

**Caderno do Professor**

**VERSÃO PRELIMINAR**

**ENSINO  
INTEGRAL**

**PRÁTICAS  
EXPERIMENTAIS  
E INVESTIGATIVAS  
MATEMÁTICA**

**ENSINO MÉDIO**

**2º bimestre - 2023**



**GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO**

Secretaria de Estado da Educação

**CADERNO DO(A) PROFESSOR(A)**

**PRÁTICAS EXPERIMENTAIS E  
INVESTIGATIVAS – MATEMÁTICA**

**ENSINO MÉDIO**

**VOLUME 1**

## Sumário

Introdução .....	4
Momento 1 - fundamentos de estatística descritiva.....	4
Parte 1 - tabelas .....	4
Parte 2 - Representação Gráfica . .....	10
Momento 2: medidas de tendência central.....	15
Parte 1 - Frequência absoluta e frequência relativa. ....	15
Parte 2: Média Aritmética. ....	17
Parte 3: Mediana.....	21
Parte 4: Moda.....	23
Momento 3: Gráficos para variáveis quantitativas contínuas. ....	26
Momento 4 - medidas de dispersão. ....	31
Parte 1 - Variância .....	31
Parte 2- Desvio Padrão .....	33
Parte 3- Coeficiente de variação: .....	33
Momento 5 - Indicadores e álgebra. ....	35
Parte 1: Variáveis do cálculo do IMC e plano cartesiano. ....	35
Parte 2: expressão algébrica do IMC em função da massa corpórea. ....	37
Parte 3 - verificando a taxa de variação do IMC em função da massa corpórea. ....	38

Versão preliminar

## Práticas experimentais e Investigativas - Matemática

### 1ª série do Ensino Médio - 2º Bimestre.

#### INTRODUÇÃO

O material a ser proposto nas linhas a seguir, apresenta um mapeamento dos diferentes conhecimentos matemáticos, articulando-os de tal maneira que o mapa elaborado promova um convite para a procura de novos caminhos, não representando, necessariamente uma delimitação rígida entre as diversas fronteiras do conhecimento.

Entendemos que, ao delinear um mapa, necessariamente precisamos delinear alguns momentos de estudo, para o desenvolvimento de cada situação proposta.

A proposta metodológica desse material pode ser entendida como um norteador de atividades, que visam a aplicação de um determinado tema específico, a prospecção dos vários objetos de conhecimentos relacionados ao tema, e assim procurar associá-los a um conteúdo que consta no currículo da 1ª série do Ensino Médio.

#### **CONTEÚDOS EXPLORADOS: FUNDAMENTOS DE ESTATÍSTICA DESCRITIVA, MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL E DE DISPERSÃO.**

A primeira proposta do material consiste em um detalhamento teórico a respeito dos fundamentos básicos da estatística descritiva, bem como a obtenção das principais medidas de tendência central.

Para iniciar, proponha aos estudantes a formação de grupos de estudo. Formados os grupos, proponha que entre eles, elejam um redator e um relator, para que ao final dos trabalhos seja promovido um seminário.

As Atividades para prosseguir no Momento 1, serão delineadas da seguinte forma:

#### **MOMENTO 1 - FUNDAMENTOS DE ESTATÍSTICA DESCRITIVA**

##### **PARTE 1 - TABELAS**

No momento 2 do módulo anterior, realizamos a coleta de dados. Agora, a nossa proposta é a realização do tratamento dos dados para posterior divulgação por meio de um relatório de pesquisa, então nessa rota, apresentaremos os princípios fundamentais para a elaboração de tabelas e gráficos.

Inicialmente iremos realizar o tratamento dos dados, registrando-os em tabelas, porém cabe aqui uma diferenciação entre tabelas e quadros, segundo as normas da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) e também do IBGE.

Segundo a ABNT, tabelas são ilustrações com dados estatísticos numéricos. A moldura de uma tabela não deve ter traços verticais que a delimitem à esquerda e à direita.

Segundo as normas de apresentação tabular do IBGE, tabela é uma forma não discursiva de apresentar informações, das quais o dado numérico se destaca como informação central. Na sua forma identificam-se espaços e elementos.

O link a seguir disponibiliza as Normas de Apresentação Tabular do IBGE.

<https://bitly.com/iQrdX>



Para a elaboração das tabelas, apresentamos uma situação hipotética de coleta de dados, com a ilustração de dois recortes de planilhas eletrônicas.

O procedimento que será desenvolvido nas linhas poderá ser replicado com a coleta de dados obtida na aplicação da pesquisa amostral ou populacional.

Código do registro	Idade	Estatura	Massa corporal	IMC	Diagnóstico Nutricional
1	15	1,55	58,5	24,349636	Obesidade
2	15	1,61	45,5	17,553335	Eutrofia
3	16	1,74	67	22,12974	Eutrofia
4	15	1,57	45	18,256319	Eutrofia
5	15	1,72	50,5	17,070038	Eutrofia
6	15	1,8	81	25	Obesidade
7	15	1,75	75	24,489795	Obesidade
8	16	1,76	69,4	22,404442	Eutrofia
9	15	1,79	80,5	25,12406	Obesidade
10	16	1,82	97	29,283903	Obesidade Grave
11	15	1,5	55,5	24,998874	Obesidade
12	15	1,68	70	24,801587	Obesidade
13	16	1,74	47	15,523847	Magreza
14	15	1,6	50,4	19,6875	Eutrofia
15	15	1,65	45	16,528926	Eutrofia
16	16	1,69	61,5	21,532859	Eutrofia
17	16	1,5	35	15,765056	Magreza
18	15	1,77	86,5	27,610201	Obesidade Grave
19	15	1,79	78	24,343809	Obesidade
20	16	1,5	36	16	Magreza

**Fonte:** Captura de tela da planilha eletrônica - Cálculo do IMC - Meninos.

Código do registro	Idade	Estatura	Massa corporal	IMC	Diagnóstico Nutricional
1	15	1,63	45,5	17,125221	Eutrofia
2	15	1,65	55,8	20,495868	Eutrofia
3	15	1,6	61	23,828125	Obesidade
4	15	1,68	83,8	29,691043	Obesidade Grave
5	15	1,5	56,8	25,244444	Obesidade
6	15	1,55	59	24,557752	Obesidade
7	15	1,67	65,7	23,557675	Obesidade
8	15	1,55	48,8	20,312175	Eutrofia

9	16	1,74	59,5	19,65253	Eutrofia
10	15	1,54	61,8	26,058357	Obesidade
11	15	1,68	62,5	22,144274	Eutrofia
12	16	1,7	72,4	25,051903	Obesidade
13	15	1,4	31,8	16,22449	Eutrofia
14	15	1,5	57,8	25,688889	Obesidade
15	15	1,54	58,1	24,498229	Obesidade
16	15	1,68	52,9	18,742914	Eutrofia
17	15	1,71	86,8	29,684347	Obesidade Grave
18	15	1,8	76,4	23,580247	Obesidade
19	15	1,62	54,8	20,880963	Eutrofia
20	16	1,6	60,9	23,789063	Obesidade
21	15	1,63	53,7	20,211525	Eutrofia
22	15	1,51	51,2	22,455155	Eutrofia
23	15	1,56	33	13,560158	Magreza
24	16	1,75	43	14,040816	Magreza
25	15	1,53	29	12,388398	Magreza Acentuada

**Fonte:** Captura de tela da planilha eletrônica - Cálculo do IMC - Meninas.

Para elaboração de uma tabela a primeira tarefa que temos será como apresentar a distribuição de frequências, neste caso, iniciamos pelo estabelecimento das classes de distribuição dos dados.

A primeira tabela que iremos retratar, será a distribuição das frequências das estaturas dos meninos com idade de 5 a 19 anos.

Para isso precisamos estabelecer inicialmente a quantidade de classes da distribuição de dados.

Uma das possibilidades para estabelecer essa quantidade de classes ( $k$ ) seria a extração da raiz quadrada da quantidade de registros da amostra, ou seja:

$$k = \sqrt{n} \Rightarrow k = \sqrt{20} \cong 4,47.$$

Para efeito de calcular, iremos considerar 4 classes, portanto,  $k = 4$ .

Após o cálculo da quantidade de classes, temos que calcular a amplitude da classe ( $h$ ), que é o quociente entre a amplitude total da amostra pela quantidade de classes, ou seja:

$$h = \frac{AT}{k} \Rightarrow h = \frac{1,82 - 1,50}{4} = \frac{0,32}{4} = 0,08 \text{ m.}$$

Determinada a amplitude das classes, delimitam-se as quatro classes das estaturas dos meninos, sabendo que o limite inferior corresponde a 1,50 m e o limite superior é 1,80 m.

Classe 1:  $1,50 \text{ † } 1,50 + 0,08 \rightarrow 1,50 \text{ † } 1,58$ ;

Classe 2:  $1,58 \text{ † } 1,58 + 0,08 \rightarrow 1,58 \text{ † } 1,66$ ;

Classe 3:  $1,66 \text{ † } 1,66 + 0,08 \rightarrow 1,66 \text{ † } 1,74$ ;

Classe 4:  $1,74 \text{ † } 1,74 + 0,08 \rightarrow 1,74 \text{ † } 1,82$ .

Atribuídas as classes de estatura, resta realizar a frequência absoluta de cada uma delas, conforme ilustra a tabela a seguir.

Tabela 1: Estaturas de estudantes do sexo masculino em metros.

Classes	Frequência absoluta
1,50 – 1,58	5
1,58 – 1,66	3
1,66 – 1,74	3
1,74 – 1,82	9
Total	20

**Fonte:** Dados fictícios para fins didáticos.

Acrescentando a coluna referente à frequência relativa, temos:

Tabela 2: Estaturas de estudantes do sexo masculino em metros.

Classes	Frequência absoluta	Frequência relativa
1,50 – 1,58	5	$\frac{5}{20} \cdot 100 = 0,25 \cdot 100 = 25\%$
1,58 – 1,66	3	$\frac{3}{20} \cdot 100 = 0,15 \cdot 100 = 15\%$
1,66 – 1,74	3	$\frac{3}{20} \cdot 100 = 0,15 \cdot 100 = 15\%$
1,74 – 1,82	9	$\frac{9}{20} \cdot 100 = 0,45 \cdot 100 = 45\%$
Total	20	100%

**Fonte:** Dados fictícios para fins didáticos.

Para as meninas, temos:

$$k = \sqrt{25} = 5.$$

Limite inferior: 1,4 m

Limite superior: 1,8 m

$$h = \frac{1,8 - 1,4}{5} \Rightarrow h = \frac{0,4}{5} \Rightarrow h = 0,08.$$

Classes:

Classe 1: 1,4 – 1,4 + 0,08 → 1,4 – 1,48;

Classe 2: 1,48 – 1,48 + 0,08 → 1,48 – 1,56;

Classe 3: 1,56 – 1,56 + 0,08 → 1,56 – 1,64;

Classe 4: 1,64 – 1,64 + 0,08 → 1,64 – 1,72;

Classe 5: 1,72 – 1,72 + 0,08 → 1,72 – 1,80.

Tabela 3: Estaturas de estudantes do sexo feminino em metros.

Classes	Frequência absoluta	Frequência relativa
1,40 – 1,48	1	$\frac{1}{25} \cdot 100 = 0,04 \cdot 100 = 4\%$
1,48 – 1,56	8	$\frac{8}{25} \cdot 100 = 0,32 \cdot 100 = 32\%$
1,56 – 1,64	6	$\frac{6}{25} \cdot 100 = 0,24 \cdot 100 = 24\%$
1,64 – 1,72	7	$\frac{7}{25} \cdot 100 = 0,28 \cdot 100 = 28\%$

1,72 † 1,80	3	$\frac{3}{25} \cdot 100 = 0,12 \cdot 100 = 12\%$
Total	25	100%

**Fonte:** Dados fictícios para fins didáticos.

Realizando o mesmo procedimento para confeccionar as tabelas para a massa corpórea de meninos e meninas.

Para os meninos temos:

Limite inferior: 35 kg

Limite superior: 97 kg

$$k = \sqrt{20} \cong 4$$

$$h = \frac{L_{\text{superior}} - L_{\text{inferior}}}{k} \Rightarrow h = \frac{97 - 35}{4} \Rightarrow h = \frac{62}{4} = 15,5 \text{ kg.}$$

Classes:

Classe 1: 35 † 35 + 15,5 → 35 † 50,5

Classe 2: 50,5 † 50,5 + 15,5 → 50,5 † 66,0

Classe 3: 66,0 † 66,0 + 15,5 → 66,0 † 81,5

Classe 4: 81,5 † 81,5 + 15,5 → 81,5 † 97,0

Tabela 4: Massa corpórea de estudantes do sexo masculino em quilogramas.

Classes	Frequência absoluta	Frequência relativa
35 † 50,5	7	$\frac{7}{20} \cdot 100 = 0,35 \cdot 100 = 35\%$
50,5 † 66,0	4	$\frac{4}{20} \cdot 100 = 0,20 \cdot 100 = 20\%$
66,0 † 81,5	7	$\frac{7}{20} \cdot 100 = 0,35 \cdot 100 = 35\%$
81,5 † 97,0	2	$\frac{2}{20} \cdot 100 = 0,10 \cdot 100 = 10\%$
Total	20	100%

**Fonte:** Dados fictícios para fins didáticos.

Para as meninas, temos:

Limite inferior: 29 kg

Limite superior: 86,8 kg

$$k = \sqrt{25} = 5$$

$$h = \frac{\text{Limite}_{\text{superior}} - \text{Limite}_{\text{inferior}}}{k} \Rightarrow h = \frac{86,8 - 29}{5} \Rightarrow h = \frac{57,8}{5} \Rightarrow h = 11,56.$$

Classes:

Classe 1: 29,0 † 29,0 + 11,56 → 29,0 † 40,56

Classe 2: 40,56 † 40,56 + 11,56 → 40,56 † 52,12

Classe 3: 52,12 † 52,12 + 11,56 → 52,12 † 63,68

Classe 4: 63,68 † 63,68 + 11,56 → 63,68 † 75,24

Classe 5: 75,24 † 75,24 + 11,56 → 75,24 † 86,80



Tabela 5: Massa corpórea de estudantes do sexo feminino em quilogramas.

Classes	Frequência absoluta	Frequência relativa
29,00 † 40,56	3	$\frac{3}{25} \cdot 100 = 0,12 \cdot 100 = 12\%$
40,56 † 52,12	4	$\frac{4}{25} \cdot 100 = 0,16 \cdot 100 = 16\%$
52,12 † 63,68	13	$\frac{13}{25} \cdot 100 = 0,52 \cdot 100 = 52\%$
63,68 † 75,24	2	$\frac{2}{25} \cdot 100 = 0,08 \cdot 100 = 8\%$
75,24 † 86,80	3	$\frac{3}{25} \cdot 100 = 0,12 \cdot 100 = 12\%$
Total	25	100%

**Fonte:** Dados fictícios para fins didáticos.

Para confeccionar as tabelas para os IMC de meninos e meninas, consideraremos:  
Meninos:

Tabela 6: IMC de estudantes do sexo masculino em  $\text{kg}/\text{m}^2$  ..

Classes	Frequência absoluta	Frequência relativa
0 † 13,	0	0%
13,0 † 16,5	3	$\frac{3}{20} \cdot 100 = 0,15 \cdot 100 = 15\%$
16,5 † 22,5	8	$\frac{8}{20} \cdot 100 = 0,40 \cdot 100 = 40\%$
22,5 † 26,5	7	$\frac{7}{20} \cdot 100 = 0,35 \cdot 100 = 35\%$
26,5 † 33,00	2	$\frac{2}{20} \cdot 100 = 0,10 \cdot 100 = 10\%$
Total	20	100%

**Fonte:** Dados fictícios para fins didáticos.

Meninas:

Tabela 7: IMC de estudantes do sexo feminino em  $\text{kg}/\text{m}^2$  ..

