Currículo em **Ação**

MATEMÁTICA

ENSINO FUNDAMENTAL
ANOS FINAIS
CADERNO DO PROFESSOR

1º SEMESTRE

Programa de Enfrentamento à Violência contra Meninas e Mulheres da Rede Estadual de São Paulo

NÃO SE ESQUEÇA!

Buscamos uma escola cada vez mais acolhedora para todas as pessoas. Caso você vivencie ou tenha conhecimento sobre um caso de violência, denuncie.

Onde denunciar?

– Você pode denunciar, sem sair de casa, fazendo um Boletim de Ocorrência na internet, no site: https://www.delegaciaeletronica.policiacivil.sp.gov.br.

– Busque uma Delegacia de Polícia comum ou uma Delegacia de Defesa da Mulher (DDM). Encontre a DDM mais próxima de você no site http://www.ssp.sp.gov.br/servicos/mapaTelefones.aspx.

– Ligue 180: você pode ligar nesse número - é gratuito e anônimo - para denunciar um caso de violência contra mulher e pedir orientações sobre onde buscar ajuda.

– Acesse o site do SOS Mulher pelo endereço https://www.sosmulher.sp.gov.br/ e baixe o aplicativo.

– Ligue 190: esse é o número da Polícia Militar. Caso você ou alguém esteja em perigo, ligue imediatamente para esse número e informe o endereço onde a vítima se encontra.

– Disque 100: nesse número você pode denunciar e pedir ajuda em casos de violência contra crianças e adolescentes, é gratuito, funciona 24 horas por dia e a denúncia pode ser anônima.

GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
Secretaria da Educação

Currículo em **Ação**

CADERNO DO PROFESSOR

MATEMÁTICA

ENSINO FUNDAMENTAL
ANOS FINAIS

1º SEMESTRE

Governo do Estado de São Paulo

Governador
Rodrigo Garcia

Secretário da Educação
Hubert Alquéres

Secretária Executiva
Ghisleine Trigo Silveira

Chefe de Gabinete
Fabiano Albuquerque de Moraes

Coordenadora da Coordenadoria Pedagógica
Viviane Pedroso Domingues Cardoso

Presidente da Fundação para o Desenvolvimento da Educação
Nourival Pantano Júnior

CADERNO DO PROFESSOR

O Caderno do Professor é um documento que, a partir do Currículo Paulista, foi desenvolvido para subsidiar a implementação dos fundamentos que permitam o desenvolvimento integral do estudante e o direito às aprendizagens básicas para todos.

Ele apresenta um conjunto de cadernos por área de conhecimento, organizados em períodos bimestrais, que podem ser adaptados conforme o desenvolvimento das atividades realizadas pelo professor com seus alunos.

Para cada caderno, são apresentadas orientações pedagógicas, metodológicas e de recursos didáticos, conjunto de competências e habilidades a serem desenvolvidas no percurso escolar, incluindo em seus tópicos a avaliação e a recuperação.

Além de apoiar a prática pedagógica, oferece fundamentos importantes para as ações de acompanhamento pedagógico e de formação continuada a serem desenvolvidas pelos Professores Coordenadores, pelos Supervisores de Ensino, pelos Diretores do Núcleo Pedagógico e pelos Professores Coordenadores do Núcleo Pedagógico, alinhando-se ao planejamento escolar e a outros instrumentos de apoio pedagógicos.

Sua implementação apoia-se na experiência docente, contando com o apoio e com a avaliação desses, para sua melhoria e construção de novas orientações e materiais.

SUMÁRIO

INTEGRANDO O DESENVOLVIMENTO SOCIOEMOCIONAL AO TRABALHO PEDAGÓGICO 6

6º Ano 12

7º Ano 90

8º Ano 167

9º Ano 248

INTEGRANDO O DESENVOLVIMENTO SOCIOEMOCIONAL AO TRABALHO PEDAGÓGICO

A educação integral exige um olhar amplo para a complexidade do desenvolvimento integrado dos estudantes e, também, para sua atuação na sociedade contemporânea e seus cenários complexos, multifacetados e incertos. Nesse sentido, o desenvolvimento pleno dos estudantes acontece quando os aspectos socioemocionais são trabalhados intencionalmente na escola, de modo integrado às competências cognitivas.

É importante ressaltar que a divisão semântica que se faz com o uso dos termos cognitivo e socioemocional não representa uma classificação dicotômica. É uma simplificação didática já que, na aprendizagem, essas instâncias (cognitiva e socioemocional) são simultaneamente mobilizadas, são indissociáveis e se afetam mutuamente na constituição dos sujeitos.

O QUE SÃO COMPETÊNCIAS SOCIOEMOCIONAIS?

As competências socioemocionais são definidas como as capacidades individuais que se manifestam de modo consistente em padrões de pensamentos, sentimentos e comportamentos. Ou seja, elas se expressam no modo de sentir, pensar e agir de cada um para se relacionar consigo mesmo e com os outros, para estabelecer objetivos e persistir em alcançá-los, para tomar decisões, para abraçar novas ideias ou enfrentar situações adversas.

Durante algum tempo, acreditou-se que essas competências eram inatas e fixas, sendo a primeira infância o estágio ideal de desenvolvimento. Hoje, sabe-se que as competências socioemocionais são maleáveis e quando desenvolvidas de forma intencional no trabalho pedagógico impactam positivamente a aprendizagem.

Além do impacto na aprendizagem, diversos estudos multidisciplinares têm demonstrado que as pessoas com competências socioemocionais mais desenvolvidas apresentam experiências mais positivas e satisfatórias em diferentes setores da vida, tais como bem-estar e saúde, relacionamentos, escolaridade e no mercado de trabalho.

QUAIS SÃO AS COMPETÊNCIAS SOCIOEMOCIONAIS E COMO ELAS SE ORGANIZAM

Ao longo de 40 anos, foram identificadas e analisadas mais de 160 competências sociais e emocionais. A partir de estudos estatísticos, chegou-se a um modelo organizativo chamado de Cinco Grandes Fatores que agrupa as características pessoais conforme as semelhanças entre si, de forma abrangente e parcimoniosa. A estrutura do modelo é composta por 5 macrocompetências e 17 competências específicas. Estudos em diferentes países e culturas encontraram essa mesma estrutura, indicando robustez e validade ao modelo.

MACRO COMPETÊNCIA	COMPETÊNCIA	DEFINIÇÃO
Abertura ao novo	**Curiosidade para aprender**	Capacidade de cultivar o forte desejo de aprender e de adquirir conhecimentos, ter paixão pela aprendizagem.
	Imaginação criativa	Capacidade de gerar novas maneiras de pensar e agir por meio da experimentação, aprendendo com seus erros, ou a partir de uma visão de algo que não se sabia.
	Interesse artístico	Capacidade de admirar e valorizar produções artísticas, de diferentes formatos como artes visuais, música ou literatura.
Resiliência Emocional	**Autoconfiança**	Capacidade de cultivar a força interior, isto é, a habilidade de se satisfazer consigo mesmo e sua vida, ter pensamentos positivos e manter expectativas otimistas.
	Tolerância ao estresse	Capacidade de gerenciar nossos sentimentos relacionados à ansiedade e estresse frente a situações difíceis e desafiadoras, e de resolver problemas com calma.
	Tolerância à frustração	Capacidade de usar estratégias efetivas para regular as próprias emoções, como raiva e irritação, mantendo a tranquilidade e serenidade.
Engajamento com os outros	**Entusiasmo**	Capacidade de envolver-se ativamente com a vida e com outras pessoas de uma forma positiva, ou seja, ter empolgação e paixão pelas atividades diárias e a vida.
	Assertividade	Capacidade de expressar, e defender, suas opiniões, necessidades e sentimentos, além de mobilizar as pessoas, de forma precisa.
	Iniciativa Social	Capacidade de abordar e se conectar com outras pessoas, sejam amigos ou pessoas desconhecidas, e facilidade na comunicação
Autogestão	**Responsabilidade**	Capacidade de gerenciar a si mesmo a fim de conseguir realizar suas tarefas, cumprir compromissos e promessas que fez, mesmo quando é difícil.
	Organização	Capacidade de organizar o tempo, as coisas e as atividades, bem como planejar esses elementos para o futuro.
	Determinação	Capacidade de estabelecer objetivos, ter ambição e motivação para trabalhar duro, e fazer mais do que apenas o mínimo esperado.
	Persistência	Capacidade de completar tarefas e terminar o que assumimos e/ou começamos, ao invés de procrastinar ou desistir quando as coisas ficam difíceis ou desconfortáveis.
	Foco	Capacidade de focar — isto é, de selecionar uma tarefa ou atividade e direcionar toda nossa atenção apenas à tarefa/atividade “selecionada”.

Amabilidade	**Empatia**	Capacidade de usar nossa compreensão da realidade para entender as necessidades e sentimentos dos outros, agir com bondade e compaixão, além do investir em nossos relacionamentos prestando apoio, assistência e sendo solidário.
	Respeito	Capacidade de tratar as pessoas com consideração, lealdade e tolerância, isto é, demonstrar o devido respeito aos sentimentos, desejos, direitos, crenças ou tradições dos outros.
	Confiança	Capacidade de desenvolver perspectivas positivas sobre as pessoas, isto é, perceber que os outros geralmente têm boas intenções e, de perdoar aqueles que cometem erros.

Você sabia? O componente Projeto de Vida desenvolve intencionalmente as 17 competências socioemocionais ao longo dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Em 2019, foi realizada uma escuta com os professores da rede para priorizar quais competências seriam foco de desenvolvimento em cada ano/série. A partir dessa priorização, a proposta do componente foi desenhada, tendo como um dos pilares a avaliação formativa com base em um instrumento de rubricas que acompanha um plano de desenvolvimento pessoal de cada estudante.

COMO INTEGRAR AS COMPETÊNCIAS SOCIOEMOCIONAIS AO TRABALHO PEDAGÓGICO

Um dos primeiros passos para integrar as competências socioemocionais ao trabalho com os conteúdos do componente curricular é garantir a intencionalidade do desenvolvimento socioemocional no processo. Evidências indicam que a melhor estratégia para o trabalho intencional das competências socioemocionais se dá por meio de um planejamento de atividades que seja SAFE – sequencial, ativo, focado e explícito:

SEQUENCIAL	ATIVO	FOCADO	EXPLÍCITO
Percurso com Situações de aprendizagem desafiadoras, de complexidade crescente e com tempo de duração adequado.	*As competências socioemocionais são desenvolvidas por meio de vivências concretas e não a partir de teorizações sobre elas. Para isso, o uso de metodologias ativas é importante.*	*É preciso trabalhar intencionalmente uma competência por vez, durante algumas aulas. Não é possível desenvolver todas as competências socioemocionais simultaneamente.*	*Para instaurar um vocabulário comum e um campo de sentido compartilhado com os estudantes, é preciso explicitar qual é competência foco de desenvolvimento e o seu significado.*

Desenvolver intencionalmente as competências socioemocionais não se refere a “dar uma aula sobre a competência”. Apesar de ser importante conhecer e apresentar aos estudantes quais são as competências trabalhadas e discutir com eles como elas estão presentes no dia a dia, o desenvolvimento de competências socioemocionais acontece de modo experiencial e reflexivo. Portanto, ao preparar a estratégia das aulas, é importante considerar como oferecer mais oportunidades para que os estudantes mobilizem a competência em foco e aprendam sobre eles mesmos ao longo do processo.

Matemática

6º ANO - 1º BIMESTRE

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 1

CONVERSA COM O PROFESSOR

Inicie uma conversa com os estudantes sobre os diferentes sistemas de numeração de algumas civilizações. Contando a história dessas civilizações, é possível que os estudantes compreendam que o desenvolvimento da Matemática se deu pela necessidade de o homem se organizar em sociedade. Explorar as estruturas dos diferentes sistemas de numeração, conhecendo seus símbolos, a base para contagem e as operações envolvidas, poderá favorecer a compreensão e contribuir para comparar os diferentes sistemas de numeração. Você pode contar um pouco da história de cada civilização, organizando uma roda de conversa para que os estudantes também possam se expressar, compartilhando experiências com histórias ou situações que envolveram os números.

ATIVIDADE 1 – SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

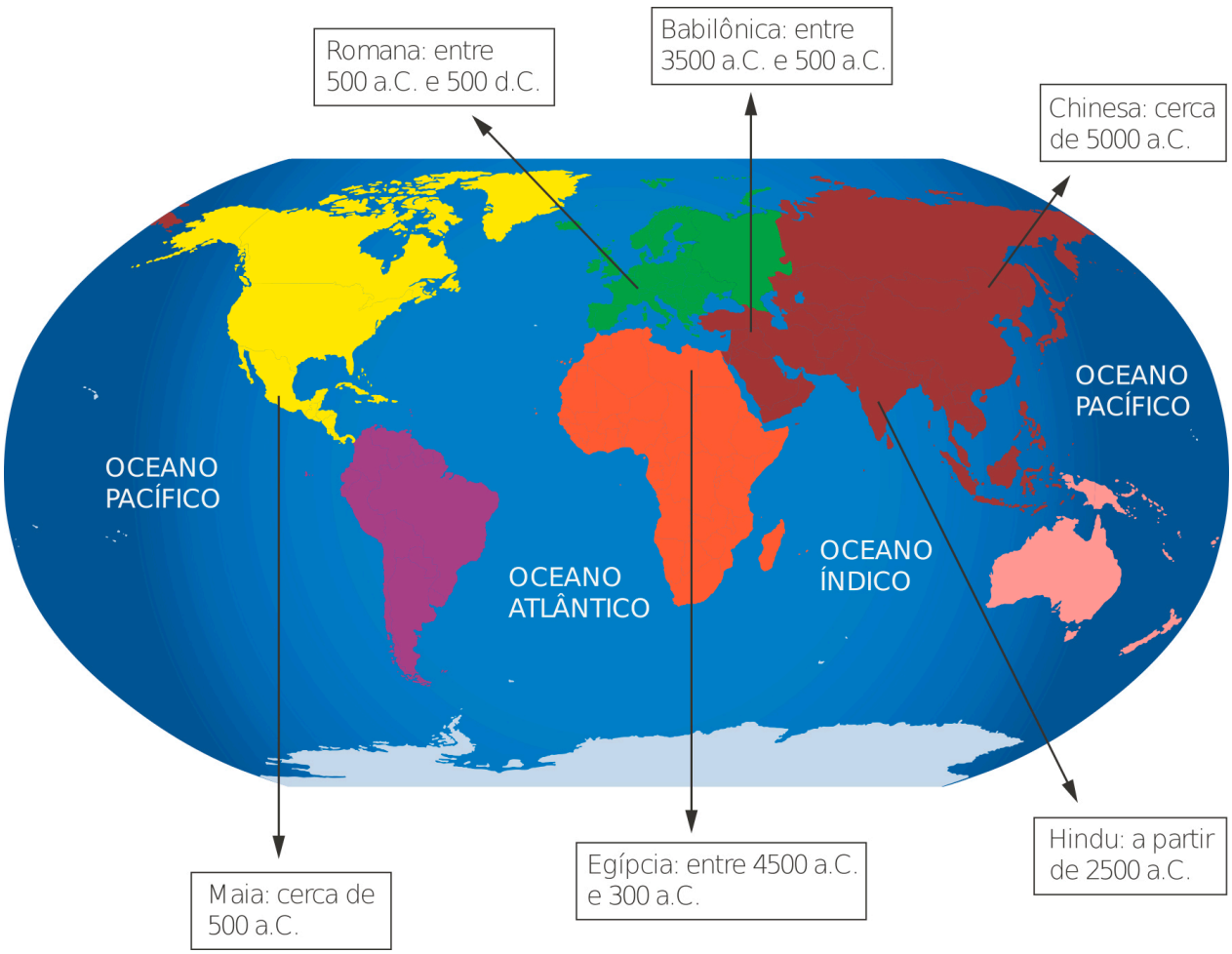
1.1 OS NÚMEROS E A HISTÓRIA

Objetivo: *Reconhecer que a Matemática é fruto do desenvolvimento humano a partir do estudo dos diferentes sistemas de numeração de algumas civilizações.*

Conversa inicial: *Converse com os estudantes que historicamente, o rio Nilo teve uma grande influência na civilização egípcia, pois era uma região rodeada de desertos, com clima quente e seco. A região próxima ao rio Nilo recebia água do rio durante todo o ano e, no período de chuvas, o rio transbordava, inundando as terras. Quando a enchente passava, ficavam as camadas de limo fertilizante, favorecendo a agricultura. Os egípcios utilizavam a água para irrigar as plantações. Provavelmente, as dificuldades que enfrentam com as questões da terra favoreceram o desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos. Por volta de 3000 a.C., os egípcios criaram um sistema de numeração, utilizando os símbolos que constam nesta Situação de Aprendizagem.*

AS CIVILIZAÇÕES E OS SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

As primeiras grandes civilizações se desenvolveram próximas às margens dos rios. Algumas delas tinham conhecimento em Matemática e, provavelmente, muitas desenvolveram seus próprios sistemas de numeração. As civilizações que mais contribuíram para o desenvolvimento da Matemática foram: egípcia, babilônica, romana, chinesa, maia e hindu. Vamos tratar dessas civilizações e suas contribuições para o sistema de numeração.

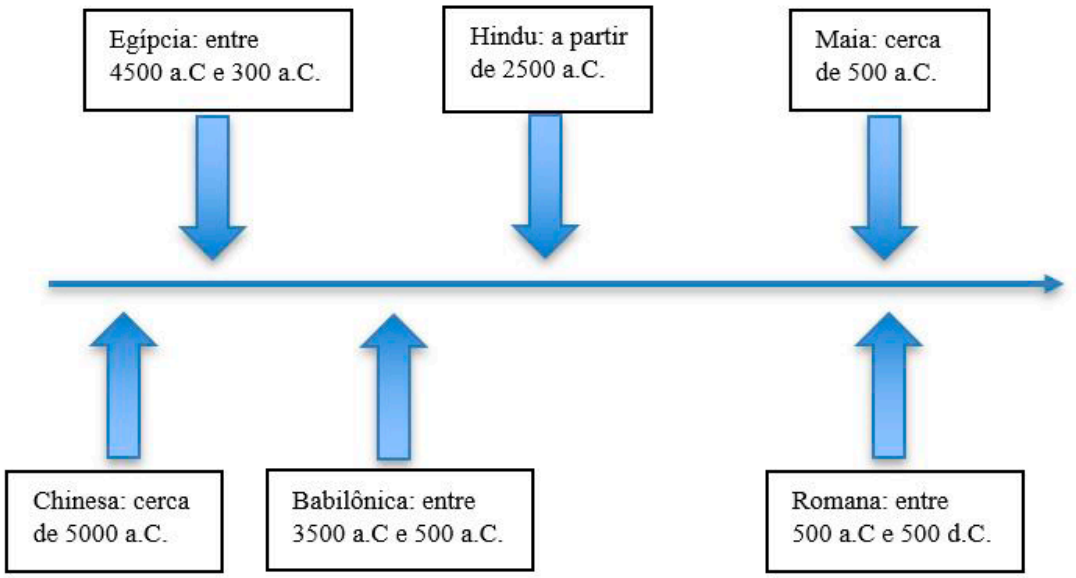


Fonte: Pixabay. Disponível em: **https://pixabay.com/pt/vectors/mapa-do-mundo-continentes-%C3%A1frica-151576/**.

Os sistemas de numeração variavam de civilização para civilização, apresentando diferenças em alguns aspectos principais quanto à base e quanto à estrutura.

Com base na leitura do texto acima, construa uma linha do tempo, identificando as principais civilizações que contribuíram para o desenvolvimento da Matemática.

Uma possível resposta



Fonte: elaborado pelos autores.

1.2 Por volta de 3000 a.C., os egípcios criaram um sistema de numeração, utilizando os seguintes símbolos:

Valor	Significado	Símbolo
1	Bastão	
10	Calcanhar	
100	Rolo de corda	
1000	Flor de lótus	
10 000	Dedo dobrado	
100 000	Peixe	
1 000 000	Homem ajoelhado (deus do sem-fim)	

Regras de combinação desses símbolos	
38 	38 
162 	162 

Fonte: elaborado pelos autores.

Analise as combinações acima e escreva os números 58 e 126, utilizando o sistema de numeração egípcio. Escreva sobre as características do sistema de numeração egípcio.

58 –  *126 –* 

Características: Apenas sete símbolos para representar os números "chaves". A base de contagem era 10. O sistema não é posicional, é aditivo e não tem símbolo para representar o zero.

ATIVIDADE 2 – SISTEMA DE NUMERAÇÃO BABILÔNICO

Objetivo: *Explorar o sistema babilônico para compreender como utilizavam somente dois símbolos para registrar os números.*

Conversa inicial: *Esse sistema é interessante, pois era inédito para a época por ser posicional e bastante complicado, pois o cravo ora podia representar a unidade, ora o número de grupos de 60.*

Na localização atual do Iraque, em 2000 a.C. existia a Mesopotâmia. A base de contagem era 60 e utilizavam apenas dois símbolos para a representação dos números; o zero não era representado.

Valor	Significado	Símbolo
1	Cravo (unidade)	
10	Asna (dezena)	

Fonte: elaborado pelos autores.

Analise as combinações acima e escreva os números 17 e 23, utilizando o sistema de numeração babilônico. Escreva sobre as características do sistema de numeração babilônico.

17 –  *23 –* 

Características: Usava a base 60; tinha apenas dois símbolos para representar os números; era posicional, aditivo e multiplicativo; não tinha símbolo para representar o zero.

ATIVIDADE 3 – SISTEMA DE NUMERAÇÃO ROMANO

Objetivo: *Reconhecer o sistema de numeração romano e os símbolos que o compõe.*

Conversa inicial: *Converse com os estudantes sobre a grande influência do sistema de numeração romana na nossa civilização. Apesar de ter sido utilizado pelos povos ocidentais durante vários séculos, não era muito prático.*

Foi na Península Itálica, atual Itália, que se desenvolveu a civilização romana. Os romanos deram várias contribuições, como o sistema de numeração romano.

Símbolo	I	V	X	L	C	D	M
Valor	1	5	10	50	100	500	1000

Regras de combinação desses símbolos		
56 LVI	328 CCCXXVIII	474 CDLXXIV
215 CCXV	1671 MDCLXXI	2984 MMCMLXXXIV

Fonte: elaborado pelos autores.

Analise as combinações acima e escreva os números 178 e 2345 utilizando o sistema de numeração romano. Escreva sobre as características do sistema de numeração romano.

178 – CLXXVIII 2345 – MMCCCXLV

Características: usa a base 10; tem sete símbolos: I, V, X, L, C, D e M; é posicional: IV é diferente de VI; é aditivo e subtrativo; não possui símbolo para o zero.

ATIVIDADE 4 – SISTEMA DE NUMERAÇÃO CHINÊS

Objetivo: *Compreender que no sistema de numeração chinês não há algarismos, mas 13 símbolos.*

Conversa inicial: *Inicie uma conversa sobre a criação, há mais de três mil anos, de um sistema de numeração com 13 caracteres que são utilizados até os dias de hoje pelos chineses. Não são "algarismos", mas caracteres da escrita chinesa.*

Entre os rios Huang-Ho (Amarelo) e Yang Tsé-kiang (Azul), desenvolveu-se uma das mais antigas civilizações, a chinesa. Esse povo se ocupava com o estudo da Astronomia e da Matemática.

Símbolo	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	百
Valor	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100

Regras de combinação desses símbolos	
57	五十七
250	二百五十

Fonte: elaborado pelos autores.

Analise as combinações acima e escreva os números 48 e 342, utilizando o sistema de numeração chinês. Escreva sobre as características do sistema de numeração chinesa.

48 – 四十八 342 – 三百四十二

Características: Não há algarismos, mas 13 caracteres. Base 10. O sistema é posicional, pois é aditivo e multiplicativo. Professor, solicite aos estudantes pesquisarem como são os números 1000 e 10 000 no sistema chinês de numeração.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 2

CONVERSA COM O PROFESSOR

Nessa Situação de Aprendizagem, inicie com a história das contagens. Trabalhe a composição e decomposição dos números. O quadro de valor posicional será importante para que os estudantes observem a posição dos números, relacionando-os à forma de leitura e de escrita dos números naturais.

Após o desenvolvimento das atividades, espera-se que os estudantes sejam capazes de resolver e elaborar problemas que envolvam o sistema de numeração decimal.

Durante esse processo, sugere-se verificar se os estudantes utilizam adequadamente o quadro do valor posicional e se reconhecem e compreendem a estrutura do sistema de numeração decimal. Pode-se verificar se observaram a representação do número na forma decimal. O acompanhamento, após cada atividade desenvolvida, busca facilitar as intervenções imediatas e as dificuldades específicas em cada atividade.

Espera-se, ainda, que os estudantes compreendam a estrutura do Sistema de Numeração Decimal fazendo a leitura e a escrita de números de qualquer ordem e grandeza. Assim, antes da atividade, discuta com os estudantes a organização do quadro de ordens e classes, com exemplos na lousa e posteriormente solicitar que, em duplas, respondam às questões.

ATIVIDADE 1 – SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

Objetivo: *Reconhecer o sistema de numeração decimal e suas características.*

Conversa inicial: *Peça aos estudantes que, em duplas, leiam a história em quadrinhos e, em seguida, numa roda de conversa, explore o que os estudantes compreenderam da história.*

Você pode fazer perguntas como: Alguém sabe alguma história sobre a origem dos números? Para que servem os números? Você pode explorar as respostas dos estudantes. Discuta sobre a ideia de agrupamentos. Circule pela sala, observando como os estudantes completam as igualdades com a composição e decomposição dos números.

O ato de contar sempre esteve na natureza humana. Quando o ser humano passou a se dedicar à agricultura e à domesticação de animais, surgiram, provavelmente, as primeiras noções de quantidade, medidas e formas de representá-las.

<table>
<tr>
<td>*Meu rebanho de ovelhas aumentou! Preciso organizar uma forma de contar quantas ovelhas retornam depois que ficam soltas no campo.*
</td>
<td>*Para cada ovelha associo uma pedrinha: 1, 2, 3 ovelhas, 3 pedrinhas!*
</td>
</tr>
<tr>
<td>*Coloco nessa cova as pedrinhas conforme a quantidade de ovelhas.*
</td>
<td>*A cada dez pedrinhas troco por uma pedra maior, colocando essa nova pedra na outra cova à esquerda. Assim consigo controlar a quantidade de ovelhas!*
</td>
</tr>
</table>

Ilustração: Malko Miranda

1.1 De acordo com a ideia apresentada no texto, responda:

a) Se o pastor contasse 50 ovelhas, quantos agrupamentos de 10 pedrinhas teria?

O pastor teria 5 agrupamentos de 10 pedrinhas.

b) Se o pastor contasse 245 ovelhas, como ele poderia agrupar as pedrinhas?

Seriam 24 grupos de 10 pedrinhas e um grupo de 5 pedrinhas. Outras possibilidades de agrupamentos podem aparecer.

c) E se contasse 96 ovelhas? Quantos seriam os agrupamentos de 10 pedrinhas?

Teríamos 9 agrupamentos de 10 pedrinhas e um grupo de 6 pedrinhas.

A leitura compartilhada com a sala, pode deixar o estudante público-alvo da educação especial disperso. Caso isso ocorra, enquanto os demais estudantes desenvolvem suas atividades, repita a leitura. Se possível, leia a atividade e explique o enunciado sempre de forma simples e objetiva. É possível utilizar materiais manipuláveis para a contagem, diferenciando-os pelo formato e classificando-os, inicialmente, em unidade e dezena.

Para o item 1.1. a), inclua o estudante na atividade, estimule sua participação na conversa e pergunte, por exemplo, quais números reconhece, qual a data de seu nascimento ou sua idade. Questione sobre como os números são apresentados de forma simples em seu cotidiano.

Para o estudante com Deficiência ou Transtorno do Espectro Autista, o objetivo é o agrupamento, ou seja, que ele perceba que, a cada dez unidades, formará uma dezena; caso ele avance, apresente os agrupamentos de centena e milhar, ou os cálculos propostos no exercício.

A atividade para o estudante com altas habilidades ou superdotação será suplementar, entretanto, este estudante pode apresentar facilidade em realizar cálculos mentais e não conseguir transcrevê-lo no papel. Solicite que explique como chegou ao resultado. Caso a atividade seja muito fácil, proponha mais desafios ou desenvolva atividades mais complexas.

Talvez o termo “natural” tenha sido atribuído a esses números pelo fato de serem utilizados para contar objetos reais, aqueles que existem na natureza.

O conjunto de todos os números naturais é representado pelo símbolo $\mathbb{N}$:



ILUSTRAÇÃO: MAURO MIRANDA DOS SANTOS

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, ...\}$. O que você observa na formação desse conjunto numérico?

Resposta pessoal, porém, uma possível resposta é que o conjunto dos números naturais é formado por todos os números inteiros não negativos.

ATIVIDADE 2 – O QUADRO DE VALOR POSICIONAL

Objetivo: *Compreender a estrutura do Sistema de Numeração Decimal, realizando a leitura e a escrita de números de qualquer ordem e grandeza. Explorar as ordens e as classes.*

Conversa inicial: *Sugerimos discutir com os estudantes, antes da atividade, a organização do quadro de ordens e classes do sistema numérico decimal que utilizamos, com exemplos na lousa.*

Converse com os estudantes que o quadro de valor posicional nos ajuda a identificar as ordens e as classes dos números. Assim, podemos compreender a ordem de grandeza dos números: a cada três ordens, forma-se uma classe.

O quadro de valor posicional nos ajuda a identificar as ordens e as classes dos números. Assim, podemos compreender sua ordem de grandeza.

Abaixo, veja como o número 5 462 901 está registrado no quadro de valor posicional.

Classes → / Ordens →	Milhões			Milhares			Unidades simples		
	Centenas	Dezenas	Unidades	Centenas	Dezenas	Unidades	Centenas	Dezenas	Unidades
			5	4	6	2	9	0	1

2.1 Quantas classes e ordens tem esse número? Escreva-o por extenso.
São 3 classes e 7 ordens.
Cinco milhões, quatrocentos e sessenta e dois mil e novecentos e um.

2.2 Agora escreva um número com 9 ordens e que tenha apenas 3 algarismos repetidos.
Resposta pessoal, respeitando as 9 ordens: exemplo 999 875 312

2.3 Compare esse número com o do quadro acima. Ele é maior ou menor? Por quê?
Independentemente do número registrado na atividade anterior, será maior pois possui duas classes a mais.

2.4 Faça um quadro de valor posicional e registre os números 20 356 787; 1 983 006; 500 987 021 e 60 029. Depois, leia e escreva por extenso esses números.

Milhões			Milhares			Unidades		
Centenas	Dezenas	Unidades	Centenas	Dezenas	Unidades	Centenas	Dezenas	Unidades
	2	0	3	5	6	7	8	7
		1	9	8	3	0	0	6
5	0	0	9	8	7	0	2	1
				6	0	0	2	9

20 356 787 – Vinte milhões, trezentos e cinquenta e seis mil, setecentos e oitenta e sete.
1 983 006 – Um milhão, novecentos e oitenta e três mil e seis.
500 987 021 – Quinhentos milhões, novecentos e oitenta e sete mil e vinte e um.
60 029 –Sessenta mil e vinte e nove.

2.5 Ao realizar agrupamentos de acordo com o Sistema de Numeração Decimal, é possível representar a decomposição de um número, como:

$1592 = 1 \cdot 1000 + 5 \cdot 100 + 9 \cdot 10 + 2.$

Em seu caderno, faça a decomposição dos números: 598, 962, 75895.

a) $598 = 5 \cdot 100 + 9 \cdot 10 + 8$
b) $962 = 9 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 2$
c) $75\,895 = 7 \cdot 10\,000 + 5 \cdot 1\,000 + 8 \cdot 100 + 9 \cdot 10 + 5$

ATIVIDADE 3 – EXPLORANDO OS NÚMEROS

Objetivo: *Explorar a escrita e a leitura dos números naturais de qualquer grandeza.*

Conversa inicial: *Inicie uma conversa sobre a possibilidade de escrever números diferentes, usando os algarismos de 0 a 9. Para isso, registre os algarismos de 0 a 9 e explore a formação de alguns números, como por exemplo: 1 986, 12 345, 19 067, 5 007. Você pode ainda discutir com a turma sobre a composição e decomposição desses números, questionando sobre qual é o maior e o menor número formado e a função do zero, quando escrevemos um número. Explore as diferentes posições do zero e seus significados.*

3.1 Use os algarismos 0, 8, 2, 9, 1 e 3, sem repeti-los, e forme números conforme solicitado.

a) Escreva o maior número natural.
98 3210

b) Escreva o menor número natural.
012 389

3.2 Com os algarismos 0, 1, 3, 4, 5 e 8, responda os itens a seguir:

a) Usando todos os algarismos e sem repeti-los, qual o maior número pode ser formado? E o menor?
85 4310 e 013 458

b) Escolha um algarismo e escreva cinco números, sem algarismos repetidos, que podem ser formados começando por ele. Depois, coloque os números escritos em ordem crescente.

O estudante poderá escolher qualquer número entre 0, 8, 2, 9, 1, 3, em seguida ele deverá escrever cinco números e colocá-los em ordem crescente.

ATIVIDADE 4 – PARA ALÉM DOS MILHARES...

Objetivo: *Comparar e ordenar grandes valores numéricos.*

Conversa inicial: *Inicie, solicitando a leitura do texto e dos dados apresentados no quadro. Você pode explorar o quadro fazendo perguntas como: Quantos são os habitantes de São Paulo? E do Rio de Janeiro? Qual é a capital que tem a população de 2 512 070 pessoas? Qual o número de habitantes de Brasília? Em seguida, peça que, em duplas, respondam às questões da atividade. Circule pela sala, observando como os estudantes estão procedendo para responder às questões e ao final, peça às duplas que socializem suas respostas.*

NOTÍCIAS DO INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA – IBGE

O IBGE divulgou as estimativas das populações residentes em alguns municípios brasileiros, com data de referência em 1º de julho de 2019. Estimou-se que o Brasil, em 2019, teria aproximadamente 210,5 milhões de habitantes. O quadro abaixo apresenta a população das capitais das regiões Sudeste e Centro-Oeste do Brasil.

Região Sudeste	
Capital	**População**
São Paulo	12 252 023
Vitória	362 097
Rio de Janeiro	6 718 903
Belo Horizonte	2 512 070

Região Centro-Oeste	
Capital	**População**
Campo Grande	895 982
Cuiabá	612 512
Goiânia	1 516 113
Brasília	3 015 268

Fonte:BGE. Disponível em **https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-sala-de-imprensa/2013-agencia-de-noticias/releases/25278-ibge-divulga-as-estimativas-da-populacao-dos-municipios-para-2019**.

De acordo com as informações das tabelas, responda:

a) Dessas capitais, qual possui a maior população? E a menor?

A maior população é a de São Paulo e a menor de Vitória.

b) Escreva por extenso, o número de habitantes das capitais mais populosas de cada região, identificando-as.

Região Sudeste-São Paulo: doze milhões, duzentos e cinquenta e dois mil e vinte e três habitantes.
Região Centro-Oeste-Brasília: três milhões, quinze mil e duzentos e sessenta e oito habitantes.

c) Qual das duas regiões tem a maior população?

Região Sudeste.

d) Qual é o total da população das capitais Rio de Janeiro, Vitória e Belo Horizonte? Compare com o número de habitantes de São Paulo.

Total: 9 593 070. São Paulo possui maior população do que a soma das cidades solicitadas.

ATIVIDADE 5 – DOS NATURAIS AOS RACIONAIS

Objetivo: *Explorar a ampliação dos conjuntos numéricos, dos naturais para os racionais em sua representação decimal.*

Conversa inicial: *Você pode iniciar, conversando com os estudantes a respeito dos Números Racionais presentes no cotidiano. Apresente na lousa, cartaz ou slides, os seguintes números: R$ 2,99; 1,5 litros; 0,150 kg, 1,60 m. Você pode fazer perguntas como: Em quais situações esses números aparecem? Explore as respostas dos estudantes, destacando a importância desses números no nosso dia a dia, para expressar o sistema monetário, unidades de medidas de comprimento, massa, capacidade, temperatura entre outras grandezas. Amplie as discussões com o quadro de valor posicional, apresentado as partes não inteiras, questionando sobre o valor posicional de cada algarismo em escritas como 1,275, a fim de que os estudantes percebam a parte inteira e as não inteiras (décimos, centésimos, milésimos), de um número racional escrito na representação decimal.*

Ao trabalhar o quadro de valor posicional, o objetivo é que os estudantes compreendam a estrutura do Sistema de Numeração Decimal, fazendo a leitura e a escrita de números de qualquer ordem e grandeza. Assim, você pode, antes da atividade, discutir com os estudantes, a organização do quadro de ordens e classes, com exemplos na lousa e, posteriormente, solicitar que, em duplas, respondam as questões.



Para as atividades envolvendo o valor posicional do Sistema de Numeração Decimal, é possível utilizar as fichas sobrepostas; confeccionar as fichas solicitadas nas atividades, para a composição e decomposição dos números.

5.1 Sempre que multiplicarmos um número por 10, cada algarismo passa a ocupar a ordem imediatamente superior: 47 · 10 = 470.

Quando dividimos um número por 10, cada algarismo passa a ocupar a ordem imediatamente inferior: 47 ÷ 10 = 4,7.

É possível utilizar o quadro de valor posicional para organizar a escrita dos números racionais representados na forma decimal.

a) Em seu caderno, faça o quadro de valor posicional e registre os números 34,5; 28,79; 456,789; 34,21; 324,506.

PARTE INTEIRA						PARTE DECIMAL		
C milhar	D milhar	U milhar	C	D	U	Décimos	Centésimos	Milésimos
				3	*4*	*5*		
				2	*8*	*7*	*9*	
			4	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*
				3	*4*	*2*	*1*	
			3	*2*	*4*	*5*	*0*	*6*

b) Agora escreva por extenso os números do quadro de valor posicional.

34,5 – Trinta e quatro inteiros e cinco décimos.
28,79 – Vinte e oito inteiros e setenta e nove centésimos.
456,789- Quatrocentos e cinquenta e seis inteiros e setecentos e oitenta e nove milésimos.
34,21 –Trinta e quatro inteiros e vinte e um centésimos.
324,506 – Trezentos e vinte e quatro inteiros e quinhentos e seis milésimos.

5.2 Organize os números a seguir, em ordem crescente, e indique o maior e o menor número:

1,4	42,53	21,8	0,19	54	2,03	148	56,22

Explique qual critério você utilizou para organizar os números na ordem crescente.

0,19; 1,4; 2,03; 21,8; 42,53; 54; 56,22; 148. O número maior é o 148 e o menor o 0,19.

5.3 Considere o número 132,49 e responda as perguntas:

a) O que é valor posicional?

Valor posicional é o valor correspondente do algarismo, na classe que ocupa.

b) Qual é o valor posicional de cada algarismo do número 132,49?

São, respectivamente: 1 centena, 3 dezenas, 2 unidades, 4 décimos e 9 centésimos.

5.4 Beatriz percebeu que é possível decompor um número, de acordo com o valor posicional dos algarismos. Observe o raciocínio de Beatriz:

$$1225{,}50 = 1 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 5 \cdot 1 + 5 \cdot 0{,}1$$

Agora é com você, faça a decomposição dos números abaixo, conforme o procedimento descrito por Beatriz.

2,49	157,98	5,7	2,5	2,257	1234,987	7,908

- *$2{,}49 = 2 \cdot 1 + 4 \cdot 0{,}1 + 9 \cdot 0{,}01$*
- *$157{,}98 = 1 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 7 \cdot 1 + 9 \cdot 0{,}1 + 8 \cdot 0{,}01$*
- *$5{,}7 = 5 \cdot 1 + 7 \cdot 0{,}1$*
- *$2{,}5 = 2 \cdot 1 + 5 \cdot 0{,}1$*
- *$1234{,}987 = 1 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 4 \cdot 1 + 9 \cdot 0{,}1 + 8 \cdot 0{,}01 + 7 \cdot 0{,}001$*
- *$7{,}908 = 7 \cdot 1 + 9 \cdot 0{,}1 + 0 \cdot 0{,}01 + 8 \cdot 0{,}001$*

ATIVIDADE 6 – LINHA DO TEMPO

Objetivo: *Organizar fatos em uma linha de tempo, ordenando os números naturais.*

Conversa inicial: *Inicie uma conversa com os estudantes para compartilharem os conhecimentos sobre a Copa do Mundo. Comente que, em História, usa-se muito a linha do tempo para relatar os fatos históricos. Sendo assim, é possível ter um panorama das mudanças ocorridas no tempo estudado. Comente também que a linha do tempo, em geral, é um desenho gráfico, que pode ser uma reta ou um desenho gráfico mais elaborado, indicando as datas de um evento marcadas por pontos indicados na reta numérica, organizando a sequência de fatos, como o evento da Copa do Mundo. Essa é uma linha do tempo em que estão organizados os eventos a partir de 1998 a 2030. Junto aos pontos, além do ano, também são apresentados os resultados de cada Copa do Mundo, indicando qual seleção foi campeã. Sugerimos que peça aos estudantes que construam uma linha do tempo a partir de um evento que consideram importante; pode ser da vida pessoal, ou outro tema que julgarem importante. Verifique se estão seguindo os critérios para essa construção, como dos intervalos serem os mesmos, indicação do tema e localização correta dos eventos correspondentes ao ano. Em seguida, socialize algumas construções, enfatizando os critérios para a elaboração de uma linha do tempo.*

A Copa do Mundo de Futebol é um torneio mundial, organizado pela Federação Internacional de Futebol (FIFA). Este torneio foi disputado pela primeira vez, no Uruguai, entre os dias 13 e 30 de julho de 1930. O Brasil foi campeão da Copa do Mundo FIFA nos anos de 1958, 1962, 1970, 1994 e 2002, e sede deste torneio em 1950 e 2014.

A linha do tempo abaixo representa o período de 1998 a 2030, com destaque nos anos em que ocorreu ou ocorrerá a Copa do Mundo FIFA. Observe, na linha do tempo, os respectivos campeões e responda:



Ilustração: Elaborado pelos autores.

Na linha do tempo não estão registrados todos os anos. Indique quais estão faltando e qual é o intervalo entre as Copas do Mundo.

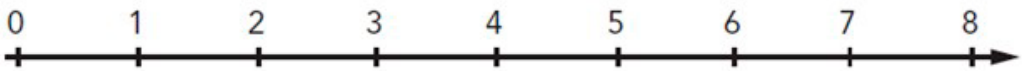
Estão faltando: 2006, 2010 e 2018. O intervalo entre as Copas é de 4 anos.

ATIVIDADE 7 – A RETA NUMÉRICA E OS NÚMEROS NATURAIS

Objetivo: *Localizar os números naturais na reta numérica.*

Conversa inicial: *Em geral, utilizamos as datas cronológicas e históricas, conforme a ordem dos acontecimentos, para elaborar uma linha do tempo.*
Para construir a linha do tempo, é necessário organizar os números em ordem crescente. Vamos estudar sobre essa organização, estudando a reta numérica.
Você pode comentar com os estudantes que, na reta numérica dos números naturais, os intervalos consecutivos são sempre iguais.

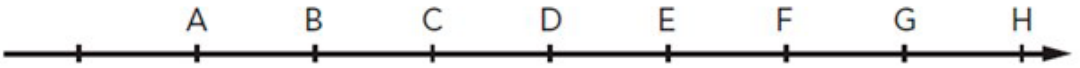
Podemos utilizar a reta numérica para representar os números naturais.



O número zero indica a origem da reta numérica. Fazemos as marcações para indicar a posição do número, de forma que, entre as marcações, tenha o mesmo intervalo.

A seta na reta numérica indica que a sequência dos números naturais é infinita.

Na reta numérica a seguir, cada intervalo entre dois pontos consecutivos tem comprimento maior que uma unidade. O número 2532 é representado pelo ponto que tem a letra C e a letra D representa o número 2535.



7.1 Qual é a letra que representa o número 2544?
Letra G.

7.2 Quais são os números representados pelas letras A e B?
O ponto A representa o número 2526 e o ponto B representa o número 2529.

ATIVIDADE 8 – REPRESENTAÇÃO DECIMAL NA RETA NUMÉRICA

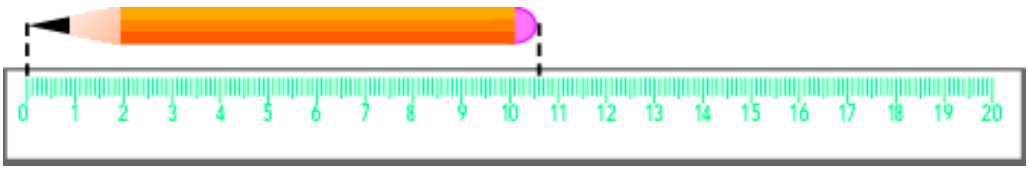
Objetivo: *Localizar números racionais na forma decimal, na reta numérica.*

Conversa inicial: *Converse com os estudantes que, em geral, quando medimos um objeto, não encontramos um número inteiro, como é o caso do lápis indicado na atividade. Solicite que verifiquem na figura, qual foi a medida encontrada. Sugerimos solicitar aos estudantes que meçam objetos que estejam em cima de sua carteira e anotem as medidas de maneira mais precisa possível. Pergunte: Quais medidas foram inteiras? De que forma você anotou as medidas não inteiras?*

Na sequência, proponha que observem as marcações existentes em uma régua. Faça questionamentos, tais como: Que marcações vocês observam na régua? Cada centímetro está dividido em quantas par-

tes? Como esses intervalos podem ser representados numericamente? Você também pode fazer outros questionamentos que possibilitem aos estudantes, perceberem que cada centímetro da régua está subdividido em 10 partes iguais. Proponha que, em duplas, resolvam as atividades propostas. Ao final, socialize as respostas com registros na lousa, a fim de esclarecer possíveis dúvidas da turma sobre a localização dos números racionais, em sua representação decimal, na reta numérica.

8.1 Na sala de aula, a professora solicitou aos alunos que utilizassem a régua para medir o comprimento de alguns objetos. Cinco alunos escolheram medir o comprimento do lápis. Um dos alunos, ao medir o lápis, utilizou uma régua, conforme ilustra a figura abaixo.



Fonte: Pixabay Disponível em: **https://pixabay.com/pt/vectors/desenhar-m%C3%A3o-l%C3%A1pis-escrever-1297723/**.

a Qual foi a medida encontrada pelo aluno?

A medida foi de 10,6 cm.

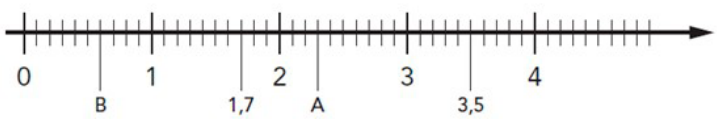
b) Os demais alunos também utilizaram uma régua para medir os lápis. Veja as medidas encontradas:

Coloque em ordem crescente, os valores encontrados pelos cinco alunos.



Esses são os números racionais, na representação decimal. Podemos comparar as medidas encontradas e descobrir qual lápis é o maior.
A ordem crescente é 10,8 < 15,8 < 21,6 < 21,9 cm.
Quando comparamos dois números racionais na forma decimal, primeiro comparamos a parte inteira: maior será aquele em que a parte inteira for maior. Caso a parte inteira seja igual, comparamos a parte decimal: iniciamos pelos décimos, depois os centésimos, depois os milésimos e assim por diante.

8.2 Observe que temos alguns números representados na reta numérica a seguir:



a) Em quantas partes iguais está dividido o intervalo de 0 a 1?

Em 10 partes iguais.

b) Quais números estão representados pelas letras A e B?

A= 2,3; B= 0,6.

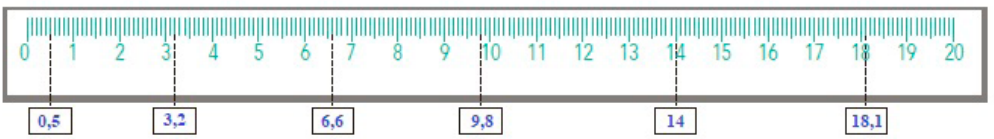
c) Quais números, de acordo com as marcações, estão compreendidos entre 3 e 4?

3,1; 3,2; 3,3; 3,4; 3,5; 3,6; 3,7; 3,8; 3,9.

d) Quais números, de acordo com as marcações, estão compreendidos entre 0 e 1?

0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9.

8.3 Escreva a seguir, quais são os números indicados na ilustração da régua.



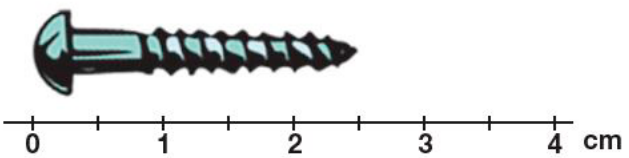
Fonte: Disponível em: **https://pixabay.com/pt/vectors/r%C3%A9gua-escola-matem%C3%A1tica-linear-153419/**.

8.4 Identifique os números representados pelas letras A, B, C e D na reta numérica a seguir e escreva nos quadrinhos cada um deles.



Ilustração: Elaborado pelos autores.

8.5 Um marceneiro precisa de parafusos que atravessem um tampo de mesa de 2,5 centímetros de espessura para afixá-lo em uma base. Ele comprou parafusos com medidas como as da figura abaixo. Qual é a medida dos parafusos que ele comprou? É possível utilizar esses parafusos para realizar o seu trabalho? Justifique.



Fonte: Pixabay.Disponível em: **https://https://pixabay.com/pt/vectors/parafuso-woodscrew-madeira-ferro-159485/**.

Discutir com os estudantes que, para afixar o tampo da mesa na base, o parafuso precisa atravessar a sua espessura. Assim o tamanho do parafuso precisa ter medida superior a 2,5 cm. Como neste caso, a medida do parafuso é 2,5 cm, não será possível fixar o tampo da mesa.

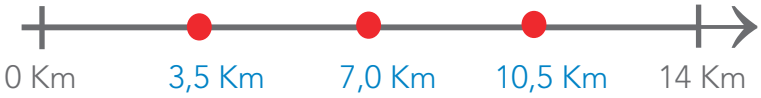
8.6 Em uma corrida com revezamento, em que as provas são disputadas por grupos compostos de quatro atletas, cada um percorre 3,5 km. O total do percurso da corrida é de 14 km. Desenhe uma reta e marque nela os locais em que ocorrem as trocas dos atletas.

Os estudantes deverão dividir a distância apresentada na reta com intervalos de 3,5 cm, utilizando a régua, por exemplo. Sugerimos explorar: A partir de qual ponto você começou a marcar as trocas dos atletas? Quantas trocas foram realizadas? Como você localizou os números na reta?



ILUSTRAÇÃO: MALKO MIRANDA DOS SANTOS

Ilustração:
Malko Miranda



SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 3

CONVERSA COM O PROFESSOR

Esta atividade tem como objetivo, explorar problemas sobre: proporcionalidade, comparação e configuração retangular envolvendo números naturais. Durante a realização desta atividade, você pode circular pela classe, incentivando as duplas e fazendo intervenções que levem os estudantes a refletirem sobre as estratégias pessoais utilizadas, assim como a exploração do cálculo mental. Após a elaboração dos problemas pelas duplas de estudantes, pode ser proposta a troca de problemas, entre as duplas, para resolvê-los

ATIVIDADE 1 – SITUAÇÕES-PROBLEMA

Objetivo: *Explorar as ideias de proporcionalidade, comparação e configuração retangular envolvendo números naturais. Resolver problemas com números naturais.*

Conversa inicial: *Organize a turma em duplas, para que realizem a leitura e resolvam as situações apresentadas. Observe os diferentes procedimentos utilizados pelos estudantes para a resolução do problema e, principalmente, se já utilizam a configuração retangular (multiplicando a quantidade da linha pela quantidade da coluna) ou se, eles ainda apoiam na ideia da soma das parcelas iguais. Depois da socialização das diferentes resoluções, os estudantes deverão elaborar um problema envolvendo as operações de multiplicação e/ou divisão. Durante a realização desta atividade, você pode circular pela classe, incentivando as duplas e fazendo intervenções para que os estudantes reflitam sobre as estratégias pessoais utilizadas, assim como a exploração do cálculo mental.*

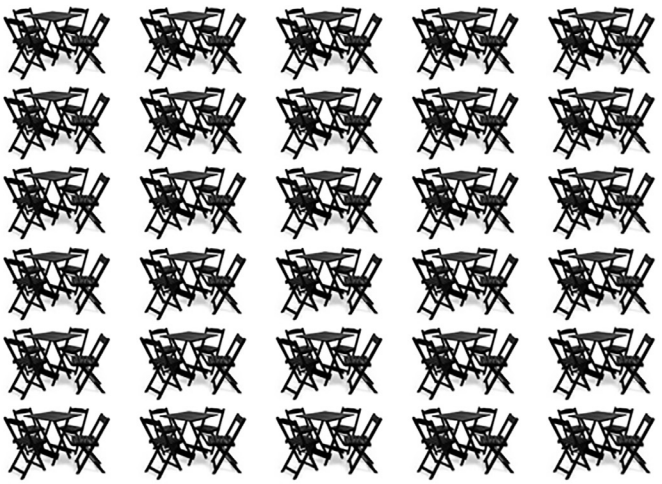
1.1 O seu Joaquim é dono de uma lanchonete e fez suas compras no supermercado de sua cidade, que sempre faz promoções com diferentes produtos. Neste mês, era o suco em garrafa. Na compra de um pacote com 24 garrafas, ganhava-se um pacote com 6. Ele comprou 57 pacotes. Quantos pacotes ele ganhou nessa promoção? Quantas garrafas de suco no total ele levou para a lanchonete?



Ilustração: Malko Miranda dos Santos

Como ele comprou 57 pacotes com 24 garrafas, logo, ganhou 57 pacotes com 6 garrafas de suco.
57 pacotes com 24 garrafas: 57 · 24 = 1368
57 pacotes com 6 garrafas: 57 · 6 = 342
Logo, ele levou um total de 1710 garrafas de suco.

1.2 Em um clube, um conjunto de mesas é composto de uma mesa e quatro cadeiras e estão organizados conforme a figura abaixo. Quantos conjuntos de mesas e cadeiras tem a área de alimentação do clube? Descreva como você resolveu esse problema.



Fonte: Pixabay. Disponível em: **https://br.pinterest.com/pin/362469470015356407/?nic_v2=1a6FzfenV**.

Os estudantes podem falar qual foi a estratégia utilizada para resolver o problema, como contando quantos conjuntos existem na linha e na coluna e multiplicando os dois fatores. Ou ainda, alguns podem dizer que contaram cada conjunto. Escolha estratégias diferentes para discutir com a turma as diferentes resoluções. Nesse momento, trabalhe com a configuração retangular, pois é uma maneira de se obter o resultado, sem contar cada unidade. Para isso, proponha desafios como "e se tivéssemos 1000 cadeiras na linha e 587 na coluna, vocês contariam uma a uma?", talvez esses questionamentos possam proporcionar aos estudantes, que não perceberam essa estratégia, conhecerem outra possibilidade para a resolução de problemas desse tipo.
Uma possível solução: 5 · 6 = 30 (configuração retangular).

1.3 Se todas as mesas estiverem com todos os lugares ocupados, quantas pessoas estarão na lanchonete? Explique como resolveu.

Temos: 5 · 6 = 30 conjuntos, 30 conjuntos com 4 lugares cada, corresponde a 120 pessoas.
Uma possibilidade: contar a quantidade de cadeiras de uma coluna e de uma linha e multiplicar (configuração retangular). Outra possibilidade: o estudante contar cada unidade. Explore outras formas de resolução com os estudantes.

1.4 Nesta atividade, você resolveu três tipos de problema. Agora é a sua vez de elaborar um problema, a partir das situações anteriores resolvidas por você. Troque com seu colega para resolverem. Atenção: o problema deverá conter enunciado, uma pergunta e a resolução. Em seguida, discuta a resolução.

Organize a turma para que possam formular o problema. Oriente-os que, após a elaboração, devem trocar com o colega, para resolver o problema proposto. Socialize as propostas e as resoluções.

ATIVIDADE 2 – EXPRESSÕES NUMÉRICAS

Objetivo: *Interpretar e compreender a organização na resolução de expressões numéricas.*

Conversa inicial: *Converse com os estudantes sobre os procedimentos convencionais para a resolução das expressões numéricas. Inicie o diálogo com a turma, apresentando o problema da professora Clarice, solicitando que analisem as resoluções apresentadas como resposta ao problema para responderem às questões. Nesse momento, após a socialização das respostas, discutir sobre a ordem de resolução em relação às operações. Você pode organizar os estudantes em duplas para a resolução das situações-problema propostas. Circule pela sala, observando e fazendo intervenções com questionamentos sobre os contextos apresentados em cada situação, auxiliando as duplas sobre a organização das expressões numéricas necessárias para a resolução. Ao final, socialize as produções das duplas para validar, ou não, as respostas encontradas.*

2.1 A professora Clarice do 6º ano B propôs o seguinte problema: “Em seu aniversário, Luiz ganhou de sua mãe uma nota de 50 reais e de seu pai seis notas de 10 reais”. Quanto ele ganhou?

André resolveu da seguinte maneira:	Carlos resolveu da seguinte forma:	Ana resolveu da seguinte forma:
50 + 60 = 110 reais.	50 + (6 x 10) 50 + 60 = 110 reais.	(50 + 6) x 10 56 x 10 = 560 reais.

Compare os resultados. Quem acertou a quantia que Luiz ganhou? Justifique os três procedimentos realizados pelos alunos.

André e Carlos acertaram a quantia que Luiz ganhou.
André – provavelmente fez cálculo mental para seis nota de 10 reais, pois ao registrar, escreveu direto os valores a serem adicionados: 50 + 60 = 110 reais.
Carlos – escreveu uma sentença matemática para expressar o cálculo, utilizando os parênteses corretamente: 50 + 6 x 10 = 110.
Ana – escreveu uma sentença matemática, porém colocou os parênteses no lugar errado, gerando o resultado incorreto.
Expressão numérica: 50 + 6 x 10 = 50 + 60 = 110 reais.

2.2 Ricardo, Rodrigo e Ronaldo são irmãos, moram juntos e dividem igualmente as despesas da casa. Ricardo trabalha como vendedor, ganha R$ 3 000,00 fixos mais um quarto de seu salário fixo em comissão mensal. Rodrigo é pintor e recebe R$ 4 230,00 por mês. Ronaldo é auxiliar administrativo e o seu salário mensal corresponde à terça parte do salário de Rodrigo. A despesa total da casa é a quinta parte da soma dos salários dos três irmãos. Qual é o valor total das despesas da casa? Quanto cada um irá pagar?

$$\frac{[3000 + (\frac{1}{4} \cdot 3000) + 4230 + (\frac{1}{3} \cdot 4230)]}{5}$$

$$\frac{[3000 + 750 + 4230 + 1410]}{5}$$

$$\frac{9390}{5} = 1878$$

R$ 1878,00 é o total das despesas da casa.

$\frac{1878}{3}$ *= 626 reais será o valor que cada um irá pagar.*

Verifique com os estudantes, as diferentes formas de resolver esse problema.

2.3 Nas expressões numéricas abaixo, coloque parênteses, se necessário, para que as igualdades sejam verdadeiras:

a) $30 + 20 \cdot 2 = 100$

$(30 + 20) \cdot 2 = 100$

b) $30 \cdot 5 - 80 = 70$

Essa afirmação está correta.

c) $120 \cdot 100 - 80 = 2400$

$120 \cdot (100 - 80) = 2400$

2.4 Resolva as expressões numéricas:

a) $230 + 726 =$ *242*

b) $(50 - 35)\ 3 + 6 \cdot 5 =$ *35*

c) $(17 - 5) \cdot (17 + 5) - 15 =$ *249*

2.5 O quadrado mágico é uma tabela quadrada com números, em que a soma de cada linha, coluna e diagonal são iguais.

Complete os quadrados mágicos a seguir:

2	7	6
9	5	1
4	3	8

8	3	4
1	5	9
6	7	2

2.6 Crie um quadrado mágico e preencha alguns valores. Compartilhe com um colega para que ele possa resolver o quadrado mágico construído por você e vice-versa. Antes de entregar o quadrado mágico para seu colega, verifique se seu quadrado mágico possui solução.

Oriente os estudantes que eles resolvam o quadrado mágico antes de entregar para o colega, pois pode acontecer de o quadrado mágico construído não obter resolução. Uma dica é preencher 4 ou mais valores.

ATIVIDADE 3 – A ESCRITA EM FORMA DE POTÊNCIA, FACILITANDO A REPRESENTAÇÃO DA MULTIPLICAÇÃO DE FATORES IGUAIS.

Objetivo: *Reconhecer a potenciação como operação matemática sendo produto de fatores iguais.*

Conversa inicial: *Para resgatar a necessidade da representação em forma de potência, é interessante remetê-la ao uso da multiplicação em relação à soma de parcelas iguais. Por esse motivo, iniciamos esta parte com uma atividade que reforça a necessidade da potenciação, associando-a com tal ideia.*

A multiplicação foi uma grande evolução na representação de adições com muitas parcelas iguais. Imagine a situação: todos os dias, Murilo vai à padaria comprar pães para seus pais e ganha o troco de R$ 2,00 por dia, para guardar em seu cofrinho. Se Murilo quisesse saber quanto iria conseguir juntar em 60 dias, antes de existir a multiplicação, teria que ir somando os R$ 2,00 até concluir as 60 parcelas. Imagine quanto trabalho:

$$\underbrace{2 + 2 + 2 + 2 + 2 + \ldots + 2}_{60 \text{ parcelas}}$$

Fora o espaço que uma operação como essa iria necessitar, ele teria que conferir três, quatro ou mais vezes o cálculo, pois seria comum esquecer alguma parcela numa adição desse tamanho. Para isso surgiu a multiplicação, facilitando muito essa operação. Se essa mesma situação fosse resolvida por meio da multiplicação, seria muito mais simples: $60 \cdot 2$ (lembrando que o "pontinho" representa a operação de multiplicação). Possivelmente você, quando leu a situação do Murilo, automaticamente tenha imaginado a multiplicação $60 \cdot 2$, de tanto que essa operação já facilitou as nossas vidas.

3.1 A potenciação surgiu com o mesmo intuito: facilitar a representação e a resolução das operações que envolvem multiplicação com fatores iguais.

a) Dherick coleciona figurinhas e, na nova coleção que está fazendo, seu pai prometeu triplicar o número de figurinhas a cada dia que ele realizar as tarefas escolares. Hoje Dherick possui 3 figurinhas e começou a tentar organizar uma conta para descobrir quantas figurinhas ele terá ao final do décimo dia de tarefa realizada. Converse com seu colega ou sua colega e tentem encontrar uma forma mais simples de organizar a "conta" que Dherick terá que fazer, para descobrir a quantidade de figurinhas.

Espera-se que o estudante identifique que, a cada dia de tarefa realizada, ele terá triplicado o número de figurinhas que tem e chegue à seguinte expressão numérica:

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

(Se Dherick já tem 3 figurinhas, então $a_0 = 3$; No final do primeiro dia de tarefa, ele terá um total de figurinhas que corresponde a: $a_1 = 3^2$; no final do segundo dia de tarefa, ele terá um total de figurinhas que corresponde a $a_2 = 3^3$; ... No final do décimo dia trabalhado, ele terá um total de figurinhas que corresponde a: $a_{10} = 3^{11}$)

b) Compartilhe a forma como sua dupla pensou para representar tal "conta", com outra dupla e verifique se alguma dupla pensou diferente de vocês. Caso haja uma forma diferente, peça que expliquem como pensaram nessa representação.

Incentive o compartilhamento das respostas dadas pelos estudantes, a fim de identificar como interpretaram a situação do item "a".

ATIVIDADE 4 – LENDO E ESCREVENDO EM FORMA DE POTÊNCIA

Objetivo: *Trabalhar a potenciação na linguagem materna e matemática.*

Conversa inicial: *A atividade anterior fomentou a criatividade dos estudantes e elucidou a necessidade da representação em forma de potência. É importante reforçar que as únicas representações em forma de potência, que possuem nomes especiais, são as de expoente dois e três, que podem ser lidos como "elevado ao quadrado" ou "elevado ao cubo", porém, também podem ser lidos como "elevado à segunda potência" ou "elevado à terceira potência".*

Na atividade anterior você utilizou sua criatividade, buscando uma nova forma para representar uma multiplicação com vários fatores iguais. Escrever em forma de potência, além de simplificar a escrita de muitos fatores idênticos, também facilita os cálculos.

$$\underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{11 \text{ fatores}} = 3^{11}$$

4.1 Complete a tabela a seguir:

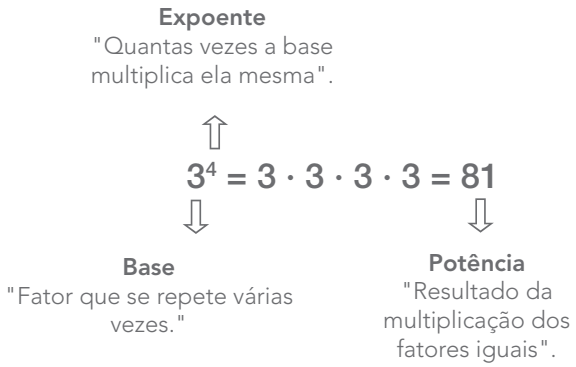
Ao invés de escrevermos:	Podemos simplificar a escrita por meio das potências:	E ler:
3·3·3·3·3	3^5	Três elevado à quinta potência
1·1	1^2	Um elevado ao quadrado
2·2·2	2^3	Dois elevado ao cubo
6·6·6·6	6^4	Seis elevado à quarta potência
10·10·10·10·10·10·10·10·10·10·10·10·10·10	10^{14}	Dez elevado à décima quarta potência
7·7·7·7·7·7·7·7·7·7·7·7·7·7·7·7·7·7	7^{18}	Sete elevado à décima oitava potência
25·25·25·25·25	25^5	Vinte e cinco elevado à quinta potência
8·8·8·8·8·8·8·8·8	8^9	Oito elevado à nona potência
5·5·5·5·5·5	5^6	Cinco elevado à sexta potência
4·4·4·4·4·4·4·4·4·4·4·4·4·4·4·4·4·4·4·4·4·4·4·4	4^{22}	Quatro elevado à vigésima segunda potência

ATIVIDADE 5 – CALCULANDO O VALOR DA POTÊNCIA

Objetivo: *Reconhecer os elementos da potenciação (expoente, base e potência), sua representação como produto de fatores iguais e determinar estratégias para a resolução de situações-problema.*

Conversa inicial: *Após serem capazes de representar multiplicações de fatores iguais em forma de potência e compreenderem tal procedimento, o próximo passo está em calcularem o valor de uma potência. É importante que fique claro aos estudantes que a representação em forma de potência é uma simplificação na forma de escrita de uma multiplicação de fatores iguais e que a potência pode ser obtida pela multiplicação desses fatores*.

O valor de uma potência pode ser obtido, calculando o produto dos fatores.



5.1 Complete a tabela a seguir:

Número escrito em forma de potência	Base	Expoente	Produto	Potência
4^2	4	2	$4 \cdot 4$	16
2^3	2	3	$2 \cdot 2 \cdot 2$	8
1^8	1	8	$1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$	1
5^3	5	3	$5 \cdot 5 \cdot 5$	125
9^2	9	2	$9 \cdot 9$	81
8^2	8	2	$8 \cdot 8$	64
2^6	2	6	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$	64

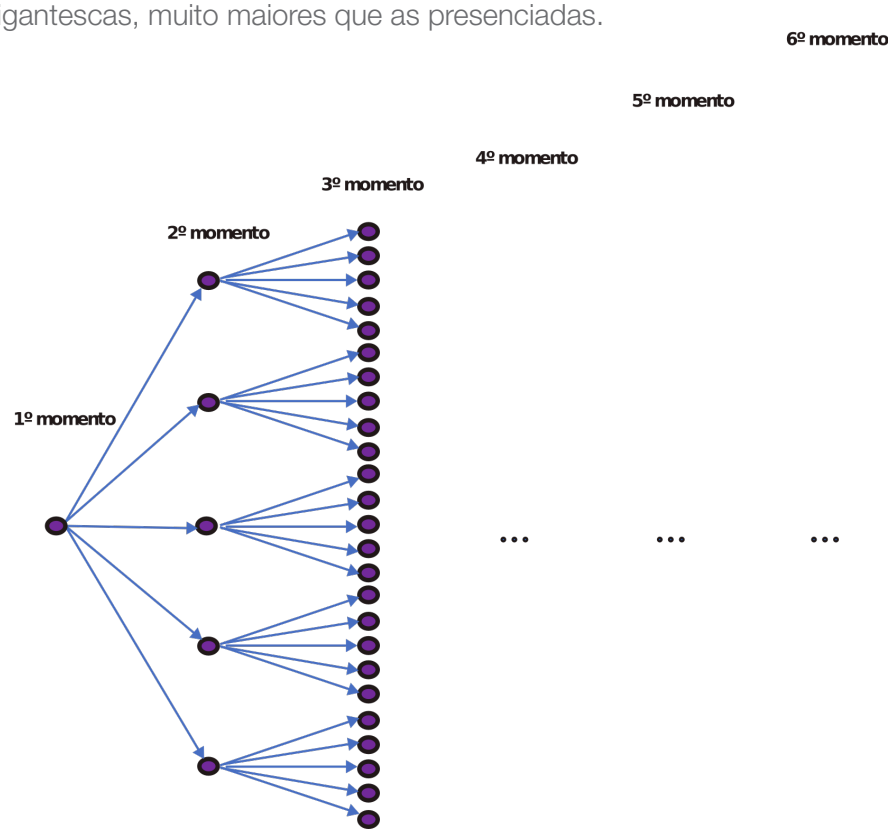
5.2 Classifique as afirmações a seguir em Verdadeiro (V) ou Falso (F) e justifique sua resposta:

Afirmações:	Verdadeiro ou Falso	Justificativa
I. $3^2 = 9$	(V)	Pois 3·3=9
II. $2^3 = 9$	(F)	Pois 2·2·2=8
III. $10^4 = 10000$	(V)	Pois 10·10·10·10=10 000
IV. $5^3 = 243$	(F)	Pois 5·5·5=125
V. $6^2 = 12$	(F)	Pois 6·6=36

A pandemia do novo corona vírus alterou a rotina do mundo todo em 2020: máscaras e novos hábitos de higiene passaram a ser comuns em nosso dia a dia. O isolamento social se mostrou necessário, pois de acordo com um estudo feito por Robin Thompson, pesquisador da Universidade de Oxford, especializado em Matemática Biológica, uma pessoa contaminada poderia contaminar até outras cinco pessoas.

Informações disponíveis em: **https://exame.com/ciencia/individuo-infectado-por-coronavirus--pode-contaminar-ate-cinco-pessoas/** Acesso em 08 ago. 2020.

5.3 Imagine a situação: se uma pessoa infectada pelo novo corona vírus pode contaminar até cinco pessoas e cada uma dessas pode contaminar outras cinco, essa pandemia poderia tomar proporções gigantescas, muito maiores que as presenciadas.



Na situação imaginada, se uma pessoa infectada no 3º momento, ficasse em casa, em isolamento social e não contaminasse ninguém, quantas pessoas do 6º momento deixariam de ser infectadas pelo novo coronavírus?

No terceiro momento, teríamos 25 pessoas contaminadas.
Excluindo uma pessoa do 3º momento, ela deixaria de contaminar 5 pessoas no 4º momento, que deixariam de contaminar $5^2 = 25$ pessoas no 5º momento, que deixariam de contaminar $5^3 = 125$ pessoas no 6º momento.
O total de contaminados, caso ninguém permaneça em casa isolado até o 6º momento seria de 3125 infectados, ou seja, $5^5 = 3125$.
Até o 3º momento, temos $5^2 = 25$ contaminados, porém uma pessoa deixaria de contaminar outras pessoas; portanto $25 - 1 = 24$. Com as demais continuando a contaminar, temos: $24 \cdot 5^3 = 3\,000$. Deixariam de ser contaminadas $3\,125 - 3\,000 = 125$ pessoas a menos contaminadas ao final do 6º dia.

5.4 Após tudo o que você aprendeu nesta situação de aprendizagem acerca da potenciação e sua utilização, elabore, em duplas, um problema envolvendo a representação em forma de potência e o cálculo da potência. Socialize o problema elaborado por sua dupla com outra dupla de sua turma.

Resposta Pessoal.

ATIVIDADE 6 – RESOLVENDO EXPRESSÕES NUMÉRICAS COM POTENCIAÇÃO

Objetivo: *Organizar e resolver expressões numéricas com diferentes operações.*

Conversa inicial: *Nesta atividade, os estudantes aplicarão conhecimentos sobre operações numéricas com o acréscimo da operação de potenciação.*

Professor, é importante que seja estabelecida e reforçada a ordem de operações numa expressão numérica:

1. *Operações de potenciação;*
2. *Multiplicação e Divisão;*
3. *Adição e Subtração.*

Nos casos que há parênteses, discuta com os estudantes os passos de resolução das expressões numéricas.

6.1 Para resolver uma expressão numérica, temos que obedecer a determinadas regras para que possamos chegar ao resultado final e correto.

Observe a seguinte expressão:

$$32 \cdot 3^2 + 4^3 - 50$$

Discuta com um colega sobre qual estratégia vocês utilizariam para resolução dessa expressão numérica. Registre em uma folha e compartilhem com a sua turma e professor, o que anotaram.

Espera-se que o estudante identifique que a primeira operação a ser realizada, será a potenciação (ou não em caso de parênteses) para, depois, realizar as demais operações.

6.2 Resolva as seguintes expressões numéricas:

a) $4^3 \cdot 5 - 100 =$ ***220***

b) $230 \div 5 + 2^2 - 1 =$ ***49***

c) $(3+6)^2 \cdot (34-23)^2 =$ ***9801***

d) $170 - 6^3 : 2^3 =$ ***143***

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 4

CONVERSA COM O PROFESSOR

Oriente os estudantes que o fluxograma é um tipo de diagrama gráfico que tem, como função, apresentar as etapas de um processo de forma resumida. Para construir um fluxograma, são necessárias algumas figuras geométricas com funções específicas.

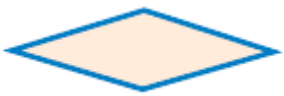
ATIVIDADE 1 – FLUXOGRAMA

Objetivo: *Reconhecer um fluxograma a partir da sua estrutura.*

Conversa inicial: *Uma das estruturas do conjunto dos números naturais é a sua organização em números pares e ímpares. Nesta atividade, apresentamos uma situação-problema para que os estudantes compreendam a lógica de um fluxograma. Apresentamos um exemplo prático, assim você poderá discutir com os estudantes os significados dos comandos.*

Os estudantes, em seguida, deverão analisar o próximo fluxograma. Você poderá explorar outras informações apresentadas nessa situação.

O fluxograma é um tipo de diagrama gráfico que tem como função, apresentar as etapas de um processo de forma resumida. Para construir um fluxograma, são necessárias algumas figuras geométricas com as respectivas funções a seguir:

Retângulo de cantos arredondados: representa os pontos iniciais e finais. Pode conter a palavra “Início” ou “Fim” dentro da forma.	Losango: indica uma decisão a ser tomada e qual direção o fluxo do processo seguirá.	Retângulo: indica a ação ou função do processo do processo. É um símbolo amplamente usado em fluxogramas.	Seta: indica o sentido das sequências das etapas.
			

Exemplo de utilização do fluxograma:

Uma loja de peças recebe os pedidos dos clientes por telefone, mas atende também na loja. Para o atendimento telefônico, o atendente responsável pelos pedidos não pode esquecer nenhuma informação. Para isso, a loja construiu um fluxo de ações para os atendentes, conforme abaixo:

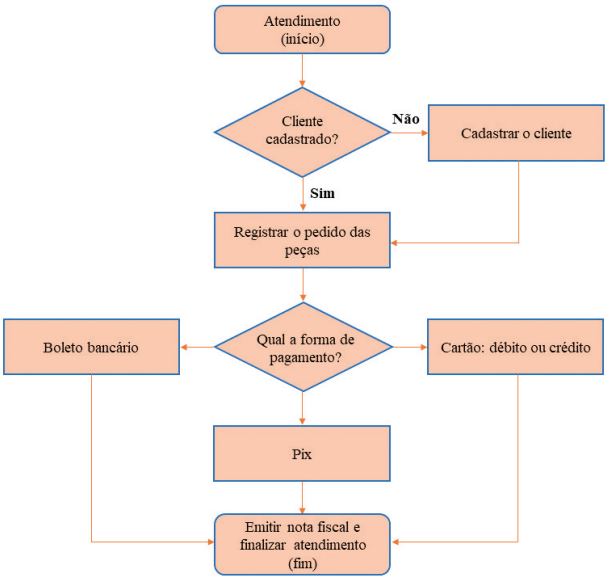


Ilustração: Elaborado pelos autores.

1.1 Uma empresa que fabrica bombons guarda toda a produção de um dia dentro de uma cesta na geladeira. Ao final de uma semana de produção, inicia o processo para embalar os bombons em embalagens de duas unidades cada. Para que os funcionários responsáveis pelo processo não se esquecessem de nenhum bombom, elaborou-se um esquema referente aos procedimentos em um fluxograma. Quando a quantidade de bombons na cesta é um número par, o funcionário conclui que os bombons estão prontos para serem embalados. Quando a quantidade na cesta é um número ímpar, o funcionário retira um bombom da cesta e conclui que o restante está pronto para ser embalado.

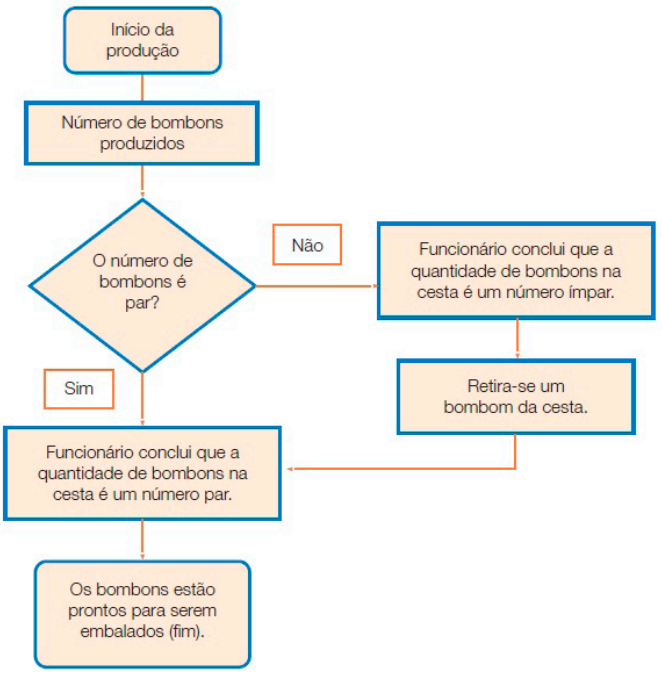


Ilustração: Elaborado pelos autores.

Oriente os estudantes a realizarem a leitura e a interpretação do fluxograma, compreendendo os passos a serem seguidos.

O que o funcionário deve fazer quando o número de bombons não é um número par?
O funcionário deve retirar um bombom da cesta, pois se trata de uma quantidade ímpar de bombons.

1.2 Agora você deve fazer um fluxograma para atendimento ao cliente, na loja que irá vender os bombons.
Os estudantes poderão elaborar um fluxograma com os comandos de atendimento, verificando as figuras geométricas e as respectivas funções.
Sugerimos que socialize alguns fluxogramas para que os demais estudantes possam observar outras possibilidades.

ATIVIDADE 2 – MÚLTIPLOS DE UM NÚMERO NATURAL

Objetivo: *Compreender o que é ser múltiplo de um número natural, assim como identificar o mínimo múltiplo comum entre dois ou mais números naturais.*

Conversa inicial: *Inicie, apresentando a atividade da professora Carmem e solicite aos estudantes que falem algumas sequências numéricas, pois vamos estudar sobre as sequências dos múltiplos de um número natural.*

A Professora Carmem propôs para a sua turma que pensassem numa sequência com os dez primeiros números naturais, múltiplos do número da chamada de alguns dos estudantes da classe, começando pelo próprio número.

Como exemplo, apresentou a sequência dos múltiplos do número de chamada de Ana (2) e de Amélia (3):

Ana (2) = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20}.

Amélia (3) = {3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30}.

2.1 Que cálculos a Professora Carmem fez para obter os números da sequência?
A professora Carmem efetuou a multiplicação para determinar os múltiplos dos 10 primeiros números naturais, diferentes de zero, a partir do número de chamada de Ana e depois, a partir do número de chamada de Amélia.

2.2 Por que o número 15 não aparece na sequência dos múltiplos do número de chamada de Ana?
Porque o número 15 não é múltiplo de 2.

2.3 Observe as sequências dos múltiplos do número de chamada de Ana e de Amélia. Quais números se repetem nas duas sequências? Dentre os números que se repetem, qual é o menor? Comente.
Ana (2) e Amélia (3) = {6, 12, 18}.
O menor número que se repete é o 6.

2.4 Encontre ao menos 3 múltiplos comuns dos números:

a) 3 e 4

M (3) = {3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, ...}
M (4) = {4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, ...}
M (3, 4) = {12, 24, ...}

b) 4 e 8

M (4) = {4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, ...}
M (8) = {8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, ...}
M (4, 8) = {8, 16, 24, 32, 40, ...}

c) 3, 6 e 9

M (3) = {3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36 ...}
M (6) = {6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, ...}
M (9) = {9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, ...}
M (3, 6, 9) = {18, 36, ...}

2.5 Qual é o mínimo múltiplo comum entre os números:

a) 3 e 4 = 12

b) 4 e 8 = 8

c) 3, 6 e 9 = 18

2.6 Uma empresa de transporte de cargas possui 3 tipos de caminhões: um de pequeno porte, um de médio porte e um de grande porte. Para organizar as saídas dos caminhões, a empresa estipulou que cada um saísse para transportar suas cargas em períodos diferentes. Assim, o caminhão de pequeno porte sai a cada dois dias, o caminhão de médio porte sai a cada 3 dias e o caminhão de grande porte sai para sua entrega a cada 5 dias. Nessas condições:

a) Considere que todos os caminhões saíram para transportar suas cargas no primeiro dia do mês. Determine o total de vezes que cada um dos caminhões saiu neste mês.

Considerando o mês comercial de 30 dias, temos:
Para o caminhão de pequeno porte: 30 ÷ 2 = 15, ou seja, 15 saídas no mês de abril.
Para o caminhão de médio porte: 30 ÷ 3 = 10, ou seja, 10 saídas no mês de abril.
Para o caminhão de grande porte: 30 ÷ 5 = 6, ou seja, 6 saídas no mês de abril.

b) Considere que hoje, todos os caminhões saíram juntos para transportarem suas cargas. Daqui a quantos dias sairão juntos novamente?

Os caminhões sairão juntos novamente no mesmo dia, daqui a 30 dias.
Para o caminhão de pequeno porte: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, ...
Para o caminhão de médio porte: 3, 6, 9, 12,15,18, 21, 24, 27, 30, ...
Para o caminhão de grande porte: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, ...

c) Considerando os estudos sobre múltiplos de um número, elaborem, em duplas, uma situação-problema e, depois, troquem com outra dupla para que resolvam a questão elaborada.

Socializar os problemas. Resposta pessoal.

2.7. Agora que você já sabe como encontrar um múltiplo em comum entre dois números, junte-se a um colega e elabore um fluxograma para encontrar o menor múltiplo comum entre dois números. Após o término do fluxograma, troque-o com outra dupla e veja se o fluxograma permite encontrar o menor múltiplo comum entre dois números.

Resposta pessoal, mas uma possível resposta seria o fluxograma a seguir:

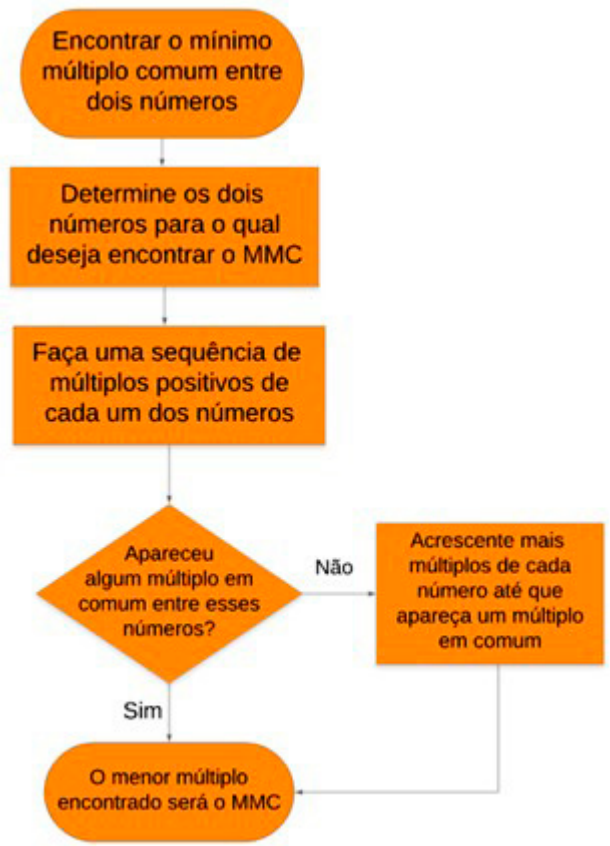


Ilustração: Elaborado pelos autores.

ATIVIDADE 3 – DIVISORES DE UM NÚMERO NATURAL

Objetivo: *Explorar os divisores naturais de um número.*

Conversa inicial: *Na atividade inicial proposta, a aluna Amélia, que possui número 3 de chamada, afirma que este, é divisor de 3. Discuta com os estudantes qual foi o erro em sua afirmação já que, ao efetuar a divisão 26 ÷ 3, não se obtém uma divisão exata. Ou ainda, é possível explorar a ideia da operação inversa: qual o número que multiplicado por 3 resulta em 26? Observe o que os estudantes respondem; espera-se que compreendam que 26 não é múltiplo de 3. Em outros itens, exploramos a divisão exata. Comente com os estudantes que, quando uma divisão é exata, o resto é igual a 0.*

3.1 Na sequência, a Professora Carmem propôs aos seus alunos que verificassem quantos são os divisores de um determinado número. Assim, escolheu um aluno da lista e perguntou se o seu número de chamada era divisor de 26.

a) A primeira a responder foi Amélia, número 3 da lista. Ela respondeu que seu número era divisor de 26. Sua resposta estava correta?

Amélia não estava correta, pois 26 não é um múltiplo de 3.
M(3) = {3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, ...}

b) Célia, número 13 da chamada, disse que seu número era divisor de 26. Está correto? Justifique sua resposta.

Sim, pois 26 é divisível por 13.

3.2 Mariana e Pedro produzem bombons para vender e, após produzirem 120 bombons, vão dividi-los em pacotes de modo que não sobre bombom algum. Com base nas informações, responda às perguntas:

a) É possível embalar os doces em pacotes de 12 bombons? Justifique.

Sim, pois assim serão 10 pacotes com 12 bombons em cada um.

b) Quais são as possibilidades de pacotes que atendem às necessidades de Mariana e Pedro?

As possibilidades de pacotes correspondem aos elementos do conjunto dos divisores de 120, que são {1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60, 120}.

c) Mariana e Pedro decidiram vender os bombons em 3 tipos de pacotes: pequeno (3 bombons), médio (12 bombons) e grande (24 bombons). Descreva uma possível forma de distribuição dos 120 bombons produzidos.

Resposta pessoal, mas uma possível forma de distribuição seria: 3 pacotes grandes, 3 pacotes médios e 4 pacotes pequenos.

3.3 Uma marcenaria vende três tipos diferentes de madeira: Pinho, Cerejeira e Mogno, para os marceneiros confeccionarem seus móveis, em tábuas medindo 120 cm, 300 cm e 540 cm, respectivamente. Além disso, permite que seus clientes façam pedidos da madeira cortada em pedaços que tenham medidas inteiras.

a) Quais são as possibilidades de pedidos para a madeira do tipo Pinho?

As possibilidades de pedidos correspondem aos elementos do conjunto dos divisores de 120, que são {1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60, 120}.

b) É possível fazer um pedido de Cerejeira cortada em pedaços de 40 cm?

Não, pois 40 não é divisor de 300.

c) Um marceneiro fez um pedido de uma tábua de Pinho e uma de Mogno, ambas cortadas em pedaços de 30 cm. Quantos pedaços de madeira a marcenaria deve entregar?

Pinho, 120 ÷ 30 = 4 pedaços e Mogno 300 ÷ 30 = 10 pedaços, portanto são 14 pedaços.

d) Um cliente comprou uma tábua de cada um dos três tipos de madeira e solicitou que fossem cortadas em tamanhos iguais sem que houvesse sobra de material. Analisando o pedido, a marcenaria identificou que poderia atender esse pedido de diferentes maneiras e ficou em dúvida sobre qual delas atenderia ao cliente. Quais foram as possibilidades identificadas pela marcenaria?

Inicialmente vamos identificar o conjunto dos divisores de cada número.
D(120) = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60, 120}.
D(300) = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 25, 30, 50, 60, 100, 150 e 300}
D(540) = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 27, 30, 36, 45, 54, 60, 90, 108, 135, 180, 270, 540}
Os números que se repetem nos 3 conjuntos são as possibilidades de medidas para atender o cliente, que corresponde ao conjunto {1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60}.

3.4 Considerando os estudos sobre divisores de um número, em duplas, elaborem uma situação-problema e depois troquem com outra dupla para que resolvam a questão elaborada.

Resposta Pessoal.

ATIVIDADE 4 – CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE

Objetivo: *Reconhecer e aplicar os critérios de divisibilidade*

Conversa inicial: *Este é um momento oportuno para que os estudantes possam estabelecer, por meio de investigação, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000 e, para isso, sugerimos o jogo "Investigando critérios de divisibilidade".*

4.1 Jogo "Investigando critérios de divisibilidade"

Material:

- Dois jogos de cartas numeradas:

  ✓ 10 cartas de cor vermelha com os números 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000;

  ✓ 50 cartas de cor verde com diferentes números naturais (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 23, 25, 28, 30, 36, 42, 43, 45, 48, 50, 55, 60, 72, 75, 90, 100, 110, 200, 250, 420, 438, 500, 1 000, 111 111, 2 000, 3 000, 10 000, 30 000, 45 000, 50 000, 123 000).

- Papel, lápis e borracha para cálculos.

Participantes: 2 ou mais jogadores.

Objetivo: obter a maior pontuação.

Regras:

1. Antes de iniciar o jogo, as cartas de cada um dos jogos devem ser separadas, embaralhadas e viradas sobre a mesa em dois montes, com as faces numeradas viradas para baixo.

2. Cada jogador retira uma carta do monte verde, cujo número será o dividendo.

3. A carta de cima do monte vermelho deverá ser virada para todos os jogadores, cujo número será o divisor.

4. Cada jogador faz a divisão do número de sua carta verde, pelo número da carta vermelha. Se a divisão é exata, isto é, se o resto da divisão realizada é zero, o jogador fica com a carta verde para si, obtendo um ponto nesta rodada do jogo.

5. Se, ao realizar a divisão, o resto for diferente de zero, o jogador retornará sua carta para o monte verde, que deverá ser novamente embaralhado e não pontuará nesta rodada do jogo.

6. A carta vermelha deverá retornar para o monte, que também deverá ser novamente embaralhado.

7. Caso consiga justificar a divisibilidade, ou não, do número de sua carta verde, por meio do critério de divisibilidade para o número obtido na carta vermelha, sem precisar realizar a divisão, o jogador ganha mais um ponto de bônus nesta rodada do jogo.

8. O jogo termina quando não for mais possível distribuir cartas do monte verde para todos os jogadores.

9. Ganha o jogador que obtiver a maior pontuação.

Nesta atividade o estudante poderá verificar que, por meio dos critérios da divisibilidade, ele pode saber que um número é divisível por outro, sem efetuar a divisão. As regras da divisibilidade podem ser trabalhadas, utilizando o número de chamada dos alunos, como na atividade anterior. Ficando claro esses critérios, será possível trabalhar com a divisibilidade dos números 4, 6, 8, 9 e 10.
As informações a seguir, podem ser utilizadas para verificar critérios da divisibilidade por 2, 3 e 5. Incentive os estudantes a darem mais exemplos

Critérios de divisibilidade:
Divisibilidade por 2: *um número será divisível por 2, quando for um número par, ou seja, terminar em 0, 2, 4, 6 ou 8.*
Divisibilidade por 3: *Um número será divisível por 3, quando a soma dos seus algarismos for um número divisível por 3. Procure dar exemplos com números maiores como 3456, 3+4+5+6 = 18, dividindo 18 por 3 ela é exata.*
Divisibilidade por 5: *Um número será divisível por 5, quando terminar em 0 ou 5.*

Converse com os estudantes sobre critérios de divisibilidade para outros números. Solicite que pesquisem os critérios de divisibilidade para os números 4, 6, 7, 8, 9 e 10, para que, na aula seguinte, possam socializar suas descobertas.
Oriente os estudantes que construam um roteiro de habilidades e possam ter maior aproveitamento do jogo.

4.2 Encontre os divisores dos números 12, 14, 15 e 20. Em seguida, verifique se há divisores comuns. Quais critérios de divisibilidade em cada caso?

Divisores de 12 = {1, 2, 3, 4, 6, 12} – Critérios: 12 é par; a soma dos algarismos 1 + 2 = 3, e 3 é divisível por 3; 12 é divisível por 2 e por 3, logo é divisível por 6; 12 é divisível por ele mesmo.

Divisores de 14 = {1, 2, 7, 14} – Critérios: 14 é par; 14 é múltiplo de 7; 14 é divisível por ele mesmo.
Divisores de 15 = {1, 3, 5, 15} – Critérios: a soma dos algarismos 1 + 5 = 6, e 6 é divisível por 3; 15 termina com o algarismo 5, logo, é múltiplo de 5; 15 é divisível por ele mesmo.
Divisores de 20 = {1, 2, 4, 5, 10, 20} – Critérios: 20 é par; 20 é múltiplo de 4 e 5; 20 termina em zero, logo é múltiplo de 10; 20 é divisível por ele mesmo.
Verificar junto aos estudantes, suas observações e se necessário, registrar num quadro.

ATIVIDADE 5 – NÚMEROS PRIMOS E COMPOSTOS.

Objetivo: *Reconhecer quando um número é primo, aplicando em exemplos práticos.*

Conversa inicial: *Converse com os estudantes sobre a importância dos números primos na Matemática. O nome "primo" vem do latim e significa "primeiro". A tabela a seguir, apresenta a produção de peças de uma empresa. Deverão ser embaladas em pacotes que comportam 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9 ou 10 peças, de forma que não sobre nenhuma. Assinale na tabela a seguir, as opções para embalar as peças em cada dia. Oriente aos estudantes sobre o significado desta tabela, que servirá de ponto inicial do trabalho com os números primos.*

Produção de peças										
Dia	Quantidade de peças produzidas	Quantidade de peças por embalagem, de modo a não haver sobras								Decomposição em fatores primos
		2	3	4	5	6	7	9	10	
3	38	x								38 = 2·19
4	43									43 = 43·1
5	28	x		x			x			28 = 2·2·7
6	40	x		x	x				x	40 = 2·2·2·5
7	39		x							39 = 3·13
10	34	x								34 = 2·17
11	35				x		x			35 = 5·7
12	39		x							39 = 3·13
13	43									43 = 43·1
14	45		x		x			x		45 = 3·3·5

a) No dia 6, quais opções de embalagem a fábrica tem, para que não sobre peça alguma sem embalar? Indique o tamanho das embalagens.

Embalagens com 2, 4, 5 ou 10 peças.

b) Em quais dias, a empresa tem somente uma opção para embalar? Qual é o tamanho dessa embalagem?

