

Currículo em Ação

**MATEMÁTICA,
PROJETO DE VIDA E
TECNOLOGIA & INOVAÇÃO**

2

SEGUNDA SÉRIE
ENSINO MÉDIO
CADERNO DO PROFESSOR

VOLUME 4
4º BIMESTRE

Programa de Enfrentamento à Violência contra Meninas e Mulheres da Rede Estadual de São Paulo

NÃO SE ESQUEÇA!

Buscamos uma escola cada vez mais acolhedora para todas as pessoas. Caso você vivencie ou tenha conhecimento sobre um caso de violência, denuncie.

Onde denunciar?

- Você pode denunciar, sem sair de casa, fazendo um Boletim de Ocorrência na internet, no site: <https://www.delegaciaeletronica.policiacivil.sp.gov.br>.
- Busque uma Delegacia de Polícia comum ou uma Delegacia de Defesa da Mulher (DDM). Encontre a DDM mais próxima de você no site <http://www.ssp.sp.gov.br/servicos/mapaTelefones.aspx>.
- Ligue 180: você pode ligar nesse número - é gratuito e anônimo - para denunciar um caso de violência contra mulher e pedir orientações sobre onde buscar ajuda.
- Acesse o site do SOS Mulher pelo endereço <https://www.sosmulher.sp.gov.br/> e baixe o aplicativo.
- Ligue 190: esse é o número da Polícia Militar. Caso você ou alguém esteja em perigo, ligue imediatamente para esse número e informe o endereço onde a vítima se encontra.
- Disque 100: nesse número você pode denunciar e pedir ajuda em casos de violência contra crianças e adolescentes, é gratuito, funciona 24 horas por dia e a denúncia pode ser anônima.



GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
Secretaria da Educação

Currículo em Ação

**MATEMÁTICA, PROJETO DE VIDA e
TECNOLOGIA E INOVAÇÃO**

2

SEGUNDA SÉRIE
ENSINO MÉDIO
CADERNO DO PROFESSOR

VOLUME 4
4º BIMESTRE

Governo do Estado de São Paulo

Governador
Rodrigo Garcia

Secretário da Educação
Hubert Alquéres

Secretária Executiva
Ghisleine Trigo Silveira

Chefe de Gabinete
Fabiano Albuquerque de Moraes

Coordenadora da Coordenadoria Pedagógica
Viviane Pedroso Domingues Cardoso

Presidente da Fundação para o Desenvolvimento da Educação
Nourival Pantano Junior

PREZADO PROFESSOR

As sugestões de trabalho, apresentadas neste material, refletem a constante busca da promoção das competências indispensáveis ao enfrentamento dos desafios sociais, culturais e profissionais do mundo contemporâneo.

O tempo todo os jovens têm que interagir, observar, analisar, comparar, criar, refletir e tomar decisões. O objetivo deste material é trazer para o estudante a oportunidade de ampliar conhecimentos, desenvolver conceitos e habilidades que os auxiliarão na elaboração dos seus Projetos de Vida e na resolução de questões que envolvam posicionamento ético e cidadão.

Procuramos contemplar algumas das principais características da sociedade do conhecimento e das pressões que a contemporaneidade exerce sobre os jovens cidadãos, a fim de que as escolas possam preparar seus estudantes adequadamente.

Ao priorizar o trabalho no desenvolvimento de competências e habilidades, propõe-se uma escola como espaço de cultura e de articulação, buscando enfatizar o trabalho entre as áreas e seus respectivos componentes no compromisso de atuar de forma crítica e reflexiva na construção coletiva de um amplo espaço de aprendizagens, tendo como destaque as práticas pedagógicas.

Contamos mais uma vez com o entusiasmo e a dedicação de todos os professores para que consigamos, com sucesso, oferecer educação de qualidade a todos os jovens de nossa rede.

Bom trabalho a todos!