Classes	Frequência absoluta	Frequência relativa
0 † 13,	1	$\frac{1}{25} \cdot 100 = 0,04 \cdot 100 = 4\%$
13,0 † 16,0	2	$\frac{2}{25} \cdot 100 = 0,08 \cdot 100 = 8\%$
16,0 † 23,5	10	$\frac{10}{25} \cdot 100 = 0,4 \cdot 100 = 40\%$
23,5 † 27,5	10	$\frac{10}{25} \cdot 100 = 0,4 \cdot 100 = 40\%$
27,5 † 33,00	2	$\frac{2}{25} \cdot 100 = 0,08 \cdot 100 = 8\%$
Total	25	100%

**Fonte:** Dados fictícios para fins didáticos.

## PARTE 2 - REPRESENTAÇÃO GRÁFICA.

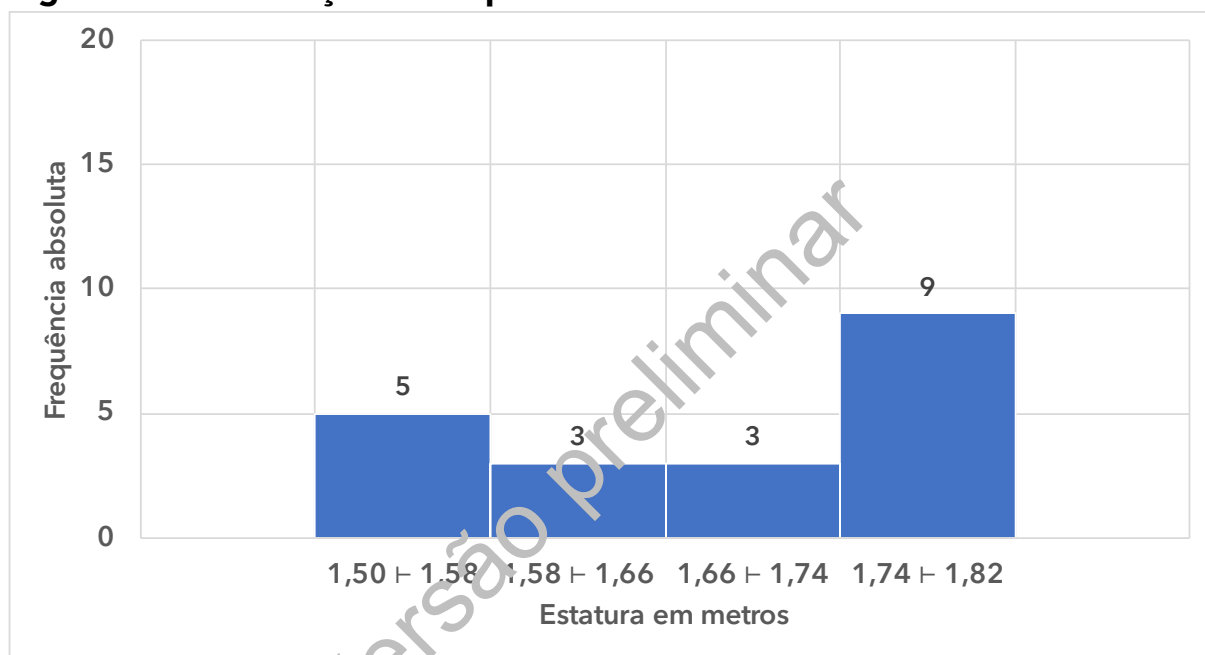
Para a representação de uma distribuição de frequências em classes, utiliza-se o histograma.

Um histograma é um gráfico de colunas justapostas, na qual representa uma distribuição de frequências, para dados contínuos ou uma variável discreta quando esta fornecer valores distintos.

No eixo horizontal, estão dispostos os limites das classes segundo as quais os dados foram agrupados, enquanto no eixo vertical estão as frequências absolutas ou relativas das classes.

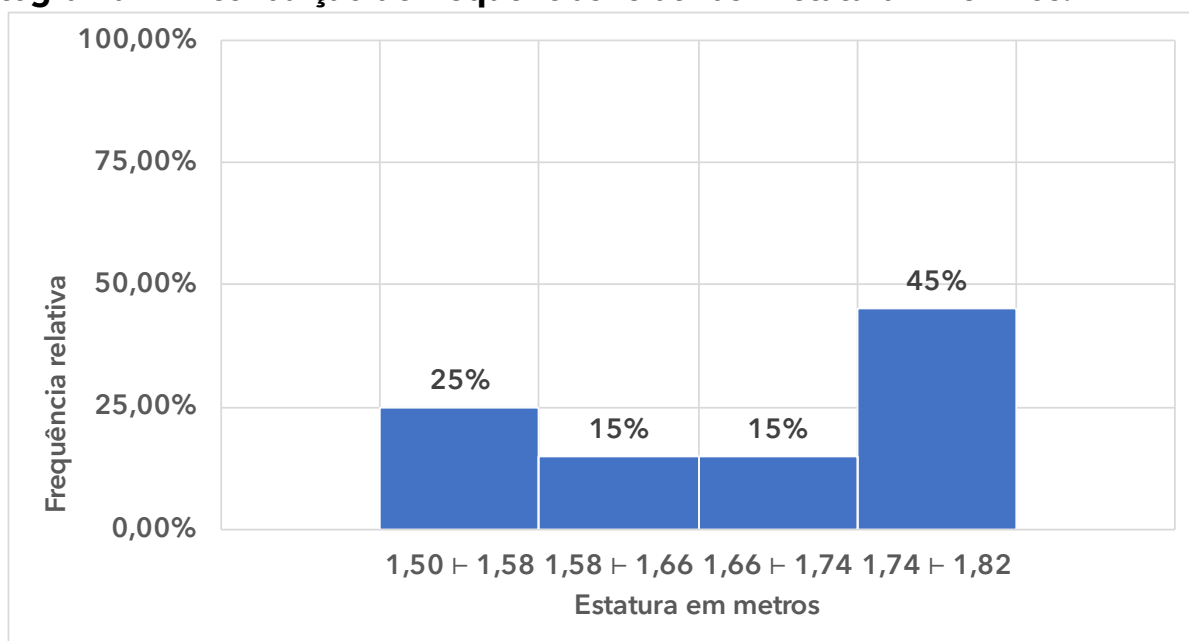
A seguir apresentaremos os histogramas de cada situação apresentadas nas tabelas 2, 3, 4, 5, 6 e 7.

### Histograma 1: Distribuição de frequências absolutas - Estatura - Meninos.

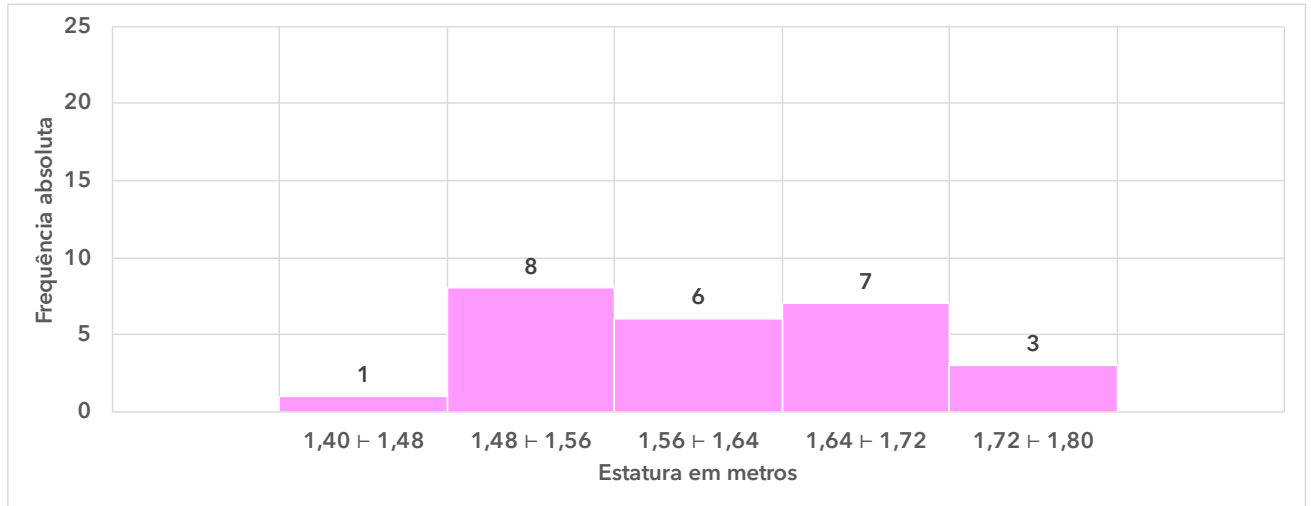


Fonte: Elaborada pelos autores.

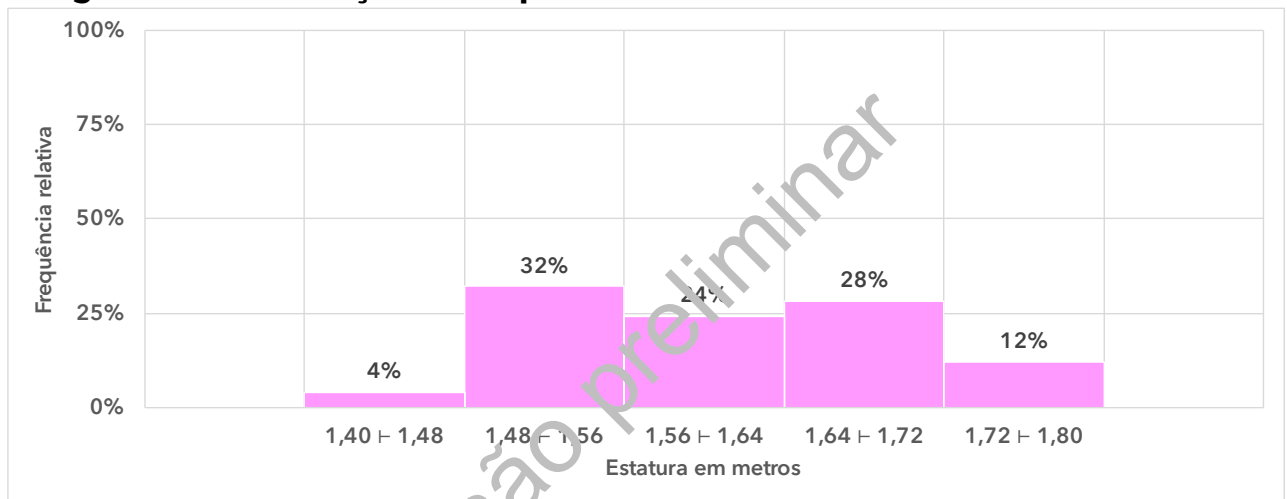
### Histograma 2: Distribuição de frequências relativas - Estatura - Meninos.



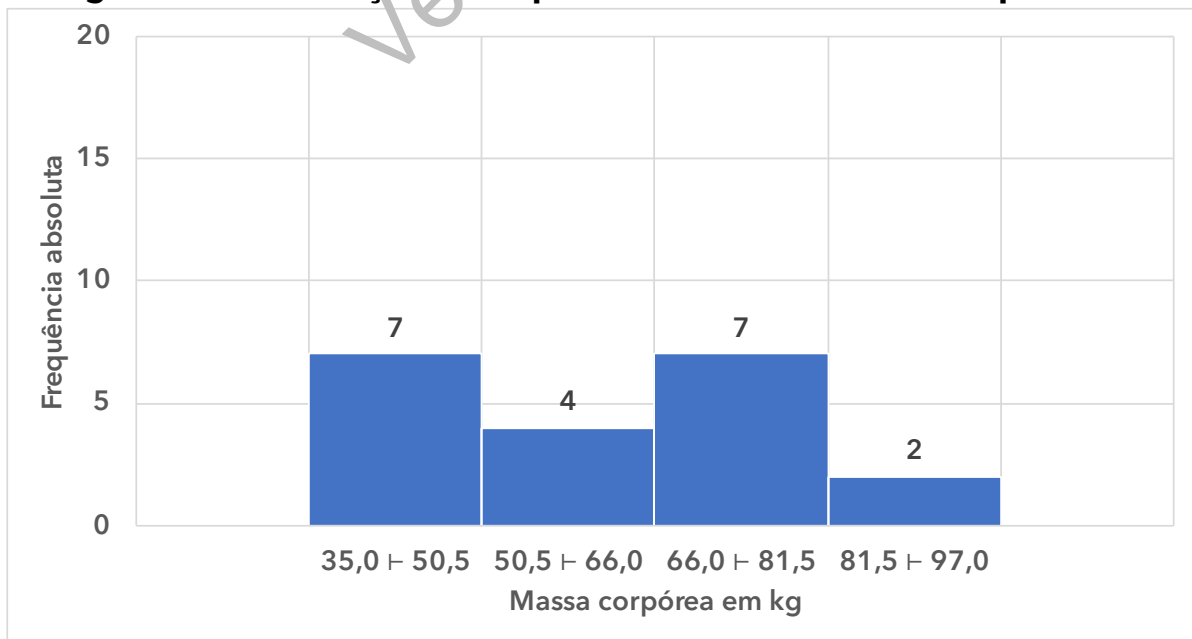
Fonte: Elaborada pelos autores.

**Histograma 3: Distribuição de frequências absolutas - Estatura - Meninas.**

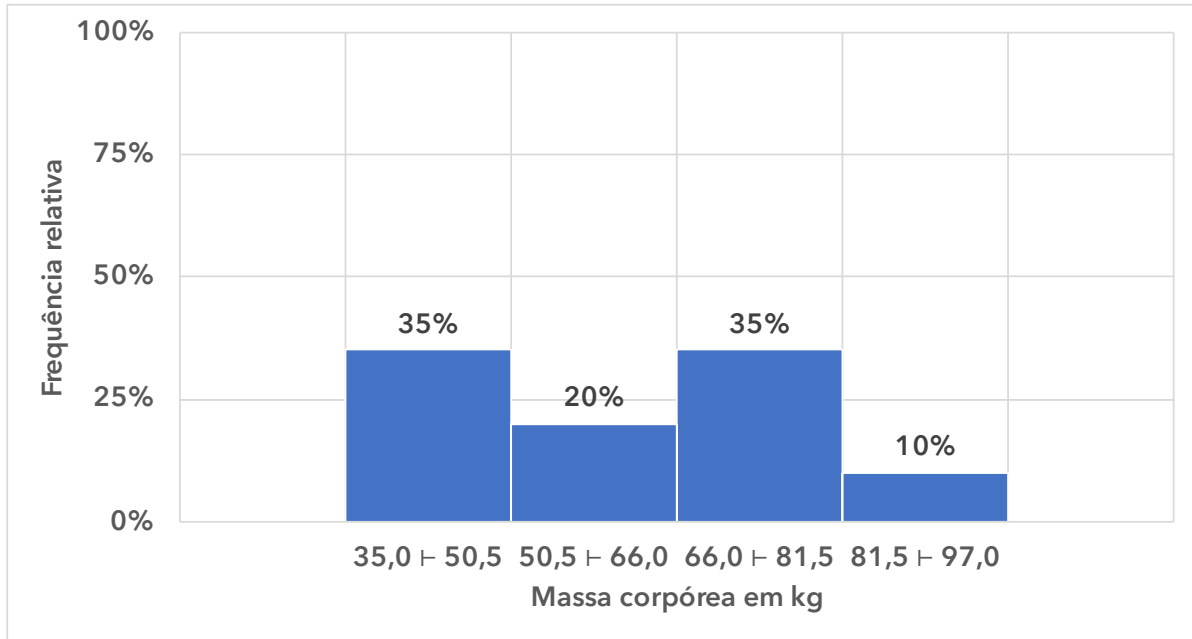
Fonte: Elaborada pelos autores.

**Histograma 4: Distribuição de frequências relativas - Estatura - Meninas.**

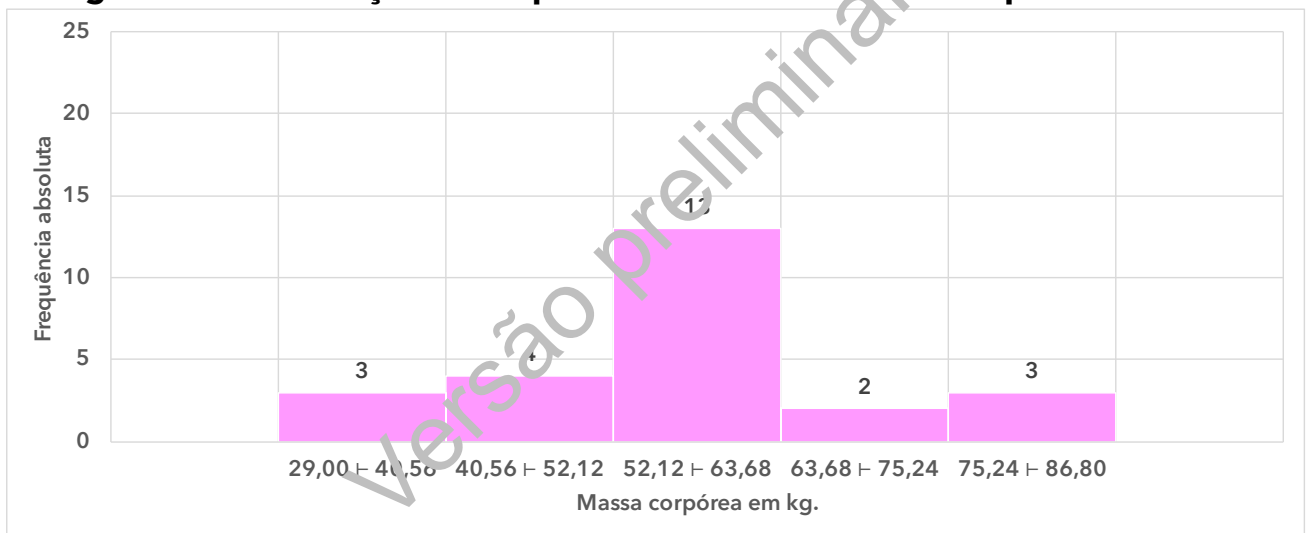
Fonte: Elaborada pelos autores.