Nos dias 3 e 10 (embalagens com 2 peças) e 7 e 12 (embalagens com 3 peças).

c) Em todos os dias, será possível embalar as peças sem que sobre nenhuma? Explique.

Não, pois nos dias 4 e 13 são produzidas 43 peças e esse número não é múltiplo das quantidades de peças por embalagem disponível.

d) Em quais dias, a empresa utilizará embalagens para 5 e 10 peças? Explique.

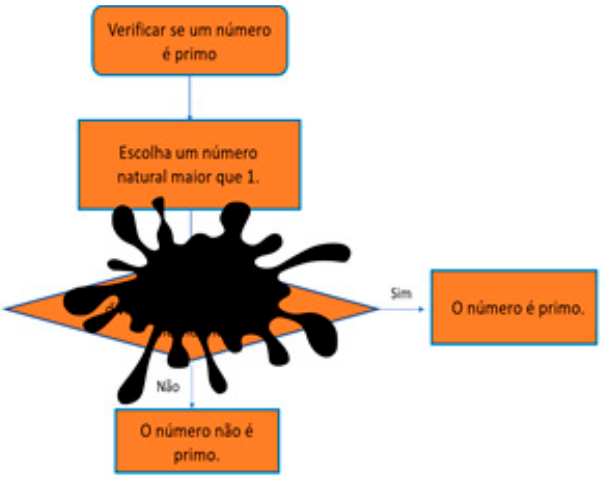
Apenas no dia 6, pois a quantidade de peças produzidas é um número múltiplo de 5 e 10.

ATIVIDADE 6 – OS NÚMEROS PRIMOS

Objetivo: *Reconhecer números naturais primos.*

Conversa inicial: *Converse com os estudantes sobre a importância dos números primos na Matemática. Um número primo só é divisível por dois elementos distintos: por 1 e por ele mesmo. É o caso do número 43. Os números que têm mais de dois divisores distintos são chamados números compostos. Realize uma pesquisa e comente sobre o Crivo de Eratóstenes, que é um método destinado a identificar os números que não são compostos por outros, ou seja, os primos. Envolve, como pré-requisito, o conhecimento das sequências dos múltiplos dos números naturais. Sugerimos que desenvolva o método junto aos estudantes.*

6.1 Isaac construiu um fluxograma para determinar se um número é primo, porém, por um descuido, derrubou tinta sobre uma parte muito importante. Ajude Isaac, determinando a parte que foi danificada pela tinta.



Fonte: Pixabay. Disponível em: **https://pixabay.com/pt/vectors/respingos-de-tinta-inicial-tinta-312092/**.

Resposta pessoal, mas uma possível resposta dos estudantes para a parte danificada pode ser: "O número é divisível apenas por um e por ele mesmo?"

6.2 Na tabela abaixo, pinte apenas os números primos. Em seguida escreva-os em seu caderno.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

Os números primos que deverão ser pintados na tabela são: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 e 47.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 5

ATIVIDADE 1 – CURIOSIDADES: ANIMAIS MAIS PESADOS DO MUNDO

Objetivo: *Resolver e elaborar problemas envolvendo as grandezas comprimento e massa.*

Conversa inicial: *Inicialmente, o trabalho pode ser feito com os estudantes organizados em duplas e, para o levantamento de conhecimentos prévios, pode ser perguntado o que sabem sobre as medidas comprimento e massa e sobre os instrumentos usados para se obter esse tipo de medida. Após esses questionamentos, proponha que as duplas respondam às questões da atividade. Lembre-os da diferença entre os conceitos de peso e massa, que, embora sejam distintos, muitas vezes, no cotidiano, são utilizados como sinônimos.*

1.1 O rinoceronte-branco é a maior das cinco espécies existentes de rinocerontes. Em média, ele pesa um pouco mais que um hipopótamo, apesar de haver uma considerável sobreposição de massa corporal entre essas duas espécies. Tem corpo maciço e cabeça grande, pescoço curto e grosso. O comprimento total da espécie é de 3,7 m a 4 m nos machos, que pesam 3.600 kg em média, e de 3,4 m a 3,65 m nas fêmeas, relativamente mais leves, com 1.700 kg. A altura no ombro varia de 1,70 m a 1,86 m no macho e de 1,60 m a 1,77 m na fêmea. O tamanho máximo que a espécie é capaz de atingir não é definitivamente conhecido; espécimes de até 3.600 kg já foram registrados, mas sabe-se que o maior espécime tinha cerca de 4.530 kg.



Fonte: Wikipedia. Disponível em: **https://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Rinoceronte_blanco_(Ceratotherium_simum),_Santuario_de_Rinocerontes_Khama,_Botsuana,_2018-08-02,_DD_08.jpg**

a) Quais são as grandezas envolvidas nas informações apresentadas?

Comprimento e massa.

b) Qual é o comprimento aproximado de um rinoceronte-branco? E a altura de seu ombro?

O comprimento total da espécie é de 3,7 m a 4 m para os machos e de 3,4 m a 3,65 m para as fêmeas. A altura no ombro varia de 1,70 m a 1,86 m para o macho e 1,60 m a 1,77 m para a fêmea.

c) Qual é a massa aproximada de um rinoceronte-branco macho? E de uma fêmea?

Um rinoceronte branco macho pesa em média 3.600 kg.
Já a fêmea pesa em média 1.700 kg.

1.2 A fim de auxiliar na escolha da quantidade de ração necessária para o desenvolvimento de um cão filhote, os pacotes de ração trazem informações importantes, como as apresentadas na tabela:

Peso do cão (Kg)	Quantidade diária		
	Até 80 dias	De 80 até 180 dias	De 180 dias até 1 ano
De 2,2 a 4,3 Kg	De 77 a 128 g/dia	De 68 a 112 g/dia	De 58 a 96 g/dia
De 4,3 a 6,7 Kg	De 128 a 179 g/dia	De 112 a 156 g/dia	De 96 a 134 g/dia
De 6,7 a 12,5 Kg	De 179 a 285 g/dia	De 156 a 249 g/dia	De 134 a 214 g/dia
De 12,5 a 23 Kg	De 285 a 450 g/dia	De 249 a 394 g/dia	De 214 a 338 g/dia
De 23 a 29,3 Kg	De 450 a 540 g/dia	De 394 a 473 g/dia	De 338 a 405 g/dia

a) Qual será a quantidade diária de ração para um cão com 10 kg e 120 dias de vida?

Observando a tabela, temos que a quantidade de ração será de 156 a 249 g/dia.

b) Uma pessoa comprou um pacote de 3,5 kg de ração para seu cachorro, que tem 3,6 kg e 75 dias de vida. Quantos dias será possível alimentá-lo?

A resposta permite várias possibilidades desde que esteja no intervalo: "De 77 a 128 g/dia" nos 5 primeiros dias e "De 68 a 112 g/dia" nos demais dias. Por exemplo: se o estudante escolher a quantidade de 110 gramas por dia (que atende os dois intervalos), ele deverá observar que é possível alimentar o filhote durante aproximadamente 31 dias, pois o pacote com 3,5 kg equivale a 3500 gramas que, dividido por 110 g diária, resulta em aproximadamente 31.

1.3 André foi ao supermercado para sua mãe e comprou alguns produtos: 1 embalagem de manteiga de 250 g, 1 pote de sorvete de 2 kg, 2 kg de tomates, 1 pacote de arroz de 5 kg e 1 lata de leite em pó de 750 g.

a) Quantos quilogramas de alimentos ele comprou? Qual dos produtos possui a menor massa?

Ele comprou 10 kg. A embalagem de manteiga é o produto de menor massa.

b) Se André possui duas sacolas para carregar sua compra, qual é a melhor maneira de colocar os produtos de forma que a massa das duas fiquem iguais?

Pacote de arroz de 5 kg em uma sacola e, na outra, 1 embalagem de manteiga de 250 g, 1 pote de sorvete de 2 kg, 2 kg de tomates, 1 lata de leite em pó de 750 g.

ATIVIDADE 2 – O LITRO NO COTIDIANO

Objetivo: *Resolver e elaborar problemas envolvendo a grandeza capacidade*

Conversa inicial: *A proposta é trabalhar situações-problema para discutir com os estudantes os conceitos de litro e mililitro. O trabalho pode ser feito com os estudantes organizados em duplas e, para o levantamento de conhecimentos prévios, pode ser perguntado o que sabem sobre as medidas de capacidade e sobre os instrumentos usados para se obter esse tipo de medida. Explore as respostas dos estudantes, trazendo exemplos de situações do cotidiano.*

2.1 Rafaela decidiu fazer um piquenique com suas amigas na chácara de sua avó Ana. A pedido de Rafaela, sua mãe comprou 4 litros de água de coco. Se a mãe de Rafaela usar copos com capacidade para 250 ml, quantos copos de água de coco poderão ser servidos?

Para resolução deste exercício, é preciso dividir os 4 litros (4 000 mililitros) por 250 ml, o que resulta em 16 copos de água de coco.

2.2 As unidades litro e mililitro costumam aparecer em embalagens de leite, refrigerante, água etc. São chamadas de medidas de capacidade e, nesses casos, elas indicam a quantidade de líquido que há dentro da embalagem - o litro para embalagens maiores e o mililitro para as menores. O litro equivale a 1000 ml, no caso das embalagens de leite, por exemplo. Mas temos ainda embalagens de 500 ml, 900 ml, 600 ml e 350 ml, entre outras. Com base na leitura, responda:

a) Em meio litro há quantos mililitros? E em 2 litros? Em 1,75 litros?

Meio litro corresponde a 500 mililitros; 2 litros correspondem a 2000 mililitros. 1,75 litro corresponde a 1 750 mililitros.

b) Quantos mililitros há em uma garrafa de refrigerante de 2 litros e meio?

2500 ml.

c) Quantos copos de 200 ml eu consigo encher com 1 litro de leite?

5 copos

d) Dois litros e meio de água de coco são suficientes para encher 6 copos de 300 ml cada? Justifique a sua resposta.

Sim, pois 2 litros e meio equivalem a 2500 ml e 6 copos de 300 ml equivalem a 1800 ml. Assim, os dois litros e meio são suficientes e ainda sobram 700 ml.

2.3 Pedro e Tiago produzem suco de açaí para vender e, após produzirem 120 litros, vão dividi-los em garrafas de 500, 1000 e 2000 mililitros, de modo que não sobre suco de açaí. Descreva uma forma de distribuir os 120 litros entre os 3 tipos de garrafas.

Resposta pessoal.

Professor, verifique as respostas dos estudantes e peça que compartilhem as estratégias utilizadas para a resolução da situação-problema proposta nesta atividade.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 6

CONVERSA COM O PROFESSOR

A medida de tempo, é o assunto dessa Situação de Aprendizagem. Inicialmente, o trabalho pode ser feito com os estudantes organizados em duplas e, para o levantamento de conhecimentos prévios, pode ser perguntado sobre como é medido o tempo, quais são os instrumentos usados para se obter medidas de tempo. Você pode propor uma pesquisa sobre a história dos relógios, por exemplo.

ATIVIDADE 1 – COMO O TEMPO PASSA

Objetivo: *Resolver e elaborar problemas envolvendo a grandeza tempo.*

Conversa inicial: *Organize os estudantes em duplas e converse para fazer o levantamento de conhecimentos prévios. Pode ser perguntado o que sabem sobre como é medido o tempo e quais são os instrumentos usados para se obter medidas de tempo. Após esses questionamentos, proponha que as duplas respondam às questões da atividade.*

1.1 Indique nos relógios os horários da tabela.

Relógio	Horário	Relógio	Horário
1	10:00	3	10:45
2	11:30	4	17:15

Resolução:

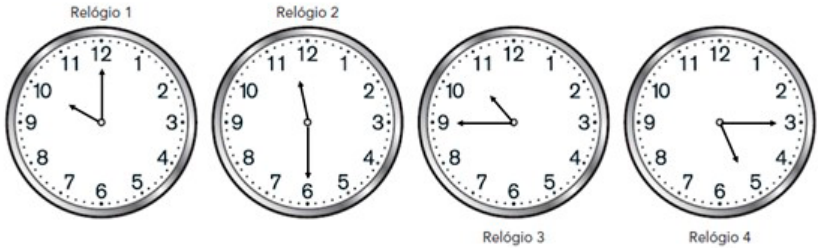


Ilustração: Malko Miranda.

Professor, oriente os estudantes para se atentarem ao fato de o ponteiro menor (horas) caminhar proporcionalmente ao ponteiro maior (minutos)

1.2 Observe os ponteiros dos relógios e responda às perguntas relacionadas aos cálculos com horas.



Ilustração: Malko Miranda.

a) O relógio 1 marca o início das atividades físicas de uma pessoa que fará uma aula de natação e outra de ginástica, cada uma com duração de 50 minutos. Qual será o horário de término das atividades?

1ª atividade – aula de natação: 14:30
2ª atividade – aula de ginástica: 15:20

b) Ana tem consulta com o dentista às 13 horas. Ela saiu de casa conforme o horário marcado no relógio 2. Quanto tempo falta para Ana chegar pontualmente ao dentista?

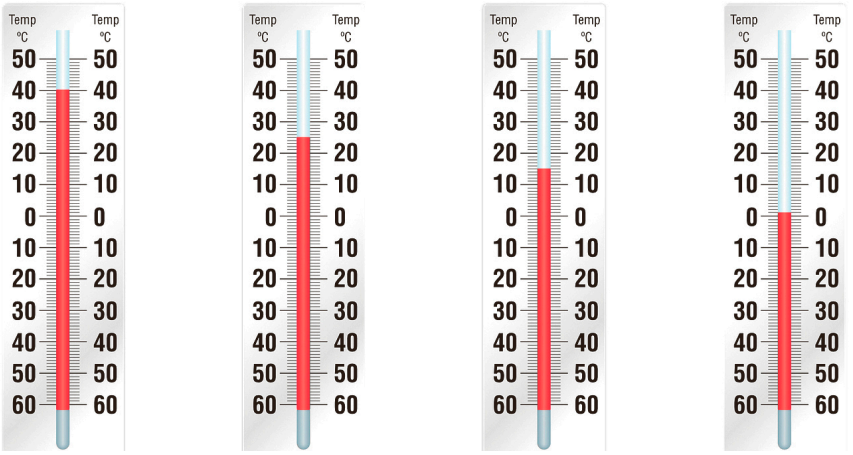
Faltam 27 minutos para Ana chegar pontualmente ao dentista.

ATIVIDADE 2 –TEMPERATURA NO DIA-A-DIA

Objetivo: *Resolver e elaborar problemas envolvendo a grandeza temperatura.*

Conversa inicial: *Organize os estudantes em duplas e converse para fazer o levantamento de conhecimentos prévios. Pode ser perguntado o que sabem sobre como é medida a temperatura, quais são os instrumentos usados para se obter a temperatura e suas diferentes representações.*

2.1 O termômetro é um aparelho usado para medir temperaturas. Ele consiste em um tubo capilar que contém um bulbo cheio de mercúrio e, à medida que a temperatura aumenta, este líquido se expande, definindo assim, a temperatura de um corpo ou ambiente.



Fonte: Pixabay. Disponível em: **https://pixabay.com/pt/vectors/term%C3%B4metro-calor-temperatura-934646/**

Com base na imagem apresentada, responda às seguintes perguntas.

a) Qual é a temperatura descrita em cada termômetro?

O termômetro 1 mede 40°C, o termômetro 2 mede 25°C, o termômetro 3 mede 15°C, e o termômetro 4, aproximadamente, 1°C.

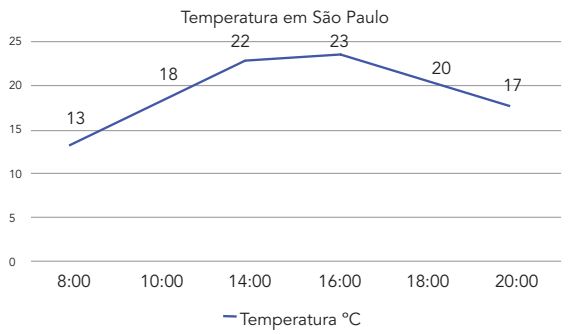
b) Qual é a diferença térmica entre a maior e a menor temperatura apresentada pelos termômetros?

40ºC - 1°C = 39°C.

c) O termômetro é utilizado frequentemente nas residências para averiguar se uma pessoa está ou não com febre. Pesquise ou converse com algumas pessoas sobre qual é a temperatura de uma pessoa com febre. Registre seus apontamentos.

Resposta pessoal, mas uma possível resposta seria que a temperatura corpórea, considerada ideal, varia entre 36º C e 36,7º C e, se obtiver um valor maior que 36,7º C, a pessoa pode estar com início de uma febre.

2.2 Foi observada a temperatura na cidade de São Paulo ao longo do dia, como mostra o gráfico a seguir:



Fonte: Elaborado pelos autores a partir de dados fictícios.

Com base nos dados apresentados, responda às seguintes perguntas.

a) Em qual horário foi atingida a temperatura máxima? E a mínima?

A temperatura máxima foi às 16:00, com 23°C e a mínima, às 8:00, com 13°C.

b) Pesquise o significado de amplitude térmica e, após a pesquisa, determine a amplitude térmica apresentada no gráfico.

Uma possível resposta, que os estudantes poderão trazer sobre o significado de amplitude térmica, é que a amplitude térmica indica a diferença entre a temperatura máxima e mínima registradas de um determinado lugar. A amplitude térmica do exercício é 23°C – 13°C = 10°C.

c) Pesquise a previsão do tempo para amanhã, no local onde você está e registre as temperaturas máximas, mínimas e a amplitude térmica.

Resposta pessoal.

ATIVIDADE 3 – ÁREA E VOLUME

Objetivos: *Resolver e elaborar situações-problema que envolvam o cálculo de áreas de quadrados e retângulos e o cálculo de volumes de blocos retangulares.*

Conversa inicial: *Professor, converse com os estudantes sobre situações do cotidiano em que aparecem conceitos de área e volume, resgatando conhecimentos prévios deles.*

É importante que os estudantes resolvam problemas sem o auxílio de fórmulas, promovendo a reflexão sobre o conceito de área e volume.

3.1 Carlos percebeu que é possível calcular área delimitada por quadrados e retângulos, com base na quantidade de quadrados de lado 1 cm, que "cabem" no seu interior. Neste caso, o quadrado de lado 1 cm delimita uma área plana de 1 cm^2.



Ilustração: Elaborado pelos autores.

Observe na imagem que a área plana da figura 1 é de 1 cm^2. Com base nas informações apresentadas, responda às seguintes perguntas.

a) Qual é o valor da área da figura 2? Explique o procedimento utilizado na resolução.

A área da figura 2 é 4 cm^2. É possível colocar 4 quadrados iguais ao da figura 1, sem sobreposição, sobre a área plana da figura 2.

b) Qual será a área de um quadrado de 4 cm de lado? Explique como você chegou no resultado.

Temos: $4^2 = 4 \cdot 4 = 16\ cm^2$. Um possível procedimento utilizado pelos estudantes seria multiplicar as dimensões do quadrado ou elevar o número ao quadrado.

3.2 Com base no que você aprendeu sobre áreas, determine a área de cada figura a seguir.



Ilustração: Elaborado pelos autores.

Figura 1: área de 8 cm^2
Figura 2: área de 20 cm^2
Figura 3: área de 6 cm^2
Professor, oriente os estudantes que o cálculo da área de uma figura pode ser feito, observando quantos quadradinhos de lado 1 cm cabem, sem sobreposição, na área dessa figura.
Na figura 3, oriente os estudantes que a área do triângulo corresponde à metade da área de um retângulo com mesma base e altura.

3.3 Carlos percebeu que é possível calcular o volume de objetos, com base na quantidade de cubos de arestas 1 cm, que é necessária para formar este objeto. Neste caso, o cubo de arestas 1 cm tem volume de 1 cm^3.

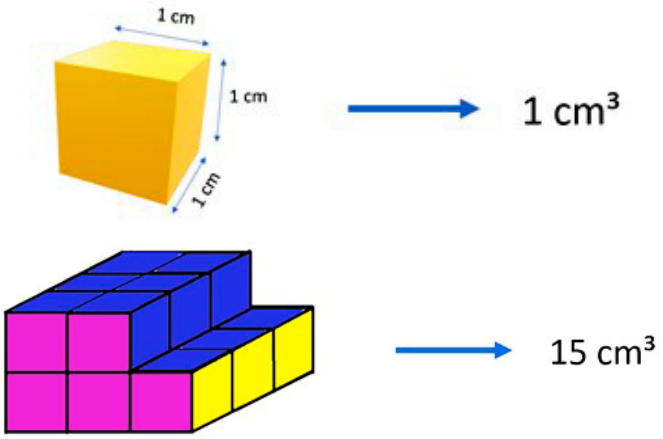
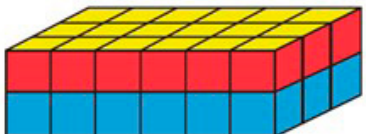


Ilustração: Elaborado pelos autores.

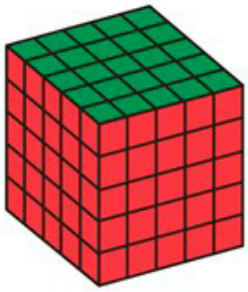
Sabendo que os sólidos a seguir foram formados por cubos de 1 cm^3, determine o volume de cada um.

a)



$6 \cdot 2 \cdot 3 = 36\ cm^3$

b)



$5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3 = 125\ cm^3$

c)

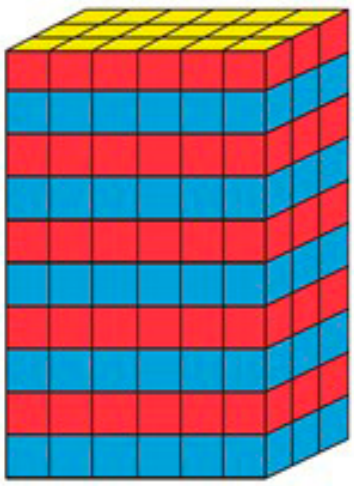


Ilustração: Elaborado pelos autores.

$6 \cdot 3 \cdot 10 = 180\ cm^3$

Professor, verifique com os estudantes sobre as diferentes estratégias de resolução.

3.4 A imagem abaixo se refere a uma caixa d'água de um pequeno edifício de São Paulo.

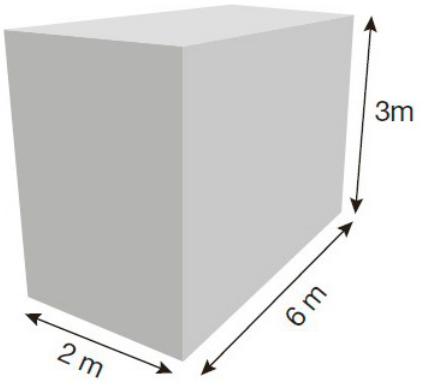


Ilustração: Elaborado pelos autores.

Agora que você já aprendeu como calcular volume de blocos retangulares, responda às questões a seguir.

a) Qual é o volume, em metros cúbicos, da caixa d'água?

Temos: $2 \cdot 6 \cdot 3 = 36\ m^3$

b) Pesquise em sites ou livros sobre a conversão de metros cúbicos para litros e, após a pesquisa, determine a capacidade da caixa d'água, em litros.

Após a pesquisa, os estudantes irão perceber que 1 m^3 corresponde a 1 000 litros e convertendo 36 m^3 em litros, temos 36 000 litros.

c) Por segurança, 20% da capacidade da caixa d'água não pode ser utilizada. Determine a quantidade de água disponível para abastecimento do edifício.

Calculando 20% de 36 000 l, temos 7 200 litros de água que não poderão ser utilizados. Portanto, 36 000 – 7 200 = 28 800 litros de água estarão disponíveis para abastecimento.

TESTANDO SEU CONHECIMENTO

1. (SARESP-2014) – Se colocados em ordem crescente os números decimais 0,05 – 0,5 – 0,003 – 0,057 – 0,35, têm-se:

(A) 0,05 – 0,5 – 0,003 – 0,057 – 0,35.

(B) 0,003 – 0,05 – 0,057 – 0,35 – 0,5.

(C) 0,003 – 0,05 – 0,057 – 0,5 – 0,35.

(D) 0,5 – 0,35 – 0,057 – 0,05 – 0,003.

2. (SAEB) – Em uma loja de informática, Paulo comprou: um computador no valor de 2.200 reais,

uma impressora por 800 reais e três cartuchos que custam 90 reais cada um. Os objetos foram pagos em 5 vezes iguais. O valor de cada parcela, em reais, foi igual a:

(A) 414.

(B) 494.

(C) 600.

(D) 654.

3. (SARESP-2013) – Para o acabamento de um tapete de retalho, Miriam precisa de uma tira de tecido de, pelo menos, 6 metros.

   Ela mediu 4 tiras de tecido, obtendo diferentes medidas: 45 cm; 1,25 m; 2 m e 64 cm. Assim, para terminar o tapete, Miriam precisa de mais uma tira de:

   (A) 1,66 m.

   (B) 2,36 m.

   (C) 3,02 m.

   (D) 4,34 m.

4. (SARESP-2010) – Milton vai preparar uma vitamina de leite com banana. Precisa de 250 mililitros de leite e uma banana para fazer um copo de vitamina. Para que Milton prepare 8 copos de vitamina, ele precisará de quantos litros de leite?

   (A) 2.

   (B) 4.

   (C) 6.

   (D) 8.

6º ANO - 2º BIMESTRE

MATERIAL DO PROFESSOR

CONVERSA COM O PROFESSOR

Trata de uma orientação ao professor em relação ao conjunto de atividades apresentadas em cada Situação de Aprendizagem, sugerindo estratégias e organização da turma, para que assim o estudante esteja sempre como centro da aprendizagem de forma colaborativa e interativa.



Adaptação curricular: *Aparece na conversa inicial, indicando sugestões de trabalho com os estudantes público alvo da Educação Especial. Salienta-se que, para cada caso, os encaminhamentos podem ser bem específicos.*

Objetivo(s): *Ao iniciar cada atividade da Situação de Aprendizagem, apresenta-se o(s) objetivo(s) da atividade proposta.*

Avaliação

A avaliação é uma parte integrante do processo de ensino-aprendizagem que orienta o seu trabalho para tomar decisões e reorganizar a ação pedagógica, considerando que é um momento de aprimoramento, não apenas em relação às aprendizagens dos estudantes, mas também em sua ação docente. Sua atuação compreende uma atividade valorativa e investigativa que pode contemplar trabalhos escritos, apresentações orais individuais e em grupos, projetos, atividades com ou sem o uso de tecnologia, relatórios, autoavaliações, observações das atividades realizadas em sala de aula, estratégias que oportunizem a ação protagonista do estudante, considerando diferentes momentos e instrumentos, além do acompanhamento.

Dessa forma, considere no seu trabalho desenvolvimentos tecnológicos que possam trazer novas possibilidades de ensino, otimizando o trabalho pedagógico. Na Matemática, o contato com a tecnologia permite promover a ampliação da capacidade de raciocínio, senso crítico, autonomia, comunicação e relações interpessoais.

Recuperação

A recuperação é uma ação indispensável no processo ensino-aprendizagem, devendo ser realizada de forma contínua. Diversificar as estratégias para retomada das habilidades é um importante para envolver os estudantes que precisam de mais atenção. Assim, pense em propor atividades em grupos colaborativos, com atividades extras planejadas de forma que todos possam participar, formando uma rede colaborativa.

Organizador Curricular

As habilidades neste material foram organizadas de forma que, em cada bimestre seja contemplada duas ou mais Unidades Temáticas. As Situações de Aprendizagem apresentadas são um caminho entre tantos outros possíveis para desenvolver as habilidades em conformidade com o Currículo Paulista, ressaltando que a autonomia do professor é fundamental para que, de acordo com o perfil dos seus estudantes, possa ampliar e/ou aprofundar outras proposições e intervenções.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 1

CONVERSA COM O PROFESSOR

Inicie a conversa com os estudantes sobre o que eles entendem em relação ao arredondamento de valores. Apresente, a seguir, situações em que realizamos alguns tipos de arredondamentos (envolvendo valores como R$ 4,99 e R$ 12,59; ou representação de uma fração na forma decimal, por exemplo).



- *Apresentar fichas manipuláveis com a quantidade a ser somada (azul) ou reduzida(vermelha);*
- *Usar fichas recortáveis com imagem de chocolate;*
- *Providenciar recorte de discos fracionados para análise. O registro pode ser desenho, escrita ou colagem em seu caderno.*

ATIVIDADE 1 – ARREDONDAMENTO: COMO FAZ?

Objetivo: *Fazer estimativas e aproximar valores para múltiplos de 10.*

Conversa Inicial: *Organize os estudantes em grupos e proponha que resolvam a atividade. Nos itens desta atividade, eles deverão produzir pequenos textos sobre arredondamentos.*

Em muitas situações, não é necessário utilizarmos as medidas exatas ou um resultado exato. Podemos usar o arredondamento.

1.1 Pesquise sobre arredondamento e escreva um pequeno texto com suas anotações. Troque o texto com o de um colega para que um leia o do outro, para analisar e verificar se as observações foram iguais. Caso não tenham sido, complete seu texto com as novas informações.

Os estudantes devem apresentar sua pesquisa sobre o assunto e suas anotações, trocando com seus colegas e complementando seus registros.

1.2 Encontre um arredondamento dos números: 28, 32, 57 e 93. Represente-os na reta numérica e escreva um pequeno texto explicando os procedimentos para fazer o arredondamento.

A partir dos números dados, uma possível solução em que estudantes devem arredondá-los para a dezena mais próxima. Podem consultar a pesquisa anterior que fizeram. Oriente-os também sobre registrar como decidiram arredondar esses números.

Possíveis arredondamentos:

28 – arredondado para 30 *57 – arredondado para 60*	*32 – arredondado para 30* *93 – arredondado para 90*

Converse aos estudantes que o uso da reta numérica pode auxiliar a visualizar arredondamentos. Neste exemplo, é possível visualizar a dezena mais próxima do número dado:

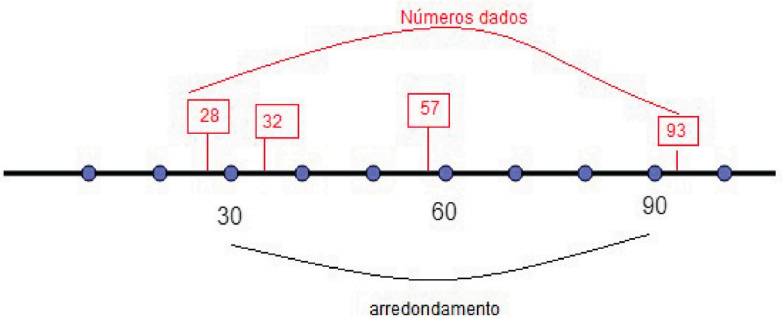


Ilustração: Elaborado pelos autores.

1.3 Encontre um arredondamento dos números 102, 158, 568, 1 024 e 2 365. Escreva um pequeno texto explicando os procedimentos para o arredondamento.

Oriente os estudantes sobre os critérios para fazer arredondamentos, que consistem em procurar o número mais próximo: dezena exata, centena exata, milhar exato etc.

102 - arredondado para 100, por ser o múltiplo de 10 mais próximo de 102.
158 – o múltiplo de 10 mais próximo é o 160, mas se a aproximação for para a centena exata, então a mais próxima é 200.
568 – o múltiplo de 10 mais próximo é o 560, mas se a aproximação for para a centena exata, então a mais próxima é 600.
1 024 – arredondando apenas a ordem das dezena, a exata mais próxima será 1 020, para o milhar exato mais próximo tem-se 1.000.
2 365 – Existem várias possibilidade de arredondamento: para a ordem das dezenas, o 5 permite a escolha "para mais" ou "para menos". Assim, para a dezena exata mais próxima, pode-se escolher entre 2 370 ou 2 360. Para a ordem das centenas, a exata mais próxima será 2.400. Para o milhar exato mais próximo, 2 000.

ATIVIDADE 2 – OS DESAFIOS DAS FRAÇÕES

Objetivo: *Identificar a representação fracionária de um número racional em seus significados parte/todo e quociente.*

Conversa inicial: *O primeiro significado, parte-todo, é explorado a partir de uma situação em que se reparte uma barra de chocolate (todo) em partes iguais. Espera-se que os estudantes já tenham conhecimentos de como podem representar numericamente essa situação. Já o segundo significado, quociente, será desenvolvido ao dividir 3 barras de chocolates entre cinco amigas.*

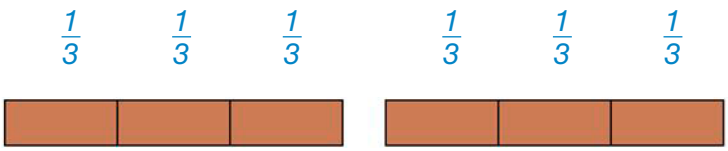
2.1 Dois colegas compraram duas barras de chocolate de mesmo tamanho, uma para cada um. Quando iam começar a comer, chegou um de seus amigos. Os dois ficaram em dúvida, pois quem daria um pedaço para o amigo? E qual seria o tamanho do pedaço?
Pensaram e conversaram sobre o assunto, e chegaram à seguinte conclusão: para que nenhum dos dois comesse menos, cada um daria a metade do chocolate para o amigo.

a) O que você achou dessa divisão? Por quê?

Espera-se que o estudante observe a situação e conclua que esta divisão favorecerá apenas o amigo que chegou, pois ao repartir cada um sua barra de chocolate ao meio e dar a sua metade, o amigo ganhará o correspondente a uma barra inteira, enquanto quem deu o pedaço ficará com metade.

b) Para que todos comessem partes iguais, como seria resolvida essa questão?

Sugestão de resposta: Dividir as barras em um múltiplo de três.
Exemplo: dividir cada barra em 3 partes iguais, totalizando 6 pedaços iguais.



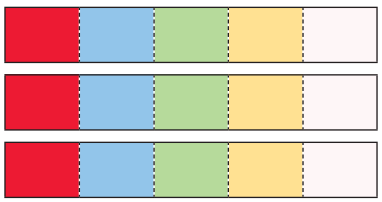
A partir desse esboço, com seis pedaços iguais, cada um fica com dois pedaços, ou seja, $\frac{2}{3}$.

2.2 Andréia tem 3 barras de chocolates de mesmo tamanho para repartir com suas quatro amigas. Ela pensou em duas possibilidades para essa distribuição:

1ª) Dividir cada barra de chocolate em 5 partes iguais e dar uma parte de cada chocolate para cada amiga e ficar com uma parte.
2ª) Dividir ao meio cada uma das 3 barras de chocolates, ficar com uma e dar uma parte a cada amiga e dividir a parte que sobrou em 5 partes iguais, dando um pedaço para cada uma.

Qual possibilidade você escolheria? Socialize com os demais colegas a sua escolha.

Na 1ª possibilidade para a divisão, cada amiga receberá $\frac{1}{5}$ *totalizando então* $\frac{3}{5}$.



Na 2ª possibilidade para a divisão, cada uma receberá $\frac{1}{2} + \frac{1}{10}$. *Dessa forma, cada uma das amigas recebe metade de uma barra:*



A metade que sobra será dividida em 5 partes iguais. Depois, cada uma ainda receberá uma dessas partes:



Cada uma das amigas receberá a metade de uma barra de chocolate mais uma décima parte $\frac{1}{2} + \frac{1}{10}$*:*

Na 1ª possibilidade para a divisão, cada amiga receberá $\frac{3}{5}$



Na 2º possibilidade para a divisão, cada amiga receberá $\frac{1}{2} + \frac{1}{10}$



Assim, as duas possibilidades são equivalentes, ou seja:

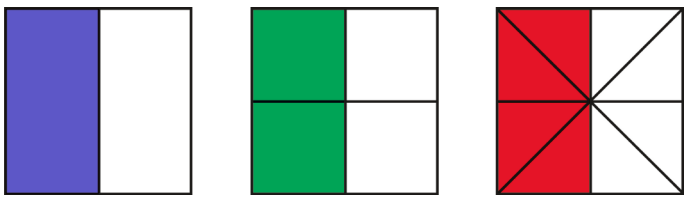
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{10} = \frac{3}{5}$$

ATIVIDADE 3 – FRAÇÕES EQUIVALENTES

Objetivos: *Identificar equivalência entre frações por meio de diversas situações.*

Conversa inicial: *O conceito de frações equivalentes, bem como a construção de procedimentos para a obtenção dessas frações, é fundamental para resolver problemas envolvendo comparação de números racionais expressos na forma fracionária e efetuar cálculos com esses números. Assim, esta atividade tem como objetivo que, a partir da representação geométrica, o estudante identifique um inteiro dividido em diferentes partes iguais, representando a mesma quantidade de um todo.*

3.1 Compare as figuras abaixo em relação às partes pintadas.



$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{4}{8}$

a) Escreva a fração que representa a parte pintada para cada figura.

Converse com os estudantes sobre equivalência entre as frações. Peça para observarem o que acontece com o numerador e denominador de cada fração (quando dobramos o numerador, ocorre o mesmo com denominado).

b) Como é possível encontrar frações equivalentes a uma determinada fração dada?

Multiplicando ou dividindo o numerador e o denominador por um mesmo número.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 2

CONVERSA COM O PROFESSOR

Nesta Situação de Aprendizagem, inicie uma conversa com os estudantes de forma que eles explorem seus conhecimentos prévios sobre a representação do número racional na forma decimal. Uma boa questão para iniciar o debate é: A sua altura é uma fração do metro?



- *Uso de calculadora com som e ampliação dos dígitos;*
- *Providenciar fichas e discos recortados de forma que o aluno manipule as possibilidades das representações.*

ATIVIDADE 1 – NÚMEROS RACIONAIS: AS DIFERENTES REPRESENTAÇÕES

Objetivo: *Representar e comparar números na forma fracionária e decimal.*

Conversa inicial: *Proponha aos estudantes que se organizem em duplas para resolver e discutir as diferentes formas de representações do número. Oriente-os primeiro a preencher a primeira coluna, e depois, utilizando a calculadora, validarem ou não o palpite registrado.*

1.1 No quadro a seguir, você deve anotar seu palpite para cada divisão. Em seguida, utilizando a calculadora, realize as divisões indicadas e complete o quadro com a representação decimal e a representação fracionária.

	Eu acho que é...	Representação decimal	Representação fracionária
1 : 2	Resposta pessoal	0,5	$\frac{1}{2}$
1 : 3	Resposta pessoal	0,333...	$\frac{1}{3}$
1 : 4	Resposta pessoal	0,25	$\frac{1}{4}$
1 : 5	Resposta pessoal	0,2	$\frac{1}{5}$
1 : 6	Resposta pessoal	0,1666...	$\frac{1}{6}$
1 : 7	Resposta pessoal	0,142857...	$\frac{1}{7}$
1 : 8	Resposta pessoal	0,125	$\frac{1}{8}$
1 : 9	Resposta pessoal	0,111...	$\frac{1}{9}$
1 : 10	Resposta pessoal	0,1	$\frac{1}{10}$

Observe os resultados do quadro e responda:

a) Qual número é maior: $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{10}$? Comente sua resposta.

O maior é $\frac{1}{2}$.

Escrevendo na forma decimal as frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{10}$ temos: 0,5 > 0,1. Portanto, $\frac{1}{2} > \frac{1}{5}$.

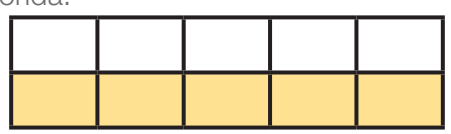
b) Qual número é maior: 0,25 ou $\frac{1}{4}$? Comente sua resposta.

Nesse caso, os dois são iguais, 1: 4 = $\frac{1}{4}$ = 0,25.

c) O que é possível observar nos resultados das divisões de 1 por outro número natural?

Com o número natural maior que 1, Todas as divisões resultam em um valor menor que 1 inteiro.

1.2 Analise a imagem a seguir e circule os números racionais que podem ser utilizados para representar a parte da figura colorida:



0,2 0,4 (0,5) ($\frac{1}{2}$) $\frac{2}{5}$ ($\frac{5}{10}$) $\frac{4}{10}$

Chame a atenção dos estudantes sobre o fato de que os números que circularam são algumas das diferentes representações desse número.

a) Quais critérios você utilizou para circular os números acima?

A resposta é pessoal, mas espera-se que os estudantes façam referência ao fato de representarem a metade de um inteiro.

b) Os números $\frac{1}{2}$ e 0,5 são diferentes? Qual a parte do inteiro que esses números representam?

Os dois representam um mesmo número, ou seja, a metade. São duas diferentes formas de representação: uma na representação decimal e outra na representação fracionária.

1.3 Observe os seguintes números decimais:



Ilustração: Malko Miranda.

0,6 (lê-se "seis décimos"), ou seja, $\frac{6}{10}$.
0,85 (lê-se "oitenta e cinco centésimos"), ou seja, $\frac{85}{100}$.
2,47 (lê-se "dois inteiros e quarenta e sete centésimos"), ou seja, $\frac{247}{100}$.
0,023 (lê-se "vinte e três milésimos"), ou seja, $\frac{23}{1000}$.

A partir das observações acima, complete o quadro:

Representação decimal	Como se lê	Representação fracionária
0,8	Oito décimos	$\frac{8}{10}$
1,3	Um inteiro e tres décimos	$\frac{13}{10}$
29,5	Vinte e nove inteiros e cinco décimos	$\frac{295}{10}$
0,3	Três décimos	$\frac{3}{10}$
0,041	Quarenta e um milésimos	$\frac{41}{1000}$
0,5	Cinco décimos	$\frac{5}{10}$
0,008	Oito milésimos	$\frac{8}{1000}$
0,073	Setenta de três milésimos	$\frac{73}{1000}$

1.4 Junte-se com seu colega e compare os quadros. Em seguida, responda:

a) Os procedimentos realizados pelo seu colega foram diferentes? De que forma ele procedeu?

A descrição da resposta será pessoal, no entanto, verifique se os estudantes estão pensando na relação entre o número de casas decimais de uma representação e o número de zeros acompanhados do 1 no denominador da outra. Observe também se fazem referência ao posicionamento da vírgula ao realizar a conversão da representação fracionária para a decimal.

b) Supondo que você vai explicar para outra pessoa como se faz as diferentes escritas de um número racional, descreva o passo a passo para as diferentes escritas.

Convertendo a representação fracionária para a decimal:

- *Dividindo o numerador pelo denominador: esse quociente pode ser um número inteiro ou não; ou seja, um número decimal exato ou um número decimal com representação infinita.*
- *Convertendo a representação decimal para a fracionária: o numerador será formado com todos os algarismos que compõem o número e o denominador será formado com o número 1 seguido de tantos zeros quantas forem as casas decimais.*

1.5 Na classe de Carlos, 6º ano B, há 36 alunos matriculados. São 15 meninos e 21 meninas.

a) Em relação ao total, qual fração representa os meninos? E as meninas?

A fração $\frac{15}{36}$ representa os meninos e $\frac{21}{36}$, as meninas.

b) Diante de novas matrículas, a escola abriu mais uma classe de 6º ano. Se um terço das meninas foram transferidas para a nova classe, 6º ano C, qual será agora a fração que representará o número de meninas que ficaram no 6°B em relação ao novo total de estudantes da classe?

Temos: $\frac{1}{3}$ de 21 meninas = 7 21-7=14.

Como saíram 7 meninas da turma do 6°B, o novo total de estudantes dessa sala será: 36 – 7 = 29.

A fração que representará o número atual de meninas em relação ao total da turma será $\frac{14}{29}$.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 3

CONVERSA COM O PROFESSOR

Nesta Situação de Aprendizagem, os estudantes, inicialmente, realizarão observações sobre como os ângulos fazem parte do cotidiano. Sugerimos uma investigação no espaço escolar em que eles possam visualizar ângulos em diferentes situações. Explore como usar o transferidor, compasso e régua, pois serão utilizados em algumas atividades.



- *Organizar os estudantes em dupla ou trio produtivo;*
- *Se possível, providenciar figuras de portas, janelas, telhados, pisos, lousa etc. O estudante poderá participar recortando material ou pode receber o material já recortado;*
- *Providenciar transferidor adaptado vazado ou alto relevo;*
- *Se necessário, utilizar tinta relevo, diferenças táteis ou barbante.*

ATIVIDADE 1 – ÂNGULOS NO COTIDIANO

Objetivo: *Reconhecer a abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas.*

Conversa inicial: *Organize os estudantes em duplas e oriente-os a lerem o texto da atividade 1, explorando o ambiente da escola. A proposta é que reconheçam onde é possível visualizar os ângulos. Solicite que façam anotações do que observaram. Ao socializarem as respostas, você pode fazer perguntas como:*

- *Como você reconheceu o ângulo?*
- *Dos ângulos observados, você notou alguma diferença entre eles?*

Você pode ampliar essas questões de acordo com a devolutiva dos estudantes, mas espera-se que eles observem que para reconhecerem os ângulos como uma abertura. Outro ponto seria observarem que as aberturas entre alguns ângulos são diferentes: podem ter uma abertura maior, menor ou ainda iguais. Por exemplo, na sala de aula e em outros lugares da escola, onde os estudantes realizaram observações, o ângulo reto é o mais comum por conta das quinas das portas, das paredes, das carteiras e assim por diante.

Os ângulos estão presentes em várias figuras geométricas que podemos encontrar em diversas situações do cotidiano. Alguns ângulos estão indicados em amarelo nas figuras a seguir:



Ilustração: Lyara Aráujo.

Organizados em duplas, cada uma deve escolher um espaço da escola ou de outro ambiente indicado pelo professor e registrar onde os ângulos estão presentes. Você pode fotografar ou desenhar para organizar um painel com informações da importância dos ângulos. Faça uma pesquisa sobre o assunto para complementar as informações do seu painel.

Resposta Pessoal

ATIVIDADE 2 – JOGO DA BATALHA DOS ÂNGULOS

Objetivos: *Reconhecer a abertura do ângulo na divisão da circunferência, usando o transferidor para obter as medidas desses ângulos.*

Conversa inicial: *Antes de iniciar a atividade, apresente aos estudantes situações em que possam manusear o compasso e transferidor para a construção do tabuleiro. Para dividir as circunferências em 12 partes iguais, podem utilizar o transferidor ou o compasso.*

2.1 Você vai construir um tabuleiro seguindo as orientações abaixo:

Passo 1) Construir um tabuleiro com quatro circunferências de mesmo centro, na origem de um plano cartesiano de raios $C_1 = 2$ cm, $C_2 = 4$ cm, $C_3 = 6$ cm e $C_4 = 8$ cm, respectivamente, na cartolina ou no papel A4.

As circunferências construídas com o mesmo centro são chamadas de circunferências concêntricas. Identifique o centro da circunferência, o raio e o diâmetro.

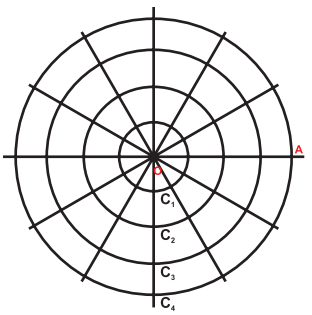


Ilustração: Elaborado pelos autores..

Passo 2) Com um transferidor, dividir igualmente a circunferência em ângulos de 30° no sentido anti-horário a partir do ponto A. Seu tabuleiro deverá ficar conforme a figura ao lado. Todos os ângulos têm vértice em O e um dos lados $\overline{OA}$ e são medidos no sentido anti-horário a partir de $\overline{OA}$.

.

Para este passo, explore com os estudantes como poderiam dividir a circunferência em 12 partes iguais.

Regras do jogo:

a) Organizem-se em duplas.

b) Coloque seu nome no tabuleiro que você construiu e troque com seu colega.

c) No tabuleiro que você recebeu, marque 10 pontos sempre na intersecção da circunferência com os segmentos, por exemplo (C_1, 30º), o ponto deve ser marcado na intersecção da circunferência C_1 e ângulo 30º.

d) O tabuleiro com as marcações não pode ser visto pelo adversário.

e) Cada jogador, alternadamente, fala um ponto composto por um número e um ângulo.

f) Cada ponto escolhido pelo seu adversário deverá ser anotado no tabuleiro.

g) Se o adversário acertar a localização, marca um ponto. Ganha quem tiver maior pontuação ao final de dez rodadas, alternadas entre os jogadores.

2.2 Observe as figuras abaixo e, com o auxílio do transferidor, meça os ângulos formados:

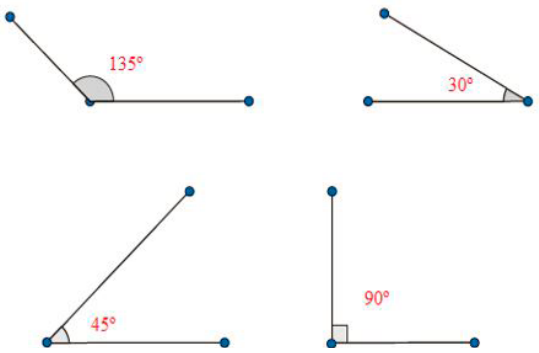


Ilustração: Elaborado pelos autores.

2.3 Leia as horas indicadas em cada um dos relógios, registre em seu caderno e, utilizando um transferidor, indique o maior e o menor ângulo formado pelos ponteiros.



Relógio 1	Relógio 2	Relógio 3	Relógio 4
Menor ângulo: 90° Maior ângulo: 270°	Menor ângulo: 180° Maior ângulo: 180°	Menor ângulo: 60° Maior ângulo: 300°	360°

Ilustração: Elaborado pelos autores.

Entre os ponteiros do relógio, são formados dois ângulos: o ângulo maior e o ângulo menor. No caso, quando o relógio marcar 12h, o ângulo maior é igual a 360^0 e o menor 0^0
Quando o relógio marcar 6 horas, teremos os dois ângulos iguais a 180^0.
Para cada hora, o ângulo formado é de 30°.

$$\frac{360°}{12} = 30°$$

Professor, oriente os estudantes quanto aos casos onde não temos uma hora exata, como 6 horas e 30 minutos, pois nesses casos o ponteiro menor (hora) se movimenta proporcionalmente em relação ao ponteiro maior (minuto).

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 4

CONVERSA COM O PROFESSOR

Esta Situação de Aprendizagem tem como objetivo a introdução do plano cartesiano como ferramenta para a localização de pontos no plano, além de tratar da construção de polígonos (retângulo, losango e trapézio) por meio de coordenadas indicadas nas atividades. Aproveite este momento e discuta com os estudantes as características desses polígonos após sua construção, a fim de revisar as propriedades trabalhadas no bimestre anterior.



• Se for possível, elaborar maquete do ambiente escolar com mini bonecos representando a atividade de localização;
• Utilizar várias figuras representativas e tabela de apoio com a relação figura-objeto.

ATIVIDADE 1 – LOCALIZAÇÃO NO PLANO

Objetivo: *Localizar as coordenadas de um ponto no plano cartesiano.*

Conversa inicial: *Converse com os estudantes sobre como é possível a localização de objetos e pessoas. Alguns questionamentos para incentivar a participação dos estudantes:*

• De que forma podemos dar a localização de uma pessoa?
• Como os radares localizam a posição de um avião durante seu percurso?

Amplie essa discussão para o plano cartesiano e comente os exemplos que forem citados pela turma. Oriente-os a resolverem as atividades propostas, formando duplas ou trios.
Ao tratar do plano cartesiano, complete a informação do caderno do aluno: Os pares são chamados de ordenados porque a ordem em que os números aparecem indicam primeiro a posição em relação ao eixo horizontal (abscissa) e o segundo, a posição em relação ao eixo vertical (ordenada).



Ilustração: Malko Miranda.

O Plano Cartesiano é um sistema de referência formado por uma reta horizontal e outra vertical, e tem como principal função localizar a posição dos pontos que são representados por suas coordenadas ou pares ordenados.
Os pares ordenados são representados primeiro pelo valor no eixo horizontal (abscissa) e o valor no eixo vertical (ordenada).

1.1 Quatro amigos foram brincar de esconde-esconde: Alberto (A), Bruno (B), Carlos (C) e Davi (D). Após o sorteio, Alberto foi o escolhido para procurar seus colegas. Ajude-o a encontrar seus amigos representando as coordenadas que indicam onde eles se esconderam.

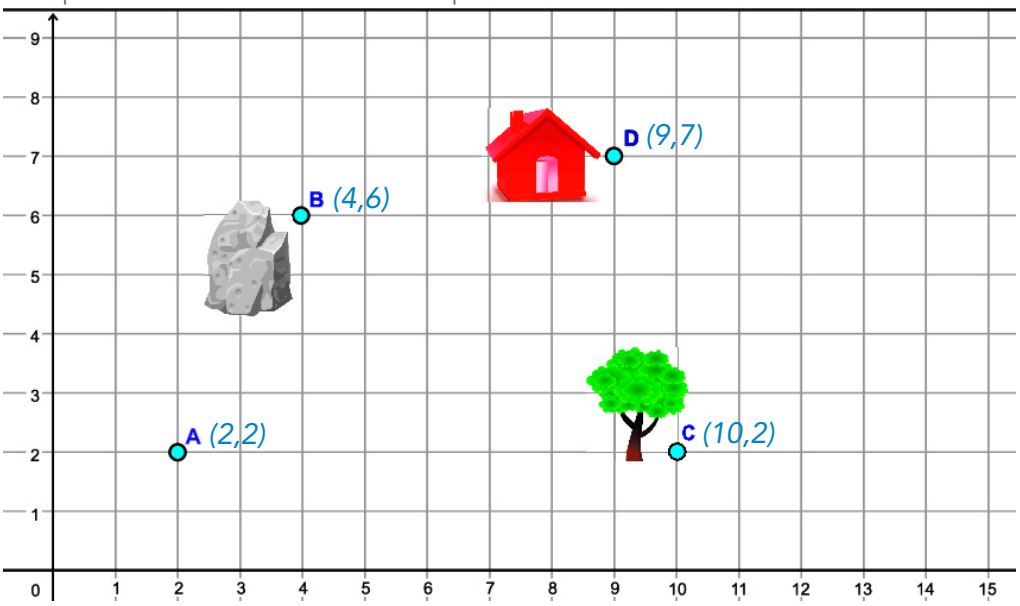


Ilustração: Lyara Araújo.

1.2 Na segunda rodada da brincadeira, foi a vez de Carlos encontrar seus amigos. Carlos estava na coordenada C (1,1) e iniciou a contagem. Logo em seguida, encontrou seus amigos que estavam escondidos de acordo com as seguintes coordenadas: Alberto (4,5); Bruno (7,3) e Davi (1,8). Represente, no plano cartesiano, a localização dos quatros amigos.

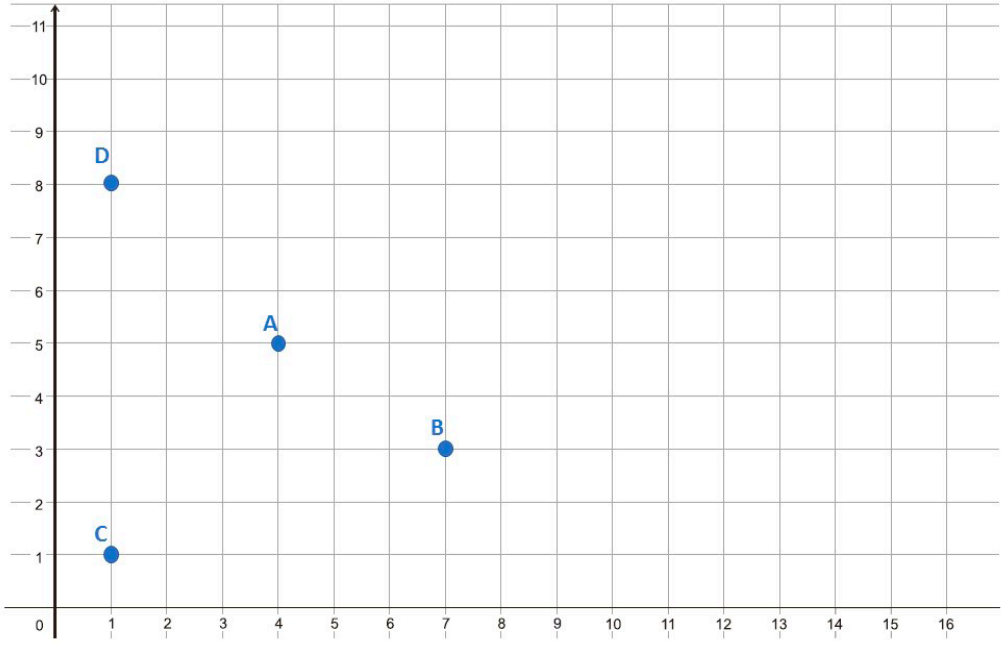


Ilustração: Elaborado pelos autores.

ATIVIDADE 2 – POLÍGONOS NO PLANO CARTESIANO

Objetivo: *Associar e representar pares ordenados dos vértices de um polígono no 1º quadrante do plano cartesiano.*

Conversa inicial: *Inicie a atividade perguntando aos estudantes o que sabem sobre polígonos. Questione também sobre os elementos dos polígonos. Conforme eles forem respondendo, anote na lousa as falas de cada um e então sistematize-as para que possam relembrar o que aprenderam sobre polígonos. Comente também que podemos construir os polígonos no plano cartesiano, conhecendo as coordenadas dos seus vértices.*

2.1 Sr. Francisco comprou uma chácara e quer construir uma casa, um pomar e um galinheiro. Para isso, ele demarcou a chácara da seguinte forma:

Casa: A (1, 1); B (1, 5); C (5, 5) e D (5, 1);

Pomar: E (6,6); F (9,2) e G (12,6);

Galinheiro: H (1,9); I (2,7); J (6,7) e K (7,9).

Em uma folha quadriculada, marque os pontos na ordem que foram indicados. Ligue os pontos marcados por seu Francisco para cada uma de suas construções. Em seguida, identifique quais polígonos correspondem à casa, ao pomar e ao galinheiro respectivamente.

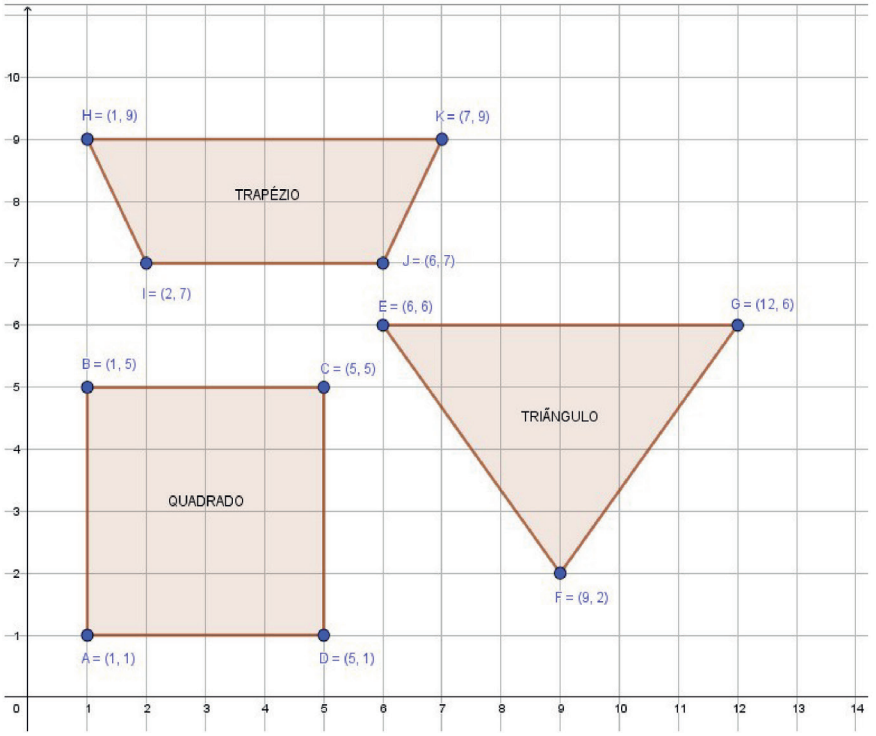


Ilustração: Elaborado pelos autores.

2.2 A professora de Arte propôs aos seus alunos que criassem um desenho, no plano cartesiano,

utilizando diversos polígonos. Luiz fez o desenho de uma casa. Ajude-os a identificar os polígonos e os pares ordenados de cada vértice.

Polígonos:
Trapézio: (1, 4), (2, 6), (6, 6) e (7, 4).
Retângulo: (1, 0), (7, 0), (7, 4) e (1, 4).
Quadrado menor: (5, 2), (6, 2), (6, 3) e (5, 3).
Quadrado maior: (2, 0), (4, 0), (4, 2) e (2, 2).

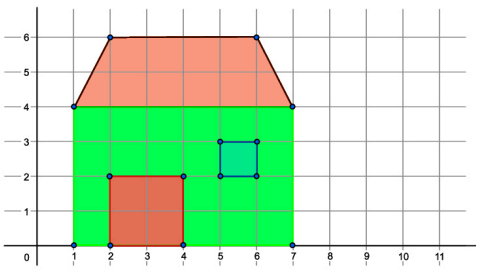


Ilustração: Elaborado pelos autores.

2.3 O professor desenhou alguns polígonos no plano cartesiano. Identifique cada um e marque as coordenadas de seus vértices.

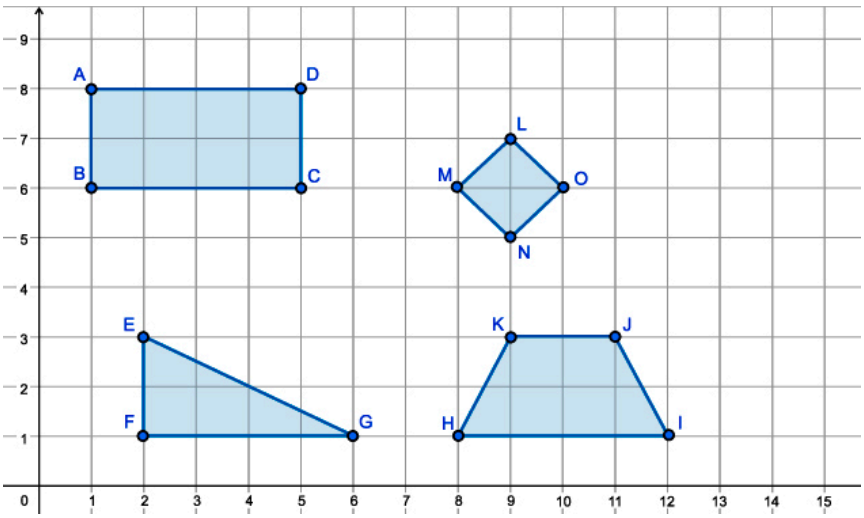


Ilustração: Elaborado pelos autores.

Polígono ABCD – Retângulo: A (1,8), B (1,6), C (5,6) e D (5,8).
Polígono EFG – Triângulo E: (2,3), F (2,1) e G (6,1).
Polígono HIJK – Trapézio H: (8,1), I (12,1), J (11,3) e K (9,3).
Polígono LMNO – Quadrado L: (9,7), M (8,6), N (9,5) e O (10,6).

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 5

CONVERSA COM O PROFESSOR

Nesta situação de aprendizagem, vamos explorar características e tipos de triângulos e quadriláteros. Sobre os triângulos, estudaremos a classificação quanto às medidas dos lados e dos ângulos; nos quadriláteros, a classificação de acordo com as medidas dos lados, de maneira que o(a) estudante possa identificá-los por meio de suas propriedades.



- *Apresentar diversas figuras, inclusive repetidas, para construir a tabela através de colagem;*
- *Diferenciar as figuras com relevo tátil.*

ATIVIDADE 1 – EXPLORANDO TRIÂNGULOS

Objetivo: *Classificar os triângulos quanto às medidas de seus lados e ângulos.*

Conversa com o professor: *Organize as duplas para que possam resolver a atividade a partir da pesquisa que fizeram. Essa pesquisa pode ser realizada em outros ambientes da escola, como em livros da biblioteca, na sala de aula ao utilizar o livro didático ou na sala de informática em sites que tratam do assunto.*

Em grupo, pesquise sobre o tema "Triângulos escalenos, isósceles, equiláteros, agudos, retos e obtusos". Em seguida, preencha o quadro com as características dos triângulos quanto aos lados e quanto aos ângulos. Em seguida, socialize com o grupo sua tabela.

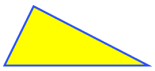
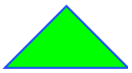
Classificação quanto à medida do lado		
Polígono	**Classificação**	**Características**
	Equilátero	Todos os lados possuem a mesma medida.
	Isósceles	Possui dois lados de mesma medida.
	Escaleno	Possui todos os lados com medidas diferentes.

Ilustração: Elaborado pelos autores.

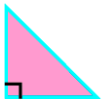
Classificação quanto à medida dos ângulos		
Polígono	**Classificação**	**Características**
	Acutângulo	Quando a medida de todos os seus ângulos internos forem menores que 90°
	Obtusângulo	Quando apresenta a medida de um ângulo interno maior que 90°
	Retângulo	Quando apresenta um ângulo interno de 90°

Ilustração: Elaborado pelos autores.

ATIVIDADE 2 – OS TRIÂNGULOS E A ARTE

Objetivo: *Identificar as características dos triângulos em relação às medidas de seus lados e às medidas de seus ângulos.*

Conversa inicial: *A partir das figuras, os estudantes devem reconhecer os triângulos e classificá-los quanto às medidas dos lados e dos ângulos. Ao justificarem suas escolhas, podem expressar o que aprenderam sobre o assunto.*

Alguns artistas utilizam figuras geométricas para fazer suas obras de arte. A escola de Carlos organizou uma visita ao museu, onde estava acontecendo uma exposição desse tipo de arte. Durante o passeio, o quadro que mais chamou a atenção dos estudantes está representado na imagem a seguir:

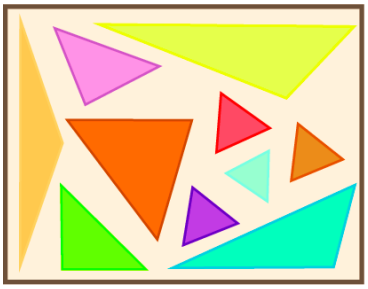


Ilustração: Elaborado pelos autores.

a) Organize no quadro abaixo os triângulos quanto aos lados:

Triângulos	Indicar as cores	Justifique a sua escolha
Equilátero	Vermelho, azul claro, marrom e roxo.	Possui todas as medidas dos lados iguais.
Isósceles	Vermelho, azul claro, marrom, roxo, verde, rosa, bege e laranja.	Possui dois lados com mesma medida

Escaleno	Azul, amarelo e laranja.	Possui todas as medidas dos lados diferentes.

b) Organize no quadro abaixo os triângulos quanto aos ângulos:

Triângulos	Indicar as cores	Justifique a sua escolha
Acutângulo	Vermelho, azul claro, marrom, roxo e laranja.	Quando a medida de todos os seus ângulos internos for menor que 90°.
Retângulo	Verde.	Quando possui um ângulo interno de medida igual a 90°
Obtusângulo	Azul escuro, bege e amarelo.	Quando apresenta a medida de um ângulo interno maior que 90°.

ATIVIDADE 3 – OS TRIÂNGULOS NAS CONSTRUÇÕES

Objetivo: *Identificar características dos triângulos e sua construção.*

Conversa inicial: *Pergunte aos estudantes se já observaram que formas geométricas podem ser vistas em grandes construções. Apresente alguns slides com imagens de grandes pontes, antenas de retransmissão de energia, geodésicas e outras estruturas. Ao final, pergunte qual forma geométrica pode ser vista em todas as construções apresentadas. Em seguida, pergunte: Por que será que o triângulo é a que aparece em todas? Se não souberem a resposta, proponha que pesquisem uma explicação.*

3.1 O triângulo é a figura geométrica mais utilizada em construções e estruturas que necessitam de rigidez. Um carpinteiro utilizou algumas vigas e fez a construção da estrutura de um telhado, conforme o esquema abaixo:

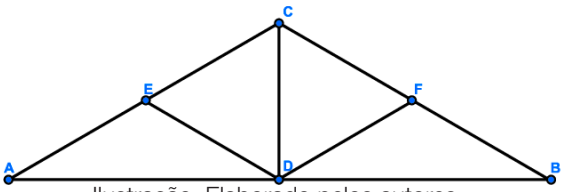


Ilustração: Elaborado pelos autores.

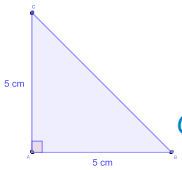
Observe os triângulos formados na estrutura e classifique-os quanto à medida de seus lados e às medidas de seus ângulos.

Oriente os estudantes a utilizarem a régua e o transferidor para classificar os triângulos.

Triângulos	Classificação quanto às medidas dos lados	Classificação quanto às medidas dos ângulos
ABC, ADE, BDF, CDE, CDF e ACD	Isósceles	Obtusângulo

CDE e CDF	Equilátero	Acutângulo
ACD e BCD	Escaleno	Retângulo

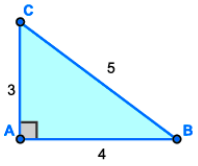
3.2 Com o auxílio de uma régua e transferidor, construa um triângulo que, de acordo com as medidas de seus lados, seja isóscele e, quanto às medidas de seus ângulos, seja retângulo.



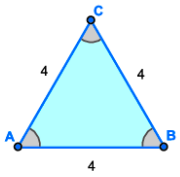
O estudante precisa garantir no triângulo dois lados de mesma medida e um ângulo de 90º.

3.3 Como vimos, os triângulos podem ser classificados quanto às medidas de seus lados ou quanto às medidas de seus ângulos. Observe os triângulos abaixo e classifique-os quanto aos lados e quanto aos ângulos.

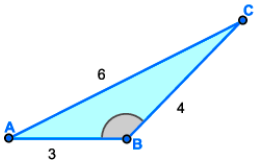
a) Retângulo e escaleno



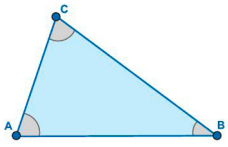
b) Acutângulo e equilátero/isósceles



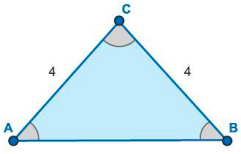
c) Obtusângulo e escaleno



d) Acutângulo e escaleno.



e) Acutângulo e isósceles



3.4 Sr. José quer construir dois canteiros em formato de triângulos para plantar flores e hortaliças. O canteiro de flores será um triângulo com um ângulo medindo 110º e o canteiro das hortaliças será um triângulo com todos os lados de medidas iguais. Quais são os tipos de cada um desses triângulos? Como podemos classificá-los?

Canteiro de flores – Triângulo obtusângulo. Canteiro das hortaliças - Triângulo equilátero.

ATIVIDADE 4 – IDENTIFICANDO QUADRILÁTEROS

Objetivo: *Identificar e explorar características dos quadriláteros em relação às medidas dos lados e dos ângulos.*

Conversa inicial: *Proponha aos estudantes que analisem diversos quadriláteros e os separem a partir do que sabem.*

4.1 Na parede de um Museu, foi construído um mosaico composto por quadriláteros.

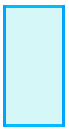
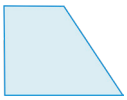


Ilustração: Elaborado pelos autores.

Identifique quais quadriláteros foram utilizados para compor o mosaico.

Paralelogramos e Trapézio retângulo

4.2 Complete o quadro com o nome e as características que podem ser observadas nesses quadriláteros.

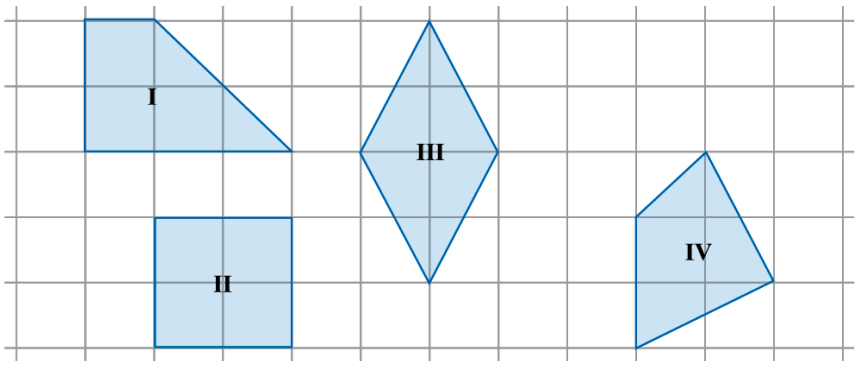
Figura	Nome do Polígono	Características quanto à medida dos lados	Características quanto aos ângulos
	Quadrado	Os quatro lados possuem a mesma medida.	Quatro ângulos retos.
	Retângulo	Dois pares de lados opostos com a mesma medida.	Quatro ângulos retos.
	Trapézio retângulo	1 par de lados paralelos.	Dois ângulos retos.
	Losango	Todos os lados possuem a mesma medida.	Ângulos opostos com mesma medida.
	Paralelogramo	Dois pares de lados opostos paralelos e de mesma medida.	Ângulos opostos com mesma medida.

ATIVIDADE 5 – EXPLORANDO QUADRILÁTEROS

Objetivo: *Classificar quadriláteros de acordo com medidas dos seus lados e ângulos.*

Conversa inicial: *Nesta atividade, o objetivo é que os estudantes apliquem, em situações-problema,os conhecimentos adquiridos sobre os quadriláteros.*

5.1 Analise os quadriláteros a seguir:

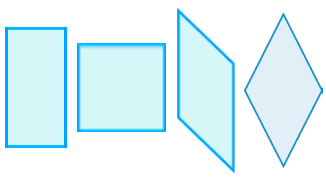
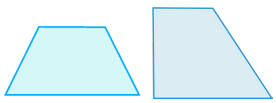
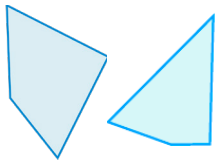


a) Dos quadriláteros desenhados, quais não têm lados paralelos? IV

b) Indique qual deles tem apenas um par de lados paralelos. I

c) Indique quais deles têm dois pares de lados paralelos. II e III

5.2 Os quadriláteros a seguir, foram organizados segundo um critério. Descubra qual foi esse critério. Escreva um pequeno texto, explicando essa organização.

Paralelogramo	Trapézios	Outros quadriláteros
		
Dois pares de lados paralelos de mesma medida.	*Um par de laos paralelos.*	*Não possuem lados paralelos.*

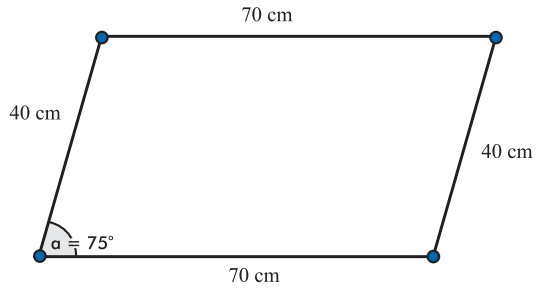
Após preencherem o quadro, escolha alguns estudantes para exporem suas observações sobre os quadriláteros. Sugerimos que anote na lousa os pontos importantes que foram citados pelos estudantes para, em seguida, fazer uma síntese com a participação de todos.

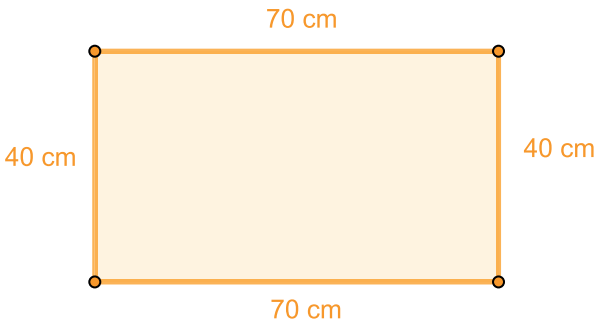
5.3 Em grupos, pesquisem de que forma os quadriláteros podem ser agrupados. Organizem um painel para apresentar os dados da sua pesquisa.

A atividade anterior já forneceu a resposta sobre agrupamentos dos quadriláteros. No entanto, oriente os estudantes sobre poderem pesquisar novas informações no livro didático, na biblioteca ou na sala de informática. Eles deverão construir um painel com o resultado da pesquisa. Por fim, marque uma data para apresentação da pesquisa e converse com os estudantes como será a forma de apresentação.

5.4 No polígono abaixo, mantendo as medidas dos lados e alterando apenas o ângulo de 75º para 90º, qual será o novo polígono formado?

O novo polígono formado é o retângulo.





5.5 Construa na malha quadriculada abaixo os seguintes quadriláteros:

a) Um trapézio com dois ângulos retos.

b) Um losango que não seja um quadrado.

c) Um retângulo que não seja um quadrado.

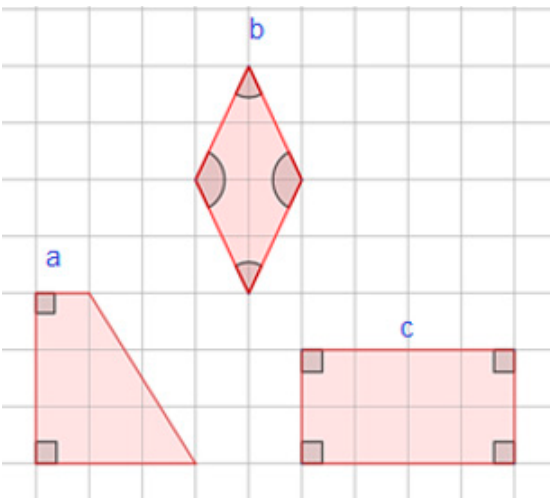


Ilustração: Elaborado pelos autores.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 6

CONVERSA COM O PROFESSOR

O estudo de gráficos e tabelas são o foco da situação de aprendizagem 6. As atividades têm como proposta a leitura e interpretação de informações apresentadas em gráficos ou tabelas.



•Transformar os temas em figuras (carrinhos, pessoas, objetos), em que o estudante monta a tabela colando a quantidade respectiva; Com a ajuda do grupo, elaborar o gráfico relacionando as figuras com as quantidades e características; Se possível, elaborar pesquisa e através do google drive, compartilhar os dados com os colegas e, juntos, elaborar o gráfico.

ATIVIDADE 1 – PESQUISA ENTRE PARES

Objetivo: *Coletar e organizar dados em uma tabela.*

Conversa inicial: *Os estudantes deverão planejar e organizar uma pesquisa entre eles e, a partir dos dados coletados, organizá-los em uma tabela. Em seguida, prepararão uma apresentação dos resultados encontrados.*

Para isso, a partir das informações organizadas na tabela, eles devem construir um gráfico para compor o texto do resultado.

A organização da turma será fundamental para que a pesquisa tenha resultado. Uma sugestão é organizar os alunos em trios. Cada trio deverá fazer o planejamento da pesquisa: escolha do assunto principal, formulação de questões importantes que devem articular o assunto e que também possam se converter em dados.

A forma como farão a pesquisa deve ser escolhida pelos estudantes com a sua mediação. Por exemplo, um grupo pode decidir entrevistar pessoalmente cada um dos participantes; outro poderá decidir fazer um formulário eletrônico ou outra estratégia.

Você poderá, junto com a turma, escolher um tema gerador e, dentro desse tema, escolher as ramificações para que cada trio possa escolher o seu subtema. Os temas podem ser repetidos por trio, o que será bem interessante, pois podem surgir perguntas diferentes e muito provavelmente resultados diferentes.

Por exemplo:

Tema gerador: A água. Ramificações (subtemas):

1. Tratamento da água;
2. Hábitos do cidadão para economizar água;
3. Quantidade de água consumida por residência;
4. Usos da água em ambiente doméstico.

Assim, um tema gerador poderá ter várias ramificações. Com o tema gerador, os estudantes ficam mais focados nas questões a serem formuladas no subtema.

Para socializar a pesquisa, marque uma data para entrega final dos resultados. Você poderá fazer um circuito em que cada grupo da turma explica os resultados da sua pesquisa.

1.1 Em grupos, façam uma pesquisa com os colegas da sua turma. Escolham um tema para sua pesquisa, coletem os dados e os organizem em uma tabela. Por fim, formulem um pequeno texto para divulgar o resultado da pesquisa.

A descrição da resposta será pessoal.

ATIVIDADE 2 – INTERPRETANDO INFORMAÇÕES EM TABELAS E GRÁFICOS

Objetivo: *Analisar e interpretar informações apresentadas em tabelas e gráficos.*

Conversa inicial: *Explorar os elementos de uma tabela ou gráfico faz parte da leitura e interpretação dos dados. Desenvolver o hábito de ler todas as informações presentes em tabelas e gráficos é um de nossos focos neste trabalho. É esse tipo de leitura que nos dá indícios de que as construções desses gráficos e tabelas possuem dados confiáveis.*

Os dados de uma pesquisa podem ser organizados em tabelas. Quando divulgamos o resultado de uma pesquisa por meio de uma tabela é necessário fazer a leitura das informações registradas.

2.1 Faça uma leitura dos dados apresentados na tabela e responda às questões abaixo:

Consumo Diário de Energia				
Aparelhos ou equipamentos	**Quantidade**	**Potência (W) por aparelho**	**Utilização diária (horas)**	**Consumo médio diário (W/h/dia)**
Lâmpada led	1	10	5	75
Rádio	1	20	3	60
TV 29”	1	110	5	550
Chuveiro	1	5 500	1	3 500
Videogame	1	15	4	90
Consumo médio diário total				4 275

Fonte: Eletrobrás (adaptado). Consumo Diário de Energia.Disponível em: **www.eletrobras.com.br**.

a) Qual o título e a fonte dessa tabela?

Título: *Consumo Diário de Energia.*

Explique ao estudante que, quando aparece o termo “adaptado”, consideramos a ocorrência de alguma alteração na tabela referente ao conteúdo original.

b) Se uma residência tiver 6 lâmpadas led, qual será o consumo diário total dessas lâmpadas?

Considerando a informação na tabela de que 1 lâmpada tem um consumo diário de 75 Watts/hora/dia, com 6 lâmpadas led temos:

6 x 75 = 450 Watts/hora/dia.

c) Qual desses aparelhos tem o maior consumo de energia diário? Esse aparelho foi o mais utilizado? Justifique.

O chuveiro. Segundo as informações da tabela, ele não é o mais utilizado no decorrer de um dia, mas é o que consome mais energia.

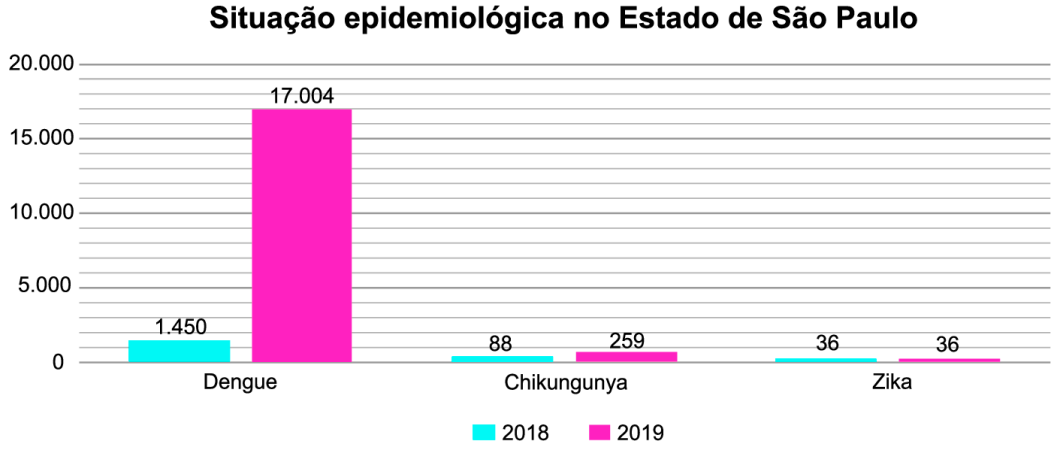
ATIVIDADE 3 – DIVULGANDO INFORMAÇÕES

Objetivos: *Analisar e interpretar dados apresentados em diferentes tipos de gráficos.*

Conversa inicial: *Nesta atividade, apresentaremos diferentes tipos de gráficos. Ler as informações presentes nos diferentes tipos de gráficos, comparar e analisar todos os dados faz parte da leitura e interpretação das informações para, a partir do caso, tomar decisões ou compreender a situação do assunto que está sendo tratado na pesquisa.*

Uma maneira útil de divulgação do resultado de uma pesquisa é por meio dos gráficos. Também é possível resolver problemas e fazer previsões. Mas, para isso, é preciso compreender e também construir gráficos.

3.1 Dados do Ministério da Saúde revelam que o número de casos de dengue no Estado de São Paulo aumentou mais de 1000% em comparação com janeiro de 2 018. Até o dia 02 de fevereiro, foram notificados 17 004 casos da doença. No mesmo período de 2018, foram registrados 1 450 casos de dengue. O gráfico a seguir registra a situação epidemiológica nesse período comparando 2 018 e 2 019:



Fonte: Ministério da Saúde. 2019. Ministério da Saúde alerta para aumento de 149% dos casos de dengue no país. Disponível em: **http://portalms.saude.gov.br/noticias/agencia-saude/45257-ministerio-da-saude-alerta-para-aumento-de-149-dos-casos-de-dengue-no-pais**.

a) Quantos casos de dengue foram registrados em 2019 a mais que em 2018?

17 004 – 1 450 = 15 554

Foram 15 554 casos a mais do que em 2 018.

b) Analisando o gráfico, o que podemos dizer com relação ao número de casos de Zika?

Os casos de Zika se estabilizaram entre 2 018 e 2 019, mantendo a quantidade de ocorrências constantes.

c) Qual o percentual do aumento do número de casos de Chikungunya no mesmo período em 2019 no Estado de São Paulo? (Se necessário, utilize a calculadora para validar a sua resposta).

259 – 88 = 171
171: 88 ≅ 1,94
1,94 x 100 = 194
O aumento do número de casos foi de aproximadamente 194%.

d) Identifique os elementos que foram necessários para a construção do gráfico.

Título do gráfico; legenda; rótulos dos eixos e de dados; linhas de grade; títulos dos eixos de valores (vertical) e de categorias (horizontal).

e) Construa uma tabela com os dados apresentados no gráfico.

Sugestão de tabela:

Situação Epidemiológica no Estado de São Paulo

TIPOS DE CASOS	TOTAL DE CASOS EM 2018	TOTAL DE CASOS EM 2019
Dengue	1450	17004
Chikungunya	88	259
Zika	36	36

3.2 Carlos e Maísa fizeram uma pesquisa na Escola para saber a preferência dos colegas sobre a programação dos canais de TV por assinatura. Eles entrevistaram 100 alunos que estudam nas turmas dos 6º anos: A, B e C. Com os resultados da pesquisa, eles construíram o gráfico. Porém, ao divulgar, no panfleto constava a imagem a seguir:

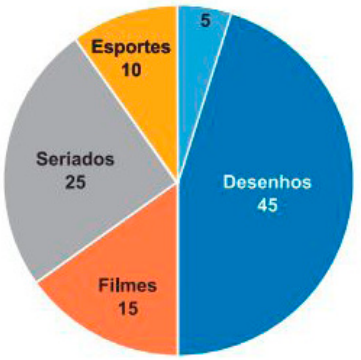


Ilustração: Elaborado pelos autores.

a) Somente com essa imagem, é possível saber do que trata a pesquisa?

Não é possível saber do que se trata pois faltam informações, como o título.

b) Quais informações estão faltando para identificarmos o gráfico?

Título, legenda, fonte e identificação de todos os valores.

c) Construa o mesmo gráfico e complete com as informações necessárias para que os leitores compreendam os dados registrados no gráfico.



Ilustração: Elaborado pelos autores.

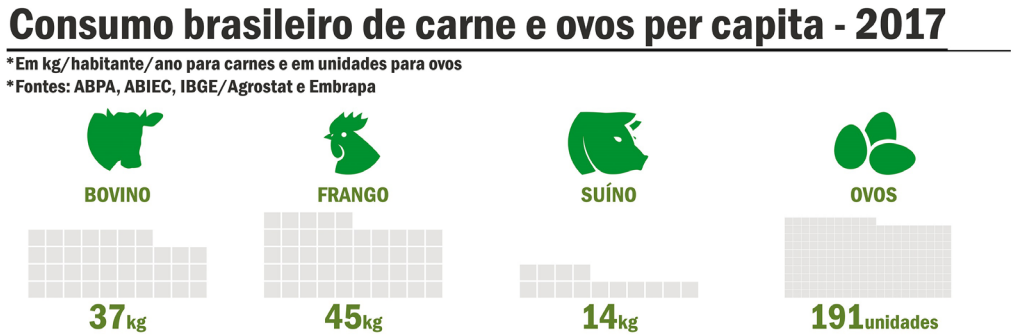
Observe que para 5 alunos não há nenhuma preferência associada, assim, os estudantes poderão associar uma preferência ou nenhuma nessa informação.

d) Elabore três questões envolvendo os dados desse gráfico. Em seguida, troque com um colega as questões para que um resolva as questões do outro. Juntos, analisem e verifiquem se as respostas estão corretas

Resposta pessoal.

3.3 Um outro meio de informar o leitor é a utilização de textos visuais associados a elementos não verbais, como o infográfico.

A seguir, o infográfico revela o consumo de carnes e ovos por habitante no Brasil em 2017:



Fonte: Embrapa.

Destaque aos estudantes que esses valores são dados pela média, pois não é possível garantir que todo brasileiro coma essas porções por ano.

Responda:

a) Que tipo de carne o brasileiro mais consumiu em 2017? Quantos quilos por habitante?

A carne mais consumida em 2017 foi a de frango com 45 kg por habitante, em média.

b) Qual foi a carne menos consumida? Quantos gramas por pessoa?

A carne menos consumida foi a de carne suína com 14 kg por habitante, ou seja, 14 000 g por pessoa, em média.

c) Quantas dúzias de ovos um brasileiro consumiu em 2017?

191:12 ≅ 15,9

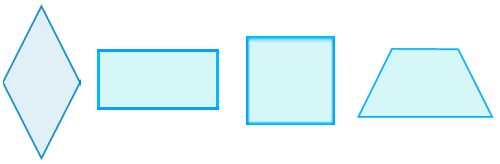
Em média o consumo foi de 15 dúzias de ovos em 2017.

d) Quando você realizou a equivalência de unidades de ovos para dúzias, sobraram unidades? Se sim, das unidades de ovos que sobraram, quantas faltam para completar uma dúzia?

Quando realizamos a divisão de 191 por 12, não resultou em um valor exato, sobrando unidades.
15 x 12 = 180
191 – 180 = 11
Sobraram 11 ovos, portanto falta um ovo para completar uma dúzia.

TESTE SEU CONHECIMENTO

1. **(Prova Brasil/2008)** Ao escolher lajotas para o piso de sua varanda, Dona Lúcia falou ao vendedor que precisava de lajotas que tivessem os quatro lados com a mesma medida.



Que lajota o vendedor deve mostrar a Dona Lúcia?

A) Losango ou quadrado.

B) Quadrado ou retângulo.

C) Quadrado ou trapézio.

D) Losango ou trapézio.

2. **(SARESP/2015)** A moeda que tem o valor de $\frac{1}{4}$ de real é igual a:

(A) 

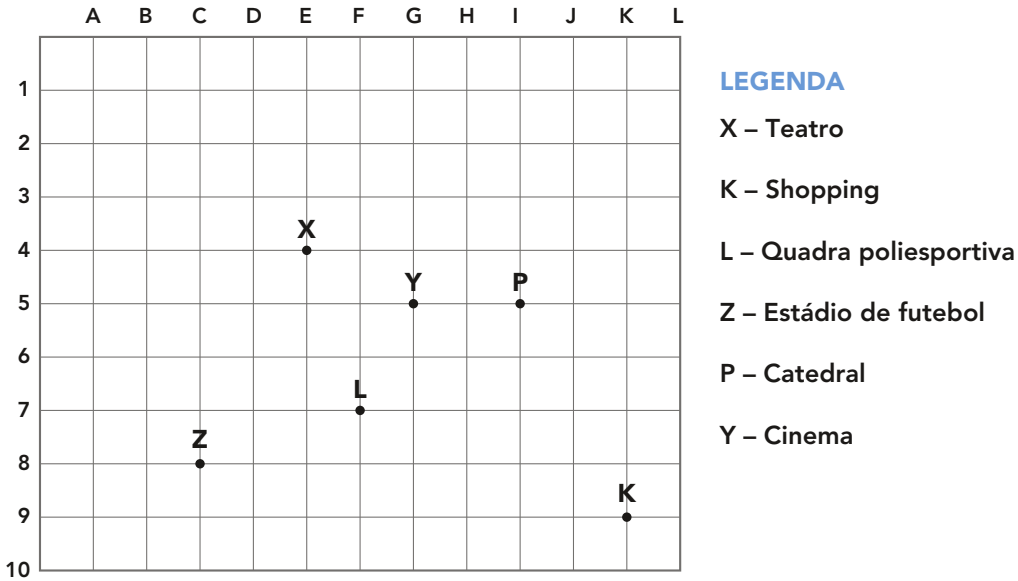
(B) 

(C) 

(D) 

Resposta correta: (D)

3. (SARESP/ 2008) Observe a localização de alguns espaços no mapa.



Nesse mapa, a coordenada (5,G) indica a localização:

A) da catedral

B) da quadra poliesportiva

C) do teatro

D) do cinema

7º ANO - 1º BIMESTRE

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 1

CONVERSA COM O PROFESSOR

Nessa Situação de Aprendizagem, os múltiplos e divisores são os assuntos. Sugerimos atividades que possam contribuir para a reflexão e então ampliar essas ideias para aplicação prática, envolvendo também as sequências.

ATIVIDADE 1 – GERAÇÃO DE IDEIAS – PARA QUE SERVEM OS MÚLTIPLOS

Objetivo: *Dar significado aos conceitos de múltiplo de um número natural.*

Conversa inicial: *Retome com os estudantes a ideia de múltiplos. Em seguida, solicite que preencham o mapa mental. O mapa mental poderá ser feito em folha, no caderno ou se preferir em cartolina, conforme o modelo apresentado. Ao socializar, anote ideias importantes para formalizar os múltiplos.*

1.1 Já conversamos em outros momentos sobre múltiplos e divisores. Faça em seu caderno o mapa conceitual, como no modelo, e registre o que você aprendeu sobre esse assunto, começando pelos múltiplos. Em seguida, seu professor fará uma síntese sobre o assunto.



Um mapa conceitual é uma ferramenta que pode ajudá-lo a organizar ideias, conceitos e informações para seus estudos.

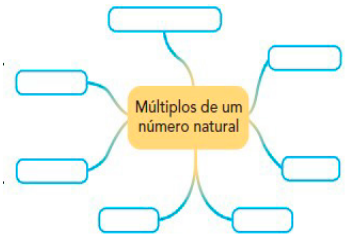


Ilustração: Elaborado pelos autores.

1.2 Elabore um mapa com as ideias de divisores de um número natural.

Resposta pessoal, porém o professor deverá discutir os resultados com os estudantes. Uma possível resposta é que um número é divisor de outro quando a divisão é exata, ou seja, não há resto.

ATIVIDADE 2 – PAINEL LUMINOSO – MÚLTIPLOS NA PRÁTICA

Objetivo: *Sistematizar os conceitos de múltiplo e divisor comum e relacionar situações práticas do cotidiano com o conceito de múltiplos e divisores.*

Conversa inicial: *Uma sugestão de aprofundamento é propor aos estudantes que confeccionem ou discutam no mesmo painel uma programação que diferencie os números primos e compostos, discutindo assim seus significados.*

Providenciar dois painéis para que façam os múltiplos de 2 e outro múltiplos de 3, a fim de que os estudantes circulem nos dois os números que se repetiram nos dois painéis. Colar os painéis no caderno e registrar a ação.

