor que o outro para organizar as informações. Especificamente nestas aulas, eles realizarão atividades que envolverão a coleta de dados de uma pesquisa com o objetivo de construir um

AULAS 3 E 4 – GRÁFICOS DE COLUNAS E DE SETORES: VAMOS CONSTRUÍ-LOS?

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados com as carteiras em "U".

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante; uma régua para cada estudante; um compasso para cada estudante (caso não seja possível, um objeto circular pode ser usado); um transferidor para cada estudante.

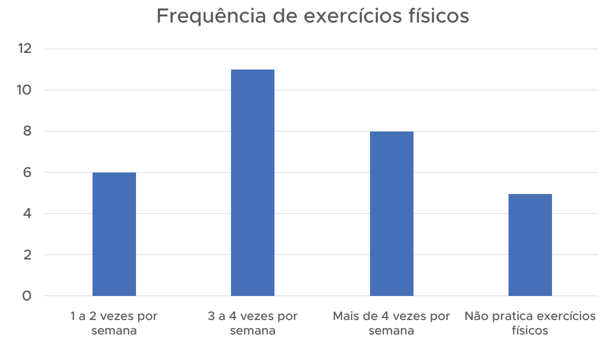
gráfico de colunas ou setores para discutir os dados. A partir desse momento, sugerimos que o **Caderno do Estudante** seja entregue à turma e realizada, a priori, uma leitura coletiva do texto introdutório antes da **Atividade 1**. Nele, há uma reflexão sobre a importância dos gráficos nos estudos da Estatística e como podemos construí-los. Conduza a leitura de modo a orientá-los na execução da **Atividade 1**. Nessa atividade, os estudantes deverão organizar os dados de uma pesquisa e construir um gráfico de colunas.

DESENVOLVENDO

As atividades propõem a organização, primeiramente, das informações da pesquisa em uma tabela. Relembre-os a respeito de aspectos importantes sobre essa dinâmica, como, por exemplo, colocar as alternativas uma abaixo da outra em uma mesma coluna e do lado correspondente, em outra coluna, a quantidade de respostas que aquela opção obteve. Em seguida, os estudantes deverão construir um gráfico de colunas a partir dos dados organizados na tabela. Você pode, professor, antes deles executarem as atividades, desenhar na lousa ou mostrar imagens de gráficos de colunas para eles visualizarem a estrutura deles. Ressalte que as colunas devem ser proporcionais à quantidade de respostas que aquela opção obteve. Para isso, é importante escolher as quantidades que serão referência no eixo vertical. Por exemplo, se os valores iniciam do zero e aumentam de 2 em 2, as distâncias entre um valor e outro devem ser as mesmas. Auxilie-os no uso da régua para estabelecer esses valores e no alinhamento da altura das colunas. Na **Atividade 2**, eles precisarão construir um gráfico de setores. Para isso, eles deverão construir um círculo com um compasso ou usando um objeto circular como molde, atentando também para o fato de que os ângulos dos setores precisam ser proporcionais à porcentagem de entrevistados que responderam determinada alternativa. Além disso, as cores dos setores devem ser distintas e uma legenda deve ser construída

b. Construa um gráfico de colunas a partir dos dados da pesquisa com o auxílio de uma régua e lápis de cor. Se as condições permitirem, construa também um gráfico de colunas com as mesmas informações em uma planilha eletrônica.

Aqui, os estudantes devem construir um gráfico de colunas a partir das informações organizadas na tabela do item "A". É importante ressaltar que o tamanho das colunas deve ser proporcional à quantidade de pessoas que responderam aquela opção. Para isso, eles podem usar uma régua para auxiliá-los na construção das colunas e lápis de cor para pintá-las. Se possível, a posteriori, eles podem gerar o mesmo gráfico em um software de planilha eletrônica, a exemplo do seguinte:



c. A partir da leitura do gráfico construído no item B, responda:

- Quantos entrevistados praticam exercícios entre uma e quatro vezes por semana?

Aqui, os estudantes devem somar a quantidade de entrevistados que responderam 1 a 2 vezes por semana com o número de pessoas que responderam 3 a 4 vezes por semana, ou seja, 6 + 11 = 17 entrevistados.

- Qual alternativa foi mais escolhida pelos entrevistados? E qual foi menos? Como você chegou a essas conclusões apenas analisando o gráfico de colunas?

A alternativa mais escolhida entre os entrevistados foi "3 a 4 vezes por semana", com 11 escolhas. A opção menos escolhida foi "não pratica exercícios físicos", com 5 escolhas.
A partir do gráfico de colunas, é possível visualizar que a coluna com maior altura é a que corresponde à opção mais respondida. Em contrapartida, a coluna menor sinaliza a alternativa menos escolhida.

- Qual a porcentagem de entrevistados que respondeu praticar exercícios físicos "1 a 2 vezes na semana"?

A porcentagem de entrevistados que respondeu praticar exercícios físicos "1 a 2 vezes na semana" é igual a $\frac{6}{30} = \frac{1}{5} \cdot \frac{20}{20} = \frac{20}{100} = 20\%$.

- Qual a porcentagem de entrevistados que pratica exercícios físicos, ao menos, uma vez na semana?

Primeiramente, os estudantes devem obter a quantidade de pessoas que responderam praticar exercícios físicos, ao menos, uma vez por semana, ou seja: 6 + 11 + 8 = 25 entrevistados. Desse modo, a porcentagem de entrevistados que pratica exercícios físicos, ao menos, uma vez na semana é igual a $\frac{25}{30} \cong 0{,}8333\ldots \cdot 100\% \cong 83{,}33\%$.

2. O supermercado Boas Compras realizou uma pesquisa com alguns de seus clientes com o objetivo de avaliar a satisfação deles ao realizarem compras no estabelecimento. Em um dia, 2 000 pessoas foram questionadas e os resultados foram os seguintes:

- 1 500 pessoas responderam "muito satisfeitos".
- 400 pessoas responderam "satisfeitos".
- 100 pessoas responderam "insatisfeitos".

a. Organize as informações da pesquisa em uma tabela no espaço a seguir. Se as condições permitirem, organize as mesmas informações também em uma planilha eletrônica.

Aqui, os estudantes devem organizar as informações da pesquisa em uma tabela. É importante que as alternativas da pesquisa estejam na mesma linha ou mesma coluna e as quantidades de entrevistados correspondentes à cada resposta em outra linha e coluna lado a lado. Uma possibilidade de tabela seria a seguinte:

Nível de satisfação dos clientes	
Respostas	Nº de entrevistados
Muito satisfeitos	1 500
Satisfeitos	400
Insatisfeitos	100
TOTAL	2 000

Se as condições permitirem, os estudantes devem também construir essa tabela em um software de planilha eletrônica.

porcentagem, visto que, ao formar um círculo completo, temos a ideia do todo, ou seja, dos 100%. Enquanto os gráficos de colunas permitem uma melhor visualização sobre o crescimento ou decrescimento da quantidade de cada item, além de permitir, rapidamente, visualizar a opção com maior, menor ou igual número de respostas, por exemplo.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

As **Atividades 1 e 2** propostas nesta Sequência de Atividades sugerem que, se possível, os estudantes construam o gráfico de colunas e de setores em um software de planilha eletrônica. Caso as condições permitam o desenvolvimento dessa habilidade, é importante que os estudantes sejam orientados, a priori, em como utilizar a planilha eletrônica, com alguns comandos básicos, digitação dos dados, como construir uma tabela, colorir linhas e/ou colunas, destacar alguma palavra e, por fim, gerar o gráfico para identificar qual cor corresponde a qual opção. Após os estudantes realizarem essas atividades, é interessante que eles mostrem para os colegas os gráficos que eles construíram e socializem como pensaram para responder às questões. Ressalte que os gráficos auxiliam na organização das informações e permitem uma leitura melhor dos dados coletados.

FINALIZANDO

Ao final das aulas, dialogue com a turma questionando-a sobre o que foi aprendido a respeito da construção de gráficos, destacando a importância deles na Estatística. Saliente que gráficos de setores são mais interessantes para organizar dados em

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Oriente os estudantes sobre como usar o transferidor para construir um gráfico de setores. Eles devem apoiar o centro do transferidor no centro do círculo e traçar, com o auxílio de uma régua, um segmento de reta que parta do centro do círculo até a circunferência, passando pelo ângulo proporcional à quantidade de respostas.

b. Construa um gráfico de setores a partir dos dados da pesquisa com o auxílio de um compasso ou um objeto circular, régua, transferidor e lápis de cor. Se as condições permitirem, construa também um gráfico de setores com as mesmas informações em uma planilha eletrônica. **Observação: os dados devem estar em porcentagem.**

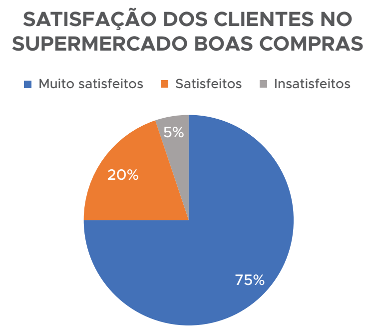
Aqui, os estudantes, primeiramente, devem calcular a quantidade de entrevistados em porcentagem para cada alternativa, obtendo o seguinte:

- **Muito satisfeitos:** $\frac{1500}{2000} = \frac{15}{20} \cdot \frac{5}{5} = \frac{75}{100} = 75\%$.
- **Satisfeitos:** $\frac{400}{2000} = \frac{4}{20} \cdot \frac{5}{5} = \frac{20}{100} = 20\%$.
- **Insatisfeitos:** $\frac{100}{2000} = \frac{1}{20} \cdot \frac{5}{5} = \frac{5}{100} = 5\%$.

Em seguida, devem construir um gráfico de setores a partir das porcentagens calculadas. É importante ressaltar que o tamanho dos setores deve ser proporcional à quantidade de pessoas que responderam a determinada opção. É preciso encontrar o ângulo correspondente à cada resposta, considerando que 100% = 360°. Utilizando a propriedade fundamental das proporções, tem-se:

- **Muito satisfeitos:** $\frac{100\%}{360°} = \frac{75\%}{x} \Longrightarrow 100x = 27\,000 \therefore x = 270°$.
- **Satisfeitos:** $\frac{100\%}{360°} = \frac{20\%}{y} \Longrightarrow 100y = 7\,200 \therefore y = 72°$.
- **Insatisfeitos:** $\frac{100\%}{360°} = \frac{5\%}{z} \Longrightarrow 100z = 1\,800 \therefore = 18°$.

Em seguida, eles devem usar o compasso para construir um círculo e marcar o seu centro (ponto onde posicionou a ponta seca do compasso). Depois, devem posicionar o transferidor no centro do círculo e traçar, com o auxílio de uma régua, um segmento de reta que parta do centro do círculo até a circunferência, passando pelos ângulos encontrados. É importante ressaltar que, se o transferidor é de 180°, o ângulo que o segmento deve passar, para o caso de 270°, é o de 90°, considerando que metade do círculo possui ângulo igual a 180°. Por fim, deve-se traçar o segmento de reta que passe pelo 18° ou 72° no transferidor, de modo a encontrar os outros dois setores, pintá-los com cores distintas e construir uma legenda semelhante a esta:



c. Qual a alternativa que teve o maior número de entrevistados? Como você chegou a essa conclusão apenas analisando o gráfico?

A alternativa que teve o maior número de entrevistados foi "muito satisfeitos", com 75%. Com o gráfico de setores, é possível visualizar que o maior setor corresponde à opção mais respondida.

AULAS 5 E 6 – COMO CALCULAR A MÉDIA ARITMÉTICA DE UM CONJUNTO DE DADOS?

Objetivos das aulas:
- Discutir o conceito de média aritmética em situações reais;
- Calcular a média aritmética em contextos significativos.

1. A média aritmética é um conceito importante na Estatística que permite analisar o valor central de um conjunto de dados. Ela é calculada da seguinte maneira: sejam os números reais $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, a média aritmética entre esses números é obtida por:

$$Média = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

sendo "n" a quantidade de elementos do conjunto de dados.

Desse modo, calcule a média aritmética nas seguintes situações:

a. Um grupo de sete amigos possuem as idades 14, 13, 13, 17, 12, 13 e 16 anos.

A média aritmética da idade dos seis amigos é:

$$\frac{14 + 13 + 13 + 17 + 12 + 13 + 16}{7} = 14 \text{ anos.}$$

b. Os salários de três funcionários do setor pessoal de uma empresa são: R$ 1 550,00, R$ 1 685,00 e R$ 2 330,00.

A média salarial dos três funcionários é:

$$\frac{1550 + 1685 + 2330}{3} = \frac{5565}{3} = \text{R\$ } 1.855{,}00.$$

INICIANDO

Para dar continuidade aos estudos da Estatística, nas Aulas 5 e 6, os estudantes explorarão um conceito muito importante: o de média aritmética. Para isso, inicie um diálogo com a turma sobre situações reais em que esse conceito aparece, por exemplo, "Qual a idade média dos estudantes da nossa turma?". Você pode, professor, por exemplo, registrar na lousa as idades de todos os estudantes e, em seguida, realizar alguns questionamentos como "Qual a idade que mais apareceu?", "Qual a maior idade e qual a menor?", com o intuito de começar a instigar os estudantes no desenvolvimento do pensamento estatístico. Posteriormente, para concluir esse debate inicial, entregue o Caderno do Estudante à turma e realize a leitura coletiva do enunciado da **Atividade 1**. Nele, há o conceito de média aritmética e como calculá-la. Você pode, por fim, calcular a média das idades dos estudantes da turma para ilustrar esse conceito.

AULAS 5 E 6 – COMO CALCULAR A MÉDIA ARITMÉTICA DE UM CONJUNTO DE DADOS?

ORGANIZAÇÃO DA TURMA
Estudantes organizados em semicírculo.

MATERIAL NECESSÁRIO
Caderno do Estudante.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Na **Atividade 2**, no cálculo das médias dos estudantes, haverá casos em que será necessário realizar arredondamento. Desse modo, pode ser importante orientar os estudantes em como arredondar as médias para que fiquem com uma casa decimal apenas após a vírgula. Uma sugestão de arredondamento é se a segunda casa decimal for um algarismo maior ou igual a 5, a primeira casa decimal deve ser acrescida em uma unidade, caso contrário, o valor permanece igual, como nos exemplos a seguir:

$$9{,}678 \cong 9{,}7$$
$$7{,}813 \cong 7{,}8$$

DESENVOLVENDO

Na **Atividade 1**, os estudantes devem calcular a média aritmética nas duas situações propostas. Combine um tempo para que eles pensem sozinhos e esteja atento para possíveis questionamentos que surjam. Em seguida, propomos que alguns estudantes sejam convidados a socializar com os colegas como pensaram. A **Atividade 2** é um pouco mais extensa, logo, um tempo maior para ela deve ser destinado. Você pode, professor, realizar o cálculo da média de um estudante para exemplificar, enfatizando, inclusive, o fato de que, em alguns casos, será necessário arredondar o valor da média. Em seguida, enquanto eles estiverem respondendo, identifique possíveis dúvidas e, se necessário, faça uma pausa para explicar algum item ou realizar o cálculo de uma média como exemplo. Ressalte a importância da realização dos cálculos sem uso de calculadora, de modo a auxiliá-los no desenvolvimento dessa

2. Um professor registrou as notas que os alunos obtiveram durante os quatro bimestres do ano letivo. Ele organizou os dados no seguinte quadro:

Estudante	1° bim	2° bim	3° bim	4° bim	Média final
Amanda	9,5	8,9	7,8	8,5	8,7
Ana	7,4	7,9	4,2	5,7	6,3
Bianca	10,0	9,7	9,8	9,4	9,7
Bruno	6,1	5,9	4,7	5,5	5,6
Carla	8,2	2,6	5,8	3,5	5,0
Célio	9,8	7,7	8,4	10,0	9,0
Cristiane	5,5	7,5	6,3	6,0	6,3
Dayara	3,9	8,2	6,0	4,1	5,6
Edson	2,6	5,8	7,3	3,4	4,8
Felipe	2,0	4,8	6,9	7,5	5,3
Gustavo	9,5	8,2	8,0	9,4	8,8
Igor	2,5	3,1	3,0	7,2	4,0
Mariana	5,2	2,9	5,5	7,0	5,2
Paulo	10,0	9,1	10,0	7,2	9,1
Ricaline	8,2	7,5	4,0	3,5	5,8
Sara	6,0	6,1	5,9	5,9	6,0

Responda ao que se pede:

a. Sabendo que a média final é obtida a partir da média aritmética entre as notas dos quatro bimestres, calcule a média final de cada estudante dessa turma e registre na coluna em branco do quadro anterior.

Use este espaço para os cálculos:

Aqui, os estudantes devem registrar os cálculos para obter a média final de cada estudante. Eles deverão somar as notas de cada bimestre e dividir o resultado por 4. Por exemplo, a média final de Célio é:

$$Média = \frac{soma\ das\ notas\ dos\ bimestres}{total\ de\ bimestres} = \frac{9{,}8 + 7{,}7 + 8{,}4 + 10}{4} = \frac{35{,}9}{4}$$

$$Média = 8{,}975 \cong 9{,}0$$

importante competência. Após eles concluírem, propomos que os estudantes sejam convidados a socializar suas hipóteses, argumentos e dúvidas que, porventura, surgiram. Você pode, professor, convidar algum estudante para escrever a resposta na lousa e dialogar com a turma sobre as ideias utilizadas.

FINALIZANDO

Ao final das aulas, retome com os estudantes o que eles aprenderam sobre o cálculo da média aritmética e como ela é um importante conceito na análise de um conjunto de dados. Esse é um ótimo momento para refletir com a turma sobre as relações existentes entre a média e conceitos anteriores, como o de pesquisa, tabelas e gráficos, elencando situações em que eles se relacionam. Se você observar que ainda algum aspecto não foi compreendido, pode ser interessante realizar mais alguns exemplos na lousa.

b. Qual estudante obteve a maior média final? E a menor média final?

A estudante que obteve a maior média final foi Bianca: 9,7. E o estudante que obteve a menor média final foi Igor: 4,0.

c. Para avaliar o desempenho anual da turma, o professor calculou a média aritmética entre todas as médias finais obtidas pelos estudantes. Qual a média calculada pelo professor?

A média aritmética entre todas as médias finais é obtida por:

$$M = \frac{Soma\ das\ médias\ finais}{Quantidade\ de\ estudantes}$$

$$M = \frac{8{,}7 + 6{,}3 + 9{,}7 + 5{,}6 + 5{,}0 + 9{,}0 + 6{,}3 + 5{,}6 + 4{,}8 + 5{,}3 + 8{,}8 + 4{,}0 + 5{,}2 + 9{,}1 + 5{,}8 + 6{,}0}{16}$$

$$M = \frac{105{,}2}{16} \cong 6{,}6$$

Logo, a média aritmética anual da turma foi 6,6.

d. Sabendo que um estudante é aprovado se obtiver média igual ou superior a 6,0, quantos % da turma foi aprovada?

A razão que representa a quantidade de estudantes aprovados para a quantidade de estudantes da turma é dada por:

$$\frac{nº\ de\ estudantes\ aprovados}{nº\ de\ estudantes\ da\ turma} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\%$$

Logo, a porcentagem de estudantes aprovados foi de 50%.

AULAS 7 E 8 – MÉDIA ESTATÍSTICA E AMPLITUDE DOS DADOS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em semicírculo.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Com o objetivo de concluir esta etapa do estudo de conceitos pertencentes à área da Estatística, sugerimos que uma retomada dos conteúdos que foram estudados até o momento seja realizada. Pode ser interessante questionar os estudantes sobre o que eles relembram a respeito das pesquisas estatísticas, coleta de dados, gráficos, tabelas e o conteúdo de média aritmética. Incentive-os para que exponham os aprendizados adquiridos até o momento. A partir das respostas deles, discorra o diálogo, de modo a relembrar como calcular a média aritmética e que um novo conceito será apresentado: o de amplitude de um conjunto de dados. Pode ser interessante, nesse momento, entregar para a turma o **Caderno do Estudante** e realizar a leitura coletiva

e. Para os estudantes que não conseguiram a aprovação, o professor solicitou a entrega de um trabalho com pontuação máxima igual a 10,0. O estudante conseguirá a aprovação se a média aritmética entre a média final e a nota obtida no trabalho for igual ou superior a 5,0. Calcule a nota mínima que cada estudante que não conseguiu a aprovação precisa obter no trabalho para ser aprovado.

Professor, confira a resposta ao lado.

AULAS 7 E 8 – MÉDIA ESTATÍSTICA E AMPLITUDE DOS DADOS

Objetivos das aulas:
- Relacionar o conceito de média estatística com o de amplitude do conjunto de dados;
- Resolver situações-problema que envolvam o significado de média estatística como indicador de uma pesquisa.

1. Um outro conceito muito importante nos estudos estatísticos é o de amplitude dos dados. A amplitude é calculada subtraindo o maior valor em um conjunto de dados pelo menor. Ela permite inferir se há pouca ou muita dispersão entre os dados analisados. Ciente disso, responda ao que se pede:

a. Uma fábrica de barras de chocolate analisou uma amostra de 5 barras para verificar a variação das massas delas. Se a amplitude ultrapassar 0,9 g, as barras serão refeitas. As massas foram as seguintes: (1) 120,5 g; (2) 120,9 g; (3) 121,2 g; (4) 120,5 g e (5) 120,0 g. Nesse caso, as barras foram refeitas? Justifique sua resposta.

A amplitude das massas das barras é 121,2 g – 120,0g = 1,2 g. Uma vez que 1,2 g > 0,9 g, as barras foram refeitas.

da **Atividade 1** com o objetivo de retomar o conceito de média aritmética. Você pode realizar essa atividade de modo coletivo ou combinar um tempo e, em seguida, discutir com eles a resolução.

DESENVOLVENDO

Em seguida, nas demais atividades, dialogue com os estudantes sobre o conceito de amplitude e como ela se relaciona com outros conceitos estatísticos, inclusive o de média aritmética. Ressalte que a amplitude permite averiguar a variação entre os elementos de um conjunto de dados e que quanto menor o seu valor, menor é

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, confira abaixo a resposta do item E da questão 2:

Espera-se que os estudantes calculem a nota mínima de cada aluno que não obteve a aprovação da seguinte maneira:

$$\frac{Média\ final\ +\ Nota\ mínima}{2} = 5{,}0$$

Estudante	Cálculo da média	Nota mínima
Bruno	$\frac{5{,}6+x}{2} = 5{,}0 \Longrightarrow 5{,}6 + x = 10 \therefore x = 4{,}4$	4,4
Carla	$\frac{5{,}0+x}{2} = 5{,}0 \Longrightarrow 5{,}0 + x = 10 \therefore x = 5{,}0$	5,0
Dayara	$\frac{5{,}6+x}{2} = 5{,}0 \Longrightarrow 5{,}6 + x = 10 \therefore x = 4{,}4$	4,4
Edson	$\frac{4{,}8+x}{2} = 5{,}0 \Longrightarrow 4{,}8 + x = 10 \therefore x = 5{,}2$	5,2
Felipe	$\frac{5{,}3+x}{2} = 5{,}0 \Longrightarrow 5{,}3 + x = 10 \therefore x = 4{,}7$	4,7
Igor	$\frac{4{,}0+x}{2} = 5{,}0 \Longrightarrow 4{,}0 + x = 10 \therefore x = 6{,}0$	6,0
Mariana	$\frac{5{,}2+x}{2} = 5{,}0 \Longrightarrow 5{,}2 + x = 10 \therefore x = 4{,}8$	4,8
Ricaline	$\frac{5{,}8+x}{2} = 5{,}0 \Longrightarrow 5{,}8 + x = 10 \therefore x = 4{,}2$	4,2

FINALIZANDO

Ao término das aulas, avalie a aprendizagem dos estudantes sobre os conceitos trabalhados com questionamentos simples, a exemplo de “O que vocês aprenderam hoje?”, “Houve algum conceito que você não havia entendido antes e que agora entendeu? Qual?”, “Qual a importância da Estatística para a sociedade?”. Realize intervenções, caso algum termo ou tópico ainda não tenham sido compreendidos totalmente e, se necessário, realize mais alguns exemplos na lousa de situações que envolvam o cálculo da média aritmética e da amplitude do conjunto de dados.

a dispersão. Combine um tempo com a turma para que eles respondam às atividades sozinhos. Enquanto eles estão respondendo, identifique possíveis dúvidas e, se necessário, faça uma pausa para explicar algum conceito ou alguma parte das atividades propostas. É importante, contudo, que eles pensem sozinhos na melhor estratégia para responder às atividades. Após concluírem, propomos que os estudantes sejam convidados a socializar suas hipóteses, argumentos e dúvidas que, porventura, surgiram. Você pode, professor, convidar alguns estudantes para responder na lousa as atividades e dialogar com a turma sobre as ideias utilizadas.

ANOTAÇÕES

b. Um professor de natação perguntou aos seus 10 alunos quantos eles medem de altura. As respostas foram as seguintes: 1,65 m; 1,67 m; 1,66 m; 1,68 m; 1,69 m; 1,65 m; 1,71 m; 1,70 m; 1,55 m; 1,62 m. Qual a média estatística das alturas dos alunos? E qual a amplitude?

A média das alturas dos alunos é dada por:

$$\frac{1{,}65 + 1{,}67 + 1{,}66 + 1{,}68 + 1{,}69 + 1{,}65 + 1{,}71 + 1{,}70 + 1{,}55 + 1{,}62}{10} \cong 1{,}66$$

A amplitude é: 1,71 – 1,55 = 0,16 m = 16 cm.

2. Uma empresa de telefonia realizou uma pesquisa com 1 000 clientes sobre a satisfação dos atendimentos de telemarketing numa escala de 1 a 5, sendo 1 muito insatisfeito e 5 muito satisfeito. Os resultados foram os seguintes:

Notas dos clientes	
Nota	**Nº de Entrevistados**
1	35
2	120
3	208
4	167
5	470
TOTAL	1 000

Fonte: elaborado para fins didáticos.

A nota média dada pelos clientes foi aproximadamente:

a. 3,8
b. 3,9
c. 4,0
d. 4,1
e. 4,2

Escreva neste espaço como você pensou para responder essa questão:

Aqui os estudantes deverão explanar o raciocínio que obtiveram para calcular a nota média dada pelos clientes, que foi:

$$M = \frac{(35 \cdot 1 + 120 \cdot 2 + 208 \cdot 3 + 167 \cdot 4 + 470 \cdot 5)}{1\,000} = 3{,}917.$$

Logo, a nota média foi aproximadamente 3,9. Alternativa B.

3. Carla monitorou durante uma semana o tempo que ela gasta em um determinado trecho praticando atletismo, de modo a melhorar o seu desempenho. Ela registrou as informações no quadro a seguir:

Domingo	Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado
54 s	55 s	52 s	51 s	53 s	49 s	50 s

a. Qual a média aritmética e amplitude do tempo gasto por Carla durante essa semana?

A média aritmética do tempo gasto por Carla durante essa semana é:

$$M = \frac{54+55+52+51+53+49+50}{7} = 52\ s.$$

A amplitude é 55 – 49 = 6 segundos.

b. Se o tempo da sexta-feira e do sábado tivessem sido 53 s, o que ocorreria com a média? E com a amplitude? O conjunto de dados teria maior ou menor variação em comparação com os resultados do item "A"?

Se o tempo da sexta-feira e do sábado tivessem sido 53 s, a média aritmética do tempo gasto por Carla durante essa semana seria:

$$M = \frac{54+55+52+51+53+53+53}{7} = 53\ s.$$

A amplitude seria 55 - 51 = 4 segundos. A variação, nesse caso, seria menor, pois a amplitude diminuiu e os tempos ficariam menos irregulares.

4. (OBMEP/2015) Luciano queria calcular a média aritmética dos números naturais de 1 a 15. Ao calcular a soma desses números, ele esqueceu de somar dois números consecutivos. Após dividir a soma dos treze números por 15, obteve 7 como resultado. Qual é o produto dos números que Luciano esqueceu de somar?

a. 30
b. 56
c. 110
d. 182
e. 210

Use este espaço para escrever o seu raciocínio:

Os estudantes aqui devem explicitar a estratégia que utilizaram para responder à questão. Observa-se que, ao calcular a média aritmética entre a soma (S) dos treze números, Luciano obteve o seguinte: $S/15 = 7 \rightarrow S = 105$.

Enquanto a soma dos números entre 1 e 15 é: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 = 120$.

Assim, temos a diferença entre as duas somas: 120 – 105 = 15.

Como os números esquecidos são consecutivos, temos que:

$x + (x + 1) = 15 \rightarrow 2x + 1 = 15 \rightarrow 2x = 14 \rightarrow x = 7$

Os números esquecidos são, portanto, 7 e 8. Por fim, o produto entre eles é $7 \cdot 8 = 56$. Alternativa B.

8º ANO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4

OLÁ, PROFESSOR!

Nesta Sequência de Atividades, falamos diretamente com você, que está aí na sala de aula, no convívio direto com os estudantes, os quais terão oportunidade de se envolverem com atividades que possibilitam a retomada de conceitos, propriedades e procedimentos essenciais ao desenvolvimento de seus conhecimentos e capacidades em Matemática.

A Sequência de Atividades deve ser desenvolvida considerando o protagonismo dos(as) estudantes, favorecendo a interação, o compartilhamento de conhecimentos e a colaboração para que os estudantes desenvolvam as habilidades:

(EF08MA10) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes;

(EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.

Além disso, as socializações das atividades, por parte dos estudantes, são percebidas aqui como oportunidades de serem desenvolvidas habilidades e competências que dizem respeito à cooperação, à empatia, à argumentação, à comunicação, entre outras.

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1 e 2 / 90 min	SEQUÊNCIAS RECURSIVAS E NÃO RECURSIVAS: VAMOS RECONHECÊ-LAS?
3 e 4 / 90 min	SEQUÊNCIAS NÃO RECURSIVAS: QUEM É O PRÓXIMO TERMO?
5 e 6 / 90 min	SEQUÊNCIAS RECURSIVAS: QUAL A REGULARIDADE NELAS?
7 e 8 / 90 min	SEQUÊNCIAS RECURSIVAS: QUEM É O PRÓXIMO TERMO?

Professor, a sua atuação é muito importante em cada uma das situações propostas aqui. Este caderno deverá servir como uma ferramenta que o auxiliará no processo de ensino, sendo necessário, portanto, que você considere, em seu planejamento, outras possibilidades de discussão e recursos.

AULAS 1 E 2 – SEQUÊNCIAS RECURSIVAS E NÃO RECURSIVAS: VAMOS RECONHECÊ-LAS?

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize as carteiras em formato de "U" ou em círculo.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante; imagens com sequências de figuras impressas ou digitais que possam ser exibidas com algum equipamento multimídia; uma régua para cada estudante e lápis de cor.