**Histograma 5: Distribuição de frequências absolutas - Massa corpórea - Meninos.**

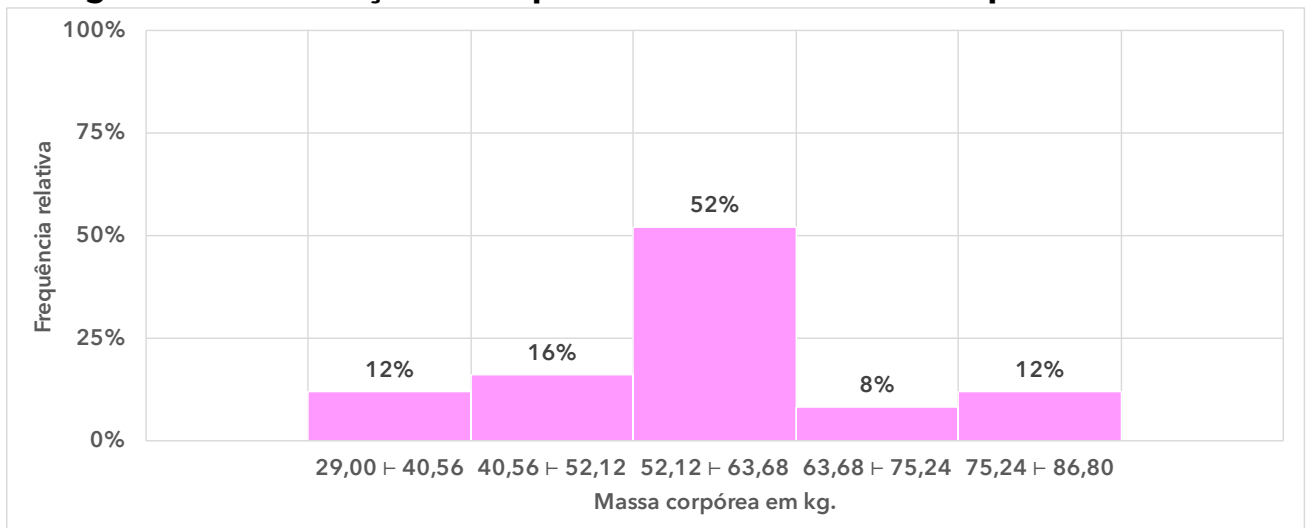
Fonte: Elaborada pelos autores.

**Histograma 6: Distribuição de frequências relativas - Massa corpórea - Meninos.**

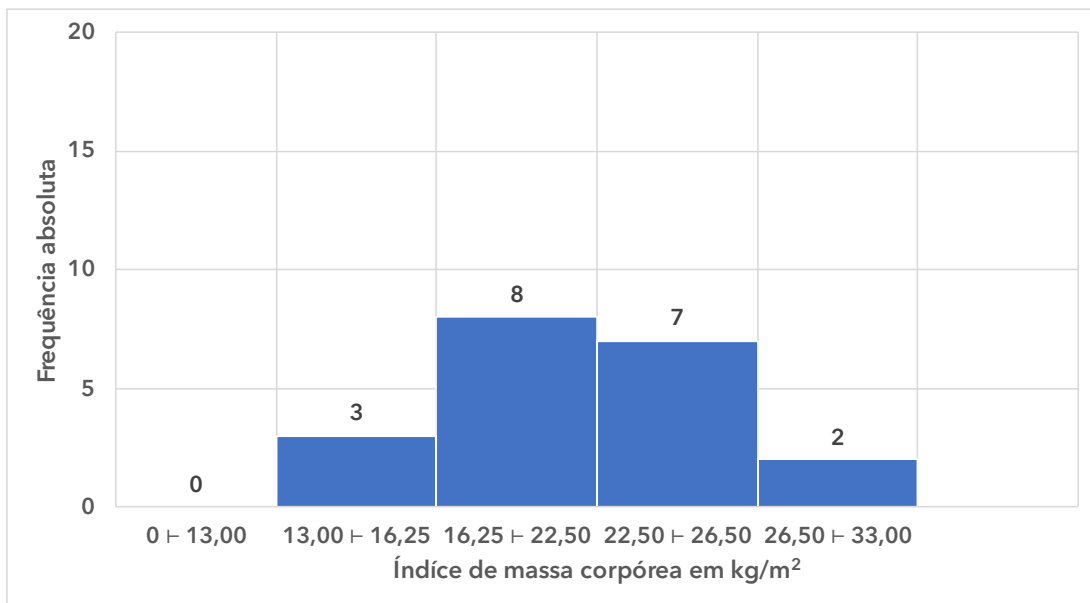
Fonte: Elaborada pelos autores.

**Histograma 7: Distribuição de frequências absolutas - Massa Corpórea - Meninas.**

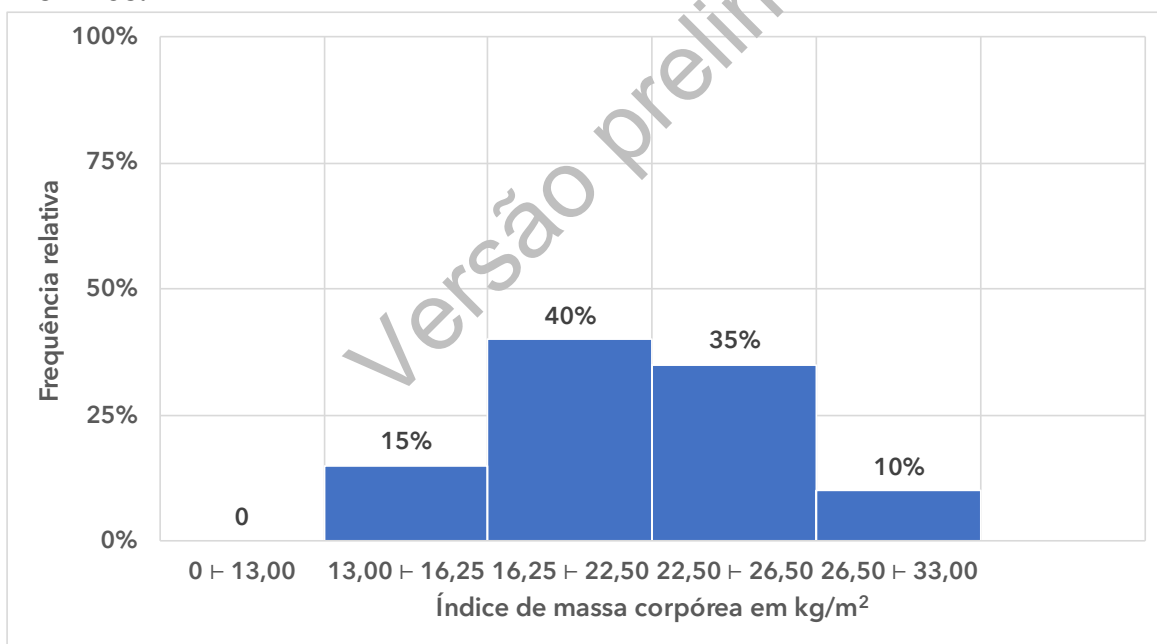
Fonte: Elaborada pelos autores.

**Histograma 8: Distribuição de frequências relativas - Massa Corpórea - Meninas.**

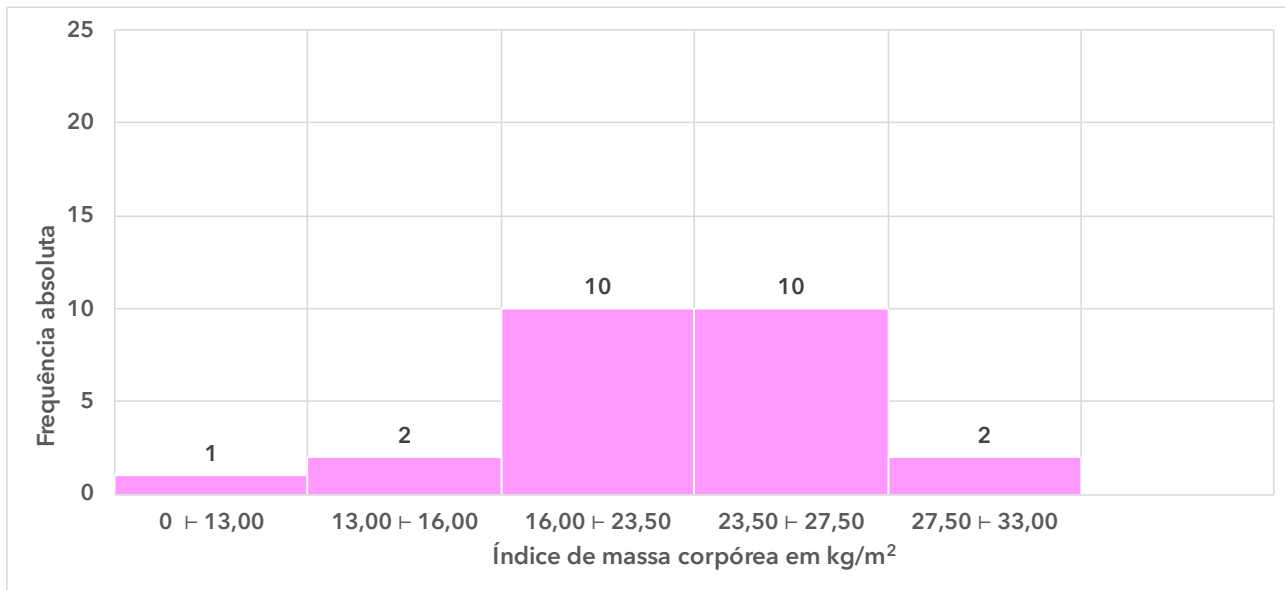
Fonte: Elaborada pelos autores.

**Histograma 9: Distribuição de frequências absolutas - Índice de Massa Corpórea - Meninos.**

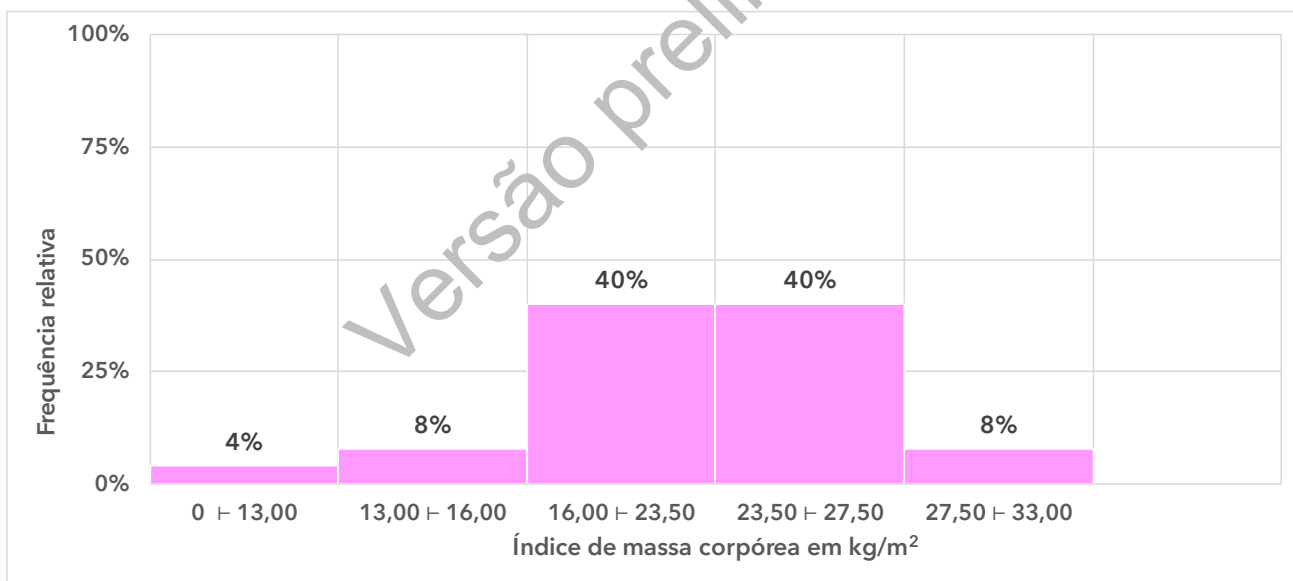
Fonte: Elaborada pelos autores.

**Histograma 10: Distribuição de frequências relativas - Índice de Massa Corpórea - Meninos.**

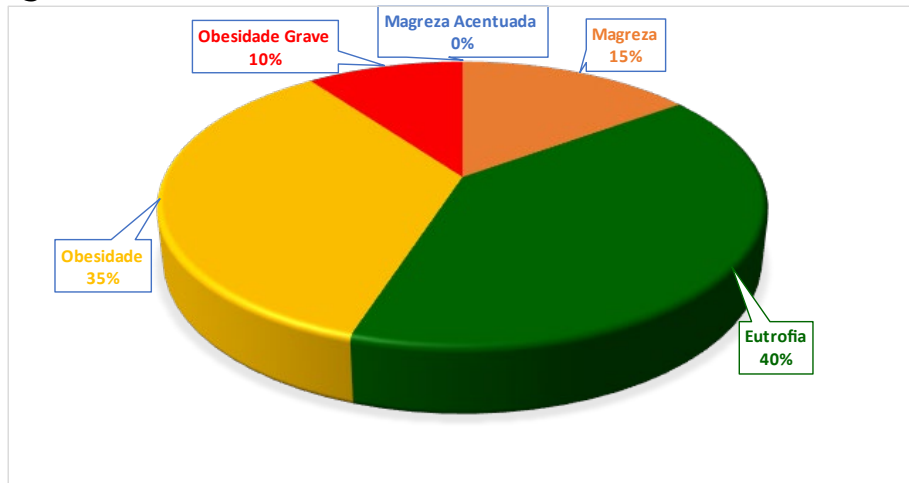
Fonte: Elaborada pelos autores.

**Histograma 11: Distribuição de frequências absolutas - Índice de Massa Corpórea - Meninas.**

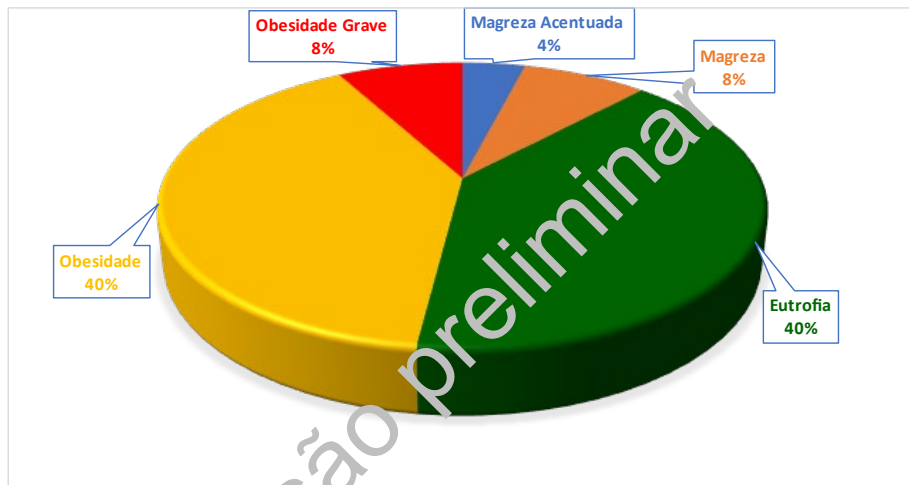
Fonte: Elaborada pelos autores.

**Histograma 12: Distribuição de frequências relativas - Índice de Massa Corpórea - Meninas.**

Fonte: Elaborada pelos autores.

**Gráfico 1: Diagnóstico Nutricional - Meninos.**

Fonte: Elaborada pelos autores.

**Gráfico 2: Diagnóstico Nutricional - Meninas.**

Fonte: Elaborada pelos autores.