2.1 Um painel luminoso de uma loja foi construído sobre uma placa semelhante ao quadro abaixo, de modo que cada um dos quadradinhos foi marcado com um número para identificar a lâmpada no painel. Assim, o painel foi programado para que as luzes que ocupavam as posições dos números múltiplos de 2 ficassem acesas permanentemente, ao mesmo tempo em que as luzes na posição dos múltiplos de 3 piscassem incessantemente. As demais lâmpadas ficariam apagadas.

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
32	33	34	35	36	37	38	39	40	41
42	43	44	45	46	47	48	49	50	51

Fonte: Elaborado pelos autores.

Ao ligar o painel, as luzes acenderam, porém não como o esperado.

a) Qual foi a razão de o painel não ter funcionado como o esperado?

Ao programar o painel, não se levou em consideração o fato de que alguns números são ao mesmo tempo múltiplos de 2 e de 3 (6, 12, 18,24,30,36,42 e 48). Neste caso, a lâmpada não poderá atender as duas ordens simultaneamente: ficar acesa e piscar simultaneamente.

b) Como poderia ser uma programação do painel que funcionasse conforme o planejado, utilizando a ideia dos múltiplos de dois números?

Por exemplo: ficar acesa permanentemente as luzes nas posições dos múltiplos de 7 (7, 14, 21, 28, 35, 42) e piscar as luzes nas posições dos múltiplos de 9 (9, 18, 27, 36, 45). Outras possibilidades podem aparecer.

c) Como poderia ser uma programação do painel que funcionasse conforme o planejado, utilizando a ideia dos divisores de dois números?

Por exemplo: ficar acesa permanente as luzes nas posições dos divisores de 45 (3, 5, 9,15 e 45) e piscar as posições dos divisores de 32 (2, 4, 8,16 e 32). Outras possibilidades podem aparecer.

ATIVIDADE 3 – SEGUINDO A SEQUÊNCIA

Objetivo: *Aplicar o conceito de múltiplos, observando sequências figurativas.*

Conversa inicial: *Converse com os estudantes sobre sequências: há algumas que são aleatórias e outras que seguem um padrão. Cada elemento de uma sequência ocupa uma posição. Ao tratar de*

posição, iniciamos contando: primeiro elemento (1º), segundo elemento (2º) e assim por diante. Peça que façam algumas sequências e descrevam a regra da ordem dos elementos. Socialize algumas, para que possam acompanhar sequências aleatórias e sequências que seguem algum padrão.

3.1 Para organizar uma sequência com padrão, é possível utilizar os múltiplos. Observe as figuras abaixo:



a) Considerando a ordem das figuras, podemos afirmar que formam uma sequência com padrão? Por quê? Quais seriam as próximas figuras?

Sim, formam uma sequência com padrão, porque ela se repete a cada quatro figuras. Círculo, pentágono, triângulo e quadrado, formando um padrão.

b) Qual figura ocupa as posições dos múltiplos de quatro?

Nas posições dos múltiplos de 4, temos sempre o quadrado, pois ocupa as posições 4, 8, 12, 16, ...



Propor a separação dos múltiplos, utilizando palitos de sorvete numerados.

c) Considerando a regularidade identificada, indique a figura que ocupa aposição 154ª. Justifique sua resposta.

As figuras se repetem a cada quatro posições, na mesma ordem, assim para encontrar a figura que ocupa a posição 154, fazemos 154 ÷ 4 = 38, com resto 2. O resto identifica a posição que terá a mesma figura da posição 154, ou seja, o pentágono.

3.2 Elabore uma sequência a partir da ideia de múltiplos. Escreva a regra de formação. Troque a sequência com seu colega. Resolva a sequência que ele construiu e depois conversem sobre a resolução de cada um.

Professor, organize grupos para elaboração dos problemas, que deve conter enunciado, uma pergunta e uma sequência que obedeça a um padrão. Quando finalizarem, troquem os problemas para que sejam resolvidos pelos colegas.

ATIVIDADE 4 – MÚLTIPLOS E DIVISORES

Objetivo: *Resolver problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor ou de múltiplo.*

Conversa inicial: *Organize a turma em grupos ou duplas, para que resolvam os problemas propostos. Na resolução de problemas, observar se os estudantes conseguem interpretar o enunciado, organizando as informações do problema e então decidir qual o procedimento para resolvê-lo.*

4.1 Um fabricante de sabão em pó planejou oferecer um prêmio, em dinheiro, a quem encontrasse um cartão premiado na caixa desse produto. Preocupado em não perder de vista as embalagens premiadas, programou sua máquina para que incluísse o cartão premiado apenas nas caixas que, pela ordem de fabricação, a partir da caixa 1, coincidissem com os múltiplos de 250. A distribuição para as vendas foi feita seguindo a ordem de fabricação, a fim de evitar que os prêmios saíssem para uma mesma região.

Considerando a situação acima, responda:

a) Um comerciante comprou as primeiras 1000 caixas fabricadas. Quantas caixas premiadas ele adquiriu? Explique o seu raciocínio.

Comprando as primeiras 1000 caixas fabricadas, ele terá na sua loja quatro prêmios (as caixas de posição de fabricação 250, 500, 750 e 1000). Os estudantes deverão observar que, nesse intervalo, há quatro múltiplos de 250, o que pode ser obtido efetuando-se a conta 1000 ÷ 250 = 4

b) É possível calcular quantas caixas premiadas levará o comerciante que comprar as 1600 caixas seguintes? Explique o seu raciocínio.

Partindo da caixa 1001, os estudantes deverão verificar que serão 6 as caixas premiadas (as de posições de fabricação 1250, 1500, 1750, 2000, 2250 e 2500), pois as 1600 caixas seguintes, após a caixa de 1000, vão até a caixa 2600 na posição de fabricação. A resposta 6 também pode ser identificada efetuando-se o cálculo 1600 ÷ 250 = 6 e resto 4 (como 250 não é divisor de 1600, o resto não é zero como na situação anterior).
Mas atenção, professor! É importante discutir com o aluno que o procedimento da divisão deve ser cuidadosamente aplicado, pois se o comerciante estivesse levando 1600 caixas, a partir, por exemplo, da caixa de ordem de fabricação 2000, a resposta seria 7 caixas, pois a primeira caixa (a de posição 2000) estaria premiada. Neste caso, o comerciante estaria comprando da caixa 2000 até a 3599, e as caixas premiadas seriam as de posição 2000, 2250, 2500, 2750, 3000, 3250 e 3500 na ordem de fabricação.

c) É possível calcular exatamente quantas caixas premiadas levou um comerciante que comprou uma sequência de 300 caixas de sabão na ordem de fabricação? Explique o seu raciocínio.

Não é possível calcular exatamente o número de caixas premiadas nesse caso, devido à falta de informação sobre a série de fabricação das caixas que este comerciante estaria levando. Entretanto, é possível afirmar que ele levaria ou uma ou duas caixas premidas pois, por exemplo:

I. Na série de fabricação de 249 a 548, ele levaria as caixas de ordem de fabricação, 250 e 500. Logo, levaria 2 caixas premiadas.
II. Na série 251 a 550, levaria apenas 1 caixa premiada, a de ordem de fabricação 500.

4.2 Podemos indicar os múltiplos e divisores de um número por meio de um conjunto. Veja: M (5) = {0, 5, 10, 15, 20, 25, ...} ou ainda D (125) = {1, 5, 25, 125}. Os múltiplos de um número formam um conjunto infinito. Já o conjunto dos divisores é um conjunto finito.

Considerando a ideia de múltiplo e divisores, determine:

a) Os múltiplos de 4, por meio de um conjunto.

M (4) = {4, 8, 12, 16, ...}. Nota-se que este conjunto é infinito.

b) Os divisores de 36, por meio de um conjunto.

D (36) = {1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36}. Nota-se que este conjunto é finito, contendo 9 elementos.

4.3 Encontre os divisores de 144. Descreva as estratégias que você utilizou para encontrá-los.

D (144) = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 36, 48, 72, 144}, uma possível estratégia:
Todo número diferente de zero é divisível por 1 e por ele mesmo. Logo, 1 e 144 são divisores de 144.
O número 2 é divisor de 144. Logo, 144 ÷ 2 = 72; 72 ÷ 2 = 36; 36 ÷ 2 = 18; 18 ÷ 2 = 9 são divisores de 144. Dividindo 144 pelos divisores encontrados nesta etapa, temos mais alguns divisores de 144 (144 ÷ 72 = 2; 144 ÷ 36 = 4; 144 ÷ 18 = 8; 144 ÷ 9 = 16)
Lista provisória: 1, 2, 4, 8, 9, 16, 18, 36, 72, 144
O número 3 é divisor de 144. Logo, 144 ÷ 3 = 48; 48 ÷ 3 = 16 são divisores de 144. Dividindo 144 pelos divisores encontrados nesta etapa, temos mais alguns divisores de 144 (144 ÷ 48 = 3; 144 ÷ 16 = 9)
Lista provisória: 1, 2, 3, 4, 8, 9, 16, 18, 36, 48, 72, 144
O número 4 é divisor de 144, mas já consta na lista provisória.
O número 6 é divisor de 144. Logo, 144 ÷ 6 = 24; 24 ÷ 6 = 8 são divisores de 144. Dividindo 144 pelos divisores encontrados nesta etapa, temos mais alguns divisores de 144 (14424 = 6; 144 ÷ 8 = 18)
Lista provisória: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 16, 18, 24, 36, 48, 72, 144
Os números 8 e 9 são divisores de 144, mas já constam na lista provisória.
O número 12 é divisor de 144. Logo, 144 ÷ 12 = 12; 12 ÷ 12 = 1 são divisores de 144. Dividindo 144 pelos divisores encontrados nesta etapa, temos mais alguns divisores de 144 (144 ÷ 12 = 12; 144 ÷ 1 = 144)
Lista provisória: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 36, 48, 72, 144
Os números 16, 18, 24, 36, 48 e 72 são divisores de 144, mas já constam na lista provisória.
Conclusão: D (144) = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 36, 48, 72, 144}

4.4 Agora, é o momento de você escrever o que entendeu sobre o significado de um múltiplo e um divisor de um número. Dê alguns exemplos.

Solicite aos estudantes que registrem o que aprenderam. Você poderá fazer uma roda de conversa para que troquem ideias, possibilitando uma conversa entre os pares.

ATIVIDADE 5 – ORGANIZANDO AS VENDAS – MÚLTIPLOS E DIVISORES

Objetivo: *Resolver problemas com números naturais, envolvendo as noções de divisor ou de múltiplo.*

Conversa inicial: *Organize a turma em grupos ou duplas para que resolvam os problemas propostos. Na resolução de problemas, observar se os estudantes conseguem interpretar o enunciado, organizando as informações do problema e então decidir qual o procedimento para resolvê-lo.*

5.1 Bruno e Sandra compraram 240 tabletes de chocolate em uma fábrica para revendê-los na feira. Eles decidiram embalar os tabletes de chocolate em saquinhos de papel, de forma que todos tivessem a mesma quantidade e sem sobrar tablete algum e utilizando todos os saquinhos comprados. Bruno sugeriu comprar 60 saquinhos e Sandra disse que 50 era melhor.

a) Qual seria a correta opção em relação à quantidade de saquinhos para embalar os tabletes de chocolate? Registre sua conclusão e compare com a solução de seu colega.

A opção de 60 saquinhos é a correta, pois 240 ÷ 60 = 4, tendo 4 tabletes em cada saquinho sem sobrar tablete algum de chocolate, assim como de saquinhos comprados. Com 50 saquinhos, teríamos 240 ÷ 50 = 4 e resto 40, ou seja, 4 tabletes em cada saquinho e sobrariam 40 tabletes de chocolate sem embalar.

b) Existem outras quantidades possíveis de saquinhos que Bruno e Sandra poderiam comprar para atender às condições iniciais? Escolha 5 possibilidades diferentes que poderiam ser sugeridas para os dois comprarem os saquinhos. Você encontrou alguma quantidade de saquinhos que não indicaria? Por quê?

Resposta: Sim, existem. A quantidade de saquinho deverá ser um divisor de 240.
D (240) = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 16, 20, 24, 30, 40, 48, 60, 80, 120, 240}.

Sim, qualquer quantidade de saquinhos que não pertence ao conjunto dos divisores de 240 resultaria numa sobra de tabletes de chocolate.
Das quantidades de saquinhos, espera-se que o estudante perceba que comprar 1 saquinho, implicaria colocar todos os tabletes de chocolate em um único saquinho. Discuta se essa possibilidade seria interessante para realizar a venda. Caso algum estudante tenha descartado mais algum divisor, observe qual argumento utilizou. É importante observarem que a quantidade a ser distribuída deve ser coerente com a situação do problema.



Para representar a distribuição, é possível utilizar o material dourado, separando as quantidades possíveis e então o estudante poderá fazer os registros. Ele poderá fazer a separação das quantidades em partes iguais. Outra sugestão: montar o conjunto com números sequenciais e pedir que o aluno contorne os divisores.

ATIVIDADE 6 – DESCOBRINDO OS MÚLTIPLOS E DIVISORES

Objetivo: *Reconhecer o máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum de números naturais.*

Conversa inicial: *Nessa atividade, é possível aprofundar os conceitos de máximo divisor comum e de mínimo múltiplo comum, formalizando o registro e os conceitos. Organize-os em duplas para discutirem a atividade 6.1, investigando a ideia do que há em comum entre os divisores.*

6.1 Encontre os primeiros dez múltiplos de 3. Descreva a estratégia que você utilizou para encontrá-los.
M (3) = {3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27}

6.2 Escreva os múltiplos de 18 e 24. Qual é o menor múltiplo comum entre 18 e 24?
M(18) = {18, 36, 54, 72, 90, 108, 126, 144, 162, ...}
M(24) = {24, 48, 72, 96, 120, 144...}
O menor múltiplo em comum entre 18 e 24 é 72.
Professor, é possível e natural que alguns estudantes indiquem o 0 como o menor múltiplo comum entre 2 números. Caso isso ocorra, retome o conceito de mínimo múltiplo comum no conjunto dos números naturais.

6.3 De acordo com seu conhecimento sobre múltiplos, responda os itens a seguir:

a) Um médico receitou a um paciente que tomasse três medicamentos. Um dos remédios deveria ser tomado de 6 em 6 horas, um outro remédio de 8 em 8 horas e o terceiro remédio de 12 em 12 horas. Supondo que o paciente tenha iniciado agora o tratamento tomando os três remédios juntos, daqui a quantas horas tomará os três remédios juntos novamente?

Escrever os múltiplos de 6, 8 e 12.
M(6) = {6, 12, 18, 24, ...} para o remédio 1.
M(8) = {8, 16, 24, 32 ...} para o remédio 2.
M(12) = {12, 24, 36, 48, ...} para o remédio 3.
MMC (6,8,12) = 24.
O paciente irá tomar os três remédios ao mesmo tempo daqui a 24h.

b) A iluminação pública de uma cidade faz parte do seu plano de urbanização. Para garantir a luminosidade do ambiente de forma eficiente, segura e que não afete a mobilidade dos pedestres, a distância indicada entre os postes de iluminação é de 35 m. Nessa cidade, será construída uma avenida nova. Além dos postes, haverá uma marcação indicando a distância percorrida a cada 25 m. Considerando o ponto zero o início da avenida, qual será o primeiro ponto onde haverá poste de iluminação e a marcação da distância percorrida?

Resposta: MMC (35,25) = 175. Logo, o primeiro ponto onde haverá o poste de iluminação e a marcação da distância percorrida será na marcação de 175 m.

c) Uma fonte luminosa, geralmente instalada nas praças das cidades, jorra água constantemente para o alto enquanto toca música e acende luzes coloridas. As luzes são programadas para "piscarem" em tempos diferentes. Supondo que a luz rosa "pisca" a cada 15 segundos e a amarela "pisca" a cada 10 segundos, se, num certo instante, elas "piscam" ao mesmo tempo, após quantos segundos elas voltarão a "piscar" simultaneamente?

MMC (10,15) = 30. Logo, após 30 segundos, elas piscarão simultaneamente.

6.4 No quadro a seguir, pinte em cada linha os divisores, conforme indicado:

Divisores de 4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Divisores de 6	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Divisores de 12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Divisores comuns de 4, 6 e 12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Maior Divisor Comum entre 4, 6 e 12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

6.5 Faça uma análise do quadro em relação aos números que você pintou. Registre suas observações.
Na linha dos divisores comuns apareceu apenas os números que se repetiram entre os divisores de 4, 6 e 12. Na linha do MDC foi destacado apenas o maior divisor comum entre 4, 6 e 12 que é o 2.

6.6 Realize, agora, o mesmo procedimento com os quadros a seguir:

a)

Divisores de 10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Divisores de 16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Divisores comuns de 10 e 16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Máximo Divisor Comum entre 10 e 16 (MDC (10, 16))	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

b)

Divisores de 9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Divisores de 18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Divisores comuns de 9 e 18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Máximo Divisor Comum entre 9 e 18 (MDC (9, 18))	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

6.7 Em uma escola, há 240 alunos no 7º ano, 288 no 8º ano e 120 no 9º ano. Haverá uma semana cultural, em que todos os alunos serão distribuídos em equipes com a mesma quantidade de alunos, sem que se misturem alunos de anos diferentes. Qual será o número máximo de alunos que pode haver em cada equipe nessas condições?

Encontrar os divisores de 240, 288 e 120:
*D (240) = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 16, 20, **24**, 30, 40, 48, 60, 80, 120, 240}*
*D (288) = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, **24**, 32, 36, 48, 72, 96, 144, 288}*
*D (120) = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, **24**, 30, 40, 60, 120}*
Note que o número 24 é o maior número comum a todos os divisores, portanto o número máximo de alunos que poderá haver em cada equipe é 24.
Ao socializar, formalize o conceito de Máximo Divisor Comum e as formas de indicar esse número

6.8 Numa fábrica de tecidos sobraram algumas tiras de 90 cm de comprimento e outras de 75 cm de comprimento. O patrão solicitou a um funcionário que cortasse as tiras de tecido em partes iguais e de maior comprimento possível. Como ele poderá resolver essa situação?

Calculando o máximo divisor comum entre 90 e 75.
MDC (90, 75) = 15 cm.
Logo, as tiras deverão ser cortadas em pedaços de 15 cm cada um.

6.9 Identifique as sentenças verdadeiras e falsas e justifique suas respostas:

a) 50 é múltiplo de 5.

Verdadeira, pois 5 é divisor de 50.

b) 79 é divisível por 5.

Falsa, pois, nos divisíveis por 5, o último algarismo termina em 0 ou 5.

c) 4 é divisor de 25.

Falsa, pois 25 é divisível apenas por 1, 5 e 25.

d) 105 não é divisível por 8.

Verdadeira, pois 105 não é múltiplo de 8.

e) 144 não é múltiplo de 3.

Falso, pois a soma dos algarismos que compõem o número 144 (1 + 4 + 4 = 9) é um múltiplo de 3.

Verificar com os estudantes outras justificativas que podemos considerar como corretas para a atividade.

ATIVIDADE 7 – DESAFIO DOS MÚLTIPLOS

Ao redor de cada quadrado numerado, existem oito quadrados. Preencha cada um deles com um múltiplo (menor que 100) do número que está no centro. É proibido repetir números.

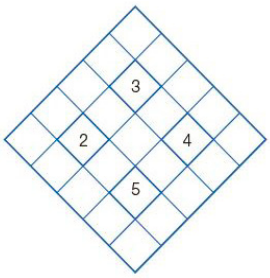


Ilustração: Elaborado pelos autores.

Uma possível resolução: começando do vértice esquerdo em sentido horário.
Ao redor do 2: 22, 14, 18, 6, 60, 10, 30, 26.
Verifique junto aos estudantes outras respostas para compartilhar com a turma.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 2

Objetivo: *Identificar e reconhecer números racionais na representação fracionária. Retomar as ideias junto com os estudantes das diferentes formas de representar os números racionais. Resolver problemas envolvendo os números racionais, ampliando o repertório dos estudantes.*

Conversa inicial: *Para iniciar a abordagem do assunto, incentive os estudantes a preencherem o mapa mental, considerando que nos anos anteriores já tiveram contato com os números racionais na forma de frações.*

ATIVIDADE 1 – FRAÇÕES E SEUS SEGREDOS

Você já deve ter aprendido o que é um número fracionário. Então, escreva um exemplo desse número e explique com suas palavras, ou desenhe, o que o número que você escreveu pode representar.

1.1 No mapa a seguir, escreva o que você lembra sobre os números racionais na forma de fração.

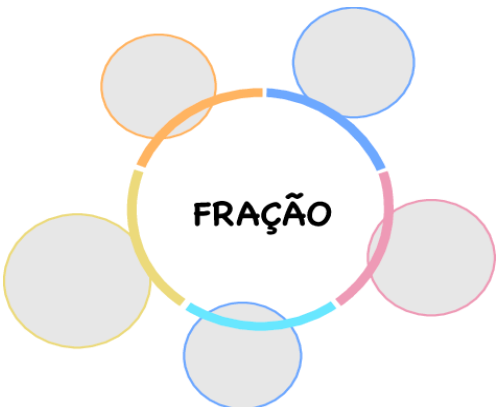


Ilustração: Elaborado pelos autores.

A partir das ideias registradas, formule um parágrafo sobre os números racionais na forma de frações.

Resposta pessoal. Faça uma roda de conversa para socializar as ideias que os estudantes têm sobre os números racionais na forma de frações. Socialize alguns registros e complemente ou comente, se for o caso.

1.2 Fábio viu que seu pai comprou uma caixa com 24 maçãs e foi ajudar na preparação da comida para o aniversário da sua irmã mais nova. Seu pai lhe pediu que separasse e descascasse $\frac{7}{12}$ da quantidade das maçãs para ele fazer o suco e $\frac{3}{8}$ para sua mãe colocar nas saladas. Fábio fez tudo o que foi pedido e comentou que tinha sobrado uma maçã. "É isso mesmo!", disse sua mãe. "Essa é para enfeitar o bolo".

a) Quantas maçãs foram utilizadas para fazer o suco?

$$\frac{7}{12} \text{ de } 24 = 14 \text{ maçãs}$$

b) Quantas maçãs foram utilizadas para o preparo da salada?

$$\frac{3}{8} \text{ de } 24 = 9 \text{ maçãs}$$

Enriquecer com figuras de maçã inteira, agrupadas. O estudante poderá fazer a contagem do todo e dos agrupamentos.

1.3 Júlia saiu para comprar uma coleira para o seu cachorro, mas logo percebeu que não sabia que tamanho comprar. Ao ver as coleiras expostas, teve a ideia de comparar o comprimento delas com o comprimento de sua pulseira que estava usando. Abriu a pulseira, tirou-a do pulso, comparou-a com a medida da coleira e obteve exatamente 1 pulseira e meia. Foi para casa, comparou a medida com o pescoço do cachorro e voltou para comprar a coleira.



Fonte: **https://pixabay.com/pt/illustrations/pulseira-mi%C3%A7anga-cadeia-de-cristal-5003799/**.

Como Júlia poderia expressar com um número na forma mista o comprimento da coleira em relação ao comprimento da pulseira?

Resposta $1\frac{1}{2}$.

Um número na forma mista é composto de um número inteiro e um número racional na forma de fração. Considerar que a resposta 1,5 pode ocorrer e, neste caso, explicar que estaria correta se não tivesse sido solicitada resposta com um número na forma mista. Dizemos que o comprimento da coleira é uma grandeza que foi medida com outra grandeza (comprimento da pulseira), a qual

*chamamos de **unidade de medida**. Nesta atividade, utilizou-se de grandezas contínuas, para facilitar a compreensão do número na forma mista, porém o mesmo pode ocorrer com as grandezas discretas. Se necessário, apresentar outros exemplos.*

ATIVIDADE 2 – OS LADRILHOS DA COZINHA – FRAÇÃO E RAZÃO

Objetivo: *Reconhecer os números racionais pela sua representação fracionária.*

Conversa inicial: *A partir do problema disparador, converse com os estudantes. Explicar que o nome razão vem do latim ratio (rateio, divisão) que gerou o nome racional. Observar que foi pedida a razão entre os ladrilhos lisos e da cozinha. Apresentar o significado de razão associado a um número racional na forma de uma fração, diferente do significado parte-todo. Observar que foi pedida a razão entre a quantidade de ladrilhos decorados e a quantidade de ladrilhos da cozinha.*

2.1 Helena pretende revestir o chão de sua cozinha com ladrilhos. Seu arquiteto orientou que, dos 144 ladrilhos, apenas $\frac{1}{3}$ fossem decorados. Quantos ladrilhos serão decorados?

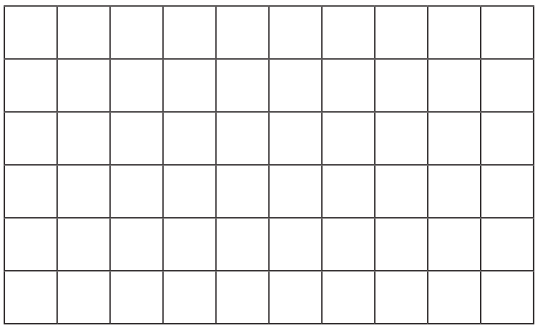
Para encontrar $\frac{1}{3}$ de 144, podemos fazer $144 \div 3 \cdot 1 = 48$. Logo, serão necessários 48 ladrilhos decorados.

2.2 Supondo que os desenhos abaixo fossem as representações do chão de uma cozinha, decore os ladrilhos conforme a quantidade indicada a seguir:

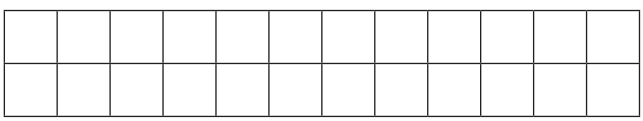


Recorte e cole como ficha extra, para que o estudante pinte as quantidades indicadas. Outra sugestão: separar 60 tampinhas em quatro grupos contando-as e substituindo por outra cor ou formas e registrar no caderno.

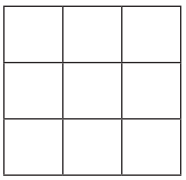
a) $\frac{1}{3}$ de 60 ladrilhos *20 decorados*



b) $\frac{1}{3}$ de 24 ladrilhos *8 decorados*



c) $\frac{1}{3}$ de 9 ladrilhos *3 decorados*



d) $\frac{1}{3}$ de 3 ladrilhos *1 decorado*



Adaptar a atividade e a comanda: Em cada três quadradinhos, pintar um mostrando a fração $\frac{1}{3}$. Depois, adicionar os quadradinhos pintados.

Como você fez para encontrar a quantidade de ladrilhos para decorar?

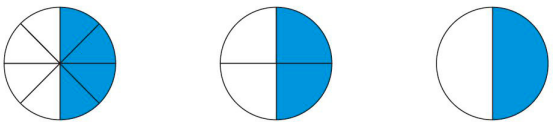
Uma possibilidade: Dividir a quantidade de ladrilhos pelo denominador da fração, depois multiplicar esse número pelo numerador, resultando na quantidade de ladrilhos para decorar.

A fração $\frac{1}{3}$ também pode ter o seguinte significado: 1 ladrilho decorado para cada 3 ladrilhos da cozinha. Quando comparamos os valores de duas grandezas e as colocamos em forma de fração, dizemos que ela expressa uma razão entre essas grandezas.

$$\frac{1}{3} \longrightarrow \frac{\text{ladrilho decorado}}{\text{ladrilhos de cozinha}} \longleftarrow$$

ATIVIDADE 3 – FRAÇÕES EQUIVALENTES

3.1 A professora entregou aos alunos uma figura e solicitou que todos pintassem $\frac{1}{2}$ da figura. Três alunos pintaram conforme as figuras abaixo. Escreva a fração que representa cada parte pintada de azul.



Aluno 1: Aluno 2: Aluno 3:

3.2 Analise as respostas de cada um dos alunos. Eles fizeram o que foi solicitado pela professora corretamente? Explique.

Sim, estão corretos. Todos pintaram o equivalente à metade de cada figura.

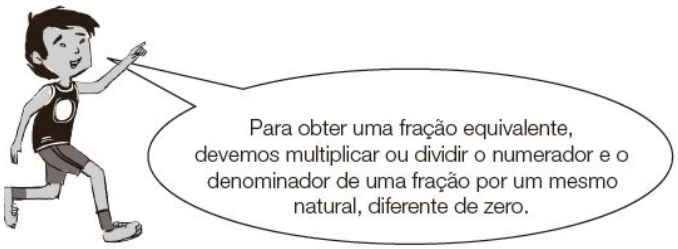
Providenciar figuras recortadas e as frações, para que o estudante relacione as duas representações.

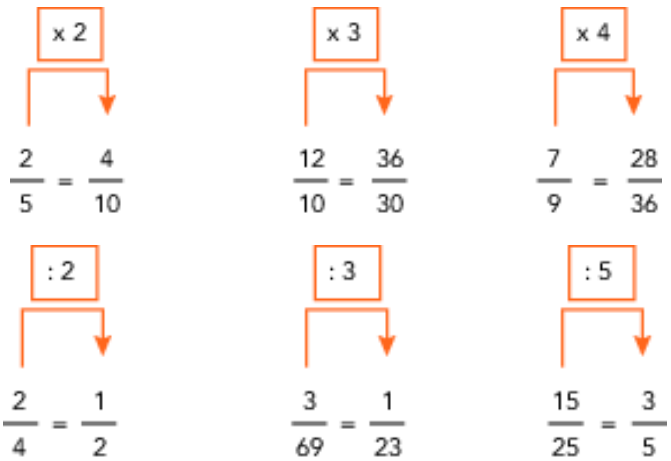
3.3 Considere as frações $\frac{1}{4}$, $\frac{6}{18}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{12}$, $\frac{9}{18}$ e $\frac{2}{8}$. Identifique quais frações são equivalentes e, utilizando uma folha de papel quadriculado, faça a representação geométrica de cada uma delas.

As frações $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12}$ são frações equivalentes, pertencentes à classe de equivalência $\frac{1}{4}$.

Para as representações, os estudantes podem utilizar a figura que escolherem mais adequada, porém precisam observar que as partes devem ter o mesmo tamanho.

As frações equivalentes representam a mesma parte das figuras, e podemos obtê-las assim:





3.4 Determine três frações equivalentes às frações dadas:

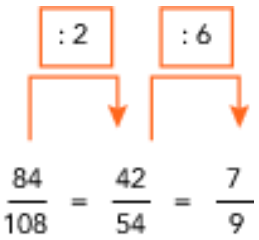
a) $\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = \frac{12}{15} = \frac{40}{50}$

b) $\frac{28}{72} = \frac{7}{18} = \frac{14}{36} = \frac{21}{54}$

c) $\frac{144}{24} = \frac{12}{2} = \frac{6}{1} = \frac{48}{8}$

Considerar outras opções de respostas dos estudantes.

Para simplificar uma fração dividimos o numerador e o denominador por um mesmo número natural maior que 1 e diferente de zero. Quando a fração não pode ser mais simplificada, dizemos que está em sua forma irredutível.



3.5 Obtenha a fração irredutível:

a) $\frac{28}{64} = \frac{14}{32} = \frac{7}{16}$

b) $\frac{155}{30} = \frac{31}{6}$

c) $\frac{45}{35} = \frac{9}{7}$

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 3

CONVERSA COM O PROFESSOR

Vamos explorar a razão como comparação de duas grandezas com medidas não inteiras, razão entre grandezas de natureza diferentes e cálculo de porcentagem.

ATIVIDADE 1 – RAZÃO POR TODA PARTE

Objetivo: *Reconhecer razão como a comparação entre duas grandezas de mesma natureza com medidas inteiras.*

1.1 Veja abaixo, um mapa político do Brasil e atente para a escala na qual ele foi construído. A escala mostra a relação entre o que está representado no mapa e o seu tamanho real, podendo ser gráfica ou numérica.



Fonte: IBGE. Disponível em: **https://mapas.ibge.gov.br/escolares/publico-infantil/brasil**.



A escala gráfica indica que 1 cm no mapa equivale a 250 km no tamanho real. A escala numérica 1: 25 000 000 expressa a razão entre a distância obtida no mapa (1 cm) e a distância real (25 000 000 cm). Assim, o 1 é o numerador e o 25 000 000 o denominador da razão. Na representação fracionária, podemos representar: $\frac{1}{25\,000\,000}$

Como o Brasil é um país muito extenso e este mapa pretende apenas mostrar os Estados do Brasil, sem muitos detalhes, a escala utilizada foi pequena, isto é, utilizou-se no denominador um número muito grande.

a) Observe o mapa de São Paulo e indique qual foi a razão utilizada neste mapa.

Os estudantes podem explorar o mapa, identificando os elementos e quais informações são possíveis obter a partir da leitura do mapa. Verificar a legenda, a escala e outros elementos. De acordo com a legenda do mapa no caderno do estudante, temos que, aproximadamente 0,8 cm do mapa correspondente a 4 000 000 cm da distância real. Você pode solicitar que, após a análise, escrevam um parágrafo sobre o que compreenderam da leitura do mapa.

Professor, uma maneira de facilitar os cálculos é converter a escala para 1 cm, ficando 1 cm no mapa equivale a 50 km no real.



Fonte: IBGE. Disponível em: **https://7a12.ibge.gov.br/images/7a12/estados//sao_paulo.pdf**.

b) Com o auxílio de uma régua, meça a distância entre Araçatuba e Bauru e calcule, por meio da escala apresentada, sua distância real.

Entre Araçatuba e Bauru aproximadamente 4 cm, portanto, 200 km.

c) Com o auxílio de uma régua, meça a distância entre Ourinhos e São José do Rio Preto e calcule, por meio da escala apresentada, sua distância real.

Entre Ourinhos e São José do Rio Preto aproximadamente 5 cm, portanto, 250 km.

d) Com o auxílio de uma régua, meça a distância entre Presidente Prudente e Itanhaém e calcule, por meio da escala apresentada, sua distância real.

Entre Presidente Prudente e Itanhaém aproximadamente 11,5 cm, portanto, 575 km.
Solicite aos estudantes que realizem uma pesquisa na internet, sobre a distância entre essas cidades e compare com os resultados obtidos. Espera-se que encontrem valores próximos aos realizados em cada item. Também, oriente-os sobre dois tipos de distâncias que podem encontrar em sua pesquisa: a distância em linha reta entre as cidades e a distância por estradas.

ATIVIDADE 2 – FRAÇÃO COMO OPERADOR MULTIPLICATIVO

Objetivo: *Resolver problemas envolvendo números racionais na representação fracionária, com significado de operador multiplicativo.*

Conversa inicial: *Os problemas apresentados envolvem fração como operador multiplicativo. Os estudantes podem se organizar em duplas para resolver os problemas.*

2.1 A operação matemática que fundamenta a utilização de uma fração como operador é a multiplicação. Resolva os problemas a seguir:

a) Juliana tinha 230 amigos no Facebook e percebeu que $\frac{2}{5}$ deles saíram por receio de terem os seus dados divulgados. Calcule quantos amigos de Juliana saíram do Facebook e responda se você também tem receio que seus dados sejam divulgados.

Deve-se calcular $\frac{2}{5}$ de 230, que resulta em 92.

Logo, 92 amigos saíram do Facebook, e a resposta a outra pergunta é aberta, com o intuito de gerar discussão sobre os perigos da exposição de dados na rede social. Para essa discussão, organize uma roda de conversa.

b) Fábio e Carlos têm juntos 36 bolinhas de gude. Fábio tem uma quantidade de bolinhas que corresponde a $\frac{1}{3}$ do total de bolinhas e Carlos tem uma quantidade de bolinhas que corresponde a $\frac{2}{3}$ do total de bolinhas. Quantas bolinhas tem cada um?

Quantidade de bolinhas de Fábio: $\frac{1}{3}$ de 36=12.

Quantidade de bolinhas de Carlos: $\frac{2}{3}$ de 36 = 24.

Logo, Fábio tem 12 bolinhas e Carlos tem 24 bolinhas de gude.
É importante mostrar para o estudante que a soma das quantidades de bolinhas de Carlos e de Fábio totalizam o todo, ou seja, 36 bolinhas, assim como a soma das frações envolvidas totaliza 1.

c) De um pacote de 60 balas, $\frac{3}{4}$ foram distribuídas. Quantas balas restaram no pacote?

Quantidade de bala distribuídas: $\frac{3}{4}$ de 60 = 45.

Logo, restaram no pacote 60 – 45 = 15 balas.
Verifique com os estudantes outras possibilidades de resolução para esse item.

d) Para dar início à votação de um projeto na Câmara de Deputados, há a necessidade da presença de $\frac{1}{3}$ dos deputados federais. Sabendo-se que o total de deputados federais é 513, quantos devem estar presentes no início da votação de um projeto?

Quantidade de deputados para dar início à votação: $\frac{1}{3}$ de 513 = 171.

Logo, são 171 deputados federais para dar início à votação de um projeto na Câmara dos Deputados.

e) Uma sala de aula tem 33 estudantes. Um terço desses estudantes compram lanche na cantina e o restante trazem lanche de casa. Sabendo-se disto, determine o número de estudantes que trazem lanche de casa.

Como $\frac{1}{3}$ dos estudantes compram na cantina, temos que $\frac{2}{3}$ trazem lanche de casa.

Para calcular $\frac{2}{3}$ de 33, que resulta em 22.

Logo, são 22 estudantes que trazem lanche de casa.

f) Uma caixa tem 12 dúzias de laranjas. Se um quarto do total do número de laranjas estão estragadas, quantas laranjas estão boas para o consumo?

Se $\frac{1}{4}$ do total das laranjas estão estragadas, então $\frac{3}{4}$ do total de laranjas estão boas.

Temos 12 duzias igual a 144, portanto, $\frac{3}{4}$ de 144 = 108.

Logo, 108 laranjas estão boas para o consumo.
Verificar outras estratégias de resolução para cada item da atividade.

ATIVIDADE 3 – REESCREVENDO UMA INFORMAÇÃO – PORCENTAGEM

Objetivo: *Ler e resolver situações-problema envolvendo porcentagem.*

Conversa inicial: *Inicie conversando com os estudantes como interpretam as notícias.*

3.1 Leia uma mesma informação publicada em dois jornais diferentes, analise as duas formas de escrever e anote suas conclusões.

A: Numa cidade, 40 entre 100 pessoas participam de atividades recreativas.
B: Numa cidade, 40% das pessoas participam de atividades recreativas.

Verificar se o estudante percebeu que outra forma de representar a razão pode ser 40%, ou ainda, 40 partes de 100.

3.2 Escreva as informações a seguir em forma de porcentagem.

a Dos 30 amigos com quem Gustavo conversa nas redes sociais, 15 são meninas.
Dos 30 amigos que Gustavo conversa nas redes sociais, 50% são meninas.

b) Há 5 candidatos por vaga para um emprego de digitador.
O número de vagas para digitador corresponde a 20% dos candidatos.

3.3 (OBMEP 2007) Em um teste com 84 questões se você acerta $\frac{58}{84}$ das questões, então qual é o seu percentual de acertos?

Temos 58 acertos em 84 questões, logo a razão de acertos é $\frac{58}{84}$. Dividindo 58 por 84 encontramos 0,69047 com aproximação. Logo o percentual é aproximadamente 69,047%.

ATIVIDADE 4 – DESCONTOS E JUROS

Objetivo: *Compreender como realizar o cálculo de juros e descontos.*

Conversa inicial: *Converse com os estudantes que constantemente nos deparamos com promoções ou notícias que tratam de juros e descontos. Compreender como calcular esses valores é importante para avaliar e tomar decisões para escolher o melhor momento para comprar, parcelar as compras ou pagamentos das contas do dia a dia.*

4.1 Ana comprou uma camiseta por R$ 50,00 e teve um desconto de 30% porque era a última do estoque. Quanto ela pagou por essa camiseta?

Apresentar e discutir as diferentes formas de cálculo. Se necessário, apresentar outros exemplos para descobrirem o preço final do produto e avaliar a compra.

Uma forma possível para calcular 30% de 50 é transformar essa informação para $\frac{30}{100}$ de 50, que pode ser calculado como $30 \cdot 50 \div 100 = 15$.
Logo, o desconto foi de R$ 15,00 e o valor que Ana pagou na camiseta foi R$ 50,00 – R$ 15,00 = R$ 35,00.

4.2 Na compra de uma mochila, três lojas ofereciam os descontos a seguir.

Loja A	Loja B	Loja C
Preço: R$ 82,00 5% de desconto à vista	Preço: R$ 90,00 8% de desconto à vista	Preço: R$ 85,00 10% de desconto à vista

Em que loja será mais vantajoso financeiramente comprar a mochila? Justifique sua resposta.

Antes de calcular, procure ouvir as hipóteses baseadas apenas na leitura dos números. Procure educar, financeiramente, um adolescente a consumir conscientemente. Provocar discussões sobre a influência que o grupo de amigos e mídia têm sobre as suas decisões na hora da compra.
A loja mais vantajosa é a loja C, com valor final de R$ 76,50. Nas lojas A e B os valores finais são R$ 77,90 e R$ 82,80, respectivamente.
Apresente pelo menos duas maneiras possíveis de cálculo: uma delas é calcular a porcentagem de desconto e subtrair esse desconto do preço, utilizando, por exemplo para a loja A, 5% como $\frac{5}{100}$ ou 0,05; outra estratégia é, por exemplo, fazer 100% – 8% = 92% e calcular 92% de R$ 90,00, que seria o valor a pagar, na loja B.

4.3 Agora, elabore um problema sobre compras que oferecem desconto.

Organize os estudantes em grupos para elaboração do problema. Verifique se estão atendendo ao solicitado. Lembre-os que os problemas precisam ser claros, o enunciado deve conter informações coerentes e ter uma pergunta. Após a elaboração, socialize alguns problemas e a resolução para que todos possam participar.

Quando contraímos dívida de empréstimo ou compramos a prestação pelo cartão de crédito, em bancos ou lojas, estamos pedindo emprestado um dinheiro que não temos, por isso devemos pagar para a instituição um "aluguel" desse empréstimo chamado juro, isto é, levamos o produto adquirido para casa, mas, em algum momento posterior, devemos devolver esse empréstimo. Ao devolver, tudo de uma vez ou em prestações, o valor do juro vem embutido, acrescentando um valor extra ao preço inicial à vista.

Para esta atividade, orientamos promover uma discussão sobre as vantagens e desvantagens em parcelar compras. Se achar necessário, solicite uma pesquisa sobre onde, no dia a dia, trabalha-se com juros. Organize uma roda de conversa, para que os estudantes opinem e reflitam sobre as situações de compra e de investimento.

Ilustração: Malko Miranda dos Santos



4.4 Rafael foi comprar um notebook e leu na etiqueta o preço de R$ 1.812,00. Perguntou se aquele preço podia ser pago em 5 prestações, e o vendedor lhe informou que, para comprar a prestação acrescentaria 7,5% sobre aquele valor. Ajude o Rafael e calcule o valor final do *notebook* em 5 prestações. Será que vale à pena comprar prestação?

Existe um juro mensal embutido nesse preço e é preciso negociar muito para obter alguma vantagem no preço à vista. Esta atividade está considerando apenas o acréscimo final ao preço do produto, mas sabe-se que o juro é calculado como juro composto mensal e depois distribuído equitativamente ao longo das prestações. É importante avaliar sempre as condições de compra, para economizar e fazer boas compras.
7,5% de 1812 = 135,90.
1812 + 135,90 = 1947,90.
O valor final do notebook será de R$ 1.947,90.

4.5 O cartão de crédito é uma modalidade de empréstimo muito cara que chega a 15% de juros ao mês. Quando recebeu sua fatura, Maria verificou que gastou R$ 450,00, mas decidiu pagar apenas no mês seguinte sem efetuar compra alguma a mais. Considerando essa taxa de juros, que valor virá na próxima fatura do cartão de crédito de Maria?

Temos a seguinte situação:
450 + 15% de 450
450 + 67,50 = 517,50
Na próxima fatura do cartão de crédito de Maria virá o valor de R$ 517,50.

4.6 Pesquise e elabore um problema que envolva preços de produtos comprados à vista e à prestação.
Organize em grupos ou duplas, verifique como estão elaborando o problema e como resolvem o problema que trocaram com os colegas. Socialize nos enunciados e as resoluções.

4.7 Discuta o texto com os colegas e o professor. Calcular 10% de um número é bem simples. Veja como Marina calculou 10% de R$ 500,00:

> 10% de R$ 500, são R$ 50,00, pois 10% é a mesma coisa que ou a décima parte, ou seja, 0,1. Então para calcular 10 % de R$ 500,00 basta dividir R$ 500,00 por 10.

E para calcular 20%? Veja como Marina calculou 20% de R$ 500,00:

> Já sei que 10% de R$ 500,00 são R$ 50,00, logo, basta multiplicar R$ 50,00 por 2 para calcular os 20%. O Resultado será R$ 100,00.

Avaliar se todos os estudantes compreenderam como foi calculado 10%. Incentive os estudantes ao cálculo mental.

4.8 A tabela a seguir, apresenta outras informações que auxiliam para o cálculo mental de uma porcentagem sobre determinado valor numérico:

Porcentagem	Cálculo Mental
100%	Total
50%	Metade
25%	Metade da metade
10%	Décima parte
1%	Centésima parte

Agora, calcule as porcentagens a seguir mentalmente e registre os resultados:

a) 100% de 750 = *750*

b) 50% de 300 = *150*

c) 25% de 1200 = *300*

d) 10% de 4000 = *400*

e) 1% de 320 = *3,2*

f) 12,5% de 500 = *62,5*

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 4

CONVERSA COM O PROFESSOR

Para introduzir a álgebra, partimos de situações que requerem uma expressão para representar uma situação e, a partir dela, ampliar o cálculo para as seguintes. Discutir a ideia de variável e incógnita apontando suas especificidades. A álgebra é uma linguagem que possui seus símbolos e suas regras. Seus símbolos são as letras e os sinais da aritmética, enquanto as regras são as mesmas da aritmética que nos permitem tratar os símbolos, assegurando o que é permitido e o que não é permitido. A ênfase do pensar algébrico está nas operações e suas propriedades e não mais na resposta numérica.

ATIVIDADE 1 – ÁLGEBRA – EXPRESSÃO EFICIENTE

Objetivo: *Utilizar expressão algébrica para representar um fato genérico e a ideia da letra ou símbolo como variável.*

Conversa inicial: *A partir da resolução de problemas com questões desafiadoras, a introdução da álgebra se faz com a expressão de fatos e procedimentos gerais, que envolvem variáveis. A álgebra é uma linguagem que possui símbolos e regras. Converse com os estudantes sobre como fazer uma representação, utilizando esses símbolos e considerando uma situação dada.*

1.1 A professora Adriana corrigirá as provas dos estudantes do 7º ano e combinou com eles que a todos os que acertassem o desafio que ela propôs na semana anterior, acrescentaria 1 ponto à nota da prova. Com relação aos desafios, já corrigidos, todos os alunos acertaram e ganharam esse 1 ponto combinado. Para não esquecer, a professora Adriana anotou a seguinte informação em seu celular: Nota final 7º ano, n + 1.

a) Explique o que entendeu sobre a anotação da professora Adriana.

Espera-se que o estudante tenha compreendido que o n se refere à nota de cada aluno na prova, e o 1 é o ponto ganho por aluno no desafio.

b) Ao anotar n + 1, ela "misturou" letras com números. Você acha que ela poderá somar letra com número?

Verificar se nas respostas aparecem a palavra substituição. Evidenciar que a professora Adriana vai substituir a letra n pela nota de cada aluno, na prova e, somente depois disso, é que vai efetuar a soma. Por isso, dizemos que n é uma variável.

c) A expressão que a professora Adriana utilizou é denominada expressão algébrica. Você acha que foi uma boa anotação? Justifique sua resposta.

Avaliar se foi uma boa notação é uma resposta pessoal, por isso discutir com os estudantes o que significa essa notação, pode esclarecer algumas dúvidas sobre a forma de expressar situações que envolvem variáveis. A expectativa é que o estudante compreenda e expresse um fato genérico e não um valor numérico, assegurando o significado de variável.

1.2 A família de Tina vai viajar para o Estado do Acre. Eles moram no Estado de São Paulo e iniciarão a viagem bem cedinho. Tina sabe que o horário marcado pela família para o início da viagem segue a hora oficial de Brasília. Consultou no celular e viu que a cidade de destino da viagem, no Estado do Acre, apresenta o fuso horário de menos 2 horas em relação ao horário oficial de Brasília. Além disso, eles passarão pelo Estado de Mato Grosso, onde o fuso horário é de menos 1 hora em relação ao horário oficial. Auxilie Tina a anotar essas informações elaborando expressões algébricas simples:

a) Que represente a situação do horário oficial em relação ao fuso horário do Estado do Acre.

A variável pode ser expressa por qualquer letra.
Sendo assim, algumas respostas possíveis são, por exemplo: b – 2, considerando o horário de Brasília menos 2 horas; ou c – 2, considerando horário de casa menos 2 horas; ou s – 2, considerando o horário de São Paulo menos 2 horas, etc.

b) Que represente a situação do horário oficial em relação ao fuso horário do Estado de Mato Grosso.

Exemplos de prováveis respostas: b – 1, horário de Brasília menos 1 hora; ou c – 1, horário de casa menos 1 hora; ou s – 1, horário de São Paulo menos 1 hora.

ATIVIDADE 2 – PROCURANDO NÚMEROS OCULTOS – EQUAÇÃO

Objetivo: *Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, diferenciando-a da ideia de incógnita.*

Conversa inicial: *Investigar como se encontram valores desconhecidos e valores que variam, com o intuito de ampliar os conhecimentos para o trabalho no campo algébrico. É necessário que os estudantes compreendam o uso da simbologia para expressar situações do dia a dia.*

2.1 Observe os cálculos abaixo para responder às questões:

		1	2	8			6	0			2	7	
	+					-				x			
		1	6	0			3	4		1	0	8	

a) Que número devo adicionar ao 128 para obter 160? 32

b) A diferença entre dois números é 34. Se o maior deles é 60, qual é o outro número? 26

c) O produto de dois números é 108. Um deles é 27. Qual é o outro número? 4

Importante verificar qual pergunta os estudantes "se fazem" para encontrar a resposta. Provavelmente usarão outra linguagem como, por exemplo: Que número subtrair de 60 para dar 34? Que número preciso multiplicar por 27 para obter 108? etc. Proponha outros exemplos numéricos, uma vez que facilitará a transposição da linguagem matemática para a língua materna. Verificar as diferentes respostas das duplas na socialização.

2.2 Vamos aprender fazer a transposição da situação-problema abaixo para a linguagem matemática:

a) Analise as situações apresentadas e traduza cada uma delas para a linguagem matemática, utilizando a incógnita x para representar o salário de Marina.

SITUAÇÕES	LINGUAGEM MATEMÁTICA
$\frac{1}{5}$ do salário gastou em roupas.	$\frac{1}{5} \cdot x$ ou $\frac{x}{5}$
$\frac{1}{10}$ do salário em material escolar.	$\frac{1}{10} \cdot x$ ou $\frac{x}{10}$
R$ 500,00 em despesas do mês.	500
R$ 40,00 comprou presente.	40
Salário de Marina	x

b) Escreva uma expressão algébrica que represente os gastos de Marina.

$$\frac{x}{5} + \frac{x}{10} + 500 + 40$$

2.3 Nos itens abaixo, são feitas algumas perguntas ou afirmações na linguagem materna. Como poderiam ser traduzidas essas perguntas ou afirmações na linguagem matemática? (Você não precisa necessariamente responder às perguntas, mas apenas traduzi-las para a linguagem matemática)

a) Que número preciso adicionar a 345 para obter 729?

$x + 345 = 729$

b) O dobro de um número é 68. Que número é esse?

$2y = 68$

c) A metade de um número é igual a 18. Que número é esse?

$\frac{1}{2} \cdot x = 18$ ou $\frac{x}{2} = 18$

d) O triplo de um número, menos 7 é igual a 20.

$3x - 7 = 20$

e) O dobro de um número, menos 10 unidades é igual a metade desse número.

$2n - 10 = \frac{n}{2}$

f) O triplo de um número, menos 9 é igual a esse número mais 6.

$3x - 9 = x + 6$

g) O quadrado de um número, adicionado a 12 é igual a 144.
$a^2 + 12 = 144$

Nesta atividade, os estudantes poderão utilizar outras letras para representar cada equação.

2.4 Complete o quadro de acordo com as informações:

Linguagem materna	Linguagem matemática
Um número adicionado com 5 unidades é igual a 32	$n + 5 = 32$
O dobro de um número, adicionado com 3 unidades é igual a 24	$2a + 3 = 24$
A diferença entre a metade de um número e duas unidades é igual a 10	$\frac{1}{2}x - 2 = 10$
Que número devo adicionar a 128 para obter 160?	$m + 128 = 160$

2.5 Resolva as equações da última coluna do exercício anterior.

$$n + 5 = 32 \rightarrow n = 27$$
$$2a + 3 = 24 \rightarrow a = \frac{21}{2} \rightarrow a = 10{,}5$$
$$\frac{1}{2}x - 2 = 10 \rightarrow x = 24$$
$$m + 128 = 160 \rightarrow m = 32$$

2.6 O que representa a letra em uma expressão algébrica? E em uma equação?
Espera-se que eles percebam que ao expressar um fato genérico em uma expressão algébrica, a letra tem o significado de variável, como na ideia da atividade 1.1, das notas dos alunos da professora Adriana. Note que em n + 1, o n varia de acordo com a nota de cada aluno.
Já no exemplo da equação n + 5 = 32 , somente há um único valor de n que adicionado com 5 resulta em 32, que é desconhecido até que se resolva a equação. Logo n não é, neste caso, uma variável, e sim uma incógnita. Sendo assim, em equações como as apresentadas nesta atividade, a letra representa um número que é desconhecido, mas não varia e, portanto, tem o significado de incógnita.
É importante que os alunos diferenciem expressão algébrica de equação: a representação das notas dos alunos da professora Adriana é uma expressão algébrica; por outro lado, uma equação é uma igualdade envolvendo expressões algébricas – essas expressões algébricas podem estar no primeiro membro da equação (lado esquerdo da igualdade), no segundo membro da equação (lado direito da igualdade), ou podem estar nos dois membros da igualdade.

ATIVIDADE 3 – EXPRESSÃO ALGÉBRICA NA PRÁTICA

Objetivo: *Ler e interpretar expressões algébricas que representam fatos genéricos.*

Conversa inicial: *Resolver problemas envolvendo expressões algébrica.*

3.1 Uma mãe consultou um farmacêutico sobre o número de gotas de um remédio recomendado para crianças. Antes de responder, ele leu as seguintes instruções na bula:

Idade da criança	Número de gotas
1 ano	2p*
2 anos	2p – 5
3 anos	2p – 8
4 anos	2p – 10
p* = peso da criança	

A mãe informou que a criança tinha 2 anos e pesava aproximadamente 11 kg. Ele informou, então, que ela deveria dar 17 gotas. Como o farmacêutico calculou esse valor? Justifique sua resposta.
Uma resposta possível: o p é a variável e representa o peso da criança, então, substituindo o "p" por 11, obtém-se 2 · 11 – 5 = 17 gotas. Socializar os resultados verificando se todos compreenderam as instruções da situação-problema.

3.2 O peso das pessoas é muito variável, por isso uma criança de 2 anos pode ter pesos diferentes, variando de 10 a 13 kg aproximadamente, por exemplo. Calcule o número de gotas indicadas para crianças com as seguintes idades:

a) 1 ano com 8 kg *16 gotas*

b) 3 anos com 12 kg *16 gotas*

c) 4 anos com 16 kg *22 gotas*

ATIVIDADE 4 – RESOLVENDO EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

Objetivo: *Identificar variáveis de uma expressão algébrica e incógnitas em uma equação, determinando o seu valor.*

Conversa inicial: *O estudante vai operar com as expressões algébricas e equações. Para isso precisa identificar as variáveis e as incógnitas, calculando seu valor, quando for o caso.*

4.1 Na Pizzaria Nona Rosa é cobrada uma taxa para entrega em domicílio. A taxa é calculada com um valor fixo de R$ 2,00 mais R$ 1,50 por quilômetro de deslocamento. Lúcia solicitou a entrega de uma pizza. Escreva uma expressão algébrica que represente o preço a pagar pela entrega da pizza.

Os estudantes devem fazer a leitura do problema e encontrar uma expressão que possa solucionar o problema. Exemplo: P = 2,00 + 1,50 · d, onde "P" equivale ao valor pago e "d" a distância em quilômetros.

4.2 Agora, considerando a taxa de entrega da Pizzaria Nona Rosa, calcule o valor a ser pago em cada deslocamento abaixo:

a) 8 km *R$ 14,00*

b) 11 km *R$ 18,50*

c) 15 km *R$ 24,50*

4.3 Você sabia que podemos estimar o número do calçado de uma pessoa conhecendo o comprimento do seu pé? Para isso, usaremos a seguinte expressão algébrica:

$S = \frac{5p + 28}{4}$, onde: S representa o número do calçado e p representa o comprimento de pé em cm.

a) O pé de Eduardo mede 20 cm. Qual é a estimativa do número do seu calçado?

$S = \frac{5 \cdot 20 + 28}{4} = 32$

b) Usando a mesma fórmula, estime o número do calçado das pessoas cujos pés medes 23 cm, 28 cm e 30 cm.

Pés com 23 cm, número 36, aproximadamente;
Pés com 28 cm, número 42;
Pés com 30 cm, número 45, aproximadamente.

c) Utilize uma régua, meça o comprimento do seu pé e use a fórmula acima para verificar se confere com o número de seu calçado.

Resposta pessoal. Importante verificar possível valor aproximado.

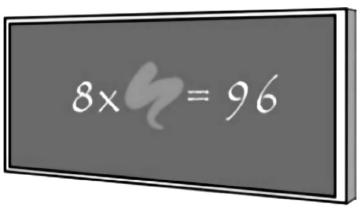
4.4 A idade do meu pai é o triplo da minha idade. Dez anos atrás a idade do meu pai era o quíntuplo da minha idade. Daqui a 5 anos, qual será a minha idade?

Com as informações temos:
Minha idade hoje: x
Idade do meu pai hoje: 3x
Há 10 anos atrás as idades eram:
Minha idade (x - 10)
Idade do meu pai (3x - 10)
Pelos dados da questão, 10 anos atrás, a idade do meu pai era o quíntuplo da minha, então:

$$(3x - 10) = 5\,(x - 10) \Rightarrow 3x - 10 = 5x - 50 \Rightarrow -2x = -40 \Rightarrow x = \frac{-40}{-2} = 20$$

Portanto, 20 é a minha idade hoje e daqui a 5 anos minha idade será 20 + 5 = 25 anos.

4.5 (OBMEP 2006) Quando Joana entrou em sua sala de aula, a professora estava apagando o quadro negro, mas ela ainda pôde ver algo escrito, conforme mostra a figura a seguir. Qual é o número que foi apagado?



Como $\frac{96}{8} = 12$ *, temos* $8 \cdot 12 = 96$.

Obs.: A solução é equivalente a resolver a equação 8y = 96, cuja raiz é 12 .

4.6 Rafael todo dia vai à padaria comprar leite e pães para o café da manhã. Numa semana especificamente, sua família recebeu visita de parentes. Na padaria que frequenta, o leite custa R$ 4,00 e o quilo do pão a R$ 12,00. De acordo com as informações, resolva os itens a seguir:

a) Determine uma expressão algébrica que represente o valor total a pagar, dependendo das quantidades de litros de leite e de quilogramas de pães que Rafael for comprar.

V: valor a pagar
l: quantidade de litros de leite
p: quantidade de quilogramas de pão.

$V = 4 \cdot l + 12 \cdot p$

Solicite aos estudantes compartilharem suas expressões.

b) Utilizando a expressão determinada no item anterior, complete a tabela a seguir:

Dias da semana	Quantidade de litros de Leite	Valor pago no Leite R$	Quantidade de quilogramas de Pães	Valor pago nos Pães (R$)	Total a pagar R$
Segunda-feira	1	4,00	0,5	*6,00*	*10,00*
Terça-feira	*3*	*12,00*	0,75	9,00	21,00
Quarta-feira	*1*	*4,00*	1	12,00	16,00
Quinta-feira	2	*8,00*	0,75	*9,00*	*17,00*
Sexta-feira	1	4,00	0,5	*6,00*	*10,00*
Sábado	2	*8,00*	0,6	*7,20*	*15,20*
Domingo	1	*4,00*	0,4	*4,80*	*8,80*
Total de gasto na semana (R$)					*98*

Utilizando temos:
Segunda: $V = 4 \cdot 1 + 12 \cdot 0{,}5 \Rightarrow V = 4 + 6 = 10$
Terça: $21 = 4l + 12 \cdot 0{,}75 \Rightarrow 4l = 21 - 9 \Rightarrow l = \frac{12}{4} = 3$
Quarta: $16 = 4l + 12 \cdot 1 \Rightarrow 4l = 4 \Rightarrow l = 1$
Quinta: $V = 4 \cdot 2 + 12 \cdot 0{,}75 \Rightarrow V = 8 + 9 = 17$
Sexta: $V = 4 \cdot 1 + 12 \cdot 0{,}5 \Rightarrow V = 4 + 6 = 10$
Sábado: $V = 4 \cdot 2 + 12 \cdot 0{,}6 \Rightarrow V = 8 + 7{,}2 = 15{,}2$
Domingo: $V = 4 \cdot 1 + 12 \cdot 0{,}4 \Rightarrow V = 4 + 4{,}8 = 8{,}8$

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 5

CONVERSA COM O PROFESSOR

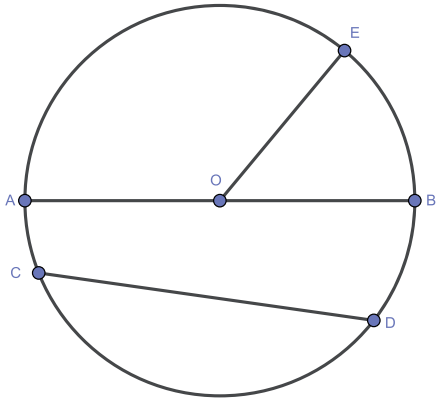
Desenvolver o trabalho com construções geométricas desenvolve habilidades que auxiliam no desenvolvimento cognitivo. Para as atividades desta situação de aprendizagem, serão necessários régua e compasso e, para as construções, você poderá solicitar aos estudantes um caderno específico ou organizar um portfólio.

ATIVIDADE 1 – CONSTRUINDO CIRCUNFERÊNCIAS

Objetivo: *Identificar que a circunferência é um lugar geométrico dos pontos de um plano que estão a uma mesma distância de um ponto pré-estabelecido (ponto central), no mesmo plano.*

Conversa inicial: *Oriente a construção da circunferência com uso de régua e compasso. Auxilie os estudantes que ainda não têm familiaridade com esses instrumentos. Caso tenha acesso a software para essa construção, utilize-o.*

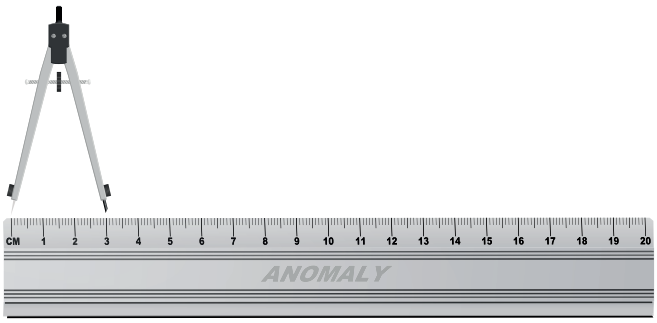
1.1 Observe a circunferência a seguir e complete a tabela com seus elementos.



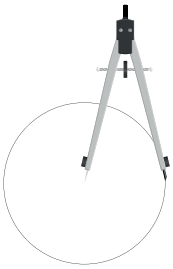
Ponto O	Centro
Denominação do segmento $\overline{OE}$	Raio
Denominação do segmento $\overline{AB}$	Diâmetro
Denominação do segmento $\overline{CD}$	Corda

1.2 Utilizando régua e compasso, vamos construir algumas circunferências, mas antes observe

1º passo: Para construir uma circunferência de raio 3 cm, é necessário pegar o compasso e colocar uma ponta no zero da régua e a outra no número 3, o que indicará 3 cm (como mostra a figura abaixo).



2º passo: Marque um ponto central C em uma folha de papel, coloque a ponta seca do compasso no ponto C e gire o compasso. Isso irá formar a circunferência.



Fonte: Pixabay. Disponível em:**https://pixabay.com/pt/vectors/compasso-divisores-c%C3%ADrculo-b%C3%BAssolas-154075/**.

Construa separadamente cada uma das circunferências com as seguintes medidas para o raio:

a) 3 cm

b) 4 cm

c) 6,5 cm

Durante a atividade, é importante observar como os estudantes utilizam a régua e o compasso. Se for necessário, auxilie os estudantes com dificuldades.

1.3 Usando o compasso, construa duas circunferências de mesmo centro (chamadas circunferências concêntricas) com raios medindo 2,5 cm e 3,5 cm. Faça uma decoração a seu gosto na região entre as duas circunferências.

Durante a atividade, é importante observar como os estudantes utilizam a régua e o compasso. Se for necessário, auxilie os estudantes com dificuldades.

Preparar o círculo tátil. Com um círculo de papel cartão e cordão, identificar os elementos e as características da circunferência. Registrar no caderno por meio de desenho, colagem e escrita.

ATIVIDADE 2 – DIFERENCIANDO OS CONCEITOS DE CIRCUNFERÊNCIA E CÍRCULO

Objetivo: *Reconhecer a diferença entre círculo e circunferência.*

Conversa inicial: *Iniciar a conversa a partir de objetos que os estudantes conhecem e, a partir de uma roda de conversa, verificar se os estudantes têm pistas das diferenças entre círculo e circunferência. Você pode anotar na lousa as respostas e em seguida juntos, formalizar essas diferenças.*

2.1 Pesquise a diferença entre círculo e circunferência. Sintetize sua pesquisa em um parágrafo.
Na data da entrega da pesquisa, verifique de que forma os estudantes decidiram realizar apresentação. Podem ler o parágrafo ou fazer outro tipo de apresentação.
Circunferência e círculo não denominam a mesma figura geométrica. A circunferência é uma linha curva, fechada, cujos pontos são todos equidistantes de um mesmo ponto fixo, o centro. Enquanto isso, o círculo é definido como uma superfície plana limitada por uma circunferência.

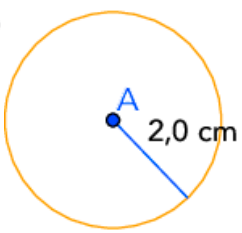
2.2 Com o auxílio de um compasso, faça uma composição artística usando no mínimo três círculos de raios diferentes. Descreva como foi sua construção.
Os estudantes deverão fazer composições artísticas utilizando os conhecimentos aprendidos nessa Situação de Aprendizagem.

Como inspiração para esta atividade, observe algumas composições artísticas.

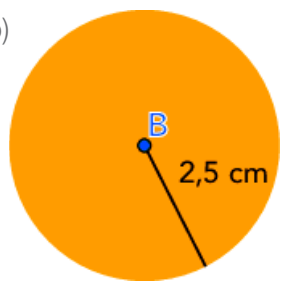


2.3 Observe as figuras a seguir.

a)

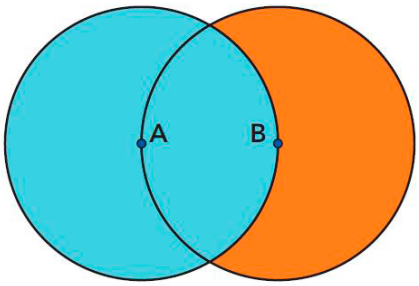


b)



Descreva o lugar geométrico representado em cada uma delas.
a) Circunferência de centro A e raio 2 cm.
b) Círculo de centro B e raio 2,5 cm.

2.4 Na figura a seguir estão representados dois círculos de centros A e B respectivamente.



a) Qual é o centro do círculo de cor laranja?

O ponto B.

b) Caracterize o lugar geométrico que está visível e colorido em laranja.

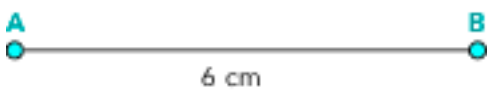
O lugar geométrico colorido em laranja é o conjunto de pontos do plano que pertencem ao círculo de centro B e raio AB e são exteriores ao círculo de centro A e raio AB.

ATIVIDADE 3 – CONSTRUINDO TRIÂNGULOS

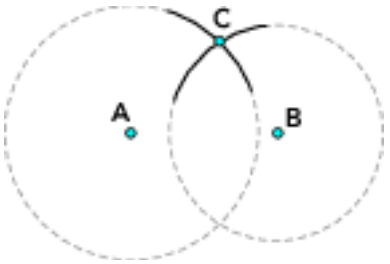
Objetivo: *Compreender a condição de existência dos triângulos por meio da experimentação.*

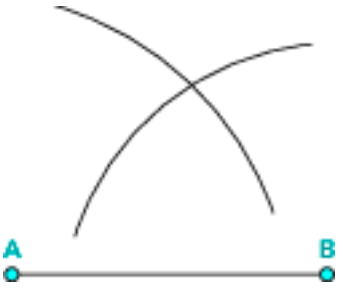
Conversa inicial: *Utilizar os instrumentos como régua e compasso para a construção dos triângulos. Desafie os estudantes a observarem as medidas dos lados e verificarem se sempre será possível a construção de triângulos, dadas quaisquer medidas dos lados. Essas construções podem ser feitas no caderno específico ou para compor o portfólio.*

3.1 Vamos construir um triângulo cujos lados medem 4 cm, 5 cm e 6 cm:

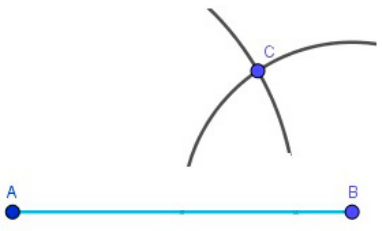
<table>
<tr>
<td>1º Passo: construa um segmento de 6 cm;

</td>
<td>2º Passo: com a ponta seca em A e abertura do compasso de 5 cm, trace um arco de circunferência conforme indicado na figura abaixo.

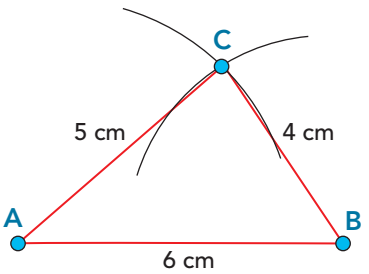
</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">3º Passo: com a ponta seca em B e abertura do compasso de 4 cm, trace um arco de circunferência, de modo que intersecte o arco traçado anteriormente.</td>
</tr>
</table>





4º passo: A intersecção dos arcos é o ponto C do triângulo.





Oriente-os para seguirem os passos propostos na atividade 3.1.

3.2 Com a régua e o compasso, tente construir triângulos utilizando as medidas abaixo. Descreva se conseguiu ou não e explique por quê.

a) 3 cm, 4 cm e 5 cm

b) 3 cm, 5 cm e 7 cm

c) 2 cm, 4 cm e 6 cm

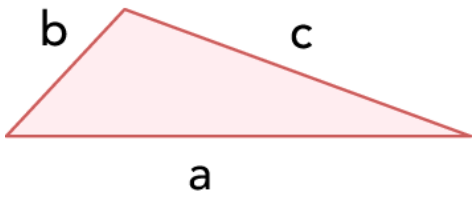
Professor, os estudantes precisam observar que nem sempre é possível construir um triângulo com três segmentos quaisquer. Para formalizar esta conclusão, explique porque não é possível construir um triângulo sem levar em consideração a condição de existência, ou seja, para construir um triângulo é necessário que a medida de qualquer um dos lados seja menor que a soma das medidas dos outros dois e maior que o valor absoluto da diferença entre essas medidas.
Assim, verifique com os estudantes se cada item satisfaz essa condição:

a) 3 + 4 = 7 > 5 é possível formar um triângulo;
b) 3 + 5 = 8 > 7 é possível formar um triângulo;
c) 2 + 4 = 6 não é maior que 6, portanto, 2, 4 e 6 não formam triângulo;

3.3 Condição de existência dos triângulos.

Um triângulo existe se, e somente se, a medida de cada um de seus lados for menor que a soma dos outros dois.

Em outras palavras, em um triângulo de lados medindo “a”, “b” e “c”, sempre teremos as seguintes relações:



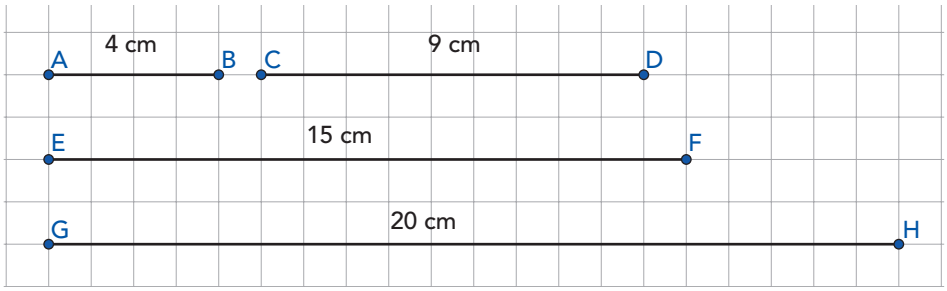
$a < b + c$

$b < a + c$

$c < a + b$

Vamos verificar se você entendeu!

A seguir, apresentamos 4 segmentos de retas e suas medidas.



a) Com os segmentos $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ e $\overline{EF}$ é possível formar um triângulo? Justifique sua resposta.

Verificando, por exemplo, a condição $a < b + c$ onde $a = 15$ cm, $b = 4$ cm, $c = 9$ cm temos: $15 > 4 + 9$. Portanto não há como formar um triângulo.
Professor, verificar com os estudantes outras justificativas possíveis para esta questão.

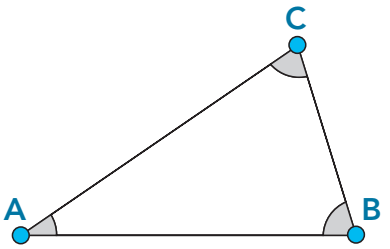
b) Com quais dos segmentos apresentados é possível formar um triângulo?

Segmentos $\overline{CD}$, $\overline{EF}$ e $\overline{GH}$

3.4 Joana quer construir um triângulo com palitos, porém ela possui quatro palitos de tamanhos diferentes: um palito de 4 cm, outro de 8 cm, outro de 10 cm e o último de 15 cm. Quais palitos ela poderia utilizar para construir um triângulo?

Os palitos de medidas 8, 10 e 15 cm ou 4, 8 e 10 cm.

3.5 Veja os ângulos internos do triângulo como mostra a figura.

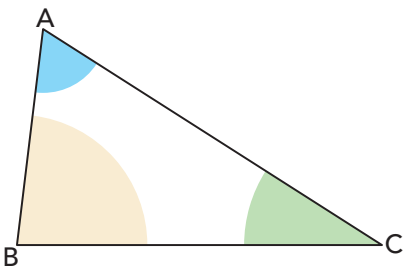


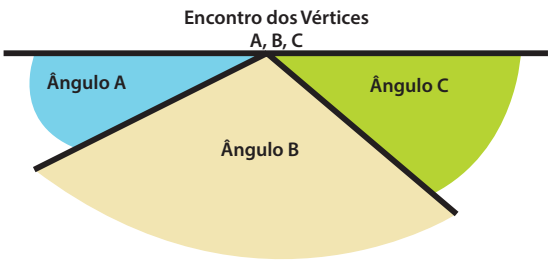
a) Construa três triângulos diferentes, meça os ângulos internos com o auxílio do transferidor e adicione os valores obtidos.

Resposta pessoal

b) O que se pode concluir com relação à soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo?

Esta atividade tem como objetivo trabalhar a medida dos ângulos internos de um triângulo e verificar que a sua soma será sempre 180°, para qualquer triângulo. Solicite a cada estudante que desenhe um triângulo qualquer ABC em uma folha de sulfite e recorte este triângulo. Depois, peça para colorir a região interna de cada ângulo interno do triângulo com uma cor diferente e, após dividir a folha triangular em 3 partes, cada uma contendo um vértice do triângulo. Feito isso, peça aos alunos que juntem os ângulos internos, um ao lado do outro, sem sobreposição, de modo que todos os vértices do triângulo coincidam em um único ponto. Esta experiência contribuirá para que o estudante verifique que, juntando ou "somando" os ângulos, obtém-se um ângulo raso, de 180°.





SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 6

CONVERSA COM O PROFESSOR

Na Situação de Aprendizagem 6, os problemas propostos visam realizar estimativas sobre as dimensões de objetos utilizando medidas padronizadas e não padronizadas como, por exemplo, para calcular grandezas de comprimento e área. Iniciar com foco na história onde usava-se partes do corpo para fazer medições como o palmo, o passo e o pé. Com o passar do tempo, os métodos foram se aperfeiçoando até a criação de um sistema próprio de medidas e a necessidade da padronização para maior precisão nas medições. Interpretar os registros de rótulos dos produtos do supermercado, medicamentos em farmácias, entre outros auxiliam na resolução de problemas do dia a dia.

ATIVIDADE 1 – UM POUCO DE HISTÓRIA

A cerca de 2000 a.C, os egípcios criaram um dos primeiros sistemas de medida padrão, chamado de *Cúbito*. A medida de um *Cúbito* era a medida do braço do Faraó até a ponta do seu dedo médio. Esta unidade de medida servia para medir comprimentos, alturas e cálculo de áreas.



Fonte: Pixabay. Disponível em: **https://pixabay.com/pt/illustrations/eg%C3%ADpcio-design-homem-mulher-padre-1822015/**.

Outras unidades de medidas surgiram no decorrer da história, vindas de partes do corpo humano como polegadas e pés.

Realize uma pesquisa sobre essas e outras unidades de medida compartilhando suas descobertas com os colegas e professor da sua turma!

Professor, é importante que os estudantes compartilhem suas descobertas, pois há diversas unidades de medidas criadas pela humanidade no decorrer da história como polegadas, pés, jardas etc. Verifique também se buscaram o valor atual de cada uma das unidades de medidas utilizadas antigamente.

ATIVIDADE 2 – EXPLORANDO MEDIDAS

Objetivo: *Medir objetos utilizando medidas não padronizadas para o cálculo de área e perímetro.*

Conversa inicial: *Para a realização das atividades propostas, sugere-se agrupar os estudantes para que possam fazer a leitura dos problemas, discutir possíveis soluções, propor plenária entre os grupos e apresentar diferentes soluções obtidas pelos grupos.*

2.1 A professora de Matemática organizou uma gincana para as turmas do 7º ano A e B. Entre as várias atividades propostas, solicitou que os alunos determinassem a largura e o comprimento aproximado da carteira escolar utilizando os seguintes objetos: caneta, lápis e borracha. Meça esses objetos e anote o comprimento de cada um no seu caderno.

Resposta pessoal.

2.2 Compare as medidas com a do seu colega. O que vocês concluem?

Resposta pessoal.

2.3 Agora é o momento de verificar os resultados obtidos pela turma. Todos chegaram ao mesmo resultado? Por quê?

Resposta pessoal. Provavelmente, será possível observar medidas aproximadas devido aos diferentes tamanhos dos objetos utilizados nas medições. A sistematização do professor, nesse momento, é fundamental para que os estudantes percebam a necessidade da padronização das medidas para maior precisão e sua compreensão universal do Sistema de Unidades de Medida.

2.4 Se utilizar seu palmo para medir a carteira escolar, obterá o mesmo valor dos colegas da turma? Faça a medição, compare com os resultados da turma e registre suas conclusões.

Resposta pessoal.

2.5 Existe algum objeto mais adequado para medir uma carteira escolar? Qual (ais)?

Resposta pessoal.

ATIVIDADE 3 – CALCULANDO PERÍMETRO E ÁREA

Objetivo: *Resolver problemas envolvendo cálculo de perímetro e área.*

Conversa inicial: *Em continuidade à atividade anterior, explore o cálculo de área e perímetro, retomando os seus significados e os procedimentos de cálculos.*

3.1 Continuando a gincana do 7º ano, a professora mostrou vários objetos disponíveis na sala de aula e solicitou aos estudantes que medissem o perímetro do seu caderno utilizando uma régua.

a) É possível calcular o perímetro e a área da capa do seu caderno? Como? Justifique sua resposta.

Verifique as estratégias utilizadas pelos estudantes para calcular o perímetro e área da capa do caderno.

b) Qual é a unidade de medida que você pode utilizar para indicar a área e o perímetro da capa do seu caderno? Justifique sua resposta.

Este é o momento para verificar se os estudantes conhecem as unidades de medidas padronizadas e reconhecem as unidades de medidas adequadas para cada situação a ser medida. Em situações de grandes dimensões, utiliza-se o quilômetro para perímetro e o quilômetro quadrado para área. No cálculo de áreas de terrenos e residências, utiliza-se o metro para perímetro e o metro quadrado para área. Em pequenas dimensões o centímetro para o perímetro e o centímetro quadrado para a área, como no caso da capa do caderno. Discutir essas decisões para adequar as respostas dos próximos problemas.

ATIVIDADE 4 – FAZENDO CÁLCULOS NO DIA A DIA

Objetivo: *Resolver problemas envolvendo cálculos do dia a dia.*

Conversa inicial: *Os problemas propostos apresentam situações que estão presentes no cotidiano. Sugere-se organizar os estudantes em grupos ou duplas para juntos resolverem e discutirem o procedimento mais adequado. Ao socializar, escolha diferentes resoluções para que seja possível ampliar o repertório dos estudantes.*

Na terceira etapa da gincana, os alunos foram levados ao pátio da escola para pensarem a solução de alguns desafios matemáticos. Agora, você e seu colega foram desafiados e deverão resolver os exercícios propostos na gincana de matemática.

4.1 Carlos vai a pé para a escola. Seu trajeto de casa para a escola tem aproximadamente 650 m. Sabendo que o passo de Carlos mede 40 cm, calcule quantos passos Carlos dá para ir de casa até a escola.

São 1 625 passos.

4.2 Sabendo que a altura de Carolina é $\frac{3}{4}$ da altura de Luiza e que a diferença entre a altura das duas é de 0,35 m, qual é a altura de Carolina e a altura de Luiza?

Esse momento serve para verificar as estratégias de resolução das duplas. Sabendo que $\frac{1}{4}$ da altura de Luiza equivale a 0,35 m, temos que a altura da Luiza é de 4 · 0,35 = 1,40 m. Assim sendo, a altura de Carolina corresponde a 3 · 0,35 = 1,05 m.

4.3 Diego corre diariamente 8 km, mas na segunda-feira só conseguiu correr $\frac{4}{5}$ dessa distância. Quantos metros ele correu?

Ele correu 6 400 m.

4.4 Pedro vai cercar seu terreno com 3 voltas de arame. Sabendo que o terreno é retangular e mede 10 m de comprimento e 25 m de largura, quantos metros de arame ele precisará comprar, no mínimo? Explique sua resposta.

Se o perímetro do terreno corresponde 70 m, serão necessários 210 m de arame para cercar o terreno de Pedro. Importante verificar os registros dos estudantes.

4.5 Eduardo e Henrique resolveram disputar uma corrida em torno da praça do bairro. Os dois saíram do ponto de largada; Henrique partiu no sentido do ponto A, passando pelo ponto B, até o ponto de chegada, e Eduardo partiu no sentido do ponto D, passando pelo ponto C, até o ponto de chegada. Quem fez o percurso mais curto? Quantos metros a menos?

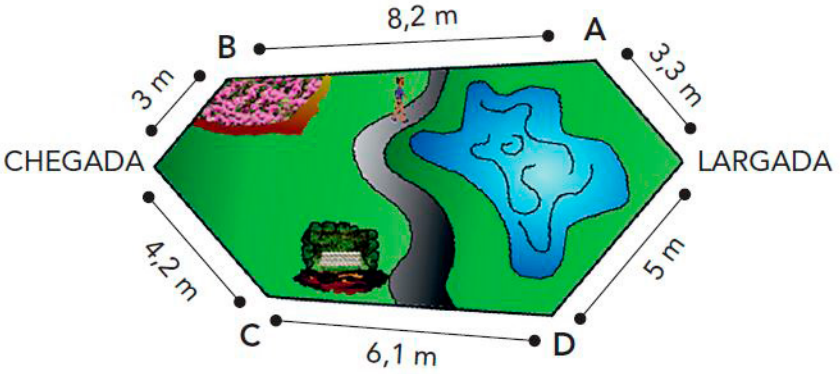


Ilustração: Elaborado pelos autores.

Henrique percorreu 14,5 m e Eduardo 15,3 m. A diferença foi de 0,8 m.
Importante socializar com as duplas e até mesmo com toda a turma para verificar os diferentes registros feitos pelas duplas.

4.6 Um depósito de materiais para construção ensaca areia em embalagens de dois tamanhos: o de 15 kg custa R$ 2,00 e o de 40 kg custa R$ 5,00. Para fazer o acabamento do meu banheiro, vou precisar de 150 kg. Quantos sacos de areia, de cada tamanho, devo comprar pagando o menor valor possível?

Serão necessários 3 sacos de 40 kg e 2 de 15 sacos de 15 kg.
Professor, organize uma tabela com as possibilidades de embalagens e custos para verificar o menor preço.

4.7 Durante a prática da natação os atletas têm um gasto calórico de 7 quilocalorias por minuto. Natalia treina 2 horas diárias na semana e descansa no domingo. Quantos quilocalorias ela gasta por semana?

7 · 120 = 840 quilocalorias a cada duas horas por dia.
840 · 6 = 5.040 quilocalorias em seis dias.
Verifique as diferentes estratégias utilizadas pelas duplas.

TESTE SEU CONHECIMENTO

1. (SARESP 2008) Luís pagou uma conta após o vencimento e teve uma multa de 25%. O valor total a ser pago sem multa era de R$ 160,00. Sendo assim, Luís pagou:

(A) R$ 225,00

(B) R$ 200,00

(C) R$ 185,00

(D) R$ 160,25

2. (SARESP 2009) A expressão $x + \frac{x}{4}$ pode ser escrita como:

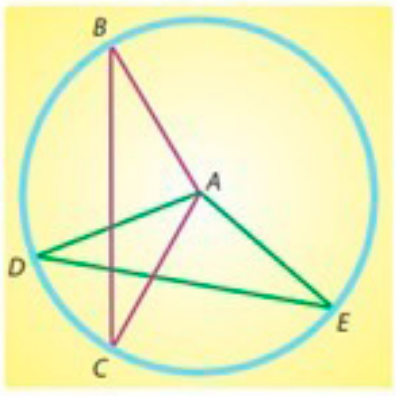
(A) a soma de um número com seu quádruplo.

(B) a soma de um número com seu dobro.

(C) a soma de um número com a sua quarta parte.

(D) a soma de um número com a sua metade.

3. (SARESP 2015) Sobre uma circunferência de centro A, dispõem-se os pontos B, C, D, e E.



É correto afirmar que o segmento:

(A) AD é maior do que o segmento BC.

(B) DE possui comprimento igual ao comprimento do segmento AE.

(C) AB é menor do que o segmento AC.

(D) AD possui o mesmo comprimento do segmento AB.

4. (SARESP 2011) Juliana queria comprar um pedaço de tecido para fazer um vestido. Como não tinha fita métrica, fez a medida da quantidade de tecido que precisava usando o seu palmo e obteve 7 palmos. Se o palmo de Juliana tem 18 cm, a medida do tecido de que ela precisava é:

(A) 25 cm

(B) 76 cm

(C) 106 cm

(D) 126 cm

5. (Adaptado-OBMEP 2010) Uma farmácia dá desconto de 30% sobre o preço de tabela de todos os medicamentos que vende. Ao adquirir um remédio cujo preço de tabela é R$ 120,00, quantos reais uma pessoa irá pagar?

(A) 36

(B) 84

(C) 64

(D) 90

(E) 94

7º ANO - 2º BIMESTRE

Prezado Professor,

O material de apoio ao Currículo Paulista apresenta um conjunto de Situações de Aprendizagem que têm como objetivo apoiar o seu trabalho em sala de aula, articulando o desenvolvimento curricular em Matemática, a aprendizagem dos estudantes e seu contínuo processo de avaliação dessas aprendizagens, na perspectiva de manter qualidade da educação.

Este material tem como ponto fundamental o envolvimento do professor que atua no Ensino Fundamental dos Anos Finais, sendo ele o protagonista no desenvolvimento do currículo em sala de aula e no acompanhamento e construção das aprendizagens dos estudantes.

As propostas aqui apresentadas têm como foco o estudante no centro das aprendizagens, atuando de forma colaborativa, interativa e responsável durante o processo de aprendizado. Assim, sugerimos que as metodologias ativas sejam uma ação contínua proposta pelo professor para envolver os estudantes durante a realização das atividades.

Nossa contribuição para este trabalho não se completa sozinha, mas de forma colaborativa. Temos a clareza que o trabalho realizado pelo professor junto aos estudantes é ponto fundamental para que possamos caminhar juntos em benefício da aprendizagem dos estudantes e do desenvolvimento profissional do professor.

Os autores

MATERIAL DO PROFESSOR

CONVERSA COM O PROFESSOR

Trata de uma orientação ao professor em relação ao conjunto de atividades apresentadas em cada Situação de Aprendizagem, sugerindo estratégias e formas de organização da turma para que o estudante esteja sempre no centro da aprendizagem de forma colaborativa e interativa.



Adaptação curricular: Aparece na conversa inicial, indicando sugestões de trabalho com os estudantes que são público-alvo da Educação Especial. Salienta-se que, para cada caso, os encaminhamentos podem ser bem específicos.

Objetivo(s): *Ao iniciar cada atividade da Situação de Aprendizagem, apresenta-se o(s) objetivo(s) da atividade proposta.*

Avaliação

A avaliação é uma parte integrante do processo de ensino-aprendizagem que orienta o seu trabalho para tomar decisões e reorganizar a ação pedagógica, considerando que é um processo de aprimoramento, não apenas em relação às aprendizagens dos alunos, mas também à sua ação docente, compreendida como uma atividade valorativa e investigativa podendo contemplar trabalhos escritos, apresentações orais individuais e em grupos, projetos, atividades com ou sem o uso de tecnologia, relatórios, autoavaliações, observações das atividades realizadas em sala de aula e estratégias que oportunizem a ação protagonista do estudante, considerando diferentes momentos e instrumentos, além do acompanhamento.

Considere no seu trabalho o desenvolvimento tecnológico, que pode trazer novas possibilidades de ensino, otimizando o trabalho pedagógico. Em Matemática, o contato com a tecnologia permite promover a ampliação da capacidade de raciocínio, senso crítico, autonomia, comunicação e relações interpessoais.

Recuperação

A recuperação é uma ação indispensável no processo ensino-aprendizagem, devendo ser realizada de forma contínua. Diversificar as estratégias para a retomada do aprendizado é um encaminhamento para envolver os estudantes que precisam de mais atenção. Nesse processo, é importante propor atividades em grupos colaborativos, com atividades extras planejadas de forma que todos possam participar, formando uma rede colaborativa.

Organizador Curricular

As habilidades neste material foram organizadas de forma que, a cada bimestre, sejam contempladas duas ou mais Unidades Temáticas. As Situações de Aprendizagem apresentadas são um caminho entre tantos possíveis para desenvolver as habilidades em conformidade com o Currículo Paulista, ressaltando que a autonomia do professor é fundamental para que, de acordo com o perfil dos seus estudantes, possa ampliar e/ou aprofundar suas estratégias com outras proposições e intervenções.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 1

CONVERSA COM O PROFESSOR

A compreensão da razão e seus significados não é simples. Assim, nesta situação de aprendizagem, vamos explorar essa compreensão de forma que os estudantes possam refletir e resolver situações que envolvam o assunto. A representação por meio de fluxograma dos passos utilizados para resolver um grupo de problemas poderá contribuir para que compreendam que determinados problemas seguem os mesmos procedimentos para serem resolvidos.

ATIVIDADE 1 – COMPARAÇÃO DE FRAÇÕES

Objetivo: *Explorar diferentes tipos de problema envolvendo frações.*

Conversa inicial: *Proponha que os estudantes iniciem as atividades em duplas e, a partir do que sabem sobre as frações, explorem e resolvam os problemas propostos. Circule pela sala para observar se todos compreendem a proposta da atividade ou se apresentam dificuldades. Caso sim, você poderá orientá-los.*



Sugerimos distribuir uma folha quadriculada com a quantidade de letras "ANNA CRISTINA" para colagem, assim os estudantes podem observar, contar e anotar os procedimentos durante a atividade. Recortar uma folha quadriculada com a quantidade no nome do estudante para que ele faça as anotações. Já para a proposta da venda de sorvetes, pode-se montar uma tabela com os dados, de maneira que o estudante possa subtrair e analisar o resultado discutido. Para trabalhar a razão entre grandezas, pode-se utilizar figuras de frutas em pequenas quantidades e fazer a colagem, observação e anotação do resultado. Utilizar o Material Dourado é uma opção para trabalhar a razão entre grandezas, pois a visualização e reflexão podem partir da manipulação e observação em uma tabela com as diferentes grandezas.

1.1 Anna Cristina está preenchendo um formulário e marcou cada letra em um dos quadradinhos do retângulo quadriculado abaixo. Escrevendo seu nome completo, $\frac{2}{5}$ dos quadradinhos da figura toda serão preenchidos. O desafio para você é:

A	N	N	A		C	R	I	S	T	I	N	A							

a) Quantas letras deve ter o sobrenome de Anna Cristina para atender os $\frac{2}{5}$ dos quadradinhos da figura?

O retângulo está dividido em 40 quadradinhos, logo $\frac{2}{5}$ x 40 = 16 quadradinhos. O nome ANNA CRISTINA ocupou 12 quadradinhos, logo, sobraram 4 quadradinhos. Considerando um espaço entre ANNA e CRISTINA, sobram três quadradinhos para escrever o sobrenome.

b) Qual é o possível sobrenome de Anna Cristina, atendendo aos critérios do procedimento?

A descrição da resposta será pessoal.

c) Construa outro formulário com a mesma quantidade de quadradinhos, escreva seu nome completo e indique a fração que ele representa na figura. Compare a fração referente ao seu nome com a fração referente ao nome de Anna, indicando qual é o maior.

A descrição da resposta será pessoal.

1.2 Felipe recebeu duas propostas para vender sorvete em um evento que aconteceria no dia aniversário de sua cidade. Leia com atenção as duas propostas descritas abaixo e responda o que se pede:

1ª proposta	Ganhar o equivalente ao preço de 2 sorvetes para cada 12 sorvetes vendidos.
2ª proposta	Ganhar o equivalente ao preço de 3 sorvetes para cada 15 sorvetes vendidos.

Escreva as propostas em forma de fração (razão) e compare-as. Na sua opinião, qual proposta é mais vantajosa financeiramente? Por quê?

1ª Proposta: $\frac{2}{12}$; e 2ª Proposta: $\frac{3}{15}$.

A 2ª proposta é mais vantajosa.

Observando as frações, é possível verificar que os denominadores são diferentes e, para compará-las, devemos escrevê-las com o mesmo denominador, ou seja, encontrar frações de mesmo denominador que sejam equivalentes a cada uma. Uma estratégia possível consiste em multiplicar os termos de uma fração, de forma a obter frações equivalentes de mesmo denominador.

$\frac{2 \times 15}{12 \times 15} = \frac{30}{180}$ e $\frac{3 \times 12}{15 \times 12} = \frac{36}{180}$, assim $\frac{36}{180} > \frac{30}{180}$, logo, a 2ª proposta é a opção mais vantajosa.