INICIANDO

As Aulas 1 e 2 desta Sequência de Atividades englobam o estudo do reconhecimento das sequências numéricas ou figurais não recursivas e recursivas. Inicialmente, sugerimos uma conversa com os estudantes de modo a recuperar as aprendizagens até o momento sobre a relação entre sequências numéricas ou de figuras que apresentam uma determinada regularidade. Pode ser interessante questioná-los sobre sequências de números que eles conhecem, a exemplo da sequência dos números naturais, números pares, números ímpares, números primos dentre outras. É importante que eles comecem a desenvolver o pensamento algébrico com a finalidade de identificar regularidades em sequências e como elas se comportam em sequências de números ou de figuras. Você pode consultar previamente algumas imagens de sequências figurais com alguma regularidade para exibir aos estudantes por meio de algum equipamento multimídia e pedir para que eles identifiquem o padrão presente nelas. Nestas aulas, as atividades propostas devem ser discutidas de modo que os estudantes iniciem o desenvolvimento da habilidade de identificar a regularidade em uma sequência numérica ou figural não recursiva. Propomos, então, que seja informado aos estudantes que, partindo dessas concepções iniciais e com as atividades propostas aqui, essas aprendizagens serão aprofundadas, de modo que eles observem uma determinada sequência e identifiquem se ela é recursiva ou não recursiva.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4

AULAS 1 E 2 - SEQUÊNCIAS RECURSIVAS E NÃO RECURSIVAS: VAMOS RECONHECÊ-LAS?

Objetivos das aulas:
- Reconhecer o que é uma sequência recursiva e uma sequência não recursiva;
- Investigar a regularidade presente em sequências numéricas e de figuras não recursivas.

As atividades a seguir contemplam o estudo das sequências numéricas ou figurais para determinarmos se elas são **recursivas** ou **não recursivas.** Vamos lá?

1. As sequências conhecidas como **recursivas** são aquelas em que seus termos podem ser obtidos a partir de termos anteriores. Enquanto as sequências **não recursivas** são formadas por termos em que não precisamos de um termo anterior para identificar o termo seguinte. Observe a seguinte **sequência não recursiva:**

8, 16, 24, 32, 40...

Observa-se que nessa sequência temos os múltiplos de 8. Logo, não é necessário saber o valor de um termo antecedente para identificar o próximo termo. É possível, nesses casos, obter o valor de um termo apenas com a sua posição:

Termo da 8ª posição: $8 \cdot 8 = 64$

Termo da 29ª posição: $8 \cdot 29 = 232$

Agora, observe a seguinte **sequência recursiva:**

11, 17, 23, 29, 35...

2º termo: $11 + 6 = 17$

3º termo: $17 + 6 = 23$

4º termo: $23 + 6 = 29$

5º termo: $29 + 6 = 35$

6º termo: $35 + 6 = 41$

DESENVOLVENDO

A partir desse momento, verifique se os estudantes estão com o Caderno do Estudante em mãos e realize uma leitura coletiva e minuciosa da **Atividade 1**. O enunciado dessa atividade contém uma discussão sobre o que são sequências numéricas ou figurais recursivas e não recursivas. Destine um maior tempo da aula nessa discussão, pois é a partir dessa diferenciação que os estudantes estarão aptos a realizar as atividades propostas. Você pode realizar alguns itens da **Atividade 1**, de modo coletivo, ou exemplificar na lousa com outras sequências numéricas ou de figuras como identificar se elas são recursivas ou não recursivas. É possível que eles apresentem dificuldades inicialmente para identificar, pois algumas sequências não são tão simples de classificar em recursiva ou não recursiva, a exemplo da sequência dos números primos. Por isso, propomos que você combine um tempo para que eles pensem sozinhos as atividades, mas esteja atento a possíveis dificuldades que os estudantes apresentem. Se necessário, faça uma pausa e discuta de modo coletivo, podendo convidar algum estudante para ajudar na explanação. Destaque para a turma que esse estudo é importante, visto que a Matemática propõe o estudo da análise de regularidades presentes nos números e nas figuras, de modo a conseguirmos estabelecer relações que são úteis na resolução de diversas situações. Na **Atividade 3**, é preciso de uma atenção especial sobre a sequência formada pelos números primos. Na seção "Conversando com o professor", uma orientação específica a respeito é dada. Nessa atividade, também será necessário que eles construam uma figura. Para isso, se for possível, distribua uma régua para cada estudante e lápis de cor. Não é necessário que eles pintem da mesma cor que a figura do enunciado, o principal é eles identificarem a quantidade de retângulos que compõe a figura analisando a regularidade da sequência figural. Oriente-os no manuseio da régua para que os retângulos que irão compor a figura possuam as mesmas dimensões. Em seguida, os estudantes podem mostrar para os colegas as figuras construídas. Na **Atividade 5**, os estudantes irão propor uma sequência numérica ou figural não recursiva e, em seguida, explicar qual a regularidade presente nela. Você pode, professor, convidar alguns deles para apresentar as sequências que criaram e solicitar que a própria turma identifique qual a regularidade presente e enfatizar a justificativa do porquê se trata de uma sequência não recursiva. O próprio estudante autor da sequência, ao compartilhar com a turma, pode confirmar se a regularidade sinalizada pelos colegas está ou não correta. Esse pode ser um excelente momento para que os estudantes adquiram autoconfiança ao desenvolverem a habilidade proposta para estas aulas.

Compreendeu? Agora é a sua vez! Identifique se as sequências a seguir são recursivas ou não recursivas. Justifique as suas respostas.

a. 4, 8, 12, 16, 20, 24...

Resposta: Espera-se que os estudantes identifiquem que essa sequência é não recursiva, pois trata-se dos múltiplos de 4. Logo, para encontrar um termo dessa sequência, basta saber a sua posição.

b. 19, 23, 27, 31, 35, 39...

Resposta: Espera-se que os estudantes identifiquem que essa sequência é recursiva, pois para calcular o valor de um termo qualquer dela, soma-se 4 ao termo anterior.

c. 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14...

Resposta: Espera-se que os estudantes identifiquem que essa sequência é não recursiva, pois trata-se dos números pares. Logo, para encontrar um termo dessa sequência, basta saber a sua posição.

d. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19...

Resposta: Espera-se que os estudantes identifiquem que essa sequência é não recursiva, pois trata-se dos números primos. Logo, não apresentam qualquer padrão ou regularidade aparente.

e. $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}, \frac{1}{243}...$

Resposta: Espera-se que os estudantes identifiquem que essa sequência é recursiva, pois para calcular o valor de um termo qualquer dela, multiplica o termo anterior por $\frac{1}{3}$.

f. 20, 40, 60, 80, 100...

Resposta: Espera-se que os estudantes identifiquem que essa sequência é não recursiva, pois trata-se dos múltiplos de 20. Logo, para encontrar um termo dessa sequência, basta saber a posição.

g. $-16, -4, -1, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{16}...$

Resposta: Espera-se que os estudantes identifiquem que essa sequência é recursiva, pois para calcular o valor de um termo qualquer dela, divide o termo anterior por 4.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Na **Atividade 3**, os estudantes precisarão identificar que as figuras da sequência são formadas por quantidades de retângulos que compõem a sequência de números primos. É interessante, portanto, relembrar que um número primo é aquele que é divisível apenas por 1 e por ele próprio. Durante a realização da atividade, é possível que eles precisem averiguar se um determinado número é primo ou não. Relembre-

2. Observe a seguinte sequência numérica:

12, 24, 36, 48, 60...

a. Trata-se de uma sequência recursiva ou não recursiva? Justifique sua resposta.

Resposta: Espera-se que os estudantes identifiquem que essa sequência é não recursiva, pois trata-se dos múltiplos de 12. Logo, para encontrar um termo dessa sequência, basta saber a sua posição.

b. Qual a regularidade presente nessa sequência? É possível identificar os próximos termos dela? Justifique suas respostas.

Resposta: Aqui, a resposta deve girar em torno do fato de que um termo qualquer dessa sequência é obtido sempre pelo produto do número 12 pela ordem da posição em que ele se encontra. Por exemplo, para encontrar o 8º termo dessa sequência, basta realizar o produto: $12 \cdot 8 = 96$. Desse modo, podemos identificar qualquer termo dessa sequência, basta saber a sua posição.

c. Qual é o 12º termo dessa sequência? E o vigésimo?

Resposta: A partir das conclusões discutidas no item "b", os estudantes estão aptos a encontrar qualquer termo dessa sequência sabendo apenas a sua posição. Logo, o 12º e o 20º termo dessa sequência são:

12º termo: $12 \cdot 12 = 144$ 20º termo: $12 \cdot 20 = 240$

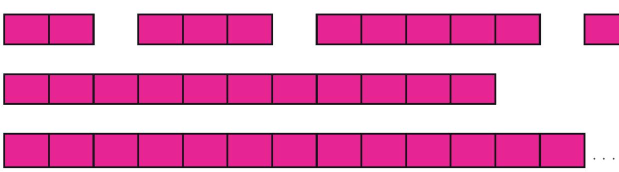
d. O termo cujo valor é 300 estará em que posição dessa sequência? E o termo com valor 360?

Resposta: Neste item, os estudantes precisarão dividir o valor do termo por 12, com o objetivo de identificar a posição em que ele se encontra na sequência. Desse modo, temos o seguinte:

300 : 12 = 25ª posição

360 : 12 = 30ª posição

3. Observe a seguinte sequência de figuras:



Fonte: elaborado para fins didáticos.

a. A quantidade de retângulos em cada figura forma uma sequência recursiva ou não recursiva? Justifique sua resposta.

Resposta: Os estudantes devem observar que a primeira figura da sequência é formada por 2 retângulos, a segunda figura por 3, a terceira figura por 5, a quarta figura por 7 e assim por diante. Trata-se da sequência dos números primos, portanto, a sequência figural é não recursiva, pois não apresenta qualquer padrão ou regularidade aparente. Mas podemos determinar alguns números primos utilizando determinados métodos.

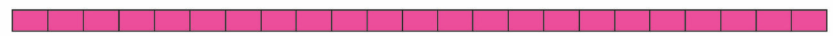
FINALIZANDO

Conduza o término das aulas estabelecendo um diálogo com a turma sobre o que eles compreenderam a respeito do que são sequências numéricas ou figurais recursivas e não recursivas. Sugerimos que alguns questionamentos sejam realizados, como: "Como identificar uma sequência não recursiva?", "Qual a diferença entre uma sequência recursiva e uma não recursiva?". As respostas dos estudantes podem servir como um "termômetro" para identificar se algum conceito ainda não foi bem compreendido de modo que, em seu planejamento, você pense em novas estratégias para o debate desses conteúdos nas aulas subsequentes. Se necessário, realize mais alguns exemplos na lousa diferenciando sequências recursivas e não recursivas.

-os alguns critérios de divisibilidade para auxiliar nesse processo, por exemplo: um número é divisível por 3 se a soma dos seus algarismos for um múltiplo de 3 e um número é divisível por 5 se o seu último algarismo é 0 ou 5. Além disso, o único número primo par é o 2. É importante que eles façam essas verificações, em vez de simplesmente consultar uma tabela com a sequência pronta dos números primos. Enfatize, por fim, que os números primos compõem uma sequência não recursiva, porque não apresentam qualquer padrão ou regularidade aparente. Mesmo assim, podemos identificar alguns números primos. No Crivo de Eratóstenes por exemplo, temos uma forma de determinar alguns desses números.

b. Desenhe a 9ª figura dessa sequência.

Resposta: Primeiramente, é necessário identificar qual é o 9º número primo. Temos a seguinte sequência de números primos: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23... O 9º número primo é 23, portanto, a figura construída deve se assemelhar a esta:



c. A 12ª figura dessa sequência será composta por quantos retângulos? E a 15ª?

Resposta: Primeiramente, é necessário identificar quais são os 12º e 15º números primos. Temos a seguinte sequência de números primos: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59... Logo, a 12ª figura da sequência será composta por 37 retângulos e a 15ª figura será composta por 47 retângulos.

d. A figura composta por 71 retângulos estará em que posição da sequência? E a que possui 89 retângulos?

Resposta: Neste item, os estudantes precisarão identificar na sequência de números primos em quais posições estão os números 71 e 89. Temos a seguinte sequência de números primos: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89... Logo, as figuras compostas por 71 e 89 retângulos estarão nas posições:

71: 20ª posição   89: 24ª posição

4. Antônio e Gabriella gostam muito de brincar com os números. Eles combinaram de construir cada um deles uma sequência numérica com alguma regularidade. As sequências construídas foram as seguintes:

Sequência de Antônio	4, 11, 18, 25, 32...
Sequência de Gabriella	-5, -10, -15, -20...

É correto afirmar que

a. a sequência construída por Antônio é não recursiva e a construída por Gabriella é recursiva.

b. a sequência construída por Antônio é recursiva e a construída por Gabriella é não recursiva.

c. ambas as sequências são recursivas.

d. ambas as sequências são não recursivas.

Resposta: Espera-se que os estudantes assinalem a alternativa B, visto que a sequência construída por Antônio é recursiva, pois para calcular o valor de um termo qualquer dela, a partir do segundo termo, soma-se 7 ao termo anterior. Enquanto a sequência construída por Gabriella é não recursiva, uma vez que é possível obter qualquer termo dela, somente sabendo a sua posição e multiplicando por -5.

5. Agora é a sua vez! Construa uma sequência numérica ou figural não recursiva e em seguida explique qual a regularidade presente nela.

Resposta: Aqui a resposta é subjetiva, em que os estudantes deverão construir uma sequência de números ou figuras não recursiva. Desse modo, é imprescindível que seja possível encontrar qualquer termo dessa sequência, sabendo apenas a sua posição. Um exemplo de sequência não recursiva é 3, 6, 9, 12, 15... Nela, os estudantes precisariam explicar que a regularidade presente nela é que se trata dos múltiplos de 3, ou seja, é possível obter qualquer termo dela multiplicando 3 pelo número da posição. O mesmo acontece com as sequências de figuras que deverão ser compostas por quantidades de partes que componham uma sequência não recursiva.

AULAS 3 E 4 – SEQUÊNCIAS NÃO RECURSIVAS: QUEM É O PRÓXIMO TERMO?

Objetivos das aulas:
- Construir um fluxograma com os passos que permitam identificar os próximos termos de uma sequência numérica ou figural não recursiva;
- Resolver situações-problema que envolvam a identificação dos próximos termos de uma sequência não recursiva por meio de um fluxograma.

1. Como estudamos anteriormente, é possível identificar os próximos termos de uma sequência numérica ou figural não recursiva. Para isso, precisamos seguir alguns passos. Analise a seguinte sequência numérica não recursiva:

9, 18, 27, 36, 45, 54...

a. Qual o 10º termo dessa sequência? E o 15º?

Resposta: Espera-se que os estudantes identifiquem, inicialmente, que a sequência é formada pelos múltiplos de 9, logo, para calcular um termo qualquer dela, basta multiplicar por 9 a posição do termo. Desse modo, o 10º termo é $9 \cdot 10 = 90$ e o 15º termo é $9 \cdot 15 = 135$.

INICIANDO

Nas Aulas 3 e 4, continuaremos a explorar o estudo das sequências numéricas e figurais não recursivas, de modo a identificar os próximos termos em uma sequência desse tipo por meio de um fluxograma. Desse modo, pode ser interessante iniciar as aulas dialogando com a turma sobre o que eles relembram a respeito das sequências recursivas e não recursivas. Realize perguntas como: "O que é uma sequência recursiva?", "Qual a diferença entre uma sequência recursiva e uma não recursiva?" e outras que julgue pertinente. Você pode escrever na lousa alguns exemplos de sequências numéricas e solicitar aos estudantes, nessa conversa inicial, que identifiquem se são sequências recursivas ou não. Relembre que as sequências conhecidas como recursivas são aquelas em que seus termos devem ser obtidos a partir de termos anteriores, enquanto as sequências não recursivas são formadas por termos em que não dependem de um termo anterior para identificar o termo seguinte.

AULAS 3 E 4 – SEQUÊNCIAS NÃO RECURSIVAS: QUEM É O PRÓXIMO TERMO?

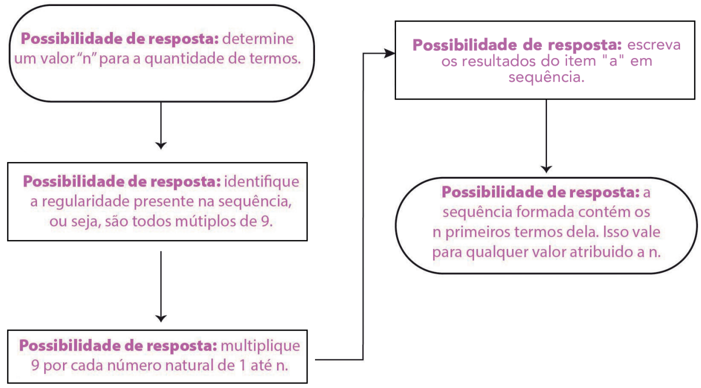
ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize as carteiras em formato de "U" ou em círculo.

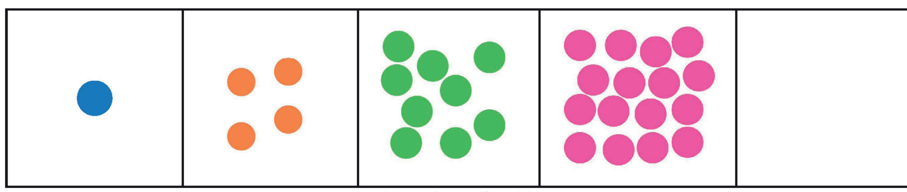
MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante; lápis de cor; uma régua para cada estudante para auxiliar na construção do fluxograma.

b. Imagine que você irá explicar para um colega como obter um termo qualquer dessa sequência. Para isso, construa um fluxograma contendo o passo a passo para obter os "n" primeiros termos dessa sequência.

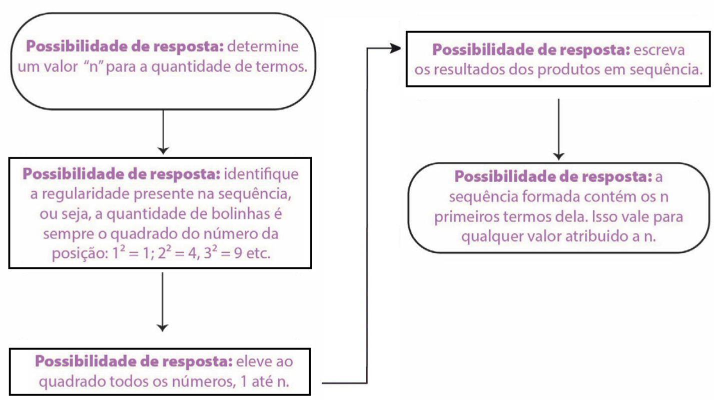


2. Observe a seguinte sequência de bolinhas:



Fonte: elaborado para fins didáticos.

a. Construa um fluxograma com os passos que permitam identificar a quantidade de bolinhas em uma determinada posição dessa sequência de figuras.



DESENVOLVENDO

Organize a sala e entregue para a turma o **Caderno do Estudante.**

Sugerimos que realize a leitura coletiva de cada atividade com os estudantes de modo a auxiliá-los na compreensão dos enunciados, combinando um tempo para a realização das atividades. É importante instruir a turma mais detalhadamente sobre a construção dos fluxogramas solicitados nas atividades. Neles, os estudantes deverão descrever o passo a passo para identificar os "n" primeiros termos de uma sequência numérica ou figural não recursiva. Pode ser interessante que o item "b" da **Atividade 1** seja realizado coletivamente para que os estudantes compreendam a dinâmica da construção de um fluxograma, de modo que nas próximas atividades eles consigam realizar sozinhos. Sugerimos que, se possível, uma régua seja disponibilizada para cada estudante, com a finalidade de auxiliar na construção dos fluxogramas. Você pode fazer perguntas como: "Como vocês estão pensando a **Atividade 2**?", "Por que dessa forma?", "Quais instruções estão colocando no fluxograma?". Instigue a turma a investigar, argumentar, levantar hipóteses e socializar estratégias para solucionar as situações propostas. Nas atividades, é requerido observar regularidades presentes nas sequências. Para isso, os estudantes precisam pensar e identificar qual o padrão presente para que consigam responder aos questionamentos. Auxilie-os nesse processo, mas é importante que, primeiramente, eles raciocinem sozinhos. Caso não consigam identificar a regularidade, forneça mais informações para orientá-los. Convide alguns deles para socializarem com os demais colegas como pensaram.

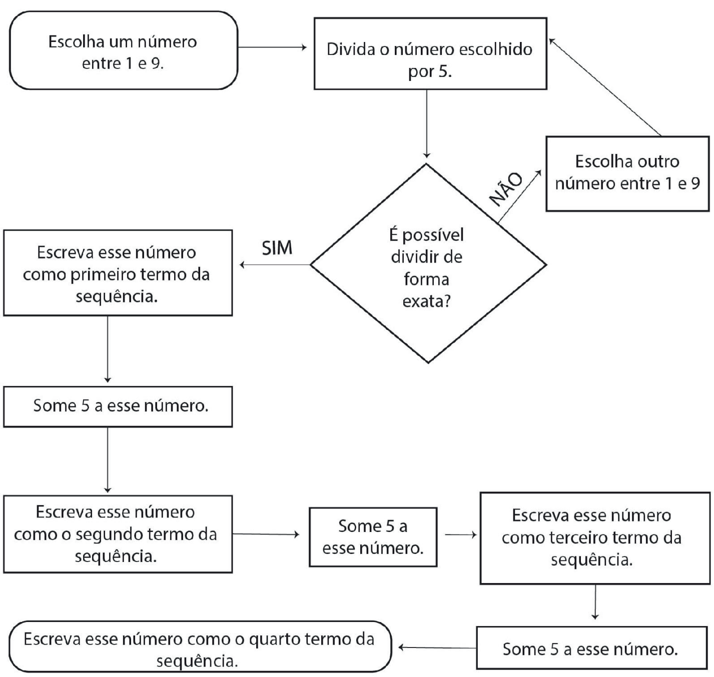
b. A partir do passo a passo desenvolvido no fluxograma do item “a”, desenhe e pinte as bolinhas que estarão na 6ª posição dessa sequência figural não recursiva.

Resposta: Espera-se que os estudantes identifiquem a quantidade de bolinhas que conterá a 6ª posição, calculando $6^2 = 36$ bolinhas:

c. Quantas bolinhas terá a figura da 25ª posição? E da 40ª?

Resposta: Espera-se que os estudantes identifiquem a quantidade de bolinhas que conterá a 25ª posição, calculando $25^2 = 625$ bolinhas e da 40ª posição, calculando $40^2 = 1\,600$ bolinhas.

3. A professora de Matemática de Mara solicitou que a turma identificasse os quatro primeiros termos de uma sequência numérica não recursiva com as condições explicitadas no seguinte fluxograma:



Fonte: elaborado para fins didáticos.

FINALIZANDO

Sugerimos que as aulas sejam finalizadas com o compartilhamento dos fluxogramas construídos como uma mostra matemática. Pode ser interessante que alguns deles sejam convidados a explicar para a turma como desenvolveram o fluxograma, as instruções e como esse processo auxiliou para determinar os próximos termos das sequências não recursivas estudadas. Identifique também, ao término das aulas, se houve dúvidas na resolução das atividades e as corrija, complementando com o que você julgar pertinente.

a. Escreva a sequência encontrada por Mara.

Resposta: A sequência formada deve conter os quatro primeiros múltiplos de 5: {5, 10, 15, 20}.

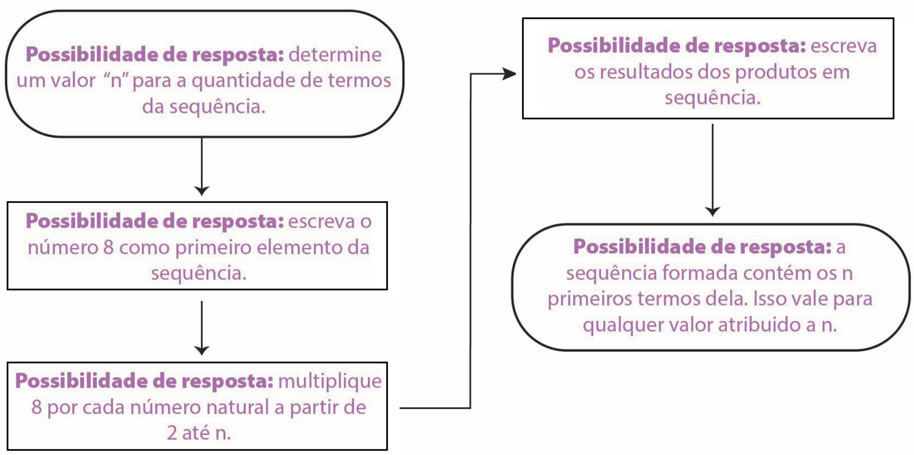
b. Se continuarmos a sequência de Mara, qual o 20º termo da sequência encontrada no item "a"? E o 50º?

Resposta: Espera-se que os estudantes identifiquem que, por se tratar de uma sequência numérica não recursiva, para encontrar o 20º e o 50º termo da sequência, basta multiplicar 5 pelo valor da posição, ou seja:

20º termo: $5 \cdot 20 = 100$. 50º termo: $5 \cdot 50 = 250$.

c. Construa um fluxograma com os passos para obter uma quantidade "n" dos primeiros múltiplos de 8.

Resposta: Uma expectativa de resposta pode ser a seguinte:



d. A partir do fluxograma que você construiu no item "c", determine o 12º, 15º, 23º, 31º, 40º e 57º termo da sequência e, em seguida, calcule a soma entre eles.

Resposta: Espera-se que os estudantes identifiquem que, por se tratar de uma sequência numérica não recursiva, para encontrar os termos solicitados, basta multiplicar 8 pelo valor da posição, ou seja:

12º termo: $8 \cdot 12 = 96$. 31º termo: $8 \cdot 31 = 248$.

15º termo: $8 \cdot 15 = 120$. 40º termo: $8 \cdot 40 = 320$.

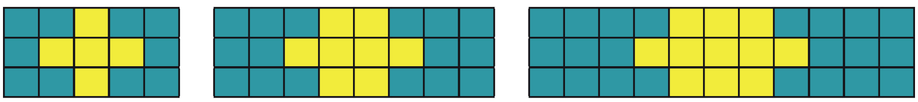
23º termo: $8 \cdot 23 = 184$. 57º termo: $8 \cdot 57 = 456$.

A soma entre os termos é: $96 + 120 + 184 + 248 + 320 + 456 = 1\,424$.

AULAS 5 E 6 – SEQUÊNCIAS RECURSIVAS: QUAL A REGULARIDADE NELAS?

Objetivos das aulas:
- Investigar a regularidade presente em sequências numéricas e figurais recursivas;
- Resolver situações-problema que envolvam a regularidade em sequências numéricas e figurais recursivas.

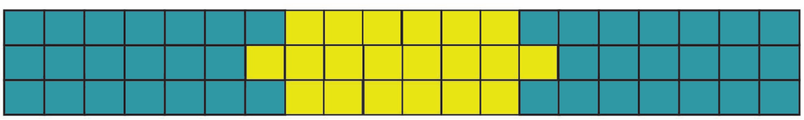
1. Luciana gosta muito de desenhar figuras com regularidades. Observe a sequência figural construída por ela:



Fonte: elaborado para fins didáticos.

a. Desenhe a 6ª figura dessa sequência:

Resposta:



b. A 10ª figura dessa sequência possuirá quantos retângulos azuis? E amarelos? Explicite o seu raciocínio.

Resposta: Espera-se que os estudantes identifiquem que a primeira figura da sequência possui 10 retângulos azuis e quatro amarelos. A cada figura seguinte da sequência, aumenta-se seis retângulos azuis e três amarelos. Desse modo, tem-se as seguintes sequências:

Sequência da quantidade de retângulos azuis: 10, 16, 22, 28...
Sequência da quantidade de retângulos amarelos: 5, 8, 11, 14...

Logo, para identificar a quantidade de retângulos azuis da 10ª figura, soma-se de 6 em 6 a partir do primeiro termo 10, a fim de obter 64. Para identificar a quantidade de retângulos amarelos, soma-se de 3 em 3 a partir do primeiro termo 5, a fim de obter 32 retângulos amarelos.

AULAS 5 E 6 – SEQUÊNCIAS RECURSIVAS: QUAL A REGULARIDADE NELAS?

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize as carteiras em formato de "U" ou em círculo, para facilitar a socialização.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante; uma régua para cada estudante; lápis de cor.

INICIANDO

Com o objetivo de dar prosseguimento ao estudo sobre a regularidade presente em sequências numéricas ou figurais, sugerimos que você, professor, retome, com uma breve conversa, o que os estudantes aprenderam sobre esse tópico específico relativo às sequências não recursivas. Conduza o diálogo de modo a apresentar que eles estudarão nestas aulas como identificar a regularidade presente em sequências recursivas. Aproveite essa conversa inicial para relembrar os estudantes da distinção entre as sequências recursivas e não recursivas. Ressalte que nas sequências recursivas é necessário recorrer aos termos anteriores para identificar o próximo. Sugerimos que, a partir desse momento, o **Caderno do Estudante** seja entregue a eles e uma leitura coletiva das atividades propostas seja realizada.

DESENVOLVIMENTO

A **Atividade 1** propõe uma situação para identificar a regularidade presente em uma sequência de figuras. É interessante, professor, que você utilize a discussão dessa atividade para explorar bem como identificar a regularidade presente em uma sequência recursiva. É importante que os estudantes investiguem nas figuras presentes no enunciado as características regulares: a cada nova figura duas novas colunas, com 3 retângulos azuis cada, são acrescentadas, assim como uma coluna com três retângulos amarelos é incrementada. Nessa atividade, também será necessário que eles construam uma figura futura da sequência. Para isso, se for possível, disponibilize uma régua para cada estudante e lápis de cor. Não é necessário que eles pintem a figura com as mesmas cores que a figura do enunciado, mas que identifiquem a quantidade correta de retângulos de uma cor e de outra que compõem a figura analisando a regularidade da sequência figural. Oriente-os no manuseio da régua para o desenvolvimento dessa atividade. Em seguida, os estudantes podem mostrar e explicar para os colegas as figuras construídas. A partir desse momento, conduza o diálogo para discutir a **Atividade 2**. Os estudantes deverão explicar a regularidade presente nas sequências descritas. Pode ser interessante realizar um item de modo coletivo para que eles visualizem como reconhecer o padrão das sequências e se sintam aptos a realizar as demais atividades sozinhos. Você pode combinar um tempo para eles pensarem e, em seguida, propomos que a turma seja incentivada a apresentar as hipóteses e pontos de vista para solucionar as situações propostas. Sugerimos, também, convidar alguns deles para mostrar na lousa suas ideias relativas à resolução das atividades.