## MOMENTO 2: MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

*Professor, o conteúdo a seguir é apenas um breve aporte teórico, as tabelas, gráficos e processos para a obtenção das medidas de tendência central, serão realizadas de acordo com a coleta de dados realizada pelos estudantes.*

As medidas de tendência central (Média, Moda e Mediana), são assim denominadas, por indicarem um ponto do qual se concentram os dados. Ponto este que pode ser o centro da distribuição de dados.

Para o tratamento dos dados, iremos considerar o conjunto dos estudantes da turma, que está sendo considerada como base de cálculo, assim sendo consideraremos a população de 45 estudantes.

### Parte 1 - Frequência absoluta e frequência relativa.

Iniciaremos, o estudo de caso da população, realizando o tratamento de dados relativos à estatura dessa população.

O quadro a seguir, resume todas as medidas das estaturas, em metros dos 45 estudantes.

1,55	1,82	1,79	1,55	1,71
1,61	1,5	1,5	1,74	1,8
1,74	1,68	1,63	1,54	1,62
1,57	1,74	1,65	1,68	1,6
1,72	1,6	1,6	1,7	1,63
1,8	1,65	1,68	1,4	1,51
1,75	1,69	1,5	1,5	1,56
1,76	1,5	1,55	1,54	1,75
1,79	1,77	1,67	1,68	1,53

**Fonte:** Dados fictícios para fins didáticos.

A partir do quadro apresentado, coletaremos os dados para a elaboração de uma tabela.

Limite inferior: 1,4

Limite superior: 1,82.

$$n = 45$$

$$k = \sqrt{45} \cong 6,7$$

Nesse caso, optaremos por 7 classes para a distribuição de dados.

$$h = \frac{\text{Limite}_{\text{superior}} - \text{Limite}_{\text{inferior}}}{7} \Rightarrow h = \frac{1,82 - 1,40}{7} \Rightarrow h = \frac{0,42}{7} \Rightarrow h = 0,06.$$

Classes:

$$1^{\text{a}} \text{ Classe: } 1,40 \vdash 1,40 + 0,06 \rightarrow 1,40 \vdash 1,46$$

$$2^{\text{a}} \text{ Classe: } 1,46 \vdash 1,46 + 0,06 \rightarrow 1,46 \vdash 1,52$$

$$3^{\text{a}} \text{ Classe: } 1,52 \vdash 1,52 + 0,06 \rightarrow 1,52 \vdash 1,58$$

$$4^{\text{a}} \text{ Classe: } 1,58 \vdash 1,58 + 0,06 \rightarrow 1,58 \vdash 1,64$$

$$5^{\text{a}} \text{ Classe: } 1,64 \vdash 1,64 + 0,06 \rightarrow 1,64 \vdash 1,70$$

$$6^{\text{a}} \text{ Classe: } 1,70 \vdash 1,70 + 0,06 \rightarrow 1,70 \vdash 1,76$$

$$7^{\text{a}} \text{ Classe: } 1,76 \vdash 1,76 + 0,06 \rightarrow 1,76 \vdash 1,82$$

Considerando os dados calculados anteriormente a tabela de distribuição de frequências das estaturas dos estudantes, com as respectivas frequências absolutas e relativas, será dada por:

Tabela 8: Estaturas de estudantes em metros.

Classes	Frequência absoluta	Frequência relativa
1,40 $\vdash$ 1,46	1	$\frac{1}{45} \cdot 100 \cong 0,0222 \cdot 100 \cong 2,22\%$
1,46 $\vdash$ 1,52	6	$\frac{6}{45} \cdot 100 \cong 0,1333 \cdot 100 = 13,33\%$
1,52 $\vdash$ 1,58	8	$\frac{8}{45} \cdot 100 \cong 0,1778 \cdot 100 \cong 17,78\%$
1,58 $\vdash$ 1,64	7	$\frac{7}{45} \cdot 100 \cong 0,1556 \cdot 100 \cong 15,56\%$
1,64 $\vdash$ 1,70	8	$\frac{8}{45} \cdot 100 \cong 0,1778 \cdot 100 \cong 17,78\%$
1,70 $\vdash$ 1,76	8	$\frac{8}{45} \cdot 100 \cong 0,1778 \cdot 100 \cong 17,78\%$
1,76 $\vdash$ 1,82	7	$\frac{7}{45} \cdot 100 \cong 0,1556 \cdot 100 \cong 15,56\%$
Total	45	100%

**Fonte:** Dados fictícios para fins didáticos.



## Parte 2: Média Aritmética.

Considerando os dados apresentados, determinaremos a média aritmética dos estudantes.

A média aritmética ( $\bar{X}$ ) é a soma de todos os valores observados da variável dividida pela quantidade total de observações. Sob uma visão geométrica a média de uma distribuição é o centro de gravidade, representa o ponto de equilíbrio de um conjunto de dados. Talvez, a média aritmética, seja a medida de tendência central mais utilizada para representar a massa de dados.

Generalizando e considerando  $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ . A média aritmética para dados populacionais segundo uma distribuição de frequências é dada por:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^k x_i \cdot F_i}{N}$$

Onde:

$k$  = quantidade de classes;

$N$  = quantidade de valores observados;

$F_i$  = Frequência absoluta ou relativa;

$x_i$  = Ponto médio da classe.

$$x_i = \frac{l_i + L_i}{2}, i = 1, \dots, k$$

A tabela a seguir, apresenta os dados necessários para o cálculo da média das estaturas:

Tabela 9: Estaturas de estudantes em metros.

Classes	$F_i$	$x_i$	$F_i \cdot x_i$
1,40 – 1,46	1	$\frac{1,40 + 1,46}{2} = 1,43$	$1 \cdot 1,43 = 1,43$
1,46 – 1,52	6	$\frac{1,46 + 1,52}{2} = 1,49$	$6 \cdot 1,49 = 8,94$
1,52 – 1,58	8	$\frac{1,52 + 1,58}{2} = 1,55$	$8 \cdot 1,55 = 12,40$
1,58 – 1,64	7	$\frac{1,58 + 1,64}{2} = 1,61$	$7 \cdot 1,61 = 11,27$
1,64 – 1,70	8	$\frac{1,64 + 1,70}{2} = 1,67$	$8 \cdot 1,67 = 13,36$
1,70 – 1,76	8	$\frac{1,70 + 1,76}{2} = 1,73$	$8 \cdot 1,73 = 13,84$
1,76 – 1,82	7	$\frac{1,76 + 1,82}{2} = 1,79$	$7 \cdot 1,79 = 12,53$
Total	45		73,77

**Fonte:** Dados fictícios para fins didáticos.

Portanto, a média aritmética das estaturas dos estudantes será calculada da seguinte maneira:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^k F_i \cdot x_i}{N} \Rightarrow \mu = \frac{73,77}{45} \Rightarrow \mu \cong 1,64 \text{ m.}$$

Então podemos concluir que a estatura média dos estudantes pesquisados é de aproximadamente 1,64 metros.

Adotaremos o mesmo procedimento para calcular a média aritmética das massas corpóreas dos 45 estudantes.

Segue o quadro com todas as medidas de massa corpórea em kg.

58,5	97	78	48,8	86,8
45,5	55,5	36	59,5	76,4
67	70	45,5	61,8	54,8
45	47	55,8	62,5	60,9
50,5	50,4	61	72,4	53,7
81	45	83,8	31,8	51,2
75	61,5	56,8	57,8	33
69,4	35	59	58,1	43
80,5	86,5	65,7	52,9	29

**Fonte:** Dados fictícios para fins didáticos.

A partir do quadro apresentado, coletaremos os dados para a elaboração de uma tabela.

Limite inferior: 29 kg

Limite superior: 97 kg

$N = 45$

$k = \sqrt{45} \cong 6,71$

Consideraremos  $k = 7$  para estabelecer a quantidade de classes.

$$h = \frac{\text{Limite}_{\text{superior}} - \text{Limite}_{\text{inferior}}}{k} = \frac{97 - 29}{7} = \frac{68}{7} \cong 9,71 \text{ kg.}$$

Classes:

1ª Classe: 29,00  $\vdash$  29,00 + 9,71  $\dashrightarrow$  29,00  $\vdash$  38,71

2ª Classe: 38,71  $\vdash$  38,71 + 9,71  $\dashrightarrow$  38,71  $\vdash$  48,43

3ª Classe: 48,43  $\vdash$  48,43 + 9,71  $\dashrightarrow$  48,43  $\vdash$  58,14

4ª Classe: 58,14  $\vdash$  58,14 + 9,71  $\dashrightarrow$  58,14  $\vdash$  67,86

5ª Classe: 67,86  $\vdash$  67,86 + 9,71  $\dashrightarrow$  67,86  $\vdash$  77,57

6ª Classe: 77,57  $\vdash$  77,57 + 9,71  $\dashrightarrow$  77,57  $\vdash$  87,29

7ª Classe: 87,29  $\vdash$  87,29 + 9,71  $\dashrightarrow$  87,29  $\vdash$  97,00

Considerando os dados calculados anteriormente a tabela de distribuição de frequências das estaturas dos estudantes, com as respectivas frequências absolutas e relativas, será dada por:

Tabela 10: Massa corpórea de estudantes em quilogramas.

Classes	Frequência absoluta	Frequência relativa (%)
29,00 † 38,71	5	11,11
38,71 † 48,43	6	13,33
48,43 † 58,14	12	26,67
58,14 † 67,86	10	22,22
67,86 † 77,57	5	11,11
77,57 † 87,29	6	13,33
87,29 † 97,00	1	2,22
Total	45	100

**Fonte:** Dados fictícios para fins didáticos.

A tabela a seguir, apresenta os dados necessários para o cálculo da média das massas corpóreas:

Tabela 11: Massa corpórea de estudantes em quilogramas.

Classes	$F_i$	$x_i$	$F_i \cdot x_i$
29,00 † 38,71	5	$\frac{29,00+38,71}{2} = 33,855$	$5 \cdot 33,855 = 169,275$
38,71 † 48,43	6	$\frac{38,71+48,43}{2} = 43,57$	$6 \cdot 43,57 = 261,42$
48,43 † 58,14	12	$\frac{48,43+58,14}{2} = 53,285$	$12 \cdot 53,285 = 639,42$
58,14 † 67,86	10	$\frac{58,14+67,86}{2} = 63$	$10 \cdot 63 = 630$
67,86 † 77,57	5	$\frac{67,86+77,57}{2} = 72,715$	$5 \cdot 72,715 = 363,575$
77,57 † 87,29	6	$\frac{77,57+87,29}{2} = 82,43$	$6 \cdot 82,43 = 494,58$
87,29 † 97,00	1	$\frac{87,29+97,00}{2} = 92,145$	$1 \cdot 92,145 = 92,145$
Total	45	-	2 650,415

**Fonte:** Dados fictícios para fins didáticos.

Portanto, a média aritmética das massas corpórea dos estudantes será calculada da seguinte maneira:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^k F_i \cdot x_i}{N} \Rightarrow \mu = \frac{2\,650,14}{45} \Rightarrow \mu \cong 58,898 \text{ kg.}$$

Então podemos concluir que a massa corpórea média dos estudantes pesquisados é de aproximadamente 59 kg.

Adotaremos o mesmo procedimento para calcular a média aritmética do Índice de Massa Corpórea dos 45 estudantes.

Segue o quadro com todas as medidas dos Índices de Massa Corpórea em  $\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$ .

24,34964	29,2839	24,34381	20,31217	29,68435
17,55334	24,66667	16	19,65253	23,58025
22,12974	24,80159	17,12522	26,05836	20,88096
18,25632	15,52385	20,49587	22,14427	23,78906
17,07004	19,6875	23,82813	25,0519	20,21152
25	16,52893	29,69104	16,22449	22,45516
24,4898	21,53286	25,24444	25,68889	13,56016
22,40444	15,55556	24,55775	24,49823	14,04082
25,12406	27,6102	23,55768	18,74291	12,3884

**Fonte:** Dados fictícios para fins didáticos.

A partir do quadro apresentado, coletaremos os dados para a elaboração de uma tabela.

Limite inferior:  $12,3884 \text{ kg/m}^2$ .

Limite superior:  $29,69104 \text{ kg/m}^2$ .

$N = 45$

$k = \sqrt{45} \cong 6,71$ .

Consideraremos  $k = 7$  para estabelecer a quantidade de classes.

$$h = \frac{L_{\text{superior}} - L_{\text{inferior}}}{k} = \frac{29,69104 - 12,3884}{7} = \frac{17,30264}{7} \cong 2,471806$$

Classes:

1ª classe:  $12,38840 \text{ † } 12,38840 + 2,471806 \rightarrow 12,38840 \text{ † } 14,86020$ .

2ª classe:  $14,86020 \text{ † } 14,86020 + 2,471806 \rightarrow 14,86020 \text{ † } 17,33201$ .

3ª classe:  $17,33201 \text{ † } 17,33201 + 2,471806 \rightarrow 17,33201 \text{ † } 19,80382$ .

4ª classe:  $19,80382 \text{ † } 19,80382 + 2,471806 \rightarrow 19,80382 \text{ † } 22,27562$ .

5ª classe:  $22,27562 \text{ † } 22,27562 + 2,471806 \rightarrow 22,27562 \text{ † } 24,74743$ .

6ª classe:  $24,74743 \text{ † } 24,74743 + 2,471806 \rightarrow 24,74743 \text{ † } 27,21924$ .

7ª classe:  $27,21924 \text{ † } 27,21924 + 2,471806 \rightarrow 27,21924 \text{ † } 29,69104$ .

Considerando os dados calculados anteriormente a tabela de distribuição de frequências das estaturas dos estudantes, com as respectivas frequências absolutas e relativas, será dada por:

Tabela 12: Índice de Massa Corpórea de estudantes em  $\text{kg/m}^2$

Classes	Frequência absoluta	Frequência relativa (%)
12,38840 † 14,86020	3	6,67
14,86020 † 17,33201	7	15,56
17,33201 † 19,80382	5	11,11
19,80382 † 22,27562	7	15,56
22,27562 † 24,74743	12	26,67
24,74743 † 27,21924	7	15,56
27,21924 † 29,69104	4	8,89
Total	45	100

**Fonte:** Dados fictícios para fins didáticos.

A tabela a seguir, apresenta os dados necessários para o cálculo da média dos Índices de Massa Corpórea.

Tabela 13: Índice de Massa Corpórea de estudantes em  $\text{kg}/\text{m}^2$ 

Classes	$F_i$	$x_i$	$F_i \cdot x_i$
12,38840 – 14,86020	3	13,62430	40,87290
14,86020 – 17,33201	7	16,09611	112,67275
17,33201 – 19,80382	5	18,56791	92,83957
19,80382 – 22,27562	7	21,03972	147,27804
22,27562 – 24,74743	12	23,51153	282,13832
24,74743 – 27,21924	7	25,98333	181,88333
27,21924 – 29,69104	4	28,455,14	113,82056
Total	45	-	971,50547

**Fonte:** Dados fictícios para fins didáticos.

Portanto, a média aritmética dos Índices de Massa Corpórea dos estudantes será calculada da seguinte maneira:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^k F_i \cdot x_i}{N} \Rightarrow \mu = \frac{971,5054}{45} \Rightarrow \mu \cong 21,58901 \text{ kg}/\text{m}^2.$$

O resultado obtido indica que a média do IMC entre os estudantes é de aproximadamente  $21,6 \text{ kg}/\text{m}^2$ , cujo diagnóstico nutricional entre meninos e meninas é a eutrofia, ou seja, nutrição adequada.

Proseguindo com o tratamento de dados da população pesquisada, partimos para o estabelecimento das medianas das variáveis: estatura, massa corpórea e o IMC.

### Parte 3: Mediana

Mediana das estaturas.

Para determinar a mediana, incluímos o cálculo da frequência acumulada das classes, conforme indicada na tabela.

Tabela 14: Estaturas de estudantes em metros.

Classes	Frequência absoluta	Frequência acumulada	Frequência relativa (%)	Frequência relativa acumulada (%)
1,40 – 1,46	1	1	2,22	2,22
1,46 – 1,52	6	7	13,33	15,56
1,52 – 1,58	8	15	17,78	33,33
1,58 – 1,64	7	22	15,56	48,89
1,64 – 1,70	8	30	17,78	66,67
1,70 – 1,76	8	38	17,78	84,44
1,76 – 1,82	7	45	15,55	100,00
Total	45	-	100	-

**Fonte:** Dados fictícios para fins didáticos.

Verificando a coluna relativa aos valores da frequência relativa acumulada, podemos inferir que a mediana estará localizada na classe de estaturas: 1,64 – 1,70.