Uma outra solução seria a de simplificar as duas frações, obtendo respectivamente . Assim, você poderia fazer a discussão chamando a atenção de que mesmo que não tenham o mesmo denominador, as frações são facilmente comparáveis.

ATIVIDADE 2 – PROBEMAS DE RAZÃO ENTRE PARTES DE UMA GRANDEZA

Objetivo: *Resolver problemas que envolvem razão entre partes de uma grandeza.*

Conversa inicial: *Nesta atividade, temos a possibilidade de explorar com os estudantes a importância do conceito de razão entre partes de uma grandeza, com o objetivo de resolver as questões por meio das frações equivalentes. Para a realização das propostas a seguir, coloque os estudantes em duplas ou quartetos para que discutam e produzam suas respostas. Acompanhe as discussões para observar as dificuldades enfrentadas e fazer intervenções que auxiliem os alunos a repensarem seus procedimentos.*

2.1. Um segmento de reta de 28 cm foi dividido em dois segmentos na razão $\frac{3}{4}$. Quantos centímetros tem cada segmento obtido após a divisão?

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16}$$

Podemos concluir que o segmento de reta foi dividido da seguinte maneira: 12 cm e 16 cm, pois 12 cm + 16 cm = 28 cm.

2.2 Em uma classe há 35 alunos e sabe-se que a razão entre o número de meninas e o número de meninos é $\frac{2}{3}$. Qual é o número de meninos dessa classe?

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15} = \frac{12}{18} = \frac{14}{21}$$

O número de meninos é igual 21.

2.3. Ao confeccionar um colar Adriana, pensou na razão $\frac{4}{5}$ entre o número de bolinhas brancas e bolinhas laranja. Quantas bolinhas brancas e laranja Adriana vai utilizar para fazer um colar com 180 bolinhas?

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = \frac{12}{15} = \frac{16}{20} = \frac{20}{25} = \frac{24}{30} = \frac{28}{35} = \frac{32}{40} = \frac{36}{45} = \frac{40}{50} = \frac{44}{55} = \frac{48}{60} = \frac{52}{65} = \frac{56}{70} = \frac{60}{75} = \frac{64}{80} = \frac{68}{85} = \frac{72}{90} = \frac{76}{95} = \frac{80}{100}$$

O número de bolinhas brancas é 80 e o de bolinhas laranjas é 100.

2.4 O lucro de 15 mil reais foi dividido entre dois sócios. Porém, o primeiro sócio recebeu o dobro do segundo sócio, uma vez que gastou o dobro para montar o negócio. Calcule que parte do lucro coube à cada um dos sócios.

Consideremos: o primeiro sócio como A e o segundo sócio, B.
A+B= 15 000 e A=2B
2B+B=15 000
3B= 15 000

$$B = \frac{15\,000}{3} = 5\,000$$

O segundo sócio B recebeu R$ 5 000 e o sócio A recebeu R$ 10 000.

ATIVIDADE 3 – FLUXOGRAMA E PASSOS DE UM GRUPO DE PROBLEMAS

Objetivo: *Descrever, por meio de fluxograma, os possíveis passos para resolver situações-problema em que, dada uma fração, é preciso encontrar o seu "todo".*

Conversa inicial: *É importante que antes do início dessas atividades você propicie aos estudantes um repertório sobre a função do fluxograma, como uma representação gráfica que descreve os passos e etapas sequenciadas de um determinado processo, por meio de figuras geométricas.*

3.1. Observe o fluxograma abaixo que descreve o procedimento para a resolução do problema a seguir:

"Para aparar $\frac{2}{3}$ da grama do jardim de sua casa, Ruan gastou 30 minutos. Continuando neste ritmo, quanto tempo demorará para aparar todo o jardim?"

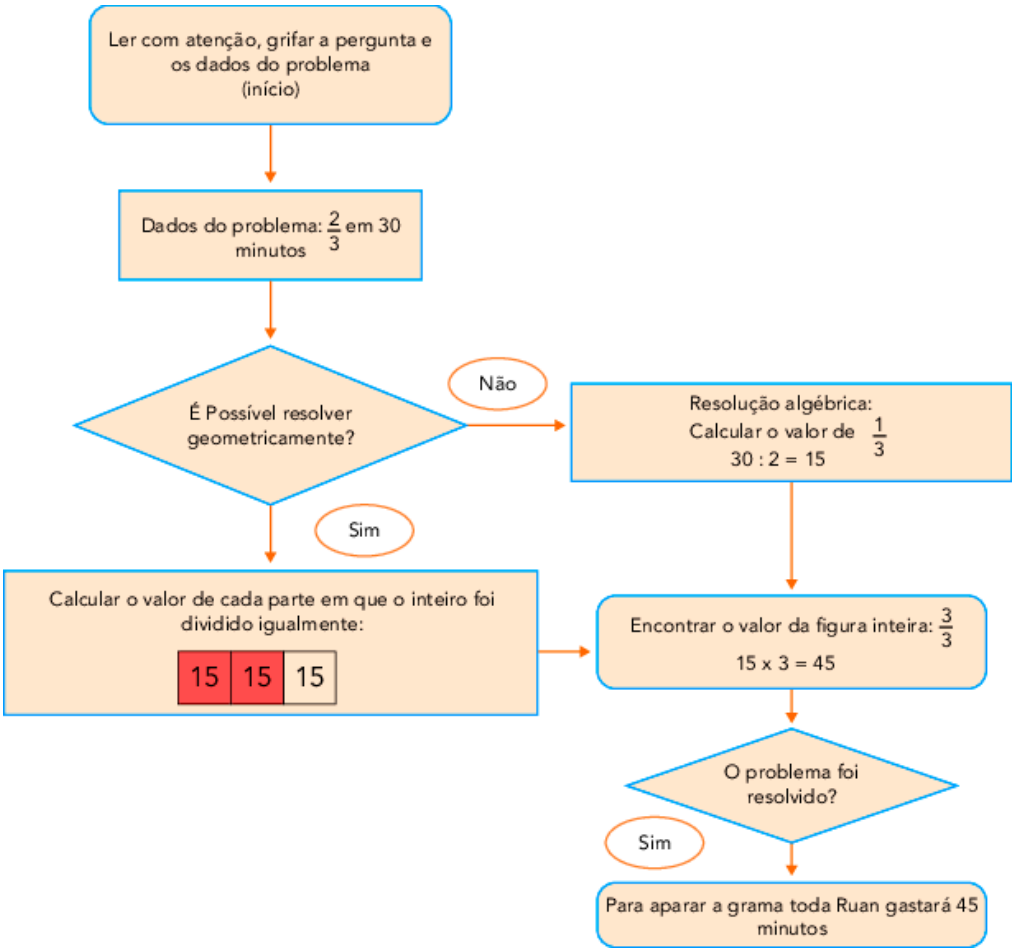


Ilustração: Elaborado pelos autores.

Continuando nesse ritmo, Ruan levará 45 minutos para aparar todo o jardim.

3.2 Escreva um texto explicando o procedimento organizado no fluxograma.

Para esta atividade, o estudante irá interpretar os passos do fluxograma e compreender o que está descrito, por isso a descrição da resposta será pessoal.

3.3 Utilizando um fluxograma, represente os procedimentos para resolver o problema abaixo:

"Vanessa saiu para viajar com a família e, em determinado momento, perguntou quanto faltava para chegar. A mãe respondeu que, naquele instante, já haviam percorrido 120 km, mas ainda faltava $\frac{1}{5}$ do percurso total da viagem. Quantos quilômetros a família percorrerá até ao final da viagem?

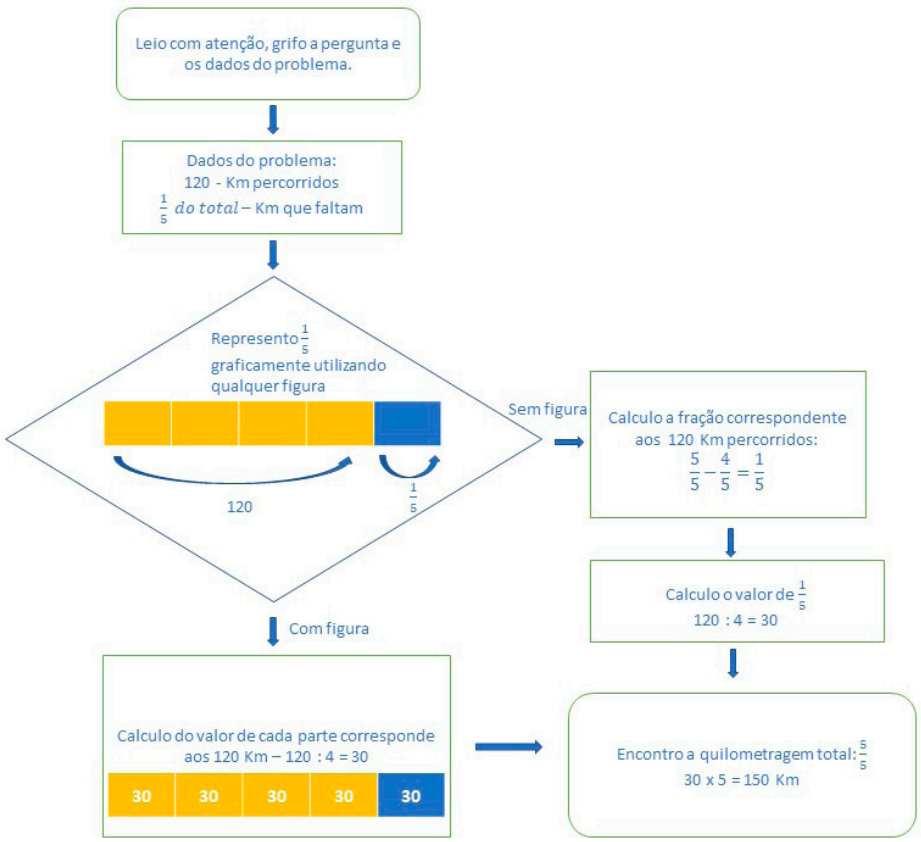


Ilustração: Elaborado pelos autores.

A família terá percorrido 150 km.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 2

CONVERSA COM O PROFESSOR

Nessa Situação de Aprendizagem, serão abordadas a ampliação do conjunto dos naturais para os números inteiros aplicados em diferentes contextos (inclusive histórico), associá-los a pontos da reta numérica e a sua utilização em situações que envolvam adição e subtração. Sugere-se uma estratégia de ensino que recorra aos diferentes exemplos do cotidiano das pessoas, pois os números inteiros estão presentes em diversos momentos, como, por exemplo, ao fazer uma ordem bancária com crédito ou débito, quando se assiste na televisão as notícias de baixas temperaturas em determinadas regiões, no saldo de gols dos times de futebol em um campeonato, para situar fusos horários de países, entre outras inúmeras situações.

Sugere-se que o estudante utilize uma tabela para registrar os itens do estoque de Ana e de Geraldo, de forma que se possa reduzir as quantidades e refletir sobre elas. Para o trabalho com números negativos, sugere-se simular situações com jogos do tipo Banco Imobiliário. Para trabalhar o registro de números negativos e positivos, pode-se desenhar ou colar um termômetro, e, ao fundo, uma paisagem relacionada à temperatura apontada nele. Sugere-se também o uso de pistas visuais de gincana e simulação da situação problema para a realização das atividades.

ATIVIDADE 1 – UM POUCO DE HISTÓRIA

Objetivo: *Introduzir o conceito de números inteiros negativos.*

Conversa inicial: *Ao longo da história, a humanidade passou a ter a necessidade de contar e relacionar quantidades. Inicialmente, realizava-se a contagem de animais relacionando cada um com uma pedra. Como o homem buscava sempre formas para registrar a contagem, foram surgindo os números naturais (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9…) símbolos estes que representam quantidades, que passou por várias formas de escritas até chegar nessa forma que conhecemos atualmente. Com a expansão comercial e a circulação de dinheiro, surgiu a necessidade de expressar situações que envolvessem lucro e prejuízo, ampliando as operações que envolvia números. Depois dessa contextualização, explore com os estudantes outras situações que envolvam números negativos e positivos.*

1.1 Os números estão presentes em nosso dia a dia. Você já vivenciou situações envolvendo números positivos e negativos? Registre estas situações para poder socializar com a turma.

Os estudantes podem acessar a indicação do vídeo pelo QRCode. Oriente-os a registrar os pontos que lhes chamaram atenção e, se for o caso, as dúvidas que possam ter surgido. Em seguida, sugerimos organizar uma roda de conversa em que todos possam compartilhar suas anotações e, assim, caso algum equívoco seja mencionado, você poderá fazer as intervenções para esclarecimento de dúvidas.

1.2 Ana e Geraldo foram ao armazém do senhor Manoel e enviaram suas listas de compras, descritas abaixo, para serem entregues em suas residências. Ao verificar seu estoque, o senhor Manoel observou que havia 20 quilos de arroz, 10 quilos de feijão, 9 litros de óleo, 15 quilos de açúcar, entre outros produtos.

Lista do Geraldo
12 quilos de arroz
8,5 quilos de feijão
6 litros de óleo

Lista da Ana
8 quilos de arroz
3 quilos de feijão
5 quilos de açúcar
4 litros de óleo

Com os produtos que o Senhor Manoel tem o estoque, ele conseguirá atender totalmente os dois pedidos? Comente sua resposta.

O Senhor Manoel atenderá parcialmente os dois pedidos, pois faltará 1,5 quilo de feijão e 1 litro de óleo. Já os pedidos de arroz e açúcar, o Senhor Manoel atenderá em sua totalidade. Explore com os estudantes de que forma Sr. Manoel poderia anotar as quantidades que estão faltando, utilizando os números negativos.

ATIVIDADE 2 – NÚMEROS POSITIVOS E NEGATIVOS

Objetivo: *Ler, comparar e ordenar os números inteiros em diferentes contextos.*

Conversa Inicial: *Para a realização das propostas a seguir, organize os alunos em duplas ou quartetos para que discutam e produzam suas respostas. Acompanhe as discussões para observar as dificuldades enfrentadas e fazer intervenções que os auxilie a repensarem seus procedimentos.*

2.1 A tabela abaixo apresenta alguns resultados dos times no final de um Campeonato, onde é possível verificar o número de gols marcados, sofridos e o saldo final.

Clube	Gols marcados	Gols sofridos	Saldo de gols
São Paulo	46	34	12
Botafogo	38	46	-8
Paraná	18	57	-39
Atlético MG	54	37	17
Palmeiras	64	26	38
Chapecoense	34	50	-16
Corinthians	34	35	-1

a) Analisando a tabela, classifique os times em ordem crescente em relação ao saldo de gols.

Paraná (-39), Chapecoense (-16), Botafogo (-8), Corinthians (-1), São Paulo (12), Atlético (17) e Palmeiras (38).

b) Considere o saldo de gols dos times Botafogo, Paraná, Chapecoense e Corinthians. Explique por que o saldo de gols de cada time foi registrado dessa maneira.

O time do Botafogo marcou 38 gols, mas sofreu 45, logo 38 – 46 = -8. Já o Paraná marcou 18, mas sofreu 57 gols, logo 18 – 57 = -39. O Chapecoense marcou 34 gols, mas sofreu 50, logo 34 – 50 = -16. Por fim, o Corinthians marcou 34 gols, mas sofreu 35, logo 34 – 35 = -1.

2.2 Muitas cidades pelo mundo apresentam as temperaturas nas estações do ano bem definidas. Observe a tabela abaixo que apresenta as temperaturas médias de algumas cidades do mundo no verão e no inverno.

País	Cidade	Verão	Inverno
Canadá	Toronto	26°C	-10°C
Japão	Tóquio	30°C	9°C
Estados Unidos da América	New York	24,5°C	-0,6°C
Brasil	Campos do Jordão	16,8°C	9,6°C
Rússia	Moscou	18,4°C	-9,2°C

a) Quais cidades apresentam a maior e a menor temperatura média no verão? Quais são as temperaturas?

Maior temperatura no Verão: Tóquio 30º C. Menor temperatura no Verão: Campos do Jordão 16,8º C.

b) Observe na reta abaixo a representação das temperaturas médias do Canadá. Qual foi a variação de temperatura do inverno para o verão? Explique.

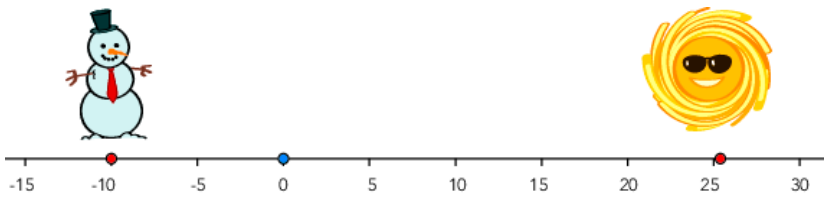


Ilustração: Elaborado pelos autores.

A variação foi de 36ºC, ou seja, 26ºC - (-10ºC) = 36ºC.

2.3 Sabendo que a variação de duas temperaturas é determinada pela diferença entre a temperatura final e a temperatura inicial, calcule a variação de temperatura da cidade de Campos do Jordão, onde a temperatura no verão de 2015 foi de 16,8°C, e no inverno foi de 9,6°C. Explique como você realizou a operação aritmética.

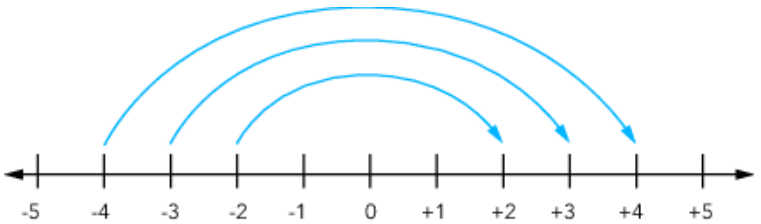
O cálculo foi feito subtraindo a temperatura inicial da temperatura final, isto é:
16,8°C – 9,6°C = 7,2°C

ATIVIDADE 3 – DESCOBRINDO O QUE VEM ANTES DO ZERO

Objetivo: Localizar na reta numérica os números inteiros e resolver situações-problema envolvendo operações com números inteiros

Conversa inicial: Os números inteiros podem aparecer em tabelas de jogos, escalas termométricas, extratos bancários, medições de altitude e profundidade (abaixo ou acima do nível do mar), entre outros exemplos. Mas também podem ser conceituados a partir da simetria em relação aos números inteiros positivos na reta numérica.

3.1. Observe os números inteiros representados na reta numérica. Qual é a correspondência que está indicada? Explique e anote as duas próximas correspondências.



A correspondência indicada trata dos números simétricos ou opostos, sendo as duas próximas correspondências: -5 e +5; -6 e +6.

3.2 Complete a tabela indicando o número oposto ou simétrico em cada caso.

+8	-8
-10	10
-36	36
48	-48
-27	27
-58	58
+124	-124
200	-200

3.3 Escreva os números em ordem crescente: 6, -94, 150, 532, -645, 334, 0, -257, -78, 2 057, -3 670, -127 e 88.

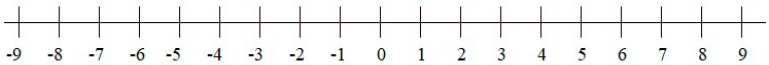
-3 670, -645, -257, -127, -94, -78, 0, 6, 88, 150, 334, 532 e 2 057.

3.4 Podemos comparar dois números dizendo se um é maior ou menor do que o outro. Observe o subconjunto dos números inteiros abaixo:

{-9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9}.

Localize esses números em uma reta numérica.

Resposta:



Os números inteiros fazem parte de um conjunto numérico composto por números positivos e negativos:

$\mathbb{Z}$ = {…,-9,-8.-7,-6,-5,-4,-3,-2,-1,0 ,1,2,3,4,5,6,7,8,9,…}

3.5. Diego conferiu o estoque de celulares de sua loja no final do dia 20 e verificou que havia 40 aparelhos celulares. Nos dias posteriores, ele fez a seguintes transações:

- Comprou 20 aparelhos celulares;
- Vendeu 40 celulares;
- Vendeu 10 celulares;
- Comprou 15 celulares;
- Vendeu 11 celulares.

Após todas essas transações, qual é o número de celulares no estoque da loja do Diego? Explique.

40 + 20 – 40 – 10 + 15 – 11 = 14, logo Diego tem em estoque 14 celulares.

3.6. Num determinado dia de outono na cidade de São Paulo, os termômetros marcavam 20°C. Com a entrada de uma frente fria, a temperatura baixou para 9°C. De quanto foi a variação de temperatura? Como você calculou essa variação?

20° C – 9° C = 11° C, logo a variação foi de 11° C.

3.7. Luciano fez uma dívida de R$ 50,00 e outra de R$ 96,00, ambas para serem pagas no próximo mês. Quanto ele está devendo? Como você indicaria esse valor?

(-50) + (-96) = -146. Luciano está devendo R$ 146,00.

3.8. O gerente do banco informou a Eduardo que sua conta estava com saldo negativo de R$ 130,00. Ele fez um depósito e seu saldo agora é de R$ 64,00. Qual foi o valor depositado?

Para cobrir o saldo negativo, deveria depositar R$ 130,00. Como após o depósito seu saldo era de R$ 64,00; assim, Eduardo depositou: 130 + 64 = 194, logo, o valor depositado foi de R$ 194,00.

3.9. Na cidade de São Joaquim, a temperatura era de 4°C ao anoitecer. Durante a madrugada, a temperatura teve uma queda de 6°C. Qual foi o registro da temperatura na madrugada?

4°C – 6°C = -2°C, logo, a temperatura na madrugada registrada foi -2°C.

3.10 Elabore um problema a partir da imagem abaixo. Em seguida, troque com seu colega para que um resolva o problema do outro. Analise as resoluções.



Ilustração: Elaborado pelos autores.

A descrição da resposta será pessoal.

ATIVIDADE 4 – RESOLVENDO PROBLEMAS

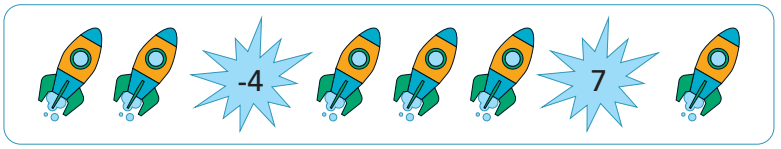
Objetivo: *Resolver operações que envolvam números inteiros (adição e subtração), resolver e elaborar situações problema e utilizar os números inteiros em diferentes contextos*

Conversa inicial: *Procure promover e incentivar os estudantes para que possam explicar o raciocínio utilizado na resolução das questões. Espera-se que eles sejam capazes de refletir sobre outras maneiras de responder aos problemas.*

4.1. A professora Eliane promoveu uma gincana de matemática para sua turma. A regra da gincana diz que, ao acertar a resposta, o participante ganha 10 pontos, e perde 15 pontos em caso de erro. A turma da professora Eliane acertou 48 das 60 questões. Qual foi a pontuação final da turma sabendo que cada equipe é obrigada a responder cada pergunta? Explique sua resposta.

Ao acertar 48 questões, significa que a turma errou 12 questões. Então, 48 x 10 = 480 e 12 x 15 = 180, logo 480 – 180 = 300. Portanto, a pontuação final da turma da professora Eliana foi 300 pontos.

4.2 Eduardo ganhou um jogo em seu aniversário, onde acertando os foguetes, eles se transformam em números positivos ou negativos, que devem ser adicionados à pontuação de cada jogador.



Fonte: IMESP.

Durante a partida, Eduardo marcava 11 pontos ganhos e transformou um foguete no número -4. Em seguida, uma nova transformação fez aparecer o número 7, como mostra a figura acima. Quantos pontos ele tem agora? Explique sua resposta:

11 pontos ganhos indicamos por (+11).
Logo, 11- 4+7=14.
Agora Eduardo tem 14 pontos.

4.3 Ao final de cada mês, Ana Luiza analisa os ganhos ou gastos de cada mês elaborando uma tabela como a representada abaixo.

Ganhos ou gastos mensais de Ana Luiza	
Mês	**Gastos ou ganhos**
Janeiro	-156,00
Fevereiro	248,00
Março	-223,00
Abril	-127,00
Maio	58,00
Junho	117,00
Julho	-34,00
Agosto	98,00
Setembro	145,00
Outubro	202,00
Novembro	12,00
Dezembro	-267,00

Qual foi a situação financeira de Ana ao final do ano?

Consultando a tabela de Ana:
(-156) + 248 + (-223) + (-127) + 58 + 117 + (-34) + 98 + 145 + 202 + 12 + (-267) = 73.
Assim, ao final do ano, ela terá um saldo R$ 73,00.

4.4. A temperatura dos planetas depende da atmosfera, do calor e de outras condições. Observe a tabela abaixo, que indica a temperatura média de alguns planetas do sistema solar, e responda:

Planetas	Temperatura média
Marte	-53°C
Terra	15°C
Netuno	-225°C
Mercúrio	420°C
Júpiter	-150°C

a) Coloque as temperaturas dos planetas em ordem decrescente.

420° C, 15°C, -53°C, -150°C, -225°C

b) Qual é a variação de temperatura entre o planeta Terra e o planeta Marte?

- 53°C - (+15°C) = - 68°C

4.5 Flavia utilizou a calculadora para fazer uma operação matemática e o resultado registrado no visor foi –24. Elabore uma situação-problema para que seu colega possa descobrir os números que ela utilizou na operação matemática.

A descrição da resposta será pessoal.



Fonte: Pixabay. Disponível em: **https://pixabay.com/pt/vectors/calculadora-n%c3%bameros-s%c3%admbolo-calc-2374442/**

4.6 Na aula de Educação Financeira, Giovana está aprendendo a organizar seus gastos. Ela elaborou uma planilha eletrônica com os gastos do mês de maio.

Mesada e despesas mensais - maio	
Mesada	R$ 50,00
Lanche	R$ 12,00
Lazer	R$ 10,00
Revistas	R$ 8,00
Diversos	R$ 9,00
Saldo	

Sabendo que ela ganhou R$ 50,00 de mesada, calcule o saldo de Giovana. Além dos gastos indicados na planilha, ela esqueceu de incluir R$ 15,00 referente ao gasto com o presente de aniversário de sua mãe. O valor da mesada será suficiente para todos os gastos? Como você resolveria essa situação?

Converse com os estudantes e mostre que a tabela apresenta os gastos e os ganhos de Giovana. 50 – (12 + 10 + 8 + 9 + 15) = 50 – 54 = – 4, logo o saldo de Giovana é –R$ 4,00. Conclusão: A mesada de R$ 50,00 será insuficiente.

4.7 Relacione a coluna A com a coluna B, realizando as operações indicadas, completando a tabela.

A	B	A+B	A · B	B – A	A:B
8	-2	8+ (-2) = 6	8 · (-2) = -16	(-2) – (8) = -10	8 : (-2) = -4
5	5	5+5 = 10	5 · 5=25	5-5=0	5:5=1
6	-1	6 + (-1) =5	6 · (-1) = - 6	(-1) – (6) = -7	6 : (-1) = - 6
-4	2	(-4) + 2 = -2	(-4) · (2) = -8	2 – (-4) = 6	(-4) : (2) = -2
-10	-5	(-10) + (-5) = -15	(-10) · (-5) = 50	(-5) – (-10) = 5	(-10) : (-5) = 2

4.8. Adelaide fez uma divisão na máquina de calcular e o quociente foi - 30. Quais possíveis números foram utilizados nesse cálculo? Registre-os.

Algumas possibilidades: (-60): 2 = -30; 60: (-2) = -30; (-180): 6 = -30.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 3

CONVERSA COM O PROFESSOR

Observar a localização de objetos no espaço e a movimentação de pessoas (tendo como referência as coordenadas) pode ser uma forma de retomar o que os estudantes já sabem sobre a movimentação e localização de pessoas no espaço. Assim, proponha que resolvam as atividades e depois discuta os resultados que encontraram para que possa avaliar o conhecimento prévio da turma sobre o assunto. Neste ambiente do plano cartesiano, serão apresentadas as transformações geométricas de polígonos, explorando situações em que se multiplicam as coordenadas por um número inteiro para obter as transformações.



Sugere-se utilizar o jogo de batalha naval. Se possível, utilizar prancheta imantada decorada como uma quadra, imãs coloridos representando os jogadores, e a visualização das localizações e identificação dos eixos através de um risco com o giz e o registro das coordenadas. Sugere-se a utilização de um tabuleiro de resta um para a transformação de polígonos.

ATIVIDADE 1 – QUAL É A LOCALIZAÇÃO?

Objetivo: *Localizar coordenadas no plano cartesiano.*

Conversa inicial: *Para a realização das propostas a seguir, coloque os alunos em duplas ou quartetos para que discutam e produzam suas respostas. Acompanhe as discussões para observar as dificuldades enfrentadas e fazer intervenções que os auxilie a repensarem seus procedimentos.*

1.1. Um game apresenta, na sua tela inicial, um instante de um jogo de futebol feminino e as posições de algumas jogadoras. Para facilitar as suas localizações, foi imaginado um Plano Cartesiano com dois eixos, o das abcissas e o das ordenadas, graduados com números inteiros. Observe com atenção a figura abaixo e escreva as coordenadas referentes a cada posição das jogadoras, conforme o exemplo:

As coordenadas da posição da jogadora Ana são representadas pelo par ordenado (-4, -3), lembrando que o primeiro número do par ordenado se refere ao valor que a jogadora se encontra em relação ao eixo das abcissas e o segundo número refere-se ao valor em relação ao eixo das ordenadas. O conjunto dos dois valores resulta na posição exata onde ela se encontra.

a) Dê a localização de cada jogadora por meio de suas coordenadas.

Ivana (-9,1); Ana (-4,-3); Karla (-2,3); Luísa (3,-5); Marta (4,2); Joana (8,-3).

b) Para ajudar suas companheiras, as jogadoras Ana e Karla devem avançar 3 unidades para a direita em linha reta, enquanto Joana precisa voltar 2 unidades para a esquerda em linha reta. Quais serão suas novas coordenadas?

Ana (-1,-3); Karla (1,3); Joana (6,-3).

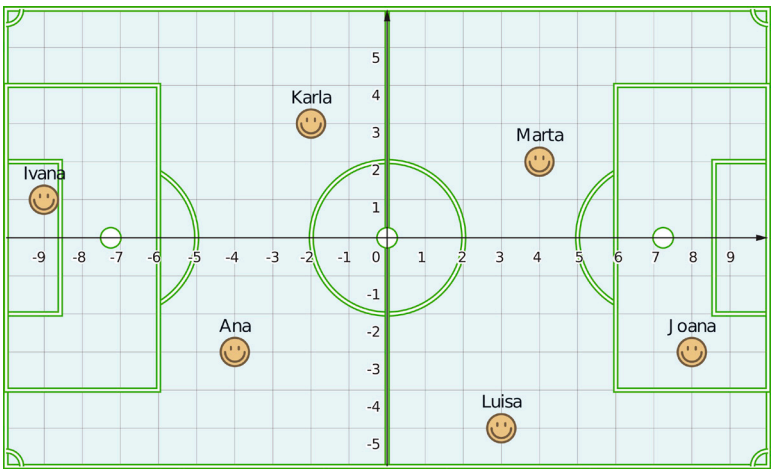


Ilustração: Elaborado pelos autores.

c) Qual comando você daria para que Luísa, ao se movimentar, ficasse próxima de Marta? Qual seria sua nova localização?

Há várias possibilidades para Luísa aproximar-se de Marta. Exemplo: deslocar 07 unidades no eixo vertical para cima, "bem próxima" de Marta. A nova localização seria o par (3,2). Ou deslocar 01 unidade no eixo horizontal para a direita e, em seguida, deslocar 06 unidades no eixo vertical e ficar "próxima" de Marta. A nova localização seria o par (4,1).
É possível explorar as localizações que os estudantes apontarem e os argumentos que utilizaram.

ATIVIDADE 2 – TRANSFORMAÇÕES

Objetivo: *Multiplicar as coordenadas dos vértices de um polígono por um número inteiro, obtendo transformações no plano.*

Conversa inicial: *Apoie-se na movimentação proposta na atividade anterior, que ocorre em games, para questionar os estudantes sobre que possibilidades eles imaginam para a movimentação de uma figura em um plano cartesiano. A partir das respostas, proponha que indiquem como fariam para movimentar um triângulo, sem deformá-lo. Provavelmente surgirão propostas de mudanças de posição de seus vértices, então peça que, em duplas, façam uma representação em um plano cartesiano da movimentação que imaginam e, depois, escolha algumas duplas para exporem como chegaram aos seus resultados. Observe se a condição dada de "não deformarem" o triângulo foi considerada apenas do ponto de vista de sua forma, mas não de suas medidas de lados e ângulos, ou se o movimentaram mantendo essas medidas. Esse é um bom momento para introduzir o significado de transformação isométrica, destacando que "isométrica" quer dizer mesmas medidas.*

2.1 No Plano Cartesiano abaixo, está representado o polígono AVE.

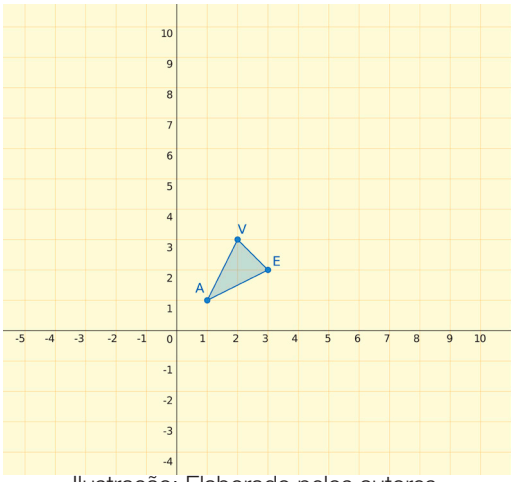


Ilustração: Elaborado pelos autores.

a) Multiplique as coordenadas dos vértices por 3, reescreva as novas coordenadas e represente-as no Plano Cartesiano acima. Explique o que ocorreu.

A' (3,3) V' (6,9) E' (9,6), ocorreu uma ampliação do polígono AVE.

b) Multiplique as coordenadas dos vértices por (-1), reescreva as novas coordenadas e represente-as no Plano Cartesiano acima. Explique o que ocorreu.



Ilustração: Malko Miranda do Santos.

Atenção!
Multiplicar por (-1) é o mesmo que calcular o oposto de um número, veja:
$2 \cdot (-1) = -2$, ou seja o oposto de 2 é -2.
$(-3) \cdot (-1) = 3$, ou seja o oposto de -3 é 3.

A' (-1,-1) V' (-2,-3) E' (-3,-2), ocorreu uma reflexão em relação à origem do plano cartesiano do polígono AVE.

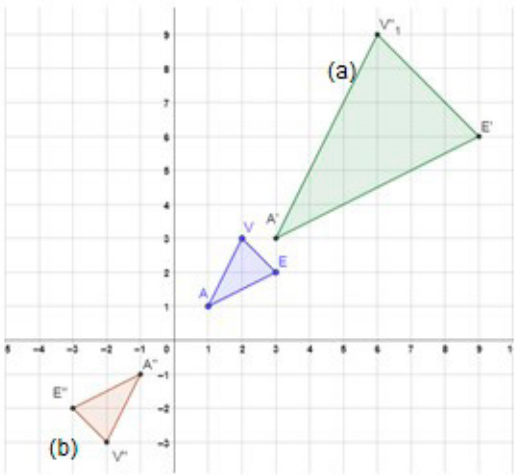


Ilustração: Elaborado pelos autores.

Os estudantes devem constatar que, ao multiplicar as coordenadas dos vértices do polígono AVE por um número positivo, provocamos uma ampliação e, ao multiplicar as coordenadas dos vértices do polígono AVE por (-1), obtemos os pontos simétricos do polígono uma transformação chamada de reflexão em relação à origem do plano cartesiano. Essa transformação provoca um deslocamento do polígono para o terceiro quadrante.

2.2 Construa um polígono localizado no segundo quadrante. Ao multiplicarmos seus vértices por (-2), qual seria a "transformação" sofrida? Explique.

O estudante deverá escolher o polígono, localizar seus vértices e então multiplicá-los por (-2).

2.3 Observe o quadrado ABCD representado abaixo:

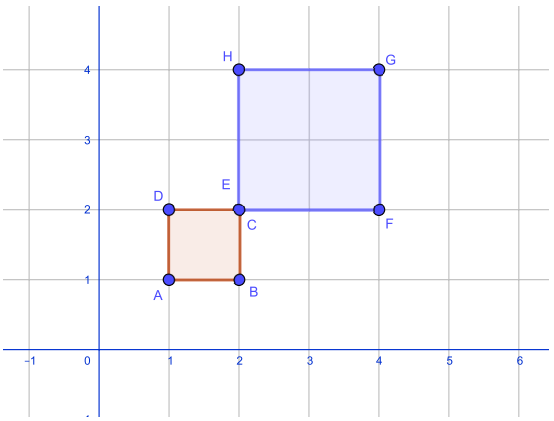


Ilustração: Elaborado pelos autores.

a) Escreva as coordenadas dos vértices, multiplique todas elas por 2, renomeie o novo polígono por EFGH, e represente-o no plano cartesiano acima.

A (1,1); B (2,1); C (2,2); D (1,2); E (2,2); F (4,2); G (4,4); H (2,4).

b) Utilizando como unidade de medida um "quadradinho", complete a tabela:

	Polígono ABCD	Polígono EFGH
Medida do lado	1	2
Perímetro do polígono	4	8
Área do polígono	1	4

Compare os polígonos ABCD e EFGH. O que você observou ao multiplicar os vértices por 2? Escreva um parágrafo com suas observações.

As medidas dos lados e do perímetro do quadrado dobram, e a medida da área quadruplica.

2.4 No Plano Cartesiano abaixo está representado o polígono AVE.

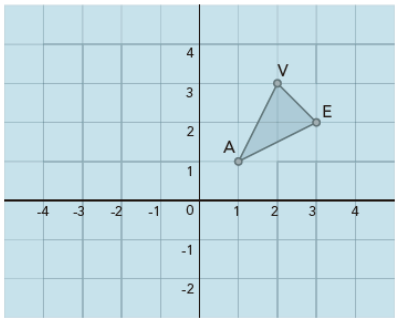


Ilustração: Elaborado pelos autores.

Nesta atividade no item "a", trabalhar somente com as abscissas, mantendo a ordenada. No item b, deve-se fazer o contrário, descobrindo a reflexão em relação aos eixos.

a) Multiplique a abscissa dos vértices por (-1), reescreva as novas coordenadas e represente-as no Plano Cartesiano acima. Explique o que ocorreu.

A' (-1, 1); V ' (-2, 3); E ' (-3, 2) . Os estudantes devem descobrir que, ao multiplicar a abscissa dos vértices de um polígono por um número negativo, provocamos uma transformação chamada de reflexão em relação ao eixo das ordenadas.

b) Multiplique ordenada dos vértices por (-1), reescreva as novas coordenadas e represente-as no Plano Cartesiano acima. Explique o que ocorreu.

A'' (1, -1); V '' (2, -3); E '' (3, -2)

Descobrimos também que, ao multiplicar a ordenada dos vértices de um polígono por um número negativo, provocamos uma transformação chamada de reflexão em relação ao eixo das abscissas.

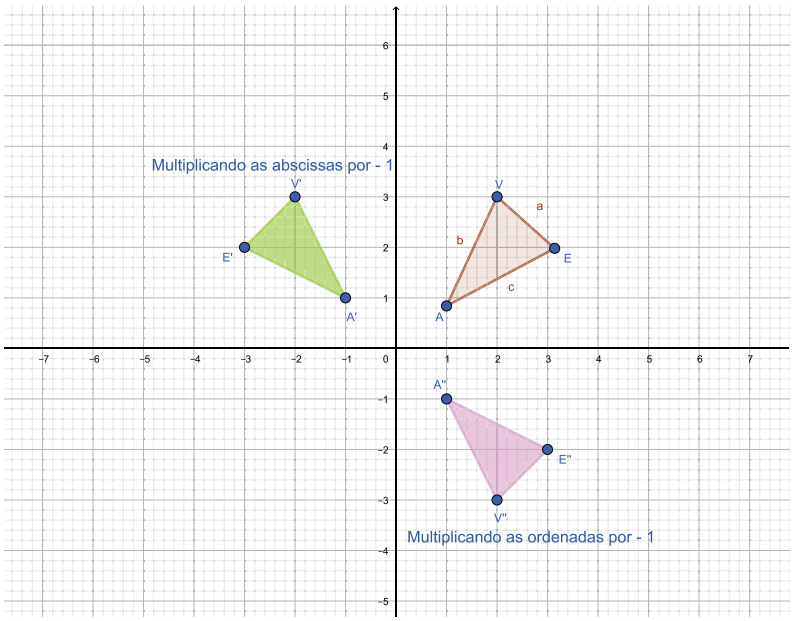


Ilustração: Elaborado pelos autores.

2.5 No Plano cartesiano abaixo, anote as coordenadas do polígono, depois adicione 3 unidades nas abscissas dos vértices e 4 unidades nas ordenadas dos vértices, e então localize os pontos no plano cartesiano, represente o polígono na nova posição e compare os dois polígonos. O que você observou? Registre suas observações.

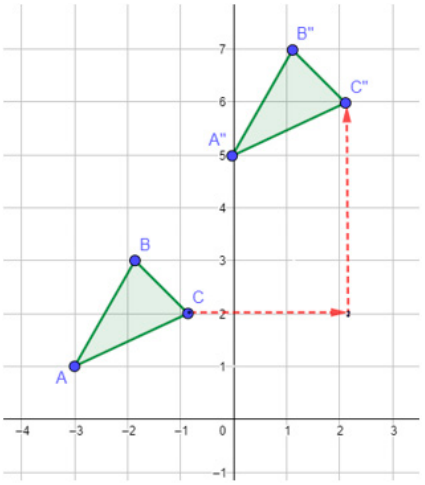


Ilustração: Elaborado pelos autores.

É importante observar se os estudantes adicionaram 3 unidades em cada abscissa e 4 unidades nas ordenadas, encontrando as coordenadas A'(0,5); B'(1,7); C'(2,6), obtendo um translação do polígono. Você pode dividir a turma em trios para que eles façam as transformações solicitadas. Circule pela sala para orientá-los e verificar se todos estão envolvidos ou se estão precisando de sua ajuda.

2.6 No desenho a seguir, obtenha as coordenadas dos vértices, multiplique as abscissas por (-1) e represente-as na malha. Una todos os pontos e pinte seu desenho.

A simetria obtida é uma reflexão em relação ao eixo das ordenadas.
A (0,4); A' (0,4)
B (1,2); B' (-1, 2)
C (3,1); C' (-3,1)
D (4,2)); D' (-4,2)
E (7, -1); E' (-7, -1)
F (1,1); F' (-1,1)
G (0, -3); G' (0, -3)

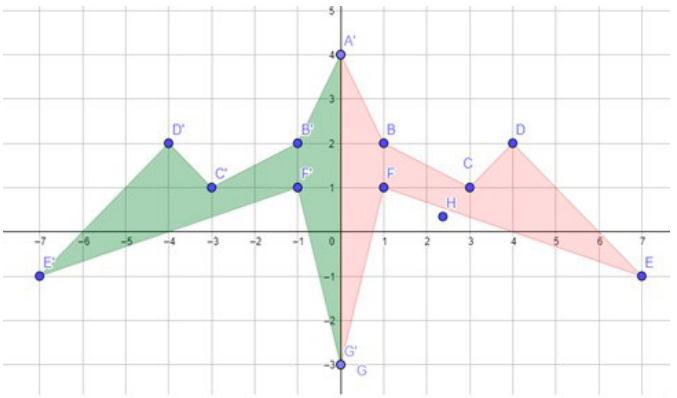


Ilustração: Elaborado pelos autores.

2.7 A figura a seguir foi construída utilizando simetria. Na mesma malha, crie uma figura usando simetrias.

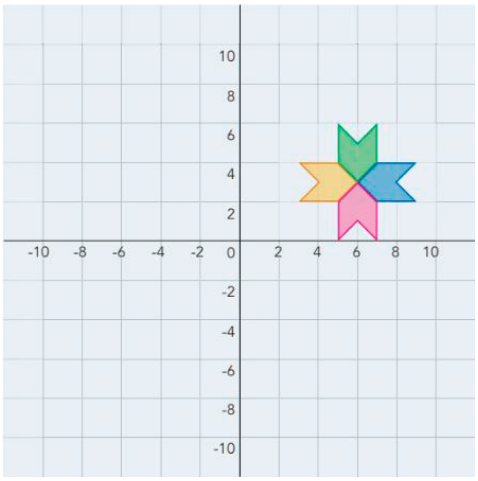


Ilustração: Elaborado pelos autores.

O desenho será de livre escolha do estudante.

2.8 O polígono verde sofreu três transformações no Plano Cartesiano. Dê o nome de cada uma delas e explique sua classificação.

a) Do polígono verde para o rosa.
Reflexão em relação ao eixo das ordenadas.

b) Do polígono verde para o azul.
Reflexão em relação à reta x e após reflexão em relação a y, ou vice-versa.
Outra solução seria a reflexão em relação à origem.

c) Do polígono verde para o marrom.
Translação.

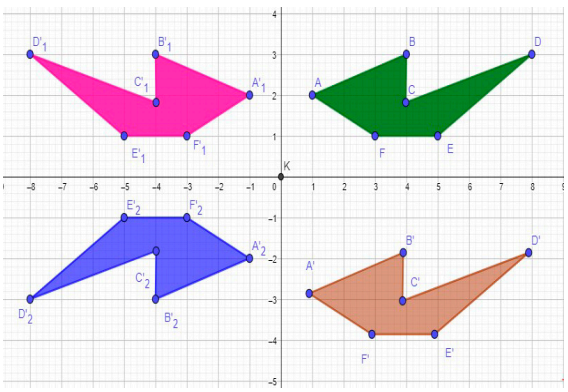


Ilustração: Elaborado pelos autores.

2.9 As costureiras normalmente desenham no papel o molde da roupa em tamanho real, para depois sobrepô-lo ao tecido e cortá-lo. O interessante é que desenham apenas um dos lados do corpo, dobram o tecido e cortam seguindo o modelo de papel. No Plano Cartesiano abaixo, está representado o desenho que uma costureira fez da frente de um colete. Imaginando que ela irá dobrar o tecido exatamente no eixo das ordenadas, desenhe a frente do colete por inteiro, representando exatamente o que a costureira obterá após desdobrar o tecido.

Professor, sugerimos a utilização de papel quadriculado para que os estudantes, possam reproduzir todas as situações pospostas nesta atividade.

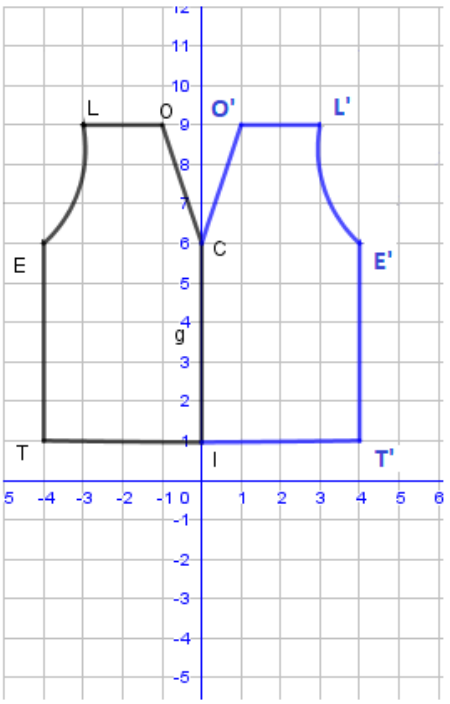


Ilustração: Elaborado pelos autores.

a) Anote as coordenadas de cada ponto inicial e as coordenadas finais. Compare-as e explique qual operação realizar a fim de obter estas novas coordenadas.

O'(1,9), L'(3,9), E'(4,6), C'(0,6), T'(4,1) e I'(0,1). Estas novas coordenadas foram encontradas a partir da multiplicação dos valores das abcissas por (-1), pois é uma reflexão em relação ao eixo das ordenadas.

b) Se a costureira resolvesse dobrar o tecido exatamente sobre o eixo das abscissas ao invés do eixo das ordenadas, quais novas coordenadas ela obteria? Qual operação pode ser realizada para se obter essas novas coordenadas? Neste caso, ela obteria a frente completa do colete?

O' (-1,-9), L' (-3,-9), E' (-4,-6), T'(-4,-1) e I' (0,-1). Deve-se multiplicar por (-1) os valores das ordenadas. Não, ela obteria a mesma parte do colete.

c) Quais tipos de transformações do desenho do colete, no plano cartesiano, foram propostos nesta atividade?

As transformações propostas no plano cartesiano foram: uma reflexão em relação ao eixo das abcissas e outra em relação ao eixo das ordenadas.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 4

CONVERSA COM O PROFESSOR

Encontrar padrões na Matemática é o tema central da Situação de Aprendizagem 4. É possível encontrá-los em diferentes contextos, desde objetos matemáticos até nas múltiplas formas existentes no nosso cotidiano, nas diversas manifestações da natureza e na arte, como, por exemplo, na famosa sequência de Fibonacci e suas aplicações.

Sugere-se utilizar cartões com figuras iguais e cores diferentes, ou formas e cores diferentes, para sequenciar e formar padrões.

ATIVIDADE 1 – EM BUSCA DO PADRÃO: "O CANTO PERFEITO DO CURIÓ"

Objetivo: *Classificar sequências em recursivas e não recursivas, conhecendo o conceito de recursão.*

Conversa inicial: *Para a realização das propostas a seguir, coloque os alunos em duplas ou quartetos para que discutam e produzam suas respostas. Acompanhe as discussões para observar as dificuldades enfrentadas e fazer intervenções que os auxilie a repensarem seus procedimentos. Esta atividade envolve curiosidades, portanto é importante propor aos estudantes que juntos explorem o que está sendo apresentado. Em seguida, organize a turma para compartilhar seus resultados. Oriente-os a fazer a leitura e acessar o canto do Curió pelo QRCode.*

A origem do Curió tem algumas controvérsias, pois alguns estudiosos dizem que a ave é originária de Angola e do Gabão, já outros a classificam como uma ave tipicamente brasileira.
A natureza nos surpreende com coisas maravilhosas e o canto do Curió é uma delas. Infelizmente, por conta de fatores como caça predatória, comercialização ilegal, desmatamento e urbanização, a ave encontra-se ameaçado de extinção.



Fonte: Wikimedia Commons. Disponível em: **https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Oryzoborus_angolensis_-Piraju,_Sao_Paulo,_Brazil-8.jpg**.

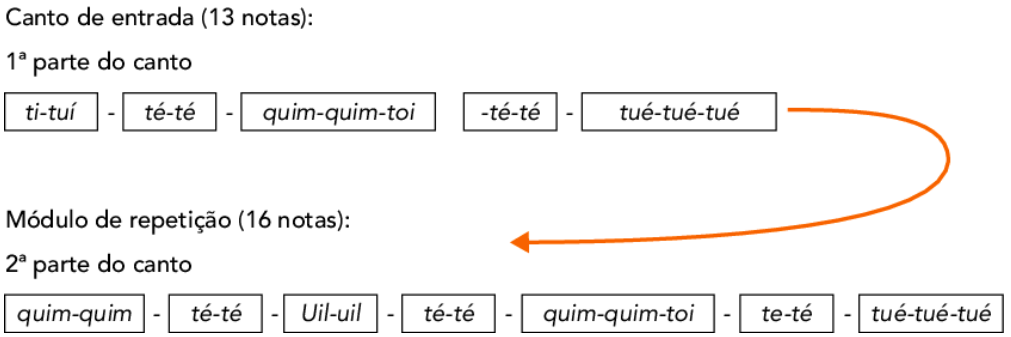
O IBAMA (Instituto Brasileiro do Meio Ambiente e dos Recursos Naturais Renováveis) é o órgão responsável pelo controle e monitoramento da criação de pássaros silvestres entre outras.



Saiba que criar aves silvestres sem autorização devida do IBAMA é crime e deve ser combatido.

Ilustração: Malko Miranda do Santos.

Vamos agora entender por que o canto do Curió tem fascinado muitas pessoas. Um fato interessante é notar como o canto "clássico" dele é constituído por notas e o conjunto delas formam uma bela melodia. Observe como elas podem ser traduzidas:



O conjunto de todas as notas acima constituem um canto clássico que poucos Curiós conseguem, sem errar nenhuma delas, repetir muitas vezes.

Quando as notas são colocadas lado a lado, formam um "padrão" que é a "regra" de execução do canto clássico perfeito.

Observe como ficaria o canto quando todas notas são colocadas em sequência:

Ti-tui-tuil-tué-tué-quim-quim-toi-té-té-tuá-tuá-tuá-quim-quim-té-té-uil-uil-tué-tué-quim-quim-toi-té-té-tuá-tuá-tuá

Observe que as notas que compõem o canto do Curió clássico têm uma ordem e um padrão, pois trata-se de uma sequência, e cada elemento que a constitui tem seu devido lugar.

Vamos ouvir o Curió? Acesse o QRCode:
Fonte: Gimenez Costa. O fantástico canto do curió. 2019. Disponível em: **https://www.youtube.com/watch?v=EZZabzCLWM4**. Acesso em: 08 dez.2019.

1.1 Pesquise e represente a sequência do canto de uma ave que você conheça.

A descrição da resposta será pessoal.
Espera-se que o estudante pesquise o som de uma ave conhecida, descreva a sequência, se possível, das notas do canto, conforme foi descrito no canto do Curió.

ATIVIDADE 2 – CLASSIFICANDO SEQUÊNCIAS E ESTABELECENDO PADRÕES

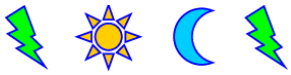
Objetivo: *Classificar sequências como recursivas ou não recursivas. Determinar a "regra de formação" para uma sequência e descobrir os próximos termos de uma sequência.*

Conversa inicial: *Vimos anteriormente que uma sequência pode ser constituída pelas notas do canto do Curió, porém, também podemos ter sequências de símbolos, figuras, números entre outros. A ordem dos elementos de uma sequência caracteriza o seu padrão. Por isso, ao mudar a ordem de qualquer elemento, teremos uma nova sequência. Passaremos a designar os elementos da sequência por "termos de uma sequência", e seu padrão por "regras de formação".*

2.1 Veja as sequências de figuras. Quais são os três próximos termos? Explique a "regra de formação" que você utilizou.

a)  ___ ___ ___

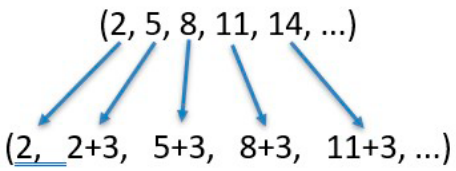
(boneco, coração, boneco) – padrão boneco, coração.

b)  _____ _____ _____

(sol, lua, raio) – padrão raio, sol, lua.

2.2 Na sequência (1, 2, 3, 4, 5, 6…), indique quais serão os dois próximos termos e explique por quê.
(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8…) Sequência dos números naturais. Padrão: soma-se uma unidade ao termo anterior para encontrar o próximo termo.
2.3 Escreva a sequência dos números naturais menores que 8 e classifique-a como finita ou infinita.
(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) Finita, pois possui uma quantidade determinada de termos.

2.3 Escreva a sequência dos números naturais menores que 8 e classifique-a como finita ou infinita.
(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) Finita, pois possui uma quantidade determinada de termos.
2.4 Observe a sequência numérica infinita: (2, 5, 8, 11, 14,…). Qual é sua regra de formação?
Note que podemos estabelecer uma regra de formação para definir seus termos: "a partir do primeiro termo obtemos os próximos somando 3 unidades".



2.5 Descubra qual é a regra de formação e encontre até o oitavo termo de cada sequência.

a) (20, 15, 10, 5, ...)
(20, 15, 10, 5, 0, -5, -10, -15)
Regra: para determinar o próximo termo, subtrai-se 5 unidades do termo anterior.

b) (6, 2, - 2, - 6, - 10, - 14, ...)
(6, 2, -2, -6, -10, -14, -18, -22)
Regra: para determinar o próximo termo, subtrai-se 4 unidades do termo anterior.

c) (1, 4 ,9,16, 25 ...)
(1, 4, 9, 16, 25, 36, 64, 81)
Regra: sequência dos quadrados dos oito primeiros números naturais.

2.6. Complete a sequência finita com 5 termos, descobrindo a regra de formação, e registre-a:

a) Adicione 4 ao termo anterior. (1, 5, 9, 13, 17)

b) Multiplique o termo anterior por 3 e subtraia 2. (2, 4, 10, 28, 82)

c) Divida o termo anterior por 2. (2, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$)

d) Eleve o termo anterior ao quadrado e divida por 2. (2, 2, 2, 2, 2)

2.7. Nas sequências abaixo, classifique-as como recursivas ou não recursivas, justificando a sua resposta.

a) (11, 21, 31, 41, ...)

Recursiva, pois ao termo anterior soma-se 10 unidades para se obter o próximo.

b) (8, 8, 13, 12, 13, 10, 9, ...)

Não recursiva, pois não conseguimos estabelecer um padrão, uma regra para formação da sequência.

c) (2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ...)

Não recursiva, pois não conseguimos estabelecer um padrão, uma regra para a formação.

d) (-6, -3, 0, 3, 6, ...)

Recursiva, pois ao termo anterior soma-se 3 unidades para se obter o próximo.

ATIVIDADE 3 – A FAMOSA SEQUÊNCIA DE FIBONACCI E SUAS APLICAÇÕES NA ARTE, NA NATUREZA E NO COTIDIANO

Objetivo: *Apresentar e interpretar a sequência recursiva de Leonardo Fibonacci encontrada na Natureza e nas Artes. Reconhecer a recursividade na Literatura.*

Conversa Inicial: *Abordar a história da Matemática como contexto e curiosidade para iniciar um assunto é sempre uma alternativa, pois pode despertar o interesse dos estudantes.*

Organize os alunos em duplas, para juntos, resolverem a atividade 3, observando a sequência e registrando suas descobertas.



Ilustração: Malko Miranda do Santos.

Leonardo Fibonacci, famoso matemático italiano, ao final do século XII, elaborou um problema sobre a criação de coelhos e registrou a quantidade de filhotes nascidos ao longo de um período. Organizou estes dados e descobriu uma sequência numérica que seguia uma regra de formação.

O famoso problema sobre a criação de coelhos, está representado no esquema abaixo:

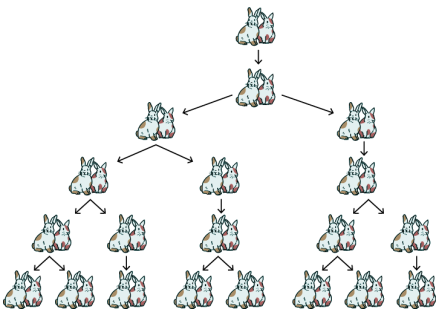


Ilustração: Elaborado pelos autores.

3.1. Forme uma dupla e analise o esquema. Explique essa sequência a partir da regra de formação.
Espera-se que os estudantes relatem que, a partir do 3º termo, o termo seguinte é o resultado da soma dos dois anteriores.

3.2 Após a discussão, determine qual seria o número de casais de coelhos?
Se pensarmos que cada ciclo dure um mês (tempo médio de gestação de um coelho), serão 12 ciclos, ficando a sequência:
(1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144). Portanto, a resposta é 144 coelhos.

3.3 Escreva os cinco próximos termos das sequências abaixo utilizando a regra de formação de Fibonacci:

a) (2, 2, *4, 6, 10, 16, 26*).

b) (-4, -4, *-8, -12, -20, -32, -52*).

3.4 A sequência de Fibonacci tem muitos usos que nem imaginamos. Ela está presente na natureza e nas artes.



ILUSTRAÇÃO: MAIKO MIRANDA DOS SANTOS

Você pode pesquisar nos endereços a seguir, disponíveis em:
https://www.gestaoeducacional.com.br/sequencia-de-fibonacci/. Acesso em 08 dez. 2019.
https://bit.ly/2P6owAt. Acesso em 08 dez. 2019.

Após a pesquisa, escolha duas aplicações e elabore um cartaz explicando cada uma delas. Organize com os colegas uma exposição!
Oriente os estudantes a realizarem uma pesquisa, a partir do endereço indicado no material, mas esclareça que eles também podem buscar informações em outros materiais ou sites. A partir dessa pesquisa, os estudantes selecionarão duas aplicações para apresentar para a turma.

3.5 Elabore uma sequência recursiva com 6 termos e anote sua regra de formação. Escreva a sequência em um papel e solicite a um colega que encontre o 7º e o 8º termos.
A descrição da resposta será pessoal.
Sugerimos socializar algumas sequências realizadas pelos estudantes com turma e discutirem sua lei de formação.

3.6 Na arte, a sequência de Fibonacci aparece das mais variadas formas, e uma delas é a partir do retângulo áureo presente nas obras de arte e nas construções de prédios e monumentos.

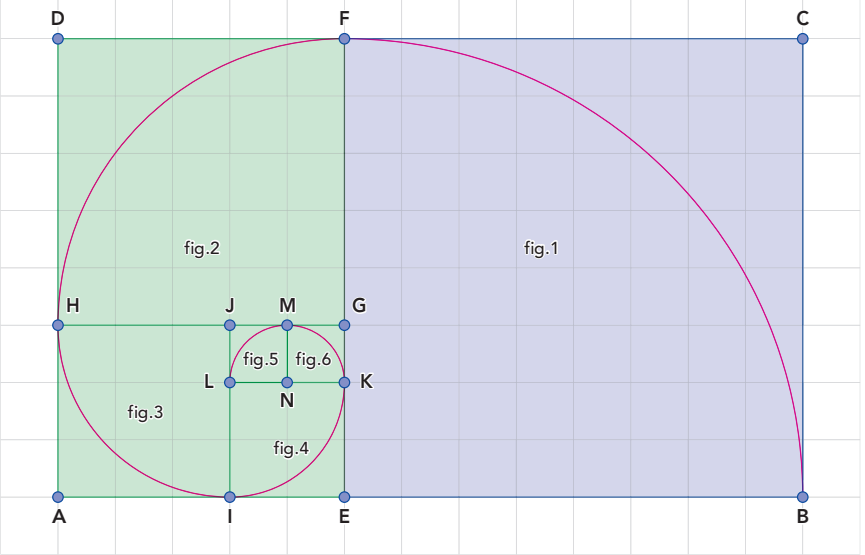


Ilustração: Elaborado pelos autores.

a) Considere cada quadradinho da malha como unidade de medida, preencha a tabela abaixo e depois responda:

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	Figura 5	Figura 6
Medida do lado	*8*	*5*	*3*	*2*	*1*	*1*
Área	*64*	*25*	*9*	*4*	*1*	*1*

b) Considerando a medida dos lados, escreva a sequência.

(8,5,3,2,1,1).

3.7 Quadros famosos foram pintados com auxílio do retângulo áureo. Ele está presente nas obras de Leonardo da Vinci em um de seus quadros mais famosos: “Monalisa”. Pesquise outras obras onde o retângulo Áureo foi utilizado. Organize uma exposição da pesquisa, apresentando as obras de arte e a proporção áurea.

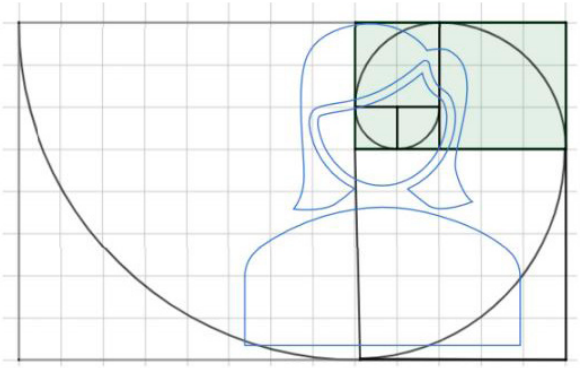


Ilustração: Elaborado pelos autores.

A descrição da resposta será pessoal. Você pode sugerir aos estudantes, pesquisarem por imagens de obras de arte na internet, como a "Monalisa", "O Homem Vitruviano" de Leonardo da Vinci, a criação de "Adão" de Michelangelo, e, na arquitetura, Paternon e as "Grandes Pirâmides".

ATIVIDADE 4 – RECURSIVIDADE NA LÍNGUA PORTUGUESA

Objetivo: *Compreender o conceito de recursividade em outras áreas do conhecimento.*

Conversa inicial: *A recursão está presente também na linguagem e é definida pela capacidade de reprodução ilimitada de sentenças de um indivíduo.*

Quando se trata de recursividade, a linguagem tem um vasto campo de estudos e, em muitas frases e textos, encontramos a recursão, como por exemplo:

Frase simples – Carlos é amigo de Maria
Frase "aumentada" – Francisco disse que Carlos é amigo de Maria

Continuando o processo de "aumento da frase" e apelando para a recursividade, temos: O tio de Francisco disse que Francisco disse que Carlos é amigo de Maria.

4.1. Você conseguiria aumentar ainda mais essa frase? Escreva-a.
Sugestão: A vizinha de dona Sebastiana disse que o filho dela disse que o tio de Francisco disse que Francisco disse que Carlos é amigo de Maria.

4.2. Uma outra maneira de apresentar a recursividade seria uma ideia dentro de outra ideia, formando uma sequência de palavras teoricamente infinita.

Observe a frase:

"Maria concluiu que, agora que estava no 7º ano escolar, poderia ir sozinha com as colegas ao cinema, sem a companhia de sua irmã mais velha."

A frase começa com a ideia de que "Maria concluiu que", depois temos mais quatro ideias; quais seriam elas?
1. Agora 7º ano;
2. Poderia ir ao cinema;
3. Sozinha;
4. Ter uma irmã mais velha.
Essa quantidade de ideias, uma dentro da outra, compostas por 26 palavras, representam o conceito de recursividade.

4.3. Pesquise na literatura outras situações que apresentam a recursividade. Socialize com a sua turma.
A descrição da resposta será pessoal.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 5

CONVERSA COM O PROFESSOR

Expressar os padrões matemáticos por meio de expressões algébricas é o tema da Situação de Aprendizagem 5. Esse objetivo será alcançado por meio da observação das regularidades encontradas nas sequências numéricas e não numéricas.



Utilizar recortes com as expressões a serem trabalhadas para que o estudante organize as letras e os números, organizando também as expressões algébricas.

ATIVIDADE 1 – ENCONTRANDO EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

Objetivo: *Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.*

Conversa inicial: *Nesta atividade, sugere-se que durante a sistematização, o professor(a) converse com os estudantes a respeito da relação existente entre a posição que o termo ocupa na sequência e o resultado do próximo termo da sequência.*

A Matemática tem um jeito próprio para escrever regras de formação de sequências e se utiliza da linguagem algébrica, em especial a expressão algébrica, que nada mais é do que colocar "letras" para representar números. As letras são valores desconhecidos que denominamos variáveis ou incógnitas.

1.1 Observe a sequência (4, 5, 6, 7, ...) e complete o quadro abaixo:

Posição do Termo	Número	Expressão
1°	4	1 + 3
2°	5	2 + 3
3°	6	3 + 3
4°	7	4 + 3
5°	*8*	*5 + 3*
6°	*9*	*6 + 3*
7°	*10*	*7+ 3*
:	:	:
n°	*n*	*n* + 3

a) Após completar o quadro, faça uma análise da sequência. Essa sequência é recursiva ou não recursiva?

Não recursiva. A sequência obedece à lei de formação n+3, onde n é a posição do termo.

b) Encontre o 12° e o 28° termos da sequência, utilizando a expressão algébrica n + 3.

12º termo: 12 + 3 = 15 e 28º termo: 28 + 3 = 31.

c) Utilizando a expressão acima, determine o 100° termo da sequência. É possível encontrar quantos termos da sequência com esta expressão? Explique.

100º termo: 100 + 3 = 103. É possível encontrar todo e qualquer termo, pois conhecendo o valor da posição n, basta aplicar na expressão algébrica n + 3.

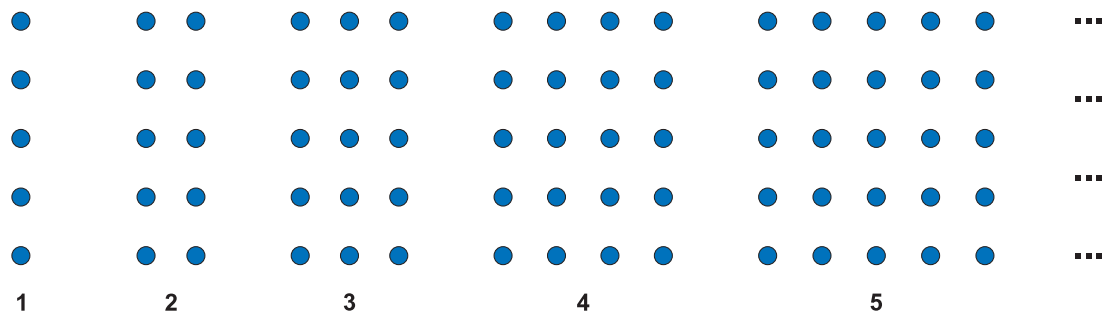
1.2 Observe a sequência e complete o quadro:

Posição do termo	Número	Expressão
1º	5	5 · 1
2º	10	5 · 2
3º	15	5 · 3
4º	20	5 · 4
5º	*25*	*5 · 5*
6º	*30*	*5 · 6*
7º	*35*	*5 · 7*
:	:	:
nº	n	5 · n

1.3 Após completar o quadro anterior, quais regularidades é possível verificar? Qual é a regra de formação dessa sequência? Como você encontraria o 20º termo?

É possível verificar que o número da posição é multiplicado por cinco e 5 · n, 5 · 20 = 100.

1.4 Observe a sequência (5, 10, 15, 20, ...), representada geometricamente:



Posição dos termos de sequência

Qual é a regra de formação dessa sequência?

Note que é possível encontrar o 2º termo da sequência acima utilizado o 1º termo somado com 5 unidades, e assim sucessivamente. Neste caso, a sequência é denominada recursiva, pois utilizamos o antecessor para encontrar o termo seguinte.

Oriente os estudantes que essa sequência pode ser também não recursiva, tendo como lei de formação a expressão 5n, em que n é o termo da sequência.

1.5 Observe a sequência:



a) Circule a expressão algébrica que representa a sequência acima e explique por que fez tal escolha.

3n-1 3+ n 3n 3n + 1 n – 3

A expressão algébrica 3n em que n corresponde à posição do termo. É possível perceber que n = 1 corresponde a três bolinhas (3 · 1 = 3), n = 2 corresponde seis bolinhas (3 · 2 = 6), e n = 3 corresponde nove bolinhas (3 · 3 = 9).

b) Quantas bolinhas terá o 5º elemento da sequência? E o 17º?

O 5º elemento terá 15 bolinhas e o 17º será de 51 bolinhas.

c) Escreva os sete primeiros termos da sequência.

(3,6,9,12,15,18,21)

ATIVIDADE 2 – CORRIDA DE TÁXI

Objetivo: *Escrever uma expressão algébrica para resolver uma situação-problema.*

Conversa inicial: *Identificar as expressões algébricas para resolver situações-problemas envolvendo sequências numéricas ou não.*

2.1 Francisco tem um táxi e, para o cálculo do valor a ser cobrado pelo trajeto feito, ele usa um preço para a bandeirada e um preço por quilômetro rodado. A bandeirada é de R$ 4,50 e o preço por quilômetro rodado é de R$ 2,75.

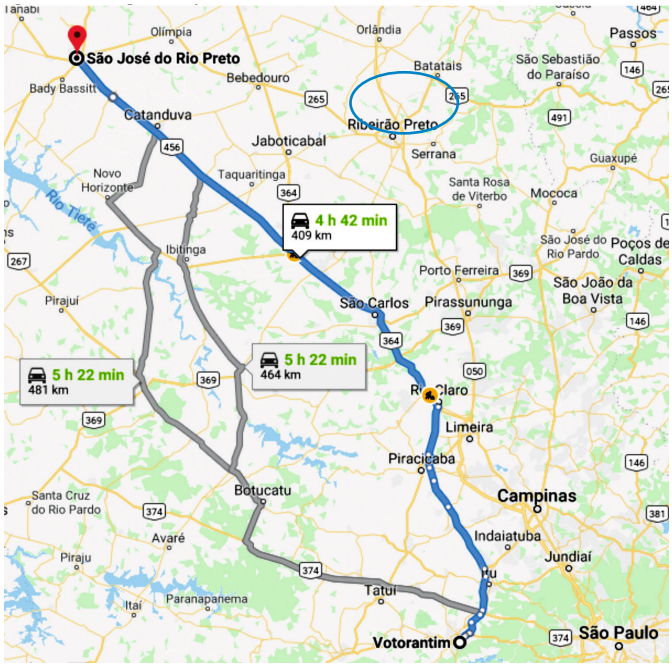
a) Escreva uma expressão algébrica que ajude Francisco a calcular o valor de corridas para qualquer distância.

V = 4,50 +2,75d, onde V é o valor da corrida e d é a distância percorrida em km.

b) Com sua expressão algébrica, calcule o valor a ser pago para uma corrida de 10 km.

Valor da corrida: V = 4,50 + 2,75 · (10).
V = 4,50 + 27,50.
V = R$ 32,00.

2.2 Francisco atenderá uma corrida para levar um cliente da cidade do interior paulista, chamada Votorantim, até a cidade de São José do Rio Preto. Veja no mapa as distâncias e a previsão do tempo de viagem.



Fonte: Google Maps.

Calcule o valor estimado para a viagem de Votorantim até São José do Rio Preto, utilizando a expressão algébrica encontrada por você na atividade anterior. Calcule o valor da viagem para cada trecho.
Para o trecho de 409 Km: 4,50 + 2,75 · (409) = R$ 1 129,25.
Para o trecho de 464 km: 4,50 + 2,75 · (464) = R$ 1 280,50.
Para o trecho de 481 km: 4,50 + 2,75 · (481) = R$ 1 327,25.

TESTE SEU CONHECIMENTO

1. (SARESP/ 2008) Em um jogo, o valor de cada ponto perdido é - 4, e o valor de cada ponto ganho é +3. Ana perdeu 13 pontos e ganhou 15 pontos. Fazendo os cálculos, pode-se verificar que o total de pontos de Ana é:

(A) -10 (B) -7 (C) 3 (D) 11

2. (Prova Brasil/2011- adaptado) Cíntia conduzia um carrinho de brinquedo por controle remoto em linha reta. Ela anotou em uma tabela os metros que o carrinho andava cada vez que ela acionava o controle. Escreveu valores positivos para as idas e negativos para as vindas.

Acionar o controle	1ª vez	2ª vez	3ª vez	4ª vez	5ª vez	6ª vez
Metros	+ 17	- 8	+ 13	+ 4	- 22	+ 7

Após Cíntia acionar o controle pela sexta vez, a distância entre ela e o carrinho era de:

(A) -11 m *B) 11 m* (C) -27 m (D) 27 m

3. (SARESP/2011) As questões de uma prova são avaliadas por pontos, de modo que um acerto vale 5 pontos positivos e um erro vale três pontos negativos. Em uma prova com 30 questões, Mirella fez 54 pontos. Quantas questões Mirella acertou?

Para resolver o problema, o professor denominou x e y ao número de questões acertadas e erradas por Mirella, respectivamente, e pediu aos alunos que escrevessem o sistema de equações que conduz à solução do problema.

Assinale a alternativa que mostra corretamente o sistema de equações pedido pelo professor.

$$(A)\ \begin{cases} x + y = 30 \\ 5x + 3y = 54 \end{cases} \quad (B)\ \begin{cases} x - y = 30 \\ 5x - 3y = 57 \end{cases}$$

$$(C)\ \begin{cases} x + y = 30 \\ 5x - 3y = 54 \end{cases} \quad (D)\ \begin{cases} x - y = 30 \\ 5x + 3y = 54 \end{cases}$$

4. Observe as figuras abaixo.



Considerando essas figuras, assinale a afirmação verdadeira:

(A) os ângulos do retângulo e do quadrado são diferentes.

(B) somente o quadrado é um quadrilátero.

(C) o retângulo e o quadrado são quadriláteros.

(D) o retângulo tem todos os lados com a mesma medida.

8º ANO - 1º BIMESTRE

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 1

CONVERSA COM O PROFESSOR

Organize uma roda de conversa com os estudantes. Pergunte o que conhecem sobre potenciação e radiciação. Anote na lousa as respostas e, a partir desse momento, inicie a abordagem sobre o assunto.

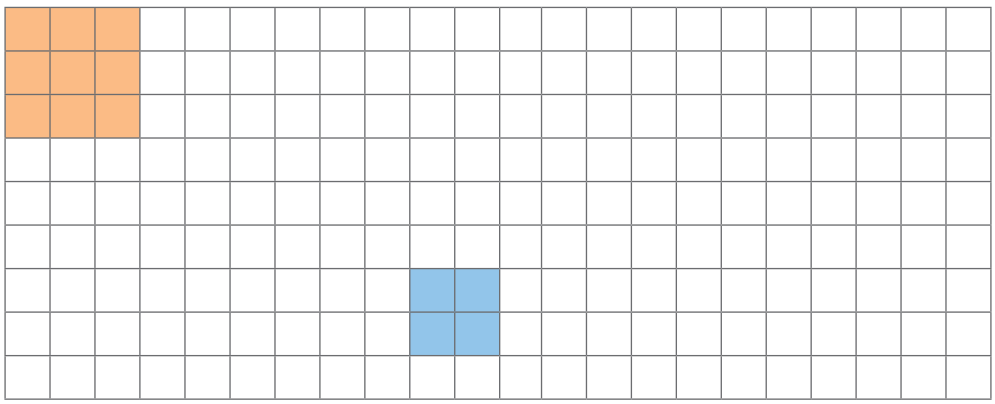
ATIVIDADE 1 – POTENCIAÇÃO COM EXPOENTES INTEIROS

Objetivo: *Compreender a potenciação de base racional e expoente inteiro, reconhecendo as propriedades e as operações com os números racionais na forma fracionária.*

Conversa inicial: *Para o desenvolvimento das atividades seguintes, sugerimos abordar as propriedades da potenciação e radiciação, propiciando aos estudantes investigarem a potenciação como multiplicação de n fatores iguais, chamados de base, em que n é o expoente. Ao longo das atividades, explore as propriedades de potenciação.*

1.1 Utilizando um □ como unidade de medida, forme quadrados e pinte-os.

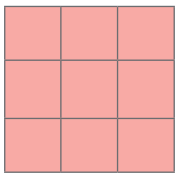
Em seguida, escreva a quantidade de quadradinhos pintados, conforme o exemplo:



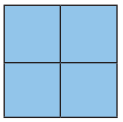
Quadrado maior: 9 unidades

Quadrado menor: 4 unidades

1.2 Escreva os 10 primeiros números naturais, quadrados perfeitos diferentes de zero.



$= 9 = 3 \cdot 3 = 3^2$



$= 4 = 2 \cdot 2 = 2^2$

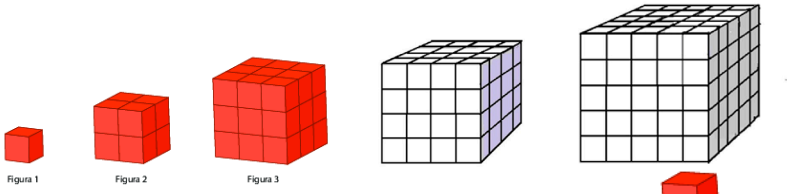


Ilustração: Maiko Miranda do Santos

Quando escrevemos $3^2 = 9$ ou $2^2 = 4$, temos uma operação de potenciação. Lemos 3^2, três elevado ao quadrado e 2^2, dois elevado ao quadrado.

$1^2 = 1$	$2^2 = 4$	$3^2 = 9$	$4^2 = 16$	$5^2 = 25$
$6^2 = 36$	$7^2 = 49$	$8^2 = 64$	$9^2 = 81$	$10^2 = 100$

1.3 Observe os cubos a seguir. Complete em seu caderno os dois próximos cubos:



1.4 Note que os cubos da atividade 1.3 são compostos pelos cubinhos . Utilizando esse cubinho como unidade de medida, faça a contagem de quantos deles são necessários para compor cada cubo da atividade 1.3.

Figura 1 – 1 cubinho
Figura 2 – 8 cubinhos
Figura 3 – 27 cubinhos
Figura 4 – 64 cubinhos
Figura 5 – 125 cubinhos

1.5 Escreva os dez primeiros números naturais, diferentes de zero, elevados ao cubo:

$1^3 = 1$	$2^3 = 8$	$3^3 = 27$	$4^3 = 64$	$5^3 = 125$
$6^3 = 216$	$7^3 = 343$	$8^3 = 512$	$9^3 = 729$	$10^3 = 1000$

1.6 Reescreva as potências abaixo na forma de produto e, em seguida, escreva a forma como se lê cada uma:

a) $7^2 =$ *$7 \cdot 7$ (sete elevado ao quadrado)*

b) $8^4 =$ *$8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8$ (oito elevado à quarta potência)*

c) $12^3 =$ *$12 \cdot 12 \cdot 12$ (doze elevado ao cubo)*

d) $2^5 =$ *$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ (dois elevado à quinta potência)*

1.7 Agora, calcule as potencias a seguir. O que você pode observar?

a) $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$

b) $3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$

c) $3^6 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 729$

d) $3^7 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 2187$

Explore com os estudantes o que acontece com os resultados, por exemplo, se multiplicarmos o resultado de $3^5 = 243$ por 3, termos 3^6, que resultará em 729. Espera-se que o estudante perceba que, ao aumentar uma unidade no expoente, significa multiplicar o valor da potência anterior pelo valor da base.

1.8 Resolva as potências a seguir. Observe os resultados encontrados e registre suas conclusões.

a) $3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$

b) $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$

c) $3^1 = 3$

d) $3^0 = 1$

e) $3^{-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{1}{3}$

f) $3^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

Professor, solicite aos estudantes compartilharem suas conclusões e sistematize os casos de expoente negativo em relação às suas propriedades de potência.

1.9 A seguir, resolva as potências e expresse o resultado encontrado na forma fracionária:

a) $3^{-2} \times 5^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 25 = \frac{1}{9} \cdot 25 = \frac{25}{9}$

b) $2^{10} \times 2^8 \div 2^6 = 2^{10+8-6} = 2^{12} = 4096 = \left(\frac{1}{4096}\right)^{-1}$

c) $\left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}$

d) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = (4)^2 = 16 = \left(\frac{1}{16}\right)^{-1}$

e) $\left(\frac{1}{2}\right)^6 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{12} \div \left(\frac{1}{2}\right)^8 = \left(\frac{1}{2}\right)^{6+12-8} = \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{1}{1024}$

f) $\frac{(5 \times 4)^2}{5^4 \times 2^8} = \frac{5^2 \cdot 4^2}{5^4 \cdot 2^8} = \cdot 5^2 \cdot 5^{-4} \cdot 2^4 \cdot 2^{-8} = \cdot 5^{-2} \cdot 2^{-4} = \frac{1}{400}$

ATIVIDADE 2 – POTÊNCIA EM VALORES "ASTRONÔMICOS"

Objetivos: *Representar números em notação científica.*

Conversa inicial: *Mostre aos estudantes a importância da representação de números muito grandes por meio de notação científica, trazendo exemplos da ciência ou do cotidiano, expondo-os em diferentes representações, fazendo-os refletirem sobre a importância da notação científica.*

2.1 Essa é uma pergunta desafiadora que, além de permitir a retomada da discussão sobre o cálculo de potências a partir do seu significado, também possibilita a compreensão de que contar o número de algarismos necessários para a escrita de uma potência de base 10, que é muito simples, bastando, para isso, olhar para o expoente da potência. Isso ocorre porque nosso sistema de numeração é de base 10 (decimal), que já foi discutido em detalhes nas atividades sobre sistema de numeração proposta no 6º ano. Diversas áreas da ciência, que trabalham rotineiramente com números muito grandes ou muito pequenos, utilizam amplamente a linguagem das potências na representação desses números. Por exemplo, a velocidade da luz no vácuo, que é aproximadamente igual a $3 \cdot 10^5$ km/s. Qual seria o valor dessa velocidade em m/s? Escreva na forma de potência.

Sendo 1 km igual a 1000 m ou 10^3 m, temos:
$3 \cdot 10^5 \cdot 10^3 = 3 \cdot 10^8$ m/s

2.2 Considerando os números 10^2, 10^3 e 10^7, qual deles é escrito com maior número de dígitos?
Resposta: 10^7

2.3 Jonas e Osmar decidiram realizar uma viagem e visitar a cidade de Olímpia, que fica no interior de São Paulo a cerca de $2^7 \cdot 5^5$ m de distância da capital paulista. A viagem durou cerca de $2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$ minutos. Depois de passarem alguns dias na cidade, resolveram percorrer cerca de $2^6 \cdot 5^5$ m até a cidade de Birigui, levando cerca de $2 \cdot 3 \cdot 5^2$ minutos.

Com as informações da situação-problema, resolva as potências e represente os resultados em quilômetros e horas, utilizando notação científica para as distâncias.

Distância de São Paulo a Olímpia: $2^7 \cdot 5^5 = 400\,000$ m = 400 km = $4 \cdot 10^2$ km.
Tempo de duração da viagem de São Paulo a Olímpia: $2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 300$ min = 5h.
Distância de Olímpia a Birigui: $2^6 \cdot 5^5 = 200\,000$ m = 200 km = $2 \cdot 10^2$ km.
Tempo de duração da viagem de Olímpia a Birigui: $2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 150$ min = 2,5h

ATIVIDADE 3 – ESTIMANDO RAIZ QUADRADA

Objetivo: *Sistematizar os registros e linguagens para compreender o cálculo da raiz quadrada por estimativa.*

Conversa inicial: *Inicie uma conversa sobre as operações que já conhecem como adição, subtração, divisão, multiplicação. Investigue inicialmente qual é a relação entre essas operações e, em seguida, poderá questioná-los se a potenciação e a radiciação têm alguma relação.*

3.1 Você já escreveu os 10 primeiros números quadrados perfeitos diferentes de zero anteriormente. Agora, extraia a raiz quadrada de cada um deles. Após a extração das raízes, compare os resultados obtidos. Registre sua conclusão.

$\sqrt{1} = 1$	$\sqrt{4}=2$	$\sqrt{9}=3$	$\sqrt{16}=4$	$\sqrt{25}=5$
$\sqrt{36}=6$	$\sqrt{49}=7$	$\sqrt{64}=8$	$\sqrt{81}=9$	$\sqrt{100}=10$

Nessa atividade, converse com os estudantes e discuta a questão dos quadrados perfeitos e das raízes exatas, ampliando a conversa para estimar a raiz quadrada não exata.

3.2 Você já escreveu e extraiu a raiz quadrada dos 10 primeiros números quadrados perfeitos, diferentes de zero. No entanto, nem todo número é um quadrado perfeito.

Exemplo: 6 não é um número quadrado perfeito e, dessa forma, não tem raiz quadrada exata, mas é possível estimar o valor da sua raiz quadrada.

Sabe-se que 6 está entre os quadrados perfeitos 4 e 9, isto é, $4 < 6 < 9$

Extraindo as raízes quadradas dos três números, as desigualdades se mantêm e temos, portanto, $\sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{9}$.

Visto que $\sqrt{4} = 2$ e $\sqrt{9} = 3$, podemos escrever $2 < \sqrt{6} < 3$ e afirmar que $\sqrt{6}$ está entre 2 e 3.

Para estimar o valor de $\sqrt{6}$, com uma casa decimal, podemos fazer:

$(2,1)^2 = 4,41$ $(2,2)^2 = 4,84$ $(2,3)^2 = 5,29$ $(2,4)^2 = 5,76$ $(2,5)^2 = 6,25$

Sendo assim, podemos concluir que $\sqrt{6}$ está entre 2,4 e 2,5.

3.3 Seguindo esse raciocínio estime, com uma casa decimal, o valor das raízes quadradas dos números a seguir:

a) $\sqrt{28}$ *entre 5,2 e 5,3*
b) $\sqrt{63}$ *entre 7,9 e 8,0*
c) $\sqrt{45}$ *entre 6,7 e 6,8*
d) $\sqrt{5}$ *entre 2,2 e 2,3*
e) $\sqrt{20}$ *entre 4,4 e 4,5*

ATIVIDADE 4 – NA PRÁTICA... POTÊNCIAS E RAÍZES

Objetivo: *Relacionar a raiz com a potência de expoente fracionário, fazendo a escrita de ambas.*

Conversa inicial: *Incentive os estudantes, para que façam os cálculos das potências de expoentes fracionários, usando a relação entre a potência e a radiciação. Enquanto os estudantes realizam as atividades, sugere-se que verifique se fazem os procedimentos das diferentes escritas, como observar que o denominador da fração é o índice do radical e se o numerador da fração é o expoente do radicando. A fatoração também poderá ser abordada, para que possam fazer a simplificação dos radicais, quando necessária.*

4.1 Carlos ligou para o zelador do seu prédio para saber as medidas do quarto principal, de seu apartamento, a fim de comprar piso para reforma. O zelador informou que, na última reforma, compraram 17m² de piso e havia sobrado 1m². Ficou sabendo também que a medida da largura e do comprimento do quarto eram iguais. Com essas informações, será possível Carlos encontrar as medidas do quarto principal? Quais foram as medidas encontradas por Carlos? Faça a representação geométrica do quarto principal.

Quantidade de piso comprada: 17 m².
Sobra de piso: 1 m²
A área do quarto encontrada por Carlos foi: 17 – 1 = 16 m².
Representação geométrica do quarto principal: Quadrado de lado 4 m.

4.2 Considere a afirmação:

Se “a” é um número positivo, “m” é um número natural diferente de zero, e “n” é um número natural maior que 1, então: $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

Escreva as potências dadas de modo que elas sejam expressas em forma de radical:

a) $3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$

b) $4^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{4^2}$

c) $234^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{234^3}$

d) $32^{\frac{5}{7}} = \sqrt[7]{32^5}$

e) $175^{\frac{3}{8}} = \sqrt[8]{175^3}$

4.3 Um professor decidiu apresentar um desafio sobre potência e radical aos estudantes. Foram escolhidos dois estudantes para participar. Ao primeiro, foi apresentada a seguinte potência: $125^{\frac{2}{6}}$, e para o segundo, foi apresentado o seguinte radical: $\sqrt[6]{20^{12}}$. Quais soluções devem ser apresentadas? Explique a forma como você efetuou os cálculos.

Primeiro estudante

$$125^{\frac{2}{6}} = \sqrt[6]{125^2} = \sqrt[6]{125 \cdot 125}$$

Fatorando: $\sqrt[6]{5^3 \cdot 5^3} = \sqrt[6]{5^6} = 5$

Segundo estudante

$$\sqrt[6]{20^{12}} = 20^{\frac{12}{6}} = 20^2 = 400$$

O desafio foi acertado pelos dois estudantes, mas é possível verificar outras maneiras de resolução para chegar a esses resultados.

4.4 Ao analisar a igualdade entre uma radiciação e uma potenciação, um estudante concluiu que $\sqrt[3]{2^6} = 2^2$. Ao apresentar a análise feita, um colega afirmou que o resultado não estava correto. Quem tinha razão? Comente como chegou a essa conclusão.

Para provar que este estudante está correto, podemos fazer

$$\sqrt[3]{2^6} = 2^{\frac{6}{3}} = 2^2$$

Logo, a análise feita pelo estudante está correta.

4.5 Em um laboratório, a população de uma espécie animal é determinada de acordo com o seguinte padrão matemático $8^{\frac{m}{3}}$, onde m representa o tempo em meses. Considerando este padrão, qual será a população após 3 meses? E 5 meses?

$$8^{\frac{m}{3}} \Leftrightarrow \sqrt[3]{8^m}$$

No intervalo de 3 meses temos: $\sqrt[3]{8^3} = 8$

No intervalo de 5 meses temos: $\sqrt[3]{8^5} = \sqrt[3]{8^3 \cdot 8^2} = 8 \cdot \sqrt[3]{64} = 8 \cdot 4 = 32$

Quando tratar de roda de conversa, não é necessário fazer uma adaptação (somente nos casos em que o professor foi orientado para uma situação particular), assim podemos incluir todos os estudantes na conversa. Deve-se ficar atento ao estudante público-alvo da Educação Especial, fazendo com que interaja na conversa, realizando as orientações necessárias após a participação dos estudantes. Sugere-se a elaboração de cartas com as potências, solicitando ao estudante público-alvo que procure as cartas de acordo com a tabela incompleta. Quando encontrar a carta mais parecida com a comanda, pergunte o que falta para serem iguais. Observe se o estudante consegue perceber o que falta. Caso perceba, solicite que preencha a atividade; caso contrário, explique o que falta e utilize outros exemplos. As cartas com potências podem ser usadas também para apresentar o expoente negativo. Neste caso, sugere-se que elabore a tabela de forma que o estudante preencha o expoente positivo. Elaborar cartas com potências poderá ser utilizado desde a apresentação inicial do conteúdo até as últimas atividades dependendo do plano de ensino para o estudante público-alvo da Educação Especial e contribuirá para o percurso da aprendizagem deste estudante, pois as vezes é necessário o uso de dicas, material visual ao longo do processo de aprendizagem.

Exemplo de informação que podem apresentar na carta:

$5^2 = 5 \times 5$
$3^3 = 3 \times 3 \times 3$
27
25

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 2

CONVERSA COM O PROFESSOR

Professor, essa Situação de Aprendizagem pode ser iniciada com uma roda de conversa em que os estudantes reflitam sobre as seguintes perguntas:

- *Quantas vezes você já se deparou com a necessidade de fazer escolhas?*
- *De quantas maneiras você pode vir de sua casa até a escola?*
- *Você já se deparou com a possibilidade de fazer a escolha de ingredientes para o recheio de um lanche?*

As respostas trazidas por eles possivelmente evidenciarão que fazer escolhas diante de possibilidades é natural ao seu cotidiano.

Diante destas possíveis respostas, sugere-se que o professor proponha aos estudantes que analisem situações como as exemplificadas. A partir dessa conversa, sugerimos que organize na lousa as escolhas de uma situação apresentada pelos estudantes por meio de um esquema escolhido por eles.

ATIVIDADE 1 – COMBINAÇÕES PERFEITAS

Objetivo: *Reconhecer e aplicar o princípio multiplicativo da contagem.*

Conversa inicial: *Apresente algumas situações a partir de um esquema, a fim de que possam perceber que a contagem é processo que se utiliza diariamente e, tratando-se de escolhas, é possível calcular a quantidade de opções que temos, quando, por exemplo, temos de escolher um sorvete com três sabores diferentes, considerando que posso escolher entre 5 sabores. Observe como os estudantes resolvem essa situação: se por esquema ou diretamente pela contagem. Socialize as resoluções e, então, formalize o diagrama de árvores e o princípio da contagem.*

1.1 Ana foi a uma loja e comprou três blusas (rosa, branca, azul) e duas saias (preta e verde). Com as peças de roupa compradas, Ana fez todas as combinações possíveis e as registrou de duas maneiras diferentes, conforme mostrado a seguir:

Primeiro Esquema	Segundo Esquema
Saia Preta → Blusa Branca; Saia Preta → Blusa Azul; Saia Preta → Blusa Rosa; Saia Verde → Blusa Branca; Saia Verde → Blusa Azul; Saia Verde → Blusa Rosa	{(saia preta, blusa branca); (saia preta, blusa azul); (saia preta, blusa rosa); (saia verde, blusa branca); (saia verde, blusa azul); (saia verde, blusa rosa)}

O primeiro esquema feito por Ana para representar as combinações de roupas recebe o nome de "Árvore de Possibilidades".



O segundo esquema feito por Ana está representado por "Conjunto".

Ilustração: Malko Miranda.

Quantas combinações de roupas Ana conseguiu formar? Será que existe uma outra maneira diferente das que foram apresentadas, para saber a quantidade de combinações?