2. Identifique qual a regularidade presente nas sequências recursivas a seguir:

a. 1, 6, 11, 16, 21, 26...

Resposta: Os estudantes deverão perceber que cada termo dessa sequência, a partir do segundo, é obtido pela soma do anterior com 5.

b. 9, 13, 17, 21, 25, 29...

Resposta: Os estudantes deverão perceber que cada termo dessa sequência, a partir do segundo, é obtido pela soma do anterior com 4.

c. -15, -28, -41, -54...

Resposta: Os estudantes deverão perceber que cada termo dessa sequência, a partir do segundo, é obtido pela soma do anterior com -13 ou pela subtração do anterior com 13.

d. 70, 55, 40, 25, 10...

Resposta: Os estudantes deverão perceber que cada termo dessa sequência, a partir do segundo, é obtido pela subtração do anterior com 15.

e. $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}...$

Resposta: Os estudantes deverão perceber que cada termo dessa sequência, a partir do segundo, é obtido pela multiplicação do termo anterior por $\frac{1}{3}$, ou por meio da divisão por 3.

f. 10, 5, $\frac{5}{2}, \frac{5}{4}, \frac{5}{8}...$

Resposta: Os estudantes deverão perceber que cada termo dessa sequência, a partir do segundo, é obtido pela divisão do termo anterior por 2 ou pela multiplicação por $\frac{1}{2}$.

g. -14, 42, -126, 378...

Resposta: Os estudantes deverão perceber que cada termo dessa sequência, a partir do segundo, é obtido pela multiplicação do termo anterior por -3.

3. É possível encontrar os próximos termos de uma sequência recursiva por meio dos termos anteriores. Veja as seguintes sequências numéricas recursivas:

61, 54, 47, 40, 33...

-12, -3, 6, 15, 24...

FINALIZANDO

Sugerimos que as Aulas 5 e 6 sejam finalizadas construindo com os estudantes uma síntese do que foi estudado. Essa retomada pode ser registrada na lousa em forma de tópicos. No final desta trajetória de aprendizagem, a expectativa é que os estudantes tenham compreendido que, quando queremos reconhecer a regularidade em uma sequência numérica ou figural recursiva, devemos comparar os termos com os respectivamente anteriores para investigar esta regularidade. Desse modo, eles poderão resolver situações-problema que envolvam essa habilidade.

Qual a soma dos 12º termos das duas sequências?

a. -32

b. -16

c. 71

d. 87

Resposta: Na primeira sequência, a regularidade está no fato de que cada termo da sequência, a partir do segundo, é obtido pela subtração do termo anterior por 7. Desse modo, subtraindo de 7 em 7, obtém-se o 12º termo igual a -16. Já, na segunda sequência, a regularidade está no fato de que cada termo da sequência, a partir do segundo, é obtido pela soma do termo anterior por 9. Logo, somando de 9 em 9, obtém-se o 12º termo igual a 87. Ao realizar a soma dos 12º termos de ambas as sequências, tem-se:

-16 + 87 = 71. Alternativa C.

4. Construa uma sequência numérica ou figural recursiva e, em seguida, explique qual a regularidade presente nela.

Resposta: Aqui a resposta é subjetiva, em que os estudantes deverão construir uma sequência de números ou figuras recursiva. Desse modo, é imprescindível que, para encontrar qualquer termo dessa sequência, recorra-se ao termo anterior. Um exemplo de sequência recursiva é 3, 7, 11, 15, 19... Nela, os estudantes precisariam explicar que a regularidade presente consiste no fato de que é possível obter qualquer termo dessa sequência, a partir do segundo, somando o anterior a 4. O mesmo acontece com as sequências de figuras que deverão ser compostas por quantidades de partes que componham uma sequência recursiva.

AULAS 7 E 8 – SEQUÊNCIAS RECURSIVAS: QUEM É O PRÓXIMO TERMO?

Objetivos das aulas:
- Construir um fluxograma com os passos que permitam identificar os próximos termos em uma sequência numérica ou figural recursiva;
- Resolver situações-problema que envolvam a identificação dos próximos termos de uma sequência recursiva por meio de um fluxograma.

1. As sequências recursivas são aquelas em que é possível identificar os próximos termos, a partir de seus respectivos antecessores. Para isso, precisamos seguir alguns passos. Observe a seguinte sequência numérica recursiva:

14, 22, 30, 38, 46...

a. Qual o 14º termo dessa sequência? E o 15º?

Resposta: Espera-se que os estudantes identifiquem, inicialmente, que a sequência é formada por termos que, a partir do segundo, são obtidos pela soma do anterior com 8. Desse modo, para obter o 14º termo basta continuar a sequência a partir do 5º termo (46) somando cada um por 8, ou seja: 46 + 8 = 54; 54 + 8 = 62; 62 + 8 = 70; 70 + 8 = 78; 78 + 8 = 86; 86 + 8 = 94; 94 + 8 = 102; 102 + 8 = 110; 110 + 8 = 118. Logo, o 14º termo da sequência é 118 e o 15º é 118 + 8 = 126.

INICIANDO

Nas Aulas 7 e 8, finalizaremos o estudo das sequências numéricas e figurais recursivas, de modo a identificar os próximos termos desse tipo de sequência por meio de um fluxograma. Assim, pode ser interessante iniciar as aulas dialogando com a turma sobre o que eles relembram a respeito das sequências recursivas e não recursivas. Realize perguntas como: "O que caracteriza uma sequência recursiva?", "Como identificar o próximo termo em uma sequência recursiva?" e outras que julgue pertinente. Pode ser interessante, antes do início da execução das atividades, escrever na lousa alguns exemplos de sequências numéricas recursivas e solicitar aos estudantes, nesse momento inicial, que identifiquem o padrão que elas apresentam. Relembre que as sequências conhecidas como recursivas são aquelas em que seus termos devem ser obtidos a partir de termos anteriores.

AULAS 7 E 8 – SEQUÊNCIAS RECURSIVAS: QUEM É O PRÓXIMO TERMO?

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize a sala com as carteiras dispostas em "U" ou em círculo.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante; lápis de cor; uma régua para cada estudante para auxiliar na construção do luxograma.

DESENVOLVENDO

Após esse diálogo inicial, verifique se a turma está com o **Caderno do Estudante**. Sugerimos que você realize a leitura coletiva de cada atividade com os estudantes de modo a auxiliá-los na compreensão e interpretação dos enunciados. É importante instruir a turma mais detalhadamente sobre a construção dos fluxogramas solicitados nas atividades. Os estudantes deverão escrever o passo a passo para identificar os "n" primeiros termos de uma sequência numérica ou figural recursiva. Pode ser interessante que o item "b" da **Atividade 1** seja realizada coletivamente para que os estudantes compreendam a dinâmica da construção de um fluxograma. Isso pode encorajá-los na realização das atividades subsequentes. Sugerimos que, se possível, uma régua seja disponibilizada para cada estudante, com a finalidade de auxiliar na construção dos fluxogramas. Na **Atividade 2**, eles precisarão desenhar a quantidade de estrelinhas presente em uma posição futura da sequência. Em cada atividade, é necessário observar regularidades presentes nas sequências recursivas. Algumas não são tão simples de visualizar, por isso, é importante que uma atenção maior seja dada às discussões dessas atividades. Auxilie-os nesse processo, mas é importante que, primeiramente, eles raciocinem sozinhos, caso não consigam identificar a regularidade, forneça mais informações para orientá-los. Convide alguns deles para socializarem com os demais colegas suas hipóteses, argumentos e conclusões.

b. Construa um fluxograma contendo o passo a passo para obter uma quantidade "n" qualquer de termos da sequência recursiva do enunciado.

Possibilidade de resposta: determine um valor "n" para a quantidade de termos da sequência.

↓

Possibilidade de resposta: observe os termos já presentes na sequência e identifique que a regularidade presente nela é a de que cada termo, a partir do segundo, é obtido pela soma do antecessor com 8.

↓

Possibilidade de resposta: escreva 14 como o primeiro termo da sequência.

↓

Possibilidade de resposta: some 8 ao primeiro termo.

→

Possibilidade de resposta: escreva o valor encontrado com o próximo termo da sequência.

↓

Possibilidade de resposta: repita os dois passos anteriores para todos os termos da sequência até o da posição n.

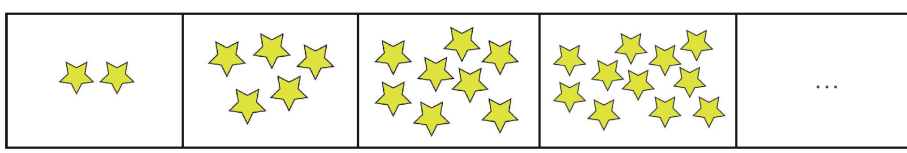
↓

Possibilidade de resposta: escreva os valores encontrados em sequência.

↓

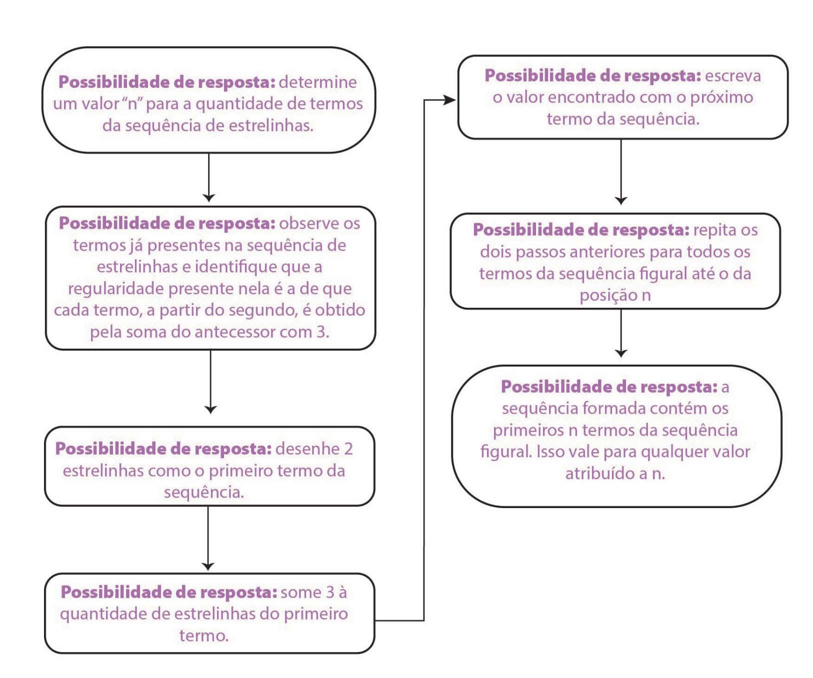
Possibilidade de resposta: a sequência formada contém os primeiros n termos da sequência. Isso vale para qualquer valor atribuido a n.

2. Felipe desenhou a seguinte sequência de estrelinhas:



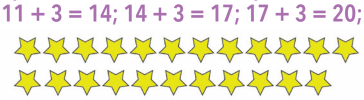
Fonte: elaborado para fins didáticos.

a. Construa um fluxograma com os passos que permitam identificar a quantidade de estrelinhas em qualquer posição da sequência de figuras construída por Felipe.



b. A partir do passo a passo desenvolvido no fluxograma do item "a", desenhe e pinte as estrelinhas que estarão na 8ª posição dessa sequência figural recursiva.

Resposta: Espera-se que os estudantes identifiquem que a quantidade de estrelinhas que conterá a 8ª posição é a seguinte: 2 + 3 = 5; 5 + 3 = 8; 8 + 3 = 11; 11 + 3 = 14; 14 + 3 = 17; 17 + 3 = 20; 20 + 3 = 23.



c. Quantas estrelinhas terá a figura da 12ª posição? E da 13ª?

Resposta: Para calcular a quantidade de estrelinhas que a figura da 12ª posição terá, basta continuar a somar de 3 em 3, a partir da quantidade da 8ª posição encontrada no item "b":

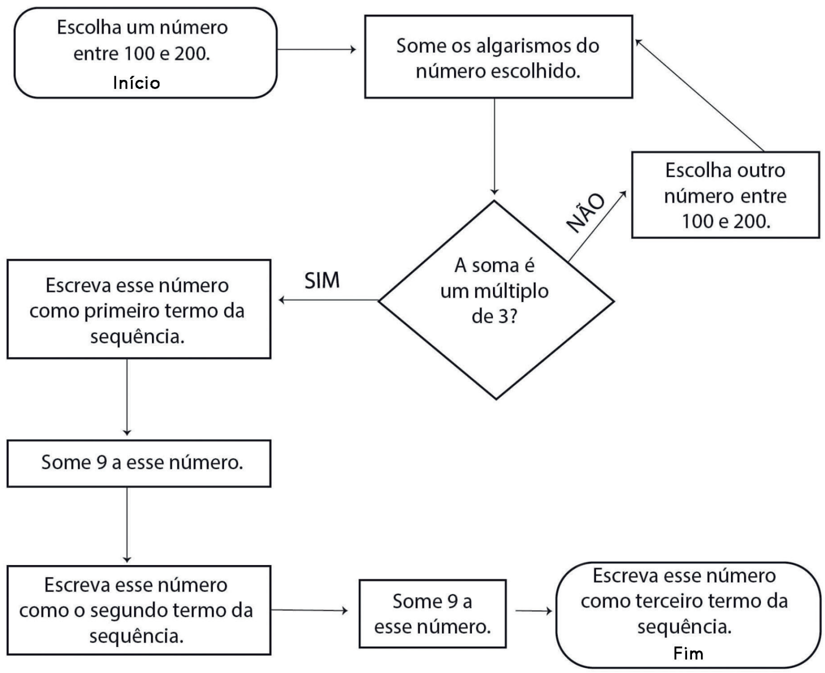
23 + 3 = 26; 26 + 3 = 29; 29 + 3 = 32; 32 + 3 = 35.

Logo, a figura da 12ª posição terá 35 estrelinhas e, consequentemente, a 13ª terá 35 + 3 = 38 estrelinhas.

FINALIZANDO

Pode ser interessante finalizar as aulas solicitando o compartilhamento dos fluxogramas construídos. Incentive-os a socializar o que aprenderam ao longo das últimas aulas sobre a distinção entre sequências recursivas e não recursivas, além de como reconhecer a regularidade presentes nelas.

3. Edilson organizou os passos para encontrar os três primeiros termos de uma sequência numérica recursiva em um fluxograma. Observe como ficou:



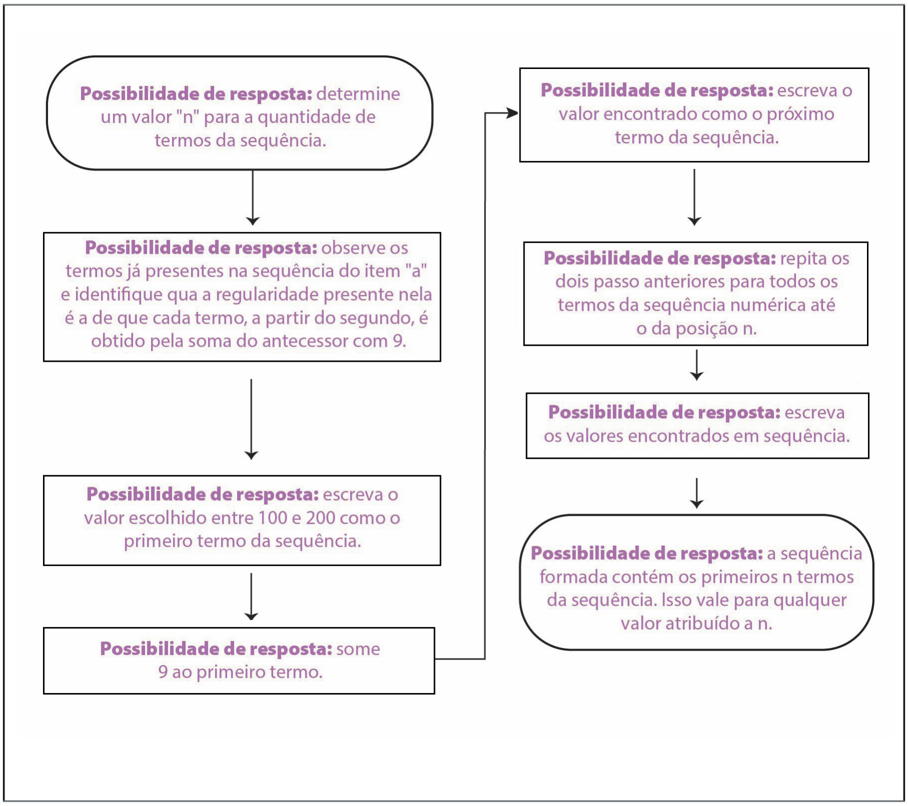
Fonte: elaborado para fins didáticos.

a. Encontre os três primeiros termos de uma sequência formada com o fluxograma construído por Edilson.

Resposta: Aqui, a resposta é de cunho pessoal, pois os estudantes podem escolher qualquer número entre 100 e 200 para iniciar. O primeiro termo necessariamente precisa ser um múltiplo de 3 e os demais são obtidos somando 9 ao termo anterior. Seguem algumas possibilidades de sequências recursivas que podem ser encontradas pelos estudantes:

{102, 111, 120}, {135, 144, 153}, {198, 207, 216}.

b. Construa um fluxograma com os passos para obter os "n" primeiros termos da sequência obtida no item "a".



c. Qual o 18º termo da sequência encontrada no item "a"? E o 20º?

Resposta: Aqui, a resposta é pessoal, pois as sequências serão diferentes entre os estudantes. Supondo que uma das sequências encontradas no item "a" seja {117, 126, 135...}, para encontrar o 18º termo, é preciso ir somando de 9 em 9 até obter o valor dessa posição. Para o exemplo citado, tem-se:

135+9=144; 144+9=153; 153+9=162; 162+9=171; 171+9=180; 180+9=189;189+9=198;198 +9=207;207+9=216;216+9=225; 225+9=234+;234+9=243;243+9=252;252+9=261; 261 +9=270; 270+9=279;279+9=288.

Logo, o 18º termo da sequência é 270, e o 20º termo é 288.

ANOTAÇÕES

9º ANO

3º Bimestre

ANOTAÇÕES

OLÁ, PROFESSOR(A) !

Sugerimos que, após a aplicação desta Sequência de Atividades, você trabalhe também com o material São Paulo Faz Escola, atualmente denominado Currículo em Ação. As habilidades trabalhadas nesta Sequência do Aprender Sempre podem ser aprofundadas nas atividades propostas nos diversos volumes dos anos/séries listados no quadro abaixo.

9º ano do Ensino Fundamental - Matemática			
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES	**OBJETO DE CONHECIMENTO**	**HABILIDADES ESSENCIAIS**	**ARTICULAÇÃO DE MATERIAIS**
1	Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais. Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais.	**(EF07MA17)** Resolver e elaborar situações-problema que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas. **(EF08MA13)** Resolver e elaborar situações-problema que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.	**Algumas atividades dessa habilidade encontram-se no Caderno do 7º ano** V.3, Situação de Aprendizagem 3 ATIVIDADE 1 – SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS E EXPRESSÕES ALGÉBRICAS V.3, Situação de Aprendizagem 4 ATIVIDADE 1 – RELAÇÕES DE INTERDEPENDÊNCIA **Algumas atividades dessa habilidade encontram-se no Caderno do 8º ano** V.2, Situação de Aprendizagem 4 ATIVIDADE 1 - ESTUDANDO AS GRANDEZAS DIRETA E INVERSAMENTE PROPORCIONAIS
2	Expressões algébricas: fatoração e produtos notáveis; Resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações.	**(EF09MA09)** Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.	**Algumas atividades dessa habilidade encontram-se no Caderno do 9º ano** V.2, Situação de Aprendizagem 2 ATIVIDADE 1 – PRODUTOS NOTÁVEIS ATIVIDADE 2 – FATORAÇÃO ATIVIDADE 3 – PRODUTOS NOTÁVEIS: QUADRADO DA SOMA DE DOIS TERMOS. ATIVIDADE 4 – PRODUTOS NOTÁVEIS: QUADRADO DA DIFERENÇA DE DOIS TERMOS ATIVIDADE 5 – PRODUTOS NOTÁVEIS: PRODUTO DA SOMA PELA DIFERENÇA DE DOIS TERMOS ATIVIDADE 6 – EQUAÇÕES POLINOMIAIS DO 2º GRAU POR MEIO DE FATORAÇÕES ATIVIDADE 7 – EQUAÇÕES POLINOMIAIS DO 2º GRAU: COMPLETANDO QUADRADOS

3	Funções: representações numérica, algébrica e gráfica.	**(EF09MA06)** Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.	**Algumas atividades dessa habilidade encontram-se no Caderno do 9º ano** V.2, Situação de Aprendizagem 3 ATIVIDADE 1 – FUNÇÃO: NOÇÃO E LEI DE FORMAÇÃO ATIVIDADE 2 – REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DE UMA FUNÇÃO ATIVIDADE 3 – OLHANDO AS FUNÇÕES EM DIFERENTES PERSPECTIVAS
4	Pesquisas censitária ou amostral. Planejamento e execução de pesquisa amostral. Leitura, interpretação e representação de dados de pesquisa expressos em tabelas de dupla entrada, gráficos de colunas simples e agrupadas, gráficos de barras e de setores e gráficos pictóricos.	**(EF08MA27)** Planejar e executar pesquisa amostral, selecionando uma técnica de amostragem adequada, e escrever relatório que contenha os gráficos apropriados para representar os conjuntos de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central, a amplitude e as conclusões. **(EF09MA22)** Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), com ou sem uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.	**Algumas atividades dessa habilidade encontram-se no Caderno do 8º ano** V.4, Situação de Aprendizagem 5 ATIVIDADE 1 – SOBRE A PESQUISA ATIVIDADE 2 – CONCEITOS BÁSICOS DA ESTATÍSTICA ATIVIDADE 3 – ORGANIZAÇÃO DOS DADOS DA PESQUISA ATIVIDADE 4 – DIVULGAÇÃO DOS RESULTADOS ATIVIDADE 5 – AMOSTRAGEM ATIVIDADE 6 – PRÁTICA COM OS CONCEITOS BÁSICOS DE ESTATÍSTICA ATIVIDADE 7 – TIPOS DE GRÁFICOS **Algumas atividades dessa habilidade encontram-se no Caderno do 9º ano** V.2, Situação de Aprendizagem 4 ATIVIDADE 1 – A IMPORTÂNCIA DOS GRÁFICOS ATIVIDADE 2 – PRINCIPAIS TIPOS DE GRÁFICOS E SUAS CARACTERÍSTICAS ATIVIDADE 3 – OS DIFERENTES TIPOS DE GRÁFICOS ATIVIDADE 4 – GRÁFICO DE SETORES OU GRÁFICO CIRCULAR ATIVIDADE 5 – GRÁFICO DE LINHA V.2, Situação de Aprendizagem 5 ATIVIDADE 1 – MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL ATIVIDADE 2 – ANÁLISE DOS GRÁFICOS

9º ANO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

OLÁ, PROFESSOR!

A escolha das habilidades foi feita por meio das análises realizadas dos resultados de avaliações internas e externas (diagnóstico de entrada e SARESP) que revelaram fragilidades dos estudantes em relação às habilidades:

(EF07MA17) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas; (EF08MA13) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.

AULAS	TEMA DA AULA
1 e 2 /90 min	Comparando grandezas
3 e 4 /90 min	Identificando grandezas direta ou inversamente proporcionais
5 e 6 /90 min	Apropriando-se da razão e proporção
7 e 8 /90 min	Resolvendo variações de grandezas

ANOTAÇÕES

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

AULAS 1 E 2 - COMPARANDO GRANDEZAS

Objetivos das aulas:
- Comparar duas grandezas;
- Retomar a ideia de proporcionalidade e de razão.

1. Leia cada situação a seguir e faça a comparação, entre as grandezas, por meio da razão.

a. Para produzir um produto de limpeza é preciso 1 colher de bicarbonato de sódio a cada 3 litros de água.

Se temos 1 colher a cada 3 litros de água a razão de comparação entre as grandezas é $\frac{1}{3}$.

b. Para realizar um trabalho em grupo, os estudantes foram organizados de tal forma que há 3 meninas de um total de 5 crianças.

Se a cada 5 crianças 3 são meninas, a razão de comparação entre as grandezas $\frac{3}{5}$.

c. Para preparar um copo de leite é necessário colocar 2 colheres de leite em pó para obter 180 ml de leite.

Se para cada copo de 180 ml é preciso 2 colheres de leite em pó, a razão de comparação entre as grandezas é $\frac{2}{180} = \frac{1}{90}$.

AULAS 1 E 2 - COMPARANDO GRANDEZAS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados individualmente, em duplas ou trios.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante;
Livros extra para consulta dos estudantes.

INICIANDO

Professor, esperamos que, nessa primeira aula, os estudantes retomem o conceito de razão e proporção. Por isso, sugerimos que a **Atividade 1** seja feita por eles sem muito auxílio, pois, a partir do que eles trouxerem ao realizarem a atividade, você poderá fazer alguns questionamentos:

- O que é razão?
- Como determinar a razão entre duas grandezas?
- O que é proporção?
- A qual objeto (conteúdo) matemático está ligado o conceito de razão?

Tais questões são importantes para o que se pretende nessa aula. Não é necessário que haja resposta de certo ou errado, mas sim uma discussão sobre o tema para que possamos, a partir do levantamento de conhecimento prévio, sistematizar o conceito de razão e proporção.

É possível notar, no início da Sequência de Atividades, que as habilidades se referem a anos anteriores. Sendo assim, o desenvolvimento das aulas, a seguir, tem a finalidade de retomar os objetos de conhecimento. Sugerimos que apresente, aos estudantes, o objetivo dessa aula, explicando também que, caso necessário, haverá um trabalho baseado no ensino híbrido a fim de colocá-los como agentes ativos da aprendizagem.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

A criação da situação-problema é feita pelo grupo e todos os estudantes precisam registrá-la em seus respectivos Cadernos do Estudante.

DESENVOLVIMENTO

Como dito no "Iniciando", a **Atividade 1** busca levantar os conhecimentos prévios dos estudantes. Por isso, sugerimos que dedique 10 minutos para essa primeira etapa, incluindo as questões iniciais. Além disso, sugerimos que os estudantes estejam sentados individualmente para esse primeiro momento. Em seguida, na **Atividade 2**, os estudantes estarão organizados em grupos para que possam fazer pesquisas.

2. Rotação por estações.

Estudantes, para a realização dessa atividade vocês precisarão estar em grupos de trabalho. Nesses grupos você irão pesquisar os temas que estão propostos em cada item e criar situações-problemas sobre o tema de pesquisa, com comentários e correção.

A ideia é que vocês, em grupos, pesquisem cada um dos assuntos, respeitando o tempo destinado a cada etapa, sendo 10 minutos para a primeira etapa (Retomando as ideias de razão), 10 minutos para a segunda etapa (Retomando as ideias da proporcionalidade) e 10 minutos para a terceira etapa (Porcentagem como razão).

Fiquem atentos, pois o professor indicará por qual assunto vocês devem começar.

Bom trabalho!

a. Retomando as ideias de razão: pesquise e escreva a seguir, em grupo, o conceito de razão. Dê exemplos e crie uma situação-problema envolvendo o conceito de razão.

Resposta pessoal.

Professor, esperamos que, nesse momento, os estudantes indiquem que razão é a relação entre duas grandezas.

É possível que os estudantes construam uma situação-problema que envolva a razão entre o número de meninos e o número de meninas em sala de aula.

b. Retomando as ideias de proporção: pesquise e escreva a seguir, em grupo, o conceito de proporção. Dê exemplos e crie uma situação-problema envolvendo o conceito de proporção.

Resposta pessoal.

Professor, espera-se que os estudantes indiquem que proporção é a igualdade entre duas razões.

É possível que os estudantes comparem a razão entre as dimensões de dois retângulos semelhantes, por exemplo: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$

O trabalho em estação deve ser organizado de forma a possibilitar que todos os estudantes "passem" por todas as estações. Sugerimos que, a cada 10 minutos, cada grupo tenha que pesquisar e responder uma consigna proposta, dispondo de 30 minutos para essa atividade.

A fim do estudante autoavaliar o que foi pesquisado e se ele compreendeu os conceitos, sugerimos, nas **Atividades 3 e 4**, algumas questões que relacionam o que os estudantes viram na atividade anterior. É possível desfazer os grupos de trabalho, colocando-os para responder as questões de forma individual.

c. Porcentagem como razão: pesquise e escreva a seguir, em grupo, o conceito de porcentagem. Dê exemplos e crie uma situação-problema envolvendo o conceito de porcentagem.

Resposta pessoal.

Esperamos, professor, que os estudantes indiquem a porcentagem como uma razão que tem o denominador igual a 100.

Uma possibilidade é dizer aos estudantes que a razão entre 2 bolas azuis, em uma urna, contendo um total de 5 bolas coloridas é $\frac{2}{5}$, que seria igual a $\frac{40}{100}$ ou 40%.

3. Com base no que você realizou na atividade anterior, determine:

a. A razão entre 12 e 72;

$$\frac{12}{72}=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$$

b. A razão entre 0,5 e 5;

$$\frac{0{,}5}{5}=\frac{\frac{1}{2}}{5}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{10}$$

c. A razão entre 1 e – 0,24;

$$\frac{1}{-0{,}24}=\frac{1}{-\frac{24}{100}}=\frac{1}{-\frac{6}{25}}=\frac{1}{1}\cdot\left(-\frac{25}{6}\right)=-\frac{25}{6}$$

d. A razão entre 6 minutos e 1 hora, estando ambos na mesma unidade de medida;

Como 1 h = 60 min $\quad \frac{6}{60}=\frac{1}{10}$

e. A razão entre o perímetro de um quadrado de lado igual a 5 cm e outro quadrado de lado igual a 6 cm.

Perímetro do quadrado 1= $4 \cdot 5 = 20$ cm
Perímetro do quadrado 2= $4 \cdot 6 = 24$ cm

$$\frac{20}{24}=\frac{10}{12}=\frac{5}{6}$$

Professor, a discussão a partir dos questionamentos propostos deve ser mediada por você. Sugerimos que organize turno de falas, encontre falas em comum e *links* entre as falas dos estudantes. Na **Atividade 2**, eles serão mais autônomos. Assim, sugerimos que você fique disponível apenas para tirar as dúvidas, se necessário. Além disso, se possível, circule na sala para verificar as discussões dos estudantes enquanto pesquisam e criam. Por fim, as **Atividades 3 e 4** são individuais e sugerimos que você ique apenas disponível para sanar as possíveis dúvidas.

FINALIZANDO

Professor, a correção dos exercícios é de suma importância e sugerimos que a faça com os estudantes. Todavia, gostaríamos de propor que levante, com eles, as impressões que tiveram sobre o uso de metodologias ativas, quando foram expostos à rotação por estações. Esse levantamento é importante para que possa verificar se é efetivo para a turma usar tal tipo de metodologia. Sugerimos algumas questões:

- Qual foi o maior desafio do ensino por estações?
- Facilitou, de alguma forma, a sua aprendizagem?
- Você se sente mais autônomo quando trabalha apenas com a mediação do professor?