Para o cálculo da mediana em distribuição de frequências em classes, tem-se:

$$Md = l_i + \frac{h \cdot (p - f_{a_i-1})}{F_i}$$

Sendo:

$p = \frac{n}{2}$ : indica a posição central da série;

$l_i$ : ordem da classe que contém o menor valor da frequência acumulada ( $F_{a_i}$ ), tal que:  $F_{a_i} \geq p$

;

$l_i$ : limite inferior da classe escolhida;

$h$ : amplitude da classe.

Então, considerando os dados da Tabela 14, tem-se que:

$$p = \frac{n}{2} \Rightarrow p = \frac{45}{2} = 22,5$$

$$F_{a_i} \geq p \Rightarrow F_{a_i} \geq 22,5 \Rightarrow i = 5, ((1,64 ; 1,70]).$$

$$Md = l_i + \frac{h \cdot (p - F_{a_i-1})}{F_i} \Rightarrow Md = l_5 + \frac{(1,70 - 1,64) \cdot (22,5 - F_{a_5-1})}{F_5} \Rightarrow Md = 1,64 + \frac{0,06 \cdot (22,5 - F_{a_4})}{8} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Md = 1,64 + \frac{0,06 \cdot (22,5 - 22)}{8} \Rightarrow Md = 1,64 + \frac{0,06 \cdot (0,5)}{8} \Rightarrow Md = 1,64 + \frac{0,03}{8} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Md = 1,64 + 0,00375 \Rightarrow Md = 1,64375 \cong 1,64 \text{ m}$$

A posição da mediana (P) é dada por:

$$P = 0,5 \cdot (n + 1) \Rightarrow P = 0,5 \cdot (45 + 1) \Rightarrow P = 0,5 \cdot 46 = 23$$

Mediana das massas corpóreas:

Tabela 15: Massa corpórea de estudantes em quilogramas.

Classes	Frequência absoluta	Frequência acumulada	Frequência relativa (%)	Frequência relativa acumulada (%)
29,00 – 38,71	5	5	11,11	11,11
38,71 – 48,43	6	11	13,33	24,44
48,43 – 58,14	12	23	26,68	51,12
58,14 – 67,86	10	33	22,22	73,33
67,86 – 77,57	5	38	11,11	84,44
77,57 – 87,29	6	44	13,33	97,78
87,29 – 97,00	1	45	2,22	100,00
Total	45	-	100	-

**Fonte:** Dados fictícios para fins didáticos.

$$p = 22,5.$$

$$F_{a_i} \geq p \Rightarrow F_{a_i} \geq 22,5 \Rightarrow i = 3, ((48,43 ; 58,14]).$$

$$\begin{aligned}
 Md &= l_i + \frac{h \cdot (p - F_{a_{i-1}})}{F_i} \Rightarrow Md = l_3 + \frac{(58,14 - 48,43) \cdot (22,5 - F_{a_{3-1}})}{F_3} \Rightarrow Md = 48,43 + \frac{9,71 \cdot (22,5 - F_{a_2})}{12} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow Md = 48,43 + \frac{9,71 \cdot (22,5 - 11,00)}{12} \Rightarrow Md = 48,43 + \frac{9,71 \cdot (11,50)}{12} \Rightarrow Md = 48,43 + \frac{111,665}{12} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow Md = 48,43 + 9,305417 \Rightarrow Md \cong 57,74 \text{ kg.}
 \end{aligned}$$

A posição da mediana (P) é dada por:

$$P = 0,5 \cdot (n+1) \Rightarrow P = 0,5 \cdot (45+1) \Rightarrow P = 0,5 \cdot 46 = 23.$$

Mediana dos Índices de Massa Corpóreas:

Tabela 16: Índice de Massa Corpórea de estudantes em  $\text{kg}/\text{m}^2$ .

Classes	Frequência absoluta	Frequência acumulada	Frequência relativa (%)	Frequência relativa acumulada (%)
12,38840 – 14,86020	3	3	6,67	6,67
14,86020 – 17,33201	7	10	15,56	22,22
17,33201 – 19,80382	5	15	11,11	33,33
19,80382 – 22,27562	7	22	15,56	48,89
22,27562 – 24,74743	12	34	26,67	75,56
24,74743 – 27,21924	7	41	15,56	91,11
27,21924 – 29,69104	4	45	8,89	100
Total	45	-	100	-

Fonte: Dados fictícios para fins didáticos.

$$p = 22,5$$

$$F_{a_i} \geq p \Rightarrow F_{a_i} \geq 22,5 \Rightarrow i = 5, ((22,27562 ; 24,74743]).$$

$$\begin{aligned}
 Md &= l_i + \frac{h \cdot (p - F_{a_{i-1}})}{F_i} \Rightarrow Md = l_5 + \frac{(24,74743 - 22,27562) \cdot (22,5 - F_{a_{5-1}})}{F_5} \Rightarrow Md = 22,27562 + \frac{2,47181 \cdot (22,5 - F_{a_4})}{12} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow Md = 22,27562 + \frac{2,47181 \cdot (22,5 - 22)}{12} \Rightarrow Md = 22,27562 + \frac{2,47181 \cdot (0,5)}{12} \Rightarrow Md = 22,27562 + \frac{1,235905}{12} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow Md = 22,27562 + 0,102992083 \Rightarrow Md \cong 22,37861 \text{ kg}/\text{m}^2.
 \end{aligned}$$

#### Parte 4: Moda

Moda das estaturas:

Para estabelecer a moda de um conjunto de dados, verificamos o(s) valor(es) que possuem a(s) maior(es) frequências em um conjunto de dados.

Então para estabelecer a moda das estaturas consultaremos na Tabela 14, a frequência absoluta das estaturas dos estudantes.

Tabela 14: Estaturas de estudantes em metros.

Classes	Frequência absoluta	Frequência acumulada	Frequência relativa (%)	Frequência relativa acumulada (%)
1,40 – 1,46	1	1	2,22	2,22
1,46 – 1,52	6	7	13,33	15,56
1,52 – 1,58	8	15	17,78	33,33
1,58 – 1,64	7	22	15,56	48,89
1,64 – 1,70	8	30	17,78	66,67
1,70 – 1,76	8	38	17,78	84,44
1,76 – 1,82	7	45	15,55	100,00
Total	45	-	100	-

**Fonte:** Dados fictícios para fins didáticos.

Verificando as frequências absolutas das estaturas, aponta-se a existência de três classes que possuem as maiores frequências da distribuição: 1,52 – 1,58; 1,64 – 1,70 e 1,70 – 1,76, todas com frequências absolutas iguais a oito.

Para determinar a moda para dados distribuídos em classes de frequência, temos que considerar:

$$Mo = l_i + \frac{h \cdot (F_i - F_{i-1})}{(F_i - F_{i-1}) + (F_i - F_{i+1})}$$

onde:

$i$  é a ordem da classe modal;

$l_i$  é o limite inferior da classe modal;

$h$  é a amplitude da classe modal;

$F_{i-1}$  é a frequência absoluta da classe anterior à classe modal;

$F_{i+1}$  é a frequência absoluta da classe posterior à classe modal.

Então para a classe de estaturas: 1,52 – 1,58, temos:

$$Mo = l_i + \frac{h \cdot (F_i - F_{i-1})}{(F_i - F_{i-1}) + (F_i - F_{i+1})} \Rightarrow Mo = l_3 + \frac{(1,58 - 1,52) \cdot (F_3 - F_{3-1})}{(F_3 - F_{3-1}) + (F_3 - F_{3+1})} \Rightarrow$$

$$Mo = 1,52 + \frac{0,06 \cdot (8 - F_2)}{(8 - F_2) + (8 - F_4)} \Rightarrow Mo = 1,52 + \frac{0,06 \cdot (8 - 6)}{(8 - 6) + (8 - 7)} \Rightarrow$$

$$Mo = 1,52 + \frac{0,06 \cdot 2}{2 + 1} \Rightarrow Mo = 1,52 + \frac{0,12}{3} \Rightarrow Mo = 1,52 + 0,04 \Rightarrow Mo = 1,56 \text{ m.}$$

Para a classe: 1,64 – 1,70, temos:

$$Mo = l_i + \frac{h \cdot (F_i - F_{i-1})}{(F_i - F_{i-1}) + (F_i - F_{i+1})} \Rightarrow Mo = l_5 + \frac{(1,64 - 1,70) \cdot (F_5 - F_{5-1})}{(F_5 - F_{5-1}) + (F_5 - F_{5+1})} \Rightarrow$$

$$Mo = 1,64 + \frac{0,06 \cdot (8 - F_4)}{(8 - F_4) + (8 - F_6)} \Rightarrow Mo = 1,64 + \frac{0,06 \cdot (8 - 7)}{(8 - 7) + (8 - 8)} \Rightarrow$$

$$Mo = 1,64 + \frac{0,06 \cdot 1}{1 + 0} \Rightarrow Mo = 1,64 + \frac{0,06}{1} \Rightarrow Mo = 1,64 + 0,06 \Rightarrow Mo = 1,70 \text{ m.}$$

Para a classe: 1,70 – 1,76, temos:



$$Mo = l_i + \frac{h \cdot (F_i - F_{i-1})}{(F_i - F_{i-1}) + (F_i - F_{i+1})} \Rightarrow Mo = l_6 + \frac{(1,76 - 1,70) \cdot (F_6 - F_{6-1})}{(F_6 - F_{6-1}) + (F_6 - F_{6+1})} \Rightarrow$$

$$Mo = 1,70 + \frac{0,06 \cdot (8 - F_5)}{(8 - F_5) + (8 - F_7)} \Rightarrow Mo = 1,70 + \frac{0,06 \cdot (8 - 8)}{(8 - 8) + (8 - 7)} \Rightarrow$$

$$Mo = 1,70 + \frac{0,06 \cdot 0}{0 + 1} \Rightarrow Mo = 1,70 + \frac{0}{1} \Rightarrow Mo = 1,70 + 0 \Rightarrow Mo = 1,70 \text{ m.}$$

De acordo com os resultados acima, podemos concluir que existem duas classes modais: 1,56 m e 1,70 m na população pesquisada.

Moda das massas corpóreas:

Tabela 15: Massa corpórea de estudantes em quilogramas.

Classes	Frequência absoluta	Frequência acumulada	Frequência relativa (%)	Frequência relativa acumulada (%)
29,00 – 38,71	5	5	11,11	11,11
38,71 – 48,43	6	11	13,33	24,44
48,43 – 58,14	12	23	25,68	51,12
58,14 – 67,86	10	33	22,22	73,33
67,86 – 77,57	5	38	11,11	84,44
77,57 – 87,29	6	44	13,33	97,78
87,29 – 97,00	1	45	2,22	100,00
Total	45	-	100	-

**Fonte:** Dados fictícios para fins didáticos.

Classe de massa corpórea com maior frequência absoluta: 48,43 – 58,14

$$Mo = l_i + \frac{h \cdot (F_i - F_{i-1})}{(F_i - F_{i-1}) + (F_i - F_{i+1})} \Rightarrow Mo = l_3 + \frac{(58,14 - 48,43) \cdot (F_3 - F_{3-1})}{(F_3 - F_{3-1}) + (F_3 - F_{3+1})} \Rightarrow$$

$$Mo = 48,43 + \frac{9,71 \cdot (12 - F_2)}{(12 - F_2) + (12 - F_4)} \Rightarrow Mo = 48,53 + \frac{9,71 \cdot (12 - 6)}{(12 - 6) + (12 - 10)} \Rightarrow$$

$$Mo = 48,53 + \frac{9,71 \cdot 6}{6 + 2} \Rightarrow Mo = 48,53 + \frac{58,26}{8} \Rightarrow Mo = 48,53 + 7,2825 \Rightarrow Mo = 55,8125 \text{ kg.}$$

Moda dos Índices de Massa Corpórea:

Tabela 16: Índice de Massa Corpórea de estudantes em  $\text{kg}/\text{m}^2$ .

Classes	Frequência absoluta	Frequência acumulada	Frequência relativa (%)	Frequência relativa acumulada (%)
12,38840 † 14,86020	3	3	6,67	6,67
14,86020 † 17,33201	7	10	15,56	22,22
17,33201 † 19,80382	5	15	11,11	33,33
19,80382 † 22,27562	7	22	15,56	48,89
22,27562 † 24,74743	12	34	26,67	75,56
24,74743 † 27,21924	7	41	15,56	91,11
27,21924 † 29,69104	4	45	8,89	100
Total	45	-	100	-

**Fonte:** Dados fictícios para fins didáticos.

Classe de índice de Massa Corpórea de maior frequência absoluta: 22,27562 † 24,74743.

$$Mo = l_i + \frac{h \cdot (F_i - F_{i-1})}{(F_i - F_{i-1}) + (F_i - F_{i+1})} \Rightarrow Mo = l_5 + \frac{(24,74743 - 22,27562) \cdot (F_5 - F_{5-1})}{(F_3 - F_{3-1}) + (F_3 - F_{3+1})} \Rightarrow$$

$$Mo = 22,27562 + \frac{2,47181 \cdot (12 - F_4)}{(12 - F_4) + (12 - F_6)} \Rightarrow Mo = 22,27562 + \frac{2,47181 \cdot (12 - 7)}{(12 - 7) + (12 - 7)} \Rightarrow$$

$$Mo = 22,27562 + \frac{2,47181 \cdot 5}{5 + 5} \Rightarrow Mo = 22,27562 + \frac{12,35905}{10} \Rightarrow Mo = 22,27562 + 1,235905 \Rightarrow Mo = 23,511525 \text{ kg}/\text{m}^2.$$

Resumo dos resultados das medidas de tendência central:

Tabela 16: Resumo dos valores das Medidas de Tendência Central

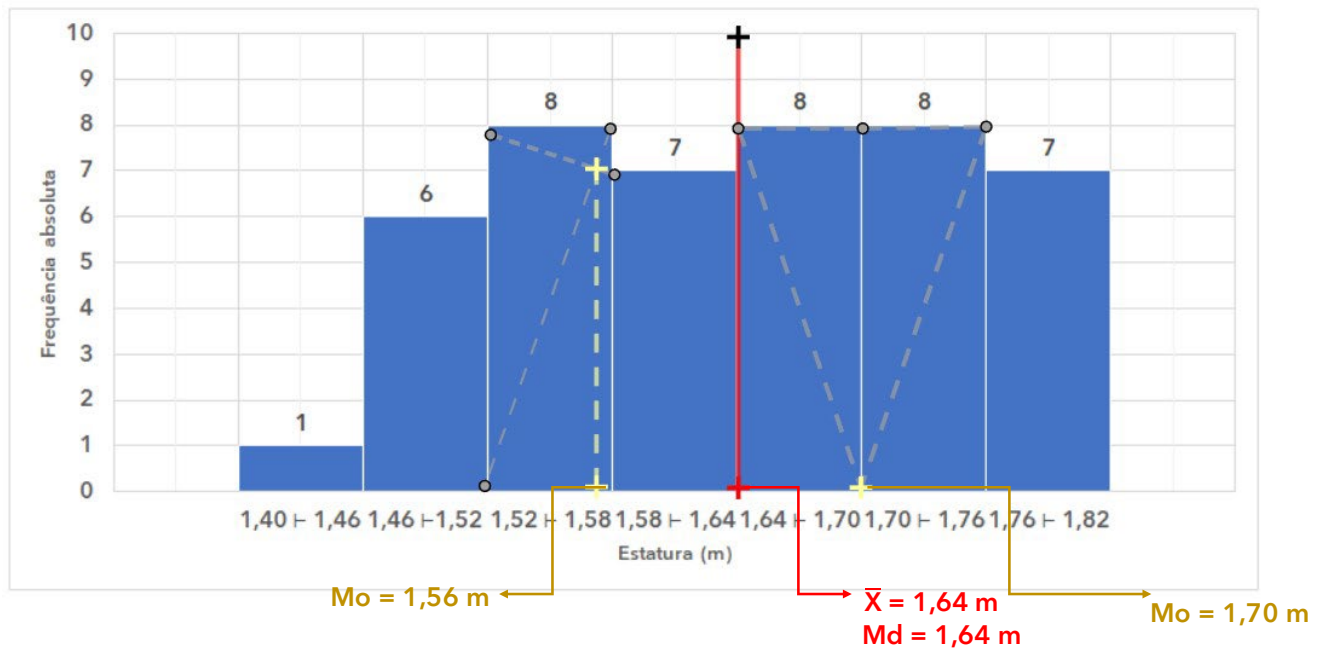
Medidas	Indicadores		
	Média	Mediana	Moda
Estatura (m)	1,64 m	1,64 m	1,56 m 1,70 m
Massa Corpórea (kg)	58,90 kg	57,74 kg	55,71 kg
Índice de Massa Corporal	21,59 $\text{kg}/\text{m}^2$	22,38 $\text{kg}/\text{m}^2$	23,51 $\text{kg}/\text{m}^2$