Verifique junto aos estudantes a quantidade de 6 combinações e outras possíveis maneiras de representá-las.

1.2 Ana, Maria e Letícia foram tomar um lanche após a aula. No caminho, resolveram comer pastel. Ao chegarem à pastelaria, viram que tinham duas opções de massa: tradicional ou sem glúten. Como recheio, poderiam optar por: calabresa, carne ou queijo, e para beber poderiam pedir: suco ou caldo de cana. Ana ficou em dúvida, não sabia o que pedir, pois teria que fazer algumas combinações. Construindo a árvore de possibilidades, ajude Ana a descobrir todas as possibilidades de fazer seu pedido, considerando que ela vai pedir um pastel e uma bebida.

Verifique com os estudantes a construção da árvore de possibilidades e solicite que compartilhem suas observações. O total de combinações é 12.

1.3 Mariana é manicure e maquiadora. Uma cliente foi até seu salão e levou consigo 5 cores de esmalte e 6 cores de batom para decidir, com Mariana, qual a melhor combinação entre os esmaltes e as cores de batom. Qual a quantidade total de combinações possíveis, para que Mariana possa ajudar a cliente escolher a melhor combinação?

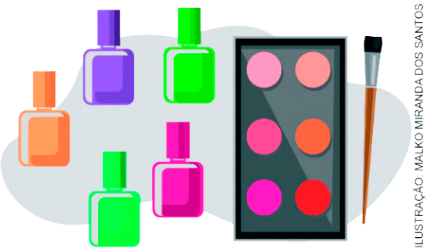


ILUSTRAÇÃO: MALKO MIRANDA DOS SANTOS

Nesse caso são duas decisões a serem tomadas, a cor do esmalte e a cor do batom. A cor do esmalte pode ser feita de 5 maneiras e a cor do batom de 6 maneiras, logo temos 5 · 6 = 30 combinações diferentes.

1.4 Jorge está saindo de férias e decidiu visitar um amigo que mora no alto das montanhas. Ao traçar o percurso de sua viagem, viu que seria possível escolher três estradas distintas, de mão dupla (1, 2 e 3), para chegar até a casa do amigo. De quantos modos diferentes, Jorge poderá fazer sua viagem de ida e volta?



ILUSTRAÇÃO: MALKO MIRANDA DOS SANTOS

Se Jorge optar por ir pela estrada 1, ele poderá voltar pelas estradas 1, 2, ou 3, o que lhe fornece 3 modos diferentes de fazer o percurso de ida e volta, indicados por (1,1), (1,2) ou (1,3). Se Jorge optar por ir pela estrada 2, ele poderá voltar pelas estradas 1, 2, ou 3, o que lhe fornece outros 3 modos diferentes de fazer o percurso de ida e volta, indicados por (2,1), (2,2) ou (2,3).
Se Jorge optar por ir pela estrada 3, ele poderá voltar pelas estradas 1, 2, ou 3, o que lhe fornece outros 3 modos diferentes de fazer o percurso de ida e volta, indicados por (3,1), (3,2) ou (3,3). Logo, Jorge terá 9 modos diferentes de fazer o percurso de ida e volta de sua viagem, que pelo princípio multiplicativo de contagem pode ser indicado por 3 · 3 = 9.

1.5 Marcos é representante de sala e na sua escola haverá um campeonato interclasses. Ele se reuniu com sua turma para decidirem as cores das listras da bandeira a serem colocadas nas camisetas que serão utilizadas por eles durante os jogos. Ficou decidido pela turma que as cores das listras da bandeira seriam amarela, verde, branca e vermelha, não necessariamente nessa ordem. Então, Marcos fez o desenho apenas para ilustrar uma possível opção. Sabendo que a bandeira terá 4 listras pintadas de cores diferentes, de quantas maneiras essa turma poderá colorir a bandeira?

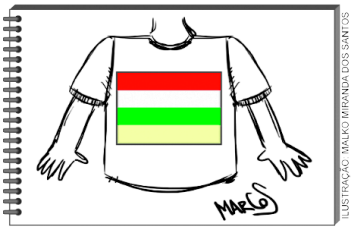


ILUSTRAÇÃO: MALKO MIRANDA DOS SANTOS

Considerando as cores amarelo, verde, branco e vermelho, temos as seguintes opções:

Posição da faixa	Opções de cores
1ª posição	4 opções
2ª posição	3 opções
3ª posição	2 opções
4ª posição	1 opção

Pelo princípio multiplicativo, temos 4 · 3 · 2 · 1 = 24 maneiras diferentes para colorir as bandeiras.

1.6 Os semáforos são sinais de trânsito muito utilizados na organização do tráfego de veículos de transporte e pedestres. Seu uso auxilia os motoristas e pedestres a transitarem cautelosamente pelas vias públicas. Usando, sem repetição, as cores verde, amarelo e vermelho em ordens diferentes, quantos semáforos poderíamos ter?



Ilustração: Elaborado pelos autores.

3 · 2 · 1 = 6 semáforos diferentes.

1.7 Com a resolução do Conselho Nacional de Trânsito (Contran), as mudanças das placas modelo Mercosul no Brasil, já começaram a ser implementadas em alguns estados. As placas padrão Mercosul serão formadas por três letras, um número, uma letra e dois números nessa ordem. Considerando apenas essas informações, quantos automóveis serão possíveis emplacar com esse novo modelo?

Fonte: **https://www.in.gov.br/web/dou/-/resolucao-n-780-de-26-de-junho-de-2019-179414765**. Acesso em: 24/09/2020.

Resolução: o alfabeto é composto por 26 letras e temos 10 algarismos no sistema de numeração decimal, portanto:

Letra	Letra	Letra	Número	Letra	Número	Número
26	26	26	10	26	10	10

Multiplicando os valores da tabela, obtemos 456 976 000, que é o número de automóveis possível de serem emplacados com o novo sistema, considerando apenas as informações apresentadas.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 3

CONVERSA COM O PROFESSOR

Para iniciar o trabalho com as porcentagens, sugere-se explorar os conhecimentos que os estudantes possivelmente trazem de anos anteriores. Procure investigar se eles têm noção do que é porcentagem, se conhecem sua escrita representativa. Textos extraídos de pesquisas feitas pelo IBGE, encartes de lojas, anúncios de liquidação de produtos, entre outros podem ajudar nesta conversa inicial. A investigação sobre fração é relevante, para que se possa ter noção do nível de conhecimento dos estudantes. Para isso, pode-se fazer uso das seguintes perguntas:

- *O que significa dizer que o corpo humano é de 70 a 75 por cento formado por água?*
- *O que significa dizer que 30 por cento das pessoas fazem compras pela internet?*

Para perguntas como essas, espera-se que os estudantes respondam que mais da metade do corpo humano é composto por água e que menos da metade das pessoas consultadas compram pela internet. Converse com os estudantes o que significa 100% e sua relação com o inteiro.

A expressão "por cento" é muito comum na vida cotidiana, em notícias de jornais, revistas, promoções em supermercados e lojas, nas faturas de cartões de crédito, enfim, em quase tudo que esteja relacionado a movimentações financeiras, estando presente também na divulgação dos resultados de pesquisas realizadas pelos institutos. Assim, podemos encontrar essa expressão representada de diferentes formas entre elas representação percentual (%), centesimal e decimal.

ATIVIDADE 1 – A PORCENTAGEM NO COTIDIANO

Objetivo: *Resolver situações problema envolvendo o cálculo de porcentagem, reconhecendo a razão como forma de representar a porcentagem.*

Conversa inicial: *Tratar dos problemas no cotidiano, envolve os estudantes, pois algumas situações já vivenciaram sobre o cálculo de porcentagem. Por isso você pode resgatar essa ideia, para que possam resolver os problemas, em que a turma possa ser organizada em grupos: A porcentagem pode ser definida como uma proporção de uma quantidade ou grandeza em relação a outra, calculada em relação ao número 100 (por cem) e representada pelo símbolo %. Escrevemos, por exemplo, 100% e lemos cem por cento.*

1.1 O número de pessoas que ficam online, pelo menos uma vez ao dia, é crescente. Considere que 64,7% da população de um determinado país tem acesso à internet. Escreva esse número em forma de razão centesimal.

Como a porcentagem é uma razão de denominador 100, então:

$$64{,}7\% = \frac{64{,}7}{100}$$

1.2 Considerando que 64,7% da população desse país tenha acesso à internet e que a população total é de 210 milhões de habitantes, quantos habitantes não tem acesso à internet?

64,7% de 210 milhões é o mesmo que $\frac{64,7}{100} \cdot 210\,000\,000 = 135\,870\,000$

Se 135 870 000 dos habitantes tem acesso à internet, então 210 000 000 – 135 870 000 = 74 130 000 habitantes não têm acesso à internet.

1.3 O gerente de uma rede de lojas decidiu colocar produtos à venda com descontos. Uma televisão que custa R$ 1 400,00 foi oferecida com um desconto de 35% para pagamento a vista e 25%, para pagamento a prazo. Qual será o valor pago nessa televisão, se o pagamento for a vista? E se for a prazo?

Pagamento à vista: desconto de 35% e o valor da TV é R$ 1 400,00, então o valor do desconto é:

$$\frac{35}{100} \cdot 1\,400 = 490$$

Portanto, o valor a ser pago à vista será de R$ 1 400,00 – R$ 490,00 = R$ 910,00.

Pagamento a prazo: desconto de 25% e o valor da TV é R$ 1 400,00, então o valor do desconto será:

$$\frac{25}{100} \cdot 1\,400 = 350$$

Portanto, o valor a ser pago a prazo será de R$ 1 400,00 – R$ 350,00 = R$ 1 050,00.

1.4 Em uma escola, foi realizada uma pesquisa sobre o uso das redes sociais e o relacionamento com amigos. A pesquisa foi realizada com estudantes entre 13 e 17 anos. As seguintes perguntas foram respondidas pelos estudantes:

- Você prefere ter amigos virtuais?
- Você considera importante ter amigos presenciais?

Após a pesquisa, os seguintes dados foram obtidos e organizados em uma tabela:

Idade	Itens Pesquisados	Quantidade de Estudantes
13	Preferem amigos virtuais.	20
	Estudantes que não opinaram.	14
	Preferem amigos presenciais.	79
14	Preferem amigos virtuais.	25
	Estudantes que não opinaram.	20
	Preferem amigos presenciais.	74
15	Preferem amigos virtuais.	30
	Estudantes que não opinaram.	19
	Preferem amigos presenciais.	66
16	Preferem amigos virtuais.	42
	Estudantes que não opinaram.	28
	Preferem amigos presenciais.	58
17	Preferem amigos virtuais.	45
	Estudantes que não opinaram.	27
	Preferem amigos presenciais.	53

Sabendo que para a coleta dos dados apresentados foram entrevistados 600 estudantes, determine a porcentagem de estudantes que responderam a cada um dos itens e a porcentagem daqueles que não opinaram.

Como os estudantes foram distribuídos em 5 faixas etárias, vamos somar o número que responderam a preferir amigos virtuais. Sendo assim, temos: 20 + 25 + 30 + 42 + 45 = 162.

De posse desse resultado, é possível determinar o percentual de estudantes que responderam a esse item. Lembrando que o total de entrevistados foi de 600, ficamos com:

$$\frac{162 \cdot 100}{600} = 27\%$$

Dos estudantes que não opinaram temos: 14 + 20 + 19 + 28 + 27 = 108. Portanto:

$$\frac{108 \cdot 100}{600} = 18\%$$

Dos estudantes que preferem amigos presenciais temos: 79 + 74 + 66 + 58 + 53 = 330

$$\frac{330 \cdot 100}{600} = 55\%$$

Logo, os percentuais de estudantes que responderam a cada um dos itens são 27% preferem amigos virtuais, 18% não opinaram e 55% preferem amigos presenciais.

Professor, converse com os estudantes sobres esses dados e verifique a opinião deles a respeito do tema.

1.5 Com base na quantidade de respostas dadas pelos estudantes de acordo com a idade, escreva um texto analisando os resultados da pesquisa.

Resposta pessoal. Socialize alguns textos, observe se no texto estão apresentados os resultados de forma clara ao divulgar o resultado. Se as informações são suficientes ou se colocam muita informação, confundindo o entendimento.

1.6 O preço de um determinado equipamento adquirido para agricultura, foi de R$ 8 000,00. A cada ano que passa, caso o comprador queira revender esse determinado equipamento, o valor que ele pagou inicialmente recebe uma perda de 5% no primeiro ano que utilizou e, após o segundo ano, a perda é de 6% sobre o valor do ano anterior. Qual é o valor desse equipamento após o primeiro ano de uso? E após o segundo ano?

No primeiro ano de uso, temos 5% de perda em relação ao valor pago:

$\frac{5}{100} \cdot 8\,000 = 400$ *portanto:*

8 000 – 400 = 7 600

No segundo ano de uso, temos 6% de perda, em relação ao valor do ano anterior:

$\frac{6}{100} \cdot 7\,600 = 456$, *portanto:*

7 600 – 456 = 7 144

No primeiro ano de uso, o valor do equipamento para a venda será de R$ 7 600,00 e após o segundo ano, o valor será de R$ 7 144,00.

ATIVIDADE 2 – HÍSTORIA, COMBUSTÍVEL E PORCENTAGEM?

Objetivos: *Compreender o uso da porcentagem no cotidiano e desenvolver o senso crítico.*

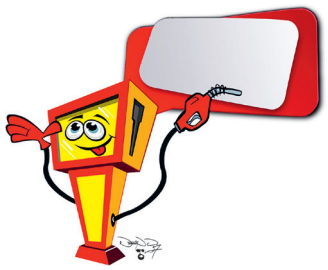
Conversa inicial: *Converse com os estudantes sobre a aplicabilidade da porcentagem no cotidiano e, nesta atividade, eles irão refletir sobre a composição do álcool e gasolina.*

Peça para que os estudantes relatem por meio de pesquisa ou conversa com adultos as consequências negativas causadas por combustíveis adulterados, promovendo uma discussão em sala de aula com os relatos obtidos.

No decorrer da história, o ser humano sempre buscou utilizar fontes da natureza para realizar transformações impressionantes, como fontes de combustível. Segundo historiadores, a lenha é a mais antiga fonte de energia em conhecimento pois, no período pré-histórico, era utilizada para aquecimento em períodos de temperaturas baixas, para se proteger de animais e no preparo de alimentos.

No período da Revolução Industrial, segundo historiadores, entre os séculos XVIII e XIX, o carvão era a principal fonte de energia, fazendo por exemplo, funcionar os primeiros motores movidos a vapor.

No início do século XX, a procura por combustíveis com melhor desempenho pela popularização dos automóveis, tornaram os combustíveis fósseis, que só eram para a produção de querosene, principal produto para a composição da gasolina.



Fonte: Pixabay, disponível em **https://pixabay.com/pt/illustrations/desenho-animado-gasolina-1813761/**.

Na década de 1970, o Programa Proálcool instituiu e consolidou o uso do álcool hidratado como combustível no Brasil.

Hoje em dia, temos o etanol comum, que é o álcool hidratado composto de uma mistura de álcool e água que precisa ter de 95,1% a 96% de graduação alcoólica. O etanol aditivado é o álcool hidratado com aditivos que melhoram rendimento e um desgaste menor do motor dos veículos. O etanol misturado à gasolina é álcool anidro, álcool com graduação alcoólica de no mínimo 99,6%, praticamente sendo álcool puro.

Atualmente, a proporção de álcool anidro misturado à gasolina brasileira é de 25% para gasolina Premium e 27% para gasolina Comum.

2.1 Se um veículo abastecer cerca de 15 litros gasolina, quantos litros de etanol estarão contidos no combustível, caso a escolha seja por gasolina Comum? E se for pela Premium?

Gasolina Comum: 25% de 15 litros: $\frac{25}{100} \cdot 15 = 3{,}75$ *litros*

Gasolina Premium: 27% de 15 litros: $\frac{27}{100} \cdot 15 = 4{,}05$ *litros*

Estarão contidos na Gasolina Comum, 3,35 litros de Etanol, e na Premium, 4,05 litros.

2.2 Se um veículo abastecer cerca de 40 litros de gasolina Premium, quantos litros de etanol deverão conter no combustível?

27% de 40 litros: $\frac{27}{100} \cdot 40 = 10{,}08$

Deverão conter 10,8 litros de Etanol.

2.3 Em determinado dia, Peral, fiscal de controle de combustíveis, realizou uma coleta de gasolina Premium para testes em quatro postos de combustíveis (A, B, C e D), anotando as informações em uma tabela.

Posto de Combustível	Quantidade de gasolina coletada (em mililitros)	Quantidade de Etanol encontrado (em mililitros)
A	1000 ml	250 ml
B	1350 ml	337,5 ml
C	1700 ml	459 ml
D	2000 ml	500 ml

Com as anotações de Peral, verifique a qualidade do combustível em cada um dos postos e escreva um texto sobre quais conclusões você chegou após realizar os cálculos.

Posto A: $\frac{250 \cdot 100}{1\,000} = 25\%$

Posto B: $\frac{337{,}5 \cdot 100}{1\,350} = 25\%$

Posto C: $\frac{459 \cdot 100}{1\,700} = 27\%$

Posto D: $\frac{500 \cdot 100}{2\,000} = 25\%$

De acordo com os resultados, o Posto C vende gasolina Comum como se fosse gasolina Premium, lesando o consumidor.
Converse com os estudantes sobre o significado desse resultado. Os Postos A, B e D estão de acordo com as normas exigidas, enquanto o Posto C apresenta combustível fora do percentual exigido.

Para as atividades de porcentagem, como razão de denominador 100, algumas atividades sugeridas podem ser de representar na forma de fração, representá-la em decimal ou porcentagem por meio de cartões. Podem-se usar atividades de pareamento ou completar tabela, pintar da mesma cor a porcentagem e a fração ou o número na forma decimal. A atividade proposta, usando textos ou encartes, podem ser desenvolvidas com pequenas adaptações, por exemplo, o texto pode ser o mesmo distribuído para os demais estudantes. Sugere-se apenas o cuidado, caso julgue necessário, de aumentar a fonte e deixá-la com espaço maior entre as linhas. Esse cuidado facilita ao estudante, que não é alfabetizado, encontrar os números e os símbolos no texto. Se optarem pela sugestão, pode solicitar ao estudante que circule no texto os números representados em porcentagem.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 4

CONVERSA COM O PROFESSOR

Organize uma roda de conversa sobre os diferentes tipos de polígonos que conhecem, quais são os elementos que os constituem e se é possível que eles sejam construídos com o uso dos instrumentos que lhes foram apresentados.
Você pode fazer os seguintes questionamentos:

- *O que vocês entendem por ponto médio?*
- *Qual é o seu entendimento sobre o termo segmento?*
- *Que recursos você usaria para representar o ponto médio de um segmento de 9 cm?*

Neste momento, pode-se deixar os estudantes discutirem sobre os questionamentos feitos, no entanto procure estar atento aos apontamentos feitos entre eles durante as discussões. Veja se recorrem ao uso de régua, se tentam traçar linhas nos cadernos ou em qualquer outro local propício para registros. Durante essa movimentação, circule pela sala e faça as intervenções necessárias.

ATIVIDADE 1 – A CONSTRUÇÃO DA MEDIATRIZ

Objetivo: *Identificar ponto médio e segmentos, utilizando a construção da mediatriz de um segmento, compreendendo os seus significados.*

Conversa inicial: *O trabalho, a ser realizado, envolverá o uso de régua e compasso. As construções realizadas poderão ser feitas em um caderno específico para esse fim, ou ainda os estudantes poderão organizar um portfólio e assim organizarem suas construções. Todas as construções propostas requerem um tempo, para que os estudantes se familiarizem com os procedimentos. Assim, sugerimos algumas construções, mas é possível utilizar tantas outras que entender necessárias para a compreensão por parte dos estudantes. Para a construção da mediatriz, proponha que sigam os procedimentos apresentados no material de apoio.*

A mediatriz de um segmento e o conjunto de todos os pontos que equidistam das extremidades do segmento. Isso significa que, se você pudesse marcar todos os pontos que são equidistantes dos pontos A e B, na figura, eles formariam um conjunto denominado mediatriz.

A reta que une todos os pontos equidistantes dos pontos A e B é a mediatriz do seguimento $\overline{AB}$.

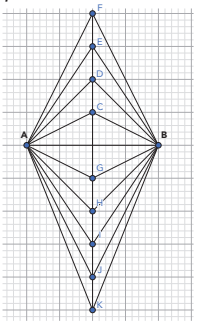


Ilustração: Elaborado pelos autores.

A partir disso, veja como é possível construir a mediatriz utilizando régua e compasso.

1º Passo: Construa um segmento $\overline{AB}$

2º Passo: Com a ponta seca do compasso centrada em A e a abertura maior que a metade do segmento $\overline{AB}$, trace um arco em cima e outro embaixo do segmento $\overline{AB}$.

3º Passo: Com a ponta seca do compasso centrada em B e a mesma abertura anterior, trace um arco em cima e outro embaixo do segmento $\overline{AB}$. Na intersecção dos arcos anteriores ficam definidos os pontos P e Q.

4º Passo: Trace a reta r que passa pelos pontos P e Q. Logo, a reta r e a mediatriz do segmento $\overline{AB}$.

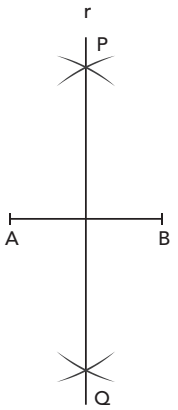


Ilustração: Elaborado pelos autores.

1.1 Construa um segmento e trace a mediatriz desse segmento $\overline{AB}$. Encontre N o ponto médio do segmento $\overline{AB}$, trace a mediatriz do segmento $\overline{AN}$ e a mediatriz do segmento $\overline{NB}$. Registre os procedimentos da construção.

Professor, verifique se os estudantes estão conseguindo realizar a construção. Sugira que compartilhem seus registros e apontem quais dificuldades (se houveram) para realização da atividade. Se necessário, apresente outras construções, para que realizem.

ATIVIDADE 2 – A BISSETRIZ

Objetivo: *Construir utilizando ferramentas de software ou instrumentos de desenho a bissetriz dos ângulos de 90°, 60°, 45° e 30°.*

Conversa inicial: *É importante o professor retomar com os estudantes o conceito e a construção de ângulos, seja com transferidor ou com algum software de geometria dinâmica, como o Geogebra . Sugerimos também a proposta da bissetriz de outros ângulos e, por meio de anotações realizadas pelos próprios estudantes, sejam compartilhadas suas estratégias na construção da bissetriz desses ângulos.*

Por definição, bissetriz de um ângulo é a semirreta que tem origem no vértice desse ângulo e que o divide em dois ângulos congruentes.

2.1. Construção da bissetriz de um ângulo BÔA.

Construção do ângulo:

1º Passo: Trace uma semirreta $\overrightarrow{OA}$, que será o lado AO do ângulo *BÔA*.

2º Passo: Coloque a ponta seca do compasso no ponto **O** e com uma abertura qualquer, trace um arco que corte a semirreta $\overrightarrow{OA}$. Definindo o ponto C (**C** está contido na semirreta $\overrightarrow{OA}$).

3º Passo: Com a mesma abertura, coloque a ponta seca do compasso no ponto **C** e trace um arco que corte o arco anterior, definindo o ponto $\mathbf{C_1}$.

4º Passo: Trace a semirreta que passa pelos pontos **O** e $\mathbf{C_1}$. Definindo assim o lado **OB** do ângulo *BÔA.*

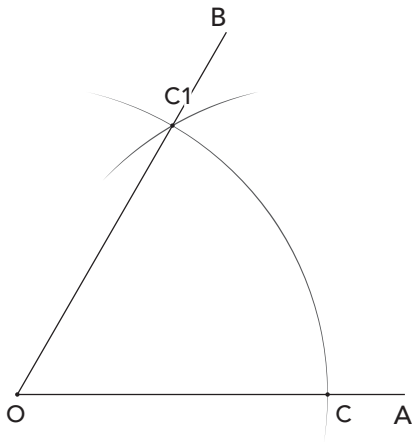


Ilustração: Elaborado pelos autores.

Construção da bissetriz:

5º Passo: Coloque a ponta seca do compasso no ponto C, com uma abertura não menor que $\overline{CO}$, trace um arco no interior do ângulo *BÔA*.

6º Passo: Com a mesma abertura, coloque a ponta seca do compasso em $\mathbf{C_1}$, trace um arco, que determinará o ponto D.

7º Passo: Trace a semirreta $\overrightarrow{OD}$. Essa semirreta é a bissetriz do ângulo ***BÔA***.

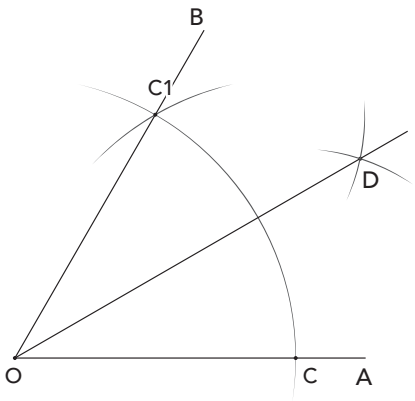


Ilustração: Elaborado pelos autores.

Construa em folhas de sulfite, a bissetriz dos ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° usando o algoritmo descrito anteriormente.

Espera-se que o estudante, seguindo os passos do quadro anterior, construa as bissetrizes indicadas nesta atividade. É importante o acompanhamento da construção. Se preferir, peça que façam em duplas.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 5

ATIVIDADE 1 – CONSTRUINDO POLÍGONO

Objetivo: *Construir um hexágono regular de qualquer área por meio da utilização de ferramentas e de um fluxograma.*

Conversa inicial: *É importante o professor retomar com os estudantes o conceito de polígonos regulares quanto aos seus lados e ângulos estudados do Volume 4 do 7° Ano. Sugerimos propor outras construções de hexágonos por meio de fluxogramas conforme Volume 1 do 6° ano.*

1.1 Por definição, hexágono regular é um polígono com seis lados de mesma medida e todos os ângulos internos congruentes (mesma medida). Usando apenas régua e compasso, vamos construir um hexágono regular, conforme descrição a seguir:

1º Passo: Trace um segmento $\overline{OA}$.

2º Passo: Coloque a ponta seca do compasso no ponto O e trace uma circunferência passando pelo ponto A.

3º Passo: Destaque o diâmetro da circunferência passando pelos pontos A e B. Denomine as extremidades como pontos A e B.

4º Passo: Com a mesma abertura do compasso, coloque a ponta seca no ponto A e trace uma circunferência.

5º Passo: Com a mesma abertura do compasso, coloque a ponta seca no ponto B e trace outra circunferência.

6º Passo: Determine os pontos de intersecção entre as circunferências, nomeando-os C, D, E e F na circunferência.

7º Passo: Unir os pontos com segmentos consecutivos. Assim, temos o hexágono regular.

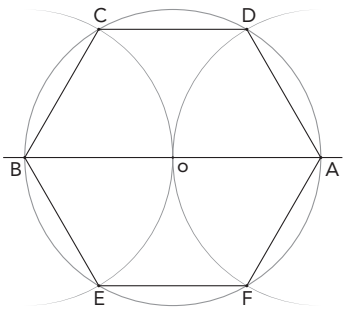
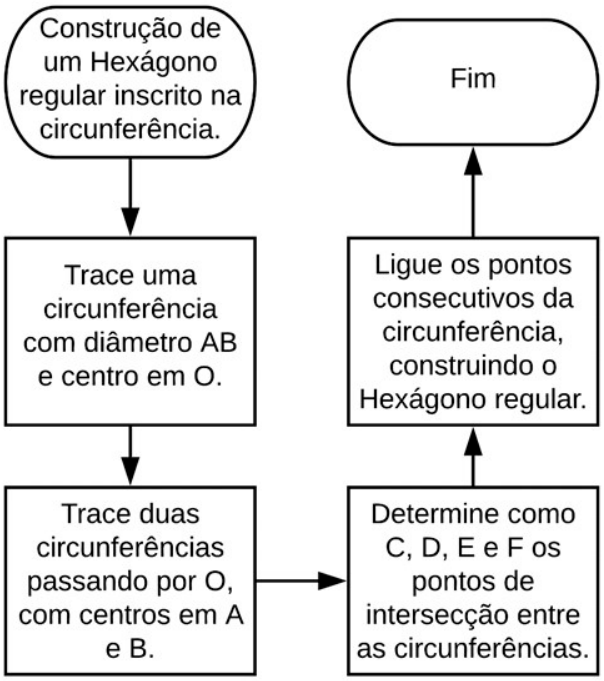


Ilustração: Elaborado pelos autores.

1.2 Elabore um fluxograma para construção de um hexágono regular, a partir dos passos anteriores.
Sugestão de fluxograma:



1.3 Descreva os passos para construção de um hexágono regular de 4 cm de lado.
O estudante poderá descrever o procedimento inicial, porém no procedimento precisa indicar a medida 4 cm de lado. Abra uma discussão sobre o assunto.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 6

CONVERSA COM O PROFESSOR

Sugere-se como recurso para o trabalho com essas habilidades o uso do software de geometria dinâmica, representação destes polígonos em papel e, se possível, materiais concretos disponíveis, proporcionando momentos que os estudantes possam visualizar e manipular os objetos, de modo que percebam os casos de congruências de triângulos com maior nitidez.

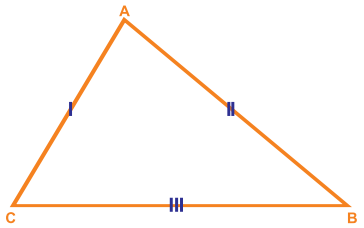
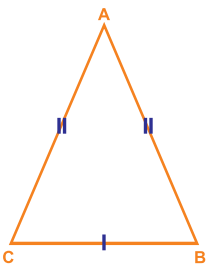
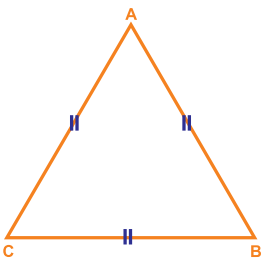
ATIVIDADE 1 – IDENTIFICANDO CONGRUÊNCIA ENTRE DOIS TRIÂNGULOS

Objetivos: *Classificar um triângulo, de acordo com as medidas dos ângulos internos e dos lados, e identificar correspondências em dois triângulos congruentes.*

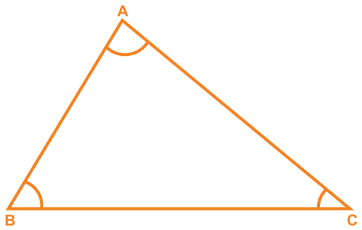
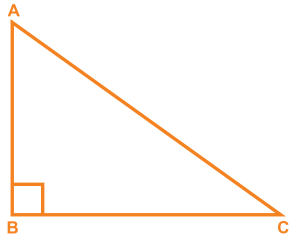
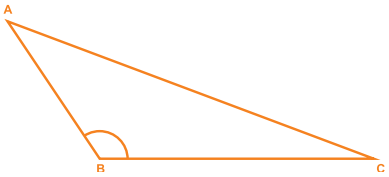
Conversa inicial: *Sugere-se que o professor investigue se os estudantes sabem o que são figuras congruentes e como se escreve na linguagem matemática a palavra congruente. Possíveis respostas: "Figuras congruentes têm o mesmo formato e apresentam as medidas de lados e ângulos iguais". Sugere-se a seguinte formalização:*

O símbolo "≡" é usado para indicar congruência;
A escrita "ΔABC ≡ ΔDEF" é usada para indicar que os triângulos ABC e DEF são congruentes.
A ordem em que as letras se sucedem devem seguir, rigorosamente, a ordem de suas correspondências;
O símbolo "↔" indica uma correspondência entre os vértices de dois triângulos, sendo escrito da seguinte forma: $AC \leftrightarrow DF$

Classificação dos triângulos quanto às medidas dos seus lados (vamos padronizar AB para a medida do segmento $\overline{AB}$, e assim para todos os outros segmentos).

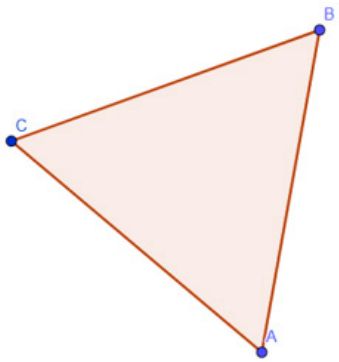
Escaleno	Isósceles	Equilátero
AB ≠ BC AB ≠ AC AC ≠ BC  Os três lados têm a medidas diferentes.	AB = AC  Dois lados têm as medidas iguais.	AB = BC = AC  Os três lados têm medidas iguais.

Classificação dos triângulos quanto às medidas dos seus ângulos (vamos padronizar Â para a medida do ângulo com vértice no ponto A e assim para todos os outros ângulos).

Acutângulo	Retângulo	Obtusângulo
$\hat{A} < 90°$ $\hat{B} < 90°$ $\hat{C} < 90°$  Os três ângulos internos com medidas menores que 90°, isto é, os três ângulos internos agudos.	$\hat{B} = 90°$  Um ângulo interno com medida de 90°, isto é, um ângulo reto.	$\hat{B} > 90°$  Um ângulo interno com medida maior que 90°, isto é, um ângulo obtuso.

Com o auxílio de régua e transferidor, classifique o triângulo abaixo, quanto às medidas dos seus lados e ângulos, justificando sua resposta.

Professor, utilize este triângulo como pergunta, ou até mesmo, desenhe triângulos para os estudantes classificarem.



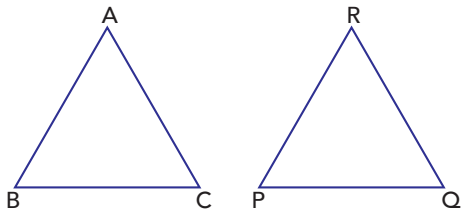
Por ter lados e ângulos congruentes, o triângulo é equilátero e acutângulo.

1.2 Construa dois triângulos de medidas 3 cm, 4 cm e 5 cm e outro com 6 cm, 8 cm e 10 cm. Recorte-os, sobreponha-os e escreva o que você observou.

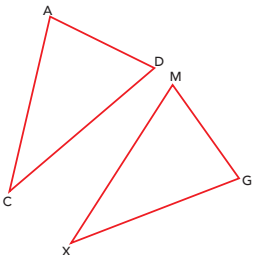
Para construir esse triângulo, os estudantes utilizarão compasso, porém também é possível fazer com régua ou barbante. Com a imagem pronta, deverão recortá-la e sobrepô-las, observando a congruência dos ângulos correspondentes. Solicite aos estudantes que façam suas observações.

1.3 As figuras a seguir são pares de triângulos congruentes. Descubra uma correspondência entre os ângulos dos pares de triângulos.

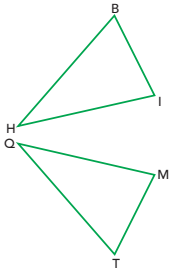
a) $A\hat{B}C \equiv R\hat{P}Q$



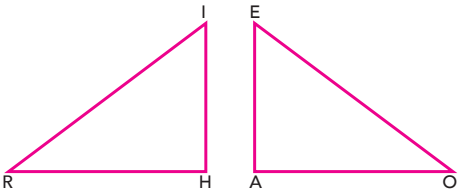
b) $D\hat{C}A \equiv M\hat{X}G$



c) $I\hat{H}B \equiv M\hat{Q}T$



d) $I\hat{H}R \equiv E\hat{A}O$



Existem outras soluções, pois se os triângulos são congruentes, eles possuem os 3 ângulos congruentes.

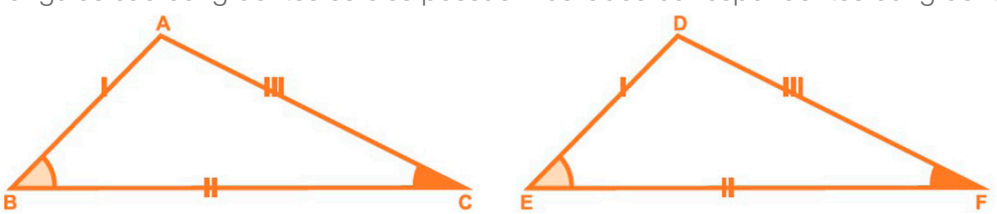
ATIVIDADE 2 – CASOS DE CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS

Objetivos: *Reconhecer casos de congruências de triângulos.*

Conversa inicial: *Explore cada caso apresentando as propriedades. Aproveite para trabalhar a Linguagem Matemática, e o estudo cada caso congruência entre triângulos.*

1° Caso LLL – Lado, Lado, Lado

Dois triângulos são congruentes se eles possuem os lados correspondentes congruentes.



Se $\overline{AB} \equiv \overline{DE}$

$\overline{BC} \equiv \overline{EF}$

$\overline{AC} \equiv \overline{DF}$

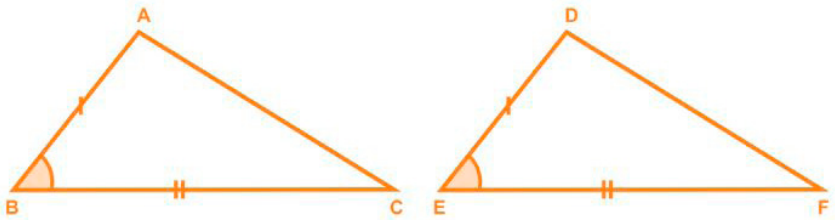
$\Rightarrow \Delta ABC \equiv \Delta DEF$

Por consequência,

$$B\hat{A}C \equiv E\hat{D}F$$
$$A\hat{B}C \equiv D\hat{E}F$$
$$B\hat{C}A \equiv E\hat{F}D$$

2° Caso LAL – Lado, Ângulo, Lado

Dois triângulos são congruentes se dois lados de um triângulo são congruentes aos lados correspondentes do outro e, além disso, se o ângulo interno de um triângulo, formado pelos dois lados em questão, for congruente ao ângulo correspondente no outro triângulo.



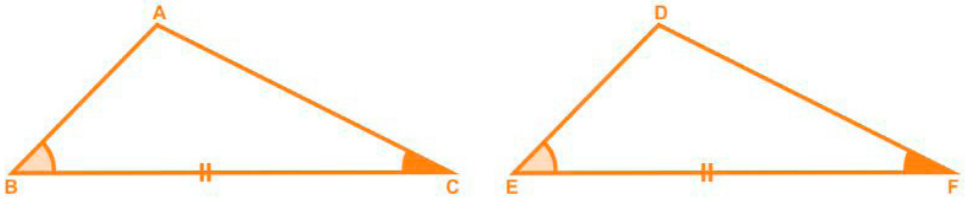
$$\text{Se } \overline{AB} \equiv \overline{DE}$$
$$A\hat{B}C \equiv D\hat{E}F$$
$$\overline{BC} \equiv \overline{EF}$$
$$\Rightarrow \Delta ABC \equiv \Delta DEF$$

Por consequência,

$$B\hat{A}C \equiv E\hat{D}F$$
$$\overline{AC} \equiv \overline{DF}$$
$$B\hat{C}A \equiv E\hat{F}D$$

3° Caso ALA – Ângulo, Lado, Ângulo

Dois triângulos são congruentes se possuem um par de lados correspondentes congruentes e os correspondentes dos ângulos adjacentes a esses lados congruentes.



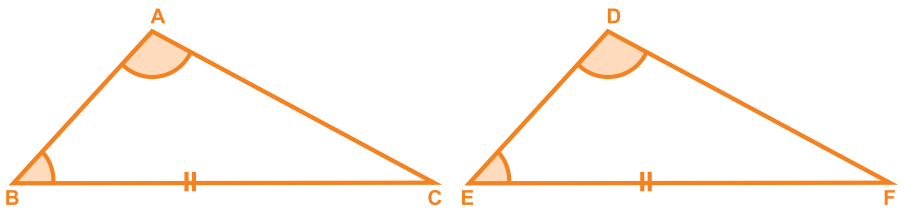
$$\text{Se } A\hat{B}C \equiv D\hat{E}F$$
$$\overline{BC} \equiv \overline{EF}$$
$$B\hat{C}A \equiv E\hat{F}D$$
$$\Rightarrow \Delta ABC \equiv \Delta DEF$$

Por consequência,

$$\overline{AB} \equiv \overline{DE}$$
$$B\hat{C}A \equiv E\hat{F}D$$
$$\overline{AC} \equiv \overline{DF}$$

4° Caso LAAo – Lado, Ângulo, Ângulo Oposto:

Dois triângulos são congruentes se possuem os correspondentes a um lado, um ângulo adjacente a esse lado e o ângulo oposto a esse lado, congruentes.



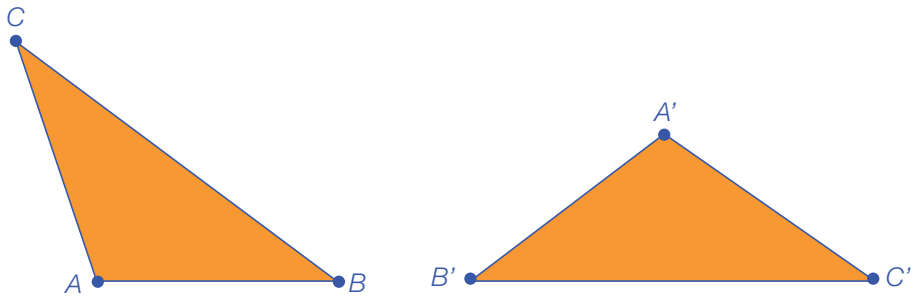
$$\text{Se } \overline{BC} \equiv \overline{EF}$$
$$A\hat{B}C \equiv D\hat{E}F$$
$$B\hat{C}A \equiv E\hat{D}F$$
$$\Rightarrow \Delta ABC \equiv \Delta DEF$$

Por consequência,

$$B\hat{C}A \equiv E\hat{F}D$$
$$\overline{AB} \equiv \overline{DE}$$
$$\overline{AC} \equiv \overline{DF}$$

2.1 Com auxílio de uma régua e transferidor (quando necessário), identifique qual é o caso de congruência dos seguintes pares de triângulos.

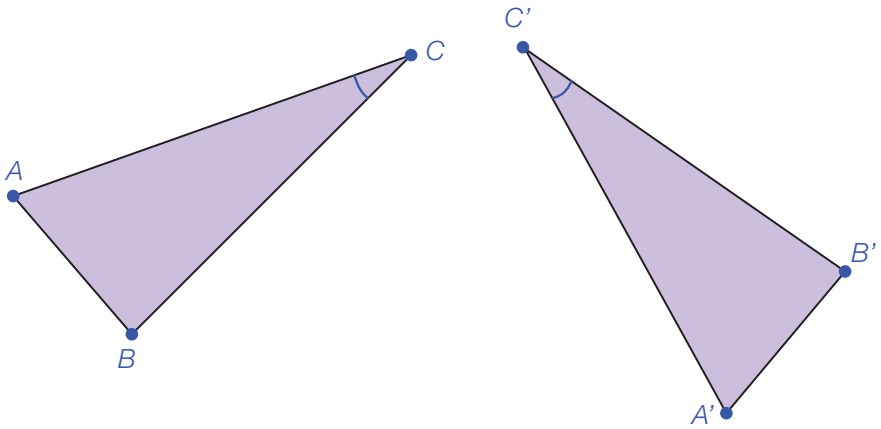
a)



Possível Resposta: LLL

Qualquer caso de congruência poderá ser resposta para esta situação. Verifique as medidas encontradas pelos estudantes, a fim de comparar os resultados encontrados. Sugerimos, caso necessário, o complemento com outras atividades envolvendo casos de congruência de triângulos.

b)



Possível Resposta: LAL

Qualquer caso de congruência poderá ser resposta para esta situação. Verifique as medidas encontradas pelos estudantes, a fim de comparar os resultados encontrados. Sugerimos, caso necessário, o complemento com outras atividades envolvendo casos de congruência de triângulos.

2.2 De que forma podemos escrever, em linguagem matemática, que os dois triângulos GHI e JKL são congruentes, pelo caso LLL?

Se, $\overline{GH} \equiv \overline{JK}$
$\overline{GI} \equiv \overline{JL}$
$\overline{HI} \equiv \overline{KL}$
Então, $\Delta GHI \frown \Delta JKL$

ATIVIDADE 3 – INVESTIGANDO OS QUADRILÁTEROS

Objetivos: *Reconhecer os diferentes tipos de quadriláteros e iniciar o estudo do grupo dos trapézios.*

Conversa inicial: *Explore os conhecimentos dos estudantes, perguntando quais quadriláteros conhecem. Escreva os nomes na lousa. Também é possível solicitar que desenhem os quadriláteros conhecidos. Converse sobre as características de cada um. Caso seja possível, pode solicitar que construam os quadriláteros no geoplano para analisarem as características. Caso tenha acesso a algum software, também é possível fazer essa investigação.*

Por definição, quadriláteros são polígonos que possuem quatro lados.
Os quadriláteros estão divididos em:

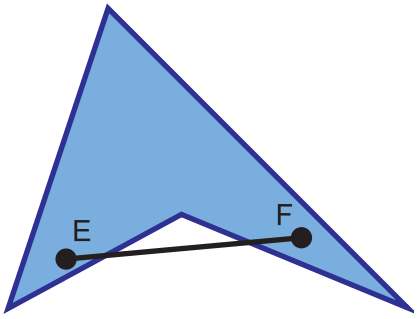
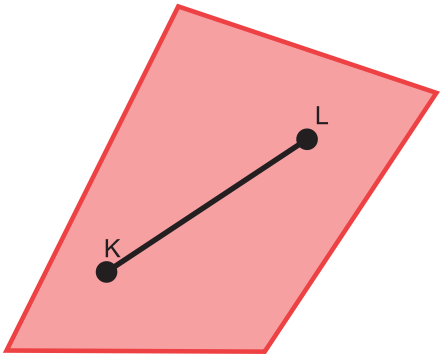
Quadriláteros não-convexo	Quadriláteros Convexo
	
É possível encontrarmos dois pontos na região limitada pelo polígono, por exemplo, E e F, onde o segmento de reta que os une não estará inteiramente contido na região limitada por esse polígono.	Se tomarmos dois pontos quaisquer na região limitada pelo polígono, por exemplo, K e L, o segmento de reta que os une sempre estará inteiramente contido nessa região.

Ilustração: Elaborado pelos autores.

3.1 Quais quadriláteros que você conhece? Desenhe-os e escreva as características observadas em cada um deles.

Resposta pessoal. Após responderem, socialize e verifique se os estudantes estão se referindo aos quadriláteros.

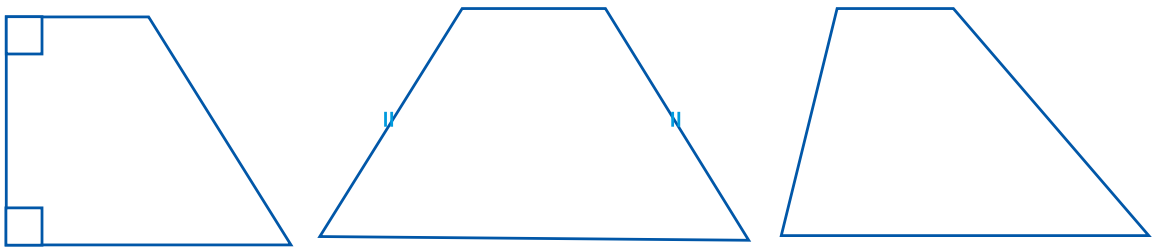
QUADRILÁTEROS CONVEXOS – OS TRAPÉZIOS

Por definição, trapézio é um quadrilátero convexo, com 1 par de lados paralelos.
Os trapézios são classificados como:

Trapézio Retângulo: esse tipo de trapézio apresenta dois ângulos de medidas iguais a 90°, isto é, ângulos retos.

Trapézio Isósceles: esse tipo de trapézio apresenta dois lados congruentes (possuem a mesma medida) e dois lados não congruentes.

Trapézio Escaleno: todos os lados desse trapézio apresentam medidas diferentes.

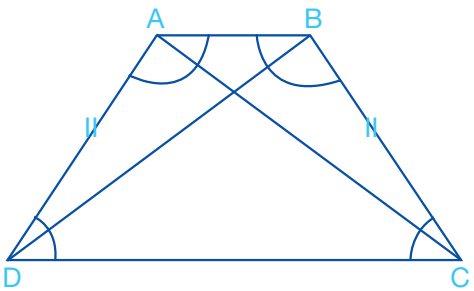


Trapézio Retângulo | Trapézio Isósceles | Trapézio Escaleno

3.2 Construa em seu caderno um exemplo para cada tipo de trapézio apresentado indicando as medidas dos lados.

Resposta pessoal. Espera-se que o estudante identifique a característica de cada tipo apresentado e reproduza exemplos em seu caderno.

3.3 Em um trapézio isósceles, as diagonais são congruentes.



Qual o significado de “diagonais congruentes”?

Diagonais que possuem a mesma medida.

ATIVIDADE 4 – OS PARALELOGRAMOS

Objetivos: *Reconhecer as características dos paralelogramos e classificá-los quanto ao seu tipo.*

Conversa inicial: *É importante que o professor resgate com os estudantes os conceitos de paralelismo e classificação de quadriláteros.*

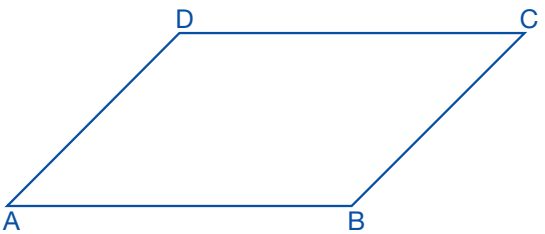
O software Geogebra é uma ferramenta de geometria dinâmica que pode contribuir para algumas demonstrações e ele pode ser utilizado pelo celular por meio de site ou aplicativo.

Por definição, um paralelogramo é todo quadrilátero que possui os pares de lados opostos paralelos.

Propriedade dos paralelogramos: Em todo paralelogramo, os lados opostos são congruentes e as diagonais se intersectam nos seus pontos médios, que é o centro do paralelogramo.

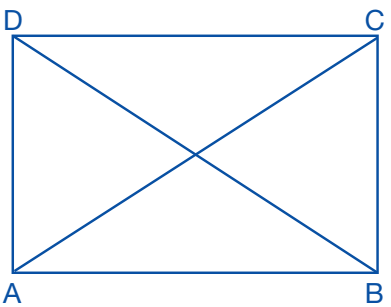
No grupo dos paralelogramos, temos os polígonos conhecidos como paralelogramos, propriamente ditos, os retângulos e os losangos.

PARALELOGRAMO



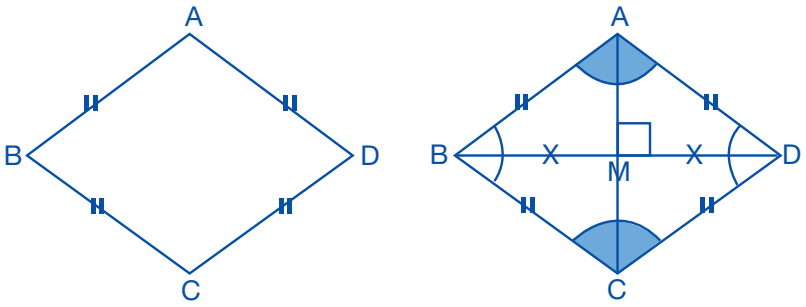
RETÂNGULO

Em todo retângulo, as diagonais são congruentes.



LOSANGO

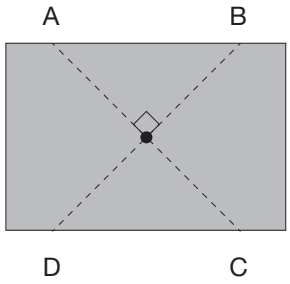
Em todo losango, os quatro lados congruentes, as diagonais são perpendiculares entre si e bissetrizes dos ângulos internos.



4.1 Observando os tipos de quadriláteros até o momento, ainda não foi citado o QUADRADO. Com as informações anteriores apresentadas, o que podemos dizer sobre o QUADRADO? Junte-se com um colega da sala e, em dupla, realizem uma pesquisa sobre as propriedades do quadrado.

Resposta pessoal.

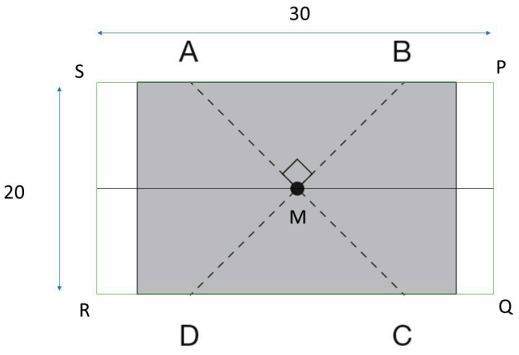
4.2 (Adaptado – OBMEP 2005) Em uma folha retangular de 20 cm por 30 cm foram tracejadas duas linhas AC e BD, como na figura:



Os segmentos $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$ têm o mesmo comprimento e se encontram no centro do retângulo formando ângulos retos. Qual é o comprimento do segmento $\overline{AB}$?

Solução:

Vamos representar a folha original pelo retângulo PQRS e considerar o quadrilátero ABCD, como na figura:



A ideia é verificar que ABCD é um quadrado, podendo-se fazer isso de diversas maneiras. Uma delas é a seguinte: ABCD é um quadrilátero cujas diagonais são congruentes, pois os segmentos $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$ têm o mesmo comprimento, são perpendiculares e se cortam ao meio, pois se encontram no centro do retângulo. Um quadrilátero com essas propriedades é necessariamente um quadrado.
Como ABCD é um quadrado, segue que AB = BC = PQ = 20 cm.

ATIVIDADE 5 – SITUAÇÕES-PROBLEMA COM PROPRIEDADES DOS QUADRILÁTEROS

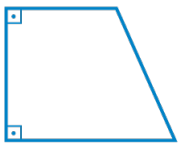
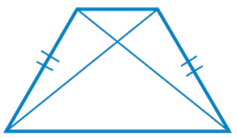
Objetivos: *Reconhecer as características dos quadriláteros em relação aos seus lados e ângulos.*

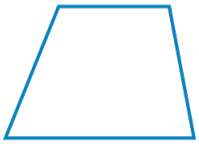
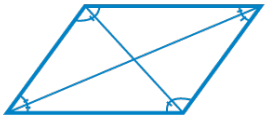
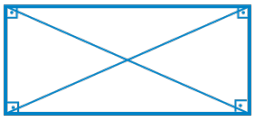
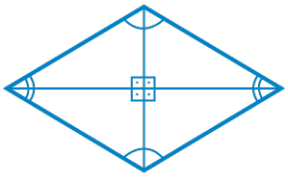
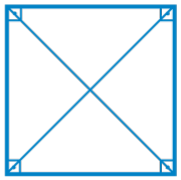
Conversa inicial: *Proponha aos estudantes que investiguem os quadriláteros com régua e transferidor, para que determinem suas características quanto à relação de seus lados e valor de seus ângulos.*

O software de geometria dinâmica pode ser uma ferramenta muito útil para o alcance das habilidades e competências dessas atividades.

5.1 O professor de Manu comunicou aos estudantes que a aula seria a respeito dos quadriláteros. Para isso, entregou, para cada dupla, uma folha como a que é abaixo apresentada, distribuiu a eles palitos e pediu que construíssem os quadriláteros que estão representados na primeira coluna da folha, assim como suas diagonais. Depois, o professor de Manu pediu para os estudantes preencherem as colunas do quadro, realizando sua representação geométrica, indicando o nome do quadrilátero e suas propriedades.

Professor, oriente os estudantes a preencherem as colunas do quadro, realizando sua representação geométrica, indicando o nome do quadrilátero e suas propriedades.

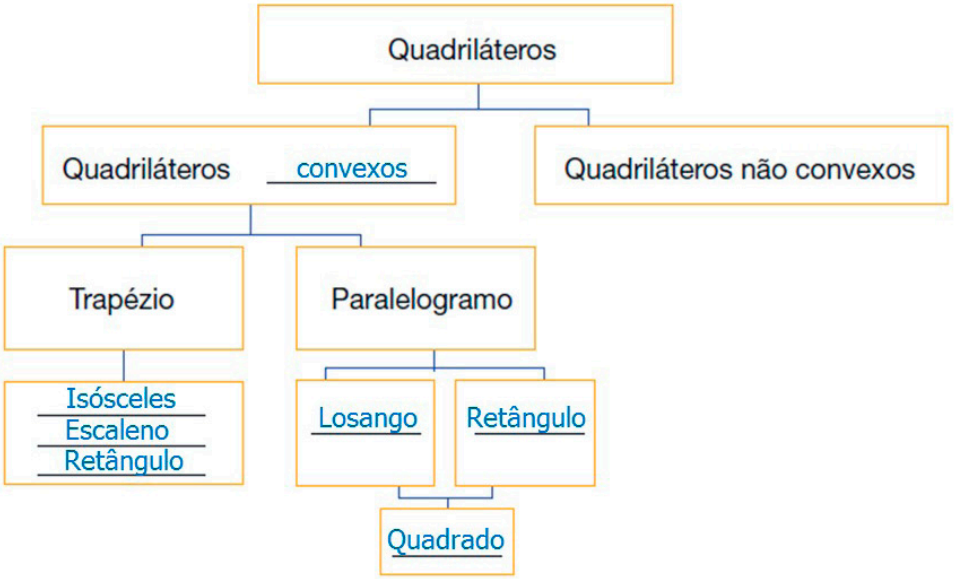
Representação Geométrica dos Quadriláteros	Nome do Quadrilátero	Propriedades do Quadrilátero
	Trapézio Retângulo	• É um quadrilátero que tem dois lados paralelos; • É um quadrilátero que tem dois ângulos retos
	Trapézio Isósceles	• É um quadrilátero que tem dois lados paralelos; • Em um trapézio isósceles, as diagonais são congruentes; • Em um trapézio isósceles os lados não paralelos são congruentes.

Representação Geométrica dos Quadriláteros	Nome do Quadrilátero	Propriedades do Quadrilátero
	Trapézio Escaleno	• É um quadrilátero em que dois lados são paralelos.
	Paralelogramo	• Um paralelogramo é um quadrilátero em que os lados opostos são paralelos, ou seja, possui dois pares de lados opostos paralelos e congruentes; • As diagonais se cruzam em seusrespectivos pontos médios; • Em um paralelogramo, os ângulos opostos são congruentes; • Cada diagonal separa um paralelogramo em dois triânguloscongruentes.
	Retângulo	• As diagonais têm a mesma medida; • As diagonais se cruzam em seus respectivos pontos médios; • Cada ângulo interno mede 90º; • Os lados opostos são paralelos entre si.
	Losango	• As diagonais se cruzam em seus respectivos pontos médios; • Os lados opostos são paralelos entre si; • Todos os lados têm a mesma medida; • As diagonais são perpendiculares entre si.
	Quadrado	• As diagonais têm a mesma medida; • As diagonais se cruzam em seus respectivos pontos médios; • Cada ângulo interno mede 90º; • As diagonais são perpendiculares entre si; • Os lados opostos são paralelos entre si; • Todos os lados têm mesma medida.

5.2 Nos quadriláteros da atividade anterior, há características comuns entre alguns deles? Se sim, quais são elas?

A característica comum a todos são os quatro lados e, pelo menos, um par de lados paralelos.

5.3 Complete o diagrama organizacional a seguir com quadriláteros da atividade 5.1:



5.4 Otávio comprou todos os materiais necessários para a confecção de uma pipa. Cortou o papel no formato de um quadrilátero convexo com dois pares de lados consecutivos congruentes. Em seguida, colou as varetas de sustentação nas diagonais desse quadrilátero e colocou uma cauda. Desenhe a pipa que Otávio construiu. O que você pode dizer a respeito das diagonais?

Espera-se que o estudante responda que a pipa possui diagonais que se interceptam no ponto médio.

5.5 Um artista plástico, em uma campanha a favor da preservação das aves, organizou uma exposição de suas pinturas, em quadros de diferentes formatos. Para chamar a atenção do público, em todas as suas pinturas, colocou no centro a imagem de uma ave em extinção. Quais dos quadriláteros a seguir foram escolhidos pelo artista plástico para garantir a perfeição da obra? Justifique sua(s) escolha(s).

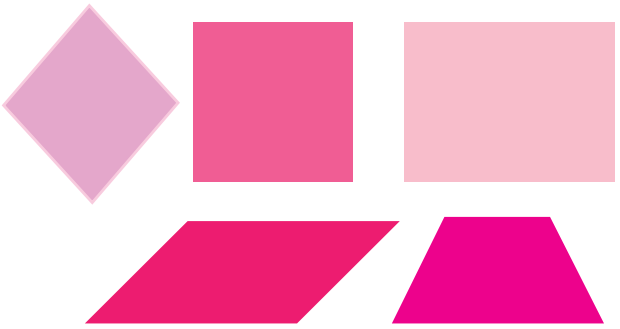
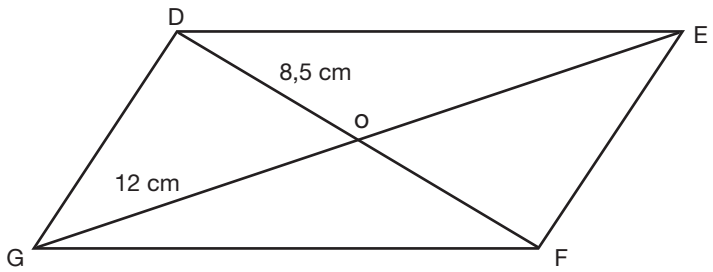


Ilustração: Elaborado pelos autores.

Espera-se que o estudante perceba que os quadriláteros que atendem às escolhas do artista, devem possuir o encontro das diagonais no ponto médio para que a figura do pássaro fique no centro em destaque. O único caso não possível para isso seria o trapézio.
Para esta atividade, sugere-se que os estudantes recortem figuras a sua escolha e construa alguma imagem artística a partir do encontro do ponto médio entre as diagonais de algum quadrilátero.

5.6 Joaquim tem um problema de Matemática para resolver. O enunciado diz que um paralelogramo DEFG tem diagonais que se interceptam no ponto O. Sendo a medida do segmento $\overline{DO}$ igual a 8,5 cm e a medida $\overline{GO}$ igual a 12 cm. Ajude Joaquim a calcular a medida das diagonais $\overline{DF}$ e $\overline{GE}$ que foram traçadas.



Pelas propriedades do paralelogramo, concluímos que $\overline{DO} = \overline{OF}$, assim como $\overline{GO} = \overline{OE}$.
Logo, a medida da diagonal $\overline{GE}$ corresponde ao dobro de 12 cm, ou seja, 24 cm, e a medida da diagonal $\overline{DF}$ é o dobro de 8,5, ou seja, 17 cm.

Utilizar a figura de trapézio e os triângulos para recortar e o estudante sobrepor.
Pode ser feito o mesmo para os demais quadriláteros.

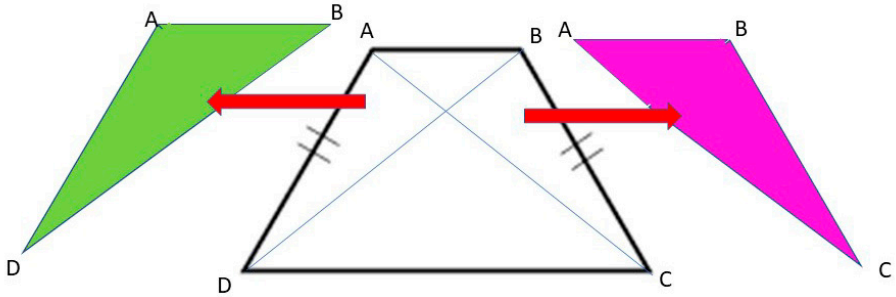


Ilustração: Elaborado pelos autores

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 7

CONVERSA COM O PROFESSOR

Com o fácil acesso à informação, a análise crítica daquilo que temos acesso merece ênfase. Neste aspecto, os temas Probabilidade e Estatística demandam atenção, pois eles permitem o tratamento de dados e a análise das situações de incerteza presentes no cotidiano. Sugere-se que o trabalho tenha foco na Probabilidade, portanto perguntas que levem os estudantes a fazerem experimentos aleatórios e simulações, ao refinamento da capacidade de enumeração dos elementos do espaço amostral e sua associação com os problemas de contagem, sobretudo os que envolvem a aplicação do princípio multiplicativo. Para isso, propomos que inicie com uma roda de conversa sobre espaço amostral com as seguintes perguntas:

- *Ao jogar um dado, quais números podemos observar em sua face de cima?*
- *Ao lançar duas moedas, quais são os possíveis resultados? Esse experimento poderá ser feito em sala de aula com dados e moedas.*

Procure registrar os resultados trazidos pelos estudantes. Neste momento, é possível que obtenha como resposta S = {1, 2, 3, 4, 5, 6} e S = (cara, cara), (cara, coroa), (coroa, cara), (coroa, coroa)}. Ao fazer estas perguntas, pretende-se sondar o que os estudantes compreendem de experimento aleatório, se eles têm a ideia que mesmo não sabendo qual será o resultado do experimento feito, dá para traçar todos os seus possíveis resultados. A partir desta compreensão, pode-se inserir a ideia de evento.

ATIVIDADE 1 – POSSÍVEIS EVENTOS: A PRESENÇA DO ALEATÓRIO

Objetivos: *Identificar o espaço amostral e as chances que um evento ocorra. Resolver problemas de contagem e probabilidade.*

Conversa inicial: *Nessa atividade, serão propostas situações-problema envolvendo contagem, princípio multiplicativo e cálculo de probabilidade. Organize os estudantes de forma que possam interagir para que discutam e resolvam as situações propostas.*

1.1 Em um sorteio entre 20 participantes, cada um recebeu um número, entre 1 e 20, sem repetição. Sabendo que cada participante teve direito a um único número, escreva:

a) Os elementos que formam o espaço amostral desse sorteio.

S = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20}.

b) Os elementos que descrevem o evento: “O resultado de um número par maior que 4 e menor que 20”.

Sendo o evento um subconjunto do espaço amostral do sorteio, temos:
E = {6, 8, 10,12, 14, 16, 18}.

c) O número de elementos do evento que resultem em um número primo.

Dentro do espaço amostral descrito, temos como números primos
E = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19}.
Então, n(E) = 8

d) A probabilidade de, ao se sortear um número ao acaso, esse número seja múltiplo de 6.

Espaço Amostral do sorteio: S= {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20}.
Números múltiplos de 6 que possam sair no evento: E = {6, 12, 18}, então n(E) = 3.
Probabilidade de ocorrer o evento:

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{3}{20} = 0{,}15 = 15\%$$

1.2 Ao dividir ao acaso o número 60 por um de seus divisores positivos naturais, qual é a chance de essa divisão ser feita por um número que seja par e múltiplo de 5? Expresse o resultado em forma de porcentagem.

Espaço Amostral dos divisores positivos de 60: S = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60}, sendo assim temos: n(S) = 12 elementos.
Divisor de 60 que seja par e múltiplo de 5: E = {10, 20, 30, 60), então, n(E) = 4.

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} = 0{,}333\ldots \cong 33{,}33\%$$

1.3 Eduarda, Pedro, Iasmin e Evandro estão brincando de jogar dados de seis faces. Antes de iniciarem os lançamentos, definiram algumas regras:

- Todos terão que apostar em um número de 1 a 12 pois vão brincar com dois dados;
- O resultado será dado pela soma dos números das faces de cima nos dados;
- Ganha um ponto quem primeiro tirar o número apostado;
- Após três rodadas, ganha quem tiver o maior número de pontos.

A tabela ilustra a situação.

Rodada	Nome	Número apostado	Números que saíram nos dados	Resultado
1ª	Evandro	12	5 e 1	6
	Iasmin	9	1 e 4	5
	Eduarda	7	2 e 1	3
	Pedro	1	4 e 6	10
2ª	Evandro	10	2 e 6	8
	Iasmin	8	6 e 3	9
	Eduarda	4	5 e 2	7
	Pedro	7	2 e 3	5
3ª	Evandro	3	1 e 3	4
	Iasmin	6	5 e 5	10
	Eduarda	8	2 e 6	8
	Pedro	11	5 e 4	9

Analisando a tabela feita por eles, responda:

a) Quem ganhou o jogo?

Eduarda

b) Qual é a chance de Eduarda ganhar na 1ª rodada tendo escolhido o número 7?

O espaço amostral do experimento é: S = {(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)}.
n(S) = 36.
Os elementos do evento que daria a vitória a Eduarda na primeira rodada são E = {(1,6), (6,1), (2,5), (5,2), (3,4), (4,3)}, isto é, n(E) = 6, portanto:

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \cong 0{,}166 \ldots \cong 16{,}6\%$$

c) Ao apostar no número 1 na primeira rodada, Pedro fez uma boa aposta? Justifique.

Não. Considerando as condições para ser o ganhador não há possibilidade de soma dos números das faces de cima dos dois dados resultar em 1, pois mesmo considerando o evento E = {(1,1)}, o resultado da soma será igual a 2.
Logo, pode-se concluir que este resultado, o número apostado por Pedro, é um evento impossível.

1.4 Uma criança está brincando com bolinhas numeradas de 1 a 15, que estão dentro de uma caixa. Sabendo que durante a brincadeira a criança derrubou uma das bolinhas no chão, determine a probabilidade de ocorrerem os seguintes eventos:


ILUSTRAÇÃO: MALKO MIRANDA DOS SANTOS

a) O número da bolinha que caiu ser par.

O espaço amostral é S = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15}.
n(S) = 15
Com base no espaço amostral, formamos o evento de ter caído bolinha de número par.
E = {2, 4, 6, 8,10, 12, 14}
n(E) = 7.

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{7}{15} = 0{,}46666 \ldots \cong 46{,}6\%$$

b) O número da bolinha que caiu ser primo.

Com base no espaço amostral, formamos o evento de ter caído bolinha de número primo.
E = {2, 3, 5, 7, 11, 13}, então n(E) = 6

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{6}{15} = 0{,}4 = 40\%$$

c) O número da bolinha que caiu ser par e primo.

Bolinha de número par E1= {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14}, isto é, 7 possibilidades entre 15, n(E1) = 7.
Bolinha de número primo E2 = {2, 3, 5, 7, 11,13}, isto é, 6 possibilidades entre 15, n(E2) = 6.
Bolinha de número par e primo corresponde à intersecção entre os dois eventos, ou seja, E1 ∩ E2 = {2}, isto é, 1 possibilidade entre 15, n(E1 ∩ E2) = 1.

d) Ter caído qualquer uma das bolinhas, independentemente do número marcado.

S = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15}
n(S) = 15
E = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15}
n(E) = 15

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{15}{15} = 1 = 100\%$$

1.5 Uma empresa oferece bimestralmente uma palestra a seus colaboradores. Os temas sugeridos para o 4° bimestre são: Saúde, Finanças e Investimentos, Alimentação Saudável e Recursos Hídricos. Foi feita uma votação em cada setor, e o tema mais votado no setor foi escrito em um pedaço de papel. A figura ilustra os resultados das votações nos setores.

Setor 1	Setor 2	Setor 3	Setor 4	Setor 5
Saúde	Alim. Saud.	Alim. Saud.	Saúde	Finan. e Inv.
Setor 6	**Setor 7**	**Setor 8**	**Setor 9**	**Setor 10**
Alim. Saud.	Saúde	Finan. e Inv.	Alim. Saud.	Saúde
Setor 11	**Setor 12**	**Setor 13**	**Setor 14**	**Setor 15**
Finan. e Inv.	Rec. Híd.	Saúde	Alim. Saud.	Rec. Híd.
Setor 16	**Setor 17**	**Setor 18**	**Setor 19**	**Setor 20**
Alim. Saud.	Finan. e Inv.	Alim. Saud.	Finan. e Inv.	Saúde

Todos os papéis foram dobrados igualmente e colocados dentro de uma caixa, para que o tema da palestra fosse definido por meio de um sorteio. Analise as informações que foram dadas e responda:

a) Quantos votos recebeu cada tema? Organize-os em uma tabela.

Exemplo de como o estudante pode organizar as informações:

Tema	Quantidade de votos
Saúde	6
Finanças e Investimentos	5
Alimentação Saudável	7
Recursos Hídricos	2

b) Qual é a probabilidade de cada um dos temas ser sorteado?

Saúde: $\frac{6}{20} = \frac{3}{10} = 30\%$

Finanças e Investimentos: $\frac{5}{20} = \frac{1}{4} = 25\%$

Alimentação Saudável: $\frac{7}{20} = \frac{35}{100} = 35\%$

Recursos Hídricos: $\frac{2}{20} = \frac{1}{10} = 10\%$

1.6 (Adaptado – OBMEP 2019) Flávia anotou quantas horas estudou no mês de novembro e montou a seguinte tabela:

Horas de estudo	3h	3,5h	5h	7h	9h
Número de dias	15	7	5	2	1

Se escolhermos cinco dias ao acaso, podemos garantir que Flávia estudou, no máximo, quantas horas em 5 dias?

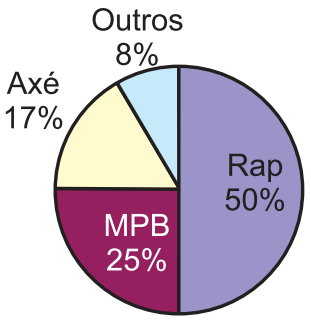
Os dias escolhidos podem ser exatamente aqueles nos quais Flávia estudou o maior número de horas por dia: um dia de 9h, dois dias de 7h e dois dias de 5h, totalizando $1 \cdot 9 + 2 \cdot 7 + 2 \cdot 5 = 33$.

1.7 Agora e com você! Junte-se com outros dois colegas de sua sala e formulem uma situação-problema que envolva o princípio multiplicativo da contagem e o cálculo de probabilidades. Quando a situação estiver pronta, proponha a um outro trio de colegas que discutam e resolvam o problema formulado por vocês. Ah, não se esqueçam de também resolverem o problema proposto por outra dupla. Quando tudo estiver pronto, verifiquem as respostas e discutam os raciocínios que foram traçados durante a resolução.

Verifique se os estudantes estão elaborando uma situação-problema de contagem que contemple o princípio multiplicativo e cálculo de probabilidade, além de propiciar um momento de interação entre os estudantes, fazendo-os pensar, discutir, argumentar sobre suas propostas e seus raciocínios empregados na elaboração e resolução da atividade.

TESTE SEU CONHECIMENTO

1. (SARESP/2008-adaptado) Para organizar a programação de rádio de uma escola, foi feita uma pesquisa de opinião para verificar o interesse dos 600 estudantes pelos diferentes ritmos musicais. O resultado de pesquisa para a escola foi apresentado no gráfico:



Assinale a alternativa com a tabela mais próxima associada a este gráfico.

(A)

	Rap	*MPB*	*Axé*	*Outros*
Número de alunos	*300*	*150*	*100*	*50*

(B)

	Rap	**MPB**	**Axé**	**Outros**
Número de alunos	150	100	300	50

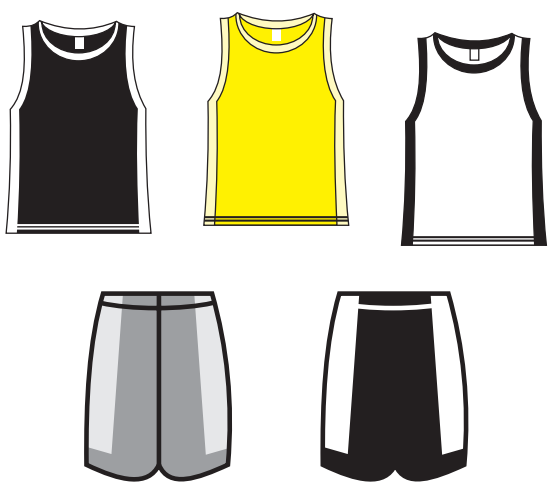
(C)

	Rap	**MPB**	**Axé**	**Outros**
Número de alunos	300	100	50	150

(D)

	Rap	**MPB**	**Axé**	**Outros**
Número de alunos	100	150	300	50

2. (SARESP 2015) Para frequentar as aulas de basquete, Rodrigo tem três camisetas, uma preta, uma amarela e uma branca, e duas bermudas, uma cinza e outra preta.



De quantas maneiras diferentes Rodrigo pode se vestir para as aulas?

(A) 3

(B) 4

(C) 5

(D) 6

3. (SAEB) Sendo $N = (-3)^2 - 3^2$, então, o valor de N é?

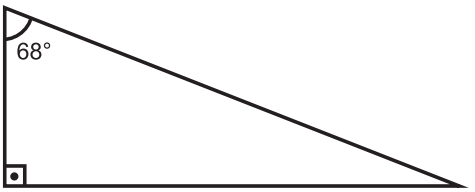
(A) 18

(B) 0

(C) -18

(D) 12

4. (SAEB) Fabricio percebeu que as vigas do telhado da sua casa formavam um triângulo retângulo que tinha ângulo de 68°. Quanto medem os outros ângulos?



(A) 22° e 90°

(B) 45° e 45°

(C) 56° e 56°

(D) 90° e 28°

5. (OBMEP 2019) Uma loja de roupas ofereceu um desconto de 10% em uma camiseta, mas não conseguiu vendê-la. Na semana seguinte, aplicou um desconto de 20% sobre esse novo preço, e a camiseta foi vendida por R$ 36,00. Qual era o preço original da camiseta?

(A) R$ 40,00

(B) R$ 45,00

(C) R$ 47,00

(D) R$ 48,00

(E) R$ 50,00

Referências bibliográficas

BOYER, Carl B. História da Matemática. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo, Ed: Edgar Blucher Ltda, 1996.

CONTADOR, Paulo Roberto Martins. Matemática uma breve história. Vol 1, Campinas: Ed. Komedi, 2004.

IFRAH, George. Os números: A história de uma grande invenção. Rio de Janeiro, Globo, 1995.

LACOURT, H. Noções e fundamentos de Geometria Descritiva. Rio de Janeiro: Editora Guanabara Koogan S.S., 1995.

ROQUE, Tatiana. História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Ed: Zahar, 2012.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. Experiências Matemáticas: 7ª série. Versão Preliminar. São Paulo:

SEE/CENP, 1994. 411P.il.

SÃO PAULO (Estado). Centro de Estudos e Pesquisas em Educação: CENPEC. Ensinar e Aprender: volume 2, Matemática. São Paulo, 2005.

SÃO PAULO (ESTADO). Secretaria da Educação. Sequência Didática. Razões entre Grandezas: 6º Ano do Ensino Fundamental. São Paulo, 2018.

8º ANO - 2º BIMESTRE

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 1

CONVERSA COM O PROFESSOR

Solicite aos estudantes que realizem uma pesquisa, que poderá ser realizada em casa, na biblioteca, ou ainda em ambientes virtuais, sobre as coisas que estão no mundo que são visíveis a olho nu e as que não estão ao alcance da nossa visão, exceto com o uso de equipamentos específicos, como o microscópio.

- Qual seria a maior "coisa" do mundo? E a menor?
- De que forma seria possível registrar essas medidas?

Desperte a curiosidade dos estudantes para que compreendam que mesmo as coisas muito grandes ou muito pequenas podem ser medidas.

Oriente-os a registrarem a fonte de pesquisa e a anotarem os pontos importantes ou os pontos em que ficaram com dúvidas. Eles podem inclusive fazer um resumo do que pesquisaram.

Esse modo de trabalhar pode ser chamado de sala aula invertida. Assim, quando voltarem com os resultados, no início da aula, organize-os estudantes para contarem o que obtiveram, aproveitando para responder as dúvidas que trouxeram.

Após esse momento, oriente-os a fazer a atividade em duplas ou em trios.

Escolha algumas duplas ou trios para compartilhar a resolução.



Sugerimos o uso do material dourado. A utilização de planilha eletrônica poderá auxiliar nas atividades para organização dos números.

ATIVIDADE 1 – AS DESCOBERTAS DA BASE 10

Objetivo: *Explorar a representação de números usando potências de 10.*

Conversa inicial: *Converse com os estudantes que existem medidas que podem ser muito grandes ou muito pequenas, dependendo daquilo que está sendo medido. Quando isso acontece, há a possibilidade de escrevê-las usando potências de 10 como forma de simplificar a representação dos números correspondentes.*

1.1 Observe o quadro a seguir:

...		10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^{0}	10^{1}	10^{2}	10^{3}	10^{4}	10^{5}		...
...		0,00001	0,0001	0,001	0,01	0,1	1	10	100	1 000	10 000	100 000		...

Analise os números que estão dispostos no quadro. Verifique se é possível escrever uma regra que permita completar o quadro, considerando as relações entre os números. Complete as colunas coloridas

Espera-se que os estudantes observem que as potências de 10, cujo expoente é um número inteiro negativo, são números menores do que as potências de 10 cujo expoente é um inteiro positivo. Explore como os números são escritos a partir dos expoentes inteiros negativos ou positivos.
Potência de 10 com expoente inteiro positivo: escreve-se o 1 seguido de tantos zeros conforme indicado no expoente: $10^4 = 10\,000$, número 1 seguido de 4 zeros.
Potência de 10 com expoente inteiro negativo: escreve-se o zero e a vírgula, na parte decimal acrescenta-se as casas decimais conforme indicado no expoente: $10^{-4} = 0{,}0001$, isto é, 4 casas decimais.

ATIVIDADE 2 – COMPREENDENDO OS NÚMEROS GRANDES

Objetivos: *Compreender o uso de notação científica para a representação de números muito grandes ou muito pequenos.*

Conversa inicial: *É importante que os alunos percebam a necessidade de utilizar a notação científica em diversas situações. Oriente-os a analisar a pesquisa que fizeram para identificar essas situações, discutindo com os colegas. Em seguida, eles devem ler o texto e realizar a atividade.*

2.1 Números que impressionam

O planeta Terra tem números que impressionam, já pensou neles? A Terra tem um diâmetro de 12 756 000 m, sua área é de 510 072 000 km², tem massa 5 973 600 000 000 000 000 000 000 kg, uma população aproximada de 7 722 522 000 habitantes. Os oceanos, que têm massa de 1 350 000 000 000 000 000 toneladas, equivalem a $\frac{1}{4\,400}$ da massa da terra, cobrindo uma área de 361 800 000 km².



Fonte: Pixabay, disponível em **https://pixabay.com/pt/photos/terra-globo-planeta-mundo-espa%c3%a7o-11015/**

Você teve dificuldade para realizar a leitura do parágrafo anterior? Como você poderia reescrevê-lo de uma forma diferente?

No texto, temos valores muito elevados e que, às vezes, são difíceis de compreender. Mas há uma maneira de escrevê-los de forma que seja possível compreendê-los. Essa escrita é muita utilizada pelos cientistas, conhecida como notação científica.

Os estudantes, ao reescreverem o texto, devem pensar em uma forma que considerem mais de simples leitura, conforme o que sabem sobre o assunto:

Sugestão de escrita:

Números	Arredondar e escrever por extenso	Arredondar para a classe mais próxima
12 756 000 m	12,7 milhões m	13 milhões m
510 072 000 km²	510,1 milhões km²	510 milhões km²
5 973 600 000 000 000 000 000 000 kg	5,9 septilhões kg	6 septilhões kg
7 722 522 000 habitantes	7,7 bilhões habitantes	8 bilhões de habitantes
1 350 000 000 000 000 000 toneladas	1,3 quintilhão de toneladas	1 quintilhão de toneladas
$\frac{1}{4\,400}$	0,00022727	$2{,}3 \cdot 10^{-4}$
361 800 000 km²	361,8 milhões km²	362 milhões km²

Podem aparecer outras escritas. Assim, compartilhe com a turma, discuta sobre outras formas de escrever e a funcionalidade ao expressar um número muito grande. Em geral, é comum arredondar esses números e escrever por extenso a sua classe.

2.2 Notação científica é o modo pelo qual representa-se números grandes ou pequenos na forma de produto, em que um dos fatores é uma potência de base 10. Além disso, ajuda a comparar números muito grandes ou muito pequenos. Para representar os números em notação científica, utilizamos a seguinte forma:

$a \cdot 10^n$, sendo

a é um número maior ou igual a 1 e menor que 10.
n é um número inteiro

Números muito grandes (em metros)
Distância média da Terra ao Sol: 150 000 000 000 m = $1{,}5 \cdot 10^{11}$m
Distância da Terra a Alfa de Centauro: 40 000 000 000 000 000 m = $4 \cdot 10^{16}$m

Números muito pequenos (em metros)
O comprimento de onda de certa onda de raios X é 0,0000000005 m = $5 \cdot 10^{-10}$
Raio do Hidrogênio é 0,0000000000529 m = $5{,}29 \cdot 10^{-11}$

Professor, nesta atividade, você pode discutir com os estudantes as escritas dos números muito grandes ou muito pequenos, apresentando a notação científica e a sua estrutura para escrever esses números.
Em seguida, organize-os em duplas para resolver as atividades e circule pela sala para auxiliar os estudantes com dificuldades na compreensão dos conceitos.

2.3 Reescreva os números do primeiro parágrafo do texto "Números que impressionam" e os números que aparecem nas tabelas acima na forma de notação científica.

Na reescrita do parágrafo, incentive-os a escrever os números em notação científica. Apresentamos duas formas de fazê-lo, inclusive considerando arredondar os números.

Números	Notação científica	Notação científica (considerando arredondamentos)
12 756 000 m	*$1{,}2756 \cdot 10^7$ m*	*$1{,}3 \cdot 10^7$ m*
510 072 000 km²	*$5{,}10072 \cdot 10^8$ km²*	*$5{,}1 \cdot 10^8$ km²*
5 973 600 000 000 000 000 000 000 kg	*$5{,}9736 \cdot 10^{24}$ kg*	*$6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg*
7 722 522 000 habitantes	*$7{,}722522 \cdot 10^9$ habitantes*	*$7{,}8 \cdot 10^9$ habitantes*
1 350 000 000 000 000 000 toneladas	*$1{,}35 \cdot 10^{18}$ toneladas*	*$1{,}3 \cdot 10^{18}$ toneladas*
$\frac{1}{4\,400}$	*$2{,}2727 \cdot 10^{-4}$*	*$2{,}3 \cdot 10^{-4}$*
361 800 000 km².	*$3{,}618 \cdot 10^8$ km²*	*$3{,}6 \cdot 10^8$ km²*

2.4 Escreva em Notação Científica os números a seguir.

a) 40 000 000 000 = *$4 \cdot 10^{10}$*

b) 0,02 = *$2 \cdot 10^{-2}$*

c) 105 000 000 = *$1{,}05 \cdot 10^8$*

d) 0,000 000 007 = *$7 \cdot 10^{-9}$*

e) 456 983 = *$4{,}56983 \cdot 10^5$*

f) 0,000 000 673 = *$6{,}73 \cdot 10^{-7}$*

2.5 Compare os números abaixo utilizando os sinais menor que "<" ou maior que ">". Em seguida, explique como você decidiu a escolha dos sinais.

a) $10^{-7} < 10^{-3}$

b) $2 \cdot 10^{-4} < 2 \cdot 10^{-3}$

c) $5{,}3 \cdot 10^2 > 1{,}8 \cdot 10^{-3}$

d) $0{,}003 \cdot 10^2 < 3 \cdot 10$

ATIVIDADE 3 – TRABALHANDO COM NÚMEROS GRANDES E PEQUENOS

Objetivo: *Compreender a representação de números muito grandes ou muito pequenos.*

Conversa inicial: *Para abordar este tema, sugere-se que seja promovida uma interação para diagnosticar o que os estudantes sabem sobre a resolução de imagens em celulares, câmeras fotográficas, televisão, tela de notebooks, impressoras etc. Após esta interação, sugere-se que seja destacado que a imagem digital é formada pela incidência da luz sobre um sensor, que possui um filtro colorido permitindo a identificação das três cores básicas: vermelho, verde e azul. A tela é um retângulo e os pixels contidos nela estão organizados em colunas e linhas. Para conhecer a quantidade de pixels, multiplica-se o número de pixels da linha pelo número de pixels da coluna.*

"Pixel é o menor elemento em um dispositivo de exibição (por exemplo, um monitor), ao qual é possível atribuir uma cor. De uma forma mais simples, um pixel é o menor ponto que forma uma imagem digital, sendo que um conjunto de pixels com várias cores formam a imagem inteira."



Fonte: Pyxabay, disponível em **https://pixabay.com/pt/vectors/pixel-bulbasaur-pok%c3%a9mon-8-bit-3316924/**

3.1 Cláudia quer comprar uma câmera fotográfica. Ao pesquisar em sites de compras, encontrou vários modelos e anotou-os com as respectivas resoluções, conforme a seguir:

Modelo	Resolução da câmera
Modelo AX	1 334 x 750 pixels
Modelo KYK	1 920 x 1 080 pixels
Modelo Super K	2 436 x 1 125 pixels

Escreva em seu caderno qual é a quantidade de pixels existente na câmera de cada um dos modelos. Para comparar os resultados, escreva-os em notação científica. Qual modelo possui a melhor resolução? Justifique.

Resolução da camera	Número de pixels	Notação científica do número de pixels
1 334 · 750 pixels	*1 000 500 pixels*	*1,0005 · 10^6 pixels*
1 920 · 1 080 pixels	*2 073 600 pixels*	*2,0736 · 10^6 pixels*
2 436 · 1 125 pixels	*2 740 500 pixels*	*2,7405 · 10^6 pixels*

3.2 Há diversos tipos de resolução para telas, entre as tantas existentes no mercado podemos citar: HD, Full HD, Ultra HD etc. Sabendo que a resolução de uma tela está relacionada com o número de pixels contidos nela, João quer um monitor grande e de excelente resolução. Para isso, pesquisou na internet os modelos disponíveis no mercado. Após a pesquisa, anotou os modelos e as respectivas resoluções, conforme seguir.

HD: 1 280 x 720 pixels
Full HD: 1 920 x 1 080 pixels
2K: 2 048 x 1 080 pixels
4K ou Ultra HD: 3 840 x 2 160 pixels
8K: 7 680 x 4320 pixels
10K: 10 240 x 4 320 pixels

Compare todos os modelos. Qual modelo atende à necessidade de João? Argumente por qual motivo esse modelo seria o ideal. Ao realizar os cálculos, escreva-os em notação científica.

10K: 10 240 x 4 320 pixels, ou
44 236 800 pixels, ou aproximadamente $4,4 \cdot 10^7$ pixels
Esse modelo é o ideal porque possui a maior quantidade de pixels.

ATIVIDADE 4 – COMO PODEMOS TOCAR O SOL

Objetivo: *Conhecer as diferentes representações de grandezas na resolução de problemas.*

Conversa inicial: *Organize os estudantes em duplas ou trios e oriente-os a resolver situações-problema aplicando o que aprenderam nas atividades anteriores. Nesse momento, converse com eles sobre as medidas astronômicas, como a distância entre a Terra e o Sol, e as medidas microscópicas, como a das células.*

4.1 A atmosfera solar é alvo de muitos estudos. Por este motivo um laboratório apresentou um projeto que traz um grande desafio: será possível "tocar" o Sol? E quem sabe, desvendar os mistérios que intrigam há décadas a ciência?

Nessa busca, os cientistas iniciaram os estudos para desenvolver um aparelho que seja capaz de gravitar a 6,4 milhões de quilômetros do Sol, e que suporte ser exposto a temperaturas superiores a 1,3 mil graus Celsius. O orçamento foi calculado em R$ 4,8 bilhões, caso o projeto seja colocado em prática no futuro.

Considerando que esse estudo é uma possibilidade futura e com base nos dados apresentados no texto acima, escreva utilizando todos os algarismos a temperatura, a distância e o valor do orçamento.

Temperatura: 1,3 mil graus Celsius = 1 300°C.
Distância 6,4 milhões de km = 6 400 000 km.
Orçamento R$ 4,8 bilhões = R$ 4 800 000 000,00.

4.2 Os cientistas que receberam o desafio de desenvolver o projeto de criação do aparelho que seja capaz de orbitar a Esfera Solar, estimam que o raio do Sol mede aproximadamente 695.700 km. Ajude estes cientistas a calcularem o tamanho do diâmetro do Sol. Apresente o resultado na forma de notação científica. Explique como você chegou a esse resultado.

Sendo $D = 2 \cdot r$,
temos $D = 2 \cdot 695\,700$
Logo, $D = 1\,391\,400$ km.
Em notação científica, o número
1 391 400 é da ordem de
1 000 000, isto é, 10^6.
Então: $1\,391\,400 = 1,391400 \cdot 10^6$.
Logo: $1\,391\,400 = 1,3914 \cdot 10^6$ km.
Ou, arredondando esse número: $1,4 \cdot 10^6$ km.

4.3 Pesquise e escreva as medidas de duas formas diferentes:

• *Distância de um ano-luz = 9,5 trilhões de quilômetros aproximadamente, 9 500 000 000 000 = 9,5 x 10^{12} km.*
• *Velocidade da luz = 3,0 x 10^{5} km/s aproximadamente, 300 000 km/s*

ATIVIDADE 5 – AS OPERAÇÕES E A NOTAÇÃO CIENTÍFICA

Objetivo: *Resolver operações que envolvam a notação científica.*

Conversa inicial: *Converse com os estudantes que também é possível fazer as operações com números em notação científica, aplicando as propriedades da potenciação. Oriente-os a lerem o texto inicial do Caderno do Estudante que trata de duas propriedades que podem ser aplicadas na resolução das operações. Se possível avance para as demais propriedades.*

5.1 Aplicando as propriedades de potenciação, resolva as expressões a seguir:

a) $56{,}7 \cdot 10^{-3} + 0{,}01 \cdot 10^{3} =$ *$0{,}0567 + 10 = 1{,}00567 \cdot 10^{1}$*

b) $15\,200 \cdot 10^{2} - 6{,}4 \cdot 10^{4} =$ *$152 \times 10^{4} - 6{,}4 \cdot 10^{4} = 145{,}6 \cdot 10^{4} = 1{,}456 \cdot 10^{6}$*

c) $7{,}86 \cdot 10^{12} + 3{,}54 \cdot 10^{17} =$ *$0{,}0000786 \cdot 10^{17} + 3{,}54 \cdot 10^{17} = (0{,}0000786 + 3{,}54) \cdot (10^{17}) = 3{,}5400786 \cdot 10^{17}$*

d) $3{,}5 \cdot 10^{7} \cdot 4{,}3 \cdot 10^{-5} =$ *$(3{,}5 \cdot 4{,}3) \cdot (10^{7} \cdot 10^{-5}) = 1{,}505 \cdot 10^{3}$*

e) $9{,}3 \cdot 10^{-6} : 3{,}1 \cdot 10^{-3} =$ *$3 \cdot 10^{-3}$*

Escolha estudantes para resolverem alguns itens e os comente para retomar algumas propriedades.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 2

CONVERSA COM O PROFESSOR:

Os estudantes já tiveram contato com a reta numérica. Assim, para que possam retomá-lo, organize-os em grupos e oriente-os a resolverem as atividades e, combinado o tempo para discussão, socializarem as respostas. Observe se alguns estudantes apresentam dificuldades. Para finalizar, junto com a turma, retome alguns pontos importantes, respondendo perguntas para esclarecer as dúvidas.



Providencie uma figura da reta numérica de números racionais para o estudante e utilize fichas nas formas fracionária e decimal, com números negativos ou positivos para que o estudante possa fazer a correspondência.