4. A partir do que você pesquisou sobre proporção, complete as igualdades de modo a garanti-la:

a. $\frac{2}{5} = \frac{}{25}$

· 5

$\frac{2}{5} = \frac{10}{25}$

· 5

b. $\frac{1,5}{7,5} = \frac{3}{}$

· 2

$\frac{1,5}{7,5} = \frac{3}{15}$

· 2

c. $\frac{12}{} = \frac{21}{175}$

· 1,75

$\frac{12}{100} = \frac{21}{175}$

· 1,75

d. $\frac{}{7} = \frac{10}{14}$

· 2

$\frac{5}{7} = \frac{10}{14}$

· 2

e. $\frac{4}{} = \frac{10}{7,5}$

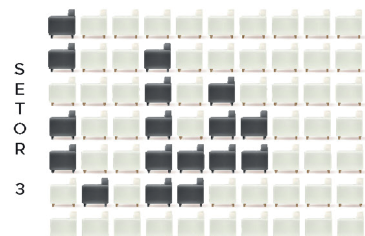
· 2,5

$\frac{4}{3} = \frac{10}{7,5}$

· 2,5

5. Resolva as situações-problemas a seguir:

I. (ENEM – 2013 – adaptado) Em um certo teatro, as poltronas são divididas em setores. A figura apresenta a vista do setor 3 desse teatro, no qual as cadeiras escuras estão reservadas e as claras não foram vendidas.



A razão que representa a quantidade de cadeiras reservadas do setor 3 em relação ao total de cadeiras desse mesmo setor é

a. $\frac{17}{70}$

b. $\frac{17}{53}$

c. $\frac{70}{17}$

d. $\frac{53}{17}$

Alternativa A

Total de cadeiras: $7 \cdot 10 = 70$

Total de cadeiras escuras: 17

A razão que representa a quantidade cadeiras reservadas em relação ao total é $\frac{17}{70}$.

II. (ENEM – 2016 - adaptado) Quatro marcas de pão integral apresentam as seguintes concentrações de fibras (massa de fibra por massa de pão):

- Marca A: 2 g de fibras a cada 50 g de pão;
- Marca B: 5 g de fibras a cada 40 g de pão;
- Marca C: 5 g de fibras a cada 100 g de pão;
- Marca D: 6 g de fibras a cada 90 g de pão.

Recomenda-se a ingestão do pão que possui a maior concentração de fibras.

A marca a ser escolhida é:

a. A

b. B

c. C

d. D

Alternativa B, pois possui maior concentração de fibras.

Marca A: $\frac{2}{50} = 2 \div 50 = 0{,}04 \cdot 100\% = 4\%$

Marca B: $\frac{5}{40} = 5 \div 40 = 0{,}125 \cdot 100\% = 12{,}5\%$

Marca C: $\frac{5}{100} = 5 \div 100 = 0{,}05 \cdot 100\% = 5\%$

Marca D: $\frac{6}{90} = 6 \div 90 = 0{,}\overline{066} \cdot 100\% \cong 6{,}7\%$

ANOTAÇÕES

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

No momento da correção é importante retomar a questão feita para que os estudantes possam inferir que quanto maior a porcentagem de concentração de fibras, mais recomendável o produto é.

AULAS 3 E 4 - IDENTIFICANDO GRANDEZAS DIRETA OU INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados individualmente ou em duplas ou trios.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Professor, para iniciar essa aula, sugerimos que comece levantando os conhecimentos prévios dos estudantes sobre grandezas inversamente proporcionais e diretamente proporcionais. Questione-os sobre o que entendem por grandezas inversamente proporcionais e diretamente proporcionais. Sugerimos que faça um painel de soluções (podendo ser a lousa) com as hipóteses dos estudantes para que possa, a partir do que eles trouxeram, sistematizar o conceito de grandezas diretamente e inversamente proporcionais.

O objetivo dessa aula não é, ainda, resolver, por meio da propriedade fundamental da proporção, situações-problemas que envolvam grandezas diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais e sim que os estudantes percebam e compreendam como identificar quando as grandezas são diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais.

AULAS 3 E 4 - IDENTIFICANDO GRANDEZAS DIRETA OU INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

Objetivos das aulas:
- Comparar duas grandezas e identificar se são diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais;
- Retomar as propriedades da proporção.

1. Identifique, em cada caso, se as grandezas são diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais. Justifique a sua resposta.

Estudante, a proporcionalidade estabelece uma relação entre as grandezas. Podemos comparar essas grandezas como diretamente proporcionais (quando a variação ocorre na mesma proporção em ambas as grandezas) e inversamente proporcionais (quando a variação entre as grandezas tem uma razão inversa). Nas atividades abaixo, você deve identificar se os casos são diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais. Por exemplo, você concorda que quanto maior o uso de aparelhos eletrônicos em uma residência, maior o consumo de energia? Esse é um exemplo de grandezas diretamente proporcionais.

a. A velocidade média do carro e a distância percorrida em determinado tempo.

Grandezas diretamente proporcionais, pois quanto maior a velocidade média, maior será a distância percorrida nesse determinado tempo.

b. O tempo que se gasta para corrigir todas as provas de um concurso público e o número de corretores.

Grandezas inversamente proporcionais, pois quanto mais corretores, menor é o tempo gasto, proporcionalmente.

c. Velocidade média de um carro e o tempo gasto para percorrer um trecho.

Inversamente proporcional, pois quanto maior a velocidade média, o tempo gasto para percorrer trajeto é menor, proporcionalmente.

d. O valor final pago pela impressão de um arquivo e a quantidade de páginas.

Diretamente proporcional, pois quanto mais páginas um arquivo possui, mais caro é o valor pago ao final da impressão, proporcionalmente.

DESENVOLVIMENTO

Professor, a **Atividade 1** é justamente para os estudantes identificarem se, nos casos dados, as grandezas são diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais. É importante que o estudante justifique a sua resposta para cada um dos itens. Sugerimos que, nesse momento, os estudantes estejam trabalhando de forma individual para que o professor possa verificar se a sistematização inicial ficou clara para eles.

e. O número de pedreiros e o tempo gasto para fazer um trabalho.

Inversamente proporcional, pois quanto mais pedreiros houver numa obra, menos tempo será gasto para fazer um trabalho, proporcionalmente.

2. Classifique as grandezas a seguir em inversamente proporcionais ou diretamente proporcionais. E indique o coeficiente de proporcionalidade na indicação das setas, na lateral.

a. Para fazer um muro de 6 metros são gastos 10 kg de massa. Para fazer um muro de 9 metros são gastos 15 kg de massa. Essas grandezas são diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais?

	Medida de comprimento (em metros)	Medida de massa (em kg)	
x 1,5	6	10	x 1,5
	9	15	

São grandezas diretamente proporcionais, pois se há aumento do comprimento, em metros, a medida da massa utilizada é maior. Além disso, as duas grandezas variam na mesma razão de proporção.

b. Quatro pedreiros levam 15 dias para reformar um local. Seis pedreiros levam 10 dias para realizar o mesmo trabalho. Essas grandezas são diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais?

	Número de pedreiros	Intervalo de tempo (em dias)	
x 1,5	4	15	÷ 1,5
	6	10	

São grandezas inversamente proporcionais, pois se há aumento do número de pedreiros em um mesmo trabalho, os dias gastos para a reforma diminuem. Além disso, as grandezas variam em razões inversas, proporcionalmente.

Se necessário, interrompa para tirar as dúvidas ou motive alguns estudantes a fim de contribuir para sanar dúvidas dos que tiveram mais dificuldade. De forma semelhante, esperamos que na **Atividade 2** os estudantes indiquem se as grandezas são diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais. É necessário, também, identificar se as grandezas são diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais e indicar o coeficiente de proporcionalidade. Na **Atividade 3**, os estudantes deverão criar duas situações-problemas envolvendo as grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais. Após a criação, os estudantes deverão trocar as questões entre si para que outro colega indique a qual grandeza a situação-problema se refere, além de apresentar o coeficiente de proporcionalidade. No final desse processo, indicamos uma discussão entre os estudantes, com a sua mediação, em pequenos grupos ou em um grande grupo (todos os estudantes da sala) para que você possa avaliar se a explanação apresentada, no início da aula, ficou clara. Se necessário, tire as dúvidas durante essa discussão com base nos exercícios propostos ou nos exercícios criados pelos estudantes. A **Atividade 4** é uma situação-problema que os estudantes devem colocar em prática o que foi sistematizado durante as aulas. Sugerimos que, nessa atividade, haja uma possibilidade maior para discussão e trocas, pois se trata de um problema que os estudantes podem ir trocando as estratégias utilizadas para resolver. Para finalizar, a **Atividade 5** é uma questão de vestibular. É importante ressaltar ao estudante que esse tipo de questão requer leitura atenta ao enunciado.

FINALIZANDO

Professor, após as discussões propostas e o possível "plantão de dúvidas", sugerimos uma correção de tudo que foi realizado nessa aula. Essa correção pode ocorrer de duas maneiras: o professor corrigindo na lousa e explicando o passo a passo ou o professor convidando os estudantes para apresentarem seus resultados e, além disso, explicarem de que forma obtiveram tais resultados. Além da correção, é importante verificar o que os estudantes pesquisaram na **Atividade 5**, pois será utilizado posteriormente. Por isso, sugerimos um momento em que alguns dos estudantes apresentem as suas pesquisas.

c. Se vendido 5 veículos, a comissão do vendedor é de R$ 1.000,00. Se vendido 7 veículos, a comissão do vendedor é de R$ 1.400,00. Essas grandezas são diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais?

x 1,4

Vendas de veículos	Comissão (em reais)
5	1.000
7	1.400

x 1,4

São grandezas diretamente proporcionais, pois se há aumento do total de vendas de veículos, há aumento na comissão do vendedor. Além disso, as duas grandezas variam na mesma razão de proporção.

3. Nesse momento, você criará duas situações-problemas, uma sobre grandezas diretamente proporcionais e outra sobre grandezas inversamente proporcionais. A ideia é que você troque com um colega e peça que ele indique a qual grandeza, a situação-problema criada por você, se refere e apresente a razão de proporcionalidade.

Situação-problema 1

Criação pessoal.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Esperamos que o estudante, com base no que realizou na atividade anterior, crie uma questão sobre grandeza diretamente proporcional. Um exemplo para essa criação pode ser:

A estadia em uma pousada é cobrada por pessoa. Duas pessoas gastam R$100,00 e 8 pessoas gastam R$ 400,00. Sugerimos que apresente aos estudantes, por meio de tabela, a razão de proporcionalidade. Por exemplo, com base no exposto, temos:

x 4

Pessoas	Gasto da Estadia (em reais)
2	100
8	400

x 4

Situação-problema 2 Criação pessoal.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Esperamos que o estudante, com base no que realizou na atividade anterior, crie uma questão sobre grandeza inversamente proporcional. Um exemplo para essa criação pode ser:

Dois pedreiros levam 20 dias para reformar uma casa. Dez pedreiros levarão 4 dias. Semelhante ao exemplo da Situação-problema 1, nesse caso, temos:

Pessoas	Dias para reformar
2	20
10	4

x 5 ÷ 5

4. Em um jogo de sorte, o prêmio é de R$ 60.000,00 que será dividido entre os ganhadores.

- Se 15 pessoas forem sorteadas, cada uma ganha R$ 4.000,00
- Se 24 pessoas forem sorteadas, cada uma ganha R$ 2.500,00

Com base nas informações acima, responda:

a. Qual é a razão entre 15 e 24?

$$\frac{15}{24} = \frac{5}{8}$$

b. Qual é a razão entre 4.000 e 2.500?

$$\frac{4000}{2500} = \frac{800}{500} = \frac{8}{5}$$

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, ao final das trocas, é interessante um momento de discussão sobre essa etapa. Busque entender quais foram os desafios, quais dificuldades e, sobretudo, se o que foi apresentado, inicialmente, ficou claro a ponto de dar subsídio à criação de situações-problemas e à resolução. Você poderá propor conversas em pequenos grupos ou com todos os estudantes da sala.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, no momento da comparação, sugerimos que abra um diálogo com e entre os estudantes para que possa verificar se o que foi apresentado está claro para eles. Principalmente quando se trata de identificar a razão de proporcionalidade.

AULAS 5 E 6 - APROPRIANDO-SE DA RAZÃO E PROPORÇÃO

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas de trabalho.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Professor, inicie a aula retomando, com os estudantes, o que foi apresentado sobre razão e proporção. É importante retomar como podemos diferenciar a razão de proporção e, sobretudo, como identificar se as grandezas são diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais.

Além disso, sugerimos que os questione para mobilizar os conhecimentos prévios:

- O que vocês sabem sobre a propriedade fundamental da proporção?

c. As grandezas são diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais? Utilize a tabela abaixo para organizar os dados e indicar a razão de proporcionalidade.

	Número de pessoas sorteadas	Valor do prêmio (em reais)	
x 1,6	15	4.000	÷ 1,6
	24	2.500	

São grandezas inversamente proporcionais, pois quando aumenta o número de pessoas sorteadas, valor do prêmio diminui, na proporção inversa.

d. Se fossem sorteadas 30 pessoas, quanto cada uma ganharia?

Se fossem 30 pessoas sorteadas, cada uma ganharia R$ 2 000,00. Pois R$ 60 000,00 dividido por 30 resulta em R$ 2 000,00.

e. Compare, em relação as outras possiblidades apresentadas, utilizando a tabela. E apresente o coeficiente de proporcionalidade.

	Número de pessoas sorteadas	Valor do prêmio (em reais)	
x 2	15	4.000	÷ 2
	30	2.000	

	Número de pessoas sorteadas	Valor do prêmio (em reais)	
x 1,25	24	2.500	÷ 1,25
	30	2.000	

5. (PUC – CAMPINAS – 2015 - adaptado) Para fazer a digitalização de 30 páginas, um estagiário leva 28 minutos. Se o estagiário trabalhar durante 4 horas e 40 minutos com o dobro dessa velocidade de digitalização, nesse expediente de trabalho, ele será capaz de digitalizar um total de páginas igual a:

a. 300
b. 480.
c. 600.
d. 280.

Alternativa C

É preciso transformar horas em minutos, portanto:

	Horas	*Minutos*	
x 4	1	60	x 4
	4	x	

Sabendo que 4 horas, em minutos, são 240 min, então, 240+40 = 280 min. Se ele trabalhar com o dobro da velocidade, temos:

	Quantidade de páginas	*Tempo (em minutos)*	
x 10	60	28	x 10
	x	280	

Logo, x = 600

A partir das respostas, trace, com os estudantes, uma sistematização sobre o conceito para que possamos realizar as atividades que seguem. Se necessário, sugerimos que utilize um dos exercícios propostos para explanação necessária.

DESENVOLVIMENTO

Professor, na **Atividade 1**, os estudantes aplicarão o que foi apresentado sobre a propriedade fundamental da proporção. Sugerimos que, antes de avançar para a **Atividade 2**, seja feita uma correção do que os estudantes fizeram. As **Atividades 2, 3 e 4** são problemas de provas externas em que seria ideal a realiza-

AULAS 5 E 6 - APROPRIANDO-SE DA RAZÃO E PROPORÇÃO

Objetivos das aulas:
- Resolver problemas envolvendo razão e proporção;
- Aplicar a propriedade fundamental da proporção.

1. Determine o valor de x para que as razões apresentadas sejam equivalentes, ou seja, sejam proporcionais.

a. $\frac{1}{7} = \frac{x-6}{21}$ $\rightarrow 21 = 7x - 42 \rightarrow 63 = 7x \rightarrow x = 9$

b. $\frac{10}{7} = \frac{x}{35}$ $\rightarrow 350 = 7x \rightarrow x = \frac{350}{7} \rightarrow x = 50$

c. $\frac{5x+3}{10} = \frac{-21}{30}$ $\rightarrow 150x + 90 = -210 \rightarrow 150x = -300 \rightarrow x = -2$

d. $\frac{3}{4} = \frac{x+4}{16}$ $\rightarrow 4x + 16 = 48 \rightarrow 4x = 32 \rightarrow x = 8$

e. $\frac{7x+4}{\frac{1}{2}} = \frac{6}{4}$ $\rightarrow 28x + 16 = 3 \rightarrow 28x = -13 \rightarrow x = -\frac{13}{28}$

Estudante, a seguir, você resolverá alguns problemas de razão e proporção. Você poderá utilizar qualquer estratégia aprendida para a resolução dos problemas.

2. (UFRJ – 2020) Admita que, em dezembro de 2014, uma filha tinha 20 anos e seu pai, 50. Em dezembro de 2024, a razão entre as idades da filha e do pai será de:

a. $\frac{1}{5}$

b. $\frac{1}{2}$

c. $\frac{3}{4}$

d. $\frac{4}{3}$

Resolução

Alternativa B

Sabendo que, em 2024, eles terão 10 anos a mais, a idade da filha será de 30 anos e, do pai, 60. A razão entre as idades então é

$$\frac{30}{60} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

ção de uma leitura prévia, antes dos estudantes tentarem resolver. Essa leitura prévia pode contribuir em apresentar aos estudantes o que é importante para resolução de questões de provas externas, contribuindo para a criação de estratégias pessoais nas resoluções de problemas matemáticos.

FINALIZANDO

Professor, para finalizar essas duas aulas, sugerimos a correção dos exercícios. Principalmente os que envolvem as propriedades da proporção. Essa correção deve ter como objetivo sanar as possíveis dúvidas que os estudantes apresentam sobre a resolução de problemas.

AULAS 7 E 8 - RESOLVENDO VARIAÇÕES DE GRANDEZAS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes sentados individualmente

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante

INICIANDO

Professor, essas são as últimas aulas dessa Sequência de Atividades. Sugerimos que inicie questionando, os estudantes, sobre as possíveis dúvidas sobre o que foi exposto até aqui, principalmente sobre a propriedade fundamental das proporções. Se houver dúvidas, sugerimos que sane-as antes de propor a resolução dos exercícios que seguem, pois se o assunto não for bem compreendido, isso dificultaria a resolução dos problemas envolvendo esse conteúdo. O questionamento inicial é importante para validar o que foi apresentado até para os estudantes.

DESENVOLVIMENTO

As **Atividades 1, 2, 3, 4 e 5** são ítens de provas externas. Eles requerem uma leitura minuciosa do enunciado para que os estudantes possam resolver. A **Atividade 1** envolve outro conhecimento: cálculo de área da circunferência.

3. (SARESP) As bombas de combustível dos pontos de serviços têm contador que vai acumulando o total de litros vendidos. Veja os totais acumulados por dia em cada bomba do posto Pedro.

	1ª Bomba	2ª Bomba
Litros	15635	10215

Se o posto Pedro vender todos os dias a mesma quantidade, em quantos dias venderá 103400 litros?

a. 6 dias.

b. 5 dias.

c. 4 dias.

d. 3 dias.

Alternativa C

Sabendo que o total de litros vendidos em um dia é igual à soma dos totais acumulados em cada tanque, sendo 15638 + 10215 = 25850. Se:

Dias	*Total vendido (em litros)*
1	25850
x	103400

$$103400 \cdot 1 = 25850 \rightarrow x = \frac{103400}{25850} \rightarrow x = 4$$

4. (ENEM – 2012 – adaptada) Uma mãe recorreu à bula para verificar a dosagem de um remédio que precisava dar a seu filho. Na bula recomendava-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2 kg de massa corporal a cada 8 horas.

Se a mãe ministrou corretamente 30 gotas do remédio a seu filho a cada 8 horas, então a massa corporal dele é de:

a. 12 kg

b. 16 kg.

c. 24 kg.

d. 36 kg.

Alternativa A

Se para cada 2 kg são necessárias 5 gotas do remédio, temos que:

Gotas	*Kg*
5	2
30	x

$$30 \cdot 2 = 5x \rightarrow 60 = 5x \rightarrow x = \frac{60}{5} \rightarrow 12$$

Sugerimos que faça uma breve explanação sobre esse conteúdo para que os estudantes possam realizar a questão. Já as **Atividades 2, 4 e 5** referem-se a questões simples de propriedade fundamental da proporção. De qualquer forma, é interessante enfatizar que são exercícios de grandezas inversamente proporcionais. Por fim, a **Atividade 3** requer conhecimento das operações com racionais, sobretudo, divisão de fração. Os estudantes podem estar acostumados a ouvir: "conserva a primeira e inverte a segunda". Sendo assim, sugerimos que levante o conhecimento prévio dos estudantes, sobre isso, para verificar se há alguma dúvida nessa operação, especificamente.

AULAS 7 E 8 - RESOLVENDO VARIAÇÕES DE GRANDEZAS

Objetivo das aulas:
- Resolver problemas envolvendo a variação de grandezas diretamente e inversamente proporcionais.

1. (UFSM - adaptado) Um trabalhador gasta 3 horas para limpar um terreno circular de 5 metros de raio. Se o terreno tivesse 15 metros de raio, quantas horas ele gastaria para limpar? Justifique sua resposta.

$$\textit{Utilize}: \textit{área da circunferência} = \pi r^2$$

$$\textit{Utilize } \pi \textit{ como } 3{,}14$$

Área da primeira circunferência

$\pi r^2 \rightarrow 3{,}14 \cdot 25 \rightarrow 78{,}5\ m^2$

Área da segunda circunferência

$\pi r^2 \rightarrow 3{,}14 \cdot 225 \rightarrow 706{,}5\ m^2$

$$\frac{3}{x} = \frac{78{,}5}{706{,}5} \rightarrow 2119{,}5 = 78{,}5x \rightarrow x = \frac{2119{,}5}{78{,}5} \rightarrow x = \ 27 \text{ horas}$$

2. (SAEB) Trabalhando 10 horas por dia, um pedreiro constrói uma casa em 120 dias. Em quantos dias ele construirá a mesma casa, se trabalhar 8 horas por dia? Justifique sua resposta.

$$\frac{10}{8} = \frac{120}{x}$$

Se o número de horas trabalhadas por dia diminui, há aumento no número de dias trabalhados. Portanto, esse exercício apresenta grandezas inversamente proporcionais.

$$\frac{10}{8} = \frac{x}{120} \rightarrow 1200 = 8x \rightarrow x = \frac{1200}{8} \rightarrow x = \text{150 dias}$$

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, para essa atividade, é necessário relembrar a expressão do cálculo da área de uma circunferência, retomando como identificar o raio de uma circunferência.
O exercício refere-se a grandezas diretamente proporcionais, pois quanto maior a área do terreno, maior o total de horas que o trabalhador gasta.

FINALIZANDO

Sugerimos que a finalização seja um momento de análise, discussão e correção dos exercícios propostos no Caderno do estudante. Professor, é necessário fazer uma correção coletiva e detalhada, indicando os passos que você sugere que os estudantes tomem para resolver problemas de provas externas.
Essa correção contribuirá com a competência de resolver problemas e isso é importante para os estudantes. Sugerimos que, durante a correção, abra possibilidade para que os estudantes possam discutir, trocar estratégias e questionar, se necessário.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, nesse momento, você também pode aproveitar para retomar a divisão de racionais, sobretudo a divisão de fração.

Quando se tem $\frac{12}{0,6}$,

podemos escrever essa expressão de uma forma diferente

$$\frac{12}{\frac{3}{5}} \rightarrow 12 \cdot \frac{5}{3} \rightarrow \frac{60}{3} \rightarrow 20$$

3. (FUVEST – adaptado) A sombra de um poste vertical, projetada pelo Sol sobre um chão plano, mede 12 m. Nesse mesmo instante, a sombra de um bastão vertical de 1 m de altura mede 0,6 m. Qual a altura do poste? Justifique sua resposta.

O exercício apresenta grandezas diretamente proporcionais.

$$\frac{x}{12} = \frac{1}{0,6} \rightarrow 0,6x = 12 \rightarrow x = \frac{12}{0,6} \rightarrow \text{20 metros}$$

4. (UFSM – RS - adaptado) Uma ponte é feita em 120 dias por 16 trabalhadores. Se o número de trabalhadores fosse elevado para 24, quantos dias seriam necessários para a construção da mesma ponte? Justifique sua resposta.

O exercício refere-se a grandezas inversamente proporcionais, portanto:

$$\frac{120}{x} = \frac{24}{16} \rightarrow 1920 = 24x \rightarrow x = \frac{1920}{24} \rightarrow x = \text{80 dias}$$

5. (SARESP) Na composição da água (H_2O) há 2 átomos de hidrogênio para 1 átomo de oxigênio. Em certa quantidade de água há 3800 átomos de hidrogênio. Então, o número de átomos de oxigênio nesta quantidade de água é:

a. 190.

b. 760.

c. 1900.

d. 7600.

Alternativa C

Se a cada 2 átomos de hidrogênio, tem-se 1 átomo de oxigênio, temos: $\frac{1}{2}$

Sendo assim,

$$\frac{1}{2} = \frac{x}{3800} \rightarrow 2x = 3800 \rightarrow x = \frac{3800}{2} \rightarrow x = \text{1 900 átomos de oxigênio.}$$

9º ANO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

OLÁ, PROFESSOR!

A escolha da habilidade foi feita por meio das análises realizadas dos resultados de avaliações internas e externas (diagnóstico de entrada e SARESP), que revelaram fragilidades dos estudantes com relação à habilidade: **(EF09MA09) Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.**

AULAS/TEMPO	TEMA DA AULA
1 e 2 /90 min	A linguagem na matemática: álgebra
3 e 4 /90 min	Produtos notáveis
5 e 6 /90 min	Equação do 2º grau: descobrindo o x da questão
7 e 8 /90 min	Resolvendo problemas

ANOTAÇÕES

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

AULAS 1 E 2 - A LINGUAGEM NA MATEMÁTICA: ÁLGEBRA

Objetivos das aulas:
- Representar algebricamente situações do cotidiano;
- Resolver e elaborar problemas sobre expressões algébricas;
- Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica.

1. Escreva uma expressão algébrica que represente as situações a seguir.

Vamos conversar um pouco! Começando com uma pergunta retórica: Quando você escuta ou lê algo sobre álgebra, qual a primeira coisa que vem a sua mente?

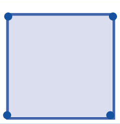
É provável que você tenha pensado em "letras na Matemática" e "equações". Bom, de fato, isso faz parte da álgebra, e é importante retomar o conceito de expressão algébrica para que possamos ter uma ideia mais ampla. Utilizar a linguagem algébrica para representar sentenças ou fazer generalizações é uma forma de se apropriar, também, da álgebra. As expressões algébricas são expressões matemáticas que apresentam números e letras a fim de expressar uma sentença matemática. Por exemplo, quando falamos "o dobro de um número", por meio da álgebra, podemos expressar como $\mathbf{2 \cdot x}$, sendo o $\boldsymbol{x}$ qualquer número real. Nas próximas atividades, vamos fazer alguns exercícios sobre as expressões algébricas. Bons estudos!

a. A idade de Mayara é igual ao dobro da idade de João.

Maria (m);
João (j).

$$m = 2j$$

b. A área de um quadrado de lado x é igual a 2.



$$x^2 = 2$$

c. O dobro da quantia de Juca, mais a terça parte da quantia de José, é igual a 20.

Quantia de Juca (x);
Quantia de José (y).

$$2x + \frac{y}{3} = 20$$

AULAS 1 E 2 - A LINGUAGEM NA MATEMÁTICA: ÁLGEBRA

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados individualmente.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Professor, sugerimos que inicie esta aula com a apresentação de uma expressão algébrica, podendo expor na lousa, por exemplo, expressões como: $2x$, $\frac{x}{3}$, y^3 e z^2. Sugerimos que, neste momento, levante os conhecimentos prévios dos estudantes, pedindo para que eles expressem na língua portuguesa, as expressões algébricas expostas na lousa. Para iniciar, sugerimos que apresente o objetivo desta aula para os estudantes, a fim de fazê-los entender o porquê das atividades que seguem. Além disso, é importante verificar se os estudantes reconhecem a diferença entre o dobro de um número e o quadrado de um número, pois pode ser uma confusão que os estudantes possuem. Se houver, é preciso resolver e sanar dúvidas dos estudantes sobre a linguagem algébrica.

d. O dobro de um número ao quadrado é igual a terça parte deste número.

Um número (x). $2x^2 = \frac{x}{3}$

e. A metade do quadrado de um número é igual ao triplo desse número, mais oito.

Um número (x). $\frac{x^2}{2} = 3x + 8$

2. O lucro de uma loja de doces artesanais é dado por uma expressão algébrica. Sabendo que cada doce custa R$ 3,00 para ser produzido e é vendido por R$ 4,50 cada, determine:

a. A expressão que representa o lucro da loja.

Cada doce será representado por x.

$L = 4{,}5x - 3x \rightarrow 1{,}5x$

b. O lucro da loja vendendo 150 doces em um dia.

Sabendo que o cálculo do lucro é dado por $1{,}5x$, temos:

$1{,}5 \cdot 150 = 225$

O lucro após a venda de 150 no dia é de R$ 225,00.

c. O lucro da loja vendendo 150 doces por dia durante 5 dias seguidos.

Se o lucro em um dia foi de R$225,00, mantendo-se durante cinco dias seguidos, temos:

$5 \cdot 225 = 1\,125$

O lucro em cinco dias seguidos, com base na venda de 150 doces, será de R$1 125,00.

DESENVOLVIMENTO

Professor, os exercícios desta primeira aula buscam colocar em prática o conhecimento dos estudantes sobre expressões algébricas. Sugerimos que, na **Atividade 1**, após o levantamento dos conhecimentos prévios dos estudantes na etapa "Iniciando", você verifique o conhecimento dos estudantes de transpor da escrita padrão para a escrita matemática. É essencial saber se o estudante tem dificuldade nessa transposição, pois no decorrer desta Sequência de Atividades será necessário ter isso sistematizado. Sendo assim, se necessário, sistematize com os estudantes a linguagem algébrica. Já na **Atividade 2**, professor, o estudante precisa ser capaz de construir uma expressão algébrica a partir de uma situação cotidiana. Sugerimos que, antes dos estudantes começarem a responder, leia a questão com eles e peça que eles anotem o que consideram essencial para resolver o problema. Sugerimos essa mesma atenção para a **Atividade 4**, pois se trata de uma situação-problema em que o estudante precisa identificar a expressão algébrica que representa a quantidade de quadradinhos de cada figura. É possível que seja necessário relembrar que a área de um quadrado se dá pelo quadrado do lado, ou seja, l^2. A **Atividade 3** envolve uma expressão algébrica que deverá ser resolvida pelo conhecimento que os estudantes possuem sobre equação. Talvez seja necessário, professor, retomar com os estudantes a resolução de uma equação polinomial do 1º grau. Por fim, a **Atividade 5** é simples, os estudantes precisam substituir as variáveis pelos valores dados para resolver a fração. Ainda assim, é preciso ajudá-los na resolução.