**Fonte:** Dados fictícios para fins didáticos.

### **MOMENTO 3: GRÁFICOS PARA VARIÁVEIS QUANTITATIVAS CONTÍNUAS.**

#### 3.1 - Estatura

##### 1 - Histograma.

**Histograma 13 - Estatura de estudantes em metros.**

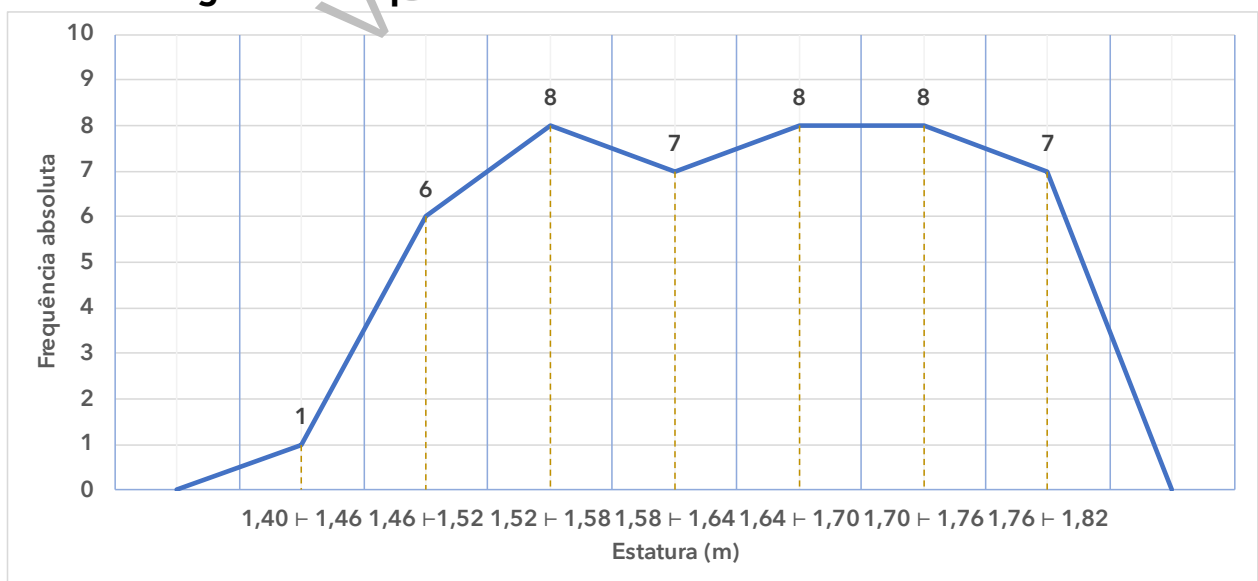
Fonte: Elaborada pelos autores.

## 2 - Histograma e polígono de frequências.

O polígono de frequência é um gráfico de linha, provenientes da união das abscissas referentes aos pontos médios de cada classe e das ordenadas referentes às frequências absolutas ou relativas dessas mesmas classes.

O polígono de frequência é um gráfico que deve ser fechado no eixo das abscissas. Então para finalizar sua elaboração, deve-se acrescentar à distribuição, uma classe a esquerda e outra à direita, ambas com frequência zero. Tal procedimento permite que a área sob a linha de frequência seja igual à área do histograma. Uma das vantagens da aplicação do polígono de frequências é que, por serem gráficos de linhas, permitem a comparação entre dois ou mais conjuntos de dados por meio da superposição dos mesmos.

### Gráfico 3: Polígono de frequências - Estatura de estudantes em metros.

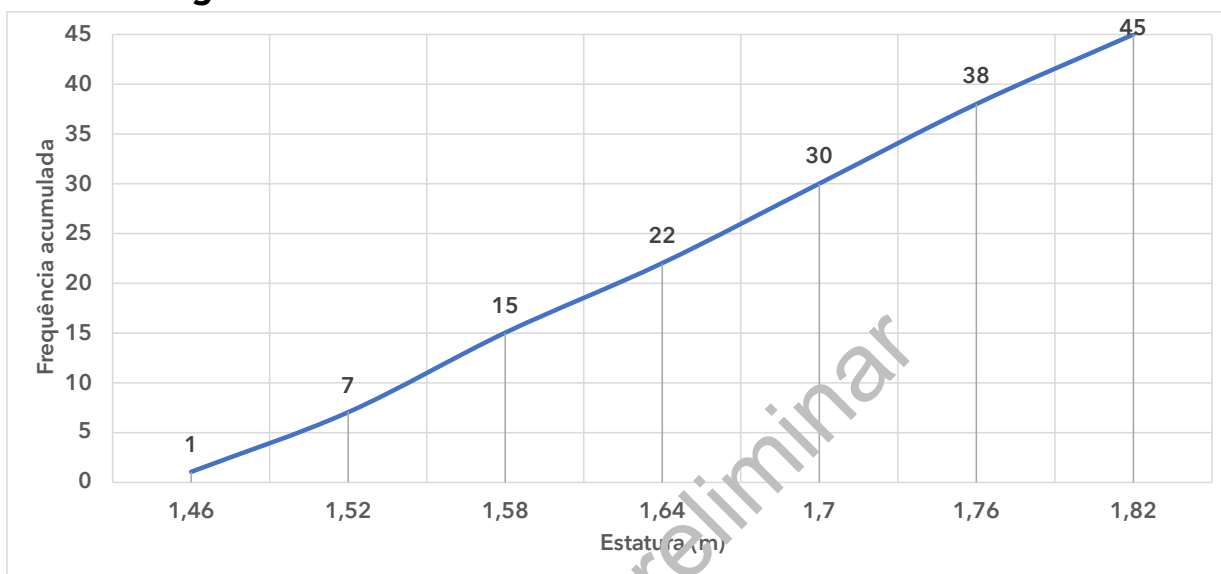


Fonte: Elaborada pelos autores.

## 3- Gráfico de frequências acumuladas ou Ogiva.

O gráfico de frequências acumuladas ou ogiva, permite descrever dados quantitativos por meio da frequência acumulada. A ogiva é um gráfico de linha que une os pontos cujas abscissas são os limites superiores das classes, e na ordenada as frequências acumuladas. Quando os dados contidos em cada classe estão distribuídos uniformemente, pode-se estimar, de acordo com a interpretação da representação gráfica, a quantidade de elementos pertencentes a qualquer uma das classes que compõe a distribuição de frequência dos dados e a quantidade ou porcentagem de elementos que estão abaixo de certo valor pertencente ao conjunto.

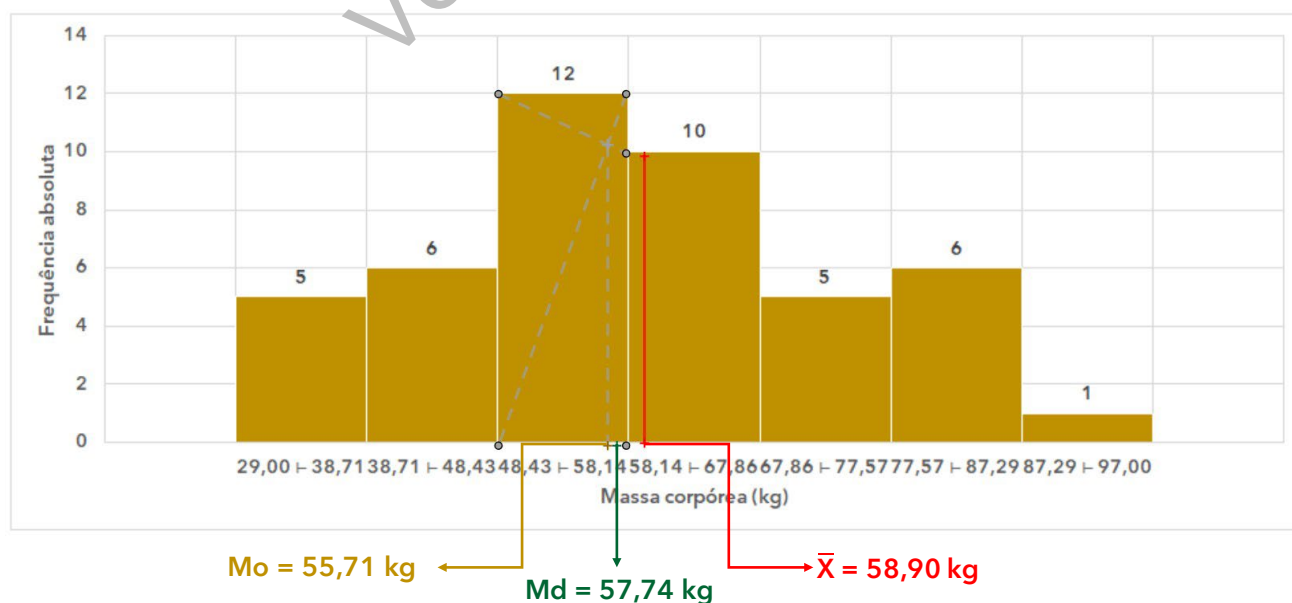
**Gráfico 4: Ogiva - Estatura de estudantes em metros.**



Fonte: Elaborada pelos autores.

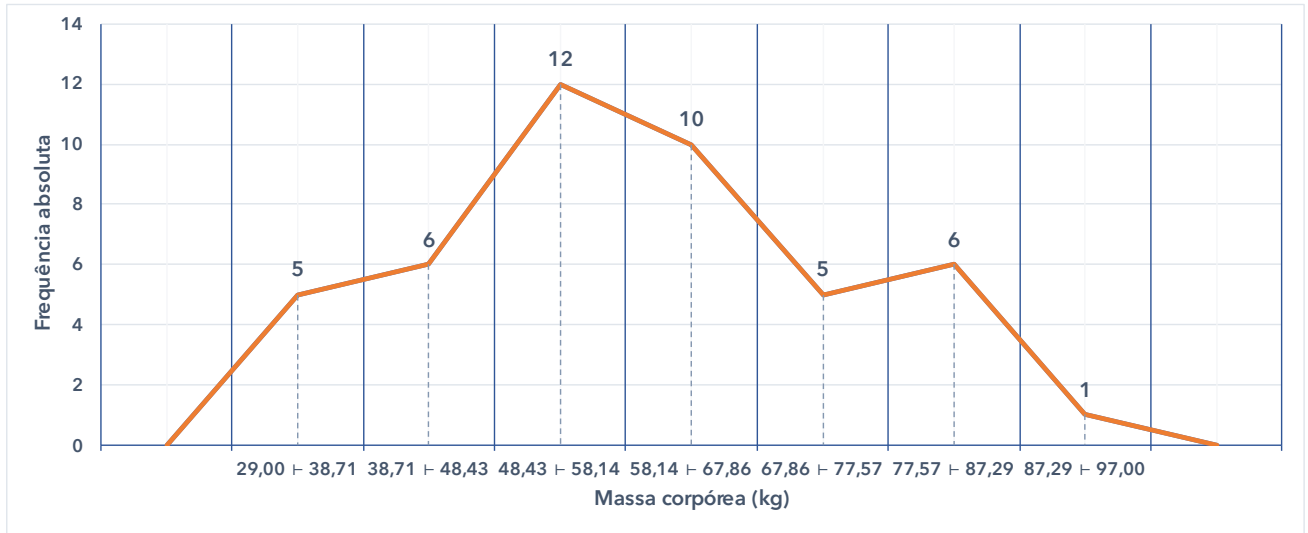
### 3.2 - Massa corpórea

**Histograma 14: Massa corpórea de estudantes.**



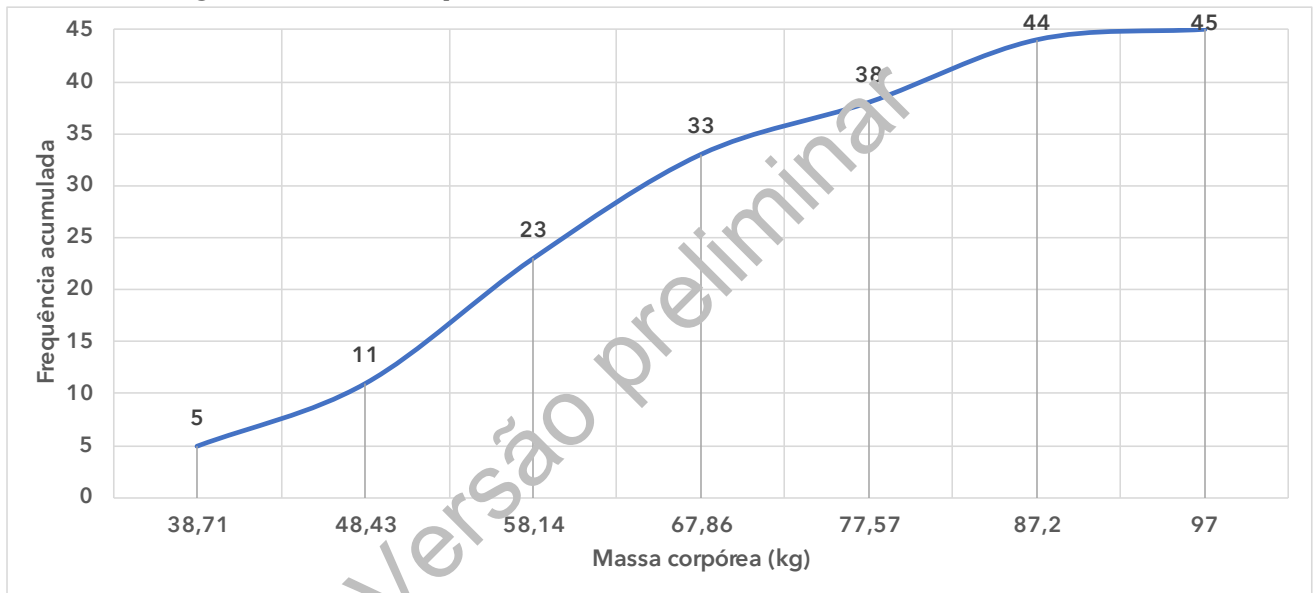
Fonte: Elaborada pelos autores.

**Gráfico 5: Polígono de frequências - Massa corpórea de estudantes.**



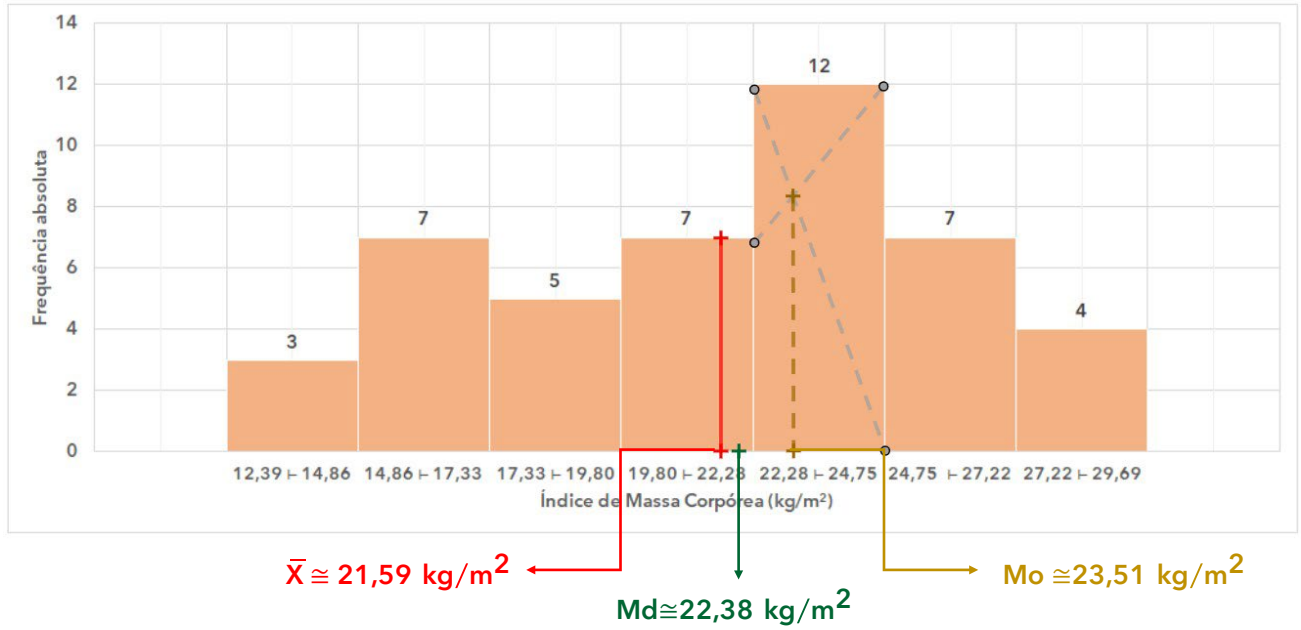
Fonte: Elaborada pelos autores.