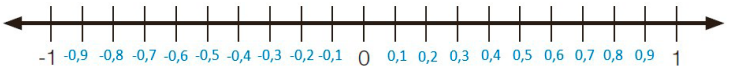
ATIVIDADE 1 – CADA NÚMERO NO SEU LUGAR

Objetivo: *Localizar a posição de um número racional na reta numérica e representar frações equivalentes.*

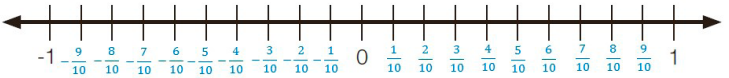
Conversa inicial: *Organize os estudantes em duplas e oriente-os a fazerem a atividade com os conhecimentos que já têm sobre localização dos números racionais na reta numérica. Ao realizar a socialização das respostas, escolha alguns deles para responder e contar como fizeram a atividade. Eles vão observar que escreveram o mesmo número em diferentes representações, além de retomar a ideia de frações equivalentes. Durante a atividade, circule pelas duplas de forma a auxiliar os estudantes que apresentam dificuldade.*

Vamos retomar a localização de números racionais na reta real, envolvendo as frações irredutíveis e as frações equivalentes.

1.1 Em dupla, completem a reta numérica a seguir, considerando cada intervalo igual a 0,1.

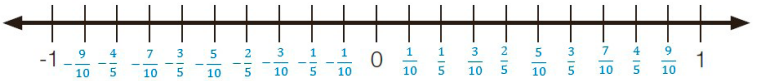


1.2 Represente os números escritos anteriormente por vocês em sua forma fracionária na reta numérica. Explique como você fez para escrever esses números.



Uma possível explicação seria converter cada número decimal em fração, usando a propriedade de potenciação, assim $0{,}1 = 1 \cdot 10^{-1} = 10^{-1} = \frac{1}{10}$.

1.3 Considere as frações escritas no item 1.2. Se possível, escreva-as com denominador 5 e represente-as na reta numérica.



Discuta com os estudantes quais foram possíveis escrever com denominador 5. Socialize como encontraram essas frações equivalentes.

1.4 Das frações escritas no item 1.3, quais são irredutíveis? Justifique.

As frações irredutíveis são: $-\frac{9}{10}, -\frac{4}{5}, -\frac{7}{10}, -\frac{3}{5} - \frac{2}{5}, -\frac{3}{10} - \frac{1}{5}, -\frac{1}{10}, \frac{1}{10}, \frac{1}{5}, \frac{3}{10}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{7}{10}, \frac{4}{5}, \frac{9}{10}$ *pois, para cada fração, não há um número diferente de 1 que seja divisor do numerador e do denominador simultaneamente.*

1.5 O quadro a seguir apresenta algumas frações. Complete-a com suas equivalentes de modo que a primeira coluna contenha as irredutíveis das que foram apresentadas.

Uma possível resolução:

$\frac{3}{1}$	$\frac{6}{2}$	$\frac{12}{4}$	$\frac{24}{8}$	$\frac{48}{16}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{9}{27}$	$\frac{27}{81}$	$\frac{81}{243}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{18}$	$\frac{5}{30}$	$\frac{8}{48}$	$\frac{9}{54}$
$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{4}{28}$	$\frac{6}{42}$	$\frac{8}{56}$
$\frac{1}{8}$	$\frac{8}{64}$	$\frac{10}{80}$	$\frac{15}{120}$	$\frac{21}{168}$

ATIVIDADE 2 – DÍZIMA PERIÓDICA SIMPLES E COMPOSTA

Objetivo: *Reconhecer dízimas periódicas simples e compostas.*

Conversa inicial: *Em duplas, com o uso da calculadora, proponha que os estudantes resolvam a atividade, anotando os resultados. Juntos, eles devem discutir o que observaram nos resultados obtidos e, em seguida, fazer a leitura do texto proposto no Caderno do Estudante.*

2.1 Considere as frações a seguir. Com o uso de uma calculadora, escreva esses números na forma decimal, anotando todos os números que você lê no visor da calculadora.

a) $\frac{1}{3}$ = 0,33333…

b) $\frac{22}{15}$ = 1,46666…

c) $\frac{2}{3}$ = 0,66666…

d) $\frac{53}{11}$ = 4,818181…

e) $\frac{322}{45}$ = 7,15555…

f) $\frac{14}{9}$ = 1,55555…

Os estudantes devem perceber que, após a vírgula, alguns números se repetem. Reforce com eles que, em muitos casos, no visor da calculadora não aparecem todos os números. Por esse motivo, as representações dos números na forma decimal devem ser feitas com reticências.

Para representar um número racional, podemos utilizar a forma fracionária e a forma decimal. A representação de um número racional pode apresentar: um número finito de algarismos não-nulos, sendo chamado de decimal exato; ou pode representar um número infinito de algarismos que se repetem periodicamente, nesse caso temos as dízimas periódicas.

Importante:

$\frac{4}{9} = 0{,}4444\ldots$ *- na parte decimal repete-se o algarismo 4, logo o período é igual a 4, temos uma dízima periódica simples e podemos escrevê-lo na forma reduzida: 0,4.*
Exemplos: 3,4444…; 67,9999…; 23,6666…

$\frac{52}{90} = 0{,}577777\ldots$ *- na parte decimal temos o algarismo 5 que aparece uma vez, chamado de antiperíodo e o 7 que se repete, então 7 esse é o período e podemos escrevê-lo na forma reduzida: 0,57. Nesse caso é chamada de dizima periódica composta, pois entre a vírgula e o período existem outros números que não se repetem.*

Exemplos: 2,34444…; 5,4567777…; 78,678333…

2.2 Analisando os resultados encontrados no item 2.1, identifique o período, classificando-os em dízimas periódicas simples ou compostas.

a) 0,33333…	*Período simples: 3*	*dízima periódica simples.*
b) 1,46666…	*Período composto: 6*	*dízima periódica composta.*
c) 0,66666…	*Período simples: 6*	*dízima periódica simples.*
d) 4,818181…	*Período simples: 81*	*dízima periódica simples.*
e) 7,15555…	*Período composto: 5*	*dízima periódica composta.*
f) 1,55555…	*Período simples: 5*	*dízima periódica simples.*

2.3 Escreva na forma reduzida os números decimais encontrados no item 2.1:

a) 0,33333… = $0{,}\overline{3}$
b) 1,46666… = $1{,}4\overline{6}$
c) 0,66666… = $0{,}\overline{6}$
d) 4,818181… = $4{,}\overline{81}$
e) 7,15555… = $7{,}1\overline{5}$
f) 1,55555… = $1{,}\overline{5}$

2.4 Com auxílio de uma calculadora, escreva três frações diferentes que:

- quando transformadas em decimal, **são dízimas periódicas simples**.

Exemplo de frações que geram dízima periódica simples: $\frac{1}{9}$, $\frac{16}{3}$, $\frac{4}{33}$.

- quando transformadas em decimal, **são dízimas periódicas compostas.**

Exemplo de frações que geram dízima periódica composta: $\frac{17}{6}$, $\frac{1}{45}$, $\frac{21}{90}$.

- quando transformadas em decimal, a divisão entre o numerador e denominador **não** resultará em uma dízima periódica.

Exemplo de frações cuja divisão entre o numerador e denominador não resulta em uma dízima periódica: $\frac{11}{5}$ e $\frac{5}{8}$.

As respostas são pessoais, mas precisam ser validadas para ver se atendem à condição de cada item.

ATIVIDADE 3 – ONDE ESTÃO AS FRAÇÕES?

Objetivo: *Obter a fração geratriz a partir de uma dízima periódica.*

Conversa inicial: *Nessa atividade, estimule os estudantes a investigarem esse processo de encontrar as frações geratrizes. No Caderno do Estudante é apresentado um passo a passo. Planeje um tempo da aula para que possam conversar e explicar como obter a fração geratriz. Eles devem discutir entre si e resolver a atividade. Ao realizar a socialização, ouça os que se prontificarem a explicar. Enquanto isso, você poderá fazer a mediação, tirando dúvidas e esclarecendo equívocos durante a interpretação do passo a passo, assim, será possível construírem juntos esse conceito.*

Você deve ter notado que obtemos as dízimas periódicas a partir de uma fração. Essas frações são chamadas de frações geratrizes.

Dada a dízima periódica 0,777…, é possível encontrar sua fração geratriz.

1º passo – Nomeie a dízima periódica de x: x = 0,777... (equação 1).
2º passo – Multiplique ambos os membros da igualdade por um número de base 10, conforme a quantidade de algarismos do período da dízima periódica:

um algarismo no período – multiplicar por 10;
dois algarismos no período – multiplicar por 100;
três algarismos no período – multiplicar por 1000 e assim sucessivamente. 10 x = 7,777... (equação 2).

3º passo – Subtraía a equação 1 da equação2:

$$\begin{array}{r} 10x = 7{,}777\ldots \\ -\ x = 0{,}777\ldots \\ \hline 9x = 7 \end{array}$$

$$x = \frac{7}{9}$$

Então, $\frac{7}{9}$ *é a fração geratriz da dízima periódica 0,777...*

3.1 Considere as dizimas periódicas a seguir e encontre a fração geratriz correspondente a cada uma delas:

a) 0,3333... = $\frac{1}{3}$

b) 0,444... = $\frac{4}{9}$

c) 0,313131... = $\frac{31}{99}$

d) 1,5555... = $\frac{14}{9}$

e) 0,2777... = $\frac{25}{9}$

f) 1,136136... = $\frac{1135}{999}$

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 3

CONVERSA COM O PROFESSOR

Nesta situação de aprendizagem, o estudo terá como foco as sequências numéricas ou figurais recursivas e não recursivas. Compreender como algumas sequências são formadas, escrevendo sua lei de formação, quando possível. Para consolidar esse estudo, vamos construir um algoritmo por meio de um fluxograma.

Diagnostique se os estudantes já construíram um fluxograma. Nesse momento, é provável que a maioria ainda não tenha tido contato, então você poderá utilizar exemplos simples e ampliá-los, até chegar na montagem de um que descreva a construção de uma sequência.



A utilização de figuras de algumas sequências pré-determinadas e fichas dos mesmos objetos individualizadas nas cores da ficha de sequência, poderá contribuir para a compreensão do estudante. A variação pode ocorrer na escolha de outros objetos ou formas geométricas.

ATIVIDADE 1 – AMPLIANDO O CONHECIMENTO SOBRE SEQUÊNCIAS

Objetivo: *Identificar a regularidade de uma sequência numérica e representar sua lei de formação.*

Conversa inicial: *Para iniciar a conversa, você poderá trabalhar com a ideia de sequência numérica. Nesse momento, dê a eles a oportunidade de pensar primeiro, escrevendo, e de discutir posteriormente. A ideia é que eles escrevam para desenvolver a consciência sobre o que pensam. Em seguida, oriente os estudantes a realizarem a atividade 1, que tem como foco as sequências numéricas.*

1.1 Escreva em seu caderno duas sequências diferentes e indique a regra de formação de cada uma delas.

A partir das discussões iniciais, os estudantes podem escrever sobre o assunto, inclusive discutindo sobre as regras de formação das sequências, de forma que a resposta é pessoal. Nesse primeiro momento, as sequências que irão escrever podem não ser exclusivamente numérica. A ideia é fazer o diagnóstico do que compreendem por sequência.

1.2 Os números de uma sequência recebem o nome de termo e cada um dos termos ocupa uma determinada ordem (posição) dentro da sequência. Veja a seguir:

Ordem	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	...
Número	1	4	9	16	25	36	49	64	...

É possível escrever qual é a regra da sequência representada no quadro acima?

A tabela apresenta a sequência dos números quadrados perfeitos, relacionados com a posição.

1.3 A seguir temos outra sequência:

Ordem	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	...
Número	4	8	12	16	20	24	28	32	...

Qual é a regra de formação dessa sequência?

A sequência da tabela acima representa os múltiplos de 4. Essa regra pode ser representada pela expressão 4n, onde n é a ordem na tabela e a posição do número na sequência dada.

ATIVIDADE 2 – CONHECENDO AS SEQUÊNCIAS

Objetivos: *Ampliar o conceito de sequência numérica, incluindo as sequências figurais. Identificar uma sequência recursiva e não recursiva. Construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita obter uma sequência.*

Conversa inicial: *Orientar os estudantes que nem toda sequência é formada por números. Destaque que os elementos de uma sequência recebem o nome de termos. Cada termo é identificado pela posição que ocupa na ordenação estabelecida. Explore como escrever a expressão algébrica de uma sequência.*

Proponha que realizem as atividades em duplas ou trios.

2.1 São chamadas de sequências recursivas quando determinado termo pode ser calculado em função de termos antecessores. Sequências não recursivas seus elementos não obedecem a nenhuma regra de formação.

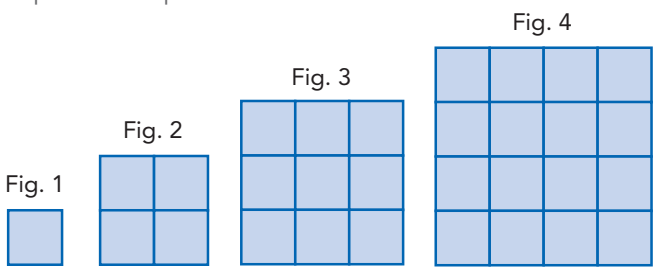
a) Sequência recursiva: (1, 4, 7, 10, 13, ...), escreva a regra de formação dessa sequência.

O termo seguinte é a soma do termo anterior com 3 unidades.

b) Sequência não recursiva: (1, 1, 3, 4, 5, 2, 1, 3, 6, 2, 4). para obter qualquer termo da sequência, não dependemos do termo anterior. Escreva a regra de formação dessa sequência.

Os termos das sequências não obedecem a nenhuma regra de formação.

2.2 Agora que você estudou a diferença entre sequência recursiva e não recursiva, observe as sequências de figuras a seguir e responda as questões:



a) Quantos quadradinhos tem cada uma das figuras da sequência apresentada?

Número da Figura	Quantidade de quadradinhos
Figura 1	1
Figura 2	4
Figura 3	9
Figura 4	16

b) Quantos quadradinhos terá a figura 5? E a figura 6?

A figura 5 terá 25 quadradinhos e a figura 6 terá 36 quadradinhos.

c) Diante dos resultados obtidos, o que você pode observar?

Espera-se que o estudante perceba que a sequência dada é formada pelos números quadrados perfeitos.

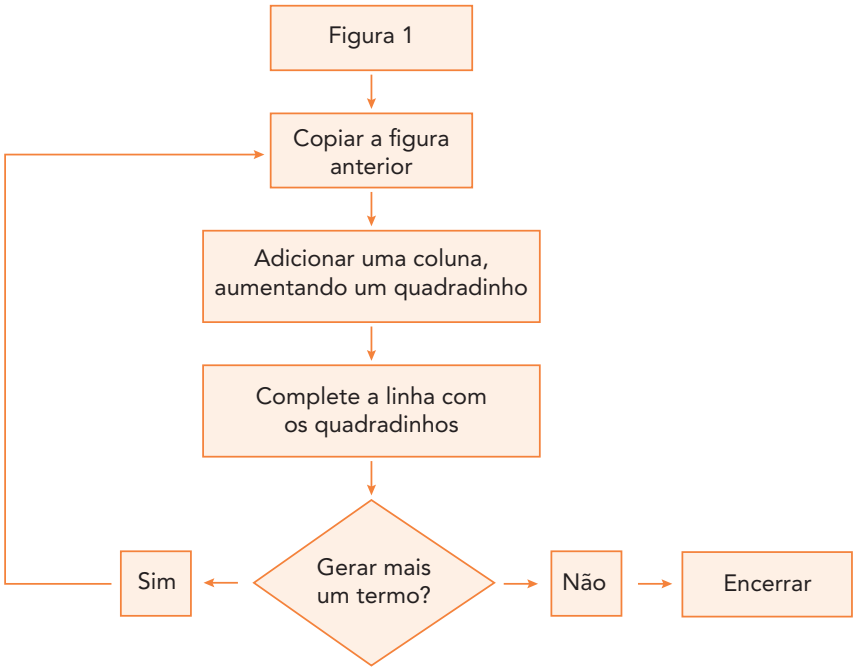
d) Escreva a expressão algébrica que representa o número de quadradinhos da figura n.

n^2, onde n é o número da figura.

e) Elabore uma tabela com os dez primeiros termos da sequência formada pelos números de quadradinhos.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

2.3 O fluxograma a seguir mostra os procedimentos para encontrar as figuras da sequência apresentada na atividade 2.2. Seguindo os procedimentos, encontre a figura 5.



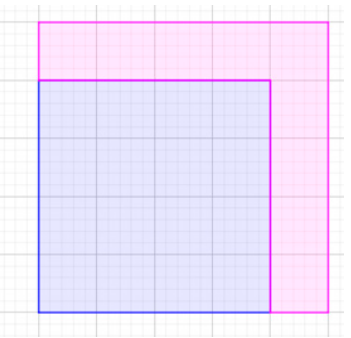


Ilustração: Elaborado pelos autores.

2.4 A sequência a seguir apresenta os sete primeiros números primos: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ... Considerando a sequência apresentada:

a) Escreva os cinco próximos termos dessa sequência.

19, 23, 29, 31 e 37.

b) Classifique a sequência anterior em recursiva ou não recursiva. Justifique sua resposta.

A sequência é não recursiva, pois seus termos não obedecem a nenhuma regra de formação e a obtenção do próximo termo não depende do termo anterior.

c) Monte um fluxograma para a sequência dos números primos.

Resposta pessoal. Porém, é importante que o estudante construa e compartilhe com um colega o fluxograma, verificando se os comandos auxiliam na escrita da sequência de números primos. A seguir uma sugestão:

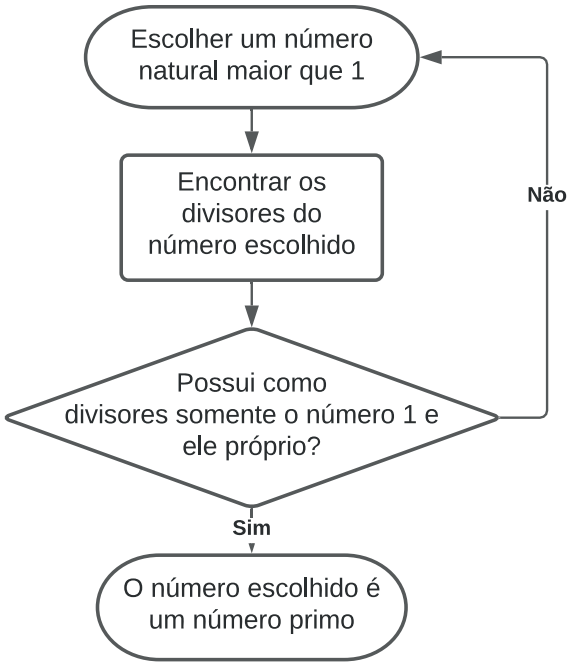
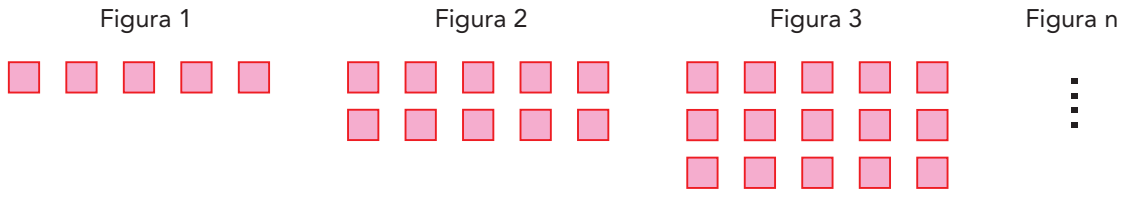


Ilustração: Elaborado pelos autores.

2.5 Sabendo que cada figura da sequência possui uma posição (n), e que esta é indicada por um número, encontre uma expressão algébrica que defina o total de quadradinhos da figura genérica n.



O estudante deve observar que a cada figura são acrescidos 5 quadradinhos. Portanto, a expressão algébrica que define a sequência é 5n, com n sendo o número da figura.

2.6 Observe a sequência de figuras abaixo.

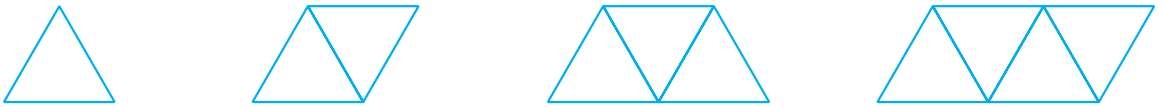


Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3 Fig. 4

Com três segmentos de reta podemos formar um triângulo, conforme a figura 1. Complete o quadro a seguir:

Figuras (n)	Nº de Segmentos	Número de Triângulos
Figura 1	3	1
Figura 2	5	2
Figura 3	7	3
Figura 4	9	4

Professor, peça para os estudantes encontrarem o número de lados e a quantidade de triângulos das próximas figuras.

2.7 Para a resolução da próxima atividade, em dupla, analisem a sequência (2 187, 729, 243, 81, 27, ...):

a) Essa sequência é recursiva ou não recursiva? Escreva a expressão algébrica se for possível.

Esta sequência é recursiva. É possível encontrar o termo seguinte dividindo o termo anterior por 3.

Uma expressão algébrica que identifica qualquer termo da sequência $a_n = \frac{1}{3}\, a_{n-1}$ *,onde n é a posição do termo na sequência e* $a_1 = 2\,187$.

b) Monte o fluxograma dessa sequência.

Considerando $a_1 = 2\,187$ *, iniciaremos a sequência com n=2.*

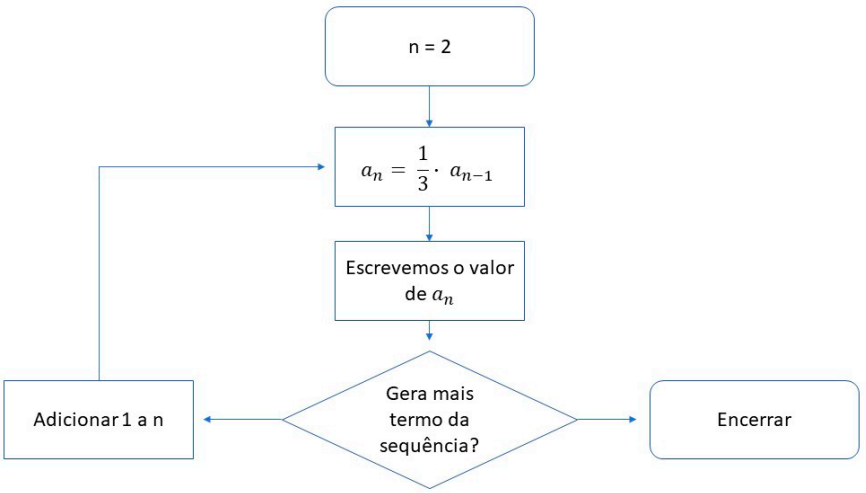


Ilustração: Elaborado pelos autores.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 4

CONVERSA COM O PROFESSOR

Para que os estudantes possam discutir, você poderá organizá-los em trios e propor que leiam as primeiras atividades e as resolvam, fazendo uma discussão sobre o que acontece com as grandezas em cada caso. Essa discussão poderá auxiliar no momento em que trabalharem com as grandezas direta e inversamente proporcionais.



Sugerimos a utilização de receita de bolo para 5 pedaços, calcular a proporção para uma receita para 10 pedaços. As pistas visuais são muito bem vidas, a utilização de imagens facilitará a compreensão e trará significado a aprendizagem. Para grandezas inversamente proporcionais, desenvolver a partir da descrição do estoque da quantidade ingredientes, conforme os bolos são feitos a quantidade de ingredientes vai acabando.

ATIVIDADE 1 – ESTUDANDO AS GRANDEZAS DIRETA E INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

Objetivo: *Identificar grandezas diretamente e inversamente proporcionais.*

Conversa inicial: *Proponha que os estudantes resolvam as atividades. Ao socializar as resoluções, pergunte sobre as diferenças que observaram ao resolver as situações apresentadas.*

Você poderá ampliar a discussão incluindo as grandezas não proporcionais. Discuta exemplos como: "uma garrafa de suco de 1 litro custa R$ 8,90; a garrafa de 500 ml custa R$ 5,80. Ao diminuir a quantidade de mililitros da garrafa de suco, seu preço diminuiu proporcionalmente?" Questione os estudantes sobre situações como essas e questione-os se já observaram promoções em que as quantidades e os preços não são praticados de forma proporcional.

Para ilustrar essa conversa, imagine que você tenha feito uma viagem de ônibus com duração de 1 hora para um lugar que fica a 80 km da cidade em que você mora. Isso significa que a velocidade do ônibus foi de 80 km/h. O tempo, a distância e a velocidade são exemplos de grandezas, afinal, uma grandeza é tudo aquilo que pode ser medido, podendo ainda ser classificadas em grandezas diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais.

1.1 Classifique os itens a seguir em grandezas diretamente proporcionais ou inversamente proporcionais e justifique sua resposta.

a) A medida do lado de um quadrado e o seu perímetro.

Diretamente proporcionais, porque quando aumenta o lado do quadrado, seu perímetro aumenta na mesma proporção, pois a cada 1 unidade de aumento no lado do quadrado, seu perímetro aumenta em 4 unidades.

b) O tempo que um automóvel leva para percorrer uma certa distância e sua velocidade média.

Inversamente proporcionais, pois quanto maior a velocidade média, o tempo de percurso será proporcionalmente menor.

c) A distância percorrida por um veículo e a quantidade de combustível usado.

Diretamente proporcionais, pois quanto maior a distância, o consumo de combustível será proporcionalmente maior.

d) Quantidade de trabalhadores e o tempo de construção de um muro, sendo mantido o mesmo ritmo de trabalho.

Inversamente proporcionais, pois quanto maior a quantidade de trabalhadores, o tempo para a construção de um muro será proporcionalmente menor.

1.2 Veja a tabela que descreve o mesmo percurso realizado por três meios de transporte diferentes.

	Velocidade média (Km/h)	Tempo (minutos)
Patinete	20	160
Moto	40	80
Carro	80	40

As grandezas presentes nesta tabela são diretamente ou inversamente proporcionais? Justifique sua resposta.

São inversamente proporcionais. Ao duplicar a velocidade, o tempo é reduzido pela metade.

1.3 Agora, observe na tabela como estão associados o valor e a quantidade de um determinado produto, e depois responda:

Valor (R$)	210,00	420,00	840,00	1 680,00
Quantidade do produto	3	6	12	24

a) Como pode-se observar, o valor a ser pago é diretamente proporcional à quantidade de produtos. Por quê?

Porque ao dobrar a quantidade de produtos, o valor a ser pago também dobra.

b) Escreva uma sentença algébrica que relacione o valor a ser pago e a quantidade de produtos.

$P = 70 \cdot n$, onde P representa o valor pago e n representa a quantidade de produtos.

c) Quanto uma pessoa irá pagar caso ela compre 18 unidades desse produto?

Fazendo uso da expressão escrita no item anterior, temos:

$P = 70 \cdot n$

$P = 70 \cdot 18$

$P = 1\,260$

Logo, caso essa pessoa compre as 18 unidades, ela irá pagar R$ 1 260,00.

d) Encontre a quantidade de produtos que uma pessoa poderá adquirir ao pagar R$ 3 360,00.

Ainda fazendo uso da expressão algébrica, temos:

$$P = 70n \qquad n = \frac{3\,360}{70} \qquad n = 48$$

Logo, a quantidade de produtos comprados com R$ 3 360,00 é de 48 unidades.

e) Qual será o valor de 1 produto? Explique como resolver essa questão.

Substituindo o valor de n por 1, temos:
P = 70n P = 70 · 1 P = 70
Um produto custará R$ 70,00.

1.4 O funcionário de uma empresa irá encher um tanque de 200 cm de altura com água. Para isso, fará uso de uma torneira cuja vazão constante obedece à expressão A = 5t, em que A representa a altura da água dentro do tanque e t os minutos que a água leva para atingir esta altura. Junto com um colega de turma, construa o gráfico que relacione as duas grandezas. Analisem os resultados obtidos por vocês e respondam se essas grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais.

Substituindo alguns valores na expressão dada A = 5t, obtemos:

Tempo (minutos)	Altura (centímetros)
10	50
20	100
30	150
40	200

É possível observar que quanto maior o tempo, a altura da água dentro do tanque aumenta proporcionalmente.

1.5 Elabore três situações-problema, conforme as orientações a seguir:

a) Uma situação-problema que envolva duas grandezas diretamente proporcionais.

b) Uma situação-problema que envolva duas grandezas inversamente proporcionais.

c) Uma situação-problema que envolva duas grandezas, mas que não haja proporcionalidade.

Todas as respostas são pessoais, porém os exemplos trabalhados anteriormente podem servir de apoio para a elaboração dos problemas. Planeje um momento para compartilharem as produções.

1.6 A área de um retângulo é de 36 cm^2. A tabela abaixo nos mostra algumas possibilidades de se obter tal área relacionando a medida do comprimento e da largura.

Comprimento	Largura
18	2
12	3
9	4
6	6

a) Escreva a sentença algébrica que relaciona o comprimento (C) e a largura (x), em centímetros.

$C = \frac{36}{x}$, sendo C o comprimento e x a largura.

Este é o momento para ampliar essa discussão e verificar as variações possíveis de uma expressão algébrica. A partir da expressão da área, é possível discutir suas variações:

$$A=C\cdot x \qquad x=\frac{A}{C} \qquad C=\frac{A}{x}$$

Observe que qualquer uma delas poderá atender a proposta da atividade.

b) A medida do comprimento e da largura desses retângulos são diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não há proporcionalidade? Justifique sua resposta.

Inversamente proporcionais. Uma possível resposta: observa-se que ao diminuir a medida do comprimento, a medida da largura aumenta.

1.7 O gráfico a seguir relaciona o valor pago de acordo com o peso (massa) adquirido do tomate. Agora, analise o gráfico a seguir e responda aos itens propostos:

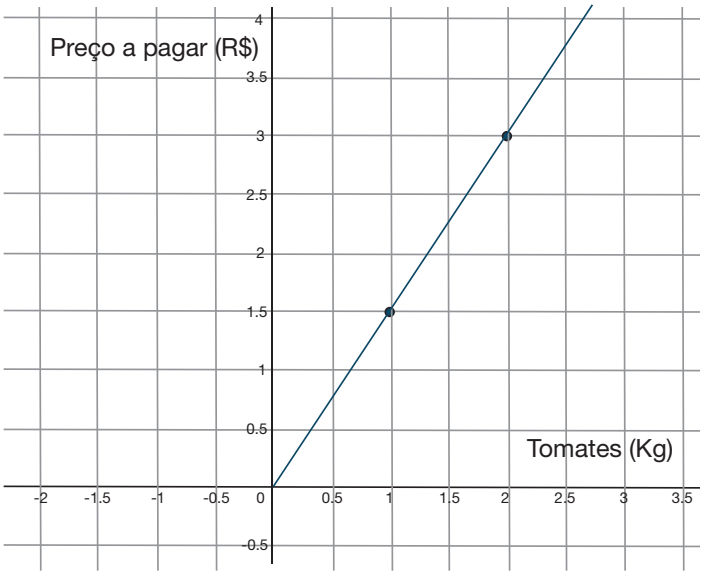


Ilustração: Elaborado pelos autores.

a) Qual o preço de 2 kg de tomates? *R$ 3,00.*

b) Qual o valor pago por 5 kg? *R$ 7,50.*

c) Quanto pagarei se levar 7 kg? *R$ 10,50.*

d) Como você classificaria essas grandezas? *Grandezas diretamente proporcionais.*

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 5

CONVERSA COM O PROFESSOR

Faça um levantamento do que os estudantes já sabem sobre área:

- A sala de aula possui uma área? Como vocês fariam para calculá-la?
- Seu formato lembra algo que vocês conheçam? O que?
- O que mais vocês conhecem que possuem área? Peça para verbalizarem.

Neste momento, espera-se que eles se recordem das áreas de polígonos, possivelmente já estudadas. A partir das respostas trazidas por eles, proponha a resolução das atividades. Procure agrupá-los de modo a respeitar os níveis de proficiência diagnosticados em cada um durante a exploração feita.

Durante a conversa, faça com que os estudantes remetam o uso das formas à arquitetura e design.



Sugerimos preparar fichas com formas geométricas para o aluno desenhar em malha quadriculada as formas apresentadas, podendo ou não ter as medidas dos lados das figuras. Essa decisão vai depender dos objetivos e dificuldades dos estudantes.

ATIVIDADE 1 – DESCOBRINDO MEDIDAS DE ÁREA

Objetivo: *Resolver e elaborar situações-problema que envolvam medidas de área de figuras geométricas, podendo ou não estar localizadas num plano cartesiano.*

Conversa inicial: *Investigue quais polígonos os estudantes conhecem. Questione-os sobre como fazem para calcular a área de alguns polígonos. Com essas perguntas, investigue se eles se recordam de que, para alguns casos, o cálculo da área está associado a uma fórmula.*

1.1 A tabela a seguir apresenta as coordenadas de pontos que, quando ligados na ordem em que foi dada, formam quadriláteros. Utilizando uma malha quadriculada, marque os pontos em um mesmo plano cartesiano e, na sequência, identifique e nomeie cada um deles.

1º Quadrilátero	Coordenadas: A (2,6); B (5,6); C (7,3); D (0,3).	*trapézio*
2º Quadrilátero	Coordenadas: E (-5,5); F (-3,8); G (-1,5); H (-3,2).	*losango*
3º Quadrilátero	Coordenadas: I (1,-3); J (3, -1); K (8,-1); L (6,-3).	*paralelogramo*
4º Quadrilátero	Coordenadas: M (-4,-1); N (-1,-1); O (-1,-4); P(-4,-4).	*quadrado*
5º Quadrilátero	Coordenadas: Q (10,-2); R (10,-4); S (14,-2); T (14, -4).	*retângulo*

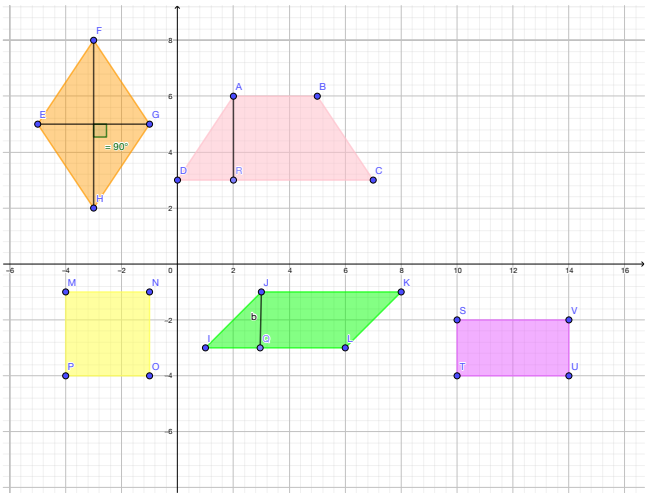


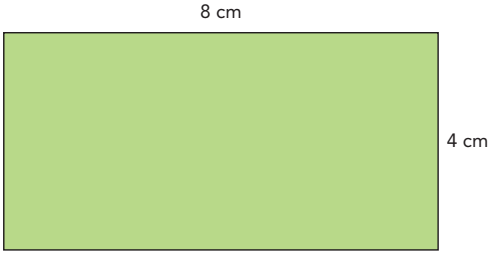
Ilustração: Elaborado pelos autores.

1.2 Pesquise a expressão para o cálculo da área de cada quadrilátero identificado na malha quadriculada. Faça uma tabela relacionando cada um deles com a respectiva expressão para o cálculo da área.

Espera-se que os alunos tragam uma pesquisa, conforme a tabela a seguir:

Polígono	Expressão	Polígono	Expressão
Trapézio	$\frac{(B+b).h}{2}$	*Paralelogramo*	$b \cdot h$
Retângulo	$b \cdot h$	*Losango*	$\frac{D.d}{2}$
Quadrado	l^2		

1.3 Um retângulo tem 8 cm de base e 4 cm de altura. Encontre outros retângulos cujas medidas sejam diferentes e que resultem em uma área igual ao do retângulo dado.



Resposta pessoal, mas as dimensões dos retângulos construídos devem atender a expressão $a \cdot b = 32$ onde são as dimensões do retângulo.

1.4 A professora de Matemática do 8º ano, ao abordar o conceito de área de figuras planas, apresentou aos estudantes um painel com formas geométricas para que analisassem e determinassem a área ocupada pela figura ABCD, representada no interior do quadrado. Após a análise, estes estudantes apresentaram a área da figura ABCD. Sabendo-se que B é o ponto médio do segmento $\overline{AE}$, e C é o ponto médio do segmento $\overline{EF}$, qual foi a área encontrada pelos estudantes?

Observando a figura, notamos que a área vermelha corresponde à área do quadrado de lado 25 m menos a área dos triângulos BEC e CFD.
A medida do lado BE, do triângulo BEC, é igual a 12,5 m, pois o ponto B divide o lado em dois segmentos congruentes (ponto médio do segmento). O mesmo acontece com os lados EC e CF, ou seja, suas medidas também são iguais a 12,5 m, pois o ponto C é o ponto médio do segmento EF. Assim, podemos calcular a área dos triângulos BEC e CFD.
Considerando um dos lados que formam o ângulo reto como a base, o outro lado desse ângulo será a altura, pois os triângulos são retângulos. Calculando a área do quadrado e dos triângulos BEC e CFD, temos:

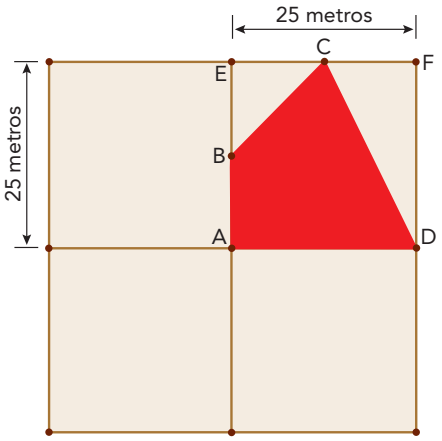


Ilustração: Elaborado pelos autores.

$$Área\Delta = \frac{base \times altura}{2}$$

$$Área\ \Delta_{BEC} = \frac{12{,}5\ x\ 12{,}5}{2} = 78{,}125\ m^2$$

$$Área\ \Delta_{CFD} = \frac{12{,}5\ x\ 25}{2} = 156{,}25\ m^2$$

$$Área\ \square = l^2$$

$$Área\ \square_{AEFD} = 25 \times 25 = 625\ m^2$$

$$A = 625 - 156{,}25 - 78{,}125 = 390{,}625\ m^2.$$

A área encontrada foi de 390,625 m².

1.5 O dono de uma academia, em comemoração ao aniversário do estabelecimento, pretende distribuir a cada um de seus frequentadores toalhas de mão de 22 cm de largura e 30 cm de comprimento. Sabendo que em cada toalha será estampada, de forma centralizada, a logomarca da academia, cujas dimensões serão 12 cm de largura e 20 cm de comprimento, determine a porcentagem que essa estampa ocupará da área total da toalha.

Para calcular a porcentagem que a área da estampa ocupa, é necessário calcular a área total da toalha e a área total da estampa. Depois, é preciso dividir a área da estampa pela área da toalha.
A toalha e a estampa têm formato retangular.

$A_{toalha} = b \times h$
$A_{toalha} = 660\ cm2$
$A_{toalha} = 22 \times 30$

$A_{estampa} = b \times h$
$A_{estampa} = 12 \times 20$
$A_{estampa} = 240\ cm2$

Dividindo a área da estampa pela área da toalha, temos:

$$P = \frac{área\ da\ estampa}{área\ da\ toalha} = \frac{240}{660} = 0{,}36 = 36\%$$

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 6

CONVERSA COM O PROFESSOR:

O estudo da circunferência e do círculo é o foco dessa situação de aprendizagem. Iniciamos com uma atividade de experimentação, então providencie ou solicite os materiais listados no Caderno do Aluno com antecedência. Os estudantes podem trabalhar em trios para que possam interagir e compartilhar os resultados encontrados.



Sugerimos, se possível, que o atendimento em sala de recursos antecipe a atividade, elaborando desenhos dos objetos a serem medidos e as anotações das medidas conseguidas no AEE. A tabela que será utilizada na atividade 1 poderá ser preparada antecipadamente em colaboração com o AEE e o primeiro contato com as atividades na sala de recursos, assim, quando o estudante estiver com o grupo de sua sala, estará familiarizado com a atividade e participará com mais desenvoltura e afetividade.

ATIVIDADE 1 – COMPRIMENTO DA CIRCUNFERÊNCIA

Objetivo: *Reconhecer e identificar elementos de uma circunferência e o cálculo de seu comprimento.*

Conversa inicial: *Para esta atividade, é importante que os alunos tragam um objeto circular e uma fita métrica (ou uma linha e uma régua).*

1.1 Essa é uma atividade prática para o cálculo do comprimento de uma circunferência. Organizem-se em grupo.

Material
Um objeto com formato de circunferência. Uma fita métrica.

No grupo compartilhem os objetos para serem medidos, seguindo as instruções a seguir:

Instruções:

1º Passo: Contorne o objeto com a fita métrica. Anote o resultado dessa medida no caderno.
2º Passo: Meça o diâmetro do objeto. Anote o resultado dessa medida.
3º Passo: Divida o valor encontrado no 1º passo pelo valor encontrado no 2º passo.

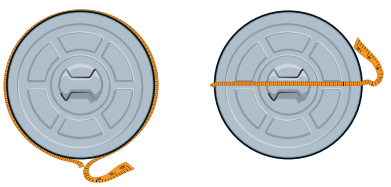


Ilustração: Robson Minghini.

Construa uma tabela relacionando as medidas encontradas. Agora, faça uma análise dos resultados encontrados e compare-os com os de seus colegas. Em relação às medidas encontradas, o que é possível concluir? Escreva suas conclusões para determinar o comprimento da circunferência. O comprimento da circunferência é diretamente proporcional ao seu diâmetro e o diâmetro equivale a 2 vezes o raio. Escreva uma expressão que represente essa situação.

Espera-se que o estudante obtenha o resultado aproximado de 3,14.

Sugere-se enfatizar que o valor aproximado a que todos chegaram (3,14) é representado pela letra grega π (lê-se pi).

Portanto:

$$\frac{Comprimento\ da\ circunferência}{diâmetro} = \pi$$

$$C = d \cdot \pi$$

1.2 O clube da cidade de Heloísa está promovendo uma caminhada beneficente. O percurso consiste em dar três voltas completas em torno de uma praça da cidade, que tem o formato circular, com um raio de 0,2 km. As pessoas que participarem da caminhada completa deverão percorrer quantos quilômetros?

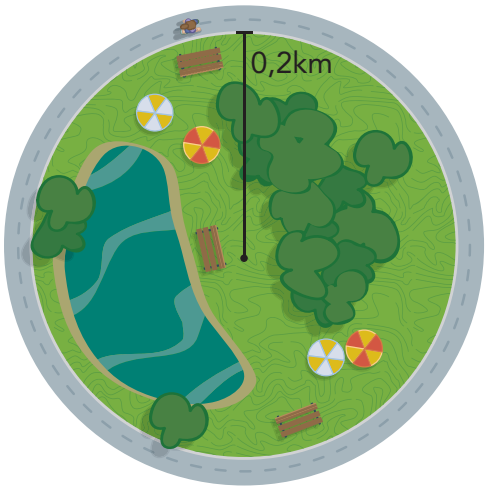


Ilustração: Elaborado pelos autores.

$$C \cong 2 \cdot 3{,}14 \cdot r \qquad C \cong 2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}2 \qquad C \cong 1{,}25\ km$$

Para concluírem toda a caminhada, os participantes terão que dar três voltas completas, então:

$$C_t \cong 3 \cdot 1{,}25 \qquad C_t \cong 3{,}75\ km$$

Logo, para uma pessoa completar toda a caminhada, terá que andar aproximadamente 3,75 km. É importante observar que os valores encontrados são aproximados, uma vez que estamos utilizando o valor aproximado de $\pi \cong 3{,}14$.

ATIVIDADE 2 – ÁREA DO CÍRCULO

Objetivo: *Identificar elementos do círculo e o cálculo de sua área.*

Conversa inicial: *Nesta atividade, é importante verificar se os estudantes possuem ou irão providenciar os materiais para construção: régua, compasso, transferidor, cola e folha de sulfite.*

Como será possível obter a área do círculo?

A partir desse questionamento, oriente os estudantes a organizarem-se e seguirem o passo a passo para descobrir por que calculamos a área do círculo usando a fórmula $A = \pi r^2$.

2.1 Organizem-se em grupos pequenos, cada um deverá construir uma circunferência de raio 6 cm para delimitar a área do círculo.

Circunferência: dividir em 6 partes iguais

1º passo: Construa uma circunferência de raio 6 cm utilizando o compasso. Marque o ponto O, centro da circunferência. Temos a área delimitada do 1º círculo.

2º passo: Utilizando o transferidor, divida o círculo em 6 partes iguais.

3º passo: Recorte o círculo.

4º passo: Recorte nos segmentos traçados, obtendo 6 setores circulares.

5º passo: Cole no seu caderno, os setores circulares de forma que se encaixem, formando uma nova figura.

Se tiver dúvidas na construção, acesse ao vídeo "Área do círculo" com o passo a passo da construção do 1º círculo.

Nessa atividade, o trabalho deve ser realizado em grupos. Circule pelos grupos para auxiliar os estudantes que tiverem dificuldade. Faça uma roda de conversa para que possam comentar sobre a experiência dessa construção e o que descobriram. Esclareça as dúvidas a partir de equívocos que forem citados.

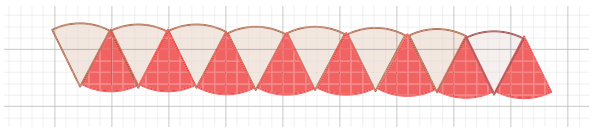
Área do círculo

O vídeo de apoio encontra-se disponível em: **https://youtu.be/GmUmhgPChLI**.

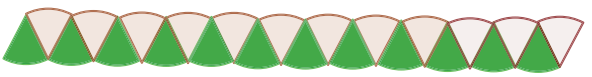
a) As partes coladas apresentam o formato semelhante a algum polígono já conhecido por você? Qual?

O formato é semelhante ao de um paralelogramo, e isso fica mais nítido quando se aumenta cada vez mais o número de divisões de partes do círculo,conforme os desenhos a seguir:

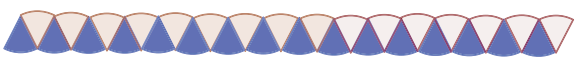
Divisão do Círculo em 8 partes



Divisão do Círculo em 12 partes



Divisão do Círculo em 16 partes



b) Considere o comprimento da circunferência e associe-o às medidas do novo polígono. É possível encontrar a área do círculo? Explique escrevendo um pequeno texto.

Sim. Como a nova figura será a metade de um paralelogramo, basta calcular $A = \frac{b \cdot h}{2}$ *, onde a base será o comprimento da circunferência, que atende a expressão* $C = 2r\ x\ \pi$, *e a altura h vale r (raio), que resulta na expressão:*

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \rightarrow A = \frac{2\pi r \cdot r}{2} = \pi r^2$$

2.2 Carlos pretende contratar uma empresa para construir uma piscina de formato circular em sua casa. Sabendo que ela terá 6 m de diâmetro, e que Carlos tem um espaço circular de área igual a 39 m² disponível para a construção da piscina, responda se este espaço será suficiente para esta construção.

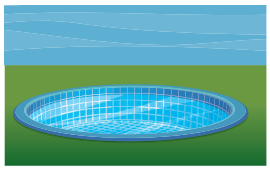


Ilustração: Robson Minghini.

Calcular a área da piscina e comparar com a área do espaço disponível para verificar se este espaço é maior ou no mínimo igual ao espaço que a piscina ocupará.

$$A_p = \pi \cdot r^2 \qquad A_p \cong 3{,}14 \cdot 3^2$$

Calculando a área do círculo, obtemos: $A_p \cong 28{,}26\ m^2$.
Ao comparar os valores das duas áreas, observe que o espaço disponível para a construção da piscina é maior que o espaço que ela ocupará. Sendo assim, a área disponível é suficiente para a construção.

2.3 A caminhada, por ser um exercício físico que pode ser realizado por qualquer pessoa, pois não apresenta restrição de idade, além de poder ser realizada quase que a qualquer hora do dia, vem continuamente conquistando mais e mais praticantes. Pensando nisso, a prefeitura de uma determinada cidade resolveu construir uma pista de caminhada em formato circular. Sabendo que a área desta pista será igual a 1 519,76 m², qual deve ser a medida de seu diâmetro?

Calcular o raio e depois multiplicá-lo por 2 para encontrar o diâmetro.

$$A_p = \pi \cdot r^2 \qquad 1\,519{,}76 \cong 3{,}14 \cdot r^2$$

$$r^2 \cong \frac{1\,519{,}76}{3{,}14} \qquad r^2 \cong 484 \qquad r \cong \sqrt{484} \qquad r \cong 22\ m$$

Como o raio é igual a 22 m e o diâmetro é igual a 2r, temos:

$$d = 2r \qquad d \cong 44\ m$$

É importante discutir com os alunos os sinais que utilizamos em situações como essa. Veja que quando usamos a expressão d = 2r, utilizamos o sinal de igual; mas quando trocamos o r pelo valor obtido, devemos indicar d ≅ 44 m.
Logo, esta pista terá aproximadamente 44 m de diâmetro.

ATIVIDADE 3 – ÁREAS DE UM CÍRCULO E DE SUAS PARTES

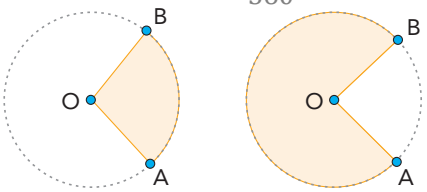
Objetivo: *Resolver e compreender o cálculo de áreas do círculo e de suas partes.*

Conversa inicial: *O material sugere inicialmente uma fórmula para encontrar área de partes de círculos. Porém, é importante que o professor construa, por meio de regra de três simples, uma forma prática para realização destes cálculos.*

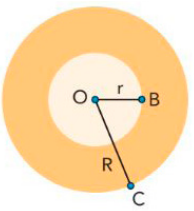
Setor circular é a parte de um círculo limitada por um arco de circunferência e dois raios. O raio do círculo é o raio do setor circular.

Sejam duas circunferências concêntricas e raios distintos, R e r, com R > r. A área formada entre as duas circunferências é a coroa circular.

$$A_{setor} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \beta}{360°}$$



$$A = \pi(R^2 - r^2)$$



3.1 Considere a figura ao lado. Elabore uma situação-problema envolvendo a área, o ângulo central dado e o setor circular destacado. Troque com um colega para que ele resolva a situação-problema elaborada por você, enquanto você resolve a dele.

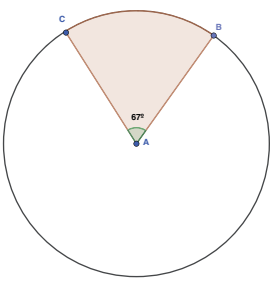
O contexto da situação-problema é pessoal. Para o cálculo, temos:
A área procurada é um setor circular com ângulo central de 67°. Os estudantes podem, no contexto, atribuir um valor para o raio.

$$A_{setor} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \beta}{360°}$$

$$A_{setor} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot 67°}{360°}$$

$$A_{setor} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot 67°}{360°}$$

$$A_{setor} = \frac{67°\pi r^2}{360°}$$



Socialize as produções e as resoluções, escolhendo alguns estudantes para apresentar seu trabalho.

3.2 Projeto de vida... engenharia um caminho possível

A escolha da profissão não é simples. Vamos conhecer algumas características da engenharia mecânica e a relação com a matemática.

A engenharia mecânica é responsável pela aplicação dos princípios da engenharia, física e ciência dos materiais. Entre outras coisas, uma das funções dos engenheiros mecânicos é a projeção e construção de motores e usinas de energia.

Essas projeções e construções são possíveis por meio da utilização por estes profissionais de conceitos que envolvem a mecânica, a cinemática, a termodinâmica, a ciência dos materiais, a análise estrutural e a eletricidade.

No desenvolvimento das atividades a seguir você irá lidar com a área da coroa circular, muito utilizada por este ramo, em especial na produção de peças e acessórios para maquinários.



Fonte: **https://pixabay.com/pt/photos/arruelas-folha-an%C3%A9is-c%C3%ADrculo-metal-1318962/.**

Foi solicitado a um engenheiro um projeto para a produção de uma peça circular que será parafusada em uma chapa de metal. Como modelo, o engenheiro recebeu a foto acima. Como se trata de uma máquina de médio porte, a peça deve ter raios 7 cm e 4 cm.

a) Faça um esboço da peça, indicando as medidas dos raios, e explique como essa peça deverá ser produzida.

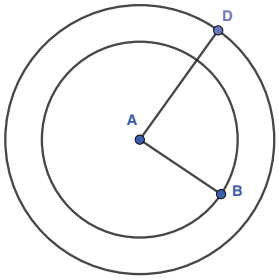


Ilustração: Elaborado pelos autores.

b) Calcule a área da superfície da chapa que será coberta quando a peça for parafusada.

Para a resolução desta atividade, espera-se que os estudantes concluam que a região limitada pelas duas circunferências denota a área da coroa circular.

Calculando a área da coroa circular:

$$A_C = \pi \cdot (R^2 - r^2) \cong$$
$$A_C \cong 3{,}14 \cdot (7^2 - 4^2)$$
$$A_C \cong 3{,}14 \cdot 33$$
$$A_C \cong 103{,}62 \text{ cm}^2$$

Desta forma, a área limitada pelas duas circunferências é aproximadamente 103,62 cm².

3.3 Qual deve ser a área da região colorida para que os raios das circunferências que deram origem a ela assumam valores iguais a 25 cm e 20 cm? Explique como você resolveu essa questão.

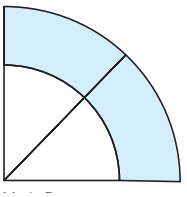


Ilustração: Maria Denes.

A área da região procurada equivale a $\frac{1}{4}$ da área da coroa circular formada pelas duas circunferências:

$$A = \frac{1}{4} \cdot \pi(R^2 - r^2)$$

$$A \cong \frac{1}{4} \cdot 3{,}14(25^2 - 20^2)$$

$$A \cong \frac{1}{4} \cdot 3{,}14(625 - 400)$$

$$A \cong \frac{706{,}5}{4} = 176{,}62\ cm^2$$

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 7

CONVERSA COM O PROFESSOR

As atividades têm foco na coleta de dados e na análise de gráficos utilizados para divulgar pesquisas.

Será que qualquer tipo de gráfico pode ser usado para a divulgação de dados? Já pensaram por que quando, por exemplo, pesquisas são divulgadas, nem sempre são apresentados os mesmos tipos de gráficos? Vamos estudar exatamente isso: a escolha adequada do tipo de gráfico para a divulgação de dados. Por esse motivo, apresentamos variados tipos.

Se possível, realize o planejamento da ação antecipadamente junto ao professor do AEE- Atendimento Especial Especializado, para que ele auxilie o estudante a elaborar uma pesquisa com duas ou três perguntas para serem aplicadas com os colegas da classe regular. No AEE a professora identifica as informações de interesse do aluno, elabora as perguntas para a participação do estudante na coleta dos dados da pesquisa, auxilia na construção da tabela e organização dos dados nos diferentes gráficos.

Para a aula junto com os demais estudantes, sugerimos que a professora ofereça tabelas para o estudante com dificuldade, desenvolva a atividade com todos os estudantes, organize a discussão e a compilação dos dados em trios ou grupos.

ATIVIDADE 1 – ESTUDO DE GRÁFICOS

Objetivo: *Identificar tipos e elementos de gráficos para representar um conjunto de dados de uma pesquisa.*

Conversa inicial: *Para o conjunto de atividades da situação de aprendizagem, sugerimos que organize os estudantes em grupos. Proponha que leiam o texto apresentado no caderno e acessem o vídeo. Eles devem anotar os pontos importantes ou aqueles em que tiveram dúvidas. Organize um espaço para que possam socializar as dúvidas e organizar as informações para que todos estejam acompanhando esse momento de interação.*

1.1 No dia a dia, muitas informações são veiculadas por meio dos gráficos, por serem uma forma visual que possibilita observar muitos dados em uma única representação. Para isso, temos uma variedade de gráficos que permitem a interpretação rápida e clara das informações a partir dos dados coletados. Para conhecer os tipos de gráficos, acesse o link ao lado. Organize um resumo comparando os tipos de gráficos e em quais situações devem ser utilizados.

Tipos de gráficos

Resposta pessoal.

1.2 Dados os gráficos a seguir, identifique cada um deles relacionando adequadamente as colunas.

Solução:

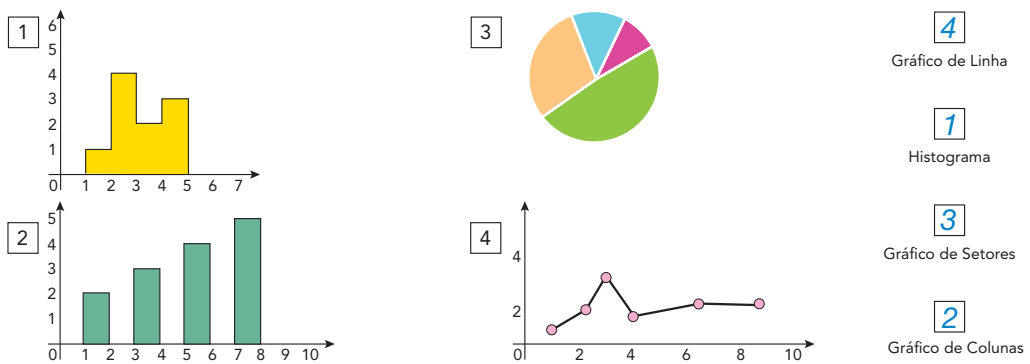


Ilustração: Elaborado pelos autores

1.3 Estudantes entre 12 e 20 anos participaram de uma pesquisa sobre amizades nos ambientes virtuais. A pesquisa teve como questões norteadoras:

- Você prefere ter amigos virtuais?
- Você não vê diferença entre ter um outro tipo de amigos?
- Você considera importante ter amigos presenciais?

Após a pesquisa, foram obtidos os seguintes dados:

- 36% dos alunos preferem ter amigos virtuais;
- 72% não veem diferença entre um e outro;
- 43% dos alunos consideram ser importante ter amigos presenciais.

A partir desses resultados, analise qual tipo de gráfico seria o mais adequado para divulgar os resultados dessa pesquisa. Justifique sua escolha e construa o gráfico.

O gráfico mais adequado é o de colunas, pois a soma das porcentagens resulta em um valor maior que 100%, não podendo descrevê-las num gráfico de setores. Por não haver um conjunto de classes contínuas, também não é possível representá-las através de um histograma ou gráfico de linhas.

1.4 Considere que nesta pesquisa foram entrevistados 600 alunos, e que os 43% que consideraram importante as amizades presenciais foram distribuídas de acordo com a faixa etária, conforme tabela a seguir. Qual gráfico seria o mais adequado para divulgar esses resultados? Justifique e construa o gráfico.

Idade	Quantidade de Entrevistados
12 a 14 anos	68
14 a 16 anos	100
16 a 18 anos	50
18 a 20 anos	40

Ao analisar a tabela em que os dados estão agrupados, percebemos que 68 alunos entrevistados possuem entre 12 à 14 anos, não oferecendo condições de indicarmos quantos possuem 12, quantos 13 ou 14 anos, e isto ocorre com os demais entrevistados de acordo com a faixa etária, por isso o histograma é o melhor tipo de gráfico para representar os dados.

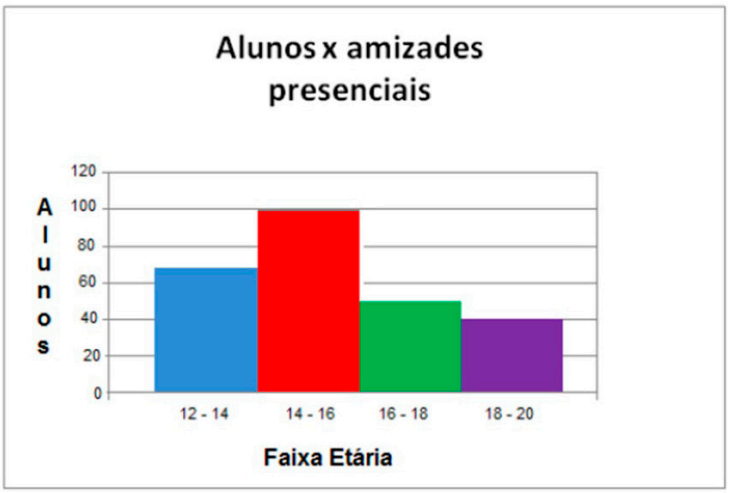


Ilustração: Elaborado pelos autores.

1.5 Organizem-se em grupos e façam a mesma pesquisa com os colegas da sua turma. Organizem os dados e construam um gráfico para divulgar os resultados da pesquisa.

Reposta pessoal.

ATIVIDADE 2 – A ESCOLHA ADEQUADA DO GRÁFICO

Objetivo: *Identificar e reconhecer diferentes tipos de gráficos e suas adequações a cada situação.*

Conversa inicial: *Para a contextualização desta atividade, o professor pode realizar uma pesquisa amostral em sala, construindo um gráfico para representar as respostas dos alunos.*

2.1 O gerente de uma distribuidora de frutas solicitou a um funcionário que fizesse o levantamento de quantas caixas de banana, laranja, maçã, pera e uva haviam sido vendidas na primeira semana de um determinado mês. Ao analisar os registros de vendas, o funcionário levantou que haviam sido vendidas 290 caixas de banana, 210 caixas de laranja,180 caixas de maçã, 80 caixas de pera e 40 caixas de uva. De posse dos dados levantados, responda os itens:

a) Qual foi o total de caixas das frutas, especificadas na situação, vendidas na semana analisada?

Calculando a quantidade de caixas vendidas, 290 + 210 + 180 + 80 + 40 = 800 caixas.

b) Que porcentagem representa o quantitativo de caixas de cada um dos tipos de frutas vendidas em relação ao todo?

Chamando de B, L, M, P e U, respectivamente, os percentuais de caixas de banana, laranja, maçã, pera e uva, temos:
B = 36,25%; L = 26,25%; M = 22,5%, P = 10% e U = 5%.

c) Construa o gráfico que melhor representa os percentuais calculados em relação ao todo.

O estudante deve escolher o gráfico e justificar sua escolha.

d) Qual gráfico expressaria corretamente a quantidade de caixas de tipos de frutas que foram vendidas?

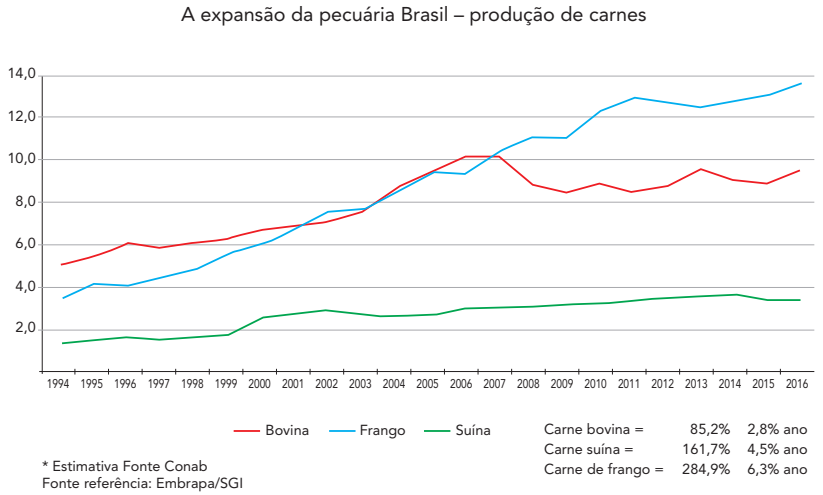
Gráfico de barras. As barras poderiam ser feitas na posição vertical ou horizontal, pois a intenção é apresentar a quantidade de caixas vendidas, considerando o tipo de fruta.

ATIVIDADE 3 – A EXPANSÃO DA PRODUÇÃO DE CARNES NO BRASIL

Objetivos: *Identificar e interpretar informações contidas em gráficos. Elaborar problemas a partir de informações contidas em gráficos.*

Conversa inicial: *A leitura e a interpretação de informações contidas em gráficos podem ser realizadas de forma que os estudantes trabalhem em duplas e discutam essas informações a partir dos gráficos apresentados. Após resolverem a atividade, fazendo anotações sobre a análise que fizeram, escolha alguns estudantes para apresentarem as respostas e verifique se há respostas diferentes. Caso apareça alguma, discuta essas respostas para que possam se familiarizar com a leitura de informações apresentadas em gráficos.*

3.1 O gráfico a seguir representa a expansão da pecuária no Brasil em relação à produção de carnes.



Fonte: Embrapa, disponível em **https://www.embrapa.br/qualidade-da-carne/carne-em-numeros**.

a) Qual foi o período em que a expansão de carne bovina superou as demais?

Entre 2005 e 2007.

b) Qual foi a produção de carne que teve pouca expansão no período apresentado no gráfico?

A produção de carne suína.

c) Em grupo, após analisar o gráfico, façam um resumo das informações apresentadas.

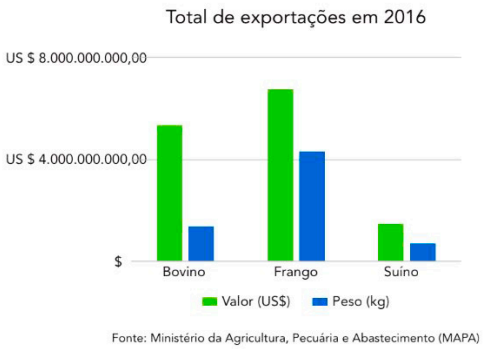
Resposta pessoal. Os estudantes podem focar em pontos importantes diferentes. É preciso verificar se o que estão apontando é coerente com as informações contidas no gráfico.

d) Explique por que o gráfico de linha foi escolhido para ilustrar o resultado dessa pesquisa.

Ele foi escolhido porque mostra a evolução da expansão da pecuária ao longo dos anos. A expansão se dá de forma contínua.

3.2 Elabore uma situação-problema que envolva os dados apresentados no gráfico a seguir. Troque com um colega para que ele resolva a situação-problema criada por você, enquanto você resolve a dele.

Resposta pessoal.



Fonte: **https://www.embrapa.br/documents/10180/21470738/19.jpg**.

TESTE SEU CONHECIMENTO

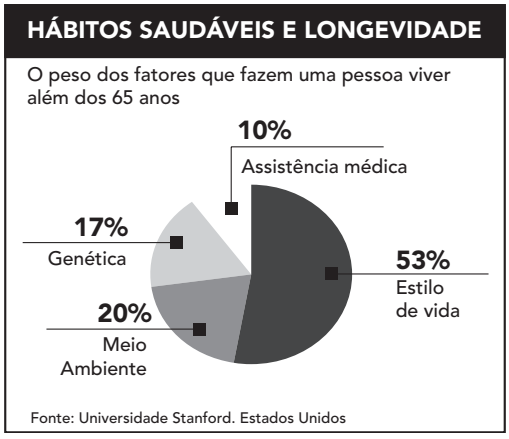
1. (ENEM 2019) A gripe é uma infecção respiratória aguda de curta duração causada pelo vírus Influenza. Ao entrar no nosso organismo pelo nariz, esse vírus multiplica-se, disseminando-se para a garganta e demais partes das vias respiratórias, incluindo os pulmões. O vírus Influenza é uma partícula esférica que tem um diâmetro interno de 0,00011 mm.

   Em notação científica, o diâmetro interno do vírus Influenza, em mm, é:

   (A) $1{,}1 \times 10^{-1}$ (B) $1{,}1 \times 10^{-2}$ (C) $1{,}1 \times 10^{-3}$ (D) $1{,}1 \times 10^{-4}$ (E) $1{,}1 \times 10^{-5}$

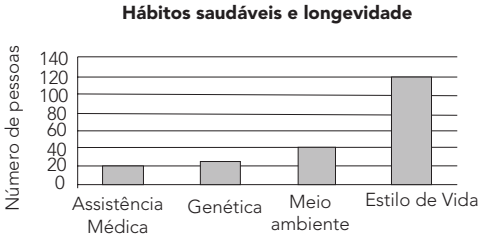
Alternativa D

2. (Prova Brasil/2011) Os alunos de uma turma do 9º Ano fizeram uma estimativa para 200 pessoas com base no estudo seguinte:

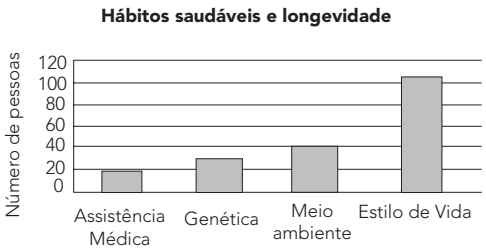


Entre os gráficos abaixo, aquele que melhor apresenta as informações apresentadas no estudo é:

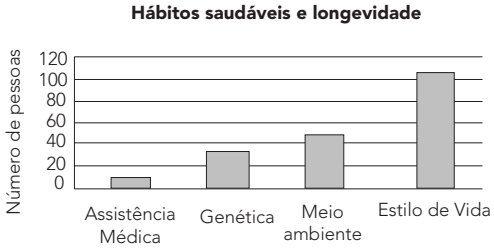
(A)



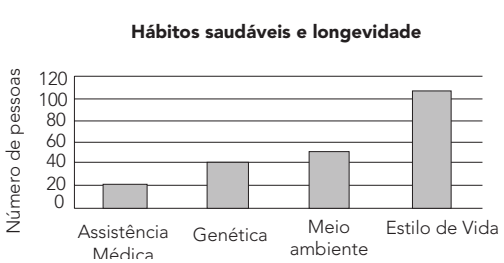
(B)



(C)

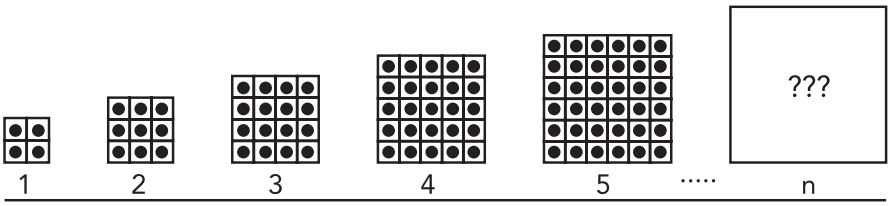


(D)



Alternativa B

3. (SARESP) As figuras a seguir representam caixas numeradas de 1 a n, contendo bolinhas, em que a quantidade de bolinhas em cada caixa varia em função do número dessa caixa.



A observação das figuras permite concluir que o número de bolinhas da enésima caixa é dado pela expressão:

(A) n^2 (B) $(n-1)^2$ (C) $(n+1)^2$ (D) n^2+1

Alternativa C

4. (SARESP/2009-adaptado) Observe a tabela que Laís fez com as quantidades de ganhadores de um sorteio de loteria e o valor do prêmio destinado a cada um dos possíveis ganhadores:

Quantidade de ganhadores	2	3	4	5	...
Prêmio para cada ganhador em R$	1 800 000	1 200 000	900 000	720 000	...

Se o número de ganhadores for 200, o valor que cada um ganhará, em reais, será:

(A) R$ 36.000,00. (B) R$ 18.000,00. (C) R$ 8.600,00. (D) R$ 1.100,00.

Alternativa B

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOYER, Carl B. **História da Matemática.** Trad. Elza F. Gomide. São Paulo, Ed: Edgar Blucher Ltda, 1996.

CONTADOR, Paulo Roberto Martins. **Matemática uma breve história.** Vol 1, Campinas: Ed. Komedi, 2004.

IFRAH, George. ***Os números: A história de uma grande invenção.*** Rio de Janeiro, Globo, 1995.

LACOURT, H. **Noções e fundamentos de Geometria Descritiva.** Rio de Janeiro: Editora Guanabara Koogan S.S., 1995.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas.** Ed: Zahar, 2012.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Experiências Matemáticas:** 7ª série. Versão Preliminar. São Paulo: SEE/CENP, 1994. 411P.il.

SÃO PAULO (Estado). Centro de Estudos e Pesquisas em Educação: CENPEC. **Ensinar e Aprender:** volume 2, Matemática. São Paulo, 2005.

SÃO PAULO (ESTADO). Secretaria da Educação. Sequência Didática. Razões entre Grandezas: 6º Ano do Ensino Fundamental. São Paulo, 2018.

9º ANO - 1º BIMESTRE

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 1

CONVERSA COM O PROFESSOR

Nessa Situação de Aprendizagem, para a ampliação dos conjuntos numéricos, a conversa pode iniciar a partir dos conjuntos já estudos, observando as características dos números e de que forma podemos analisar a necessidade de outros conjuntos numéricos.

ATIVIDADE 1 – RODA DE CONVERSA – RETOMANDO OS CONJUNTOS NUMÉRICOS

Objetivo: *Identificar os conhecimentos prévios em relação aos conjuntos numéricos.*

Conversa inicial: *Inicie uma conversa a partir dos números que já aprenderam. Quais as funções de cada número como, por exemplo, números como códigos, valor monetário, temperatura, entre outras grandezas. Em seguida, proponha preencherem o mapa mental sobre os conjuntos numéricos. Depois, socialize e, se achar necessário, faça um fechamento apresentando os conjuntos numéricos e suas notações.*

1.1 No mapa conceitual abaixo, escreva as principais características referentes aos conjuntos numéricos.
Resposta pessoal.

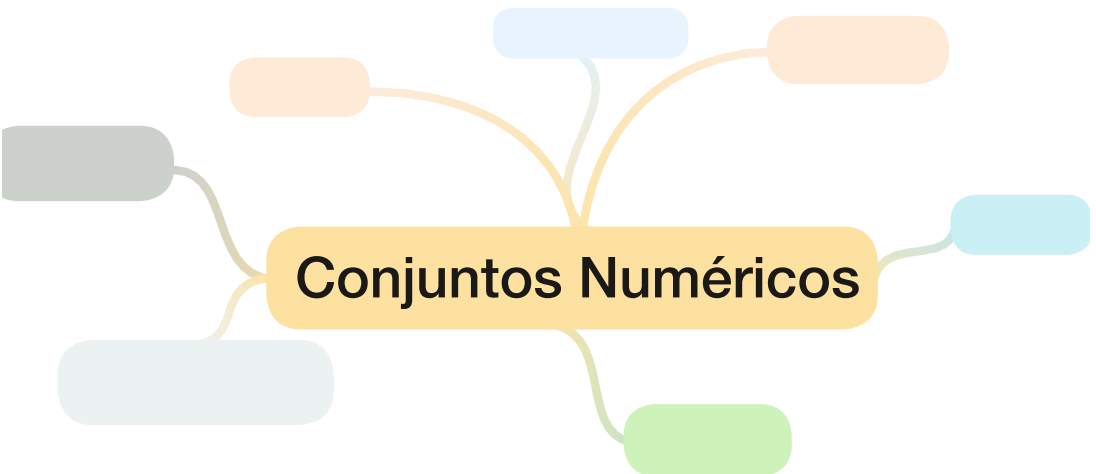


Ilustração: Elaborado pelos autores

1.2 A partir das ideias no mapa acima, formule um parágrafo sobre os conjuntos numéricos:
Esta roda de conversa tem o intuito de levantar e alinhar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre conjuntos numéricos. Perguntas como "Quantos anos você tem? Quantos irmãos você tem? Quantos meses tem o ano? O verão corresponde a uma das quatro estações do ano, qual fração do ano essa estação representa?" podem contribuir para que a situação proposta seja produtiva.

ATIVIDADE 2 – ESCREVENDO OS NÚMEROS RACIONAIS NA FORMA DECIMAL.

Objetivo: *Reconhecer as diferentes representações dos números racionais.*
Conversa inicial: *Para transformar um número racional na forma de fração para a forma decimal, basta dividir o numerador pelo denominador. Neste caso, é importante que não se utilize regras e que fique claro o procedimento utilizado para representar o período que se repete, nas dízimas periódicas.*

2.1 Os números racionais $\frac{20}{4}; \frac{10}{4}; -\frac{6}{10}; \frac{2}{6}; -\frac{83}{300}; \frac{45}{13}$ estão na forma de fração. Escreva-os na forma decimal. Em seguida, explique como você fez esse procedimento.



Demonstrar por meio de desenhos as frações relacionadas.

$\frac{20}{4} = 20 \div 4 = 5$

$\frac{10}{4} = 10 \div 4 = 2{,}5$

$-\frac{6}{10} = (-6) \div 10 = -0{,}6$

$\frac{2}{6} = 2 \div 6 = 0{,}33333... = 0{,}\overline{3}$

$-\frac{83}{100} = (-83) \div 300 = 0{,}27666... = 0{,}27\overline{6}$

$\frac{45}{13} = 45 \div 13 = 3{,}461538461538... = 3{,}\overline{461538}$

Espera-se que o estudante, ao explicar o procedimento, afirme que fez uma divisão entre o numerador e o denominador, obtendo assim números racionais com diferentes características: decimais exatos; decimais em que os a parte decimal é formada por uma dízima periódica.

2.2 Escolha um critério e separe os números racionais na forma decimal da situação anterior em categorias a partir das suas características. Explique seu critério e faça uma análise desses números racionais.
Uma possibilidade:
Decimais exatos: 5; 2,5 e -0,6;
Dízimas periódicas: $0{,}\overline{3}$; $-0{,}27\overline{6}$ e $3{,}\overline{461538}$
A representação decimal de um número racional é sempre um decimal exato ou uma dízima periódica.

2.3 Observe os seguintes números racionais: 0,5; 23,4; –0,354; 6,23; $0,\overline{23}$; 2,12; $3,24\overline{53}$. Eles estão na representação decimal. Escreva-os na representação fracionária e explique o procedimento que você utilizou.

0,5 = cinco décimos = $\frac{5}{10}$

23,4 = duzentos e trinta e quatro décimos = $\frac{234}{10}$

–0,354 = trezentos e cinquenta e quatro milésimos negativos = $-\frac{354}{1000}$

6,23 = seiscentos e vinte e três centésimos = $\frac{623}{100}$

$0,\overline{23}$ = Tem-se uma dízima periódica, vamos representá-la por x,

$$x = 0,2323\ldots \text{ (I)}$$

Atrás da vírgula só aparece a parte periódica e com dois algarismos, então multiplicamos (I) por 100 e se obtém:

$$100x = 23,2323\ldots \text{ (II)}$$

Subtrai-se (I) de (II) temos: 99x = 23, portanto, x= $\frac{23}{99}$

$2,1\overline{2}$ Temos uma dízima periódica, vamos representá-la por x,

$$x = 2,1222\ldots$$

Vamos deixar somente a parte que se repete (periódica) atrás da vírgula, para isso multiplica-se por 10

$$10x = 21,222\ldots \text{ (I)}$$

A parte periódica apresenta somente um algarismos então multiplica-se (I) por 10

$$100x = 212,222\ldots \text{ (II)}$$

Subtraindo (I) de (II) temos: 90x = 191 portanto = $x = \frac{191}{90}$

$3,24\overline{53}$ = Temos uma dízima periódica, vamos representa-la por x,

$$x = 3,245353\ldots$$

Vamos deixar somente a parte que se repete (periódica) atrás da vírgula, para isso multiplica-se por 100.

$$100x = 324,5353\ldots \text{ (I)}$$

A parte periódica apresenta dois algarismos então multiplica-se (I) por 100

$$10000x = 32453,5353\ldots \text{ (II)}$$

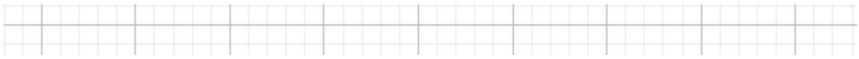
Subtraindo (I) de (II) temos: 9900x = 32129, portanto $x=\frac{32129}{9900}$

ATIVIDADE 3 – LOCALIZANDO NÚMEROS RACIONAIS NA RETA NUMÉRICA.

Objetivo: *Localizar números racionais na reta numérica.*
Conversa inicial: *Inicie conversando com os estudantes sobre a reta numérica. Pergunte quais pontos podemos marcar na reta. Caso citem os números inteiros, questione como podemos então localizar os números racionais, quando estão na representação de fração na reta numérica.*

3.1 É possível localizar os números racionais em uma reta numérica, inclusive considerando suas representações fracionária e decimal. Localize os números a seguir na reta numérica. Explique como você procedeu para localizá-los.

$$-4;\ -0{,}5;\ -2{,}\overline{32};\ \frac{5}{4};\ -\frac{12}{13};\ 2{,}3;\ \frac{12}{3};\ -0{,}\overline{7};\ 2{,}32;1{,}251.$$



Professor, mostre aos estudantes que, de acordo com a reta utilizada, alguns pontos são praticamente coincidentes, mas por exemplo, 1,251 é um pouco maior que , porém na reta numérica, visualmente se tornam coincidentes.

3.2 Reflexões sobre a atividade:

a) Qual dos números a seguir é maior: $-2{,}\overline{32}$ ou $-2{,}32$? $-2{,}32 > -2{,}\overline{32}$

b) Qual dos números a seguir é maior: $2{,}\overline{32}$ ou $2{,}32$? $2{,}\overline{32} > 2{,}32$

c) Explique a diferença entre os itens a e b.

Espera-se que o estudante perceba que, quando se comparam dois valores negativos, o valor mais próximo de zero pela esquerda é maior.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 2

CONVERSA COM O PROFESSOR

A ampliação dos conjuntos numéricos é importante, para que os estudantes compreendam o aspecto histórico das necessidades humanas e sua relação com o desenvolvimento da Matemática. Vamos estudar sobre os números irracionais e, por meio de construções geométricas, demonstrar como é possível localizar esses números na reta numérica.

ATIVIDADE 1 – OS INCOMENSURÁVEIS

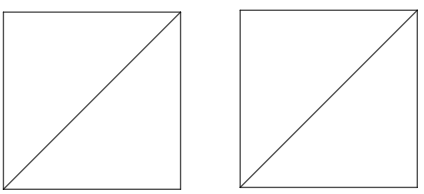
Objetivo: *Reconhecer a existência de segmentos de reta, cujo comprimento não é expresso por um número racional.*

Conversa inicial: *O desenvolvimento da ideia de número Irracional comumente é realizado através da utilização do Teorema de Pitágoras para demonstrar a diagonal do quadrado em relação ao seu lado. Após a descoberta dessa relação, convém explorar o valor aproximado da raiz quadrada de 2 e a associação das raízes não racionais com os números Irracionais. Para a atividade prática sugerida, serão necessários os seguintes materiais: folha de papel, régua, lápis e tesoura.*

1.1 Há muitos anos foi atribuído aos pitagóricos o exemplo mais famoso de segmentos incomensuráveis: a relação da diagonal do quadrado com o seu lado. Essa medida resultava num valor que não podia ser representado na forma de uma fração com numerador inteiro e denominador inteiro diferente de zero. Portanto, essa medida não poderia ser um número racional e, medidas como essas, ficaram conhecidas como números Irracionais.

Vamos verificar como é a relação da diagonal do quadrado com o seu lado a partir de uma construção geométrica:

Passo 1 – Desenhe em uma folha dois quadrados de lado 1 dm, recorte os quadrados e trace uma diagonal em cada um.



Passo 2 – Recorte os quadrados pelas suas diagonais, obtendo 4 triângulos retângulos isósceles.

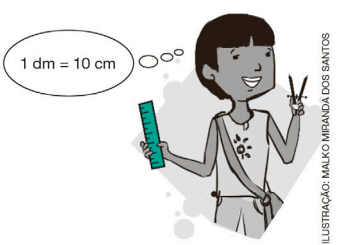
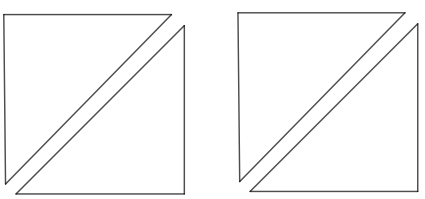
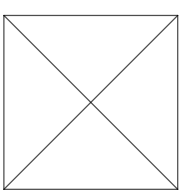


ILUSTRAÇÃO: MALKO MIRANDA DOS SANTOS



Passo 3 – Forme um único quadrado utilizando os quatro triângulos isósceles, sem sobrepô-los e sem deixar espaços vazios.



a) Calcule a área de cada quadrado construído no passo 1.

A área de cada quadrado construído no passo 1 é 1 dm².

b) Qual é a área do novo quadrado? E a medida de seu lado?

O quadrado novo é composto pelos dois quadrados anteriores, portanto sua área será 1 dm² + 1 dm² = 2 dm². Como a área do quadrado é dada por l², temos:

$$l^2 = 2$$

$$l = \sqrt{2}\ dm$$

c) Qual é a relação entre a diagonal dos quadrados que foram recortados (e divididos pelas diagonais) e o lado do novo quadrado?

Possuem a mesma medida, pois a diagonal do quadrado que foi recortado possui a mesma medida do lado do novo quadrado, ou seja:

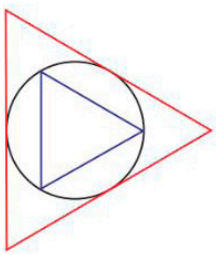
A área do novo quadrado vale 2 dm², pois $(\sqrt{2})^2 = 2$.

ATIVIDADE 2 – LEITURA E PESQUISA: MAIS UM INTEGRANTE DA "FAMÍLIA DOS NÚMEROS IRRACIONAIS

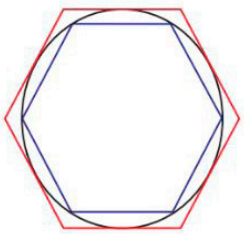
Objetivos: *Realizar leitura e pesquisa sobre Arquimedes, a fim de explorar os números irracionais.*

Conversa inicial: *Procure realizar a leitura junto aos estudantes e solicite que grifem palavras com nomenclatura matemática como círculo e comprimento. A seguir, verifique qual conhecimento eles apresentam desses termos. Incentive a curiosidade do Arquimedes e a utilização do QRcode no qual apresenta um dos métodos sobre medidas incomensuráveis.*

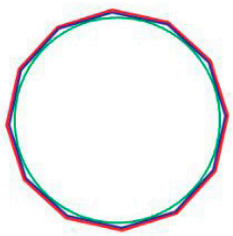
Uma das formas geométricas que mais intrigaram a humanidade ao longo de sua história foi o círculo. Tanto a área do círculo como o comprimento de sua circunferência (perímetro) tiraram o sono de muitos geômetras, pois eles conheciam as regras apenas para os polígonos. Para calcular o comprimento da circunferência, Arquimedes associou as ideias de perímetro já consolidadas, inscrevendo e circunscrevendo polígonos conhecidos. Quanto mais aumentava o número de lados do polígono inscrito, ou circunscrito, percebia que o perímetro encontrado se aproximava do comprimento da circunferência, aferido empiricamente.



Aproximação por triângulos (3 lados)



Aproximação por hexágonos (6 lados)



Aproximação por dodecágonos (12 lados)

Fonte: Geogebra.

Confira essa demonstração no link **https://www.geogebra.org/m/wzvgbwk5**.

Arquimedes dobrou o número de lados do polígono inscrito e do polígono circunscrito até chegar a um polígono de 96 lados e, dividindo seu perímetro pelo diâmetro, obteve um valor entre 3,1408 e 3,1428, algo inédito para a época. Muitos matemáticos utilizaram a ideia de Arquimedes e foram aumentando cada vez mais o número de lados dos polígonos, chegando cada vez mais perto do valor de Pi. Tal valor foi calculado com mais de um trilhão de casas decimais em 2002, com o auxílio da computação, pelos pesquisadores japoneses Kanada e Takahashi. Essa razão intrigou matemáticos, geômetras e filósofos desde a Antiguidade, porém o nome e o símbolo usados para representá-la surgiram apenas no século XVIII. A letra grega (Pi) foi escolhida por ser a primeira letra da palavra "perímetro" em grego (περίμετρος), que corresponde à circunferência de um círculo. Por ser um número de infinitas casas decimais, sem período, não pode ser representado na forma de uma fração com numerador inteiro e denominador inteiro diferente de zero, e, portanto, é um número Irracional. Atualmente, na prática, uma aproximação com duas casas decimais já propicia cálculos com precisão em desenhos e construções.

Em grupo, realize uma pesquisa sobre mais feitos de Arquimedes na Matemática e apresente ao professor e aos demais colegas da turma.

Resposta pessoal.

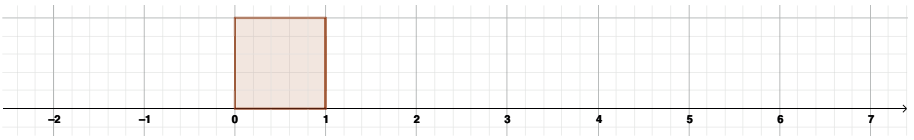
ATIVIDADE 3 – A REPRESENTAÇÃO DE ALGUNS NÚMEROS IRRACIONAIS NA RETA NUMÉRICA

Objetivo: *Localizar números irracionais na reta numérica.*

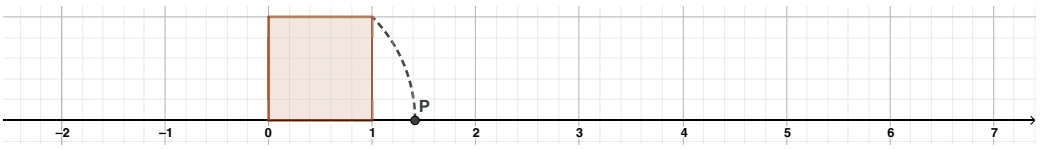
Conversa inicial: *As construções geométricas são o ponto central desta atividade, pois essa é uma forma de representar os números irracionais na reta numérica fazendo uso do protagonismo do estudante. Não há nela instruções de como realizar as construções, apenas sua comanda. Sugere-se uma mediação de tais construções. É importante que os estudantes tentem realizar as construções sugeridas, utilizando régua e compasso antes da formalização.*

3.1 Os números Irracionais podem ser representados na reta numérica por meio de construções geométricas.

a) Desenhe um quadrado de lado 1, com um de seus vértices no ponto zero e um de seus lados sobre a reta numérica abaixo.

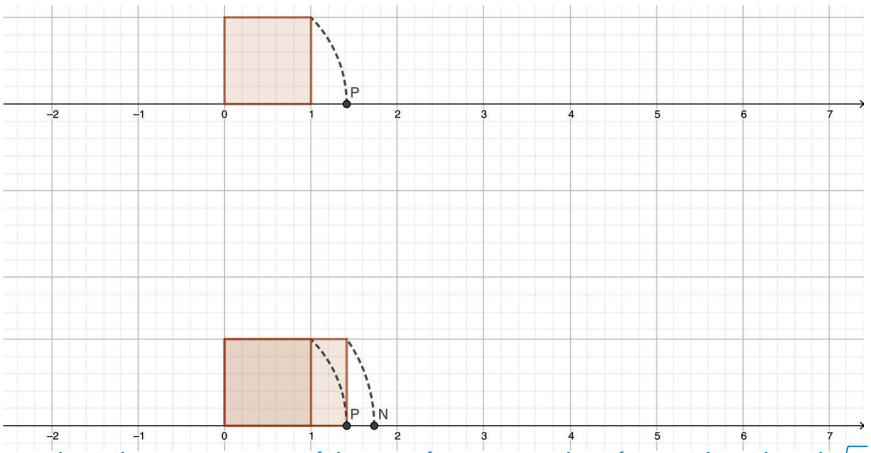


b) Em seguida, com a ponta seca do compasso no ponto 0 e abertura do compasso com a medida da diagonal, construa o arco até cortar a reta numérica, marcando um ponto.



O ponto encontrado sobre a reta numérica será o ponto do número Irracional $\sqrt{2}$.

3.2 Para representar $\sqrt{3}$ na reta numérica, considere o segmento que vai do 0 a $\sqrt{2}$ encontrado anteriormente e construa um retângulo de base $\sqrt{2}$ e altura 1. Trace a diagonal do retângulo e transfira a medida para a reta numérica, iniciando no zero.



O ponto N encontrado sobre a reta numérica será o ponto do número Irracional $\sqrt{3}$.

ATIVIDADE 4 – OS NÚMEROS REAIS

Objetivo: *Reconhecer as características dos números reais.*

Conversa inicial: *É importante que o professor revise os conjuntos numéricos estudados até o momento (Naturais, Inteiros, Racionais e Irracionais) enfatizando suas principais características. O diagrama de Venn para os conjuntos numéricos possui distintas representações, porém é importante que fique nítido que o conjunto dos Racionais não é um subconjunto dos Irracionais.*

4.1 Em cada afirmação abaixo, indique se é verdadeira ou falsa, justificando cada uma.

a) $\frac{11}{7}$ é um número irracional. *Falso, pois na divisão entre 11 e 7, obtemos uma dízima periódica.*

b) A soma de dois números naturais resulta sempre em outro número Natural. *Verdadeiro, pois sempre que somamos dois números naturais, o resultado será um natural.*

c) $-\frac{10}{4}$ é um número inteiro. *Falso, porque esta fração resultará em um número racional decimal em sua representação.*

d) Todo número Natural é também um número Racional. *Verdadeiro. O conjunto dos números naturais está contido no conjunto dos números racionais.* $N \subset Q$

e) A divisão entre dois números Inteiros, com denominador diferente de zero, resulta sempre em um número Racional. *Verdadeiro, pois* $Z \subset Q$

f) A altura de uma pessoa, em metros, pode ser expressa por um número Racional. *Verdadeiro, pois a medida poderá fazer parte do conjunto dos racionais positivos* (Q_+^*)

g) O número π pode ser representado por meio de uma fração com numerador inteiro e denominador inteiro diferente de zero, sem aproximação. *Falso, pois o valor de* π *está no conjunto dos irracionais.*

Professor, verifique outras possíveis justificativas com os estudantes.

4.2 Considere os números abaixo. Identifique a quais conjuntos numéricos eles pertencem:

$$-2;\ -3{,}7;\ \frac{3}{7};\ 1;\ -0{,}333...;\ \sqrt{2};\ \pi;\ 5;\ 2030;\ \sqrt[3]{5};\ 0{,}00010203$$

Números naturais: 1; 5; 2030
Números inteiros: -2; 1; 5; 2030
Números racionais: -2; -3,7; $-\frac{3}{7}$ *; 1; -0,333...; 5; 2030; 0,00010203*
Números irracionais: $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{5}$, π.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 3

CONVERSA COM O PROFESSOR

Nesta situação de aprendizagem, iremos trabalhar a aplicação de razão em diversas situações, assim como a relação de proporção direta e inversa em atividades propostas. É importante incentivar o estudante a participar das atividades, não apenas na resolução, mas também, na síntese do que adquiriu com os objetos de conhecimento trabalhados nesta situação de aprendizagem.

ATIVIDADE 1 – RAZÃO: UMA RELAÇÃO ENTRE GRANDEZAS

Objetivo: *Resolver situações-problema envolvendo o conceito de razão como, por exemplo, velocidade, densidade, escala etc.*

Conversa inicial: *Para iniciar a atividade sugere-se uma roda de conversa, cujas perguntas podem nortear a discussão inicial:*

- *O que são grandezas?*
- *Existe uma relação entre duas grandezas que chamamos de razão? Dê alguns exemplos.*

Os estudantes, possivelmente, socializarão experiências nas quais as relações entre duas-grandezas podem ser percebidas (distância e tempo gasto em uma viagem; distância percorrida e litros de combustível consumidos; potência de um aparelho eletrônico e o tempo que permanece ligado; entre outros).

- *O que é razão?*

A partir do momento que perceberem que existem relações entre grandezas, a noção de razão pode ser explorada. Sugere-se utilizar exemplos da questão anterior para definir a razão presente (distância e tempo gasto em uma viagem podem resultar numa razão do tipo km/h). É possível elencar muitas outras razões presentes em nosso cotidiano.