3. (ETEC – 2008 – Adaptado) Eduardo e Mônica estavam brincando de adivinhações com números inteiros positivos.

Ao ouvir a resposta de Mônica, Eduardo imediatamente revelou o número original que Mônica havia pensado. Que número é esse?

a. 12

b. 48

c. 34

d. 24

Alternativa B.

Expressão para representar o problema: $\frac{x \cdot 10 - x + 180}{9} = 68$

Ao resolver, obtemos:

$$\frac{10x - x + 180}{9} = 68 \rightarrow 10x - x + 180 = 68 \cdot 9 \rightarrow 9x + 180$$
$$= 612 \rightarrow 9x = 612 - 180 \rightarrow 9x = 432 \rightarrow x = \frac{432}{9} \rightarrow x = 48$$

4. (PROVA BRASIL) Observe a sequência de figuras e identifique qual é a expressão algébrica que representa a sequência da quantidade de quadradinhos, onde cada lado é representado por n.

a. n^2

b. $n^2 + 4^2$

c. $n^2 + (n+1)^2$

d. $(n+2)^2$

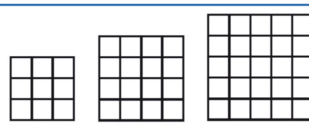


Figura 1 Figura 2 Figura 3

Alternativa A.

Por se tratar de um quadrado, o total de quadradinhos é o quadrado do número de quadradinhos nos lados. Por exemplo, há 3 quadradinhos de lado na figura 1, e $3^2 = 9$, que é o total de quadradinhos da figura.

FINALIZANDO

Professor, é importante uma correção dos exercícios buscando levantar e sanar possíveis dúvidas que os estudantes possuem, sobretudo na escrita de problemas na linguagem algébrica. A correção da **Atividade 3** deve ser feita coletivamente, a fim de criar uma relação de conversa sobre como é pensado e resolvido o problema pelos estudantes. Esse é um momento interessante para pedir que os estudantes pensem em outras possibilidades que se assemelhem ao que foi apresentado no exercício. Se achar necessário, disponibilize um tempo para que os estudantes criem e possam apresentar suas criações e assim você possa avaliar, ou até mesmo mensurar, o quão apropriado o aluno está da ideia de generalização. Professor, durante as correções, é importante fazer uma síntese do que foi apresentado aos estudantes, podendo ser uma síntese coletiva com as palavras-chave do que foi apresentado. Além da síntese, é importante verificar se os estudantes compreenderam e assimilaram o conteúdo, portanto, as palavras-chave para a síntese devem partir dos estudantes.

AULAS 3 E 4 - PRODUTOS NOTÁVEIS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados individualmente.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Professor, sugerimos que peça aos estudantes que respondam à **Atividade1** desta aula. Trata-se de uma representação geométrica do quadrado da soma. **Atividade 1** tem o objetivo de introduzir o conceito de produto notável. É interessante que os estudantes busquem, individualmente, a solução para esse problema em questão para que possam, a partir da resolução, tirar suas próprias conclusões. Sugerimos que apenas faça questionamentos que os ajudem a pensar na questão 1b, como: como calcular a área de um quadrado? Sugerimos que retome com os estudantes a propriedade distributiva para que eles tenham uma maneira de desenvolver um produto notável. Para além disso, é interessante apresentar aos estudantes que, para ser um trinômio quadrado perfeito, deve haver o quadrado do primeiro termo, mais ou menos o dobro do primeiro termo vezes o segundo termo, mais o quadrado do segundo termo.

DESENVOLVIMENTO

Afim de atender os objetivos destas aulas, a **Atividade 2** propõe que os estudantes desenvolvam em trinômios os casos apresentados no exercício. Sugerimos que os estudantes desenvolvam um trinômio do quadrado perfeito do jeito que acharem mais conveniente para eles, não tendo uma obrigatoriedade de forma de resolução. Para a **Atividade 3**, os estudantes terão outra situação-problema para pensar sobre e

5. Agora é a sua vez de elaborar e compartilhar, com um de seus colegas da sala, uma atividade que tenha uma expressão algébrica com duas variáveis, apresentar um valor numérico para cada uma das variáveis e encontrar o valor numérico.

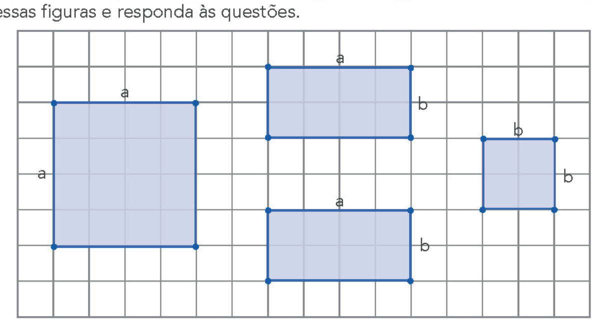
Possibilidade de resposta:

$$\frac{x^2 + y^2}{y^2 - x^2} \rightarrow \frac{2^2 + 5^2}{5^2 - 2^2} \rightarrow \frac{4 + 25}{25 - 4} \rightarrow \frac{29}{21}$$

AULAS 3 E 4 - PRODUTOS NOTÁVEIS

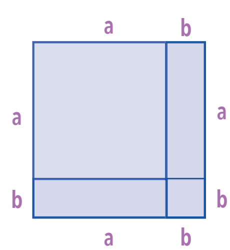
Objetivos das aulas:
- Reconhecer os casos de produtos notáveis;
- Calcular os casos de produtos notáveis;
- Conhecer os casos de fatoração;
- Fatorar polinômios.

1. Como num quebra-cabeça e utilizando todas as figuras a seguir, desenhe o maior quadrado possível com essas figuras e responda às questões.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

a. Desenhe aqui:



CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, esperamos que os estudantes consigam chegar a essa imagem. Enquanto eles tentam construir o maior quadrado, seria interessante se pudesse fazer questionamentos para ajudá-los a pensar em como montar. Além disso, sugerimos também que os ajude a recordar que o quadrado deve ter seus lados iguais e os quatro ângulos internos retos, por isso a montagem deve respeitar a essa propriedade do quadrado.

b. Qual expressão representa a área do maior quadrado encontrado?

Por se tratar de um quadrado, os quatro lados são iguais. Sabendo que o lado do maior quadrado é igual a $a + b$, temos que área deste quadrado é expressa por $(a + b)^2$.

c. Se fossem dados os valores de a e b, sendo $\boldsymbol{a = 3}$ e $\boldsymbol{b = 5}$, qual seria a área deste quadrado maior? Essa área é dada por um número quadrado perfeito? Justifique.

A área deste maior quadrado seria 64. É um número quadrado perfeito, pois a raiz quadrada deste número é um número inteiro.

2. Desenvolva em trinômio quadrado perfeito:

a. $(a + b)^2$

$$(a + b)^2 \rightarrow (a + b) \cdot (a + b) \rightarrow a^2 + ab + ab + b^2 \rightarrow a^2 + 2ab + b^2$$

b. $(a - b)^2$

$$(a - b)^2 \rightarrow (a - b) \cdot (a - b) \rightarrow a^2 - ab - ab + b^2 \rightarrow a^2 - 2ab + b^2$$

c. $(2x + 4y)^2$

$$(2x + 4y)^2 \rightarrow (2x + 4y) \cdot (2x + 4y)$$
$$\rightarrow (2x)^2 + 8xy + 8xy + (4y)^2 \rightarrow 4x^2 + 16y + 16y^2$$

d. $(3a + m)^2$

$$(3a + m)^2$$
$$\rightarrow (3a + m) \cdot (3a + m) \rightarrow (3a)^2 + 3am + 3am + m^2$$
$$\rightarrow 9a^2 + 6am + m^2$$

desenvolver o conceito do caso diferença entre dois quadrados. Sugerimos, como na primeira atividade, que deixe os estudantes resolverem de forma autônoma. Após esse primeiro momento, os estudantes, para sistematizar, devem realizar a **Atividade 4**, que busca desenvolver a diferença entre dois quadrados em casos fatorados. Por fim, na **Atividade 5**, sugerimos que apresente aos estudantes, antes de realizarem as atividades, os casos de fatoração. Propomos que faça a explanação de cada caso para que os estudantes façam anotações necessárias de sistematização e apropriação. Elas são importantes para que eles possam consultar quando necessário.

FINALIZANDO

Professor, a correção deve ser mais intensa na questão 5, na qual os estudantes precisam aplicar os casos de fatoração. Sugerimos que a correção seja coletiva, perguntando aos estudantes quais os resultados que eles deram aos itens. É importante, também, a correção dos demais exercícios, a fim de sanar possíveis dúvidas sobre produto notável, principalmente dúvidas e equívocos do tipo $(a + b)^2 = a^2 + b^2$, que é comum ocorrer entre os estudantes.

Professor, é importante também que haja uma síntese do que foi apresentado nestas aulas, verificando dúvidas sobre os produtos notáveis.

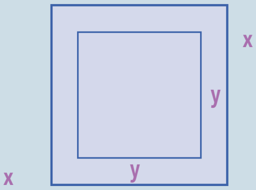
CONVERSANDO COM O PROFESSOR

- Exercício 1b:

Professor, este exercício pode ser resolvido de muitas maneiras, mas sugerimos que invista na aplicação da distributiva, fazendo: $(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b)$ Resultando em $a^2 + 2ab + b^2$ e substituindo os valores de a e b pelos valores dados:

$$3^2 + 2 \cdot 3 \cdot 5 + 5^2$$
$$\rightarrow 9 + 30 + 25 \rightarrow 64$$

- Exercício 3: Professor, esperamos que o estudante compreenda que neste exercício estamos tratando da diferença entre dois quadrados. Para a correção, sugerimos a reprodução da imagem:



O que esperamos é que o estudante expresse:

$x^2 - y^2$

e. $\left(\frac{1}{2}a - y\right)^2$

$$\left(\frac{1}{2}a - y\right)^2 \rightarrow \left(\frac{1}{2}a - y\right) \cdot \left(\frac{1}{2}a - y\right) \rightarrow \frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{2}ay - \frac{1}{2}ay + y^2 \rightarrow \frac{1}{4}a^2 - ay + y^2$$

f. $(x + 2)^2$

$$(x + 2)^2 \rightarrow (x + 2) \cdot (x + 2) \rightarrow x^2 + 2x + 2x + 4^2 \rightarrow x^2 + 4x + 4$$

g. $(y - 1)^2$

$$(y - 1)^2 \rightarrow (y - 1) \cdot (y - 1) \rightarrow y^2 - y - y + 1^2 \rightarrow y^2 - 2y + 1$$

3. Uma construtora adquiriu um terreno quadrado de lado igual a x. Neste terreno, será construído um edifício que ocupa uma região quadrada de lado igual a y de área igual y^2. Apresente a expressão que representa a área do terreno não construída.

4. Desenvolva algebricamente os produtos:

a. $(a + b) \cdot (a - b)$

$$(a + b) \cdot (a - b) \rightarrow a^2 - ab + ab - b^2 \rightarrow a^2 - b^2$$

b. $(3x + 4y) \cdot (3x - 4y)$

$$(3x + 4y) \cdot (3x - 4y) \rightarrow 9x^2 - 12xy + 12xy - 16y^2 \rightarrow 9x^2 - 16y^2$$

c. $\left(x - \frac{y}{2}\right) \cdot \left(x + \frac{y}{2}\right)$

$$\left(x - \frac{y}{2}\right) \cdot \left(x + \frac{y}{2}\right) \rightarrow x^2 + \frac{xy}{2} - \frac{xy}{2} - \left(\frac{y}{2}\right)^2 \rightarrow x^2 - \frac{y^2}{4}$$

d. $(2x + 5) \cdot (2x - 5)$

$$(2x + 5) \cdot (2x - 5) \rightarrow 4x^2 - 10x + 10x - 5^2 \rightarrow 4x^2 - 25$$

e. $(x - 3) \cdot (x + 3)$

$$(x - 3) \cdot (x + 3) \rightarrow x^2 + 3x - 3x - 3^2 \rightarrow x^2 - 9$$

5. Fatore os polinômios a seguir.

Fatorar um número é o mesmo que escrever o produto de dois ou mais fatores. Podemos fazer o mesmo em uma expressão algébrica. Para fatorar uma expressão algébrica, devemos escrever a expressão em forma de produto. E para que fatorar uma expressão? Quando fatoramos uma expressão, é possível que ela fique mais simplificada, facilitando a resolução de problemas, por exemplo. Na atividade a seguir, você aplicará os casos de fatoração. Veja com bastante atenção a expressão para que possa simplificar com o caso mais adequado.

a. $ay + ax$

$$ay + ax \rightarrow a(y + x)$$

b. $4x^2 - 16$

$$4x^2 - 16 \rightarrow (2x)^2 - 4^2 \rightarrow (2x - 4) \cdot (2x + 4)$$

EXERCÍCIO 5

- A: Professor, para esse item, os estudantes precisam usar a fatoração por fator comum em evidência.
- B: Professor, para esse item, os estudantes precisam usar a fatoração da diferença de dois quadrados.

- C e D: Professor, para esse item, os estudantes precisam usar a fatoração por fator comum em evidência.

- E: Professor, para esse item, os estudantes precisam usar a fatoração do trinômio quadrado perfeito.

- F: Professor, para esse item, os estudantes precisam usar a fatoração do trinômio quadrado perfeito.

- G: Professor, para esse item, os estudantes precisam usar a fatoração por agrupamento.

- H: Professor, para esse item, os estudantes precisam usar a fatoração da diferença entre dois quadrados.

c. $x^2 + x$

$x^2 + x \rightarrow x(x+1)$

d. $x^3y^3 + 4x^2y^2$

$x^3y^3 + 4x^2y^2 \rightarrow x^2y^2(xy+4)$

e. $a^2 + 2ab + b^2$

$a^2 + 2ab + b^2 \rightarrow (a+b)^2$

f. $4x^2 - 16xy + 16y^2$

$4x^2 - 16xy + 16y^2 \rightarrow (2x-4y)^2$

g. $xy + 2x - 2a + 2b$

$xy + 2x - 2a + 2b \rightarrow x(y+2) - 2(a+b)$

h. $25x^4 - y^6$

$25x^4 - y^6 \rightarrow (5x^2)^2 - (y^3)^2 \rightarrow (5x^2 - y^3) \cdot (5x^2 + y^3)$

AULAS 5 E 6 - EQUAÇÃO DO 2° GRAU: DESCOBRINDO O X DA QUESTÃO

Objetivos das aulas:

- Conhecer equações polinomiais do 2º grau;
- Identificar equações polinomiais do 2º grau completa ou incompleta;
- Resolver equações completas e incompletas.

Numa equação do 2º grau, o x é a incógnita e representa um valor desconhecido, e as letras a, b e c são chamadas coeficientes da equação. Uma equação do 2° grau na incógnita x, tem a forma $ax^2 + bx + c = 0$, em que a, b , c são números reais e $a \neq 0$.

1. Organize as equações a seguir nas tabelas, a fim de indicar se são equações incompletas (com b e/ou c iguais a zero) ou completas.

$x^2 - 5x = 0$ $\quad$ $3x^2 = 18x$ $\quad$ $(x+2)^2 - 2(x-4) = 12$

$(y+2)^2 = 4$ $\quad$ $(x+2)\cdot(x-2) = 20$ $\quad$ $(x+4)\cdot(x-4) + x^2 = (x+8)^2$

$\dfrac{2x^2}{4} = \dfrac{x}{15}$ $\quad$ $(x-3)^2 = -27$ $\quad$ $12\cdot(x+4)^2 = 0$

$x^2 - 4x + 16 = 0$ $\quad$ $x^2 = 0$

Equações incompletas com somente $b = 0$	Equações incompletas com somente $c = 0$
$(x+2)\cdot(x-2) = 20$	$x^2 - 5x = 0$ $3x^2 = 18x$ $(y+2)^2 = 4$ $\frac{2x^2}{4} = \frac{x}{15}$ $(x+2)^2 - 2(x-4) = 12$
Equações incompletas com $b = c = 0$	**Equações completas**
$x^2 = 0$	$(x-3)^2 = -27$ $x^2 - 4x + 16 = 0$ $(x+4)\cdot(x-4) + x^2 = (x+8)^2$ $12\cdot(x+4)^2 = 0$

AULAS 5 E 6 - EQUAÇÃO DO 2° GRAU: DESCOBRINDO O X DA QUESTÃO

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados individualmente.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Professor, para iniciar as aulas que seguem, sugerimos que apresente aos estudantes a resolução de uma equação do 2º grau em que o primeiro membro é um trinômio de quadrado perfeito. Sugerimos que retome o que foi apresentado em aulas anteriores sobre os trinômios de quadrado perfeito para que os estudantes possam perceber uma continuidade ao que foi apresentado. Além disso, sugerimos que apresente aos estudantes o método de completar quadrados para resolver uma equação polinomial do 2º grau. Esse método desenvolvido por Al-Khawarizmi contribui para o desenvolvimento do pensamento algébrico, pois requer do estudante a criação estratégias para resolução de uma equação para além do uso de fórmulas resolutivas. Sugerimos, então, uma apresentação deste método com espaço para dúvidas e discussões sobre seu uso.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

EXERCÍCIO 2: • A: Professor, nesse momento utilizaremos o método de completar quadrados para que os estudantes possam resolver a equação, colocando em prática a fatoração que foi apresentada nas aulas 3 e 4 desta Sequência de Atividades.

• B: Sugerimos que, quando estiver corrigindo com os estudantes esse exercício, retome a fatoração por evidência. Como podemos verificar, ela é necessária para se resolver uma equação incompleta quando c é igual a zero.

• C: Professor, neste momento, os estudantes vão resolver essa questão com base no que foi apresentado em aula sobre resolução de uma equação por meio da fatoração. É importante verificar, durante a correção, se os estudantes conseguiram compreender o que lhes foi apresentado.

Quando dizemos “raiz de uma equação”, nos referimos ao(s) resultado(s) final(is) de uma equação. As equações de 2º grau podem ter até duas raízes reais.

2. Leia com atenção e resolva os problemas a seguir :

a. É possível, com dois números inteiros, resolver a igualdade $x^2 + 4x = 12$. Quais podem ser esses números? Utilize o método de completar quadrado para resolver.

Resolução
$x^2 + 4x = 12$
Pelo método de completar quadrado, é preciso identificar o trinômio do quadrado perfeito; sendo assim, devemos descobrir o valor que $x^2 + 4x$ se deve acrescentar para que seja um trinômio do quadrado perfeito.

$x^2 + 4x + 4$ Se acrescentarmos o 4 à expressão, temos um trinômio de quadrado perfeito

Pelo princípio de equivalência das equações, a expressão inicial ficará: $x^2 + 4x + 4 = 12 + 4$

Podendo ser escrita como: $x^2 + 4x + 4 = 16$

O método de completar quadrado requer a fatoração do trinômio do quadrado perfeito: $x^2 + 4x + 4 \rightarrow (x+2)^2$

Podendo reescrever a expressão como: $(x+2)^2 = 16$

Daí, temos: $\sqrt{(x+2)^2} = \pm\sqrt{16} \rightarrow x + 2 = \pm 4$

$x_1 \rightarrow x + 2 = 4 \rightarrow x = 4 - 2 \rightarrow x = 2$

$x_2 \rightarrow x + 2 = -4 \rightarrow x = -4 - 2 \rightarrow x = -6$

b. Dois números tornam a igualdade $x^2 + 3x = 6x$ verdadeira. Que números são esses?

Resolução $x^2 + 3x = 6x \rightarrow x^2 - 3x = 0 \rightarrow x(x-3) = 0$

Logo, $x_1 = 0$ e $x_2 = 3$

Os números inteiros positivos que tornam a igualdade verdadeira são 0 e 3.

c. Dada a equação $x^2 - 4x + 4 = 0$, determine x para que a igualdade seja verdadeira ?

Resolução

$x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow (x-2)^2 = 0 \rightarrow x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$

DESENVOLVIMENTO

Professor, é importante que os estudantes saibam quando é interessante utilizar o método de completar quadrado e quando não. Por isso, na **Atividade 1** propomos uma identificação das equações completas e incompletas, pois o método de completar quadrados requer que a equação seja completa. Por isso, neste primeiro momento, sugerimos uma discussão sobre como identificar uma equação completa e uma incompleta, e sugerimos que aproveite para discutir com os estudantes sobre a identificação dos coeficientes de uma equação polinomial do 2° grau.

3. (PROVA BRASIL) O nível N de óleo de um reservatório varia com o tempo t, contado em horas, conforme a equação $t^2 + 5t - 24 = 0$. Em quanto tempo o nível de óleo chegará a zero?

Alternativa A.

$$t^2 + 5t - 24 = 0$$

Para determinar o trinômio do quadrado perfeito devemos, pelo princípio aditivo da igualdade, somar 24 aos dois membros, tendo:

$$t^2 + 5t - 24 + 24 = 24 \rightarrow t^2 + 5t = 24$$

Para que o primeiro membro seja um trinômio de quadrado perfeito, devemos somar $\frac{25}{4}$ ao primeiro membro e fazer o mesmo no segundo membro:

$$t^2 + 5t + \frac{25}{4} = 24 + \frac{25}{4} \rightarrow \left(t + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{121}{4} \rightarrow$$

$$\sqrt{\left(t + \frac{5}{2}\right)^2} = \pm\sqrt{\frac{121}{4}} \rightarrow t + \frac{5}{2} = \pm\frac{11}{2}$$

$$t_1 \rightarrow t + \frac{5}{2} = \frac{11}{2} \rightarrow \frac{11}{2} - \frac{5}{2} \rightarrow t_1 = \frac{11-5}{2} \rightarrow \frac{6}{2} \rightarrow 3$$

$$t_2 \rightarrow t + \frac{5}{2} = -\frac{11}{2} \rightarrow -\frac{11}{2} - \frac{5}{2} \rightarrow t_2 = \frac{-11-5}{2} \rightarrow \frac{-16}{2} \rightarrow -8$$

Por se tratar de horas, não consideramos o - 8.

a. 3 hora

b. 4 hora

c. 5 hora

d. 8 hora

4. Resolva as equações a seguir.

a. $x^2 - 26x + 169 = 0$

$x^2 - 26x + 169 = 0 \rightarrow$ **Trinômio do quadrado perfeito.**

$(x-13)^2 = 0 \rightarrow \sqrt{(x-13)^2} = \sqrt{0} \rightarrow x - 13 = 0 \rightarrow x = 13$

b. $x^2 - 2x - 3 = 0$

$x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow$ **Não é trinômio de quadrado perfeito.**

Utilizando o método de completar quadrado, temos:

$x^2 - 2x = 3 \rightarrow x^2 - 2x + 1 = 3 + 1 \rightarrow x^2 - 2x + 1 = 4$

Resolvendo: $(x-1)^2 = 4 \rightarrow \sqrt{(x-1)^2} = \pm\sqrt{4} \rightarrow x - 1 = \pm 2$

$x_1 \rightarrow x - 1 = 2 \rightarrow x = 2 + 1 \rightarrow x = 3$

$x_2 \rightarrow x - 1 = -2 \rightarrow x = -2 + 1 \rightarrow x = -1$

c. $x^2 - 16x + 64 = 0$

$x^2 - 16x + 64 = 0 \rightarrow$ **Trinômio do quadrado perfeito.**

$(x-8)^2 = 0 \rightarrow \sqrt{(x-8)^2} = \sqrt{0} \rightarrow x - 8 = 0 \rightarrow x = 8$

a resolução pelo método de completar quadrados contribui para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Na **Atividade 4,** os estudantes devem resolver as equações completas. Algumas questões têm, no seu primeiro membro, um trinômio do quadrado perfeito, em outras, o estudante precisará utilizar o método de completar quadrado para que possa resolver o exercício. Por fim, na **Atividade 5**, o estudante também resolve uma equação do 2º grau, só que são equações incompletas, com c igual a zero. Sendo assim, o estudante precisa utilizar-se da fatoração para resolver as equações.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, apesar do problema poder ser respondido pela fórmula resolutiva (Bhaskara), sugerimos que utilize o método apresentado em aula a fim de atender à habilidade da Sequência de Atividades. Se achar necessário, em outro momento, resolva o mesmo problema de uma maneira diferente.

A **Atividade 2** coloca o estudante para resolver equações completas ou incompletas por meio da fatoração. Sugerimos que retome o que foi apresentado nas aulas 3 e 4 desta Sequência de Atividades, a fim de contribuir para a resolução dos problemas propostos nesta atividade. Sugerimos que, no momento da correção, tire dúvidas sobre o método de resolução completar quadrado.

A **Atividade 3** é uma situação-problema que poderia ser resolvida com a fórmula resolutiva, mas sugerimos que não utilize para que possamos, além de atender a habilidade, mostrar para os estudantes que há outras maneiras, para além da fórmula de Bhaskara, de resolver uma equação polinomial do 2º grau. Como dito anteriormente,

FINALIZANDO

Professor, é nesse momento que você verificará se a explanação sobre a resolução de uma equação do 2º grau ficou clara para o estudante. Durante a correção dos exercícios, sugerimos que use a lousa para expor cada um dos exercícios, pois esperamos que os estudantes anotem em seus cadernos pessoais o passo a passo para resolução de uma equação do 2º grau. É importante que os estudantes tenham a possibilidade de trazer as dúvidas durante a sua correção, então sugerimos que vá questionado se há alguma dúvida no que está sendo exposto.

AULAS 7 E 8 - RESOLVENDO PROBLEMAS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes sentados individualmente.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Professor, para iniciar estas últimas aulas, sugerimos que comece tirando as dúvidas dos estudantes sobre a resolução e elaboração de uma equação do 2º grau. É preciso que as dúvidas sejam tiradas no início, pois é possível que os estudantes tenham dificuldade para resolver os problemas se ainda possuírem alguma dúvida sobre a resolução. Portanto, sugerimos que inicie questionando-os estudantes sobre suas dúvidas, podendo ser:

- Como identificar uma equação completa? E a incompleta?
- Quais os casos de equação incompleta?
- Como fatoramos um trinômio de quadrado perfeito?
- Como resolver uma equação de 2º grau pelo método de completar quadrados?

É possível que você tenha outras questões importantes, e sugerimos que as inclua nesta etapa inicial para que possa fazer uma avaliação sobre o que foi exposto nas aulas anteriores.

d. $x^2 + 6x - 16 = 0$

$x^2 + 6x - 16 = 0 \rightarrow$ Não é trinômio de quadrado perfeito.

Utilizando o método de completar quadrado, temos:

$x^2 + 6x = 16 \rightarrow x^2 + 6x + 9 = 16 + 9 \rightarrow x^2 + 6x + 9 = 25$

Resolvendo: $(x+3)^2 = 25 \rightarrow \sqrt{(x+3)^2} = \pm\sqrt{25} \rightarrow x + 1 = \pm 5$

$x_1 \rightarrow x + 3 = 5 \rightarrow x = 5 - 3 \rightarrow x = 2$

$x_2 \rightarrow x + 3 = -5 \rightarrow x = -5 - 3 \rightarrow x = -8$

5. Resolva as equações incompletas com $c = 0$ por meio da fatoração do termo comum em evidência.

a. $x^2 + 8x = 0$

$x^2 + 8x = 0 \rightarrow x(x+8) = 0$

$x = 0$

$x + 8 = 0 \rightarrow x = -8$

b. $x^2 - 10x = 0$

$x^2 - 10x = 0 \rightarrow x(x-10) = 0$

$x = 0$

$x - 10 = 0 \rightarrow x = 10$

c. $x^2 - 12x = 0$

$x^2 - 12x = 0 \rightarrow x(x-12) = 0$

$x = 0$

$x - 12 = 0 \rightarrow x = 12$

d. $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{8}x = 0$

$\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{8}x = 0 \rightarrow \frac{1}{2}x\left(x + \frac{1}{4}\right) = 0$

$x = 0$

$x + \frac{1}{4} = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{4}$

AULAS 7 E 8 - RESOLVENDO PROBLEMAS

Objetivos das aulas:
- Resolver problemas que envolvam equação polinomial do 2º grau;
- Elaborar problemas que envolvam equações polinomial do 2º grau.

1. A raiz da equação $x^2 + 10x + 25 = 0$ é igual a:

a. – 5

b. 0

c. 10

d. – 10

Resolução

Alternativa A.

$x^2 + 10x + 25 = 0 \rightarrow$ **É trinômio do quadrado perfeito**

$(x+5)^2 = 0 \rightarrow \sqrt{(x+5)^2} = \sqrt{0} \rightarrow x + 5 = 0 \rightarrow x = -5$

2. Um retângulo de comprimento igual a 16 cm e largura igual a x tem a mesma área de um quadrado de lado igual a $2x$ cm. É correto afirmar que:

a. A área do quadrado é duas vezes maior que a do retângulo.

b. A área do quadrado é igual a 64 cm².

c. A área do quadrado é igual a 4 cm².

d. A área do retângulo é igual a 8 cm².

Resolução

Alternativa B.

Área do retângulo: $16 \cdot x$

Área do quadrado: $4x^2$

$16x = 4x^2 \rightarrow -4x^2 + 16x = 0 \rightarrow 4x(-x+4) = 0$

$x_1 \rightarrow 4x = 0 \rightarrow x = 0$

$x_2 \rightarrow -x + 4 = 0 \rightarrow (-1) \cdot -x = -4 \cdot (-1) \rightarrow x = 4$

Logo, a área do quadrado é igual a $4 \cdot 4^2 \rightarrow 4 \cdot 16 \rightarrow 64\ cm^2$ **, que é igual a área do retângulo.**

DESENVOLVIMENTO

Professor, após o momento inicial de verificar os conhecimentos que os estudantes adquiriram nas aulas até aqui, sugerimos alguns problemas para que eles possam praticar o que foi apresentado. Sendo assim, temos na **Atividade 1** a resolução de um problema que envolve o trinômio do quadrado perfeito, a fim de verificar se o estudante sistematizou a fatoração de um trinômio de quadrado perfeito para resolver uma equação do 2º grau. Já a **Atividade 2** requer do estudante a capacidade de resolver equações incompletas do 2º grau por meio do caso de fatoração por evidência. Trata-se de uma questão que possui apenas uma alternativa correta. É interessante solicitar que os estudantes apresentem seus cálculos para que você possa verificar as estratégias pessoais deles. A **Atividade 3** se trata de um problema que envolve o método de completar quadrado, apresentado nas aulas 5 e 6. No momento de correção é interessante verificar como o estudante compreende e executa esse método. Assim como a **Atividade 2**, a **Atividade 4** mede a capacidade de resolver equações incompletas por meio da fatoração por evidência. Por fim, professor, a quinta questão requer a criação dos estudantes. Sugerimos que abra um painel de exposição/socialização para que possam apresentar suas criações e resoluções. Não esperamos que as corrija, mas faça a mediação das discussões sobre o problema criado.