Coordenadoria Pedagógica – COPED
Secretaria da Educação do Estado de São Paulo

SUMÁRIO

ENCERRANDO: COMO INTEGRAR AS COMPETÊNCIAS SOCIOEMOCIONAIS AO TRABALHO PEDAGÓGICO.....	5
Matemática.....	9
Tecnologia e Inovação.....	79
Projeto de Vida.....	113

ENCERRANDO: COMO INTEGRAR AS COMPETÊNCIAS SOCIOEMOCIONAIS AO TRABALHO PEDAGÓGICO

Nos volumes anteriores apresentamos orientações para o planejamento de aulas que articulam o desenvolvimento intencional das competências socioemocionais às habilidades específicas das Situações de Aprendizagem (SA). Neste bimestre, o foco será refletir sobre a importância da **avaliação em processo** – um dos itens do ciclo de trabalho apresentado no volume 2 – e a prática de realização de **devolutivas**.

AVALIAÇÃO EM PROCESSO

Quando a avaliação é feita **durante o processo de aprendizagem**, é importante prever momentos específicos das aulas e atividades para que os estudantes reflitam sobre o desenvolvimento da competência socioemocional em foco, definida pelo professor de acordo com as metodologias previstas na situação de aprendizagem. Para isso, é importante fazer perguntas estimulantes e que explicitem a relação entre a competência e as ações realizadas na SA.

O momento é de **autoconhecimento**: o estudante deve ser capaz de refletir sobre suas atitudes e pensamentos. Dependendo da competência a ser analisada, refletirá, por exemplo, sobre a forma como lidou com suas emoções, enfrentou desafios, se relacionou com os colegas. Lembre-se que não estamos buscando comparar um estudante com o outro, mas acompanhar o caminho percorrido por cada um.

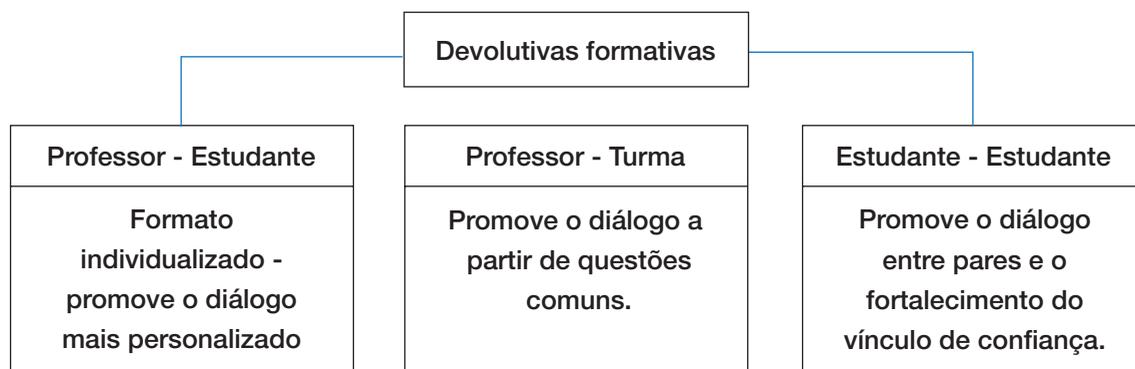
Para apoiar essa ação, sugerimos o uso de seu diário de bordo docente para subsidiar, também, o acompanhamento do processo de desenvolvimento socioemocional pelos estudantes e, assim, realizar boas **devolutivas formativas**.

DEVOLUTIVAS FORMATIVAS

Para que esses momentos sejam potencializados, sugerimos o uso da **devolutiva formativa**, uma ferramenta utilizada para comunicar aos estudantes informações que possam apoiá-los a melhorar sua aprendizagem ou desenvolvimento.

A devolutiva pode ser considerada um recurso formativo se ela acontecer durante a situação de aprendizagem – e não apenas ao final de uma etapa maior -, porque assim o estudante ainda consegue agir em relação ao que lhe é proposto para seu aprimoramento. Garantir esse momento de diálogo e troca é essencial para que o processo autorreflexivo e de autorregulação dos estudantes sobre o próprio desenvolvimento socioemocional ganhe consistência e assertividade.