**Gráfico 6: Ogiva - Massa corpórea de estudantes.**

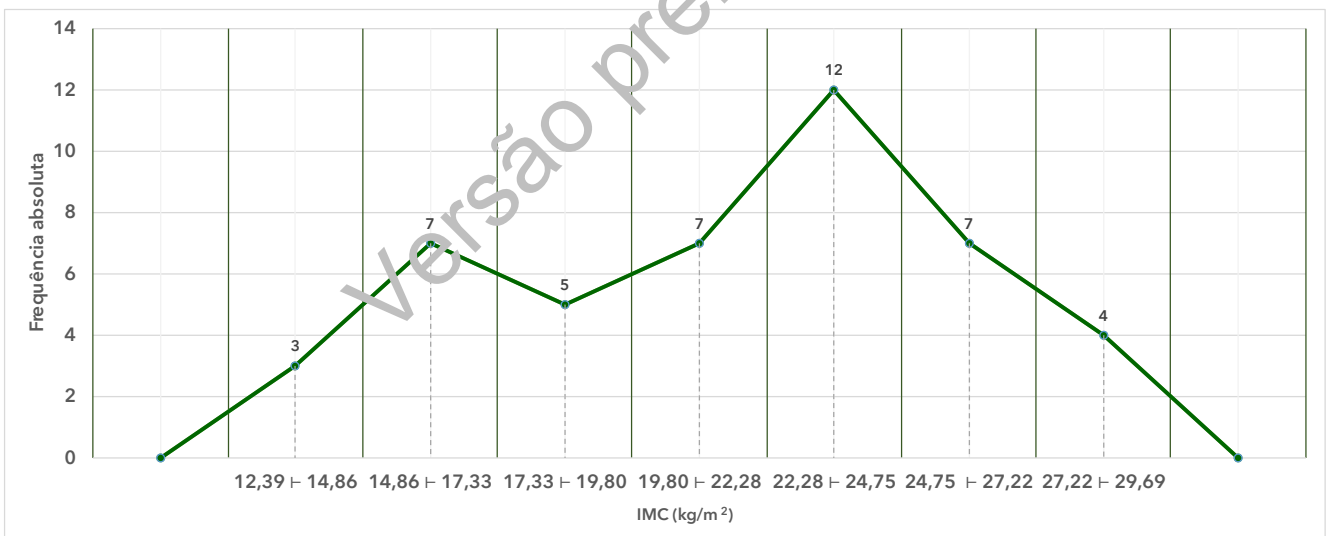


Fonte: Elaborada pelos autores.

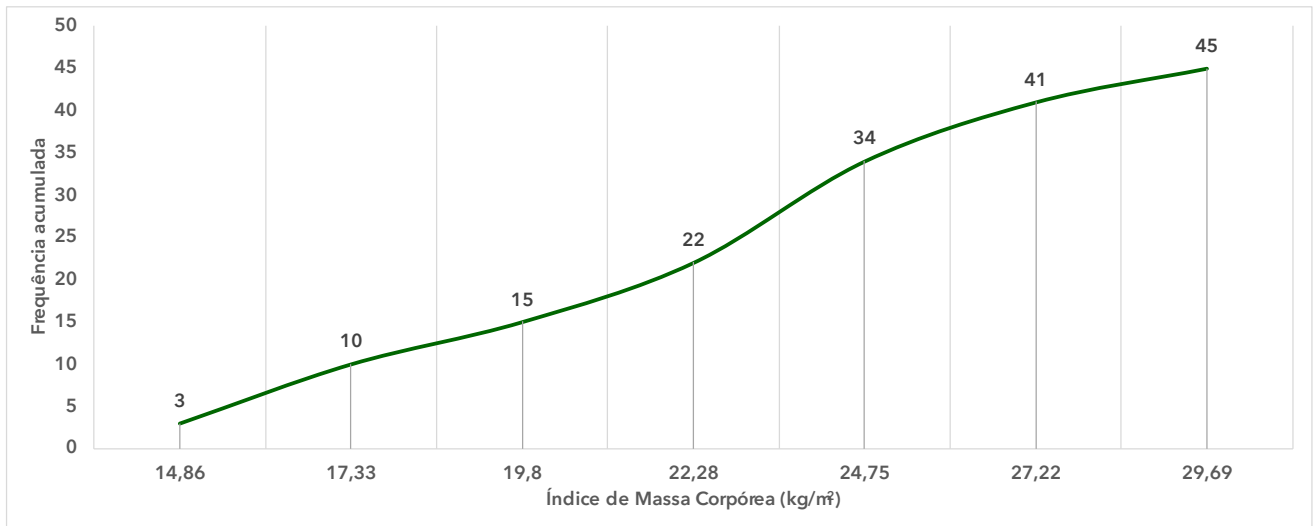
## 3.3 – Índice de Massa Corpórea.

**Histograma 15: Índice de Massa Corpórea de estudantes**

Fonte: Elaborada pelos autores.

**Gráfico 7: Polígono de frequências - Índice de Massa Corpórea de estudantes**

Fonte: Elaborada pelos autores.

**Gráfico 8: Ogiva - Índice de Massa Corpórea de estudantes.**

**Fonte:** Elaborada pelos autores.

#### MOMENTO 4 - MEDIDAS DE DISPERSÃO.

As medidas de dispersão auxiliam as medidas de tendência central a descrever o conjunto de dados adequadamente. Indicam se os dados estão, ou não, próximos uns dos outros. Podemos dizer que existe a ausência de dispersão quando uma dessas medidas, por exemplo o desvio padrão é próxima de zero. Caso contrário, aumentando-se a medida de dispersão, o valor da medida de dispersão aumenta e se o coeficiente de variação for muito grande, a média não será uma medida de tendência central representativa.

Para analisar a dispersão dos dados utilizaremos como referência, a variância, o desvio padrão e o coeficiente de variação.

No nosso caso, calcularemos tais medidas a seguir, de dispersão para as estaturas, massa corporal e Índice de Massa Corpórea dos estudantes.

#### **Parte 1 - Variância**

Sendo:  $(x_i - \mu)$  o desvio entre cada valor observado e a média, a variância de cada intervalo das classes populacionais, será dada por:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N |(x_i - \mu)|^2 \cdot F_i}{N}$$

Calcularemos a variância das estaturas dos estudantes. Sabendo-se que:  $\mu = 1,64$  m, temos:

Tabela 17: Cálculo da variância - Estatura dos estudantes.

Classe	$F_i$	$x_i$	$ (x_i - \mu) $	$ (x_i - \mu) ^2$	$ (x_i - \mu) ^2 \cdot F_i$
1,40 † 1,46	1	1,43	$ (1,43 - 1,64)  =  -0,21  = 0,21$	0,0441	0,0441
1,46 † 1,52	6	1,49	$ (1,49 - 1,64)  =  -0,15  = 0,15$	0,0225	0,1350
1,52 † 1,58	8	1,55	$ (1,55 - 1,64)  =  -0,09  = 0,09$	0,0081	0,0648
1,58 † 1,64	7	1,61	$ (1,61 - 1,64)  =  -0,03  = 0,03$	0,0009	0,0063
1,64 † 1,70	8	1,67	$ (1,67 - 1,64)  =  0,03  = 0,03$	0,0009	0,0072
1,70 † 1,76	8	1,73	$ (1,73 - 1,64)  =  0,09  = 0,09$	0,0081	0,0648
1,76 † 1,82	7	1,79	$ (1,79 - 1,64)  =  0,15  = 0,09$	0,0225	0,1575
Total	45	-	-	-	0,4797

**Fonte:** Dados fictícios para fins didáticos.

Portanto, a variância das estaturas, será:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^k |(x_i - \mu)|^2 \cdot F_i}{N} = \frac{0,4797}{45} = 0,01066$$

Variância das massas corpóreas dos estudantes.

Tabela 18: Cálculo da variância - Massa corpórea dos estudantes.

Classe	$F_i$	$x_i$	$ (x_i - \mu) $	$ (x_i - \mu) ^2$	$ (x_i - \mu) ^2 \cdot F_i$
29,00 † 38,71	5	33,86	25,04	627,15	3 135,72
38,71 † 48,43	6	43,57	15,33	234,97	1 409,79
48,43 † 58,14	12	53,29	5,61	31,52	378,24
58,14 † 67,86	10	63,00	4,10	16,81	168,10
67,86 † 77,57	5	72,71	13,81	190,83	954,17
77,57 † 87,29	6	82,43	25,53	553,59	3 321,56
87,29 † 97,00	1	92,14	33,24	1 105,09	1 105,09
Total	45	-	-	-	10 472,67

**Fonte:** Dados fictícios para fins didáticos.

Portanto, a variância das massas corpóreas, será:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^k |(x_i - \mu)|^2 \cdot F_i}{N} = \frac{10 472,67}{45} \cong 232,73$$

Variância dos Índices de Massa Corpórea dos estudantes.

Sabendo-se que:  $\mu = 21,59$  kg, temos:



Tabela 18: Cálculo da variância - Índice de Massa Corpórea dos estudantes.

Classe	$F_i$	$x_i$	$ (x_i - \mu) $	$ (x_i - \mu) ^2$	$ (x_i - \mu) ^2 \cdot F_i$
12,39 – 14,86	3	13,63	7,96	63,43	190,28
14,86 – 17,33	7	16,10	5,49	30,18	211,29
17,33 – 19,80	5	18,57	3,02	9,14	45,72
19,80 – 22,28	7	21,04	0,55	0,30	2,11
22,28 – 24,75	12	23,52	1,93	3,71	44,51
24,75 – 27,22	7	25,99	4,40	19,32	135,27
27,22 – 29,69	4	28,46	6,87	47,14	188,57
Total	45	-	-	-	817,75

**Fonte:** Dados fictícios para fins didáticos.

Portanto, a variância dos Índices de Massa Corpórea, será:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^k |(x_i - \mu)|^2 \cdot F_i}{N} = \frac{817,75}{45} \cong 18,17.$$

### Parte 2- Desvio Padrão

Ao calcular a variância, observa-se que os resultados estão em unidades quadráticas, o que dificulta a interpretação, para tal, ao extrair a raiz quadrada da variância, define-se o **Desvio Padrão**.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k |(x_i - \mu)|^2 \cdot F_i}{N}}$$

Assim os desvios padrões das medidas, serão:

Estatura:

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k |(x_i - \mu)|^2 \cdot F_i}{N}} = \sqrt{0,01066} \cong 0,10325.$$

Massa corpórea:

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k |(x_i - \mu)|^2 \cdot F_i}{N}} = \sqrt{232,73} \cong 15,2554$$

Índice de Massa Corpórea:

$$\sigma_3 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k |(x_i - \mu)|^2 \cdot F_i}{N}} = \sqrt{18,1723} \cong 4,26289$$

### Parte 3- Coeficiente de variação:

O coeficiente de variação (CV), é uma medida de dispersão relativa definida como a razão entre o desvio padrão e a média.

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} \cdot 100$$

Com o resultado do coeficiente de variação, pode-se avaliar a homogeneidade do conjunto de dados e, conseqüentemente, verificar se a média é uma boa medida para representar estes dados.

Desta forma se o resultado do CV for superior a 50%, os dados possuem uma alta dispersão, o que indica uma heterogeneidade dos dados, isso implica que quanto maior for este valor, menos representativa será a média, nesse caso optam-se pela mediana ou moda. Por outro lado, quanto mais próximo de zero, mais homogêneo é o conjunto de dados e mais representativa será sua média.

Assim os coeficientes de variação das medidas, serão:

Estatura:

$$CV_1 = \frac{\sigma_1}{\mu_{\text{estaturas}}} \cdot 100 \Rightarrow CV_1 = \frac{0,10325}{1,64} \cdot 100 \cong 6,29\%$$

Como  $CV_1 < 50\%$ , pode-se afirmar que a média das estaturas (1,64 m) é uma medida descritiva representativa para a variável estatura dos estudantes da população pesquisada.

Massa corpórea:

$$CV_2 = \frac{\sigma_2}{\mu_{\text{Massas Corpóreas}}} \cdot 100 \Rightarrow CV_2 = \frac{15,2554}{58,90} \cdot 100 \cong 25,9011\%$$

Como  $CV_2 < 50\%$ , pode-se afirmar que a média das massas corpóreas (58,90 kg) é uma medida descritiva representativa para a variável massa corpórea dos estudantes da população pesquisada.






Índice de Massa Corpórea:

$$CV_3 = \frac{\sigma_3}{\mu_{\text{IMC}}} \cdot 100 \Rightarrow CV_3 = \frac{4,2689}{21,59} \cdot 100 \cong 19,7457\%$$

Como  $CV_3 < 50\%$ , pode-se afirmar que a média dos Índices de Massa Corpórea ( $21,59 \text{ kg/m}^2$ ) é uma medida descritiva representativa para a variável Índice de Massa Corpórea dos estudantes da população pesquisada.

### **AVALIAÇÃO DO APRENDIZADO.**

Professor, o conteúdo a seguir, tem o propósito de coletar informações do estudante a respeito do desenvolvimento da trajetória 1.

				
Sem importância	Pouco importante	Razoavelmente importante.	Importante	Muito importante

Fragilidades:	
Potencialidades	

Após a coleta de dados, realize a análise dos dados e reflita sobre os possíveis alinhamentos a serem realizados nas próximas atividades.

#### MOMENTO 5 – INDICADORES E ÁLGEBRA.

O terceiro trajeto, consiste em interligar os conhecimentos a respeito das funções polinomiais do primeiro grau (funções afins), relacionadas ao estudo do Índice de Massa Corpórea.

O ponto de partida desse trajeto tem como referência a habilidade:

**(EM13MAT101)** Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais. Para esse trajeto, continuaremos o trabalho em grupos, porém não haverá a necessidade da apresentação de um resumo.

Todas as rotas, serão encaminhadas perante a relação algébrica das variáveis massa corpórea e estatura do IMC e suas relações com as funções polinomiais de primeiro grau.

#### PARTE 1: VARIÁVEIS DO CÁLCULO DO IMC E PLANO CARTESIANO.

Nessa rota, pretendemos representar no plano cartesiano, os pontos que relacionam o valor do IMC, e a massa corpórea. Para tal, os grupos deverão adotar como a variável constante, a média das estaturas que foi calculada na coleta de dados.

No nosso caso o valor da média das estaturas é igual a 1,64 metros.

Fixada a média das estaturas, cada grupo, calculará o IMC, das respectivas massas corpóreas, em quilogramas: 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85 e 90, registrando-as em uma tabela.

Exemplo de tabela:

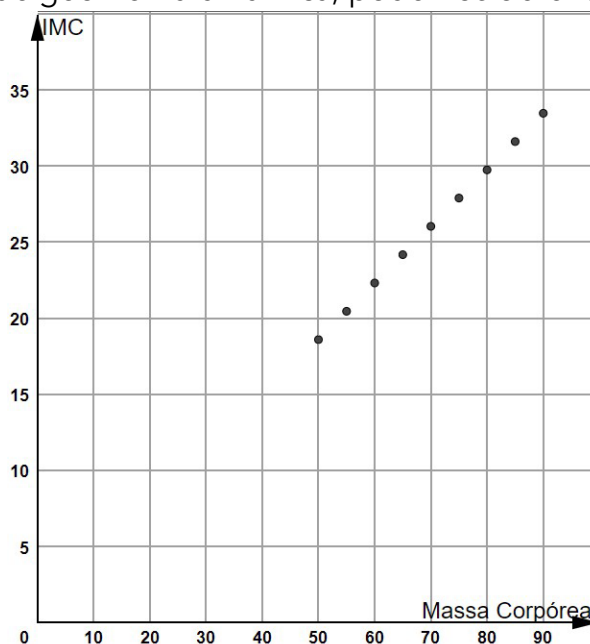
Tabela 19: Cálculo do IMC em função da massa corpórea.

Massa Corpórea (kg)	$IMC = \frac{m_i}{1,64^2} \text{ (kg/m}^2\text{)}$	(MC; IMC)
50	$\frac{50}{2,6896} \cong 18,59$	(50; 18,59)
55	$\frac{55}{2,6896} \cong 20,45$	(55; 20,45)
60	$\frac{60}{2,6896} \cong 22,31$	(60; 22,31)
65	$\frac{65}{2,6896} \cong 24,17$	(65; 24,17)
70	$\frac{70}{2,6896} \cong 26,03$	(70; 26,03)
75	$\frac{75}{2,6896} \cong 27,89$	(75; 27,89)
80	$\frac{80}{2,6896} \cong 29,74$	(80; 29,74)
85	$\frac{85}{2,6896} \cong 31,60$	(85; 31,60)
90	$\frac{90}{2,6896} \cong 33,46$	(90; 33,46)

**Fonte:** Elaborada pelos autores.

Confeccionada a tabela, cada grupo deverá representar o par ordenado (MC; IMC) em um plano cartesiano, sendo que no eixo da abcissa constarão os valores das massas corpóreas e no eixo da ordenada os valores do IMC.