FINALIZANDO

Professor, a correção dos exercícios pode ser realizada coletivamente, porém, é interessante convidar alguns estudantes para apresentar suas estratégias de resolução, de modo que você possa, em parceria com os estudantes, indicar caminhos possíveis aos que tiveram mais dificuldade de resolver. É importante que, durante a correção, haja a leitura dos enunciados, pois questões como essas requerem leitura atenta. Sugerimos, também, que faça a síntese da Sequência de Atividade como um todo, a fim de entender se os estudantes compreenderam os conteúdos apresentados e, além disso, sanar possíveis dúvidas. Essa síntese pode ser discutida aula por aula, levantando questionamentos que achar importante de cada aula e atividade.

3. Se o quadrado de um número, menos dez vezes esse mesmo número é igual a – 21, determine esse número.

Resolução

$x^2 - 10x = -21 \rightarrow$ **Não é trinômio de quadrado perfeito.**

Para que se torne um trinômio de quadrado perfeito, devemos somar 25 aos dois membros:

$x^2 - 10x + 25 = -21 + 25 \rightarrow x^2 - 10x + 25 = 4$

$(x-5)^2 = 4 \rightarrow \sqrt{(x-5)^2} = \pm\sqrt{4} \rightarrow x - 5 = \pm 2$

$x_1 \rightarrow x - 5 = 2 \rightarrow x = 5 + 2 \rightarrow x = 7$

$x_2 \rightarrow x - 5 = -2 \rightarrow x = -2 + 5 \rightarrow x = 3$

Portanto, o número que determina a igualdade como verdadeira pode ser 3 ou 7.

4. Márcia tem mais de dez anos. Sabendo que o dobro do quadrado da idade de Márcia é igual a vinte quatro vezes sua idade, qual a idade de Márcia?

Resolução

$2x^2 = 24x \rightarrow 2x^2 - 24x = 0 \rightarrow 2x(x - 12) = 0$

$x_1 \rightarrow 2x = 0 \rightarrow x = 0$

$x_2 \rightarrow x - 12 = 0 \rightarrow x = 12$

A idade de Márcia é 12 anos.

5. Agora é com você, estudante!

Após todos os exercícios e explicações que você teve, queremos que você crie um problema de matemática que envolva a resolução de uma equação do 2º grau completa ou incompleta, você decide! O que é importante é que se apoie em um dos métodos de resolução. Após a criação, pedimos que você troque seu caderno com um colega para que ele possa resolver a questão criada por você, e após a troca, vocês discutam como foi a resolução. Vamos criar!

Criação pessoal.

Professor, esperamos que o estudante consulte os problemas que resolveram anteriormente para que possam criar algo semelhante. É importante salientar que o método utilizado para resolução deve ser algum dos que lhes foi apresentado nesta Sequência de Atividade. É possível que seja um exercício simples, como:

O quadrado de um número mais oito vezes esse número é igual a zero. Determine esse número.

O mais importante é a discussão que acontece após a troca de exercícios.

9º ANO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

OLÁ, PROFESSOR!

Nesta Sequência de Atividades, falamos diretamente com você, que está aí, na sala de aula, no convívio direto com os estudantes, os quais terão oportunidade, nesse momento, de se envolver com atividades que possibilitam a retomada de conceitos, propriedades e procedimentos essenciais para o desenvolvimento de seus conhecimentos e capacidades em matemática.

A Sequência de Atividades deve ser desenvolvida considerando o protagonismo do estudante, favorecendo a interação, o compartilhamento de conhecimentos e a colaboração. Além disso, as socializações das atividades, por parte dos estudantes, são percebidas aqui como oportunidades de serem desenvolvidas habilidades e competências que dizem respeito à cooperação, à empatia, à argumentação e à comunicação, entre outras.

Vale ressaltar que os estudantes devem chegar ao final da Sequência de Atividades sendo capazes de reconhecer e aplicar conceitos, propriedades e procedimentos que envolvam as relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações.

HABILIDADE: (EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.

AULAS/TEMPO	TEMA DA AULA
1 e 2 / 90 min	O que é função?
3 e 4 / 90 min	As funções polinomiais de 1º grau
5 e 6 / 90 min	As funções polinomiais de 2º grau
7 e 8 / 90 min	Representação gráfica de funções polinomiais de 1º e 2º grau

ANOTAÇÕES

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

AULAS 1 E 2 - O QUE É FUNÇÃO?

Objetivos das aulas:
- Reconhecer o conceito de função e sua notação usual;
- Reconhecer funções em meio a relações de dependência entre duas variáveis;
- Identificar um produto cartesiano e suas representações.

Após ter recordado o que são conjuntos e pares ordenados, você será convidado, nesta atividade, a descobrir o que é uma função e como reconhecê-la em meio a outras relações entre duas variáveis. Vamos lá!

1. Um estacionamento de um shopping cobra R$ 5,00 pela hora inicial e 4 reais por cada hora adicional.

O preço a ser pago pelo usuário do estacionamento, está condicionado ao número de horas que o carro ficou no estacionamento, conforme mostra o quadro a seguir.

Horas no estacionamento	Valor pago(R$)
1	5,00
2	$5{,}00 + 4{,}00 = 5{,}00 + 4{,}00 \cdot (2 - 1) = 5{,}00 + 4{,}00 \cdot 1 = 5{,}00 + 4{,}00 = 9{,}00$
3	$5{,}00 + 4{,}00 = 5{,}00 + 4{,}00 \cdot (3 - 1) = 5{,}00 + 4{,}00 \cdot 2 = 5{,}00 + 8{,}00 = 13{,}00$
4	$5{,}00 + 4{,}00 = 5{,}00 + 4{,}00 \cdot (4 - 1) = 5{,}00 + 4{,}00 \cdot 3 = 5{,}00 + 12{,}00 = 17{,}00$
5	$5{,}00 + 4{,}00 = 5{,}00 + 4{,}00 \cdot (5 - 1) = 5{,}00 + 4{,}00 \cdot 4 = 5{,}00 + 16{,}00 = 21{,}00$

Fonte: elaborado para fins didáticos.

Observe no quadro anterior que o valor pago a partir de 2h no estacionamento segue um mesmo padrão. Se chamarmos de y o preço final a ser pago e chamarmos de x o número de horas estacionado, podemos escrever esse padrão como $y = 5 + 4(x - 1)$. Veja no quadro a seguir essa relação.

Horas no estacionamento	Valor pago(R$)
1	5,00
2	$y = 5{,}00 + 4{,}00 \cdot (x - 1) = 5{,}00 + 4{,}00 \cdot (2 - 1) = 5{,}00 + 4{,}00 \cdot 1 = 5{,}00 + 4{,}00 = 9{,}00$
3	$y = 5{,}00 + 4{,}00 \cdot (x - 1) = 5{,}00 + 4{,}00 \cdot (3 - 1) = 5{,}00 + 4{,}00 \cdot 2 = 5{,}00 + 8{,}00 = 13{,}00$
4	$y = 5{,}00 + 4{,}00 \cdot (x - 1) = 5{,}00 + 4{,}00 \cdot (4 - 1) = 5{,}00 + 4{,}00 \cdot 3 = 5{,}00 + 12{,}00 = 17{,}00$
5	$y = 5{,}00 + 4{,}00 \cdot (x - 1) = 5{,}00 + 4{,}00 \cdot (5 - 1) = 5{,}00 + 4{,}00 \cdot 4 = 5{,}00 + 16{,}00 = 21{,}00$

Fonte: elaborado para fins didáticos.

AULAS 1 E 2 - O QUE É FUNÇÃO?

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes com as carteiras organizadas em "U".

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Professor, para as Aulas 1 e 2 dessa Sequência de Atividades sugere-se que os estudantes estejam com as carteiras em "U", para que seja possível discutir e corrigir coletivamente as questões a serem respondidas. Antes de iniciar a **Atividade 1**, sugere-se que sejam relembradas as definições de conjunto e de par ordenado, pois ambas serão necessárias para o desenvolvimento desta, bem como a forma de localizar pontos num plano cartesiano.

DESENVOLVENDO

A **Atividade 1**, apresenta a introdução a definição de uma função por meio de situações do cotidiano, a partir do preço a ser pago por um cliente que deixa seu carro em um estacionamento.

É interessante ir desenvolvendo com o estudante toda as etapas, encontrando a lei de formação, identificando domínio e contradomínio. As **Atividades 2 e 3,** apresentam duas atividades adaptada da AAP, para que o estudante encontre a lei de formação e o preço de custo para algumas situações e finalmente encontrar o domínio e o contradomínio. Por fim, na **Atividade 4** há um exemplo do cotidiano utilizando função, que se inicia com a apresentação de dados numéricos em uma tabela. A partir destes dados, pede-se que o estudante justifique o motivo desta relação ser uma função e que encontre a sua lei de formação, que é mais uma forma de representá-la, além da tabela, do diagrama de flechas e do plano cartesiano. Assim, a notação $y = f(x)$ é introduzida e no item "d", no qual é pedido que responda quais são as imagens de $x = 2$ e $x = 15$ utilizando a notação vista, isto é, $f(2)$ e $f(15)$.

FINALIZANDO

Para finalizar a aula, sugere-se uma retomada do conceito de função para que possíveis dúvidas possam ser esclarecidas antes da continuação desta Sequência de Atividades.

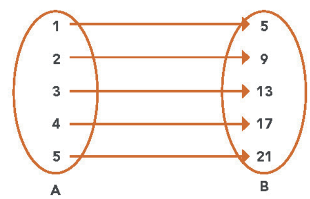
Desse modo, há uma **relação** entre o preço final a ser pago e o número de horas estacionado. Dizemos que essa relação é dada por uma **lei de formação**. Na situação do quadro anterior essa lei de formação é $y = 5 + 4(x - 1)$ ou $y = 4x + 1$ (na forma reduzida).

a. Complete o quadro a seguir para encontrar o valor a ser pago no estacionamento do shopping após 6, 7 e 8 horas.

Horas no estacionamento	Valor pago(R$)
6	$y = 5{,}00 + 4{,}00 \cdot (x - 1) = 5{,}00 + 4{,}00 \cdot (6 - 1) = 5{,}00 + 4{,}00 \cdot 5 = 5{,}00 + 20{,}00 = 25{,}00$
7	$y = 5{,}00 + 4{,}00 \cdot (x - 1) = 5{,}00 + 4{,}00 \cdot (7 - 1) = 5{,}00 + 4{,}00 \cdot 6 = 5{,}00 + 24{,}00 = 29{,}00$
8	$y = 5{,}00 + 4{,}00 \cdot (x - 1) = 5{,}00 + 4{,}00 \cdot (8 - 1) = 5{,}00 + 4{,}00 \cdot 7 = 5{,}00 + 28{,}00 = 33{,}00$

Fonte: elaborado para fins didáticos.

Esses valores representados no quadro também podem ser representados por meio de diagramas. Observe o diagrama a seguir composto pelos valores da relação entre o preço a ser pago e o número das 5 primeiras horas no estacionamento.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Observando a relação dos elementos do conjunto A (horas no estacionamento) em função do conjunto B (valor a ser pago), podemos afirmar que a expressão $y = 5 + 4(x - 1)$ ou $y = 4x + 1$ representa uma função, pois dados dois conjuntos A e B não vazios, uma função f de A em B é uma relação que associa a cada elemento $x \in A$, um único elemento $y \in B$.

Os elementos pertencentes ao conjunto A recebem o nome de Domínio da função, enquanto os elementos do conjunto B representa o contradomínio da função. Podemos representar o conjunto dos elementos que pertencem ao Domínio do seguinte modo: $D = \{1,2,3,4,5\}$ e o conjunto dos elementos que pertencem ao Contradomínio do seguinte modo: $CD = \{5,9,13,17,21\}$

b. Agora, com os dados que você obteve do valor a ser pago referente a 6, 7 e 8 horas no estacionamento, indique quais valores pertencem ao domínio e quais valores pertencem ao contradomínio da função $y = 5 + 4(x - 1)$

Os valores que pertencem ao Domínio são referentes aos números das horas usadas no estacionamento, portanto $D = \{6,7,8\}$.

Os valores que pertencem ao contradomínio são referente aos valores do preço pago por usar o estacionamento por 6, 7 e 8 horas, ou seja, os valores são: $CD = \{25,29,33\}$.

Agora é a sua vez! Na próxima questão você será convidado a reconhecer o Domínio e o contradomínio.

2. (AAP - adaptada) Uma indústria química, para produzir um determinado composto, tem um custo fixo de R$ 500,00 mais R$ 2,00 por litro fabricado.

a. Chamando de $\boldsymbol{x}$ a quantidade em litros do composto e chamando de $\boldsymbol{y}$ o custo em reais, qual é a lei de formação que expressa essa relação entre eles?

A lei de formação que expressa essa relação é y = 500,00 + 2,00x

b. Usando a lei de formação que você encontrou no item anterior, calcule o preço de custo total se a indústria produzir 1, 2, 3 e 4 litros. Preencha a tabela, a seguir, com os valores encontrados.

Quantidade de litros fabricados	Custo total (R$)
1	$y = 500{,}00 + 2{,}00 \cdot x = 500 + 2{,}00 \cdot 1 = 500{,}00 + 2{,}00 = 502{,}00$
2	$y = 500{,}00 + 2{,}00 \cdot x = 500 + 2{,}00 \cdot 2 = 500{,}00 + 4{,}00 = 504{,}00$
3	$y = 500{,}00 + 2{,}00 \cdot x = 500 + 2{,}00 \cdot 3 = 500{,}00 + 6{,}00 = 506{,}00$
4	$y = 500{,}00 + 2{,}00 \cdot x = 500 + 2{,}00 \cdot 4 = 500{,}00 + 8{,}00 = 508{,}00$

Fonte: elaborado para fins didáticos.

c. Com os valores obtidos no item anterior, indique quais são os elementos que pertencem ao Domínio e quais são os elementos que pertencem ao Contradomínio da função que está representando a relação entre o preço de custo total e a quantidade de litros fabricados.

$D = \{1,2,3,4\}$

$CD = \{502,504,506,508\}$

3. (AAP - adaptada) Ao ler uma reportagem sobre produção de celulares, onde uma certa fábrica produz quatro celulares a cada 15 segundos, Marcos ficou imaginando quantos celulares são produzidos por dia nessa fábrica. Para auxiliar, ele construiu um quadro com a quantidade de celulares produzidos por essa fábrica em relação a horas trabalhadas:

Número de celulares produzidos em relação às horas trabalhadas				
Tempo em horas (t)	1	2	3	4
Quantidade produzida (Q)	960	1920	2880	3840

Fonte: elaborado para fins didáticos.

a. Baseando-se nessa tabela, qual é a lei de formação da função que permite a Marcos calcular a quantidade correta de celulares, produzidos em relação às horas trabalhadas?

Observando a tabela, temos que a cada 1h de produção a quantidade produzida (Q) aumenta em 960, isto é, após 2h de produção a quantidade produzida (Q) é igual a $960 \cdot 2 = 1920$. Após 3h de produção, a quantidade produzida (Q) é igual a $960 \cdot 3 = 2880$. Portanto, a lei de formação da função é $Q(t) = 960 \cdot t$

b. Indique quais são os elementos que pertencem ao Domínio e quais pertencem ao Contradomínio dessa função.

$D = \{1,2,3,4\}$

$CD = \{960,1920,2880,3840\}$

Existem, também, diversas aplicações de função no nosso cotidiano. A Atividade 4 traz um exemplo disso:

4. Em uma loja de doces, para facilitar na hora de cobrar seus clientes, resolveu-se montar a tabela abaixo com os valores a serem pagos em reais de acordo com a quantidade de doces comprados:

Quantidade de doces	1	2	3	4
Valor a ser pago (R$)	2,00	4,00	6,00	8,00

a. Observe que a relação entre a quantidade de doces comprados (conjunto $A = \{1,2,3,4\}$) e o valor a ser pago (conjunto $B = \{2,4,6,8\}$) é uma função. Justifique essa afirmação.

A relação entre a quantidade de doces comprados e o valor a ser pago é uma função. Observando a relação entre os elementos dos conjuntos A e B tem-se que todas as quantidades de doces são associadas a um valor a ser pago, isto é, o domínio dessa relação é o conjunto A. Não é possível comprar duas quantidades diferentes de doces e pagar o mesmo valor, ou seja, para cada elemento do conjunto B existe apenas um elemento correspondente no conjunto A.

A tabela é uma das formas de representar uma função, além do diagrama de flechas já visto e da representação no plano cartesiano. Outra forma de representá-la seria algebricamente, isto é, por meio de sua **lei de formação**. Responda aos itens abaixo para encontrar a lei de formação que representa a função dada na tabela acima:

b. Qual seria o valor a ser pago por um cliente que comprar 5 doces? E 10 doces? E 15?

Se um cliente comprar 5 doces, o valor a ser pago será $5 \cdot 2{,}00 = 10{,}00$. Se comprar 10 doces, o valor será $10 \cdot 2{,}00 = 20{,}00$ e, se comprar 15, $15 \cdot 2{,}00 = 30{,}00$.

c. Qual o valor a ser pago por uma quantidade x de doces? Represente-o por y.

O valor a ser pago é $y = 2 \cdot x$.

Como já foi dito, o valor a ser pago, representado por y, é dado em função da quantidade comprada, representada por x. Dessa forma, pode-se reescrever a equação $y = 2x$, obtida no item "b", como $f(x) = 2x$, que é a lei de formação dessa função. Observe que, como $y = f(x)$ ambos representam a imagem de x.

d. Quais os valores de $f(2)$ e de $f(15)$?

Observando a tabela, verificamos que os elementos do domínio pertencem ao conjunto dos números naturais e tem-se que $f(2) = 4$. Dos cálculos feitos no item "b", tem-se que $f(15) = 30$.

AULAS 3 E 4 - AS FUNÇÕES POLINOMIAIS DE 1º GRAU

Objetivos das aulas:
- Definir o conceito de função polinomial de 1º grau;
- Determinar raízes ou zeros das funções de 1º grau.

Na aula passada, foi vista a definição de função e sua notação usual. Agora, será apresentado a você um tipo especial de função: a função polinomial de 1º grau!

1. A idade de Marina, representada por x em anos, se relaciona com a idade de sua irmã mais nova $f(x)$ a partir da função $f(x) = x - 8$. Esta função é um exemplo de **função polinomial de 1º grau**, pois ela é da forma $f(x) = ax + b$, com $a \neq 0$. Responda ao que se pede:

a. Quando Marina tiver 35 anos, quantos anos terá sua irmã?

Deve-se calcular $f(35)$, uma vez que x representa a idade de Marina. Assim, . $f(35) = 35 - 8 = 27$

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, os estudantes podem ser orientados a nomear os pontos como está feito na figura.

AULAS 3 E 4 - AS FUNÇÕES POLINOMIAIS DE 1º GRAU

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante e calculadora.

INICIANDO

Para continuar o estudo das funções, tendo como foco as funções polinomiais de 1º grau, sugere-se que o que foi visto na aula anterior seja retomado, relembrando com os estudantes a definição de função e sua notação usual. A sugestão de que os estudantes estejam em duplas é para que tenham oportunidade de discutir entre si antes de ser feita uma correção coletiva.

DESENVOLVENDO

Sugere-se que o enunciado da **Atividade 1** seja lido com os estudantes, pois ele traz a definição de função polinomial de 1º grau a partir do exemplo de uma situação que pode ser representada por ela. No item "a", eles poderão exercitar o cálculo da imagem de um valor dado para $f(x)$, relembrando a notação vista na aula anterior.

É interessante que seja feita uma correção coletiva após a resolução pelas duplas de cada um dos itens propostos, para que possam prosseguir sem dúvidas. O conceito de zero ou raiz de uma função é introduzido no item "b", associando seu cálculo à resolução de uma equação de 1º grau. No item "c", eles são convidados a calcular a imagem dos valores de dados e preencher a tabela, para que no item "d" possam representar tal função graficamente, considerando seu domínio como sendo x o conjunto dos números reais, com o objetivo de levá-los a compreender que o gráfico de uma função de 1º grau é sempre uma reta. Na **Atividade 2** é dada uma situação que pode ser representada por uma função de 1º grau, cuja lei de formação deve ser encontrada pelos estudantes. Deverão calcular, então, a imagem de um valor de x dado e encontrar o valor de x para um determinado $f(x)$ dado. Na **Atividade 3** é abordado o conceito de peso, que é dado por uma função de 1º grau, em que seu valor depende da aceleração da gravidade. Assim, são fornecidos valores das gravidades de cada planeta do sistema solar em uma tabela, que deve ser completada com o peso de um objeto de $4\,kg$ de massa em cada um deles. Por fim, na **Atividade 4** é apresentada uma situação na forma de um gráfico, do qual os estudantes devem obter as coordenadas de dois pontos para assim encontrar a função de 1º grau que a representa. Devem também encontrar o zero dessa função a partir da lei de formação obtida. Note que esta informação não é dada no gráfico, para que eles tenham que calculá-la. Por fim, devem perceber que a função não é válida para todos os valores de x reais, uma vez que nem este e nem sua imagem podem ser negativos.

b. Quantos anos tinha Marina quando sua irmã nasceu?

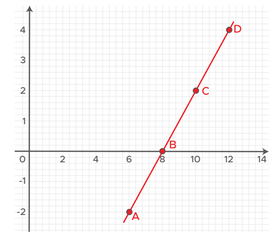
Se x representa a idade de Marina, então $f(x)$ representa a idade de sua irmã. Assim, deve-se encontrar x para o qual $f(x) = 0$. Logo, $f(x) = 0 \Rightarrow x - 8 = 0 \Rightarrow x = 8$. Portanto, Marina tinha 8 anos quando sua irmã nasceu.

Note que no item "b" foi preciso encontrar o valor de x para o qual $f(x) = 0$. Este valor é chamado zero ou raiz da função. Observe que $f(x) = 0$ é uma equação de 1º grau, que já foi estudada anteriormente por você. Sendo assim, o número de raízes de uma função de 1º grau é o mesmo de raízes de uma equação de 1º grau.

c. Preencha a tabela a seguir com as imagens dos x dados:

x	6	8	10	12
$f(x) = x - 8$	$f(6) = 6 - 8$ $f(6) = -2$	$f(8) = 8 - 8$ $f(8) = 0$	$f(10) = 10 - 8$ $f(10) = 2$	$f(12) = 12 - 8$ $f(12) = 4$

d. Considerando o conjunto dos números reais como o domínio desta função, localize os pontos cujas coordenadas foram obtidas na tabela e encontre o gráfico desta função no plano cartesiano a seguir.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

e. Qual figura é a representação gráfica dessa função?

Uma reta.

2. Uma loja paga a seus funcionários um salário mensal de R$ 1000,00 mais uma comissão de R$ 15,00 a cada produto vendido.

a. Qual função representa o salário dos funcionários dessa loja?

$f(x) = 1000 + 15x$ onde x é a quantidade de produtos vendidos.

b. Quanto receberá de salário um funcionário que vendeu 10 produtos durante o mês?

$$f(10) = 1000 + 15 \cdot 10 = 1000 + 150 = 1150$$

Este funcionário receberá R$1150,00.

c. Quantos produtos um funcionário deve vender para receber R$ 2500,00 de salário?

$$f(x) = 2500 \Rightarrow 1000 + 15x = 2500 \Rightarrow 15x = 1500 \Rightarrow x = \frac{1500}{15} = 100.$$

O funcionário deve vender 100 produtos.

3. O peso é uma força que atrai os corpos para o centro de um planeta. Ele é medido em Newtons ($\boldsymbol{N}$) e é dado pela função de 1° grau $\boldsymbol{P(g) = m \cdot g}$, onde $\boldsymbol{P}$ representa o peso, $\boldsymbol{m}$ é a massa do corpo em $\boldsymbol{kg}$ e $\boldsymbol{g}$ é a aceleração da gravidade no planeta em questão, em $\boldsymbol{m/s^2}$. Sendo assim, o mesmo objeto pode ter pesos diferentes em diferentes planetas do sistema solar, pois cada um tem uma aceleração da gravidade diferente.

a. Suponha que um objeto tenha massa $\boldsymbol{m = 4\,kg}$. Como ficaria a função para esse caso?

A função ficaria $P(g) = 4g$.

b. Observe na tabela os valores das gravidades em cada planeta do sistema solar[1]. Em seguida, calcule o peso do objeto de massa $\boldsymbol{m = 4\,kg}$ em cada um destes planetas e preencha sua última linha.

Planeta	Marte	Mercúrio	Urano	Vênus
g (em m/s^2)	3,72	3,78	7,77	8,6
$P(g) = 4g$	$P(3{,}72) = 4 \cdot 3{,}72 = 14{,}88\ N$	$P(3{,}78) = 4 \cdot 3{,}78 = 15{,}12\ N$	$P(7{,}77) = 4 \cdot 7{,}77 = 31{,}08\ N$	$P(8{,}6) = 4 \cdot 8{,}6 = 34{,}4\ N$
Planeta	**Saturno**	**Terra**	**Netuno**	**Júpiter**
g (em m/s^2)	9,05	9,78	11	22,9
$P(g) = 4g$	$P(9{,}05) = 4 \cdot 9{,}05 = 36{,}2\ N$	$P(9{,}78) = 4 \cdot 9{,}78 = 39{,}12\ N$	$P(11) = 4 \cdot 11 = 44\ N$	$P(22{,}9) = 4 \cdot 22{,}9 = 91{,}6\ N$

1 Fonte: Halliday, D; Resnick, R., Walker, J. Fundamentos de física: gravitação, ondas e termodinâmica. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. v. 2.

FINALIZANDO

A finalização poderá ser feita com a sintetização do que foi visto na aula, isto é, a definição de função polinomial de 1° grau e a sua representação gráfica, que serão retomadas nas Aulas 7 e 8 desta Sequência.

AULAS 5 E 6 - AS FUNÇÕES POLINOMIAIS DE 2º GRAU

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, aqui é interessante discutir com os estudantes se o valor $x = 0$ faz sentido como resposta para esse problema.

INICIANDO

Sugere-se que a aula seja iniciada retomando os itens vistos para a função polinomial de 1º grau, para que os estudantes possam relembrá-los, sendo informados que os mesmos itens serão trabalhados, agora para a função polinomial de 2º grau. É interessante que os estudantes sejam divididos novamente em duplas para que possam discutir e resolver entre si cada item antes de socializar com a turma e ser feita uma correção coletiva.

DESENVOLVENDO

Sugere-se que seja feita a leitura de cada item com os estudantes, dando um tempo para que eles os resolvam e fazendo a correção coletiva após o término de cada um. Na **Atividade 1** é apresentada a definição de função polinomial de 2º grau a partir de um exemplo, sendo pedido nos itens "a" e "b" que eles encontrem a imagem de um valor de x dado e um valor de x para o qual $f(x) = 0$, sendo possível, assim, definir o conceito de zero ou raiz de uma função de 2º grau. No item "c", afirma-se que a função é válida apenas para $0 \leq x \leq 10$, sendo pedido para que os estudantes expliquem o motivo disso ocorrer. Eles devem perceber que não é possível comprar quantidades negativas de livros, isto é, x deve ser sempre maior ou igual a zero, e que valores de x maiores que 10 tem como imagem números negati-

AULAS 5 E 6 - AS FUNÇÕES POLINOMIAIS DE 2º GRAU

Objetivos das aulas:
- Definir o conceito de função polinomial de 2º grau;
- Determinar raízes ou zeros das funções de 2º grau.

Nesta atividade, você será convidado a conhecer as funções polinomiais de 2º grau e a encontrar os seus zeros. Para isso, será necessário relembrar como resolver equações de 2º grau. Reúna-se com sua dupla para discutir e responder às questões a seguir.

1. Ao comprar frutas por um aplicativo de supermercado, Márcia observou que a compra seria por quilogramas (peso) e não por item. Ela observou, também, que o valor do frete é dado pela função $f(x) = -x^2 + 10x$, onde x é a quantidade comprada de frutas, em quilogramas. O limite de entrega é de 10 kg de frutas. Esta função é um exemplo de função polinomial de 2º grau, pois ela é da forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$
Responda ao que se pede:

a. Qual será o valor do frete se Márcia comprar 5 quilos de frutas?

Deve-se calcular $f(5)$: $f(5) = -5^2 + 10 \cdot 5 = -25 + 50 = 25$

Logo, o valor do frete será R$25,00.

b. Ela percebeu que para uma quantidade de frutas compradas, o frete é grátis. Qual é essa quantidade?

Deve-se encontrar o valor de x para o qual o valor do frete $f(x)$ é zero:

$$f(x) = 0 \Rightarrow -x^2 + 10x = 0 \Rightarrow x \cdot (-x + 10) = 0 \Rightarrow$$
$$x = 0 \; ou \; -x + 10 = 0 \Rightarrow x = 10$$

Logo, a quantidade de frutas é 10 Kg.

Os valores de x encontrados para os quais $f(x) = 0$ são chamados **zeros** ou **raízes da função**. Observe que $f(x) = ax^2 + bx + c$ é uma equação de 2º grau, que já foi estudada anteriormente por você.

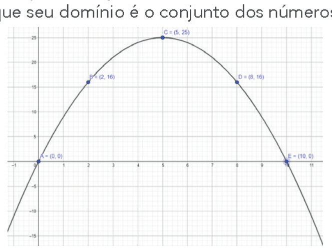
c. Márcia observou que para qualquer quantidade de frutas, em quilogramas, acima da que foi encontrada no item "b", o frete se mantém grátis, pois não é possível continuar a calcular seu valor a partir da função $f(x) = -x^2 + 10x$. Sendo assim, essa função é válida para calcular o frete de x quilos de frutas, sendo $0 < x \leq 10$. Explique essa afirmação.

Não é possível comprar uma quantidade negativa de frutas, logo o valor de deve ser maior que zero. Para valores de x maiores que 10, tem-se como imagem números negativos, o que não faz sentido, pois a imagem representa o valor do frete x. Dessa forma, só é possível utilizá-la para calcular o frete de valores de x entre zero e 10.

d. Na tabela abaixo são dados alguns valores para x. Preencha-a com a imagem de cada um:

x	−1	0	2	5
$f(x) = -x^2 + 10x$	Não é possível preencher a quantidade negativa.	$f(0) = -0^2 + 10 \cdot 0 = 0$	$f(2) = -2^2 + 10 \cdot 2 = -4 + 20 = 16$	$f(5) = -5^2 + 10 \cdot 5 = -25 + 50 = 25$
	8	10	11	
	$f(8) = -8^2 + 10 \cdot 8 = -64 + 80 = 16$	$f(10) = -10^2 + 10 \cdot 10 = -100 + 100 = 0$	Valor fora do domínio.	

e. Localize no plano cartesiano os pontos cujas coordenadas foram obtidas na tabela e encontre o gráfico desta função, supondo que seu domínio é o conjunto dos números reais:



Fonte: elaborado para fins didáticos.

f. Qual figura é a representação gráfica dessa função?