Para enriquecer ainda mais sua prática, recomendamos experimentar três formatos de condução das devolutivas:



DICAS PARA A PRÁTICA DE REALIZAÇÃO DE DEVOLUTIVAS

Trazemos aqui algumas dicas para realizar boas devolutivas:

- **Seja específico e conciso:** deixe claro qual competência socioemocional está sendo avaliada e em qual situação de aprendizagem. Um estudante pode demonstrar maior determinação em um tipo de atividade do que em outra, por exemplo, e isso precisa ser evidenciado.
- **Apresente exemplos:** cite atitudes ou comportamentos que podem ser observados direta ou indiretamente – essas são as evidências que demonstram o quanto o estudante avançou ou não em determinado aspecto.
- **Observe os estudantes no dia a dia:** observações atentas e registros feitos durante e logo após as aulas constroem o repertório que organizam as devolutivas. Que tal manter uma parte do seu caderno ou diário de bordo separado para as competências socioemocionais?
- **Valorize o esforço, não apenas o resultado:** aborde sempre pontos positivos e um ponto a ser melhorado – evite trazer muitos pontos de desenvolvimento na mesma devolutiva – e lembre-se de celebrar o processo de cada estudante e da turma.
- **Acredite no potencial de cada um:** não basta acreditar que cada estudante pode se desenvolver, é fundamental explicitar essa crença por meio de gestos e palavras.

Lembre-se: estabelecer uma relação de abertura, reciprocidade e compromisso é algo a ser cultivado diariamente, respeitando sempre as singularidades e pontos de vistas diversos.

O componente **Projeto de Vida** indica o desenvolvimento intencional de competências socioemocionais ao longo dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, escolhidas por meio de uma escuta com os professores da rede. Neste componente, a avaliação formativa é feita com base em um instrumento de **rubricas**, que apoia os estudantes a refletirem sobre o desenvolvimento das competências socioemocionais **com vocabulário compartilhado e critérios pré-definidos**. Que tal dialogar com os professores responsáveis por este e outros componentes, a fim de construir combinados comuns com os estudantes sobre como serão os momentos de **devolutivas formativas**?

COMPETÊNCIAS SOCIOEMOCIONAIS EM FOCO NO 4º BIMESTRE

Completando o ciclo de trabalho com as competências socioemocionais, explicitamos aquelas que podem ser foco em cada situação de aprendizagem do bimestre. Recomendamos que consulte, nas páginas iniciais dos demais volumes do ano, orientações para a sua integração ao currículo da área de conhecimento.

MATEMÁTICA

- Situação de Aprendizagem 1 – Foco
- Situação de Aprendizagem 2 – Tolerância ao Estresse
- Situação de Aprendizagem 3 – Autoconfiança
- Situação de Aprendizagem 4 – Organização

AVALIAÇÃO FINAL: UM BALANÇO SOBRE O ANO

O quarto bimestre encerra o ano letivo e pode ser um momento importante para estudantes e professores para realizar uma avaliação final do desenvolvimento das competências socioemocionais escolhidas como foco das SA ao longo do ano. A ideia não é fazer uma avaliação somativa, na qual se avalia quais competências foram desenvolvidas e quais não foram, muito menos colocar uma métrica ou nota que defina quem está apto a passar para um próximo nível e quem não está.