Utilizando um software de geometria dinâmica, podemos obter a seguinte ilustração:



**Fonte:** Elaborada pelos autores.

## PARTE 2: EXPRESSÃO ALGÉBRICA DO IMC EM FUNÇÃO DA MASSA CORPÓREA.

A segunda rota, consiste na exploração da representação da expressão algébrica do cálculo do IMC em função da massa corpórea.

Sabendo-se que:

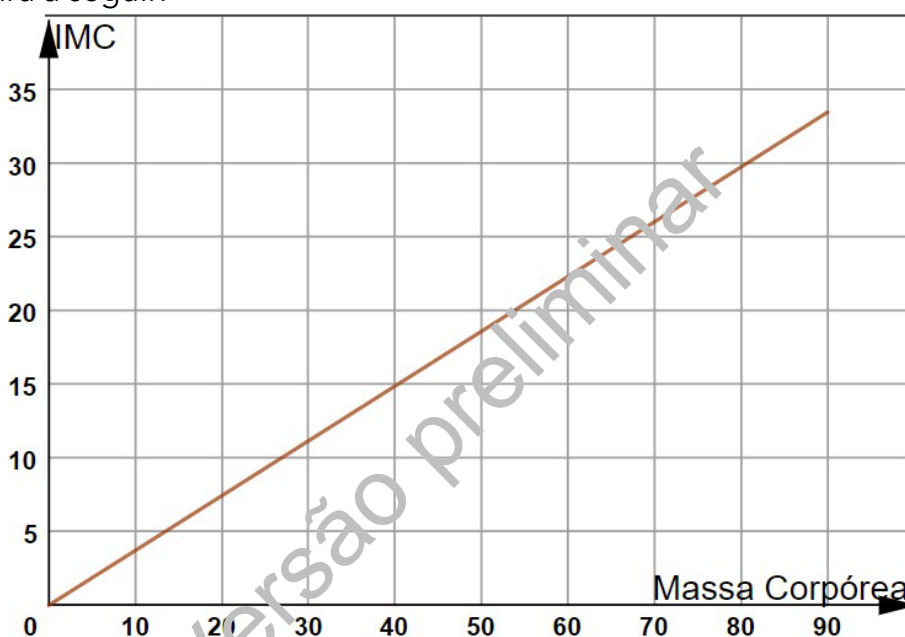
$$\text{IMC} = \frac{\text{Massa Corpórea}}{(\text{Estatura})^2}$$
 e considerando que a média das estaturas é uma constante e é

igual a 1,64 m.

Temos que o IMC em função da massa corpórea, representado por  $f(\text{MC})$ :

$$f(\text{MC}) = \frac{\text{MC}}{(1,64)^2} = \frac{\text{MC}}{2,6896}$$

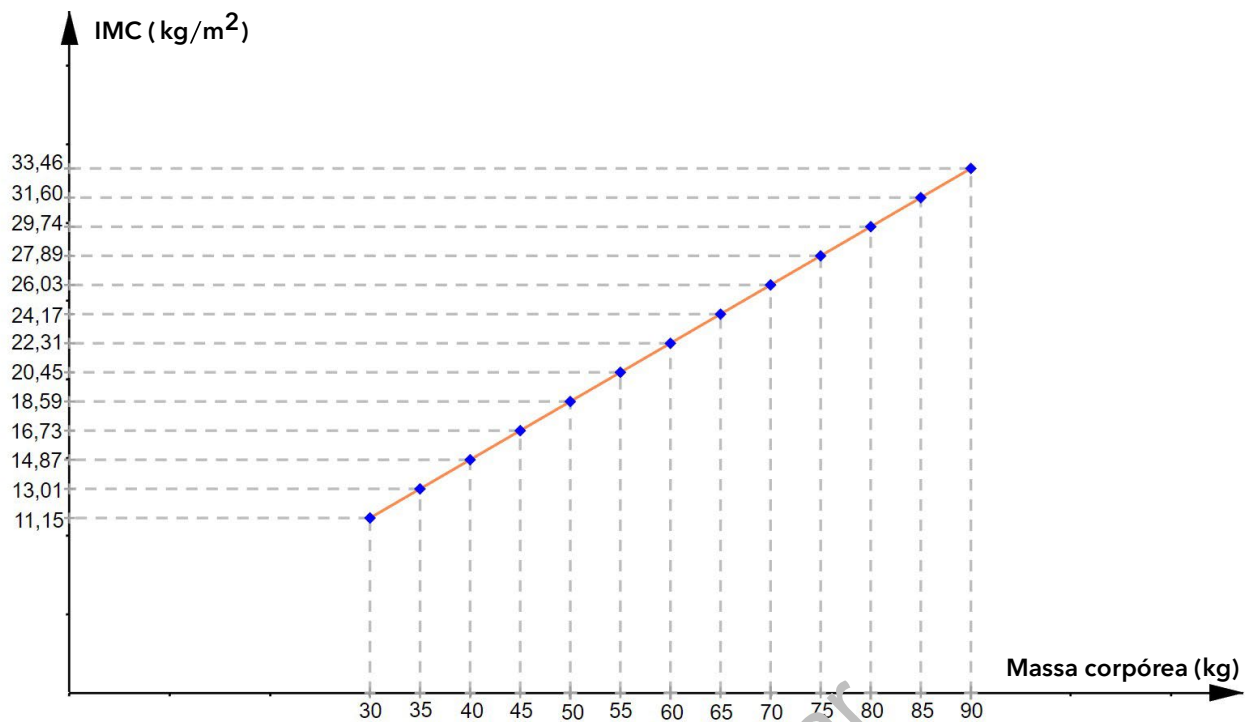
A representação gráfica da função é uma reta que passa pela origem do plano, conforme mostra a figura a seguir.



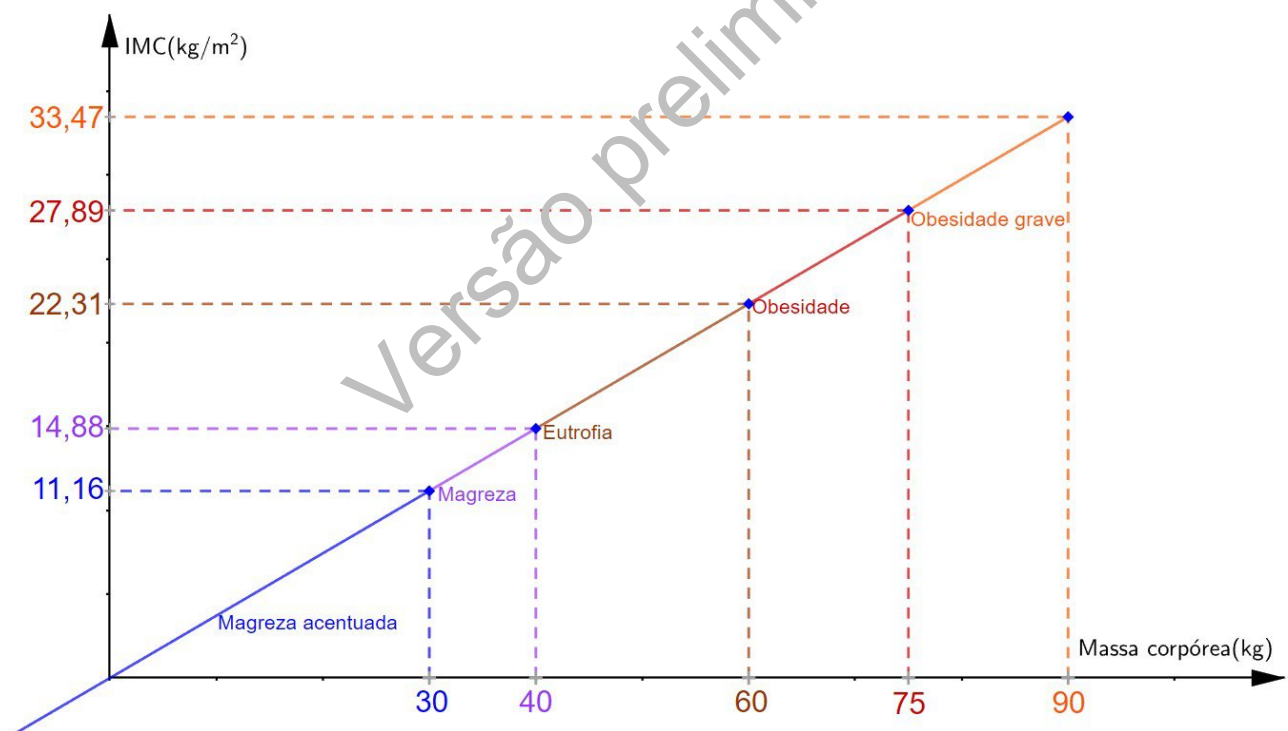
Fonte: Elaborada pelos autores

Nessa função, temos que considerar que deverá existir um valor mínimo para a massa corpórea, visto que uma pessoa com estatura de 1,64 m, não terá massa 0 kg ou 10kg, por exemplo, desta forma consideraremos como limite inferior a massa de 50 kg e o superior de 90 kg, como indicado na Tabela 18.

Desta forma utilizando um *software* de geometria dinâmica, apresenta-se os gráficos a seguir:



Fonte: Elaborada pelos autores.



Fonte: Elaborada pelos autores.

### PARTE 3 – VERIFICANDO A TAXA DE VARIAÇÃO DO IMC EM FUNÇÃO DA MASSA CORPÓREA.

A última parte da trajetória consiste em explorar a taxa média de variação da função em estudo.

Entende-se como taxa média de variação como a relação existente entre a variação entre os valores do eixo das ordenadas com a variação dos valores do eixo das abscissas, ou seja:

$$TVM = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Desta forma, para encaminhar os trabalhos, solicite aos estudantes, que elaborem uma tabela, escolhendo uma determinada medida e também estabeleçam 12 valores de massa corpórea. Considerando medidas de massa corpórea e a estatura uma constante igual a 1,80 m, para que calculem o valor do IMC.

Por exemplo:

Considerando a variável estatura 1,8 metros, temos:

Tabela 19: Cálculo do IMC para estatura de 1,8 metros.

Massa corpórea (kg)	$IMC = \frac{MC}{1,8^2} \text{ (kg/m}^2\text{)}$
40	$\frac{40}{3,24} \cong 12,35$
45	$\frac{45}{3,24} \cong 13,89$
50	$\frac{50}{3,24} \cong 15,43$
55	$\frac{55}{3,24} \cong 16,98$
60	$\frac{60}{3,24} \cong 18,52$
65	$\frac{65}{3,24} \cong 20,06$
70	$\frac{70}{3,24} \cong 21,60$
75	$\frac{75}{3,24} \cong 23,15$
80	$\frac{80}{3,24} \cong 24,69$
85	$\frac{85}{3,24} \cong 26,23$
90	$\frac{90}{3,24} \cong 27,78$
95	$\frac{95}{3,24} \cong 29,32$

**Fonte:** Dados fictícios para fins didáticos.

Confeccionada a tabela com os valores do IMC, o próximo passo será a elaboração de outra tabela, contendo o cálculo das taxas de variação média dos valores expressos na tabela, para tal tomaremos os pares ordenados compostos pela massa corpórea e IMC da seguinte forma:

$$TVM = \frac{IMC_{i+1} - IMC_i}{MC_{i+1} - MC_i}, \text{ para } i=1, \dots, 12$$

Por exemplo:

Tabela 19: Cálculo da Taxa de Variação Média.

Massa Corpórea	IMC	$TVM = \frac{IMC_{i+1} - IMC_i}{MC_{i+1} - MC_i}, \text{ para } i=1, \dots, 12$
40	12,35	
45	13,89	$\frac{13,89 - 12,35}{45 - 40} \cong \frac{1,54}{5} \cong 0,31$
50	15,43	$\frac{16,98 - 15,43}{55 - 50} \cong \frac{1,54}{5} \cong 0,31$
55	16,98	
60	18,52	$\frac{20,06 - 18,52}{65 - 60} \cong \frac{1,54}{5} \cong 0,31$
65	20,06	
70	21,60	$\frac{23,15 - 21,60}{75 - 70} \cong \frac{1,54}{5} \cong 0,31$
75	23,15	
80	24,69	$\frac{26,23 - 24,69}{85 - 80} \cong \frac{1,54}{5} \cong 0,31$
85	26,23	
90	27,78	$\frac{29,32 - 27,78}{95 - 90} \cong \frac{1,54}{5} \cong 0,31$
95	29,32	

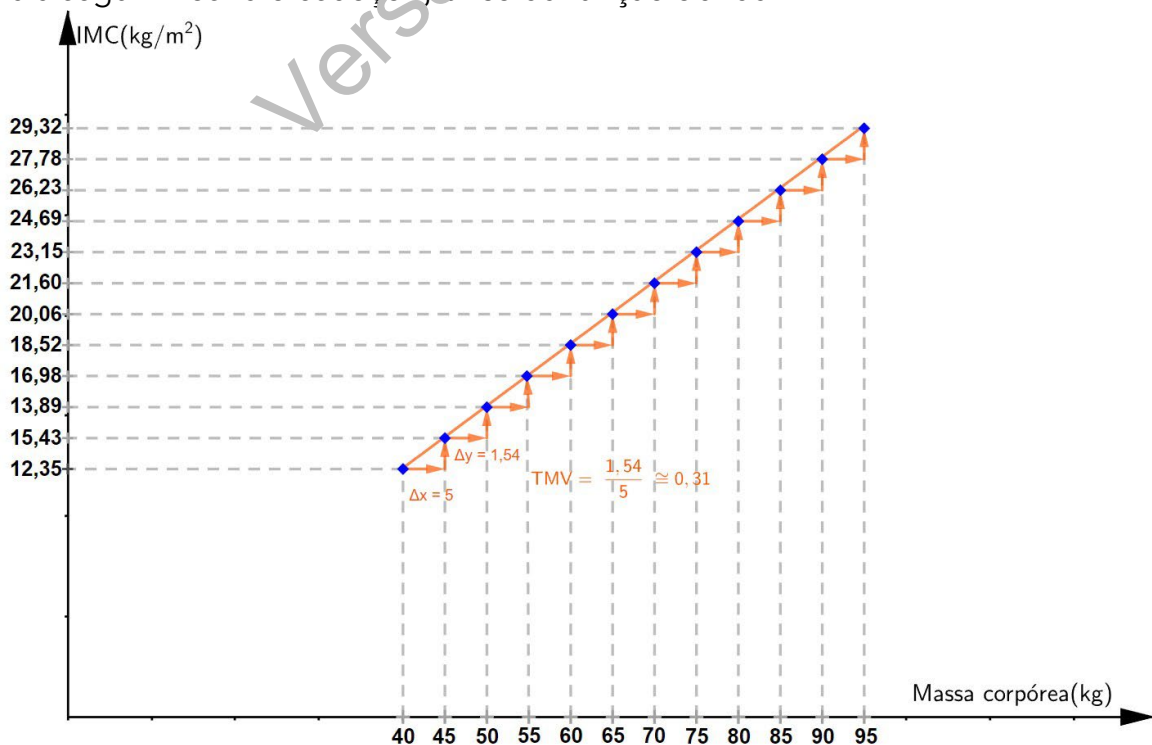
**Fonte:** Dados fictícios para fins didáticos.

Como podemos observar a taxa de variação é constante, isso implica que a razão entre o IMC e a Massa corpórea (m) é constante, ou seja:

$$\frac{IMC(m)}{m} = k \Rightarrow \frac{IMC(m)}{m} = 0,31 \Rightarrow IMC(m) = 0,31 \cdot m.$$

A expressão algébrica obtida, determina o valor do IMC em  $\text{kg}/\text{m}^2$  para qualquer valor de Massa Corpórea, considerando uma estatura de 1,80 m.

A figura a seguir mostra o esboço gráfico da função obtida.








**Fonte:** Elaborada pelos autores.



**AVALIAÇÃO DO APRENDIZADO.**

Professor, o conteúdo a seguir, tem o propósito de coletar informações do estudante a respeito do desenvolvimento da trajetória 1.

				
Sem importância	Pouco importante	Razoavelmente importante.	Importante	Muito importante

Fragilidades:	
Potencialidades	

Após a coleta de dados, realize a análise dos dados e reflita sobre os possíveis alinhamentos a serem realizados nas próximas atividades.

Versão preliminar