Uma parábola.

g. Qual o valor máximo possível a ser pago pelo frete?

Observando o gráfico, conclui-se que o valor máximo a ser pago é R$25,00, uma vez que este é o maior valor que a coordenada em y de um ponto pode assumir.

2. Ao esvaziar um tanque que capta água da chuva, notou-se que o volume de água (em litros) presente nele é dado em função do tempo (em minutos) por $V(t) = -t^2 + 2025$. Qual será o volume de água neste tanque 20 minutos após o início do seu esvaziamento?

Como $V(20) = -20^2 + 2025 = -400 + 2025 = 1625$, o volume do tanque será $1625l$ após 20 minutos.

vos, o que também não pode ocorrer, pois as imagens representam valores de frete. No item "d" eles são convidados a preencher uma tabela com as imagens dos x dados, para que nos itens seguintes possam representar a função graficamente, considerando seu domínio como sendo o conjunto dos números reais, compreender que o gráfico de uma função do 2º grau é sempre uma parábola. Na **Atividade 2** é dada uma função que representa o volume de um tanque que está sendo esvaziado em função do tempo, em minutos, e a partir dela eles são convidados a calcular o seu volume após 20 minutos e o tempo necessário para esvaziá-lo. A **Atividade 3** traz a representação de um projeto de um quarteirão de um condomínio fechado, cuja área pode ser dada por uma função de 2º grau, onde a variável independente é a largura das calçadas. É pedido, então, que eles encontrem a função, calculem a área para uma medida dada para a largura da calçada e decidam se é possível que esta área meça 6000 m^2. Na **Atividade 4** é mostrado o gráfico de uma função polinomial de 2º grau, sendo pedido que os estudantes deem a lei de formação de tal função a partir das coordenadas de pontos observados neste gráfico.

FINALIZANDO

Para concluir, propõe-se uma retomada de tudo que foi visto sobre a função de 2º grau para que possíveis dúvidas sejam sanadas, uma vez que este tema será retomado na aula seguinte.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, é importante ressaltar que $t = -45$ não serve como resposta, uma vez que não existe tempo negativo.

AULAS 7 E 8 - REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DE FUNÇÕES POLINOMIAIS DE 1º E 2º GRAU

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas.

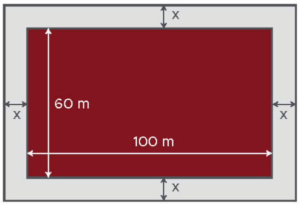
MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante, caderno, lápis, borracha e computador/celular (se possível).

INICIANDO

Professor, para as Aulas 7 e 8 desta Sequência será necessário fazer uso da sala de informática, se possível, ou o uso dos celulares dos estudantes, uma vez que a sugestão é que se utilize um software de geometria, como o Geogebra, para representar graficamente algumas funções. Caso não haja essa possibilidade, as atividades podem ser feitas em sala de aula, como sugerido no item "Desenvolvendo". É interessante iniciar esta aula relembrando o que já foi visto sobre as funções de 1º e 2º grau, pois todos os itens serão aqui utilizados.

3. Uma construtora está planejando fazer um novo condomínio fechado em uma cidade. Entre as decisões a serem tomadas, está a largura das calçadas em cada quarteirão. Observe a representação abaixo:



Fonte: elaborado para fins didáticos.

a. Qual função representa a área do quarteirão de acordo com a largura escolhida para a calçada?

As dimensões do quarteirão são $60 + x + x = 60 + 2x$ e $100 + x + x = 100 + 2x$. Logo, sua área é $(60 + 2x)(100 + 2x) = 4x^2 + 320x + 6000$. Portanto, a função que a representa é $4x^2 + 320x + 6000$

b. Qual será a área de cada quarteirão se for decidido que a largura das calçadas será de 2m?

Como $f(2) = 4 \cdot 2^2 + 320 \cdot 2 + 6000 = 16 + 640 + 6000 = 6\,656\,m^2$, a área será $6\,656\,m^2$.

AULAS 7 E 8 - REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DE FUNÇÕES POLINOMIAIS DE 1º E 2º GRAU

Objetivos das aulas:
- Representar graficamente funções polinomiais de 1º grau;
- Representar graficamente funções polinomiais de 2º grau;
- Relacionar as representações numérica, algébrica e gráfica de uma função de 1º e 2º grau.

Na primeira parte das atividades você deverá relembrar o que foi visto em aulas anteriores sobre as funções de 1º e 2º grau. Ao final, estão reunidas 3 questões que foram retiradas do AAP e SARESP. Concentre-se para resolvê-las, pois será necessário relembrar tudo que você viu até aqui sobre funções!

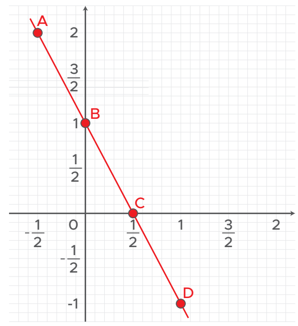
No início, os estudantes já podem também ficar cientes de que deverão resolver exercícios sobre funções que estiveram presente na AAP e no SARESP. Sugere-se que eles sejam organizados em duplas para realizar as atividades propostas.

DESENVOLVENDO

Na **Atividade 1** os estudantes poderão relacionar as representações numérica, algébrica e gráfica de uma função ao preencher a tabela com as imagens dos valores de x dados e obter o gráfico da função. Pode-se fazer uso de um software de geometria, como o Geogebra, para localizar os pontos obtidos na tabela e em seguida traçar a

1. Considere a função $f(x) = -2x + 1$. Complete a tabela a seguir com as imagens para os valores de x dados e em seguida localize os pontos $(x; y)$ no plano cartesiano para obter o gráfico que representa essa função. Note que, como visto anteriormente, o gráfico dessa função é uma reta, uma vez que ela é uma função polinomial de 1° grau.

x	$f(x) = -2x + 1$
$\frac{-1}{2}$	$f\left(\frac{-1}{2}\right) = (-2)\cdot\left(\frac{-1}{2}\right) + 1 = 1 + 1 = 2$
0	$f(0) = (-2)\cdot 0 + 1 = 1$
$\frac{1}{2}$	$f\left(\frac{1}{2}\right) = (-2)\cdot\frac{1}{2} + 1 = -1 + 1 = 0$
1	$f(1) = (-2)\cdot 1 + 1 = -2 + 1 = -1$



Fonte: elaborado para fins didáticos.

a. Em qual ponto o gráfico cruza o eixo x? O que representa a coordenada x deste ponto?

O gráfico de f cruza o eixo x no ponto $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ a coordenada $x = \frac{1}{2}$, é a raiz dessa função, pois $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$.

b. Qual o valor do coeficiente b dessa função? Lembre-se que ela é da forma $f(x) = ax + b$, $a \neq 0$.

Para $f(x) = -2x + 1$, $b = 1$.

c. Em qual ponto o gráfico cruza o eixo y? O que representa a coordenada y deste ponto?

O gráfico de f cruza o eixo y no ponto (0,1), a coordenada $y = 1$ é o valor do coeficiente b.

reta que passa por eles, obtendo assim o gráfico pedido. Se não for possível utilizar tal ferramenta, os estudantes podem fazer o gráfico no plano cartesiano dado. Os itens “a”, “b” e “c”, têm como objetivo levá-los a compreender em quais pontos a reta sempre cruzará ambos os eixos. Na **Atividade 2**, ao comparar o gráfico dado com o que foi obtido na Atividade 1, espera-se que os estudantes concluam que a inclinação da reta (crescente ou decrescente) depende do valorado coeficiente (positivo ou negativo), podendo, assim, preencher as lacunas do item “d” com tudo que foi observado. O objetivo da **Atividade 3** é que o estudante possa exercitar a montagem do gráfico de uma função de 1° grau utilizando o que foi concluído. É interessante que eles descrevam primeiro como será o gráfico e depois confiram montando-o no plano cartesiano dado ou, se possível, utilizando um software de geometria, como o Geogebra, da mesma maneira que na **Atividade 1**.

A **Atividade 4** tem o mesmo molde da 1, mas com foco nas funções de 2° grau. Primeiramente, os estudantes podem relacionar as representações numérica, algébrica e gráfica desse tipo de função, depois são levados a perceber quais os itens suficientes para se obter o gráfico de tal função, e finalmente poderão exercitar o que foi observado, representando uma função de 2° grau graficamente. Sugere-se que a Atividade 4 seja realizada com o uso de um software de geometria, como o Geogebra, se possível. Nas Atividade 5 e 6, pode ser dado um tempo para que eles possam discutir e responder as questões retiradas da AAP e do SARESP. Para todas as atividades, sugere-se que a correção seja feita coletivamente.

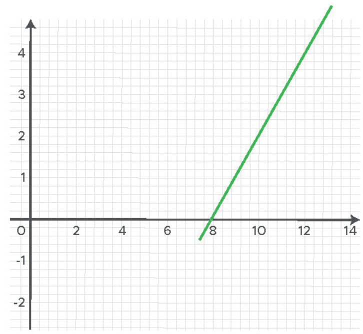
FINALIZANDO

Ao final da aula, a verificação do desenvolvimento das habilidades que eram pretendidas com essa Sequência de Atividades pode ser feita, uma vez que, na resolução das atividades selecionadas, deverão ser empregados todos os conceitos estudados sobre funções. Dessa forma, é importante que sobre funções. Dessa forma, é importante que os estudantes se empenhem em resolvê-las para que possam também utilizá-las para tirar possíveis dúvidas que ficaram.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, os estudantes podem ser orientados a nomear os pontos como está feito na figura.

2. Considere agora a representação gráfica da função $f(x) = x - 8$ e responda ao que se pede:



Fonte: elaborado para fins didáticos.

a. Qual a maior diferença entre a reta que representa essa função e a reta da Atividade 1?

A reta da Atividade 1 é decrescente e a da Atividade 2 é crescente.

b. Quais os valores do coeficiente a para esta função e a função dada na Atividade 1? São positivos ou negativos?

Na Atividade 1, $a = -2$, que é negativo, e na Atividade 2, $a = 1$, que é positivo.

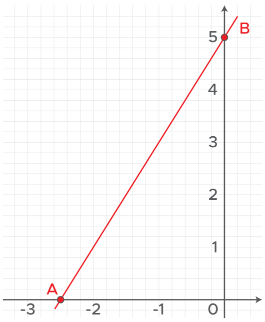
c. Como você pode relacionar o valor de a (positivo ou negativo) com a inclinação da reta (crescente ou decrescente)?

Se a for positivo, a reta é crescente. Se a for negativo, a reta é decrescente.

d. Complete os retângulos com o que foi observado nas Atividades 1 e 2: o gráfico de uma função polinomial de 1º grau $f(x) = ax + b$, com $a \neq 0$, é uma **reta**, que pode ser crescente ou decrescente. Ela será crescente quando o valor de a for **maior** que zero e será decrescente quando o valor de a for **menor** que zero. O gráfico desse tipo de função cruza o eixo x no ponto cujas coordenadas corresponde a **raiz** ou zero da função, isto é, no ponto da forma $(x, 0)$ e cruza o eixo y no ponto cujas coordenadas são $(0, b)$.

3. Um pacote de internet móvel de 150 megabytes (MB) é vendido por R$ 5,00 e são cobrados R$ 2,00 a cada vez que são utilizados 50 MB a mais. O valor final a ser pago pode ser representado por uma função. Encontre sua lei de formação e represente-a, no plano cartesiano abaixo, utilizando o que foi concluído nas Atividades 1 e 2, considerando o seu domínio como o conjunto dos números reais.

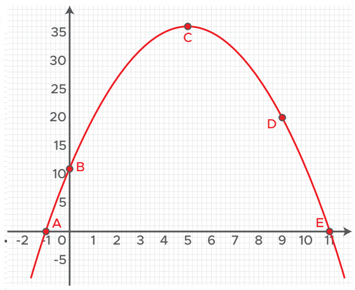
A função é $f(x) = 2x + 5$, onde x é o número de vezes que foram utilizados 50 MB a mais.
Sabe-se que o gráfico é uma reta, pois se trata de uma função de 1º grau, que é crescente, pois a > 0. O valor de b é a coordenada y do ponto onde a reta cruza o eixo y, então o ponto é (0, 5). O zero da função é a coordenada x do ponto onde a reta cruza o eixo x, logo será $\left(-\frac{5}{2}, 0\right)$.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

4. Considere a função $f(x) = -x^2 + 10x + 11$. Complete a tabela abaixo com os valores de $f(x)$ e represente-a graficamente no plano cartesiano. Note que será obtida uma parábola, uma vez que a função é de 2º grau.

x	$f(x) = -x^2 + 10x + 11$
-1	$f(-1) = -(-1)^2 + 10 \cdot (-1) + 11 = 0$
0	$f(0) = -0^2 + 10 \cdot 0 + 11 = 11$
5	$f(5) = -5^2 + 10 \cdot 5 + 11 = -25 + 50 + 11 = 36$
9	$f(9) = -9^2 + 10 \cdot 9 + 11 = -81 + 90 + 11 = 20$
11	$f(11) = -11^2 + 10 \cdot 11 + 11 = 0$



Fonte: elaborado para fins didáticos.

a. Em quais pontos o gráfico cruza o eixo x ? O que representa a coordenada x destes pontos?

O gráfico cruza o eixo x nos pontos (–1;0) e (11;0). As coordenadas $x = -1$ e $x = 11$ são as raízes dessa função.

b. Qual o valor do coeficiente c dessa função? Lembre-se que ela é da forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$.

O gráfico cruza o eixo y no ponto (0;11). A coordenada $y = 11$ é o valor do coeficiente c.

c. Em qual ponto o gráfico cruza o eixo y? O que representa a coordenada y deste ponto?

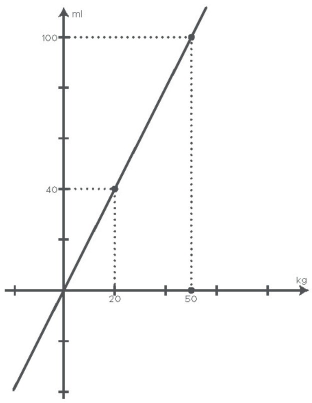
Ponto (5,36), a coordenada y representa o maior valor que a função $f(x)$ assume, também chamado de y do vértice.

d. Para qual valor de x tem-se o valor máximo de y? Qual é este valor?

O valor máximo de y é a imagem de $x = 5$. Este valor é 36.

Os valores de $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{y}$ encontrados são as coordenadas do vértice dessa parábola. O vértice é o ponto máximo que a parábola atinge, ou mínimo, se sua concavidade for voltada para cima.

5. (AAP) O gráfico indica a quantidade, em ml, de um medicamento que deve ser administrado em pacientes em função de seu peso em Kg.



A quantidade, em ml, que deve ser aplicada a uma senhora de 80 Kg é

a. 110.
b. 130.
c. 160.
d. 190.

Utilizando x para representar o peso (em kg) e y para representar a quantidade de medicamento (em ml), pois a quantidade de medicamento depende do peso do paciente, tem-se que se $x = 20$, $y = 40$, e se $x = 50$, $y = 100$. Assim, a lei de formação da função representada por este gráfico é $f(x) = 2x$. Logo, $x = 80$, $y = 2 \cdot 80 = 160$. Alternativa C.

6. Em alguns países de língua inglesa, ainda é utilizada a escala de temperatura proposta em 1724, pelo físico holandês Daniel Fahrenheit. Nela, as temperaturas são dadas em graus Fahrenheit e representadas pelo símbolo °F. A função que transforma graus Fahrenheit em graus Celsius, °C, é y = 1,8x + 32, onde y e x são, respectivamente, as temperaturas em °F e °C. A temperatura que corresponde, em °C, a 104 °F é:

a. 40.
b. 37.
c. 25.
d. 20.
e. 15.

Como $y = 104$, deve-se substituí-lo na função para encontrar o valor de x:

$$104 = 1{,}8x + 32 \rightarrow \frac{(104-32)}{1{,}8} = \frac{720}{18} = 40$$

Alternativa A.

9º ANO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4

OLÁ, PROFESSOR!

Nesta Sequência de Atividades, falamos diretamente com você, que está aí na sala de aula, no convívio direto com os estudantes. Estes terão oportunidade, nesse momento, de se envolverem com atividades que possibilitam a retomada de conceitos, propriedades e procedimentos essenciais para o desenvolvimento de seus conhecimentos e capacidades em Matemática.

A Sequência de Atividades deve ser desenvolvida considerando o protagonismo do estudante, favorecendo a interação, o compartilhamento de conhecimentos e a colaboração. Além disso, as socializações das atividades, por parte dos estudantes, são percebidas como oportunidades de serem desenvolvidas habilidades e competências que dizem respeito à cooperação, à empatia, à argumentação e à comunicação, entre outras.

Vale ressaltar que os estudantes devem chegar ao final da Sequência de Atividades sendo capazes de reconhecer e aplicar conceitos, propriedades e procedimentos que envolvam o planejamento e execução de pesquisas amostrais e construção de gráficos para representar e analisar os dados obtidos.

As habilidades a serem desenvolvidas nas aulas são:

(EF08MA27) Planejar e executar uma pesquisa amostral, selecionando uma técnica de amostragem adequada, e escrever relatório que contenha os gráficos apropriados para representar o conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central, a amplitude e as conclusões;

(EF09MA22) Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), com ou sem o uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.

AULAS/TEMPO	TEMA DA AULA
1 e 2/90 min.	O que é uma pesquisa amostral?
3 e 4/90 min.	Planejando e executando uma pesquisa amostral
5 e 6/90 min.	Representando os dados de uma pesquisa amostral por meio de gráficos e encontrando as medidas de tendência central e amplitude
7 e 8/90 min.	Como comunicar os dados de uma pesquisa amostral?

Sabemos que as atividades por si só não ensinam. Por isso, professor, a sua atuação é tão importante em cada uma das situações propostas aqui. Elas têm por objetivos a recuperação das aprendizagens e o desenvolvimento das habilidades esperadas para o 9º Ano do Ensino Fundamental. Para isso, este caderno deverá servir como mais uma ferramenta que o auxiliará no processo de ensino, sendo necessário, portanto, que você considere, em seu replanejamento, outras possibilidades de discussão e recursos, para além daqueles sugeridos nessa Sequência de Atividades. Para ajudá-lo nessa ação, a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo fornecerá, por meio do Centro de Mídias, formação continuada quinzenal acerca das Sequências de Atividades. Tais formações acontecerão nos momentos das Aulas de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPCs). Desejamos a você e a nossos estudantes um ótimo trabalho!

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4

AULAS 1 E 2 - O QUE É UMA PESQUISA AMOSTRAL?

Objetivos das aulas:
- Compreender o que é uma pesquisa amostral;
- Diferenciar amostragem simples de amostragem sistemática e amostragem estratificada;
- Compreender qual técnica de amostragem utilizar na realização de diferentes tipos de pesquisa.

Você será convidado, nesta atividade, a descobrir o que é uma pesquisa amostral e algumas técnicas comumente utilizadas para selecionar as amostras. Junte-se com a sua dupla e vamos lá! .

1. Junto com sua dupla, busque, na internet, um glossário ou dicionário de estatística, os seguintes termos: população, amostra e censo. Anote, no espaço abaixo, o que foi encontrado.

População: conjunto de unidades ou objetos individuais.
Amostra: subconjunto da população cujas características são estudadas com o objetivo de generalizá-las para toda a população.
Censo: estudo estatístico realizado com toda uma população.

Como pode ser observado, uma pesquisa que é realizada com toda uma população é chamada de censo. Quando uma pesquisa é feita apenas com uma amostra da população, ela é chamada **pesquisa amostral**. Este será o objeto de estudo dessa sequência de atividades.

2. Observe as manchetes abaixo e responda ao que se pede:

Pesquisa mostra intenções de voto para a eleição de presidente do Brasil por escolaridade e região
O levantamento foi feito entre os dias 20 e 23 e ouviu 1850 eleitores em 137 municípios.

Fonte: elaborado para fins didáticos.

Confira os resultados do Censo da Educação Superior 2019
Realizado anualmente, este Censo utiliza informações mantidas nos registros das instituições de educação superior.

Fonte: elaborado para fins didáticos.

a. Quais os temas de cada reportagem?

A primeira traz os resultados de uma pesquisa eleitoral e a segunda, os resultados do Censo da Educação Superior.

AULAS 1 E 2 - O QUE É UMA PESQUISA AMOSTRAL?

ORGANIZAÇÃO DA TURMA
Estudantes organizados em duplas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS
Caderno do Estudante, caderno, lápis, borracha e computador e/ou celular (se possível).

INICIANDO
Professor, para as Aulas 1 e 2, dessa Sequência, será necessário fazer uso da sala de informática, se possível, ou o uso dos celulares dos estudantes, uma vez que eles deverão fazer pesquisas sobre alguns conceitos estatísticos. Caso não haja essa possibilidade, é necessário que as atividades sejam adaptadas à sala de aula, como sugerido no item "Desenvolvendo". A sugestão de que eles sejam organizados em duplas é para que possam pesquisar e completar a **Atividade 1** do Caderno do Estudante, cujo início pode ser precedido de uma discussão sobre o

que entendem por pesquisa censitária e pesquisa amostral; e se conseguem dar algum exemplo, inclusive mencionando se já participaram de algum tipo de pesquisa.

DESENVOLVENDO

Para iniciar a **Atividade 1**, os estudantes deverão procurar, na internet, um dicionário ou glossário de estatística para que possam buscar o significado dos termos necessários para o desenvolvimento das aulas. Sugere-se o uso do Dicionário Brasileiro de Estatística, disponível no acervo da biblioteca do Instituto Brasileiro de Geogra ia e Estatística (IBGE) (https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv81219.pdf). Primeiramente é pedido que encontrem o significado de população, amostra e censo. A partir dos resultados obtidos, define-se pesquisa amostral, fazendo uma contraposição ao censo. Se não for possível o acesso à internet, o professor pode projetar o livro sugerido e fazer a busca juntamente com os estudantes. Se isso também não for possível, o professor pode discutir os termos com os estudantes e expor o significado de cada um. Na **Atividade 2**, os estudantes devem observar as manchetes apresentadas que se referem a uma pesquisa eleitoral para presidente do Brasil, que é do tipo amostral, e ao Censo da Educação Superior, realizado anualmente pelo

b. Quantas pessoas foram ouvidas na pesquisa da primeira reportagem?

Foram ouvidos 1850 eleitores, em 137 municípios.

c. A pesquisa apresentada na segunda reportagem utilizou os dados de quantas pessoas?

Como é um censo, foram utilizados dados de todos os estudantes brasileiros.

d. Qual das reportagens trata de uma pesquisa amostral?

A primeira, pois na pesquisa apresentada foram ouvidas 1850 pessoas, que é uma amostra da população brasileira.

Em uma pesquisa amostral, o processo de escolha de uma amostra é chamado **amostragem** e existem várias formas de fazê-lo. Dentre elas estão: amostragem simples, amostragem sistemática e amostragem estratificada.

Na **amostragem simples**, a escolha dos participantes da pesquisa é feita ao acaso, sem nenhum critério a não ser o de fazer parte da população que se deseja pesquisar. Neste caso, cada membro da população tem a mesma probabilidade de ser escolhido para fazer parte da amostra. Um exemplo desse tipo de amostragem seria atribuir um número a cada pessoa que faz parte da população a ser estudada e, em seguida, sortear números aleatoriamente, para que a pessoa, a qual foi atribuída um número sorteado, faça parte da amostra.

Na **amostragem sistemática**, também não há nenhum critério para a escolha, a não ser o de fazer parte da população que se deseja pesquisar, mas a escolha dos participantes é feita a partir de uma ordenação da população, de forma periódica. Como exemplo, temos a escolha da amostra dentre uma lista de 5000 pessoas, da qual se quer selecionar 50. Sendo assim, deve-se escolher uma pessoa a cada 100, isto é, o período de escolha é 100, pois 5000 ÷ 50 = 100.

Já a **amostragem estratiticada** é utilizada devido à existência de fatores de acordo com os quais a população é dividida em subpopulações heterogêneas, que podem ser chamadas de estratos, dentro dos quais se supõe que exista um comportamento homogêneo. Assim, ao escolher aleatoriamente uma amostra, é possível que algum estrato não seja por ela representado. Portanto, nesse tipo de amostragem, a seleção é feita de forma a ter representantes de todos os estratos, podendo ser selecionada a mesma quantidade de indivíduos de cada estrato ou um número proporcional à população de cada um. Por exemplo: suponha que se deseje fazer uma pesquisa com estudantes de um curso de quatro anos de duração, em uma universidade. Sabendo que eles são 40% calouros, 25% estudantes do segundo ano, 25% do terceiro ano e 10% do último, a amostra deverá ser selecionada com essa mesma proporção, isto é, ela será composta por 40% de calouros, 25% de estudantes do segundo ano, 25% do terceiro ano e 10% do último.

Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). Elas podem ser projetadas para que haja uma discussão coletiva. Em seguida, os estudantes deverão responder os itens "a", "b", "c" e "d" para que possa ser verificado se houve o entendimento do conceito de pesquisa amostral e se conseguem diferenciá-la de um censo. Sugere-se que, ao término desse item, seja feita uma correção coletiva. O texto, apresentado após o item 2, traz as definições de três tipos de amostragem: simples, sistemática e estratificada. Sugere-se que este seja lido e discutido, juntamente com os estudantes, para que possam diferenciá-los, podendo, assim, resolver a **Atividade 3**,

3. A partir do que foi visto sobre os tipos de amostragem, observe as situações abaixo e diga qual deles deve ser utilizado em cada uma. Justifique.

a. Uma pesquisa eleitoral para presidente no Brasil.

Amostragem estratificada, pois no Brasil há uma grande diversidade cultural e econômica, além deste ser um país de grandes dimensões. Sendo assim, se fosse utilizada a amostragem simples, alguns estados menos populosos, como o Acre, não seriam bem representados, tanto quanto os de maior população, como São Paulo.

b. Entrevistar pessoas, abordando-as na rua aleatoriamente.

Amostragem simples. Não há um critério para a escolha da amostra, além do fato de pertencer à população que se deseja estudar.

c. Realizar uma pesquisa de satisfação entre o total de pessoas, que têm conta em um determinado banco, de acordo com a escolaridade. Sabe-se que 30% tem ensino superior completo, 25% tem ensino superior incompleto e 45% não tem ensino superior. A amostra deverá ser composta por 30% de participantes com ensino superior completo, 25% com ensino superior incompleto e 45% sem ensino superior.

Amostragem estratificada, pois a quantidade de indivíduos de cada estrato é proporcional à população de cada um.

d. De uma lista de pessoas, tomar uma a cada duas para fazer parte da amostra.

Amostragem sistemática, pois a amostra é obtida a partir de uma ordenação da população (lista) de forma periódica (uma a cada duas pessoas).

no qual são apresentadas quatro situações para que seja dito qual o melhor tipo de amostragem a ser utilizado em cada uma delas.

FINALIZANDO

Para finalizar a aula, sugere-se uma retomada dos dois tipos de pesquisa vistos e dos tipos de amostragem existentes. Incentive a participação dos estudantes, de modo que possíveis dúvidas sejam esclarecidas, uma vez que, na aula seguinte, eles deverão planejar e executar uma pesquisa amostral.

AULAS 3 E 4 - PLANEJANDO E EXECUTANDO UMA PESQUISA AMOSTRAL

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em grupos de quatro ou cinco pessoas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante, caderno, lápis e borracha.

INICIANDO

Nessa aula, os estudantes deverão se organizar em grupos para planejarem e executarem uma pesquisa amostral.

É interessante recordar, com eles, o que é uma pesquisa amostral e os tipos de amostragem, vistos na aula anterior, antes de iniciar a **Atividade 1.**

DESENVOLVENDO

Sugere-se que, antes de fazer a leitura do texto inicial da **Atividade 1**, seja discutido com os estudantes o que é necessário para se fazer uma pesquisa amostral, incentivando-os a pensarem nos itens que estão elencados no texto: tema, tipo de amostragem, tamanho da amostra, metodologia e perguntas. Após a discussão, o texto pode ser lido pelos grupos, para que verifiquem se conseguiram pensar em todos os itens necessários. O tema sugerido para a pesquisa, que será por eles executada, é "Hábitos de leitura dos estudantes da minha escola". Essa sugestão se baseia no fato de que esse tema dificilmente causará desconforto aos participantes da pesquisa, o que pode ocorrer, dependendo do tema escolhido por eles. Independente do tema, sugere-se que a amostra seja escolhida entre os estudantes da escola, para facilitar a coleta de dados que deverá ser feita após o planejamento. É interessante escolher, por exemplo, uma classe para cada grupo. Quanto à metodologia, a sugestão é que seja feita através de uma entrevista ou um questionário. A entrevista é a escolha mais prática, uma vez que, para realizá-la, não é necessário escrever as questões para cada partici-

AULAS 3 E 4 - PLANEJANDO E EXECUTANDO UMA PESQUISA AMOSTRAL

Objetivos das aulas:
- Planejar uma pesquisa amostral;
- Executar uma pesquisa amostral.

Na aula passada, foi vista a definição de pesquisa amostral e alguns tipos de amostragem. Agora, será a sua vez de planejar e executar uma pesquisa desse tipo em sua escola!

Para realizar uma pesquisa amostral, é necessário definir alguns itens durante o planejamento. Primeiramente, deve-se escolher um **tema**. Sugere-se que o tema utilizado seja "Hábitos de leitura dos estudantes da minha escola". Como é uma pesquisa amostral, deve-se escolher uma **amostra** para participar da pesquisa que, nesse caso, será dentre os estudantes da escola, utilizando um dos tipos de **amostragem** estudados. Também, é necessário definir a **metodologia** da pesquisa, isto é, a forma como as perguntas serão feitas. Sugere-se que isso seja feito através de entrevista ou de um questionário. Na entrevista, as perguntas são feitas oralmente. Já no questionário, as perguntas são entregues aos participantes por escrito e eles devem respondê-las escrevendo ou assinalando alternativas. Por fim, devem-se escolher as **perguntas** a serem feitas. Em estatística, cada item levantado por uma pesquisa é chamado de variável, que pode ser dividida em dois tipos: qualitativa, que é aquela que tem como resposta uma opinião ou uma preferência etc.; e quantitativa, que é aquela que tem um número como resposta, obtido por mensuração ou contagem.

.

1. Abaixo, há uma lista de sugestões de perguntas que podem ser feitas sobre o tema "Hábitos de leitura dos estudantes da minha escola". Classifique-as em variáveis quantitativas e qualitativas, sugerindo possíveis respostas:

a. Você leu algum livro (inteiro ou em partes) no último ano?