1.1 A proporcionalidade está presente em nosso cotidiano e não nos damos conta de sua presença. Ela está no tempo que gastamos com o banho diário e o consumo de água e energia elétrica enquanto o chuveiro está ligado; na velocidade da internet e, consequentemente, na “rapidez” dos downloads; no número de doces comprados e o valor pago etc. Verifique a relação entre as grandezas, determine a razão e preencha a tabela:

Situação cotidiana	Razão	Relação entre as grandezas
Marcos percorreu 12 km em 2 h.	$\frac{12}{2} = 6$	km/h (quilômetros por hora)
Para realizar uma viagem de 250 km, um veículo gasta 50 litros de etanol.	$\frac{250}{50} = 5$	km/l (quilômetros por litro)
O potente aparelho de som de Julia consome 7500 watts (7,5 kW) em 3 horas de uso.	$\frac{7,5}{3} = 2,5$	*kWh (quilowatt hora)*
Ao assistir a vídeos nas redes sociais, são consumidos dos dados moveis do plano de internet de Marcos 40 megabytes (MB) a cada 10 minutos.	$\frac{40}{10} = 4$	*MB/min (Megabytes por minuto)*
Esta é uma resposta pessoal, mas uma sugestão de resposta é: Uma torneira aberta gasta 600 litros de água em 4 horas.	$\frac{600}{4} = 150$	l/h (litros por hora)
Esta é uma resposta pessoal, mas uma sugestão de resposta é: Uma determinada região do país possui 345 habitantes numa área de 5 km²	$\frac{345}{5} = 69$	hab/km² (habitantes por quilômetro quadrado)

ATIVIDADE 2 – DENSIDADE DEMOGRÁFICA: UMA RAZÃO PRESENTE EM NOSSO COTIDIANO

Objetivo: *Resolver situações-problema envolvendo o conceito de razão como, por exemplo, velocidade, densidade, escala etc.*

Conversa inicial: *A densidade demográfica aparece em nosso cotidiano, seja por notícias, reportagens, planejamentos estratégicos, ou mesmo em conversas informais. Sugerimos iniciar esta atividade com alguns questionamentos como, por exemplo: Qual o número de habitantes do munícipio? Este é um município muito populoso? Qual o Estado mais populoso do Brasil? Qual o país mais populoso do mundo?*

No item "2.1" eles serão conduzidos a calcular a densidade demográfica do país mais populoso do mundo e no item "2.2" deverão constatar quantas vezes a densidade demográfica da China é maior que a do Brasil (em ambos os casos sugerimos a utilização de calculadoras).



ILUSTRAÇÃO: MALKO MIRANDA DOS SANTOS

A densidade demográfica, ou densidade populacional, é um índice muito útil para as políticas públicas, pois permite que sejam feitas comparações entre diferentes regiões do mundo. Serve para avaliar a distribuição da população em um determinado espaço geográfico e é expressa em hab/km² (habitantes por quilômetro quadrado).

2.1 Sabendo que a área territorial da China é de aproximadamente 9 597 000 km² e a população, em 2019, era estimada em 1 394 550 000 habitantes (segundo o site **https://paises.ibge.gov.br/#/mapa/china**), calcule sua densidade demográfica para aquele ano.

Para calcular a densidade demográfica da China, devemos efetuar a divisão entre o número de habitantes pela área do país. Ao dividir 1 394 550 000 por 9 597 000, obtemos, aproximadamente, 145 hab/km².

2.2 Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, o Brasil tinha aproximadamente 210 milhões de habitantes em 2019 (**https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-sala-de-imprensa/**2013-agencia-de-noticias/releases/25278-ibge-divulga-as-estimativas-da-populacao-dos-municipios-para-2019) sobre um território estimado de 8 500 000 km². A partir dos dados obtidos no item 2.1 desta atividade, qual país possuía a maior densidade demográfica em 2019, Brasil ou China?

A densidade demográfica do Brasil obtemos realizando a divisão entre o número de habitantes (210 000 000) pela área em km² (8 500 000), que resulta em, aproximadamente, 25 hab/km², logo a China possuía a maior densidade demográfica em 2019.

ATIVIDADE 3 – PÚBLICO NA MEDIDA CERTA

Objetivo: *Resolver situações-problema que envolvam o cálculo da densidade demográfica.*
Conversa inicial: *Quando a experiência pode ser vivenciada, o aprendizado torna-se mais significativo. Assim, sugerimos a formação de grupos para a execução da atividade a seguir e que, cada grupo, demarque uma área de 1 m² para aferirem quantas pessoas "cabem", no máximo, nesse espaço. Para dimensionar concentrações de pessoas em eventos, são organizadas três categorias: para pequenas concentrações, calculam-se 3 pessoas por metro quadrado; para média concentração, o cálculo estimado é de 6 pessoas por metro quadrado e para grandes concentrações, 9 pessoas por metro quadrado. Quando se tratar de 3 pessoas por metro quadrado, significa que essas pessoas cabem "confortavelmente" nesse espaço e, quando forem 9 pessoas por metro quadrado, significa que há uma grande concentração, ou seja, as pessoas estão "apertadas" no espaço.*



Utilizar figuras de comunidades com diferentes números de habitantes.

Em shows, manifestações, festas, entre outros, é possível estimar o público presente utilizando a ideia de densidade demográfica, só que em escala menor. As concentrações de pessoas podem ser estimadas em número de pessoas por metro quadrado. Este cálculo possibilita ao Poder Público estimar a real necessidade de profissionais (médicos, policiais, bombeiros), infraestrutura, dentre outras necessidades, para dar suporte ao evento.

3.1 Em sua sala, em grupo, marque no chão (com fita adesiva, giz ou outro material) um quadrado de lado 1 metro. Verifique quantos estudantes "cabem" nesse espaço. Discuta com o grupo a quantidade de pessoas que ficaria confortável nesse espaço e registre todas as observações desta atividade.

Possivelmente, caberão, no máximo, 9 pessoas por metro quadrado e, confortavelmente,3 pessoas.

3.2 No campo de futebol de uma cidade do interior do Estado de São Paulo, ocorrerá um show muito esperado pelos habitantes da região. O campo possui as seguintes dimensões:

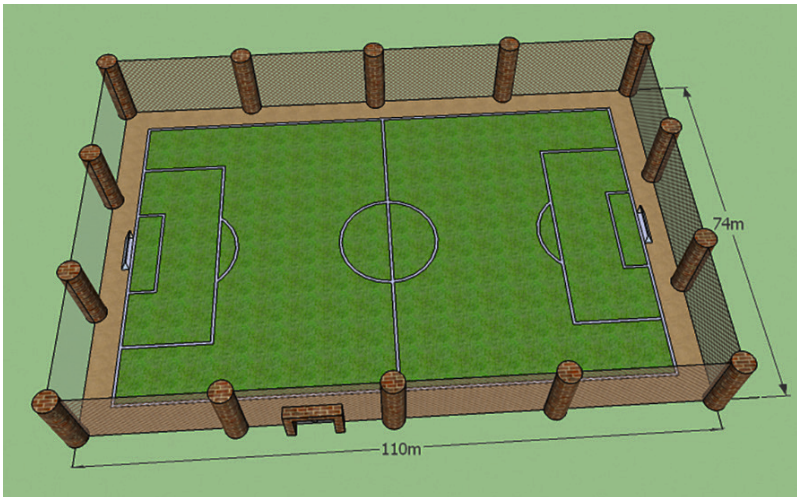


Ilustração: Rodrigo Soares de Sá

Para esse show, qual seria a capacidade máxima desse campo de futebol, considerando o número encontrado na atividade anterior? Quantos ingressos, no máximo, poderiam ser colocados à venda? Considere que o espaço utilizado pelo palco do show e demais estruturas, não estão localizados no campo, sendo o campo exclusivo para o público.

A capacidade máxima de pessoas no campo de futebol é de 73 260 (110 · 74 · 9 = 73 260)
Confortavelmente, apenas 24 420 (110 · 74 · 3 = 24 420) pessoas.
Importante ressaltar que o quantitativo de pessoas por metro quadrado será o valor consensual determinado pela vivência realizada pelos estudantes.
Neste problema, considera-se a densidade demográfica conhecida, por exemplo máximo 9 pessoas/m². Então, calcula-se, primeiramente, quantos metros quadrados possui o ambiente (110 x 74) e multiplica-se por 9 porque em cada um desses metros quadrados obtidos comportarão, no máximo, 9 pessoas.

3.3 Em ambientes fechados, além de todas as normas que regem o tamanho das portas e os materiais de isolamento não inflamável que podem ser utilizados, os bombeiros recomendam uma lotação máxima de 2,5 pessoas por metro quadrado. Um local que possui 280 m² comportaria, de acordo com a recomendação dos bombeiros, um público de 1 120 pessoas? Justifique.

A capacidade máxima desse local, segundo a orientação dos bombeiros é de 700 pessoas: (280 · 2,5 = 700).
Portanto o local não comportaria as 1 120 pessoas.

3.4 Este é um ano memorável, pois você e sua turma irão concluir o Ensino Fundamental. Visando a uma possível festa de formatura em sua escola, identifique o maior local disponível (quadra, pátio, refeitório, auditório, entre outros espaços) e calcule sua capacidade, segundo as orientações dos bombeiros.

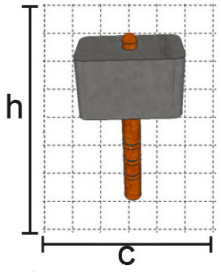
Esta resposta depende das dimensões do espaço escolhido, por exemplo: se o pátio da escola possui 16 m por 25 m, sua área será de 400 m² e sua capacidade de 1.000 pessoas (400 x 2,5). Solicitar aos estudantes que busquem informações sobre lotação máxima de pessoas nos ambientes na própria escola, entrevistando bombeiros ou em pesquisas na internet, quando possível.

ATIVIDADE 4 – PROPORCIONALIDADE: UMA RAZÃO PARA EXISTIR

Objetivo: *Resolver situações-problema envolvendo as relações de proporcionalidade direta e inversa.*

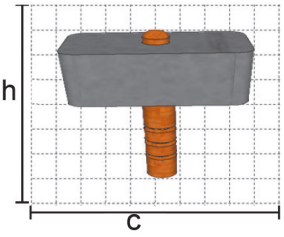
Conversa inicial: *Antes de iniciar a atividade, apresente a questão disparadora. Os estudantes deverão identificar a ampliação correta da figura e justificar suas respostas. Será considerado o fator de ampliação, neste caso a razão da altura da figura pelo seu comprimento (estamos considerando a figura em 2D) para elucidar a proporcionalidade direta através de uma relação visual. Após tal percepção, os estudantes serão convidados a verificar a existência de proporcionalidade direta em situações do cotidiano. Ao final da atividade, é importante consolidar a ideia de constante de proporcionalidade.*

4.1 A figura a seguir representa um martelo de um famoso super-herói:

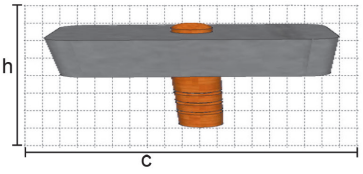


Esse martelo foi ampliado proporcionalmente para aumentar seu poder. Indique, dentre as alternativas abaixo, qual representa a correta ampliação do martelo e justifique sua resposta.

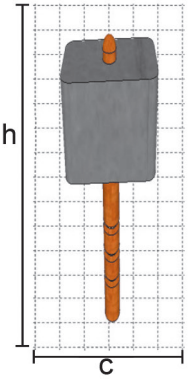
a)



b)



c)



d)

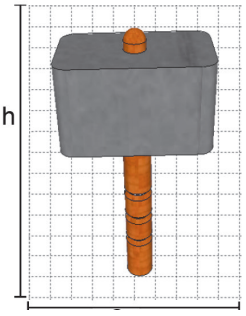


Ilustração: Rodrigo Soares de Sá.

A alternativa que apresenta a ampliação correta da figura é a "d". Como justificativa, os estudantes podem elencar que ela "aumentou" proporcionalmente na altura e no comprimento; ou que a altura dobrou e o comprimento também; ou que a razão entre a altura e o comprimento se manteve.

4.2 Observe a vazão de água que sai em uma determinada mangueira:

Tempo	Vazão de água
2 segundos	4 litros
4 segundos	8 litros
15 segundos	30 litros

Há alguma relação de proporção entre a quantidade de água que sai e o tempo? Justifique sua resposta.

Sim, espera-se que o estudante identifique a razão de, a cada 1 segundo a vazão de água é de 2 litros.

4.3 Analise as situações abaixo e indique, em cada uma, se há ou não proporcionalidade direta ou inversa, justificando sua resposta:

a) Marcos comprou 12 marmitas no restaurante do Sr. José e pagou R$ 120,00, no total. Poliana comprou 5 marmitas, no mesmo restaurante, pagando, no total, R$ 50,00.

Há proporcionalidade direta, pois as razões dos números de marmitas pelos respectivos preços pagos são iguais.

b) Numa promoção, na compra de três camisetas pagavam-se o total de R$ 57,00, na compra de cinco camisetas, o total de R$ 75,00, e na compra de dez camisetas, o total pago seria de R$ 120,00.

Não há proporcionalidade direta, pois as razões entre os preços pagos e os números respectivos de camisetas são diferentes $\left(\frac{57}{3}=19,\ \frac{75}{5}=15 \text{ e } \frac{120}{10}=12\right)$ *também não há proporcionalidade inversa pois, os produtos das variáveis não são iguais (3 · 57 = 171; 5 · 75 = 375; e 10 · 120 = 1200).*

c) Uma caixa d'água de 1000 l proporciona 10 banhos de 100 l cada, ou 20 banhos de 50 l cada, ou 50 banhos de 20 l cada.

Há proporcionalidade inversa, pois 10 · 100 = 20 · 50 = 50 · 20 = 1000.

d) Luiz fez o acompanhamento do crescimento de seu filho e foi registrando na seguinte tabela.

Idade (anos)	1	3	13	18	55
Altura (metros)	0,65	0,90	1,50	1,85	1,86

Não há proporcionalidade direta, pois as razões entre as alturas e as idades são diferentes: porcionalidade inversa.

$$\frac{0,65}{1} = 0,65;\ \frac{0,90}{3} = 0,3;\ \frac{1,5}{13} \cong 0,11;\ \frac{1,85}{18} \cong 0,1;\ \frac{1,85}{55} \cong 0,03$$

Os produtos das variáveis relacionadas também são diferentes: 1 · 0,65 = 0,65; 3 · 0,90 = 2,70; 13 · 1,50 = 19,50; 18 · 1,85 = 33,3 e 55 · 1,86 = 102,30. Logo, não há, também, proporcionalidade inversa.

e) Um chuveiro elétrico possui potência de 6 500 Watts, ou seja, consome 6 500 Watts por hora que estiver ligado. Se numa casa moram quatro pessoas e cada uma demora meia hora no banho (e tomam banho todos os dias), o consumo diário desse chuveiro será de 13 000 Watts.

Há proporcionalidade direta, pois as razões são iguais. O chuveiro ligado por uma hora consome 6 500 Watts $\left(r = \frac{6\,500}{1} = 6\,500\right)$*; se ele ficar ligado por duas horas irá consumir 13 000 Watts* $\left(r = \frac{13\,000}{2} = 6\,500\right)$.

f) Quando Inês tinha 6 anos de idade, calçava sapatos número 27; com 15 anos de idade já calçava sapatos número 36, e hoje, com 66 anos, calça 37.

Não há proporcionalidade direta ou inversa, pois nem as razões entre os números dos sapatos e as respectivas idades são iguais $\left(\frac{27}{6} = 4{,}5;\ \frac{36}{15} = 2{,}4;\ \frac{37}{66} \cong 0{,}56\right)$*, nem os produtos das variáveis são iguais* $(6 \cdot 27 = 162;\ 15 \cdot 36 = 540$ e $66 \cdot 37 = 2\,442)$.

g) Um celular pode ser comprado à vista ou em dez vezes sem juros, conforme a tabela:

1x	2x	5x	8x	10x
R$ 1600,00	R$ 800,00	R$ 320,00	R$ 200,00	R$ 160,00

Há proporcionalidade inversa, pois: $1 \cdot 1600 = 2 \cdot 800 = 5 \cdot 320 = 8 \cdot 200 = 10 \cdot 160 = 1600$.

4.5 Com base no que você aprendeu nesta situação de aprendizagem, elabore um mapa mental em seu caderno com os principais assuntos trabalhados.

Resposta pessoal.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 4

CONVERSA COM O PROFESSOR

As escalas estão presentes em mapas e plantas arquitetônicas e são bons exemplos de proporcionalidade direta. São comuns em outros componentes curriculares, como Geografia, por exemplo, porém são pouco exploradas com relação à proporcionalidade direta. Sugere-se a instigação aos estudantes se já observaram esse detalhe em mapas e, na medida do possível, a utilização de um mapa político de sua cidade ou do Estado de São Paulo (evite o mapa do mundo, pois há diferentes formas de planificação da esfera que podem gerar diferenças nas distâncias reais) para exemplificar as escalas nele contidas. Em plantas arquitetônicas (planta baixa), as escalas possibilitam o planejamento com gastos de piso, ou a disposição mais adequada dos móveis.

ATIVIDADE 1 – CONHECENDO A PLANTA BAIXA

Objetivos: *Reconhecer as escalas e a compreender que elas são grandezas diretamente proporcionais.*

Conversa inicial: *Inicie explicando qual a função de uma plana baixa. Sugerimos levar panfletos de planta baixa, como esses que são distribuídos para lançamento de empreendimentos, assim os estudantes poderão conhecer uma das aplicações da planta baixa no dia a dia. O estudante usará uma régua para encontrar as dimensões e depois multiplicará conforme a escala dada.*

Para trocar o piso da sala e da cozinha, veja a seguir a planta arquitetônica da casa de Seni:

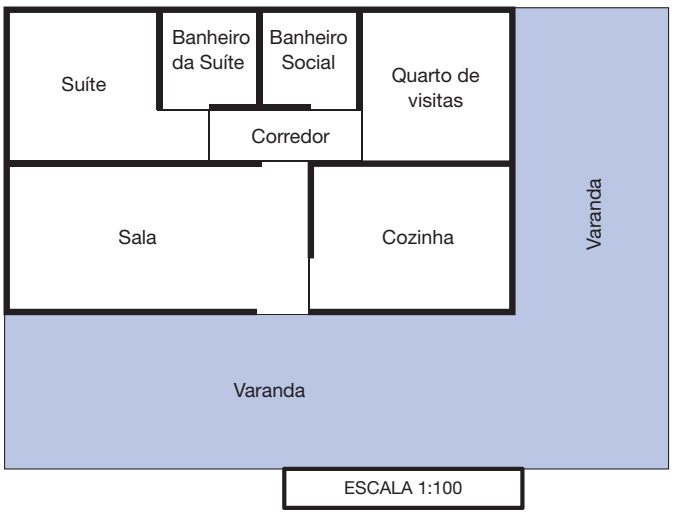


Ilustração: Rodrigo Soares de Sá

Com base na planta baixa (planta arquitetônica) da casa de Seni e com o auxílio de uma régua, calcule:

a) As medidas da cozinha e da sala em metros. Explique como você fez os cálculos.

Para obter o comprimento, proponha aos estudantes utilizarem a régua. O comprimento da cozinha é de 4 cm. Interpretando a escala, cada centímetro na planta arquitetônica equivale a 100 cm no real, o comprimento da cozinha, no real, é de 400 cm, ou, conforme o solicitado, 4 m. O comprimento da sala é de 6 cm. Como, segundo a escala, cada centímetro na planta arquitetônica equivale a 100 cm no real, o comprimento da sala, no real, é de 600 cm, ou, conforme o solicitado, 6 m. Para obter a largura de cada local indicado, aplica-se o mesmo procedimento.

b) A área da cozinha e da sala em metros quadrados.

A cozinha possui 4 cm × 3 cm, ou seja, utilizando a escala dada, 4 m × 3 m = 12 m².
A sala possui 6 cm × 3 cm, ou seja, utilizando a escala dada, 6 m × 3 m = 18 m².

ATIVIDADE 2 – OS MAPAS E AS PLANTAS ARQUITETÔNICAS: ESCALAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS

Objetivos: *Resolver situações-problema que envolvam proporcionalidade direta e inversa.*

Conversa inicial: *Converse com os estudantes que é possível encontrar as medidas reais a partir das escalas, que em geral estão indicadas nos mapas. A atividade envolve o uso da régua para medir a distância e então utilizar a escala dada para fazer a conversão, encontrando assim a distância real.*

No rodapé dos mapas e das plantas arquitetônicas, normalmente encontram-se suas escalas.

A escala é elaborada a partir da razão de redução ou ampliação sofrida. É possível calcular a medida real utilizando a escala. Nas aulas de Geografia muitos mapas são analisados, cada um com sua escala. Quando o mapa apresenta uma escala de 1:1000, por exemplo, significa que cada unidade de medida no mapa representa mil unidades de medida no real. Se você estiver utilizando uma régua, significa que cada centímetro no mapa representa 1 000 centímetros no tamanho real. Com base no exposto, resolva os problemas elencados a seguir:

2.1 Malkom vai viajar até a casa de Diana, sua prima, que mora numa cidade vizinha. Ao pesquisar no GPS o endereço de Diana, deparou-se com o seguinte mapa:



Ilustração: Rodrigo Soares de Sá

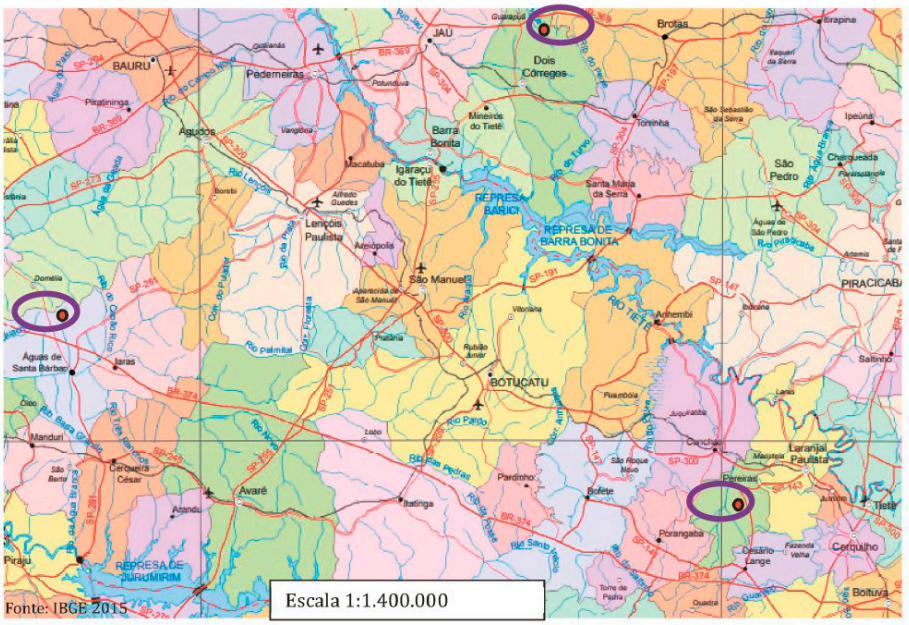
Utilize a régua para medir, em centímetros, a distância entre a casa de Malkom e a de Diana.

Após utilizar a escala do mapa para transformar a distância aferida em distância real, determine a distância aproximada, em quilômetros, da casa de Malkom até a moradia de Diana.

Os estudantes devem medir, utilizando a régua, a distância (em linha reta). Utilizando a escala apresentada no mapa, devem multiplicar o valor encontrado por 100 000. Lembre-os de que 1 km = 100 000 cm, assim farão a conversão dos valores encontrados em centímetros para quilômetros.

Explore as informações que estão no mapa como os pontos de referência e a escala e o significado dessa representação.

2.2 Ana Voig, moradora da Estância Hidromineral de Águas de Santa Barbara, interior de São Paulo, em uma busca na internet, descobriu que sua amiga mora na cidade de Dois Corrégos, e Pereiras é a cidade de sua madrinha. Ao consultar o mapa político do Estado de São Paulo, disponível no site do IBGE, pode conferir, aproximadamente, as distancias entre as cidades.



Fonte: **http://www.terrabrasilis.org.br/ecotecadigital/index.php/estantes/mapas/585-mapa-politico-do-estado-de-sao-paulo**.

Utilizando uma régua, meça, em centímetros, a distância entre a cidade de Ana Voig e as cidades de Dois Córregos e Pereiras. Em seguida, utilizando a escala indicada no mapa, calcule essa distância em quilômetros. Qual das duas cidades é mais próxima? Qual é a diferença entre as distâncias encontradas?

No mapa, os estudantes devem medir, utilizando a régua, as distâncias (em linha reta) entre Águas de Santa Bárbara e Pereiras e Águas de Santa Bárbara e Dois Córregos. Utilizando a escala disponibilizada, eles devem multiplicar os valores encontrados por 1 400 000. Como devem calcular em km, lembre-os que 1 km = 100 000 cm, assim farão a conversão dos valores encontrados em centímetros para quilômetros. Devem comparar as distâncias e então encontrar qual á a cidade mais próxima, calculando a diferença entre as cidades.

Professor, é possível que haja uma diferença entre os valores encontrados pelos estudantes e os valores reais, devido à proporção do mapa no tamanho do caderno dos estudantes, portanto, abra espaço para discutir as respostas encontradas.

ATIVIDADE 3 – O USO DA CRIATIVIDADE NA ELABORAÇÃO DE SITUAÇÕES-PROBLEMA

Objetivo: *Elaborar e resolver situações-problema envolvendo escalas.*

Conversa inicial: *Sugerimos que organize os estudantes em grupos para enriquecer este momento de criação. Eles deverão criar as situações-problema em uma folha que poderá ser destacada para posterior troca com outros grupos. As soluções deverão ser elencadas, passo a passo, em outra folha, para posterior conferência. Combine um tempo para elaboração das situações e suas respectivas resoluções. Após o término desse tempo estabelecido, sugere-se que você, professor, proponha a troca das situações-problema entre os grupos formados. Cada grupo deverá tentar resolver a situação-problema elaborada pelo outro grupo, registrando suas estratégias de resolução. Ao final, após o grupo que elaborou conferir a resolução feita pelo outro grupo, você pode socializar alguns problemas criados. Escolha alguns também para analisar a escrita do enunciado, se está claro, se tem uma pergunta, essa discussão poderá repertoriar os estudantes para as próximas criações, discutindo também a estrutura do enunciado.*

Nesta atividade, você terá a oportunidade de utilizar sua criatividade para elaborar situações-problema e desafiar seus colegas a resolvê-las.

3.1 A partir de tudo que estudamos nesta Situação de Aprendizagem, junte-se a um colega e elabore uma situação-problema que envolva proporcionalidade direta ou inversa. Não se esqueça de, em uma folha avulsa, realizar a resolução detalhada do problema elaborado, para corrigir possíveis equívocos. Proponha a situação-problema elaborada para outra dupla resolver e verifique as respostas apontadas.

Resposta pessoal. Socialize os problemas elaborados pelos estudantes. Verifique se a resolução envolve a proporcionalidade direta ou inversa.

3.2 Elabore, em grupo, uma situação-problema que envolva escalas em mapas ou plantas arquitetônicas. Utilize régua para desenhar o mapa ou a planta arquitetônica nas devidas proporções. Realize a resolução detalhada do problema elaborado em uma folha avulsa, para verificar se todos os dados estão corretos e se a resposta é possível. Proponha a situação-problema elaborada para outro grupo responder e verifique as respostas apontadas.

Dica: pesquise mapas ou plantas arquitetônicas para complementar sua elaboração e utilize dados do bairro onde mora, de sua casa ou da escola onde estuda.

Resposta pessoal. Auxilie os estudantes nessa organização.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 5

CONVERSA COM O PROFESSOR

O trabalho com as retas paralelas cortadas por uma transversal envolve as demonstrações. Para envolver os estudantes, é possível trabalhar com régua e transferidor, para que possam compreender a posição dos ângulos formados entre as retas de forma a auxiliá-los a escrever a demonstração das relações entre os ângulos. Se possível, explore outras situações além das apresentadas aqui.

ATIVIDADE 1 – RELAÇÕES ENTRE OS ÂNGULOS FORMADOS POR RETAS PARALELAS CORTADAS PELA RETA TRANSVERSAL

Objetivo: *Identificar ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma reta transversal.*

Conversa inicial: *Retome a ideia de ângulos e seus elementos. Amplie essa conversa para as retas paralelas e a reta que corta essas paralelas. Solicite aos estudantes que utilizem o transferidor para medir os ângulos. Verifique como estão realizando a atividade, auxiliando aqueles que tem dificuldade em usar o transferidor. Com a atividade, o estudante deverá identificar ângulos congruentes, bem como os nomes especiais que alguns pares de ângulos recebem.*

1.1 Observando a figura 1 responda:

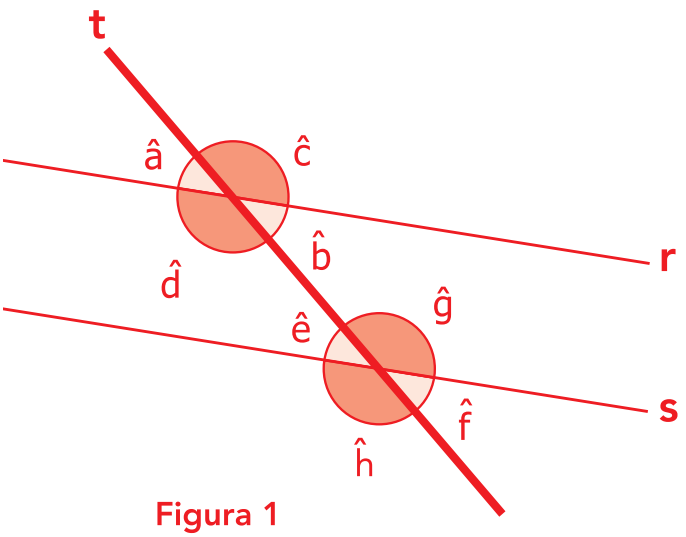


Figura 1

Ilustração: Elaborado pelos autores.

a) Quantos ângulos a reta t forma com as retas paralelas r e s?

São formados 8 ângulos.

b) Com o transferidor meça cada um dos ângulos, e organize esses dados em uma tabela.

Ângulo	Medida em graus
$\hat{a}$	*40°*
$\hat{b}$	*40°*
$\hat{c}$	*140°*
$\hat{d}$	*140°*
$\hat{e}$	*40°*
$\hat{f}$	*40°*
$\hat{g}$	*140°*
$\hat{h}$	*140°*

c) Agora, agrupe os ângulos que possuem a mesma medida.

Os ângulos $\hat{a}, \hat{b}, \hat{e}$ e $\hat{f}$ *têm medidas iguais a 40°.*

Os ângulos $\hat{c}, \hat{d}, \hat{g}$ e $\hat{h}$ *têm medidas iguais a 140°.*

1.2 Identifique os pares desses ângulos que são:

Ângulos Correspondentes	$\hat{a}$ e $\hat{e}$; $\hat{c}$ e $\hat{g}$; $\hat{d}$ e $\hat{h}$; $\hat{b}$ e $\hat{f}$.
Ângulos Alternos Internos	$\hat{b}$ e $\hat{e}$; $\hat{g}$ e $\hat{d}$.
Ângulos Alternos Externos	$\hat{a}$ e $\hat{f}$; $\hat{c}$ e $\hat{h}$.
Ângulos Colaterais Internos	$\hat{b}$ e $\hat{g}$; $\hat{d}$ e $\hat{e}$.
Ângulos Colaterais Externos	$\hat{a}$ e $\hat{h}$; $\hat{c}$ e $\hat{f}$.
Ângulos Opostos pelo Vértice	$\hat{a}$ e $\hat{b}$; $\hat{c}$ e $\hat{d}$; $\hat{g}$ e $\hat{h}$; $\hat{e}$ e $\hat{f}$.

1.3 Considere a figura:

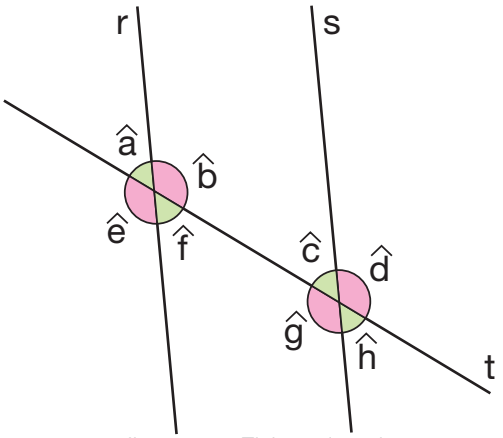


Ilustração: Elaborado pelos autores.

a) "Deslizando" a reta r sobre a reta t paralelamente até sobrepor a reta s, escreva onde cada ângulo irá se sobrepor:

â irá sobrepor: *ĉ*

b̂ irá sobrepor: ĝ

ê irá sobrepor: ĝ

f̂ irá sobrepor: ĥ

b) Considerando suas respostas do item anterior, escreva sobre as relações entre os ângulos. Seu professor fará uma síntese após seus registros. Aproveite para anotar essas informações.

Resposta pessoal.

ATIVIDADE 2 – DEMONSTRAÇÃO DE ALGUMAS PROPRIEDADES

2.1 Com base na figura do item 1.3, demonstre que ângulos opostos pelo vértice são congruentes.

Queremos provar que $\hat{a} \equiv \hat{f}$ *(ângulos opostos pelo vértice).*
Sabe-se que os ângulos $\hat{a}$ *e* $\hat{b}$ *são suplementares, assim como os ângulos* $\hat{b}$ *e* $\hat{f}$*.*
Sendo assim, se x é a medida do ângulo â, y é a medida do ângulo $\hat{b}$*, e z é a medida do ângulo* $\hat{f}$*, temos: (I)* $x + y = 180°$ *e (II)* $y + z = 180°$*. Igualando as equações (I) e (II), temos:* $x + y = y + z$ *e, portanto,* $x = z$*, ou seja, as medidas dos ângulos â e* $\hat{f}$ *são iguais, o que nos leva a afirmar que â e* $\hat{f}$ *são congruentes.*
(De forma idêntica, pode-se provar que os pares de ângulos $\hat{a}$ *e* $\hat{f}$*;* $\hat{c}$ *e* $\hat{h}$*;* $\hat{g}$ *e* $\hat{d}$*;* $\hat{e}$ *e* $\hat{b}$ *que são opostos pelo vértice, são congruentes)*

2.2 Demonstre que ângulos alternos internos são congruentes.

Apresentamos aqui uma sugestão para o encaminhamento da demonstração, mas você poderá utilizar outra forma que esteja mais familiarizado.

Queremos provar que $\hat{c} \equiv \hat{f}$ (ângulos alternos internos)

Sabe-se que os ângulos $\hat{a}$ e $\hat{c}$ são congruentes, pois são correspondentes. Os ângulos $\hat{a}$ e $\hat{f}$ também são congruentes, pois são opostos pelo vértice.

Sendo assim, se x é a medida do ângulo â, k é a medida do ângulo $\hat{c}$, e z é a medida do ângulo $\hat{f}$, temos: (I) x = k e (II) x = z. Igualando as equações (I) e (II), temos: k = z, ou seja, as medidas dos ângulos $\hat{c} \equiv \hat{f}$ são iguais, o que nos leva a afirmar que $\hat{c} \equiv \hat{f}$ são congruentes.

(De forma idêntica, pode-se provar que o par de ângulos $\hat{b}$ e $\hat{g}$, que são alternos internos, são congruentes.)

ATIVIDADE 3 – O "X DA QUESTÃO"!

3.1 Sabendo que as retas r e s são paralelas, responda às perguntas:

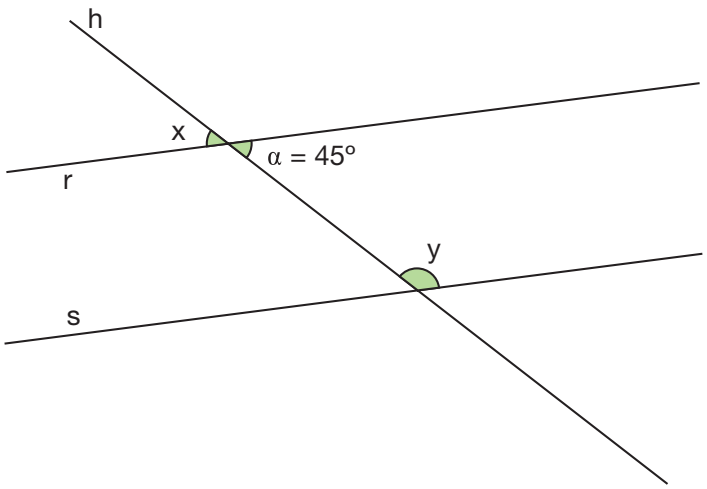


Ilustração: Elaborado pelos autores.

a) Qual a medida do ângulo x? E a do ângulo y?

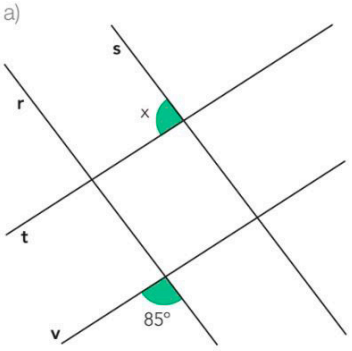
A medida do ângulo x é 45° e a medida do ângulo y é 135°

b) Qual é a relação entre os ângulos x e y?

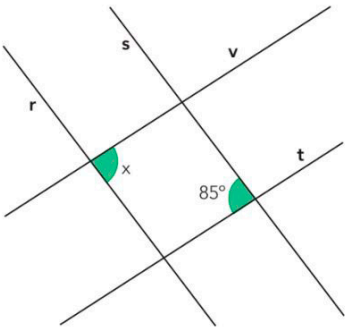
São ângulos suplementares.

3.2 Sabendo que a reta r é paralela à reta s e a reta t é paralela à reta v, junte-se a seus colegas e encontrem a medida do ângulo x, justificando sua resposta.

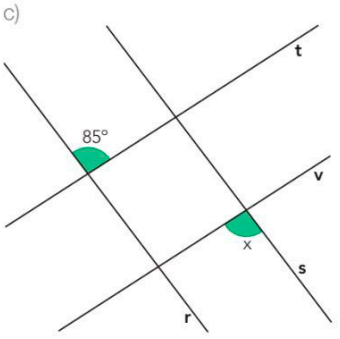
a)



b)



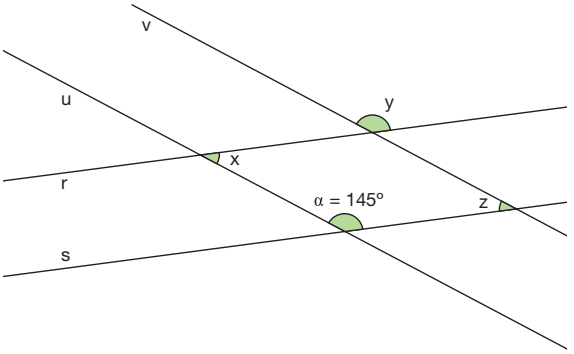
c)



Resolução: Professor, a movimentação se dá por meio de ângulos alternos internos, externos e ângulos opostos pelo vértice.
Verifique outras soluções com os estudantes, podendo até preencher todos os ângulos formados pelas retas.
Respostas:

a) 95°
b) 85°
c) 85°

3.3 Desafio! Sabendo que r//s e u//v, quanto vale x + y + z?



$x + y + z + \alpha = 360°$
$x + y + z = 360° - \alpha = 215°$

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 6

CONVERSA COM O PROFESSOR

Para iniciar o trabalho com o Teorema de Tales, propõe-se uma questão disparadora: um problema em que os estudantes poderão discutir estratégias para sua resolução. A partir dessa discussão, aborde o Teorema e, posteriormente, retorne à questão disparadora para a aplicação do Teorema e validação das respostas dadas pelos estudantes no início da conversa.

ATIVIDADE 1 – TIROLESA

Objetivo: *Resolver uma situação-problema por meio de estratégias pessoais: cálculo, estimativa ou por meio de desenho.*

Conversa inicial: *Na apresentação da situação-problema do Sr. Antônio, é possível que os estudantes ainda não tiveram contato com o Teorema de Tales. Sendo assim, discuta com os estudantes as possibilidades para a resolução da situação-problema e solicite que registram suas respostas, mesmo que sejam por estimativa, justificando-as. Depois disso, aborde o Teorema de Tales e informe aos estudantes que você irá retomar o problema do Sr. Antônio, na Atividade 3.*

A tirolesa, originária da região do Tirol (Áustria), é um meio de transporte individual para travessia de rios, lagos e desfiladeiros, muito usado em diversas partes do mundo. Constitui-se de um cabo de aço aéreo, ancorado entre dois pontos, no qual o usuário, preso a um cinto especial, se desloca através de roldanas conectadas por mosquetões a um arnês (uma espécie de cinto de segurança para a escalada). Atualmente, a tirolesa é uma atividade esportiva de aventura.

1.1 Sr. Antônio possui um parque com atrações radicais, ente elas uma tirolesa que tem seus pontos de sustentação em dois postes paralelos, colocados a uma distância de 40 m e unidos por um cabo de aço aéreo de 50 m, conforme a Figura 1.

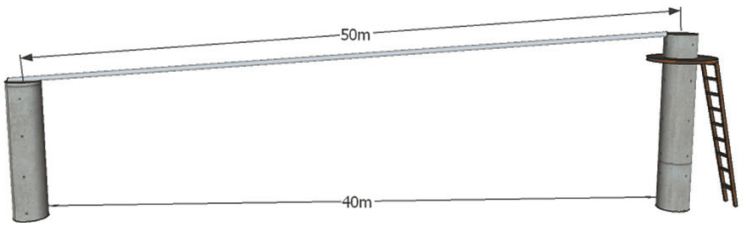


Figura 1
Ilustração: Rodrigo Soares de Sá

A fim de tornar esta tirolesa mais radical, mas mantendo sua inclinação, o maior poste será trocado por um novo poste, mais alto, que estará paralelo ao menor, aumentando a distância entre os dois postes em 60 m, conforme a Figura 2.

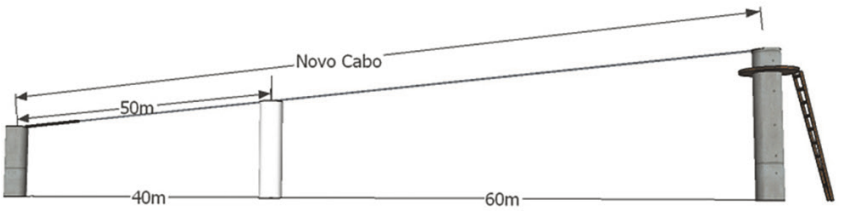
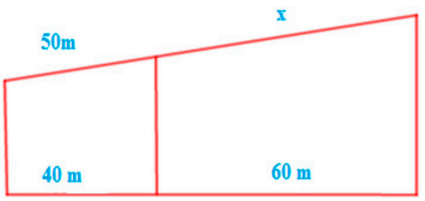


Figura 2
Ilustração: Rodrigo Soares de Sá

Nesta modificação, o Sr. Antônio precisará trocar o cabo de aço aéreo e, para isso, comprou 120 m de cabo. Será que ele comprou a quantidade suficiente? Justifique sua resposta.



$$\frac{x}{60} = \frac{50}{40} \rightarrow 4x = 3\,000 \rightarrow x = \frac{3\,000}{40} \rightarrow x = 75\ m$$

Não será suficiente já que 75 + 50 = 125 m.

ATIVIDADE 2 – RAZÃO PARA VIDA E PARA MATEMÁTICA

Objetivo: *Aplicar a razão na vida prática e em contexto da matemática.*

Conversa inicial: *Os estudantes começam nesta fase a ter um projeto de Vida, uns para faculdade, outros para curso técnico ou ainda para o mundo do trabalho. Em uma roda de conversa compartilhe os sonhos, oriente a reflexão fazendo perguntas como, já pensou qual curso superior escolher? É um curso concorrido?*

No item 2.1, retomamos o conceito de razão, já abordado anteriormente. Para saber se a faculdade que queremos cursar é concorrida, basta obter a relação de candidatos por vaga, que é a razão do total de inscritos no vestibular dividido pelo número de vagas oferecido pela instituição. Sugerimos uma pesquisa aos estudantes, apoiada na roda de conversa, em relação a faculdade, curso técnico ou ao trabalho que pretendem cursar. Em 2.2, basta aplicar a razão em segmentos de reta.

2.1 Quando queremos saber se determinado curso de uma faculdade tem grande concorrência, precisamos obter a relação de candidatos por vaga, que é a razão do total de inscritos no vestibular dividido pelo número de vagas oferecido pela instituição.

A Faculdade A possui 3250 candidatos inscritos para 50 vagas, e a Faculdade B possui 1950 candidatos inscritos para 30 vagas. Sabendo que um candidato quer estudar em qualquer uma dessas faculdades, faça um estudo para identificar se em uma delas ele tem maior chance de entrar? Justifique.

Faculdade A: $\frac{3\,250}{50} = 65$ *candidatos por vaga*

Faculdade B: $\frac{1\,950}{30} = 65$ *candidatos por vaga*

Observa-se que nas duas faculdades as chances são iguais.

2.2 Em dupla, elabore uma situação-problema que envolva a razão entre duas grandezas e entregue-a para outra dupla resolver.

Resposta pessoal. Após a elaboração do problema, entregar a folha para outra dupla e resolver o problema proposto pelos outros colegas. Acompanhe as discussões entre as duplas, verificando se o problema elaborado atende ao solicitado na proposta.

ATIVIDADE 3 – APROFUNDANDO O CONHECIMENTO EM RAZÃO ENTRE SEGMENTOS

3.1 Dado um segmento AB de 3 cm e um segmento CD de 12 cm, qual é a razão entre AB e CD nesta ordem?

$$\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

3.2 A figura a seguir, é representada por um feixe de retas paralelas r // s // t, cortadas por duas transversais, v e y.

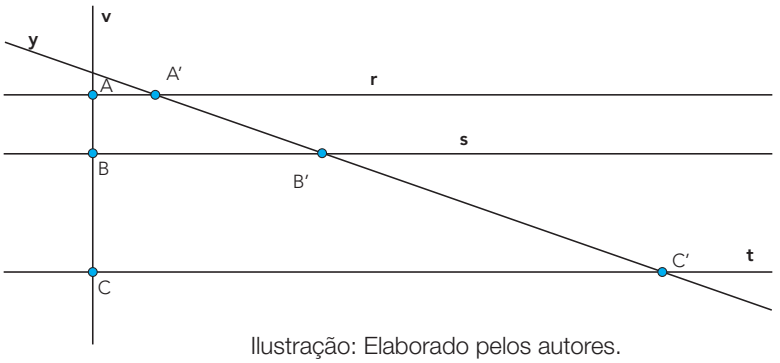


Ilustração: Elaborado pelos autores.

Com um instrumento de medida, encontre o valor de:

a) $\overline{AB}$; $\overline{BC}$; $\overline{A'B'}$;$\overline{B'C'}$?

$\overline{AB}=1; \overline{BC}=2; \overline{A'B'}=3 ; \overline{B'C'}=6$

b) Qual a razão de $\overline{AB}$ para $\overline{BC}$?

$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{1}{2}$

c) Qual a razão de $\overline{AB}$ para $\overline{A'B'}$?

$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}}=\frac{1}{3}$

d) Qual a razão de $\overline{A'B'}$ para $\overline{B'C'}$?

$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

e) Qual a razão de $\overline{BC}$ para $\overline{B'C'}$?

$\frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

Segmentos proporcionais – Leitura

Quando duas razoes são equivalentes, formam uma proporção, isto é:

$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}$. Realizamos a seguinte leitura: $\overline{AB}$ está para $\overline{BC}$ assim como $\overline{A'B'}$ está para $\overline{B'C'}$.

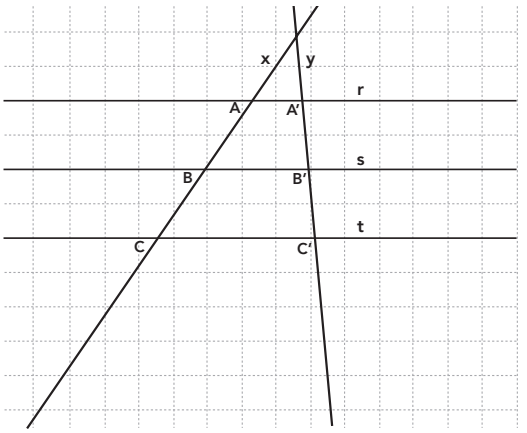


Ilustração: Elaborado pelos autores

Será que em **todo** feixe de retas paralelas cortadas por retas transversais é possível obter segmentos proporcionais sobre as transversais? Vamos verificar a partir dos procedimentos a seguir.

Vamos construir um feixe de retas paralelas (**r // s // t**), e cortadas por transversais (**x e y**).

Supondo-se, em um primeiro momento, que $\overline{AB} = \overline{BC}$ podemos traçar retas paralelas à reta x pelos pontos A' e B', conforme a figura:

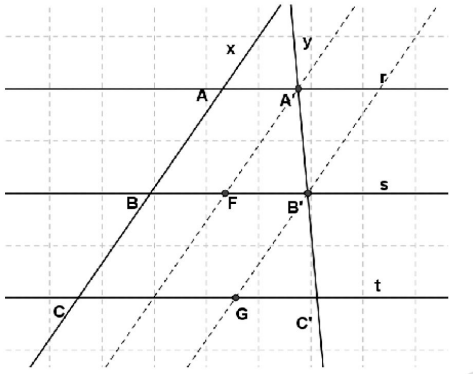


Ilustração: Elaborado pelos autores

Neste caso, do paralelogramo AA'FB, teremos que $\overline{AB} = \overline{A'F'}$ e do paralelogramo BB'GC, teremos que $\overline{BC} = \overline{B'G}$.

Como fizemos a suposição de que $\overline{AB} = \overline{BC}$, teremos que $\overline{AF} = \overline{B'G}$

Tomando os triângulos A'FB' e B'GC', teremos que os ângulos $F\hat{A}'B$ e $G\hat{B}'C'$ são congruentes, pois são ângulos correspondentes, assim como os ângulos $A\hat{B}'F$ e $B'\hat{C}'G$. Sendo assim, concluiremos que os ângulos $A\hat{F}B'$ e $B'\hat{G}C'$ também serão congruentes.

Como sabemos que $\overline{AF} = \overline{B'G}$, então os triângulos A'FB' e B'GC' são semelhantes pelo caso ALA e, portanto, $\overline{A'B'} = \overline{B'C'}$

Concluímos então que, supondo-se $\overline{AB} = \overline{BC}$ teremos, então, que $\overline{A'B'} = \overline{B'C'}$

3.3 Determinar a medida indicada por x:

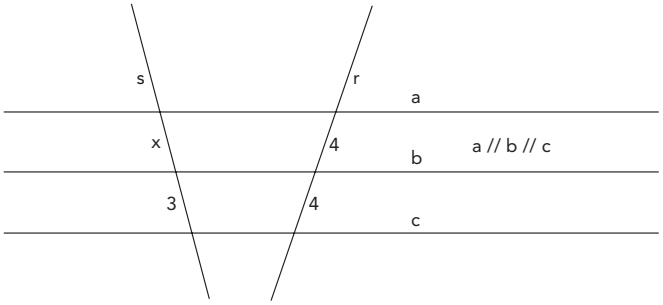


Ilustração: Elaborado pelos autores

Espera-se que o estudante responda, x = 3, sem recorrer a outros procedimentos, comparando os segmentos formados.

Segmentos proporcionais II – Leitura

Na demonstração anterior, fizemos a suposição de que $\overline{AB} = \overline{BC}$. E se isso não ocorrer, ou seja, $\overline{AB} \neq \overline{BC}$?

No caso de $\overline{AB} \neq \overline{BC}$, a distância entre as retas r e s será diferente da distância entre as retas s e t e, neste caso, poderemos fazer a seguinte demonstração:

Vamos dividir os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$ por uma unidade k, e os segmentos $\overline{A'B'}$ e $\overline{B'C'}$ por uma unidade z, conforme a figura:

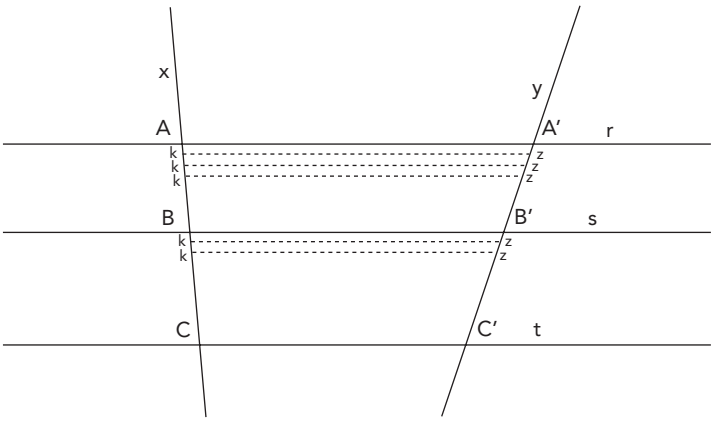


Ilustração: Elaborado pelos autores.

Neste caso, o segmento AB terá uma quantidade **a** de unidades **k**, o segmento $\overline{A'B'}$ terá uma quantidade **a** de unidades **z**, enquanto o segmento $\overline{BC}$ terá uma quantidade **b** de unidades **k** e o segmento $\overline{B'C'}$ terá uma quantidade b de unidades z.

Assim, poderemos escrever:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{k.a}{k.b} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}} = \frac{z.a}{z.b} = \frac{a}{b}$$

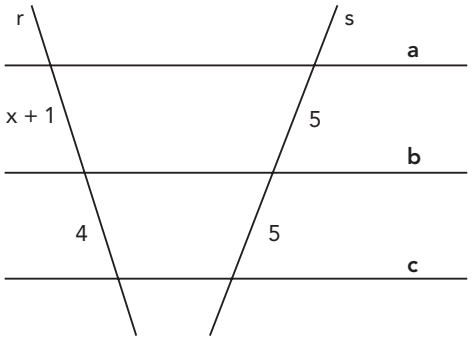
Com esses resultados, concluímos que:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}$$

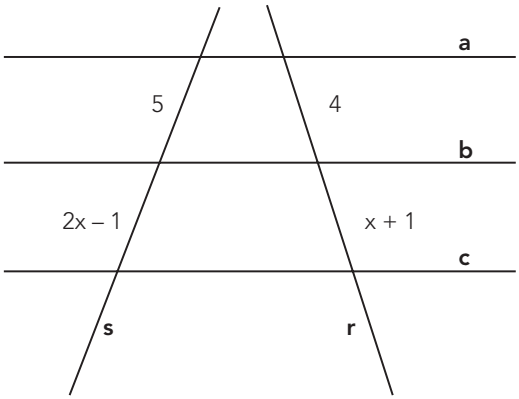
Provamos assim que um feixe de retas paralelas interceptadas por retas transversais forma segmentos proporcionais sobre as transversais, que é o princípio do teorema conhecido como Teorema de Tales.

3.4 Junto com um colega, resolva os exercícios a seguir para encontrar o valor de x, sabendo que as retas a, b e c são paralelas e determinam nas retas transversais r e s segmentos cujas medidas estão indicadas em cm.

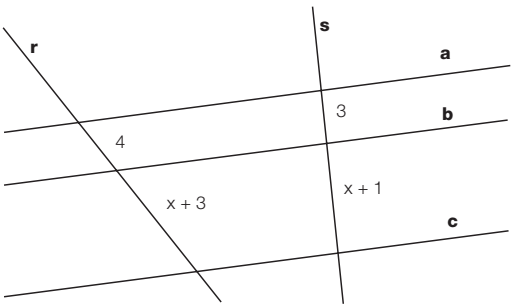
a)



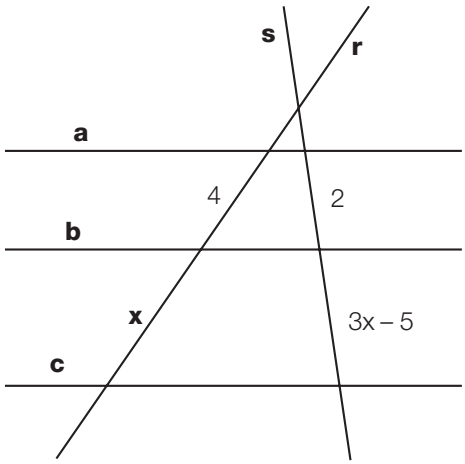
b)



c)



d)



a) $\frac{x+1}{4} = \frac{5}{5} \Rightarrow 5x + 5 = 20 \Rightarrow 5x = 15 \Rightarrow x = 3$ *cm*

b) $\frac{5}{2x-1} = \frac{4}{x+1} \Rightarrow 8x - 4 = 5x + 5 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3$ *cm*

c) $\frac{4}{x+3} = \frac{3}{x+1} \Rightarrow 4x + 4 = 3x + 9 \Rightarrow x = 5$ *cm*

d) $\frac{4}{x} = \frac{2}{3x-5} \Rightarrow 12x - 20 = 2x \Rightarrow 10x = 20 \Rightarrow x = 2$ *cm*

ATIVIDADE 4 – TEOREMA DE TALES – APLICAÇÃO

Objetivo: *Aplicar o Teorema de Tales nos triângulos.*
Conversa inicial: *Vamos fazer duas aplicações práticas: uma com o Teorema de Tales nos triângulos, e outra a outra, é a resolução de um problema mais prático que recai na aplicação dos triângulos.*

4.1 Em grupo, façam uma pesquisa sobre Tales e seu Teorema. Tragam curiosidades sobre o tema para compartilhar com a classe.

No dia agendado para apresentarem a pesquisa, organize os estudantes de forma que todos possam participar. Uma sugestão seria antecipadamente verificar com os estudantes qual o formato da apresentação, assim você poderá organizar os tempos dos grupos e o espaço.

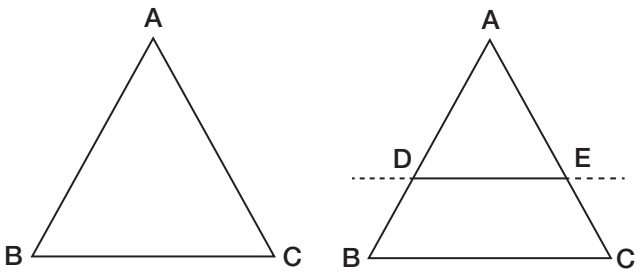
Demonstração – Leitura

Professor, faça a leitura e demonstração com os estudantes, explicando o procedimento e o passo a passo da demonstração

Agora que você já conhece o Teorema de Tales – "Um feixe de retas paralelas determina, sobre duas transversais quaisquer, segmentos proporcionais" –, vamos aplicá-lo para demonstrar que "Toda paralela a um dos lados de um triângulo determina outro triângulo de lados proporcionais ao primeiro".

Vamos lá!

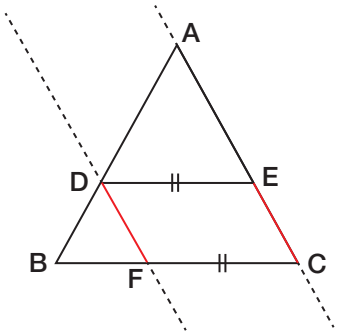
Em um triângulo ABC, traçaremos uma paralela a um dos lados, no caso, o lado BC.



Temos então DE // BC, com AB e AC transversais. Aplicando o Teorema de Tales, temos:

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{AC}} \quad (I)$$

Vamos agora traçar uma paralela ao lado AC pelo ponto D, que cortará o lado BC no ponto F.



Observe que temos um paralelogramo DFCE e, então: DE ≡ FC e DF ≡ EC.
Temos então DF // AC, com AB e BC transversais. Aplicando o Teorema de Tales, temos:

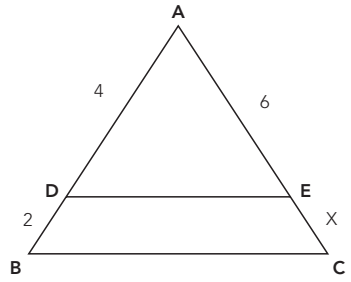
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{FC}} \Leftrightarrow \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FC}}{\overline{BC}} \quad (II)$$

De (I) e (II), temos $\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{FC}}{\overline{BC}}$, mas $\overline{FC} \equiv \overline{DE}$, então $\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{BC}}$.

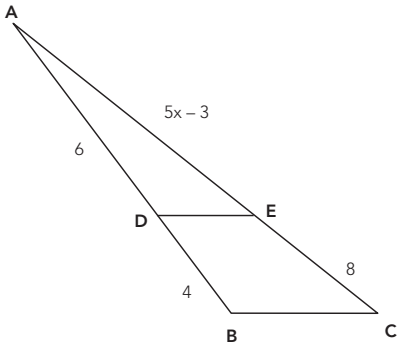
Logo, os lados do triângulo ADE são proporcionais aos respectivos lados do triângulo ABC.

4.2 Nas figuras a seguir, temos DE//BC. Considerando a propriedade do Teorema de Tales nos triângulos, encontre o valor da medida x, sabendo que as medidas são dadas em cm:

a)



b)



(a) $\frac{4}{2} = \frac{6}{X} \Rightarrow x + 3\ cm$

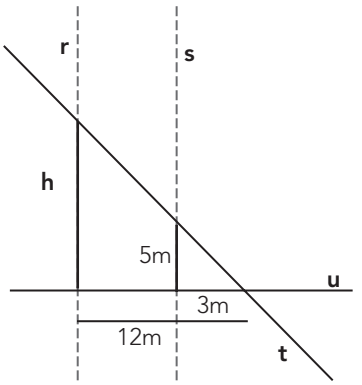
(b) $\frac{6}{4} = \frac{5x - 3}{8} \Rightarrow 20x = 48 + 12 \Rightarrow x + 3\ cm$

4.3 A professora Inês, conversando com seus alunos Rodrigo e Beth, propôs a seguinte situação-problema: Em uma determinada hora do dia, o prédio da escola projeta uma sombra de 12 m, e uma árvore plantada ao lado, com 5 metros de altura, projeta uma sombra de 3 m. Se mais tarde a sombra da árvore diminuir em um metro, qual será a sombra do prédio da escola? Os alunos prontamente responderam 11 m (12 – 1 = 11). "Opa!", disse a professora Inês, "Vamos transcrever os dados em uma folha e discutir."

Vamos ajudar Rodrigo e Beth na solução deste problema?

Tem-se o prédio e a árvore sobre as retas paralelas r e s e suas projeções nas retas transversais t e u, pelo Teorema de Tales podemos escrever:

$\frac{h}{5} = \frac{12}{3} \rightarrow 3h = 60 \rightarrow h = 20$ *m.*



A sombra da árvore diminuiu em um metro, passando para 2 m, mas a altura do prédio e a altura da árvore, continuam a mesma, então teremos:

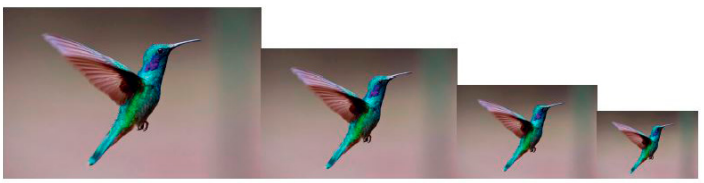
$\frac{20}{x} = \frac{5}{2} \rightarrow 5x = 40 \rightarrow x = 8$ *m.*

ATIVIDADE 5 – SEMELHANÇA

Objetivo: *Reconhecer a semelhança entre figuras.*

Conversa inicial: *Antes de entrar em semelhança de triângulos é pertinente que os estudantes relembrem figuras e polígonos semelhantes, por meio de ampliações e ou reduções, observando a constante de proporcionalidade entre os pares de lados e a igualdade entre os ângulos correspondentes. A utilização de softwares será bem interessante, caso não possua acesso a softwares disponibilize instrumentos de medição e calculadora. Provavelmente, alguns estudantes necessitarão de atenção especial para a utilização do transferidor e, na construção de triângulos, com o manuseio do compasso. A partir da imagem, discuta com os estudantes se consideram a figura semelhante, solicite também que justifiquem as respostas. A semelhança entre figuras, tem diversas aplicabilidades no cotidiano, como na elaboração de maquetes, ampliação de fotos, medições de distância (teorema de Tales) entre outras questões envolvendo proporcionalidade na Geometria.*

5.1 Você considera essas figuras semelhantes? Justifique sua resposta.



Fonte: Pixabay, disponível em **https://pixabay.com/pt/photos/beija-flor-p%c3%a1ssaro-voar-asas-2139279/**

Resposta pessoal. Espera-se que o estudante realize a análise das imagens, e perceba a relação de semelhança entre elas, partindo da redução ou ampliação proporcional de suas dimensões.

5.2 Amplie ou reduza a figura abaixo na malha quadriculada e descreva o processo que usou.

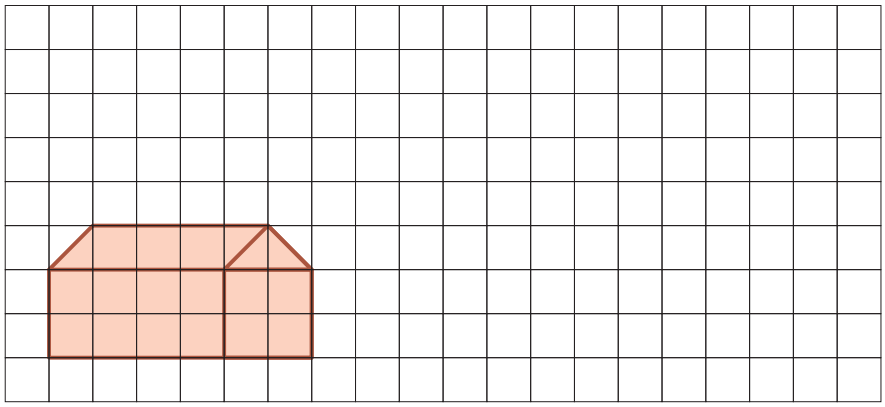


Ilustração: Elaborado pelos autores

Observe se as justificativas contemplam: proporcionalidades entre os lados dos polígonos originais (ampliação/redução) bem como a igualdade entre os ângulos correspondentes.

5.3 Identifique os polígonos que formam a figura original, assim como os da figura que você ampliou ou reduziu. (Quais são eles?)

Paralelogramo, triângulo, retângulo e quadrado.

5.4 Agora, utilizando uma régua, meça os lados dos polígonos originais e os da sua ampliação ou redução, e encontre a constante de proporcionalidade entre os lados correspondentes de todos os polígonos. Após o cálculo, o que você concluiu?

A seguir, um exemplo de cálculo que o estudante deverá fazer, considerando as medidas encontradas por ele.

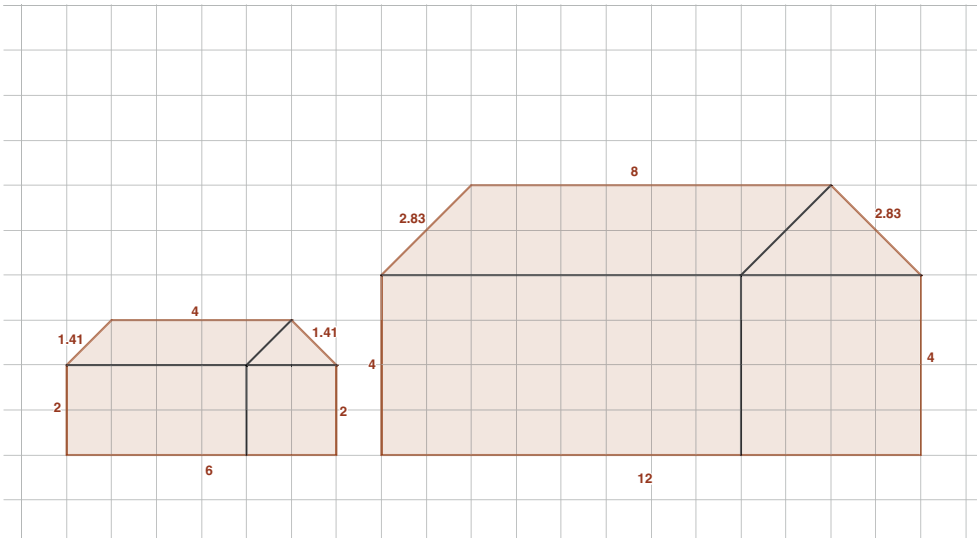


Ilustração: Elaborado pelos autores

Temos a figura ampliada corresponde ao dobro da figura original, ou seja, a constante de proporcionalidade é igual a 2. Esta constante indica a proporcionalidade entre as figuras.

ATIVIDADE 6 – SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

Objetivo: *Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.*

Conversa inicial: *Explore as ideias de semelhança a partir do que já foi trabalhado anteriormente. Os casos de semelhança podem ser desenvolvidos por construção ou por meio de pesquisa. Organize os estudantes para que investiguem a semelhança entre triângulos. Abordar o tema a partir do resultado da pesquisa dos estudantes é uma estratégia para envolvê-los no assunto.*

6.1 Observe as figuras abaixo:

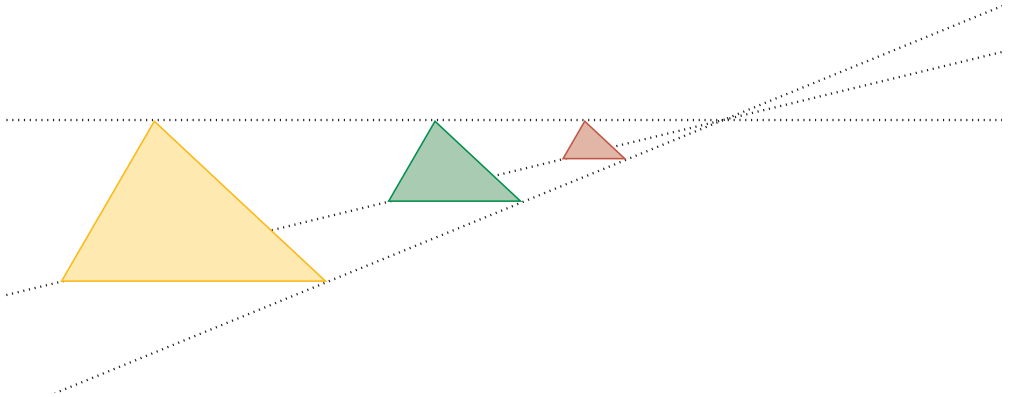


Ilustração: Elaborado pelos autores

É possível afirmar que temos uma ideia de semelhança? Justifique.

Explore com os estudantes a ideia de semelhança. Uma possibilidade é medir os lados dos triângulos e fazer uma relação entre eles.

6.2 Utilizando um compasso, construa dois triângulos: um com lados 3 cm; 4 cm e 5 cm e outro com lados 6 cm; 8 cm e 10 cm. Há semelhança entre eles?

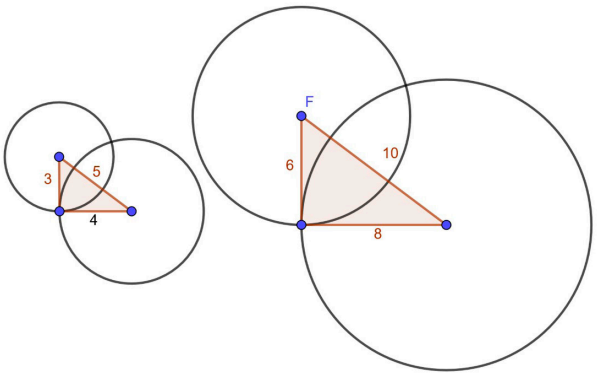
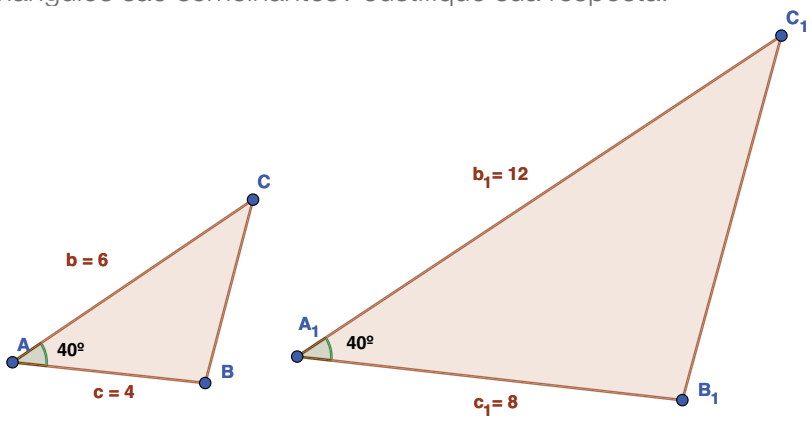


Ilustração: Elaborado pelos autores

Sim, há semelhança, pois, os pares de lados correspondentes são proporcionais.
Obs: A construção ao lado foi feita com software, caso tenha a possibilidade de usar um software, é uma opção para os estudantes, mas caso contrário, a proposta com régua e compasso também auxiliará os estudantes a desenvolveram a atividade.

6.3 Construa um triângulo com um lado de 4 cm e outro de 6 cm formando um ângulo de 40°. Depois construa outro triângulo, com um lado de 8 cm e outro de 12 cm formando um ângulo de 40°. Os triângulos são semelhantes? Justifique sua resposta.



Sim, são semelhantes, pois a constante de proporcionalidade entre os pares de lados correspondentes é igual a 2.

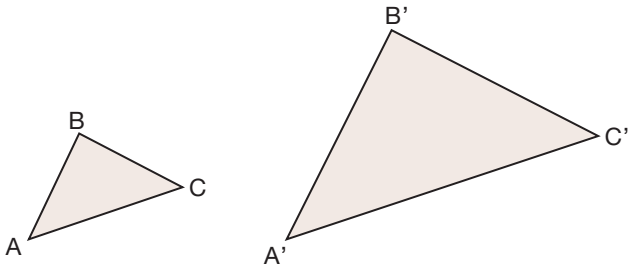
ATIVIDADE 7 – CASOS DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

Objetivo: *Reconhecer os casos de semelhança entre triângulos.*
Conversa inicial: *É importante discutir com os estudantes as condições necessárias entre lados e ângulos para que duas figuras sejam semelhantes.*

Vamos relembrar alguns casos de semelhança de triângulos:

Caso lado-lado-lado (indicado por **LLL**):

Se dois triângulos têm as medidas dos três pares de lados correspondentes proporcionais, então eles são triângulos semelhantes.

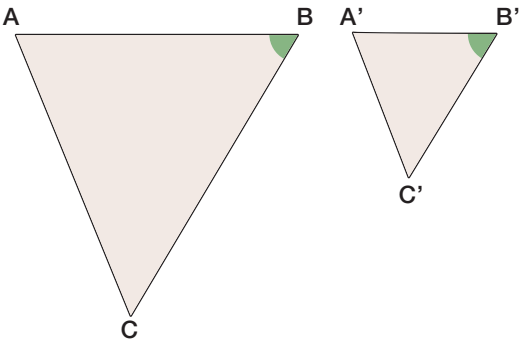


Se $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}$

Então: $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$

(o triângulo ABC é semelhante ao triângulo A'B'C')

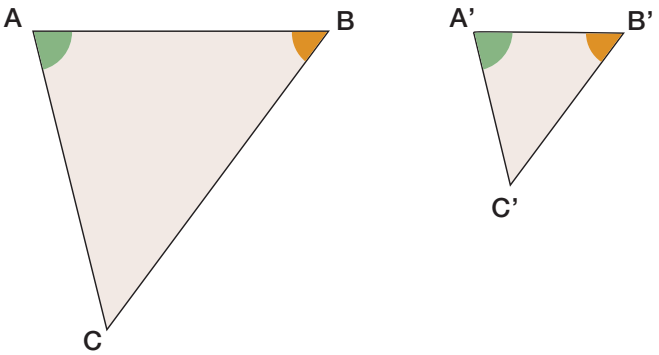
Caso lado-ângulo-lado (indicado por **LAL**):



$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} \text{ e } A\hat{B}C \equiv A'\hat{B}'C'$$

Então: $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$

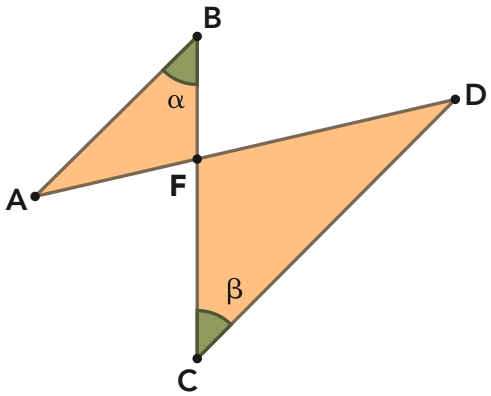
Caso ângulo-ângulo (indicado por **AA**):



Se $A\hat{B}C \equiv A'\hat{B}'C'$ e $C\hat{A}B \equiv C'\hat{A}'B'$

Então: $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$

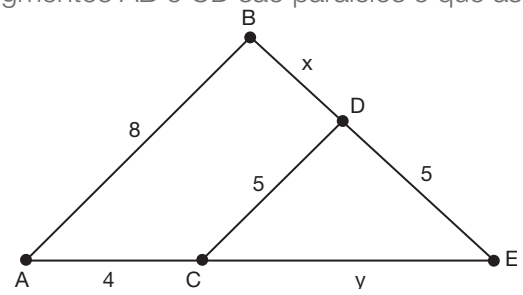
7.1 Considerando que α e β são ângulos congruentes, os triângulos ABF e CFD são semelhantes? Justifique.



Os triângulos são semelhantes pelo caso AA.

$$(B\hat{F}A \equiv C\hat{F}D \text{ (o.p.v) e } \alpha \equiv \beta)$$

7.2 Considerando que os segmentos AB e CD são paralelos e que as medidas são dadas em cm:



a) Quantos triângulos temos na figura?

Temos dois: os triângulos ABE e CDE.

b) Justifique o motivo de os triângulos da figura serem semelhantes.

Porque

$B\hat{A}E \equiv D\hat{C}E$ (são ângulos correspondentes)
$A\hat{B}E \equiv C\hat{D}E$ (são ângulos correspondentes)
$\hat{E} = \hat{E}$ (ângulo comum aos dois triângulos)

c) Qual é a constante de proporcionalidade entre os pares de lados correspondentes?

$$\frac{8}{5}$$

d) Qual é a medida indicada por x?

$$\frac{x+5}{5} = \frac{8}{5} \Rightarrow 5x + 25 = 40 \Rightarrow x = \frac{15}{5} \Rightarrow x = 3 \text{ cm}$$

e) Qual é a medida indicada por y?

$$\frac{y+4}{y} = \frac{8}{5} \Rightarrow 8y = 5y + 20 \Rightarrow y = \frac{20}{3}\ cm$$

7.3 Agora que terminamos a situação de aprendizagem 7, construa um mapa mental em seu caderno com os principais assuntos estudados nessa situação de aprendizagem.

Resposta pessoal.

ATIVIDADE 8 – UM POUCO MAIS SOBRE SEMELHANÇA - POLÍGONOS

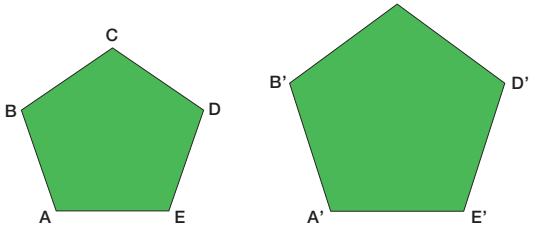
Objetivo: *Reconhecer os casos de semelhança de outros polígonos.*

Conversa inicial: *Nesta atividade, apresentamos mais alguns casos de semelhança entre polígonos.*

8.1 Dois polígonos são semelhantes quando eles possuem o mesmo número de lados e atendem às seguintes condições:

- Ângulos internos correspondentes congruentes.
- Lados correspondentes proporcionais.

Como exemplo, temos que os pentágonos a seguir são semelhantes:



Ângulos	Lados
A ≡ A'	AB ≡ A'B'
B ≡ B'	BC ≡ B'C'
C ≡ C'	CD ≡ C'D'
D ≡ D'	DE ≡ D'E'
E ≡ E'	EA ≡ E'A'

Com relação à razão de semelhança, ou seja, a razão entre os lados correspondentes de polígonos semelhantes e o coeficiente de ampliação ou de redução desses polígonos, observa-se que:

- Existe ampliação se, e somente se, a razão entre os lados correspondentes é maior que 1.
- Existe redução se, e somente se, a razão entre os lados correspondentes é maior que zero e menor que 1.

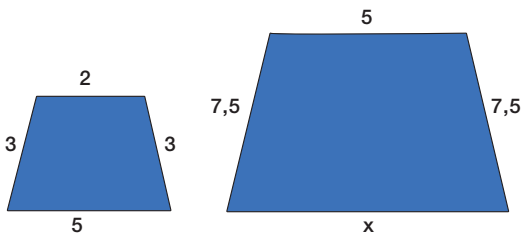
Praticando os cálculos de semelhança:

a) Um quadrado foi construído com lados medindo 30 cm. Depois, um segundo quadrado foi construído com lados medindo 15 cm. Calcule a razão de semelhança do segundo quadrado em relação ao primeiro e identifique se o coeficiente é de ampliação ou de redução.

A razão de semelhança entre os lados desses quadrados é dada por: $\frac{15}{30} = 0{,}5$.

Então, como a razão é menor que 1, o coeficiente é de redução e dizemos que equivale a uma constante k = 0,5.

b) Determine o valor da medida x, sabendo que os trapézios da figura a seguir são semelhantes com medidas em cm.



Primeiro, é preciso conhecer a razão entre os lados correspondentes.

$$\frac{7,5}{3} = 2,5 \text{ e } \frac{5}{2} = 2,5$$

Então, o coeficiente de ampliação do maior trapézio em relação ao menor equivale à constante k = 2,5.
Assim:

$$\frac{x}{5} = 2,5 \Rightarrow x = 12,5 \text{ cm}$$

c) Dois polígonos MNPQ e RSTU são semelhantes. Supondo que os ângulos internos do polígono RSTU sejam todos congruentes, justifique porque a medida do ângulo interno M, do polígono MNPQ, é 90º:

Se os dois polígonos são semelhantes, os ângulos internos correspondentes têm a mesma medida. Como todos os ângulos do polígono RSTU são congruentes, o ângulo M terá a medida de qualquer um deles.
Para calcular a medida de um dos ângulos de RSTU, deve-se pensar o seguinte: RSTU é um quadrilátero, cuja soma dos ângulos internos é dada por:

$$S = (n - 2)180°$$
$$S = (4 - 2)180°$$
$$S = (2)180°$$
$$S = 360°$$

Como os ângulos internos desse polígono são todos congruentes, então, basta dividir 360° por 4 para encontrar a medida de cada ângulo e, consequentemente, a medida do ângulo M.

$$\frac{360°}{4} = 90°$$

Fonte dessa atividade: **https://brasilescola.uol.com.br/matematica/semelhanca-de-poligonos.htm**. Acesso em: 24/09/2020.

TESTE SEU CONHECIMENTO

1. (ENEM 2009) A rampa de um hospital tem na sua parte mais elevada uma altura de 2,2 metros. Um paciente ao caminhar sobre a rampa percebe que se deslocou 3,2 metros e alcançou uma altura de 0,8 metro. A distância em metros que o paciente ainda deve caminhar para atingir o ponto mais alto da rampa é:

(A) 1,16 metro

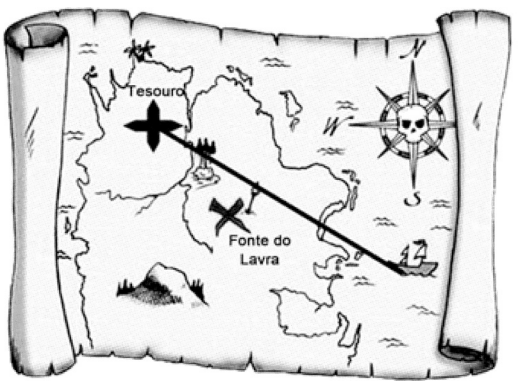
(B) 3,0 metros

(C) 5,4 metros

(D) 5,6 metros

(E) 7,04 metros

2. (ENEM 2018) Um mapa é a representação reduzida e simplificada de uma localidade. Essa redução, que é feita com o uso de uma escala, mantém a proporção do espaço representado em relação ao espaço real. Certo mapa tem escala 1: 58 000 000.



Fonte: Disponível em **http://oblogdedaynabright.blogspot.com.br**.

Considere que, nesse mapa, o segmento de reta que liga o navio à marca do tesouro meça 7,6 cm. A medida em quilômetro desse segmento de reta é:

(A) 4 408

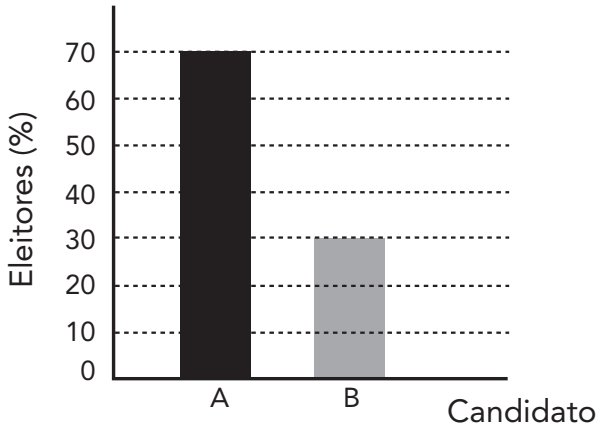
(B) 7 632

(C) 44 080

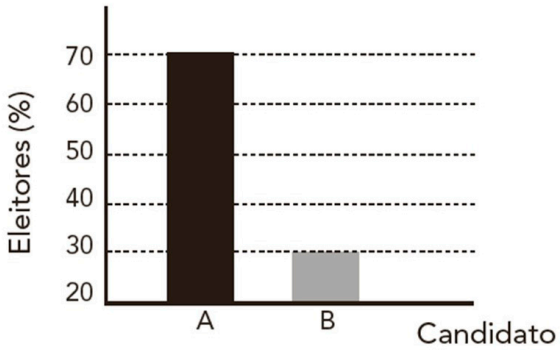
(D) 76 316

(E) 440 800

3. (ENEM 2017) O resultado de uma pesquisa eleitoral, sobre a preferência dos eleitores em relação a dois candidatos, foi representado por meio do Gráfico 1.



Ao ser divulgado esse resultado em jornal, o Gráfico 1 foi cortado durante a diagramação, como mostra o Gráfico 2.



Apesar de os valores apresentados estarem corretos e a largura das colunas ser a mesma, muitos leitores criticaram o formato do Gráfico 2 impresso no jornal, alegando que houve prejuízo visual para o candidato B.

A diferença entre as razões da altura da coluna B pela coluna A nos gráficos 1 e 2 é:

(A) 0

(B) $\frac{1}{2}$

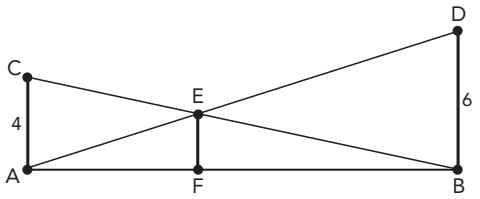
(C) $\frac{1}{5}$

(D) $\frac{2}{15}$

(E) $\frac{8}{35}$

4. (ENEM 2013) O dono de um sítio pretende colocar uma haste de sustentação para melhor firmar dois postes de comprimentos iguais a 6 m e 4 m. A figura representa a situação real na qual os postes são descritos pelos segmentos AC e BD e a haste é representada pelo segmento EF, todos perpendiculares ao solo, que é indicado pelo segmento de reta AB.

Os segmentos AD e BC representam cabos de aço que serão instalados.



Qual deve ser o valor do comprimento da haste EF?

(A) 1 m

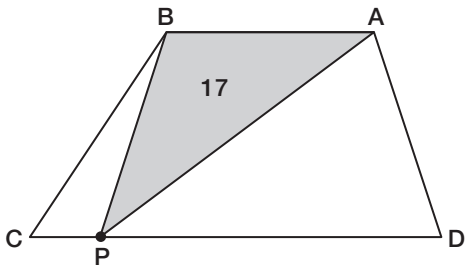
(B) 2 m

(C) 2,4 m

(D) 3 m

(D) 2 √6m

5. (OBMEP 2018) No trapézio ABCD da figura, os lados AB e CD são paralelos e o comprimento de CD é o dobro do comprimento de AB. O ponto P está sobre o lado CD e determina um triângulo ABP com área igual a 17. Qual é a área do trapézio ABCD?



(A) 32

(B) 34

(C) 45

(D) 51

(E) 68

9º ANO - 2º BIMESTRE

CONVERSA COM O PROFESSOR

Trata de uma orientação ao professor em relação ao conjunto de atividades apresentadas em cada Situação de Aprendizagem, sugerindo estratégias e formas de organização da turma para que o estudante esteja sempre no centro da aprendizagem de forma colaborativa e interativa.



Adaptação curricular: Aparece na conversa inicial, indicando sugestões de trabalho com os estudantes que são público-alvo da Educação Especial. Salienta-se que, para cada caso, os encaminhamentos podem ser bem específicos.

Objetivo(s): Ao iniciar cada atividade da Situação de Aprendizagem, apresenta-se o objetivo da atividade proposta.

Avaliação

A avaliação é uma parte integrante do processo de ensino-aprendizagem que orienta o seu trabalho para tomar decisões e reorganizar a ação pedagógica, considerando que é um processo de aprimoramento, não apenas em relação às aprendizagens dos alunos, mas também à sua ação docente, compreendida como uma atividade valorativa e investigativa podendo contemplar trabalhos escritos, apresentações orais individuais e em grupos, projetos, atividades com ou sem o uso de tecnologia, relatórios, autoavaliações, observações das atividades realizadas em sala de aula e estratégias que oportunizem a ação protagonista do estudante, considerando diferentes momentos e instrumentos, além do acompanhamento.

Considere no seu trabalho o desenvolvimento tecnológico, que pode trazer novas possibilidades de ensino, otimizando o trabalho pedagógico. Em Matemática, o contato com a tecnologia permite promover a ampliação da capacidade de raciocínio, senso crítico, autonomia, comunicação e relações interpessoais.

Recuperação

A recuperação é uma ação indispensável no processo ensino-aprendizagem, devendo ser realizada de forma contínua. Diversificar as estratégias para a retomada do aprendizado é um encaminhamento para envolver os estudantes que precisam de mais atenção. Nesse processo, é importante propor atividades em grupos colaborativos, com atividades extras planejadas de forma que todos possam participar, formando uma rede colaborativa.

Organizador Curricular

As habilidades neste material foram organizadas de forma que, a cada bimestre, sejam contempladas duas ou mais Unidades Temáticas. As Situações de Aprendizagem apresentadas são um caminho entre tantos possíveis para desenvolver as habilidades em conformidade com o Currículo Paulista, ressaltando que a autonomia do professor é fundamental para que, de acordo com o perfil dos seus estudantes, possa ampliar e/ou aprofundar suas estratégias com outras proposições e intervenções.

9º ANO – ENSINO FUNDAMENTAL - 2º BIMESTRE			
UNIDADE TEMÁTICA	**SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM**	**HABILIDADES**	**OBJETOS DE CONHECIMENTO**
Grandezas e Medidas	**SA 1**	(EF09MA18) Reconhecer e empregar unidades usadas para expressar medidas muito grandes ou muito pequenas, tais como distância entre planetas e sistemas solares, tamanho de vírus ou de células, capacidade de armazenamento de computadores, entre outros.	Unidades de medida para medir distâncias muito grandes e muito pequenas; Unidades de medida utilizadas na informática.
Números	**SA1**	(EF09MA03) Efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários.	Potências com expoentes negativos e fracionários.
Números	**SA1**	(EF09MA04) Resolver e elaborar situações-problema com números reais, inclusive em notação científica, envolvendo diferentes operações.	Números reais: notação científica e problemas.
Álgebra	**SA2**	(EF09MA09) Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.	Expressões algébricas: fatoração e produtos notáveis; Resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações.
Álgebra	**SA3**	(EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica, e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.	Funções: representações numérica, algébrica e gráfica.
Probabilidade e Estatística	**SA4 E SA 5**	(EF09MA22) Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), com ou sem uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.	Leitura, interpretação e representação de dados de pesquisa expressos em tabelas de dupla entrada, gráficos de colunas simples e agrupadas, gráficos de barras e de setores e gráficos pictóricos.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 1

CONVERSA COM O PROFESSOR

Nessa Situação de Aprendizagem, a conversa pode ser iniciada a partir da notação científica, utilizada para expressar medidas como a distância entre astros, ou associadas aos elementos microscópicos, como as dimensões de células, vírus ou bactérias.



Realizar a representação simbólica através de objetos como Material Dourado e, ao mesmo tempo, o registro do número representado. É importante a utilização de calculadora com som para estudantes com limitações visuais.

ATIVIDADE 1 – OPERANDO COM NOTAÇÃO CIENTÍFICA

Objetivo: *reconhecer unidades de medidas para expressar grandezas muito grandes ou muito pequenas e resolver operações envolvendo notação científica.*

Conversa inicial: *provavelmente os estudantes já tiveram contato com a notação científica anteriormente. Porém, a realização de operações com elas se inicia nesta atividade. Sugere-se a apresentação de uma breve história acerca de sua origem e utilidade. Estações de trabalho e pesquisa entre os estudantes podem enriquecer este momento. Para iniciar as operações com notações científicas, retomamos algumas propriedades de potência estudadas em anos anteriores, pois o principal intuito é que o estudante elabore conjecturas e consolide seus conhecimentos acerca do tema estudado.*

A primeira tentativa conhecida de representar números muito grandes foi atribuída ao matemático e filósofo grego Arquimedes. Em sua obra "O Contador de Areia", ele desenvolveu um método de representação numérica para estimar a quantidade de grãos de areia do universo. Esse número estimado era de 1×10^{63} grãos de areia. A nova forma de representar números "muito grandes" também foi utilizada para representar números "muito pequenos" e, após alguns aprimoramentos, recebeu o nome de "Notação Científica".

A notação científica, além de facilitar a escrita de números "muito grandes" ou "muito pequenos", auxilia nos cálculos envolvendo esses valores.

As operações de multiplicação ou divisão de números representados em notação científica seguem as regras da multiplicação ou da divisão de bases iguais:

1.1 Observe a tabela a seguir e preencha as lacunas. Lembre-se de que, quando os expoentes das potências de dez são diferentes, devemos igualá-los primeiro para, depois, realizar a operação.