Qualitativa. Possíveis respostas: sim ou não.

b. Quantos livros você leu no último ano?

Quantitativa. Possíveis respostas: nenhum, um, dois,...

c. Quais as suas motivações para ler?

Qualitativa. Possíveis respostas: por gosto, para distração, por exigência da escola, para obter conhecimento,...

d. Onde costuma ler?

Qualitativa. Possíveis respostas: em casa, na escola, no transporte, na biblioteca, em parques/praças,...

e. Quem mais influenciou você a ler?

Qualitativa. Possíveis respostas: professores, amigos, familiares,...

f. Quanto tempo você dedica à leitura por semana (em horas)?

Quantitativa. Possíveis respostas: 2 horas por semana, 3 horas por semana,...

g. Qual a forma mais comum de você ter acesso aos livros?

Qualitativa. Possíveis respostas: comprado, xerocado, baixado da internet, presenteado, emprestado da biblioteca, emprestado por outra pessoa,...

2. Chegou a hora de planejar a pesquisa amostral que será feita!

Preencha os campos abaixo, a partir das decisões tomadas pelo grupo:

Tema da Pesquisa:	Metodologia:
Tipo de Amostragem:	Tamanho da amostra:
Perguntas:	

Agora que o planejamento foi feito, é hora de colocá-lo em prática. Mãos à obra!

pante e porque todos os membros do grupo podem ser entrevistadores, o que torna o processo de coleta de dados mais rápido. Também, pelo fator do tempo disponível para realização da pesquisa, sugere-se que sejam feitas, no máximo, quatro perguntas, sendo que, pelo menos, duas delas devem definir variáveis quantitativas, devido à análise que deverá ser feita posteriormente, utilizando medidas de tendência central e amplitude. Na **Atividade 1** traz sugestões de perguntas sobre o tema sugerido e pede que os estudantes as classifiquem em qualitativas e quantitativas. Para auxiliá-los na diferenciação, é interessante discutir quais as possíveis respostas que cada pergunta pode ter. Na **Atividade 2**, o tema, a metodologia, o tipo de amostragem, o tamanho da amostra e as perguntas devem ser discutidos e definidos pelo grupo para que, a seguir, possa ser feita a pesquisa.

FINALIZANDO

A finalização poderá ser feita com a organização dos dados obtidos na pesquisa feita por cada grupo para que, nas aulas seguintes, eles possam ser apresentados.

AULAS 5 E 6 - REPRESENTANDO OS DADOS DE UMA PESQUISA AMOSTRAL, POR MEIO DE GRÁFICOS, E ENCONTRANDO AS MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL E AMPLITUDE

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados nos mesmos grupos montados na aula anterior, para a realização da pesquisa amostral.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante, caderno, lápis, borracha e lápis de cor ou canetas de cores diferentes.

INICIANDO

Antes da apresentação da proposta de atividade acontecer, é interessante questionar, aos estudantes, como eles veem, geralmente, a apresentação de dados de pesquisas (em forma de tabelas, em forma de gráficos...). Assim, poderá ser feita uma introdução à aula. Sugere-se que os estudantes estejam organizados nos mesmos grupos, montados na aula anterior, para que já possam ir relacionando os tópicos da aula com o que obtiveram em sua pesquisa amostral, feita na aula anterior.

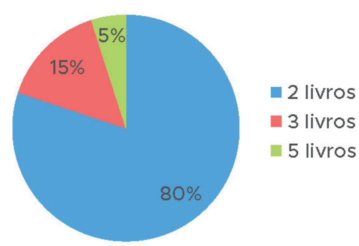
AULAS 5 E 6 - REPRESENTANDO OS DADOS DE UMA PESQUISA AMOSTRAL, POR MEIO DE GRÁFICOS, E ENCONTRANDO AS MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL E AMPLITUDE

Objetivos das aulas:
- Identificar o tipo de gráfico mais adequado para representar os dados de uma pesquisa;
- Compreender os significados das medidas de tendência central e amplitude de um conjunto de dados obtidos por meio de uma pesquisa.

Nesta atividade, serão apresentados, a você, três tipos de gráfico que podem ser usados para representar os dados de uma pesquisa amostral: gráfico de setores, de colunas e de linha. Também, você será convidado a calcular as medidas de tendência central e a amplitude de dados. Para isso, reúna-se com seu grupo e mãos à obra!

1. A pesquisa Retratos da leitura no Brasil[1], coordenada pelo Instituto Pró-livro e executada pelo IBOPE inteligência, revelou, em sua 5ª edição, que comparando os dados dos anos de 2015 e 2019, houve uma diminuição no número de leitores entre os estudantes brasileiros. Foi considerado leitor, quem disse ter lido, pelo menos, um livro, inteiro ou em partes, nos três meses anteriores à pesquisa. O professor de Matemática de uma escola, ao tomar conhecimento disso, resolveu verificar, por meio de uma pesquisa amostral, quantos livros foram lidos, durante o ano de 2020, pelos estudantes do Ensino Médio de sua escola. Observe o **gráfico de setores**, abaixo, que mostra os dados obtidos por ele:

Quantidade de livros lidos pelos estudantes do Ensino Médio em 2020



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Esse tipo de gráfico também conhecido como gráfico de pizza. Leva este nome porque é formado por setores circulares. Sua utilização é recomendada quando se deseja informar dados de apenas uma categoria, ou seja, cada setor representa uma parte de um todo. Sendo assim, a soma das porcentagens que aparecem nesse gráfico é 100%. Ao construí-lo, foi necessário levar em conta que o ângulo de cada setor deve ser proporcional à porcentagem que ele representa. Observe o exemplo de como o professor fez para descobrir qual a medida do ângulo que deveria ser utilizado para o setor que representa a porcentagem de estudantes que leu 2 livros:

$$\begin{array}{ccc} \div 10 & 100\% — 360° & \div 10 \\ & 10\% — 36° & \\ \times 8 & 80\% — 288° & \times 8 \end{array}$$

1 INSTITUTO Pró-Livro. 5ª Edição da Retratos da Leitura no Brasil. Retratos da Leitura no Brasil, 2020. Disponível em: <https://www.prolivro.org.br/5a-edicao-de-retratos-da-leitura-no-brasil-2/a-pesquisa-5a-edicao/>. Acesso em: 25 fev. 2021.

DESENVOLVENDO

Recomenda-se que a leitura na **Atividade 1** seja feita de forma coletiva, se possível, com gráfico projetado em tamanho maior para que os estudantes possam observá-lo melhor. É interessante que o exemplo desse item seja explicado na lousa, relembrando-os de como trabalhar proporcionalidade. Assim, eles serão capazes de responder ao item "a". Sugere-se que seja feita uma correção coletiva ao fim deste item, antes de iniciar os próximos que tratam das medidas de tendência central e amplitude. Para cada um destes, sugere-se, também, uma correção coletiva após sua resolução,

a. Quais as medidas dos ângulos dos setores que representam as porcentagens de estudantes que leram 3 e 5 livros?

- 3 livros:

$\div 2$ 10% — 36° $\div 2$
5% — 18°

Logo, o ângulo que representa 15% é a soma de 36° com 18°, que é 54°.
- 5 livros: como calculado acima, o ângulo que representa 5% é 18°.

b. Qual resposta apareceu com maior frequência na pesquisa feita pelo professor?

A resposta de maior frequência foi 2 livros.

Em um conjunto de dados numéricos (variável quantitativa), o valor que aparece com maior frequência é chamado **moda**.

c. Sabendo que o professor entrevistou 60 estudantes nessa pesquisa, quantos disseram ter lido 2 livros? E 3 livros? E 5?

-2 livros:

$\div 10$ 100% — 60 $\div 10$
10% – 6
$\times 8$ 80% – 48 $\times 8$

Assim, 48 estudantes disseram ter lido 2 livros.
- 3 livros:

$\div 2$ 10% – 6 $\div 2$
5% – 3

Assim, 6 + 3 = 9 estudantes disseram ter lido 3 livros.
- 5 livros: como calculado acima, 5% dos estudantes são 3 estudantes. Logo, apenas 3 disseram ter lido 5 livros.

d. Quantos livros foram lidos no total?

$\underbrace{2 + 2 + \ldots + 2}_{48\ vezes} + \underbrace{3 + 3 + \ldots + 3}_{9\ vezes} + \underbrace{5 + 5 + 5}_{3\ vezes} =$

$48 \cdot 2 + 9 \cdot 3 + 3 \cdot 5 = 96 + 27 + 15 = 138$

Portanto, foram lidos 138 livros no total.

pois todos são essenciais na construção dos conceitos de moda, média, mediana e amplitude.

Na **Atividade 2**, é apresentado um gráfico de linha que os estudantes devem observar para responder o item "a" e preencher a tabela do item "b". Se possível, esse gráfico também pode ser projetado para uma melhor visualização. Nos itens "c" e "d", será necessário calcular a amplitude e a média dos dados. No item "e", os estudantes são convidados a refletirem sobre os dois tipos de gráfico apresentados, para decidir se ambos podem ser utilizados para representar os dados expostos.

Na **Atividade 3**, é apresentada uma tabela, a partir da qual foi montado o gráfico de colunas, comparando os dados obtidos em 2015 e 2020. Por meio da observação desse gráfico, os estudantes devem ser capazes de responder aos itens "a" e "b". No item "c", eles são questionados sobre a possibilidade de representarem estes mesmos dados em um gráfico de setores e em um gráfico de linhas, devendo analisar as características de cada um desses gráficos para responder. Retomando os dados apresentados no gráfico de linhas da **Atividade 2**, no item "d", os estudantes são questionados se é possível representá-los como um gráfico de colunas. A partir das respostas desses dois últimos itens, os estudantes devem, na **Atividade 4**, desenhar dois gráficos: no item "a", um gráfico de colunas com os dados da **Atividade 2** e no item "b", um gráfico de linhas com os dados da **Atividade 3**. Isso deve ser feito nos planos dados, de forma que possam exercitar o que aprenderam.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, é interessante destacar que a soma das três porcentagens deve dar 100%.

FINALIZANDO

Para concluir, propomos que seja retomado o uso de cada tipo de gráfico apresentado (de setor, de linha e de coluna) e a forma de encontrar a moda, a média, a mediana e a amplitude dos dados, pois, na aula seguinte, será necessário que os estudantes utilizem o que foi visto, nessa aula, para apresentar os dados obtidos em sua pesquisa.

e. Outra forma de representar os dados dessa pesquisa é através da **média** de livros lidos pelos estudantes. Para encontrar esse valor, o professor precisou dividir o total de livros lidos pela quantidade total de repostas. Qual valor ele obteve?

$$Média = \frac{138}{60} = 2{,}3.$$

Note que a média obtida é um valor que não aparece entre as respostas. Mas então, o que ela significa? Significa que caso todos os estudantes entrevistados tivessem lido a mesma quantidade de livros, ela deveria ser igual à média para que fossem lidos 138 livros, que é o total. Observe, também, que se o total de livros lidos não tivesse sido calculado no item "d", o cálculo da média poderia ter sido feito da seguinte forma:

$$\boldsymbol{Média = \frac{48 \cdot 2 + 9 \cdot 3 + 3 \cdot 5}{60} = \frac{138}{60} = 2{,}3}$$

Desse modo, essa média é chamada **ponderada**, pois cada valor obtido como resposta (2, 3 e 5) foi multiplicado pela sua respectiva frequência (48, 9 e 3), que o chamado fator de ponderação (peso) e a soma dessas frequências é 60, que é a quantidade total de respostas.

f. O professor quer encontrar, também, a mediana destes dados. Para isso, é necessário primeiramente organizar o conjunto de dados de forma crescente, pois a mediana é o valor que o "divide" em duas partes com o mesmo número de elementos: uma delas com os elementos menores ou iguais a ela e a outra com os elementos maiores ou iguais a ela. Por exemplo, caso o conjunto de dados seja (4,6,6,1,7), organizando-o de forma crescente, têm-se (1,4,6,6,7). Assim, a mediana é o número 6, pois "divide" o conjunto de dados nos conjuntos de dois elementos: (1,4), que são menores que ela, e (6,7), que são iguais ou maiores que ela. No caso da pesquisa do professor, o conjunto de dados tem 60 elementos, que é um número par:

$$(\overbrace{2, 2, \ldots, 2}^{48\ vezes}, \overbrace{3, 3, \ldots, 3}^{9\ vezes}, \overbrace{5, 5, 5}^{3\ vezes})$$

Sendo assim, deve-se fazer a média dos valores dos elementos centrais, que aqui são o 30º e o 31º. Qual o valor da mediana para este caso?

Como o número 2 aparece 48 vezes, temos que tanto o 30º quanto o 31º são iguais a 2 . Logo, a mediana é dada por $mediana = \frac{2+2}{2} = \frac{4}{2} = 2$

g. Qual o maior valor encontrado como resposta? E o menor? Calcule a diferença entre eles.

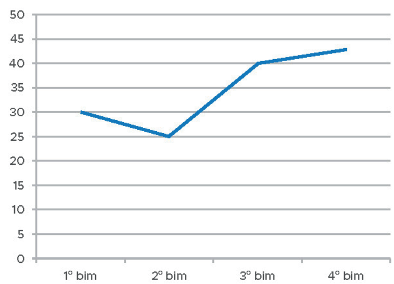
O maior valor encontrado foi 5 e o menor foi 2 . A diferença é 5 – 2 = 3 .

A diferença entre o maior e o menor valor de um conjunto de dados numéricos é chamada de **amplitude**. Ela é uma medida de dispersão utilizada para verificar o grau de variação dos dados, avaliando se a média os representa bem.

Observa-se, assim, que quando os dados são numéricos (variável quantitativa), é possível representá-los não só por meio do uso de gráficos, mas também a partir de um único valor, utilizando as **medidas de tendência central** (média, moda e mediana) e a **amplitude**.

2. O professor que fez a pesquisa, citada no item 1, também decidiu apresentar, aos estudantes, a quantidade de livros lidos em cada bimestre de 2020. Para isso, ele utilizou um **gráfico de linha**, que é recomendado quando se deseja observar se houve aumentos ou diminuições dos dados com o passar do tempo. Note que, em ambos os eixos, os dados estão distribuídos de maneira uniforme, sendo que, no eixo horizontal estão as categorias e, no vertical, os dados numéricos.

Quantidade de livros lidos pelos estudantes do Ensino Médio em cada bimestre de 2020



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Após observar o gráfico, responda às questões abaixo:

a. Em qual bimestre os estudantes leram mais livros? E em qual leram menos livros?

Os estudantes leram mais livros no 4º bimestre e leram menos livros no 2º bimestre.

b. Preencha a tabela abaixo com as quantidades de livros lidos em cada bimestre.

Bimestre (2020)	Quantidade de livros lidos pelos estudantes do EM
1º	30
2º	25
3º	40
4º	43
TOTAL	138

Fonte: elaborado para fins didáticos.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, apesar de não ser possível precisar, pelo gráfico, que no 4º bimestre foram lidos 43 livros, este valor pode ser encontrado subtraindo os demais valores do total que é conhecido.

c. Qual é a amplitude dos dados apresentados nesse gráfico?

O maior valor observado é 43 e o menor 25. Sendo assim, a amplitude é 43 – 25 = 18 .

d. Qual a média de livros lidos por bimestre?

Para encontrar a média de livros por bimestre, deve-se tomar a quantidade total de livros lidos no ano e dividir pela quantidade de bimestres que é 4. Assim, a média de livros lidos por bimestre é média $= \frac{30+25+40+43}{4} = \frac{138}{4} = 34{,}5$ **livros.**

Nesse caso, a média calculada não é chamada ponderada, como no item 1-"e", pois foi necessário somar apenas as quantidades observadas para cada bimestre, sem ter que multiplicá-las por alguma frequência ou peso.

e. É possível representar esses mesmos dados em um gráfico de setores? Justifique.

Sim, pois a categoria representada seria a quantidade de livros lidos no ano de 2020 e cada setor representaria a quantidade lida por bimestre.

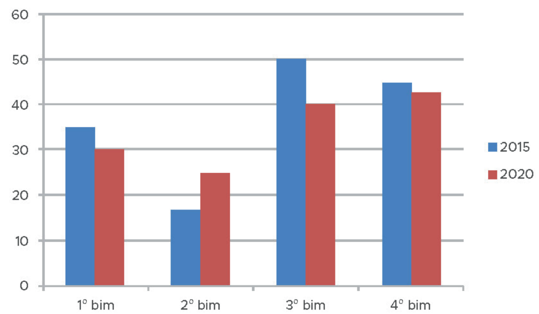
3. Ao apresentar sua pesquisa para a diretora da escola, o professor ficou sabendo que já havia sido feita uma pesquisa parecida no ano de 2016. Ele encontrou a tabela abaixo que mostrava a quantidade de livros lidos pelos estudantes do Ensino Médio no ano de 2015, por bimestre:

Bimestre (2015)	Quantidade de livros lidos pelos estudantes do EM
1°	35
2°	17
3°	50
4°	45
TOTAL	147

Fonte: elaborado para fins didáticos.

Sendo assim, ele resolveu comparar os dados obtidos nas duas pesquisas. Para isso, ele utilizou um **gráfico de colunas**. Esse tipo de gráfico é muito utilizado para representar dados quando se deseja compará-los ou mostrar alterações ocorridas, por exemplo, em um determinado período de tempo.

Comparação da quantidade de livros lidos pelos estudantes do Ensino Médio em cada bimestre de 2015 e 2020



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Esse gráfico é composto por um eixo horizontal e por um eixo vertical, sendo que um contém as categorias e o outro, os dados numéricos respectivamente, apesar de não ser necessário seguir essa ordem. Algumas características desse tipo de gráfico são que todas as colunas possuem a mesma largura e a distância entre as colunas de categorias diferentes é sempre a mesma.

Responda com base na observação dos gráficos:

a. Em qual bimestre observou-se a maior quantidade de livros lidos? E a menor?

A maior quantidade de livros lidos foi observada no 3º bimestre de 2015. A menor foi observada no 2º bimestre de 2015.

b. A quantidade média de livros lidos por bimestre aumentou ou diminuiu de 2015 para 2020?

Já foi feito o cálculo da média de livros por bimestre em 2020: 34,5 livros. Calculando a média de 2015, tem-se: média $dia=\frac{147}{4}=36{,}75$ livros. Logo, a quantidade média de livros lidos por bimestre diminuiu de 2015 para 2020.

c. É possível representar esses dados em um gráfico de setores? E em um gráfico de linhas?

Não é possível representá-los em um único gráfico de setores, uma vez que são duas categorias distintas: quantidade de livros lidos em 2015 e em 2020. Seria possível fazer um gráfico de setores para cada uma delas e comparar os valores por bimestre. É possível representá-los em um gráfico de linhas, pois cada categoria seria uma linha e estas poderiam ser comparadas.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, é interessante orientar os estudantes para que usem cores diferentes na representação dos dados de 2015 e de 2020.

AULAS 7 E 8 - COMO COMUNICAR OS DADOS DE UMA PESQUISA AMOSTRAL?

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados nos mesmos grupos montados para a realização da pesquisa amostral.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante, caderno, lápis, borracha, cartolinas e canetas.

INICIANDO

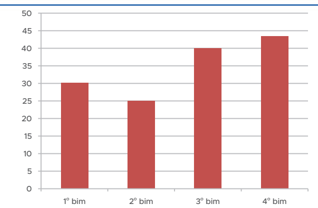
Para essas atividades, propomos que os estudantes se organizem novamente nos mesmos grupos das aulas anteriores e que um relatório de pesquisa amostral seja entregue a cada um, de preferência diferentes, para que possam analisá-los e verificar o que eles têm em comum, isto é, qual é a estrutura básica de um relatório de pesquisa amostral. Outra sugestão é que seja projetado um relatório (ou mais de um) e que ele seja analisado coletivamente. Sugere-se, aqui, utilizar a pesquisa "Retratos da leitura no Brasil", coordenada pelo Instituto Prólivro, cujos relatórios das suas cinco edições estão disponíveis para download em (https://www.prolivro.org.br/pesquisas-retratos-da-leitura/as-pesquisas-2/). É interessante salientar que, nessa aula, eles deverão montar o próprio relatório das pesquisas, por eles realizadas, com base no que será verificado. Também, propõe-se que já seja dito que ao final da aula serão resolvidos exercícios, sobre esse assunto, que estiveram presentes no ENEM, AAP e SARESP.

d. É possível representar os dados do gráfico de linhas do item 2 como um gráfico de colunas?

Sim, seria possível fazer uma coluna para cada bimestre de 2020, isto é, estas seriam as categorias representadas.

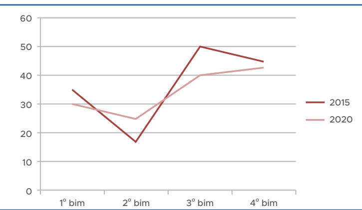
4. Na Atividade 3 foi observado que os dados da Atividade 2 poderiam ter sido apresentados em um gráfico de colunas e os do item 3 poderiam ter sido apresentados em um gráfico de linhas. Sendo assim, faça o que se pede:

5. Represente, na malha abaixo, os dados da Atividade 2 em um gráfico de colunas.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

b. Represente, na malha abaixo, os dados do item 3 em um gráfico de linhas.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

AULAS 7 E 8 - COMO COMUNICAR OS DADOS DE UMA PESQUISA AMOSTRAL?

Objetivos das aulas:
- Analisar relatórios que contenham resultados de pesquisa amostral;
- Comunicar, por meio de relatório, os resultados de uma pesquisa amostral contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados.

Nessa aula, você deverá observar relatórios de pesquisas amostrais para poder entender como isto deve ser feito, uma vez que, em seguida, será a vez do seu grupo relatar a pesquisa feita por vocês. Relembre o que foi visto nas aulas anteriores, pois também estão reunidas, aqui, algumas questões sobre o assunto estudado que foram retiradas do ENEM, AAP e SARESP. Reúna-se com seu grupo e vamos lá!

1. Observe os relatórios de pesquisas amostrais disponibilizados pelo seu professor. O que há em comum entre eles, na forma de apresentar os dados?

Professor(a), as informações da pesquisa se encontram nas orientações das aulas 7 e 8.

2. Agora é a vez do seu grupo montar um relatório sobre a pesquisa realizada por vocês!

É preciso que nele haja os mesmos elementos que foram observados nos relatórios no item 1. Sugere-se que seja feito um cartaz, ao final, para apresentar, à escola, os dados obtidos. Mãos à obra!

Resposta pessoal, mas é importante que o(a) professor(a) oriente os(as) estudantes na execução da tarefa.

3. (ENEM) Três alunos, X, Y e Z, estão matriculados em um curso de inglês. Para avaliar esses alunos, o professor optou por fazer cinco provas. Para que seja aprovado nesse curso, o aluno deverá ter a média aritmética das notas das cinco provas maior ou igual a 6. Na tabela, estão dispostas as notas que cada aluno tirou em cada prova.

Aluno	1ª Prova	2ª Prova	3ª Prova	4ª Prova	5ª Prova
X	5	5	5	10	6
Y	4	9	3	9	5
Z	5	5	8	5	6

Com base nos dados da tabela e nas informações dadas, ficará(ão) reprovado(s)

a. apenas o aluno Y.
b. apenas o aluno Z.
c. apenas os alunos X e Y.
d. apenas os alunos X e Z.
e. os alunos X, Y e Z.

Calculando a média de notas de cada aluno, tem-se

Aluno X: $\frac{5+5+5+10+6}{5} = \frac{31}{5} = 6{,}2$. **Aluno Y:** $\frac{4+9+3+9+5}{5} = \frac{30}{5} = 6$.

Aluno Z: $\frac{5+5+8+5+6}{5} = \frac{29}{5} = 4{,}8$.

Como somente será aprovado quem tiver média maior ou igual a 6 , o único reprovado é o aluno Z. Alternativa B.

DESENVOLVENDO

Para iniciar a aula, poderá ser dado um tempo para que os grupos possam fazer a leitura dos relatórios e, posteriormente, uma discussão coletiva para comparar tais relatórios e verificar quais itens devem estar presentes nos relatórios que eles farão em seguida. Caso os relatórios sejam projetados, as discussões devem ocorrer durante a análise dos mesmos. Sugere-se que cada grupo faça o seu relatório por escrito e que, também, seja montado um cartaz em cartolina para que as pesquisas possam ser divulgadas para toda a escola. Esse relatório deve conter gráficos adequados que representem os dados obtidos e devem ser calculadas as medidas de tendência central e a amplitude dos dados das variáveis quantitativas. Sugere-se que as **Atividades 2 a 5**, retiradas do ENEM, AAP e SARESP, sejam respondidas ainda em grupos, para que possa haver uma discussão entre eles. A correção poderá ser feita de forma coletiva ao final.

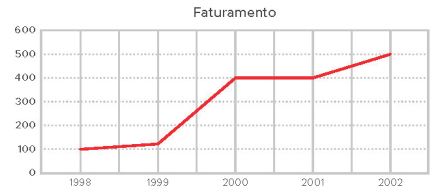
CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, os estudantes devem perceber que, no início do relatório, é evidenciado o tipo de pesquisa, a amostra, o tipo de amostragem utilizado, o método escolhido para coletar os dados..., e que são utilizados gráficos e tabelas para apresentar esses dados. É comum, também, serem evidenciadas conclusões com base nos dados coletados.

FINALIZANDO

Nessa aula será possível verificar se houve desenvolvimento das habilidades assumidas para o trabalho com essa Sequência de Atividades, pois para elaborar o relatório da pesquisa e resolver as atividades propostas ao final, será necessário relembrar e utilizar todos os conceitos estudados. Sendo assim, é importante que os estudantes se engajem em seus grupos nesse momento.

4. (AAP) Novos projetos e investimentos na área comercial levaram a indústria de doces de banana, Miraca Doces, a aumentar seu faturamento nos últimos 5 anos com praticamente o mesmo número de funcionários (valores em milhões de reais).

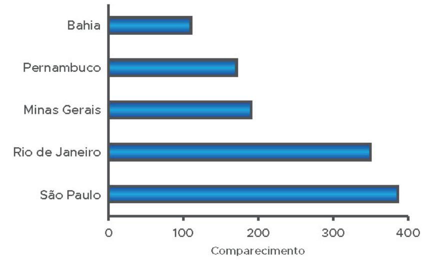


Analisando o gráfico, o intervalo de tempo em que o faturamento teve seu maior crescimento foi:

a. de 1998 a 1999.
b. de 1999 a 2000.
c. de 2000 a 2001.
d. de 2000 a 2002.
e. de 2001 a 2002.

O gráfico cresce nos intervalos de 1998 a 1999, em menos de 50 milhões, de 1999 a 2000, em quase 300 milhões e de 2001 a 2002, em 100 milhões. Logo, cresceu mais de 1999 a 2000. Alternativa B.

5. (SARESP) O gráfico apresenta o número de alunos, por estado, que participaram de um concurso de redação realizado por uma organização não governamental.



Esse gráfico mostra que participaram do concurso,

a. menos de 100 alunos do estado da Bahia
b. menos de 100 alunos do estado de Minas Gerais.
c. mais de 200 alunos do estado de Pernambuco.
d. mais de 300 alunos do estado do Rio de Janeiro.

No gráfico verifica-se que participaram mais de 100 alunos da Bahia e de Minas Gerais, menos de 200 alunos de Pernambuco e mais de 300 alunos do Rio de Janeiro. Alternativa D.

COORDENADORIA PEDAGÓGICA
Viviane Pedroso Domingues Cardoso

DIRETORA DO DEPARTAMENTO DE DESENVOLVIMENTO CURRICULAR E DE GESTÃO PEDAGÓGICA
Valéria Tarantello de Georgel

ASSESSORIA TÉCNICA
Aline Navarro
Barbara Tiemi Aga Lima
Cassia Vassi Beluche
Deisy Christine Boscaratto
Isabel Gomes Ferreira
Isaque Mitsuo Kobayashi
Silvana Aparecida de Oliveira Navia

EQUIPE CURRICULAR DE MATEMÁTICA - ANOS FINAIS
Cecília Alves Marques
Isaac Cei Dias
Rafael José Dombrauskas Polonio

EQUIPE DE ELABORAÇÃO
Raph Gomes Alves
Abadia de Lourdes Cunha
Cleo Augusto dos Santos
Eliel Constantino da Silva
Everton Odair dos Santos
Francisco de Oliveira Neto
Germana Cunha Vitoi
Rosana Magni
Sirlene Neves de Andrade
Elisa Rodrigues Alves
Isadora Lutterbach Ferreira Guimaraes
Tatiane Valéria Rogério de Carvalho
Giovanna Ferreira Reggio
Lílian Schifnagel Avrichir
Marlon Marcelo
Veridiana Rodrigues Silva Santana

REVISÃO DE LÍNGUA
Aleksandro Nunes
Alexandre Napoli
Aline Lopes Ohkawa
Rodrigo Luiz Pakulski Vianna
Romina Harrison
Vozes da Educação.

PROJETO GRÁFICO E DIAGRAMAÇÃO
André Coruja
Sâmella Arruda
Alice Brito
Amanda Pontes
Ana Gabriella Carvalho
Cristall Hannah Boaventura
Emano Luna
Julliana Oliveira
Kamilly Lourdes
Lucas Nóbrega
Perazzo Freire
Rayane Patrício
Wellington Costa

SUPORTE E IMAGEM
Lays da Silva Amaro
Otávio Coutinho
Wilker Mad

PROGRAMA DE ENFRENTAMENTO À VIOLÊNCIA CONTRA MENINAS E MULHERES DA REDE ESTADUAL DE SÃO PAULO

NÃO SE ESQUEÇA!

Buscamos uma escola cada vez mais acolhedora para todas as pessoas. Caso você vivencie ou tenha conhecimento sobre um caso de violência, denuncie.

ONDE DENUNCIAR?

– Você pode denunciar, sem sair de casa, fazendo um Boletim de Ocorrência na internet, no site: **https://www.delegaciaeletronica.policiacivil.sp.gov.br**.

– Busque uma Delegacia de Polícia comum ou uma Delegacia de Defesa da Mulher (DDM). Encontre a DDM mais próxima de você no site **http://www.ssp.sp.gov.br/servicos/mapaTelefones.aspx**.

– Ligue 180: você pode ligar nesse número - é gratuito e anônimo - para denunciar um caso de violência contra mulher e pedir orientações sobre onde buscar ajuda.

– Acesse o site do SOS Mulher pelo endereço **https://www.sosmulher.sp.gov.br/** e baixe o aplicativo.

– Ligue 190: esse é o número da Polícia Militar. Caso você ou alguém esteja em perigo, ligue imediatamente para esse número e informe o endereço onde a vítima se encontra.

– Disque 100: nesse número você pode denunciar e pedir ajuda em casos de violência contra crianças e adolescentes, é gratuito, funciona 24 horas por dia e a denúncia pode ser anônima.

GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
Secretaria da Educação