Valor 1	Valor 2	Adição (valor 1 + valor 2)	Subtração (valor 1 – valor 2)
$2,5 \cdot 10^6$	$1,5 \cdot 10^6$	$(2,5 + 1,5) \cdot 10^6 = 4 \cdot 10^6$	*$(2,5 - 1,5) \cdot 10^6 = 1 \cdot 10^6$*
$4,7 \cdot 10^8$	$7 \cdot 10^7$	*$4,7 \cdot 10^8 = 47 \cdot 10^7$* *Então, temos:* *$(47 + 7) \cdot 10^7 =$* *$= 54 \cdot 10^7$, ou $5,4 \cdot 10^8$*	$4,7 \cdot 10^8 = 47 \cdot 10^7$ Então, temos: $(47 - 7) \cdot 10^7 = 40 \cdot 10^7$, ou $4 \cdot 10^8$
$1,041 \cdot 10^5$	$4,1 \cdot 10^3$	$1,041 \cdot 10^5 = 104,1 \cdot 10^3$ Temos: $(104,1 + 4,1) \cdot 10^3 =$ $= 108,2 \cdot 10^3$, ou $1,082 \cdot 10^5$	*$1,041 \cdot 10^5 = 104,1 \cdot 10^3$* *Temos:* *$(104,1 - 4,1) \cdot 10^3 =$* *$= 100 \cdot 10^3$, ou $1 \cdot 10^5$*
$8,2 \cdot 10^8$	*$4,4 \cdot 10^5$*	*$4,4 \cdot 10^5 = 0,0044 \cdot 10^8$* *Temos:* *$(8,2 + 0,0044) \cdot 10^8 =$* *$= 8,2044 \cdot 10^8$*	$4,4 \cdot 10^5 = 0,0044 \cdot 10^8$ Temos: $(8,2 - 0,0044) \cdot 10^8 = 8,1956 \cdot 10^8$

ATIVIDADE 2 – O UNIVERSO: NÚMEROS QUE IMPRESSIONAM

Objetivo: *compreender a notação científica para expressar números muito grandes ou muito pequenos.*

Conversa inicial: *sugerimos iniciar com o vídeo de sensibilização intitulado "A Imensidão do Micro e do Macro Cosmo" que está disponível em: <***https://www.youtube.com/watch?v=Cfp2zW0BCok***> (acesso em: 25 mar. 2020.). Esse vídeo dá a dimensão das distâncias astronômicas e das microscópicas. Antes de iniciar, oriente os estudantes a anotarem os pontos principais e as dúvidas que surgirem durante a apresentação. Após esse momento, organize uma roda de conversa, dando a oportunidade para que todos possam falar e esclarecer as dúvidas que anotaram. Após esse momento, proponha que resolvam a atividade.*

2.1 As distâncias no Universo são medidas em anos-luz, ou seja, cada ano-luz representa a distância percorrida pela velocidade da luz em um ano. A velocidade da luz é de, aproximadamente $3 \cdot 10^8$ m/s.

a) Escreva essa distância com todos os dígitos.

Considerando o ano com 365 dias, temos:
$365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 31\,536\,000$ segundos em um ano.
Para representar um ano-luz em metros, multiplica-se:
$31\,536\,000 \cdot 300\,000\,000 = 9\,460\,800\,000\,000\,000$ metros.
Portanto a um ano luz corresponde a 9 460 800 000 000 000 metros percorridos por ano.

b) Quantos metros, aproximadamente, possui um ano-luz, considerando que o ano tem 365 dias?

$9,4608 \cdot 10^{15}$ metros.

2.2 A distância média entre a Terra e o Sol é de $1{,}496 \cdot 10^8$ km, e a distância média entre Mercúrio e o Sol é de $5{,}79 \cdot 10^7$ km. Observando a figura a seguir, qual é a distância média entre a órbita da Terra e a órbita de Mercúrio?

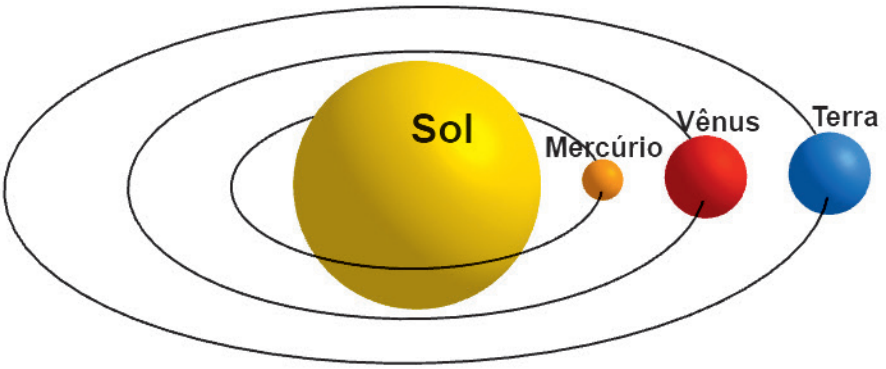


Ilustração: Rodrigo Soares de Sá

A distância requerida é obtida por meio da diferença entre as distâncias médias da Terra ao Sol e de Mercúrio ao Sol, ou seja:

$$1{,}496 \cdot 10^8 - 5{,}79 \cdot 10^7 = 14{,}96 \cdot 10^7 - 5{,}79 \cdot 10^7 = (14{,}96 - 5{,}79)\ 10^7 = 9{,}17 \cdot 10^7 \text{ km}$$

2.3 Todos estamos suscetíveis a doenças, principalmente as que são causadas por vírus ou bactérias. Esses seres microscópicos podem causar várias enfermidades, que vão desde uma simples gripe, até uma contração de tétano. Porém, nem todas as bactérias são prejudiciais aos seres humanos, pois algumas auxiliam e muito na saúde. Observe a tabela abaixo:

Tamanho (m) de bactérias e vírus comuns no dia a dia.

Vírus ou bactéria	Comprimento em metros
Vírus da gripe	0,000 000 0023 m
Bactéria do tétano	≅0,00001 m
Vírus da dengue	0,000000050 m
Bactéria Escherichia coli (a mais comum em infecções de urina)	≅0,000006 m

Fonte: Algeplan Virtual. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Disponível em: **http://mdmat.mat.ufrgs.br/algeplan/**.

A partir dos dados elencados na tabela, elabore uma situação-problema envolvendo operações com notação científica e compartilhe com seu colega. Tente resolver a situação elaborada por seu colega e, juntos, discutam acerca dos resultados.

Espera-se que os estudantes elaborem situações-problema que envolvam situações cotidianas e necessitem operar com números em notação científica para resolvê-las. Oriente-os a pesquisarem em outros materiais ou sites, mas incentive-os a criarem o problema.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 2

CONVERSA COM O PROFESSOR

Professor, a reprodução das figuras no papel quadriculado para recortar, ou a utilização do *Algeplan*, facilitarão a compreensão do estudante e o levará à construção do seu conhecimento em relação às expressões algébricas, ao manuseio de produtos notáveis e às equações polinomiais do segundo grau, que são os objetos de conhecimento a serem estudados nesta Situação de Aprendizagem.
Algeplan é um material de manuseio simples, que pode ser construído pelos estudantes e ser usado com polinômios de grau 2, em fatorações, em equações polinomiais do 2° grau, entre outras aplicações. As peças do *Algeplan* e o seu manuseio são fáceis de ser encontrados em pesquisas na internet.



É possível substituir as letras por figuras para contribuir no entendimento do significado das letras nas expressões algébricas. Sugere-se a utilização de sólidos graduados (Material Dourado) e não graduados, com o mesmo formato. É importante demonstrar a relação entre objetos reais e simbólicos.

ATIVIDADE 1 – PRODUTOS NOTÁVEIS

Objetivo: *Resolver os produtos notáveis a partir do registro algébrico e geométrico.*

Conversa inicial: *proponha aos estudantes que trabalhem em duplas ou trios, para que juntos possam investigar e explorar as ideias que estão presentes no desenvolvimento dos produtos notáveis. Outros recursos como vídeos, jogos, recortes ou aplicativos podem ser usados para as atividades propostas, de acordo com a disponibilidade de recursos disponíveis em seu ambiente escolar.*

1.1 Observe as figuras:

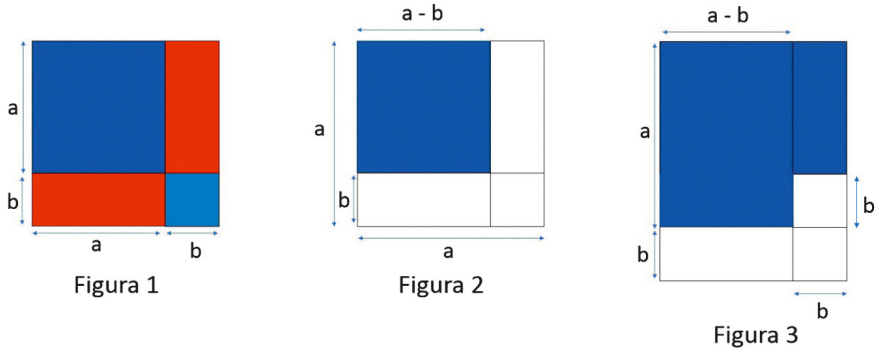


Ilustração: Elaborado pelos autores

A área total da **Figura 1** é dada pela expressão algébrica $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ que é a forma fatorada da expressão e o produto da soma de dois termos.
Já a área total da **Figura 2** (parte pintada) é dada pela expressão algébrica $a^2 – 2ab + b^2 = (a – b)^2$ que é a forma fatorada da expressão e o produto da diferença de dois termos.
Por fim, a área total da **Figura 3** (parte pintada) é dada pela expressão algébrica $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 – b^2$ que é a forma fatorada da expressão e o produto da soma pela diferença de dois termos.

Sugere-se que o professor solicite que os alunos estudem e discutam com os colegas os produtos notáveis demonstrados de forma geométrica, e comparando com a resolução algébrica. Oriente-os a pesquisarem em livros ou **sites.**

Figura 1: $(a + b)^2$ pode ser lida como o quadrado da soma de dois termos.
Figura 2: $(a - b)^2$ pode ser lida como o quadrado da diferença de dois termos.
Figura 3: $a^2 - b^2$ pode ser lida como a diferença de dois quadrados.

1.2 Junto com seu colega, encontrem a forma fatorada das expressões abaixo (se houver):
Para a resolução desta atividade, sugere-se que os alunos observem o padrão dos produtos notáveis encontrados na atividade anterior, ou até mesmo que eles utilizem o método de completar quadrados.

a	$x^2 - 8x + 16$	$(x - 4)^2$
b	$9k^2 - 25$	$(3k + 5)(3k - 5)$
c	$m^2 - 2m + 1$	$(m - 1)^2$
d	$x^2 + 8x + 16$	$(x + 4)^2$
e	$36 + 12z + z^2$	$(6 + z)^2$

ATIVIDADE 2 – FATORAÇÃO

Conversa inicial: *Nesta atividade, temos a possibilidade de relacionar a área das figuras utilizando as expressões algébricas para representá-las.*
Objetivo: *Compreender a fatoração algébrica a partir de registro geométrico.*

2.1 Encontre a medida da área total da figura a seguir. Explique como você fez para chegar ao resultado.
Organize os estudantes em duplas ou trios. Devem atribuir medidas genéricas a cada lado da figura colorida, aplicando o que conhecem sobre área de retângulos.

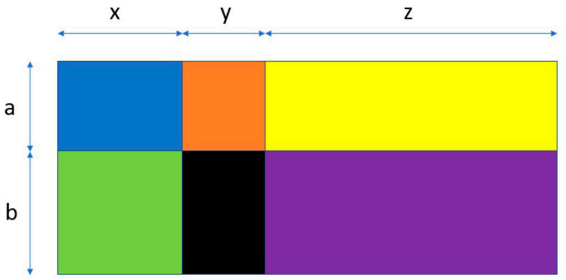


Ilustração: Elaborado pelos autores.

A área total é composta por seis figuras com as seguintes áreas:
Área total= ax + ay + az + bx + by +bz
Fatorando a expressão algébrica temos:
Área total: a (x + y + z) + b (x + y + z)
Área total: (a + b) (x + y + z)

2.2 Verifique se existe outra forma para encontrar a área dessa figura.
Explore junto aos estudantes, outras formas de determinar a área e discutam a fatoração.


ILUSTRAÇÃO: MALKO MIRANDA DOS SANTOS

A expressão ay + ax possui, nos dois termos, um fator comum que, ao colocarmos em evidência, obtemos a forma fatorada da expressão a(y + x). Na expressão ay + ax + by + bx + cy + cx, podemos fazer agrupamentos de termos que possuem fatores comuns, como (ay + ax) + (by + bx) + (cy + cx). Dentro de cada agrupamento, podemos colocar em evidência o fator comum a (y + x) + b (y + x) + c (y + x). Note que (y + x) é o fator comum, então colocamos em evidência (y + x) (a + b + c), obtendo assim a forma fatorada da expressão acima.

2.3 Junte-se a um colega e fatore as expressões:

a) 3x + 6y = *3x + 2 · 3y = 3(x + 2y)*

b) ab + 2ac = *a(b + 2c)*

c) 4ab – 6a = *2 a(2b – 3)*

d) 5xb + b + 5yx + y = *(5xb + b) + (5yx + y) = b (5x + 1) + y (5x + 1) = (b + y) (5x + 1)*

2.4 Escreva, na forma fatorada, a expressão algébrica que representa a área total da figura:

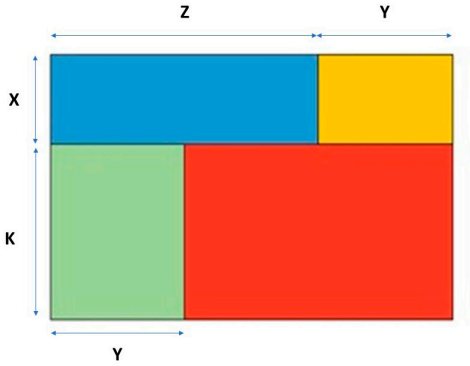
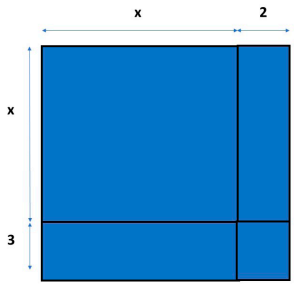


Ilustração: Elaborado pelos autores

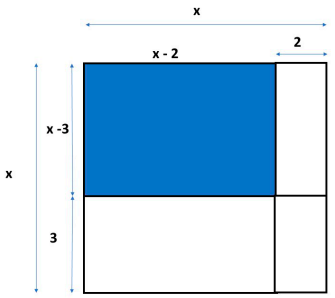
Área azul = x · z; área amarela = x · y; área vermelha = k · z; e área verde = k · y
Área total = xz + xy + kz + ky = (xz + xy) + (kz + ky) = x(z + y) + k(z + y) = (z + y) · (x + k)

2.5 Represente geometricamente a área indicada pelas expressões algébricas a seguir:

a) (x + 2) (x + 3)



b) (x – 3) (x – 2)



c) (k + 3) (k – 3)

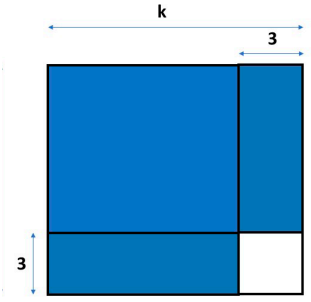


Ilustração: Elaborado pelos autores.

ATIVIDADE 3 – PRODUTOS NOTÁVEIS: QUADRADO DA SOMA DE DOIS TERMOS

Objetivo: *Compreender e resolver expressões algébricas envolvendo produtos notáveis, com foco no quadrado da soma de dois termos.*

Conversa inicial: *Professor, nesta atividade temos a possibilidade de explorar com os estudantes o produto notável: quadrado da soma de dois termos.*

3.1 Observe as seguintes expressões numéricas:

$$(2 + 4)^2 \text{ e } (2^2 + 4^2)$$

Utilizando uma malha quadriculada, represente cada uma delas geometricamente. Escreva o que você observou.

Observa-se que o quadrado maior tem área 36 u.a. (unidades de área), e a soma das áreas dos dois quadrados agrupados 4 + 16 = 20 u.a. Logo, são diferentes.

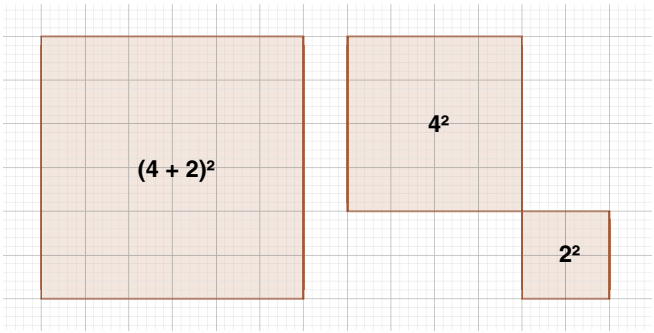


Ilustração: Elaborado pelos autores.

3.2 Observe o quadrado a seguir e as medidas de seus lados. Encontre a medida da área do quadrado ao lado. Resolva esta questão de duas formas diferentes e, depois, socialize sua resposta com seus colegas. Verifique se eles resolveram a questão de outra maneira.

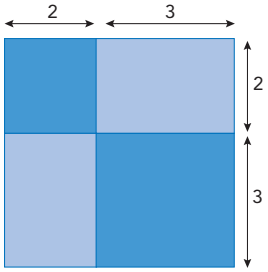
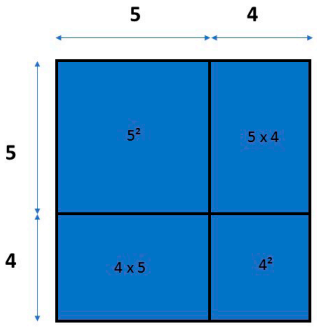


Figura 1
Ilustração: Elaborado pelos autores.

1ª) Usando produtos notáveis: $(2 + 3)^2 = 2^2 + 2\,(2 \cdot 3) + 3^2 \rightarrow 4 + 12 + 9 = 25$ u.a.
2ª) Como se trata de um quadrado de lado 5, temos $A = 5^2 = 25$ u.a.

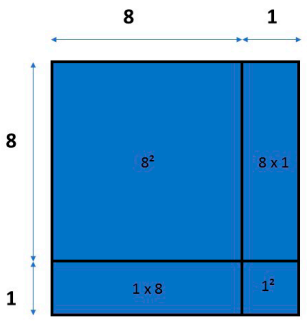
3.3 Calcule geometricamente a área dos quadrados:

a) $(5 + 4)^2 =$



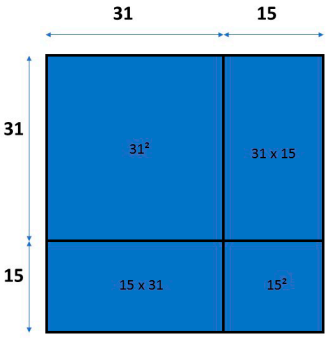
$5^2 + 2\,(5 \cdot 4) + 4^2 =$
$= 25 + 40 + 16 = 81$ u.a.

b) $(8 + 1)^2 =$



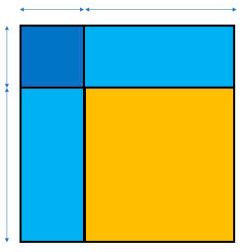
$8^2 + 2\,(1 \cdot 8) + 1^2 =$
$= 64 + 16 + 1 = 81$ u.a.

c) $(31 + 15)^2 =$



$31^2 + 2\,(15 \cdot 31) + 15^2 =$
$= 961 + 930 + 225 = 2116$ u.a.

3.4 Considerando que a Figura 2 é a representação geométrica de um quadrado de lado (x + y), escreva a expressão algébrica que representa a sua área.



O estudante deve identificar as medidas indicadas e, então, aplicar os produtos notáveis. Por exemplo:
$(x + y)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot y + y^2$
Algebricamente:
$(x + y)^2 = (x + y)(x + y)$
Aplicando a propriedade distributiva, temos:
$x^2 + x \cdot y + y \cdot x + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$

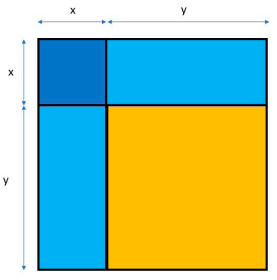


Figura 2
Ilustração: Elaborado pelos autores.

3.5 Considerando as observações feitas nas atividades anteriores, complete o quadro a seguir:

Quadrado da soma de dois termos	Primeiro termo	Segundo termo	(Quadrado do primeiro termo) + (duas vezes o produto do primeiro termo pelo segundo termo) + (o quadrado do segundo termo)
$(a+b)^2$	a	b	$a^2+2\cdot a\cdot b+b^2$
$(5+k)^2$	5	k	$5^2+2\cdot 5\cdot k+k^2= 25+10k+k^2$
$(x+4)^2$	x	4	$x^2+2\cdot x\cdot 4+4^2= x^2+8x+16$
$(9+z)^2$	9	z	$81+18\ z+z^2 =9^2+2\cdot 9\cdot z+z^2$
$(x+1/2)^2$	x	$1/2$	$x^2+2\cdot x\cdot 1/2+(1/2)^2= x^2+x+1/4$
$(y+\sqrt{3})^2$	y	$\sqrt{3}$	$y^2+2\cdot y\cdot \sqrt{3}+\sqrt{3}^{\,2}= y^2+2y\sqrt{3}+3$

3.6 Reproduza os quadriláteros, recorte-os, forme um quadrado e expresse algebricamente sua área.

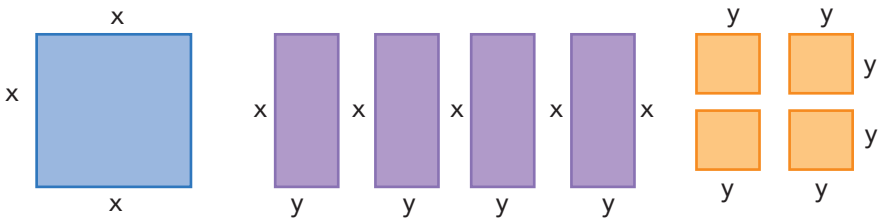
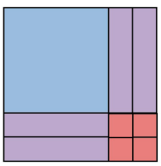


Ilustração: Elaborado pelos autores.

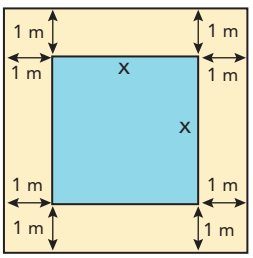
$(x+2y)^2 = x^2 + 2(x\cdot 2y) + (2y)^2 = x^2 + 4xy + 4y^2$



Nessa atividade, organize os estudantes em duplas para juntos, reproduzirem as figuras e organizá-las no formato de um quadrado. Eles devem organizar e identificar os lados e escrever a expressão algébrica.

3.7 O Sr. Rodrigo tem um canil em formato quadrado, com área de Ele está idealizando aumentar esse espaço, conforme a figura ao lado. Algebricamente, qual será a nova área do canil?

A área anterior era $(x\cdot x)$, portanto x^2. Como o lado aumentou em 2 metros, a nova área será $(x+2)\ (x+2)$ ou seja, x^2+2x+4.



Planta do canil

3.8 Sabe-se que a área de um quadrado, cujo lado é um número natural, é dada por $(x + y)^2$ e que $x \cdot y = 10$. Dessa forma, encontre a área desse quadrado, sabendo que ela é inferior a 100 u.a. (unidades de área).

Explore com os estudantes que para $x.y = 10$, com x e $y \in N$, podemos ter $x = 10$, $y = 1$ ou $x = 5$, $y = 2$; esses valores podem estar invertidos, mas não irá influir no resultado. A área $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$.
Se $x = 10$, $y = 1$, tem-se $10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 1 + 1^2$ Área = 121 u.a.
Se $x = 2$, $y = 5$ tem-se $2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 5 + 5^2$ Área = 49 u.a.
Portanto, a área procurada é de 49 u.a.

3.9 Elabore uma situação-problema que utilize o quadrado da soma de dois termos. Resolva-a, troque-a com seu colega e, juntos, discutam sobre a resposta.

Após as resoluções, escolha alguns alunos para expô-las à turma e faça as intervenções necessárias.

ATIVIDADE 4 – PRODUTOS NOTÁVEIS: QUADRADO DA DIFERENÇA DE DOIS TERMOS

Objetivo: *Compreender e resolver produtos notáveis, envolvendo quadrado da diferença de dois termos.*
Conversa inicial: *Professor, nesta atividade explora-se o produto notável: quadrado da diferença de dois termos. Os estudantes podem se organizar em duplas para discutir as questões e resolvê-las.*

4.1 Qual é a área do quadrado branco da figura a seguir?

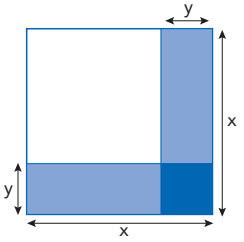


Ilustração: Elaborado pelos autores.

O quadrado branco tem lados medindo $(x – y)$.
Desenvolvendo algebricamente, temos:
$(x – y)^2 = (x – y)(x – y) = x^2 – xy – yx + y^2 = x^2 – 2xy + y^2$

4.2 Em qualquer expressão algébrica na forma $(a - b)^2 =$ com a e $b \in R$ e $a > b$, temos $(a - b)^2 = a^2 - 2a \cdot b + b^2$.

Com base nessa informação, escreva o que vem a ser o quadrado da diferença de dois termos.

Espera-se que o estudante relacione o quadrado da diferença entre dois termos sendo o quadrado do primeiro termo menos duas vezes o produto do primeiro termo pelo segundo termo mais o quadrado do segundo termo.
Professor, considerar outras respostas pelos estudantes, desde que estejam alinhadas com a propriedade apresentada.

4.3 Agora use essa estratégia para calcular a área dos quadrados a seguir:

a) $89^2 =$ b) $77^2 =$ c) $98^2 =$

Converse com os estudantes sobre como é possível usar essa estratégia para realizar o cálculo do quadrado de números:
$69^2 = (70 - 1)^2 = 70^2 - 2 \cdot (70) \cdot (1) + 1^2 = 4\,900 - 140 + 1 = 4\,761$.
Oriente-os, a partir dessa conversa, a resolver a atividade. Agora use essa estratégia para calcular os quadrados dos seguintes números:

a) $(90 - 1)^2 = 90^2 - 2 \cdot 90 \cdot 1 + 1^2 = 8\,100 - 180 + 1 = 7\,921$
b) $(80 - 3)^2 = 80^2 - 2 \cdot 80 \cdot 3 + 3^2 = 6\,400 - 480 + 9 = 5\,929$
c) $(100 - 2)^2 = 100^2 - 2 \cdot 100 \cdot 2 + 2^2 = 10\,000 - 400 + 4 = 9\,604$.

4.4 Desenvolva algebricamente e represente geometricamente cada quadrado da diferença de dois termos. Considere que o primeiro termo é maior que o segundo.

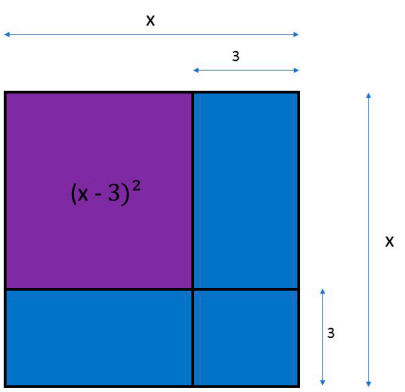
a) $(x-3)^2$

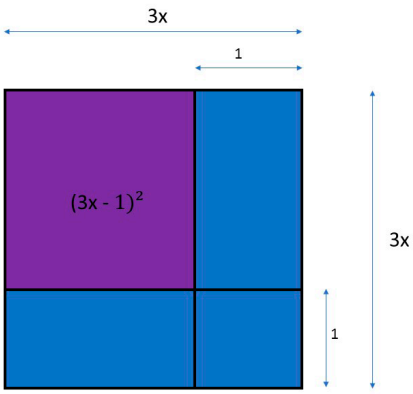
b) $(3x-1)^2$

c) $(k- \sqrt{(3)})^2$

d) $\left(2x- \frac{1}{2}\right)^2$

a) $(x-3)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = x^2 - 6x + 9$ *b) $(3x-1)^2=(3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 1 + 1^2 = 9x^2 - 6x + 1$*





c) $(k - \sqrt{3})^2 =$

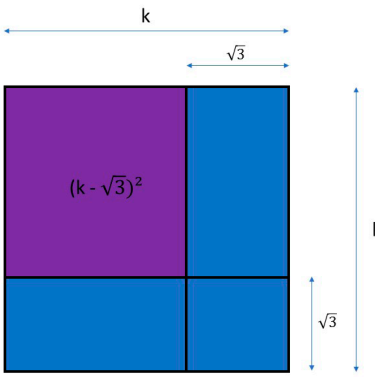
$= k^2 - 2 \cdot k \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 =$

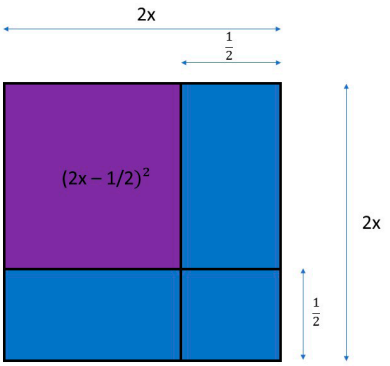
$= k^2 - 2k\sqrt{3} + 3$

d) $\left(2x - \frac{1}{2}\right)^2 =$

$= (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 =$

$= 4x^2 - 2x + \frac{1}{4}$





Fonte: Elaborado pelos autores.

4.5 O terreno de esquina de um loteamento possui uma área de x^2. Agora, será feita a calçada com 2 m de largura em todas as ruas do loteamento, sem alterar a medida da largura atual das ruas. Qual será a nova área do terreno?

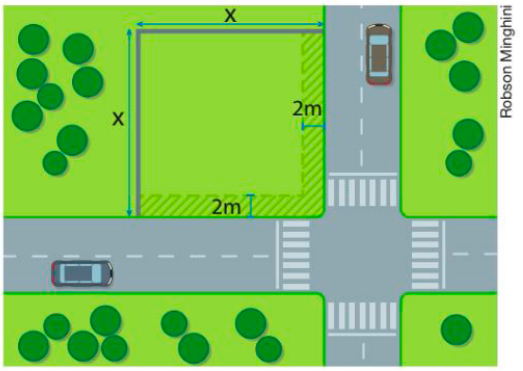


Ilustração: Robson Minghini.

A área do terreno inicial era de x^2. Como meu terreno é de esquina, perderei 2 m na largura e 2 m no comprimento. A nova área será expressa por:

$= x^2 - 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2 = x^2 - 4x + 4$

4.6 Elabore uma situação-problema que utilize o quadrado da diferença de dois termos. Resolva-a, troque-a com seu colega e, juntos, discutam sobre a resposta.

Espera-se que o estudante elabore uma situação-problema que utilize um quadrado, e que o lado do quadrado, por algum motivo, seja diminuído (à mesma medida) no comprimento e na largura. É importante que você, professor, valide os problemas, faça intervenções necessárias e escolha alguns para serem compartilhados com a turma.

ATIVIDADE 5 – PRODUTOS NOTÁVEIS: PRODUTO DA SOMA PELA DIFERENÇA DE DOIS TERMOS

Objetivo: *Compreender e resolver produtos notáveis envolvendo o quadrado da soma pela diferença de dois termos.*

Conversa inicial: *Professor, forme duplas ou quartetos para que os estudantes possam explorar o produto da soma pela diferença de dois termos.*

5.1 Você com certeza já se deparou com situações em que usou algumas estratégias, e essas o ajudaram a solucionar o problema enfrentado. O mesmo aconteceu com um amigo meu ao participar de um desafio de rapidez em cálculo de áreas. O desafio proposto foi: "Quanto é $25^2 - 15^2$?

Meu amigo resolveu-o tranquilamente. Como você resolveria esse desafio? Registre a resposta em seu caderno.

Neste momento a preocupação não deverá ser apenas com a resposta correta, mas sim com a capacidade de argumentação do estudante e, para isso, alguns poderão efetuar as operações indicadas. Aproveite as justificativas para levantar algumas possíveis dúvidas e saná-las no momento oportuno. Geometricamente, podemos verificar se ele acertou.

Sabemos que é a área de um quadrado de lado 25 e é a área de um quadrado de lado 15. Como queremos , vamos fazer um quadrado de lado 25 unidades e dele retirar um quadrado de lado 15 unidades.

$(25 - 15) \cdot (25 + 15) = 10 \cdot 40 = 400$.

5.2 Vamos resolver esse desafio geometricamente. Forme grupos para que, juntos, possam organizar uma estratégia e resolver esse problema.

A cada passo desta atividade, faça os devidos registros no caderno.

- Recorte, em uma malha quadriculada, um quadrado (25 quadradinhos por 25);
- Recorte um quadrado, cuja medida de lado é igual a 15 unidades. Inicie a contagem no canto da malha;
- Na malha que restou, indique as medidas dos lados;
- Recorte a malha que sobrou conforme indicação ao lado, obtendo duas figuras. Agora, tente formar um quadrilátero e cole-o no seu caderno. Considerando as medidas dos lados que você anotou, encontre a medida da área desse quadrilátero.

Para encontrar a área você utilizou o produto da soma pela diferença das medidas dos lados dos dois quadrados.

Para essa atividade, organize os estudantes em duplas, pois deverão resolver geometricamente o desafio anterior. Serão necessárias uma malha quadriculada, tesoura e cola. Oriente-os a seguir as instruções no material do aluno. Oriente também que, com as figuras obtidas, formem um retângulo cujas medidas dos lados sejam (25 + 15) e (25 – 15), registrando como calcular a área desse retângulo.
Segue um passo a passo da atividade. No fim, o aluno terá que observar que a área do novo quadrilátero é o produto da soma pela diferença das medidas dos lados dos dois quadrados.

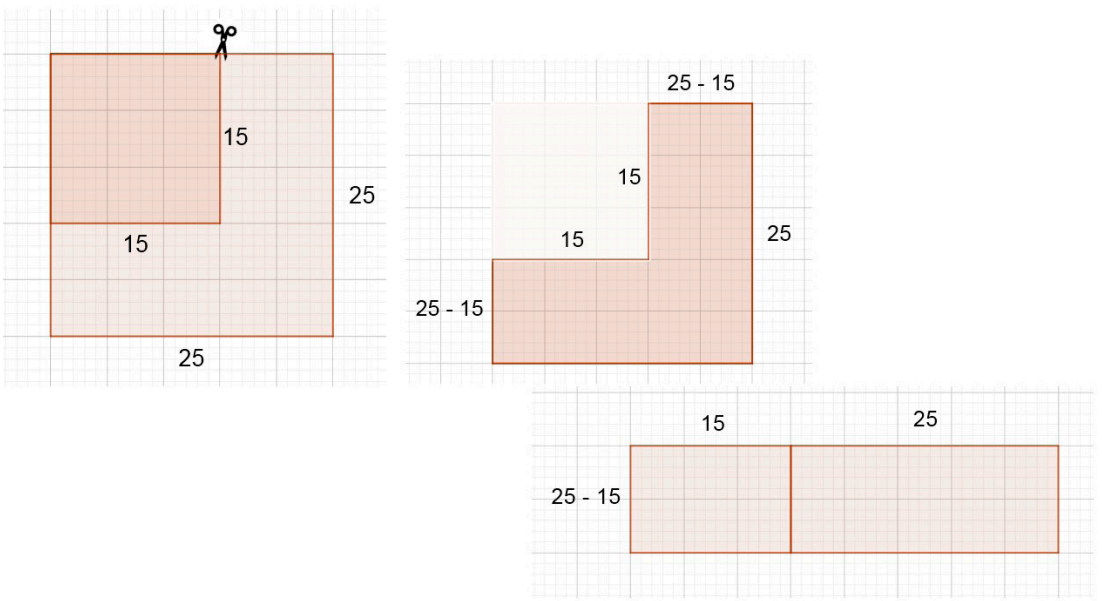


Ilustração: Elaborado pelos autores.

5.3 Agora, vamos subtrair as áreas abaixo utilizando o produto da soma pela diferença dos lados dos dois quadrados:

a) $17^2 - 13^2 =$ *$(17 + 13)(17 - 13) = 30 \cdot 4 = 120$.*

b) $19^2 - 6^2 =$ *$(19 + 6)(19 - 6) = 25 \cdot 13 = 325$.*

c) $650^2 - 250^2 =$ *$(650 + 250)(650 - 250) = 900 \cdot 400 = 360\,000$.*

5.4 Seguindo os mesmos procedimentos do item anterior, considere um quadrado de lado x e outro quadrado de lado y, com $x > y$ e $y > 0$, encontre a diferença entre as áreas desses dois quadrados e explique como você resolveu a questão.

Após as resoluções, escolha alguns alunos para compartilharem suas soluções com a turma e faça as intervenções necessárias.

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

5.5 Se $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$, então $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$. Escreva com suas palavras, o produto da soma pela diferença de dois termos.

"O produto da soma pela diferença de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo menos o quadrado do segundo termo".

5.6 Tenho um terreno quadrado de lado 10 m e desejo gramá-lo, deixando a área indicada em branco para plantar flores. Quantos metros de grama preciso comprar para gramar a área colorida de azul?

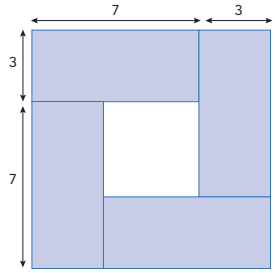


Ilustração: Elaborado pelos autores.

O quadrado de maior lado (10 m) está vazado por um quadrado menor, cujo lado é 10 - 3 - 3 = 4 m. A área procurada é a área do quadrado grande menos a área do quadrado menor:

$$10^2 - 4^2 = (10 + 4) \cdot (10 - 4) = 14 \cdot 6 = 84\ m^2$$

5.7 De um quadrado de "lado misterioso", foi retirado um quadradinho de lado 5 cm. Sabendo que a região que sobrou (no quadrado maior) foi de 119 , você pode dizer quanto vale o "lado misterioso"?

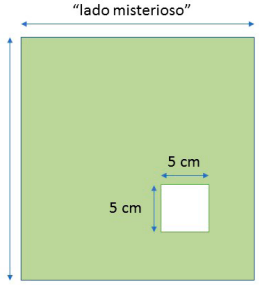


Ilustração: Elaborado pelos autores

Considerando o "lado misterioso" como x, temos sua área representada por Desta área foram retirados (área do quadradinho de lado 5cm), ficando .

$$x^2 - 25 = 119$$
$$x^2 = 119 + 25$$
$$x^2 = 144 \ \therefore x = 12\ cm$$

5.8 Elabore uma situação-problema que utilize a diferença entre quadrados. Resolva-a, troque-a com seu colega e discutam a resposta:

Espera-se que o estudante elabore uma situação-problema utilizando um quadrado, e dele retire um quadrado menor. Professor, após as resoluções, escolha alguns alunos para compartilhar seus resultados com a turma e faça as intervenções necessárias.

ATIVIDADE 6 – EQUAÇÕES POLINOMIAIS DO 2º GRAU POR MEIO DE FATORAÇÕES

Objetivo: *resolver equações polinomiais por meio de fatoração.*

Conversa inicial: *professor, neste momento os estudantes irão explorar a resolução de algumas equações polinomiais pelo método de fatoração. Verifique as estratégias utilizadas pelos estudantes e promova um momento de socialização para levantamento de dúvidas que ainda possam estar presentes neste tema.*

6.1 Junto com seu colega, preencha a tabela com a forma fatorada da equação e as raízes. Não se esqueçam de validar suas respostas. Ao final da atividade, as soluções devem ser expostas para a classe.

Os estudantes poderão confeccionar o Algeplan e, então, utilizá-lo na resolução geométrica. Algumas duplas devem resolver e expor suas soluções, e intervenções devem ser feitas.

	Equação	Forma fatorada	Raízes
a	$x^2-10x+25=0$	$(x-5)^2= 0$	5
b	$k^2-25 = 0$	$(k+5)(k-5)=0$	-5 e 5
c	$m^2+2m+1=0$	$(m+1)^2=0$	-1
d	$2x^2+8x+8 = 0$	$2(x+2)^2=0$	-2
e	$81+18z+z^2=0$	$(9+z)^2= 0$	-9

6.2 Encontre as raízes das equações a seguir:

a) $x^2 + 3x = 0$

$x\,(x+ 3)= 0$, logo $x = 0$ ou
$x + 3 = 0$, onde $x = -3$
$S=\{0, -3\}$

b) $x^3 - 20x^2 + 100x = 0$

Professor, chame a atenção dos estudantes para a o grau da equação, que pode ter até 3 raízes, pontue também quando a equação tem raiz dupla.
$x(x^2-20x+100) = 0$, já temos uma resposta $x = 0$.
$(x^2 - 20x + 100) = 0 \rightarrow (x - 10)^2 = 0$,logo $x - 10 = 0$ onde as duas raízes são iguais a 10, logo $S = \{0, 10\}$.

ATIVIDADE 7 – EQUAÇÕES POLINOMIAIS DO 2º GRAU: COMPLETANDO QUADRADOS

Objetivo: *Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.*

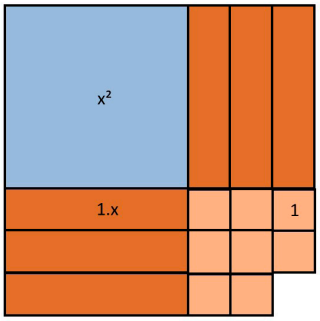
Conversa inicial: *Professor, forme duplas ou quartetos para que os estudantes possam explorar a resolução de uma equação polinomial do 2° grau. As estratégias do desenvolvimento das equações até a chegada de suas raízes, devem ser compartilhadas entre a turma. Aproveite o momento para desafiá-los a determinar as raízes da equação polinomial do 2° Grau utilizando outras estratégias como por exemplo, Bháskara.*

7.1 Represente geometricamente as equações a seguir, completando os quadrados. Em seguida, resolva-as algebricamente.

Para representar geometricamente, o estudante precisará descobrir o que é preciso acrescentar a cada um dos trinômios abaixo para que ele possa ser fatorado como o quadrado de uma soma de dois termos, ou o quadrado da diferença de dois termos. Após essa fatoração, deve encontrar as raízes das equações dadas.

a) $x^2 + 6x + 8 = 0$

Veja que falta um quadradinho para completar o quadrado, então temos de somar 1 a ambos os termos da igualdade:



$x^2 + 6x + 8 + 1 = 0 + 1$

$x^2 + 6x + 9 = 1$

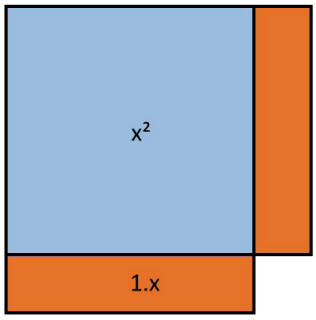
$(x+3)^2 = 1$

$x + 3 =$

$x = -2$ ou $x = -4$

b) $x^2 + 2x - 3 = 0$

Considerando o quadrado a ser completado, vemos que falta 1 quadradinho. Como há a indicação de -3 na equação, será preciso somar 4 a ambos os termos da igualdade:



$x^2 + 2x - 3 + 4 = 0 + 4$

$x^2 + 2x + 1 = 4$

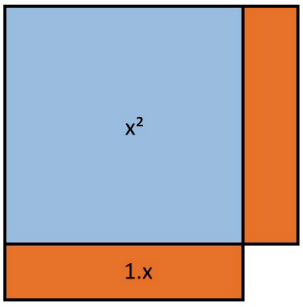
$(x+1)^2 = 4$

$x + 1 = \pm 2$

$x = 1$ ou $x = -3$

c) $x^2 + 2x - 8 = 0$

Considerando o quadrado a ser completado, vemos que falta 1 quadradinho. Como há a indicação de -8 na equação, será preciso somar 9 a ambos os termos da igualdade:



$x^2 + 2x - 8 = 0$

$x^2 + 2x - 8 + 9 = 0 + 9$

$x^2 + 2x + 1 = 9$

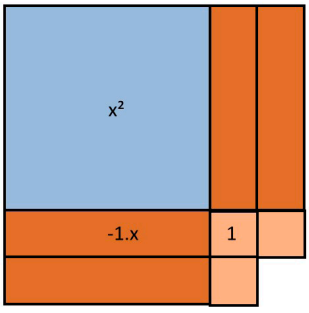
$(x + 1)^2 = 9$

$x + 1 = \pm 3$

$x = 2$ ou $x = -4$

d) $x^2 - 4x + 3 = 0$

Veja que falta um quadradinho para completar o quadrado, então temos de somar 1 a ambos os termos da igualdade:



$x^2 - 4x + 3 = 0$

$x^2 - 4x + 3 + 1 = 0 + 1$

$x^2 - 4x + 4 = 1$

$(x - 2)^2 = 1$

$x - 2 = \pm 1$

$x = 3$ ou $x = 1$

Ilustração: Elaborado pelos autores.

7.2 Elabore, resolva e troque com seu colega uma situação-problema que envolva uma equação polinomial do segundo grau.

Compartilhe as produções escolhendo algumas situações-problema para serem lidas e comentadas.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 3

CONVERSA COM O PROFESSOR

A noção de função e algumas de suas aplicações serão o foco nessa situação de aprendizagem. Explorar experiências a partir do que o(a) estudante vivenciou é um caminho para iniciar essa ideia intuitivamente.



Sugerimos a utilização de imagens demonstrando a relação. Por exemplo, um retângulo com áreas demarcadas por cores e a descrição da função.

ATIVIDADE 1 – FUNÇÃO: NOÇÃO E LEI DE FORMAÇÃO

Objetivo: *Compreender o conceito de função.*

Conversa inicial: *Para motivar essa conversa, iniciaremos tratando de situações com as quais muitos estudantes já tiveram contato. A ideia central é que eles compreendam a relação de dependência entre duas variáveis. Assim, a cada atividade, explore essa ideia, socializando também as produções dos estudantes.*

1.1 Em uma reportagem sobre produção de celulares, foi divulgado que uma certa fábrica produz um celular a cada 15 segundos. A quantidade de celulares produzidos por dia está registrada na tabela a seguir, conforme as horas trabalhadas:

Quantidade de celulares produzidos em relação às horas trabalhadas						
Tempo em horas	1	2	3	4	5	6
Quantidade produzida	240	480	720	960	1200	1440

Analisando os valores, escreva uma sentença matemática que represente essa situação. Escreva o passo a passo da sua resolução. Para iniciar esta atividade, pense na lei de formação.

Observe que a quantidade produzida (Q) está em função do tempo (t), e esta correspondência pode ser representada por $Q = 240 \cdot t$, considerada a Lei de Formação da Função, que também pode ser representada por $f(t) = 240t$.

a) Com esta lei, é possível calcular a quantidade de celulares produzidos em 12 horas?

$f(12) = 240 \cdot 12 = 2\,880$

b) Com essa mesma lei de formação, é possível calcular a quantidade de celulares produzidos para qualquer número de horas? Explique como isso é (ou não é) possível.

Sim, é possível, uma vez que a lei de formação , é uma relação de dependência em que a quantidade de celulares produzidos está relacionada ao número de horas.

1.2 Dada a lei de formação de uma função f (x) = x – 2, encontre f (0); f (-1) e f (5).

f (0) = 0 – 2, portanto f (0) = - 2.
f (-1) = –1 – 2, portanto f (-1) = - 3.
f (5) = 5 – 2, portanto f (5) = 3.

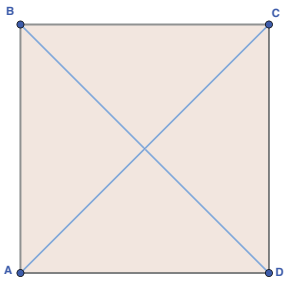
1.3 O número de diagonais de um polígono depende da quantidade de lados que ele possui. Pensando nisso, encontre a lei de formação para calcular a quantidade de diagonais de qualquer polígono.

Para encontrar essa lei de formação, a discussão inicialmente deve considerar os vértices do polígono: de cada vértice saem três diagonais. Para obter todas as diagonais, unimos dois vértices não consecutivos. Outro ponto de atenção deve ser quando traçamos as diagonais $\overline{AC}$ e $\overline{CA}$. São as mesmas, portanto, não podemos contar duas diagonais, apenas uma, o que na lei de formação indicamos com (–3).

$$D = \frac{n(n-3)}{2}$$



Fonte: Malko Miranda



Fonte: Elaborado pelos autores.

a) Encontre o número de diagonais de um polígono de 8 lados.

$D(8) = \frac{8(8-3)}{2} \rightarrow D(8) = \frac{8(5)}{2} \therefore D(8) = 20$

b) Encontre o polígono que possui 35 diagonais.

$D = \frac{n(n-3)}{2}\ 35 = \frac{n^2 - 3n}{2}$

$n^2 - 3n - 70 = 0$
$(n - 1{,}5)^2 = 72{,}25 \rightarrow (n - 1{,}5) = \pm 8{,}5$
$n - 1{,}5 = 8{,}5 \rightarrow n = 10$ lados
$n - 1{,}5 = -8{,}5 \rightarrow$ não convém
Logo, o polígono que possui 35 diagonais é o decágono (10 lados).

ATIVIDADE 2 – REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DE UMA FUNÇÃO

Objetivo: *Analisar e classificar os gráficos que representam uma função.*

Conversa inicial: *A importante que os estudantes identifiquem e analisem os gráficos das funções. Inicialmente, essa exploração pode ser realizada observando os gráficos e as diferenças entre eles, identificando algumas coordenadas e avançando para a lei de formação associada ao gráfico.*

2.1 Os gráficos a seguir, de 1 a 4, são gráficos de funções, pois relacionam duas grandezas: x e y ou f (x), onde y depende x e, para cada valor da grandeza x, encontramos um único valor da grandeza y.

Organizem-se em dupla, analisem e descubram quais funções estão relacionadas a cada gráfico. Comente as características de cada uma.

Para essa atividade, os estudantes devem encontrar as leis das funções relacionadas a cada gráfico.

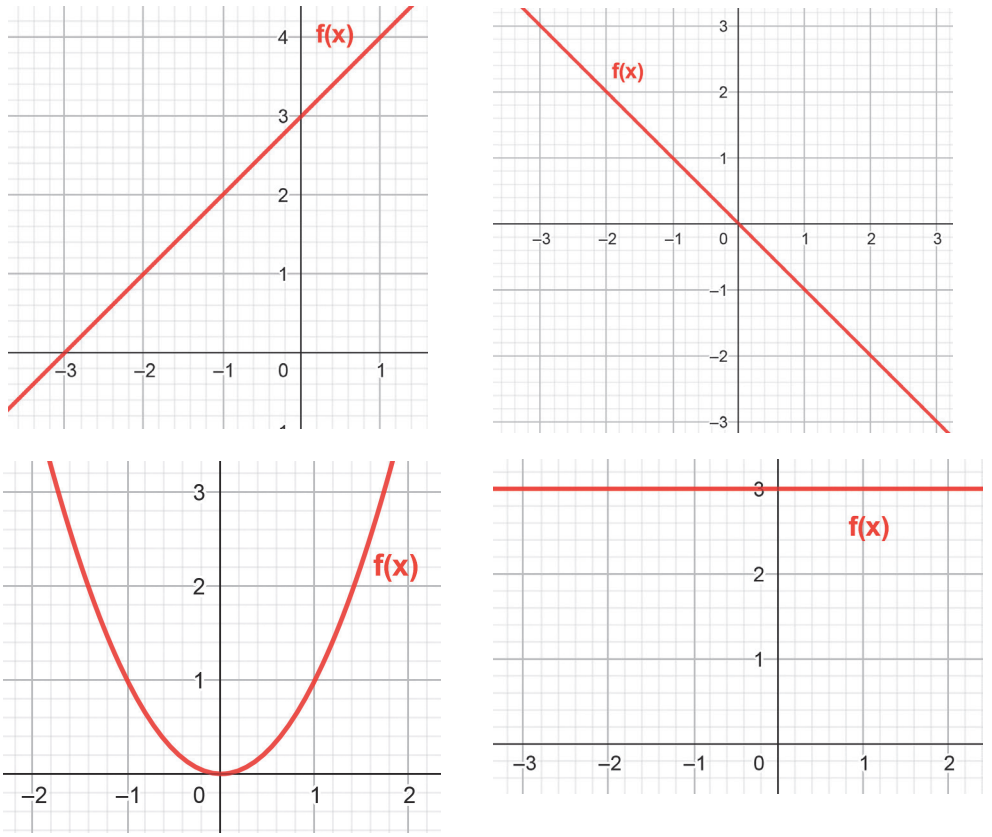


Ilustração: Elaborado pelos autores.

Os gráficos representados acima, de 1 a 4, são funções, pois relacionam duas grandezas (x e y ou f(x)), onde y depende x e, para cada valor da grandeza x, encontramos um único valor na grandeza y. No eixo x, eixo das abscissas (eixo horizontal), colocamos a variável independente, e no eixo y, eixo das ordenadas (eixo vertical), a variável que depende da variável independente.

***Gráfico 1:** O gráfico 1 está associado à função do 1° grau, f(x) = ax +b é uma reta crescente. Os pontos A (-3, 0) e B (0, 3), pertencem à reta.*

Substituindo o ponto em f(x) = ax +b, e construindo o sistema a seguir:

$$\begin{cases} a \cdot (0) + b = 3 \\ -3a + b = 0 \end{cases}$$

0 = - 3a + b e 3 = a.0 + b, assim temos b = 3 e a = 1, logo, a função f(x) = x + 3.

***Gráfico 2:** O gráfico associado à função do 1° grau, f(x)= ax +b é uma reta decrescente. Localizando algumas coordenadas, temos: (0, 0); (1,-1); (2, -2); (3, -3), (-2, 2), (-3, 3) e assim por diante. Logo temos que a abscissa e a ordenada são iguais e opostas, ou seja, f(x) = –x, que é a função.*

Gráfico 3: *Esse gráfico está associado à uma função do 2º grau, pois é uma parábola. O vértice dessa parábola é o ponto (0, 0). Se observarmos algumas coordenadas, temos: (0,0), (-1, 1), (1,1), (2, 4). O valor da ordenada é igual ao quadrado do valor da abscissa. Assim, podemos relacioná-lo à função* $f(x) = x^2$.

Gráfico 4: *Observando algumas de suas coordenadas, temos (-1, 3); (0,3); (1, 3); (2, 3), e assim por diante. Observem que a ordenada assume sempre o valor 3. Ou seja, esse valor é constante para qualquer valor de x. Logo, para o gráfico 4, a lei de formação será* $f(x) = 3$.

2.2 Em duplas, analisem a tabela de preços a seguir. Elaborem e resolvam questões que possam ser respondidas com os dados fornecidos. Determinem a lei de formação e depois, troquem-nas com outra dupla para discutir suas respostas.

Tabela de preços					
Número de alunos	1	10	20	30	40
Valor a ser pago	R$ 2,00	R$ 20,00	R$ 40,00	R$ 60,00	R$ 80,00

Após a elaboração em duplas das questões e das resoluções, escolha algumas duplas para compartilhar com a turma suas produções. Espera-se que os estudantes reconheçam que o valor a ser pago varia de acordo com o número de alunos, a função $f(x) = 2x$, *com x representando o número de alunos, e f(x) como o valor a ser pago pela escola.*

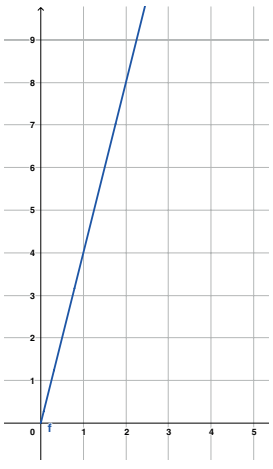
ATIVIDADE 3 – OLHANDO AS FUNÇÕES EM DIFERENTES PERSPECTIVAS

Objetivo: *reconhecer uma função a partir dos registros algébricos, gráficos e em língua materna*

Conversa inicial: *nessa atividade, a proposta é que os estudantes pratiquem os conceitos estudados, aplicando-os na resolução de cada item.*

3.1 Qual é a função que nos fornece o perímetro do quadrado? Construa o gráfico dessa função e analise-o.

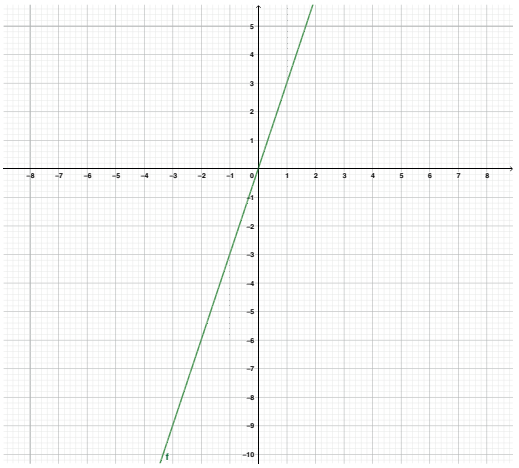
O perímetro do quadrado é dado por $f(x) = 4x$, *onde x é a medida do lado. O gráfico dessa função é uma reta, com* $x > 0$, *uma vez que x corresponde à medida do lado. O gráfico dessa função é uma linha contínua, pois as medidas dos lados são números reais.*



3.2 Dadas as funções, construa uma tabela, atribuindo valores para a variável x. Em seguida construa o gráfico de cada função.

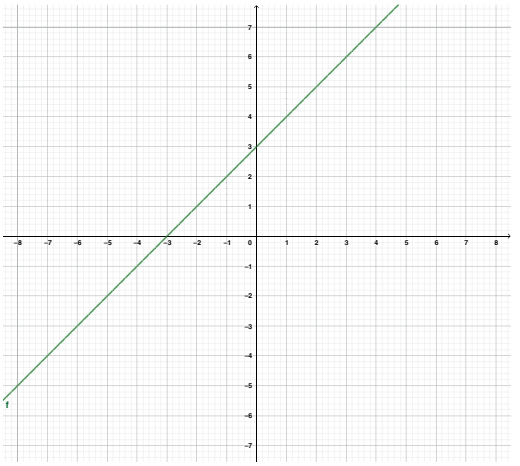
a) f(x) = 3x

x	-3	-2	-1	0	1	2
f (x)	-9	-6	-3	0	3	6



b) f(x) = x + 3

x	-3	-2	-1	0	1	2
f (x)	0	1	2	3	4	5



c) f(x) = – x – 2

x	-2	-1	0	1	2	3
f (x)	0	-1	-2	-3	-4	-5

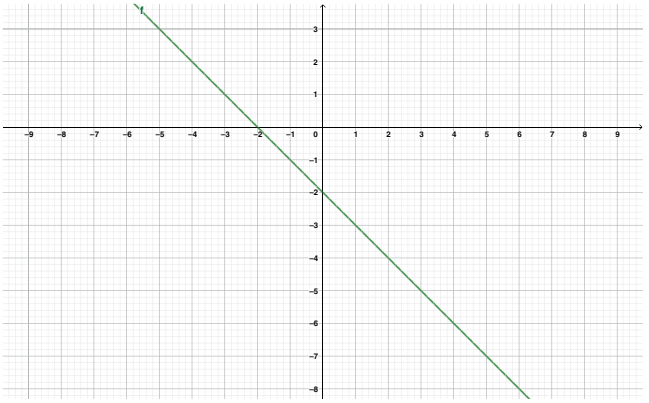


Ilustração: Elaborado pelos autores.

3.3 Sendo $f(x)=\frac{x+1}{2}$ a lei de formação da função , encontre:

a) *f(1) + f(3)*

$f(x)=\frac{x+1}{2}\rightarrow f(1)=\frac{1+1}{2}\rightarrow f(1)=1$

$f(x)=\frac{x+1}{2}\rightarrow f(3)=\frac{3+1}{2}\rightarrow f(3)=2$

$f(1)+f(3)=1+2=3$

b) *f(-1) + f(-3)*

$f(x)=\frac{x+1}{2}\rightarrow f(-1)=\frac{-1+1}{2}\rightarrow f(-1)=0$

$f(x)=\frac{x+1}{2}\rightarrow f(-3)=\frac{-3+1}{2}\rightarrow f(-3)=-1$

$f(1)+f(3)=0-1=-1$

3.4 Encontre o valor de x na função f definida por f(x) = x – 3, sabendo que:

a) f(x) = 0
0 = x – 3
x = 3

b) f(x) = -3
–3 = x – 3
x = 0

c) f(x) = 5
5 = x – 3
x = 8

d) f(x) = x – 3
x – 3 = x – 3
0x= 0

Para o item "d", você poderá discutir a igualdade, quando obtemos uma equação como 0x=0, temos uma equação identidade, pois admite infinitas soluções.

3.5 Sabendo que f(x) = – x – 2, coloque V ou F nas afirmações abaixo, justificando cada caso:

a) f(0) = 2 *(F)*

b) f(–1) = 1 *(F)*

c) f(1) = –3 *(V)*

d) f(2) = 0 *(F)*

e) f(3) = –5 *(V)*

f) f(-2) = 0 *(V)*

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 4

CONVERSA COM O PROFESSOR

Os registros gráficos estão presentes no dia-a-dia em diferentes contextos, tais como: jornais, revistas, artigos, entre outros. Uma das funções do registro gráfico é facilitar a compreensão de fenômenos estudados em diferentes ramos das ciências. Nesse sentido, sugere-se que, antes de iniciar a atividade, o professor converse com os estudantes sobre a importância de reconhecer os diferentes tipos de registros gráficos.



Sugerimos a demonstração gráfica com figuras e quantidades. É necessário que o material possa ser manuseado pelo(a) estudante. A utilização de manta imantada e botões com imã contribuem na reconstrução dos exemplos e da relação na representação gráfica.

ATIVIDADE 1 – A IMPORTÂNCIA DOS GRÁFICOS

Objetivo: *Analisar, compreender e interpretar gráficos, textos e tabelas.*

Conversa inicial: *Nessa Situação de Aprendizagem, a conversa pode iniciar a partir de exemplos, com a apresentação de gráficos, tabelas e textos, analisando com os estudantes qual foi a melhor maneira de identificar as informações.*

A comunicação pode acontecer de várias formas. Uma delas é a comunicação visual, que está muito presente no nosso cotidiano. Observe as placas a seguir e assinale a que chamou mais a sua atenção. Por que você a escolheu?

Placa 1:

É expressamente proibido cortar árvores neste bosque.

Placa 2:



Ilustração: Robson Minghini.

Resposta pessoal, mas uma possível resposta dos estudantes é a placa 2, por ser mais fácil e rápido de identificar a informação prestada.

1.1 Analise as duas formas propostas para divulgação do percentual de rendimento das turmas de 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola:

Tabela 1 – Percentual de rendimento, bimestre a bimestre, das turmas de 9º ano do EF da escola.

Turmas	1º Bimestre	2º Bimestre	3º Bimestre	4º Bimestre
9º ano W	70%	60%	70%	50%
9º ano X	40%	40%	30%	50%
9º ano Y	10%	15%	20%	30%
9º ano Z	60%	70%	90%	60%

Gráfico 1 – Rendimento anual médio das turmas de 9º ano do Ensino Fundamental da escola.

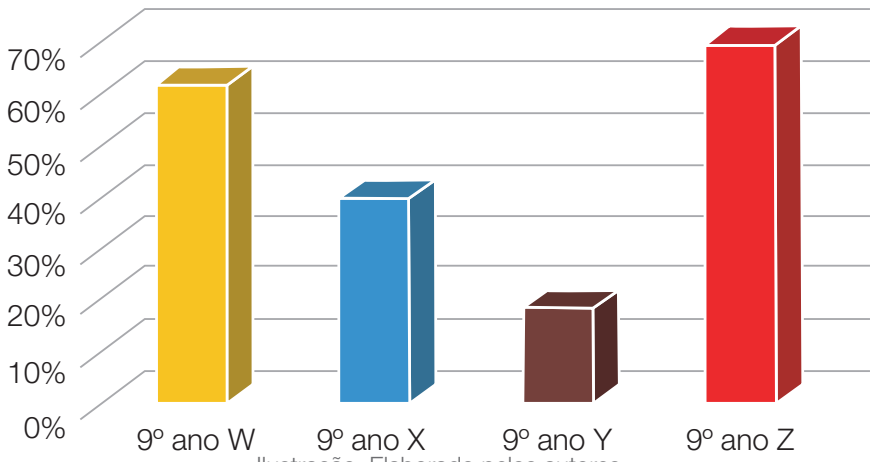


Ilustração: Elaborado pelos autores.

Qual das duas formas de divulgação de resultados lhe chamou mais atenção? Por quê?
Resposta pessoal. Escolha alguns alunos para comentarem suas escolhas.

1.2 A partir dos dados apresentados, responda as questões abaixo:

a) O que significam os percentuais apresentados na Tabela 1 e no Gráfico 1?
Os percentuais representam o rendimento médio das turmas de 9º ano do Ensino Fundamental.

b) Qual das turmas de 9º ano do Ensino Fundamental obteve o melhor rendimento médio anual?
A turma que apresentou o melhor rendimento médio anual foi o 9º ano "Z" do Ensino Fundamental.

c) Você utilizou a Tabela 1 ou o Gráfico 1 para responder o item b desta atividade? Justifique.
A descrição da resposta será pessoal.

ATIVIDADE 2 – PRINCIPAIS TIPOS DE GRÁFICOS E SUAS CARACTERÍSTICAS

Objetivo: *compreender, analisar e reconhecer os diferentes tipos de gráficos.*

Conversa inicial: *proponha aos estudantes a atividade do vídeo. Juntos, devem assistir e registrar os pontos importantes e as dúvidas. Em duplas, podem organizar as anotações e socializar. Caso aconteça algum equívoco na compreensão, proponha uma reflexão e, então, organize as ideias propostas, esclarecendo as dúvidas.*

Existem diversos tipos de gráficos, cada um com sua finalidade. Possivelmente, você já se deparou com alguns.

Os gráficos são representações visuais de dados ou valores numéricos e trazem uma dimensão estatística de um determinado fato.

2.1 Assista ao vídeo “Cada gráfico no seu galho”, do site da Matemática Multimídia da UNICAMP, acessando o QR Code ou o link, e discuta, em grupo, qual seria o tipo de gráfico mais adequado para representar cada situação a seguir:

O link do vídeo está no Caderno do Aluno

https://www.youtube.com/watch?v=cN1l2te79Ck&feature=youtu.be

a) A evolução escolar de um aluno, ou seja, analisar suas médias em um período.

Espera-se que os estudantes escolham o gráfico de linhas, por favorecer a análise de dados ao longo de um período.

b) A preferência de seus colegas entre as disciplinas escolares Matemática e Ciências.

Espera-se que o tipo de gráfico escolhido seja o de setores, por representar qualitativamente os dados e discernir bem quando são poucos dados.

ATIVIDADE 3 – OS DIFERENTES TIPOS DE GRÁFICOS

Objetivo: *identificar os diferentes tipos de gráficos.*

Conversa inicial: *apresentar os diferentes tipos de gráficos aos estudantes, discutindo qual a finalidade de cada um, inclusive em situações em que os gráficos divulgados podem induzir, propositadamente ou não, a erros de leitura. É possível fazer essa investigação com duplas ou trios e, em seguida, socializar a análise realizada pelos estudantes, aproveitando o momento para incentivar a leitura e interpretação dos dados apresentados nos gráficos.*

3.1 O gráfico de barras é um dos mais utilizados e consiste em um conjunto de barras retangulares, com a mesma largura e comprimento, proporcional aos valores que representa.

As barras podem ser horizontais ou verticais, conhecido como “gráfico de colunas” e são utilizados para ilustrar comparações entre valores discretos.

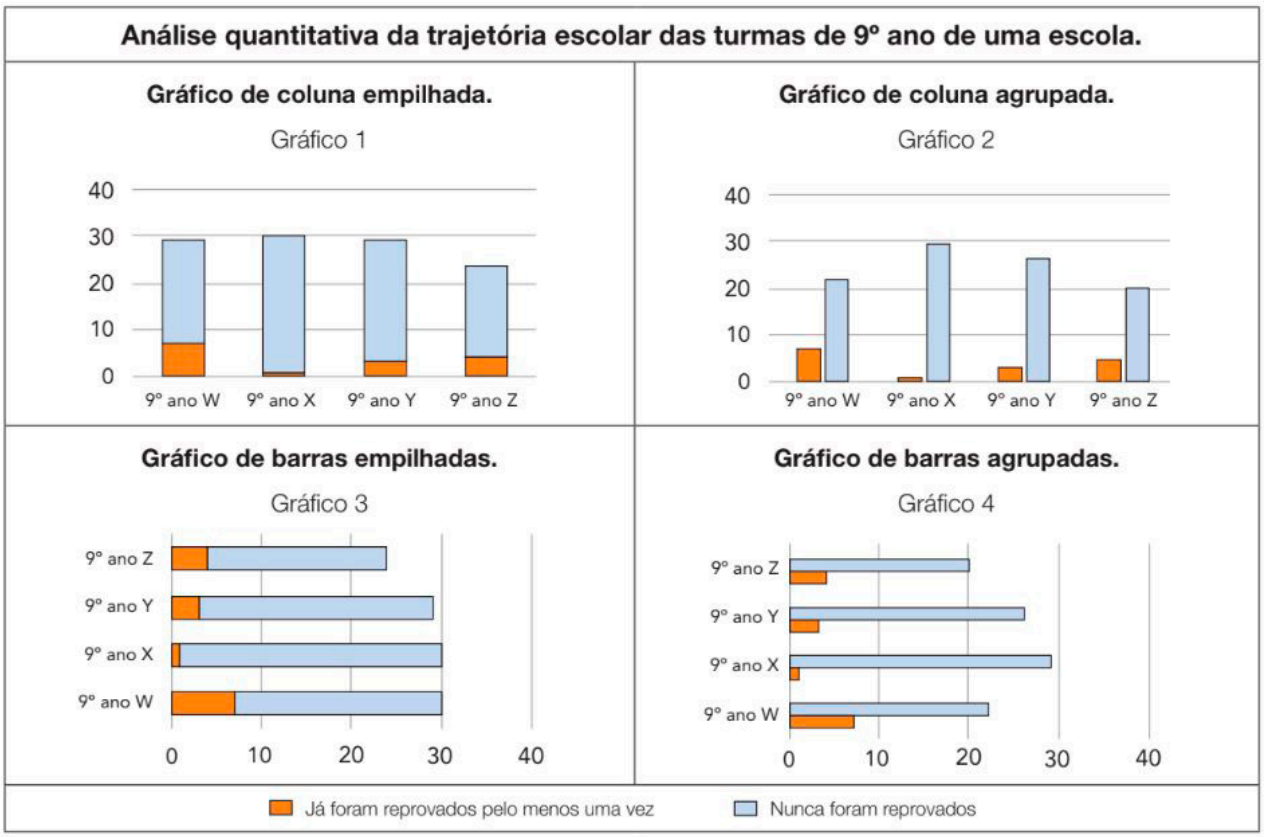


Ilustração: Elaborado pelos autores.

Com base na análise dos gráficos, o que você escreveria a respeito do resultado da pesquisa? Qual gráfico você escolheria para divulgar essa pesquisa? Por quê?

Professor, os gráficos estão apresentados no material do aluno. As informações a seguir servirão para direcionar a atividade. As respostas devem ser acompanhadas a partir da leitura dos gráficos e, então, compartilhadas. Se for necessário, atue em pontos equivocados por parte dos estudantes na leitura e interpretação de cada gráfico.

O gráfico de coluna empilhada apresenta o somatório dos dados e separa os valores usando cores diferentes.

O gráfico de coluna agrupada apresenta o somatório dos dados e separa os valores também usando cores diferentes.

O gráfico de barras empilhadas apresenta o somatório dos dados e separa os valores usando cores diferentes.

O gráfico de barras agrupadas apresenta o somatório dos dados e separa os valores usando cores diferentes.

ATIVIDADE 4 – GRÁFICO DE SETORES OU GRÁFICO CIRCULAR

Objetivo: *ler e interpretar dados apresentados em gráficos de setores.*

Conversa inicial: *os gráficos a serem analisados são apresentados no Material do Aluno. Por ser esteticamente agradável ao nosso sentido visual, são muito utilizados pela mídia. É conveniente quando o número de setores for pequeno, para que haja boa percepção e distinção dos dados representados.*

Torna-se importante tomar cuidado com valores muito próximos, pois dificultariam sua distinção visual. Este gráfico pode apresentar valores em porcentagem e, por ser circular, para sua construção, deve-se considerar os graus do setor circular (100% equivale a 360º, ou seja, para cada 1%, o ângulo do setor circular deverá ser de 3,6º).

O gráfico de setores ou "gráfico circular" também é conhecido como "gráfico de pizza", por suas aparências serem similares. Por ser esteticamente agradável, são muito utilizados pela mídia. Esse gráfico é conveniente quando o número de setores é pequeno, para que haja boa percepção e distinção dos dados representados. É importante tomar cuidado com valores muito próximos, pois dificultaria a distinção visual.

4.1 Analise os gráficos a seguir e escreva uma notícia para divulgar o resultado da pesquisa.



Ilustração: Elaborado pelos autores

Nessa atividade, os estudantes deverão analisar os gráficos e redigir uma notícia para divulgar os seus resultados. Isso envolve a leitura e a interpretação dos dados apresentados. Ao compartilhar a produção dos estudantes, observe se há notícias que, a partir do mesmo gráfico, apresentam interpretação contraditória. Caso aconteça, discuta com a turma em relação à interpretação e como a divulgação pode ser influenciada por quem as publica, de acordo com os interesses do momento.

ATIVIDADE 5 – GRÁFICO DE LINHA

Objetivo: *Ler e interpretar dados apresentados em gráficos de linhas.*

Conversa inicial: *O gráfico de linha também é comumente utilizado pela mídia e pelos institutos de pesquisas por possibilitar análises de alterações ao longo do tempo, facilitando a percepção de tendências ou anomalias.*

Esse tipo de gráfico possui segmentos de linhas retas, geralmente conectados por pontos de dados chamados de "marcadores". Seu eixo horizontal (x) apresenta as categorias, enquanto os resultados ou dados obtidos são apresentadas no eixo (y).

5.1 Quais informações são possíveis listar a partir da análise do gráfico de linhas a seguir?

Análise dos avanços e decréscimos da média dos rendimentos das turmas de 9º ano do Ensino Fundamental

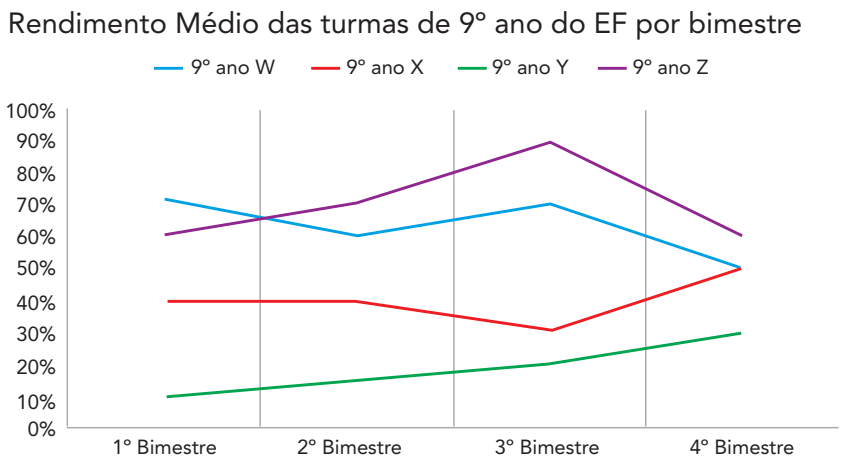


Ilustração: Elaborado pelos autores.

Uma possível análise: Ao observarmos a média dos rendimentos das turmas de 9º ano do Ensino Fundamental por bimestre através de um gráfico de linhas, podemos perceber que o 9º ano W apresenta uma queda em seu rendimento ao longo do ano, tendo apenas um momento de melhora, o 3º bimestre. Outro fato perceptível é o avanço do rendimento do 9º ano Y, que vem melhorando bimestre a bimestre; dentre outras análises que podem ser feitas.

5.2 Robson pretende comprar uma empresa gráfica e, durante sua pesquisa de mercado, ficou em dúvida entre três opções. Para tomar sua decisão, ele queria investigar o rendimento anual de cada empresa. Para isso, construiu a tabela abaixo com os rendimentos de cada uma nos últimos quatro anos; construa o gráfico mais apropriado para essa situação. Justifique sua escolha.

Rendimento anual das empresas 1, 2 e 3.

	Ano 1	Ano 2	Ano 3	Ano 4
Empresa 1	120 000	180 000	240 000	300 000
Empresa 2	180 000	190 000	180 000	190 000
Empresa 3	310 000	270 000	240 000	160 000

Fonte: Os autores.

Após a escolha do tipo de gráfico, analise os resultados e indique em que empresa Robson deveria comprar.

Possível resolução:

A empresa que Robson deveria comprar é a Empresa 1, pois ao longo dos anos analisados, apontam um crescimento contínuo quanto ao rendimento anual.

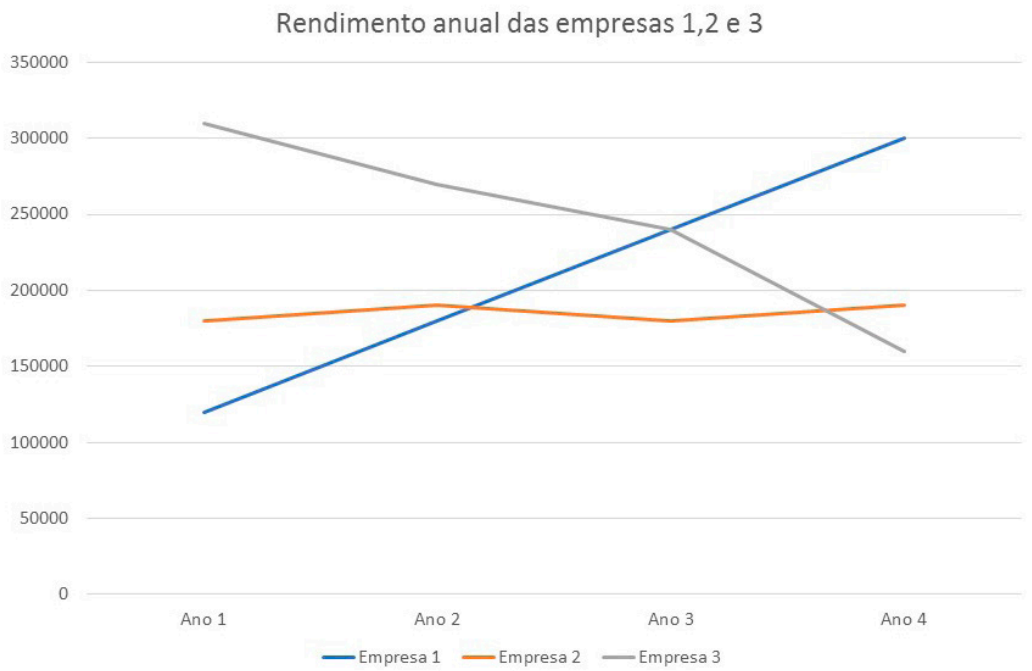


Ilustração: Elaborado pelos autores.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 5

CONVERSA COM O PROFESSOR

As principais medidas de tendência central são abordadas nessa situação de aprendizagem (média aritmética, mediana e moda), sempre abordando a aplicabilidade e as especificidades de cada uma.

Sugerimos que a partir da demonstração gráfica com figuras (botões com imã) e utilização de placa imantada, seja construído o gráfico da situação e feito o registro em tabela. O importante é incluir os dados do estudante, público-alvo da educação etc., organizando os agrupamentos.

ATIVIDADE 1 – MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

Objetivo: *Compreender algumas medidas de tendência central como média aritmética, moda e mediana.*
Conversa inicial: *Inicie uma conversa sobre tendência, entendida como uma disposição a seguir um determinado sentido e, por isso, pode auxiliar na previsão de eventos. Os estilistas, por exemplo, utilizam as tendências mundiais de cada estação do ano para projetar seus modelos de roupas.*

As medidas de tendência central são importantes para avaliar o comportamento de certos conjuntos de dados. A utilização de tais medidas pode simplificar a representação de grandes conjuntos de dados e facilitar sua análise. Dentre as medidas de tendência central, as mais comuns são: média, mediana e moda.

1.1 Em nosso cotidiano, é comum ouvirmos falar em média. Essa medida de tendência central é muito comum no dia a dia. Por exemplo, a expectativa média de vida é obtida por meio da média aritmética dos anos vividos pelos indivíduos de uma certa região ou família.

Uma empresa divulga a notícia de que a expectativa de vida média da população brasileira é de 80 anos para mulheres e 73 anos para homens. Os dados das idades de uma família constam na tabela a seguir.

Pesquisa da longevidade

Familiar Materno				Familiar Paterno			
Familiar	Viveu (anos)	Familiar	Viveu (anos)	Familiar	Viveu (anos)	Familiar	Viveu (anos)
Bisavô	83	Bisavó	89	Bisavô	66	Bisavó	64
Avô	89	Avó	99	Avô	66	Avó	89

Faça uma análise da média da expectativa de vida dessa família. A expectativa média desses familiares está dentro da expectativa média dos brasileiros? Compare a expectativa média dos familiares maternos e paternos.

A expectativa média de vida das mulheres da parte materna dessa família é de 94 anos, bem acima da expectativa média de vida das mulheres brasileiras, que é de 80 anos. A expectativa de vida dos homens da parte materna dessa família é de 86 anos, também acima da média nacional de 73 anos. A expectativa média de vida das mulheres da parte paterna dessa família é de 76 anos, abaixo da expectativa média de vida das mulheres brasileiras, que é de 80 anos. A expectativa de vida dos homens da parte paterna dessa família é de 66 anos, também abaixo da média nacional de 73 anos. A média da expectativa de vida dessa família (tanto da parte materna, quanto da parte paterna) está acima da média brasileira, pois para os homens está em 76 anos (3 anos acima da média nacional), e para as mulheres está em 85 anos (5 anos acima da média nacional).

1.2 A medida de tendência central "moda" apresenta os valores que ocorrem com maior frequência em uma distribuição. Organize uma pesquisa sobre o mês de aniversário de cada estudante de sua classe e organize os dados em uma tabela. Determine a moda dos valores obtidos.

Para determinar a moda, os estudantes deverão observar o(s) mês(es) que possui(em) maior frequência. Pode ocorrer o caso bimodal, ou seja, dois valores (meses) que mais aparecem, ou multimodal, quando vários valores são os que mais aparecem.

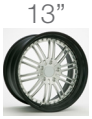
1.3 Mediana é a medida de tendência central que determina exatamente o valor central de um conjunto de dados. Para isso, é necessário organizá-los em ordem crescente. Quando o número de dados dispostos em ordem crescente é ímpar, o termo central é a mediana. Quando se trata de um número par de dados, a mediana é obtida através da média aritmética dos dois valores centrais.

Considerando essa informação, resolva a seguinte situação:

As rodas dos veículos são medidas em polegadas: os aros 13" possuem 13 polegadas de diâmetro; os aros 14" possuem 14 polegadas de diâmetro, e assim por diante.

Num determinado dia, uma loja de rodas personalizadas vendeu os seguintes conjuntos de rodas:

Vendas de conjuntos de rodas de uma loja num determinado dia

Aros (em polegadas)	12"	13"	14"	15"	16"	17"	24"	32"
								
Conjuntos de rodas vendidos	10	8	7	0	3	4	3	1

Fonte: Pixabay, disponível em **https://pixabay.com/pt/photos/borda-da-roda-aro-da-roda-roda-pneu-254714/.**

Uma segunda loja de rodas personalizadas foi inaugurada. Para distribuir o estoque, o dono adotou o seguinte critério: considerando os dados da tabela, a divisão do estoque deve garantir que cada loja venda tamanhos de aros diferentes e sequencial. Além disso, a quantidade de vendas em conjunto de rodas deve ser o mesmo para as duas lojas.

Como você organizaria essa distribuição, garantindo as condições de vendas para as duas lojas?
A média aritmética dos valores contidos na tabela é aproximadamente 15. Porém, esse dado não é útil, pois se utilizarmos o 15 como base de separação entre as lojas, uma das lojas irá vender 25 conjuntos de rodas, enquanto a outra apenas 11. A moda também não auxiliaria neste caso, pois a moda é 12" e, se em uma loja ficarem apenas rodas de aros 12", esta venderia 10 conjuntos de rodas, enquanto a outra, vendendo os demais tamanhos, teria uma venda de 26 conjuntos de rodas. A medida de tendência central mais apropriada para esse caso seria a mediana. Como há um número par de dados (36), a mediana seria dada pela média aritmética dos dois valores centrais (13" e 14"), ou seja: 13,5". Isso implica que em uma loja seriam vendidas rodas de aros 12" e 13" (18 conjuntos de rodas vendidos, segundo a tabela de vendas do dia), enquanto na outra seriam vendidas as rodas de aros 14", 15", 16", 17", 24" e 32" (também 18 conjuntos de rodas vendidos).

ATIVIDADE 2 – ANÁLISE DOS GRÁFICOS

Objetivo: *Escolher o gráfico mais adequado para apresentar um determinado conjunto de dados.*

Conversa inicial: *A leitura e a interpretação de dados expressos em gráficos auxiliam na tomada de decisões a partir de uma análise. Por outro lado, dependendo da situação dada, também é importante saber optar pelo tipo de gráfico mais adequado para a divulgação de uma informação. Essa discussão deve ser considerada e, então, a resolução da atividade deve ser proposta.*

2.1 Lindomar, após aplicar as avaliações bimestrais na turma em que leciona, colocou os dados na tabela a seguir:

Notas dos estudantes na avaliação bimestral

Estudantes	Notas	Estudantes	Notas	Estudantes	Notas
Alberto	6,0	Fernanda	1,0	Kauã	10
Beatriz	7,0	Gustavo	8,0	Lais	8,0
Caio	7,0	Heloísa	7,0	Mateus	2,0
Denise	1,0	Igor	4,0	Nicole	5,0
Elias	3,0	Juliana	9,0	Otávio	3,0

Qual é o gráfico mais adequado para representar esses dados? Justifique sua resposta.
O gráfico mais apropriado para esses dados é o gráfico de colunas, pois favorece a leitura das notas mais altas, mais baixas, bem como as mais comuns.

Encontre a média, a moda e a mediana das notas dos estudantes. Faça uma análise desses resultados, registrando suas conclusões.
A média aritmética das notas da turma é 6,0 e apenas o aluno Alberto está na média. Acima da média há 8 alunos e, abaixo dela, 6 alunos. A moda desses dados é a nota 7,0. A mediana dessas notas é 7,0, portanto essa é uma turma que possui mais notas acima de 5,0 (ou, no caso, acima de 7,0).

2.2 Analisando os gastos familiares, Davi organizou as finanças em uma tabela, considerando apenas as compras no cartão de crédito e no cartão de débito durante o primeiro trimestre.

Organização dos gastos com cartão

	Janeiro	Fevereiro	Março
Cartão de Crédito	R$ 1 200,00	R$ 980,00	R$ 450,00
Cartão de Débito	R$ 380,00	R$ 660,00	R$ 800,00

✓ Qual é o gráfico mais apropriado para analisar os gastos ao longo do tempo? Justifique.

O gráfico mais apropriado é o gráfico de linhas, pois permite a análise dos gastos ao longo do tempo, além de apontar uma tendência de gastos.

✓ Encontre a média, a moda e a mediana dos gastos com cada cartão. Faça uma análise desses resultados, registrando suas conclusões.

A média aritmética dos gastos no cartão de crédito é R$ 876,67, enquanto a média para os gastos no débito é de R$ 613,33.
A média com gastos é de R$ 1 490,00.
Moda: Não há pois nenhum dado se repete. Esse é um espaço amostral amodal.
Mediana do cartão de crédito: R$ 980,00
Mediana do cartão de débito: R$ 660,00

TESTE SEU CONHECIMENTO

1. (ENEM /2009.1) Depois de jogar um dado em forma de cubo e de faces numeradas de 1 a 6, por 10 vezes consecutivas, e anotar o número obtido em cada jogada, construiu-se a seguinte tabela de distribuição de frequências.

Número obtido	Frequência
1	4
2	1
4	2
5	2
6	1

A média, mediana e moda dessa distribuição de frequências são, respectivamente:

A) 3, 2 e 1 B) 3, 3 e 1 C) 3, 4 e 2 D) 5, 4 e 2 E) 6, 2 e 4

Alternativa B

2. (ENEM/2009.2)

Técnicos concluem mapeamento do aquífero Guarani

O aquífero Guarani localiza-se no subterrâneo dos territórios da Argentina, Brasil, Paraguai e Uruguai, com extensão total de 1.200.000 quilômetros quadrados, dos quais 840.000 quilômetros quadrados estão no Brasil. O aquífero armazena cerca de 30 mil quilômetros cúbicos de água e é considerado um dos maiores do mundo. Na maioria das vezes em que são feitas referências à água, são usadas as unidades metro cúbico e litro, e não as unidades já descritas. A Companhia de Saneamento Básico do Estado de São Paulo (SABESP) divulgou, por exemplo, um novo reservatório cuja capacidade de armazenagem é de 20 milhões de litros.

Comparando as capacidades do aquífero Guarani e desse novo reservatório da SABESP, a capacidade do aquífero Guarani é:

A) $1,5 \times 10^2$ vezes a capacidade do reservatório novo.

B) $1,5 \times 10^3$ vezes a capacidade do reservatório novo.

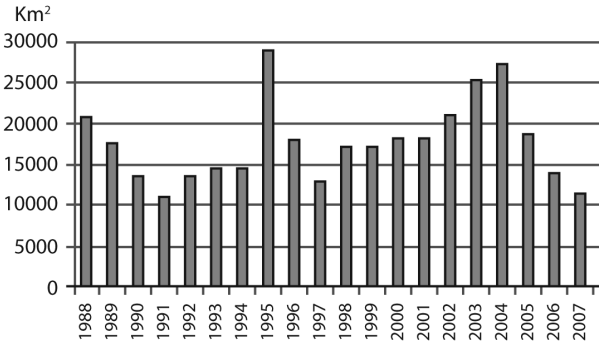
C) $1,5 \times 10^6$ vezes a capacidade do reservatório novo.

D) $1,5 \times 10^8$ vezes a capacidade do reservatório novo.

E) $1,5 \times 10^9$ vezes a capacidade do reservatório novo.

Alternativa E

3. (ENEM/2009) Nas últimas décadas, desencadeou-se uma discussão quanto ao papel da Amazônia no equilíbrio da biosfera e sobre as consequências que sua devastação poderá trazer para o clima do planeta. No gráfico a seguir, está representada, em quilômetros quadrados, a evolução da área que foi desmatada na floresta amazônica entre 1988 e 2007.



De acordo com os dados, o biênio em que ocorreu o maior desmatamento acumulado foi:

A) 1988–1989.

B) 1994–1995.

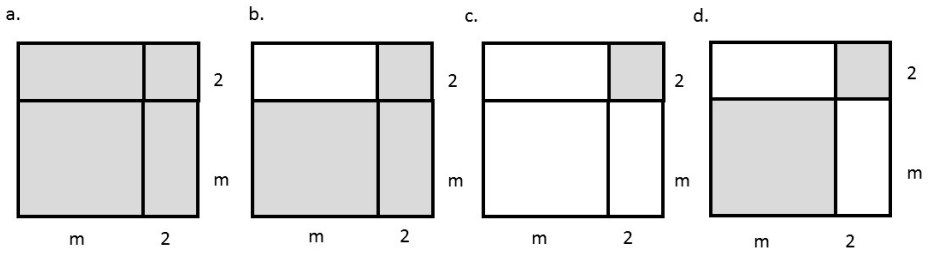
C) 1995–1996.

D) 2003–2004.

E) 2000–2001.

Alternativa D

4. (SARESP/2013) Qual das figuras a seguir, em relação à área hachurada, representa a expressão algébrica $(m+2)^2$?



Alternativa A

Referências bibliográficas

BOYER, Carl B. **História da Matemática.** Trad. Elza F. Gomide. São Paulo, Ed: Edgar Blucher Ltda, 1996.

CONTADOR, Paulo Roberto Martins. **Matemática uma breve história.** Vol 1, Campinas: Ed. Komedi, 2004.

IFRAH, George. ***Os números: A história de uma grande invenção.*** Rio de Janeiro: Globo, 1995.

LACOURT, H. **Noções e fundamentos de Geometria Descritiva**. Rio de Janeiro: Editora Guanabara Koogan S.S., 1995.

LAPPONI, Juan Carlos. **Estatística usando o excel.** São Paulo: Lapponi Treinamento e Editora Ltda, 2000.

MILONE, Giuseppe. **Estatística Geral e Aplicada**. São Paulo: Cengage Learning, 2009.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas.** Ed: Zahar, 2012.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Experiências Matemáticas:** 8ª série. Versão Preliminar. São Paulo: SEE/CENP, 1994. 411P.il.

SÃO PAULO (Estado). Centro de Estudos e Pesquisas em Educação: CENPEC. **Ensinar e Aprender:** volume 2, Matemática. São Paulo, 2005.

SÃO PAULO (ESTADO). Secretaria da Educação. Sequência Didática. Razões entre Grandezas: 6º Ano do Ensino Fundamental. São Paulo, 2018.

Secretaria da Educação do Estado de São Paulo

COORDENADORIA PEDAGÓGICA – COPED

Coordenadora
Viviane Pedroso Domingues Cardoso

Diretora do Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão Pedagógica – DECEGEP
Valéria Tarantello De Georgel

Diretora do Centro de Ensino Médio – CEM
Ana Joaquina Simões Sallares de Mattos Carvalho

Centro de Anos Finais do Ensino Fundamental – CEFAF
Patricia Borges Coutinho da Silva

Assessoria Técnica
Simone Vasques e Eleneide Gonçalves dos Santos

Centro de Projetos e Articulação de Iniciativas com Pais e Alunos – CEART
Diretora: Deisy Christine Boscaratto
Aline Navarro, Cassia Vassi Beluche, Felipe Oliveira Santos, Isabel Gomes Ferreira, Isaque Mitsuo Kobayashi, Priscila Gomes de Siqueira Salvatico, Renata Nunes Gomes, Silvana Aparecida de Oliveira Navia

ÁREA DE MATEMÁTICA
Equipe Curricular de Matemática (CEFAF/CEM): *Ana Gomes de Almeida; Cecília Alves Marques; Isaac Cei Dias; João dos Santos Vitalino; Otávio Yoshio Yamanaka; Rafael José Dombrauskas Polonio e Sandra Pereira Lopes.*
Elaboração: *Ana Cláudia Carvalho Garcia – D.E. Sul 2; Arlete Aparecida Oliveira de Almeida – SEDUC/CEIN; Delizabeth Evanir Malavazzi – D.E. Fernandópolis; Ilana Brawerman – D.E. Centro Oeste; Inês Chiarelli Dias – D.E. Campinas Oeste; Isaac Cei Dias – SEDUC/COPED; Lilian Ferolla de Abreu – D.E. Taubaté; Lyara Araújo Gomes – D.E. Taubaté; Marcia Herrera Garcia Antonio – D.E. Norte 2; Maria Denes Tavares da Silva – D.E. Itapevi; Otávio Yoshio Yamanaka – SEDUC/COPED; Rafael José Dombrauskas Polonio – SEDUC/COPED; Rodrigo Soares de Sá – D.E. Avaré; Sandra Pereira Lopes – SEDUC/COPED; Simoni Renata e Silva Perez – D.E. Campinas Leste.*

Ilustração: *Malko Miranda dos Santos – D.E. Sul 1; Polyana de Castro Campos – D.E. Norte 1.*
Leitura crítica, revisão geral e validação (versão 2021): *Isaac Cei Dias – SEDUC/COPED e Rafael José Dombrauskas Polonio – SEDUC/COPED.*
Consultoria Pedagógica: *Marcelo Dias Pereira e Maria Silvia Brumatti Sentelhas.*

Produção gráfica:
Projeto Gráfico – Ricardo Ferreira (IMESP)
Tratamento de Imagens – Leonídio Gomes e Tiago Cheregati (IMESP)
Diagramação – Tikinet

O material Currículo em Ação é resultado do trabalho conjunto entre técnicos curriculares da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, PCNP atuantes em Núcleos Pedagógicos e professores da rede estadual de São Paulo.

Amparado pelo Currículo Paulista, este caderno apresenta uma pluralidade de concepções pedagógicas, teóricas e metodológicas, de modo a contemplar diversas perspectivas educacionais baseadas em evidências, obtidas a partir do acúmulo de conhecimentos legítimos compartilhados pelos educadores que integram a rede paulista.

Embora o aperfeiçoamento dos nossos cadernos seja permanente, há de se considerar que em toda relação pedagógica erros podem ocorrer. Portanto, correções e sugestões são bem-vindas e podem ser encaminhadas através do formulário https://forms.gle/1iz984r4aim1gsAL7.

ATENÇÃO! Este formulário deve ser acessado com e-mail institucional SEDUC-SP.



GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
Secretaria da Educação