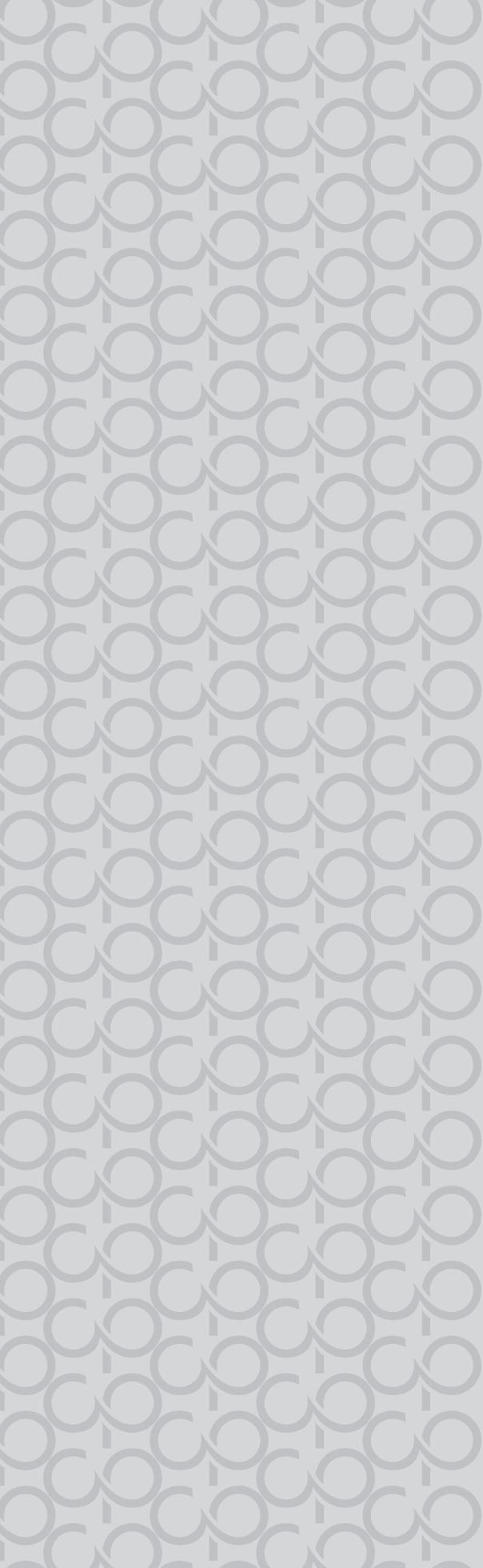
O objetivo é garantir um espaço no qual os estudantes possam refletir sobre como foi o **processo de desenvolvimento** dessas competências ao longo do ano e você possa realizar **devolutivas formativas** a partir dessas reflexões. Uma espécie de “balanço de ciclo”, no qual levam em consideração a participação nas atividades e aulas, a relação com professor e colegas e como podem levar as aprendizagens para outras áreas e contextos da vida.

As perguntas a seguir podem ser feitas aos estudantes, junto com outras elaboradas por você, a partir dos registros que fez ao longo do ano:

- Quais competências socioemocionais percebo que mais desenvolvi ao longo deste ano?
- Quais competências socioemocionais foram mais desafiadoras para mim?
- Quais atitudes, comportamentos ou hábitos demonstram que desenvolvi competências socioemocionais que estavam em foco nas aulas?
- Tenho conseguido levar essas aprendizagens para outros contextos e relações da minha vida, além da escola?

Planeje como poderá ser feita a **devolutiva** deste momento de autoavaliação: pode ser realizada uma roda de conversa, um momento seu com cada estudante ou, ainda, um trabalho em duplas ou trios – neste momento, é possível que os estudantes já tenham criado laços e relações de confiança que permitam trocas significativas.

Por fim: não deixe de **celebrar as conquistas** junto com os estudantes! Destaque as maiores aprendizagens da turma e incentive cada um a continuar se dedicando no desenvolvimento das competências socioemocionais.



Matemática



SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 1 – COMPLEMENTANDO OS ESTUDOS SOBRE A PROBABILIDADE

Competência específica 3

Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

A competência 3, em essência, está relacionada ao chamado “fazer matemático”, ou seja, está intimamente ligada à essência da Matemática, que é a ação de resolver situações-problema, a qual é o centro da atividade matemática. Por esse motivo, deixa claro que os conceitos e procedimentos matemáticos somente terão significado caso os estudantes possam utilizá-los para solucionar os desafios com que se deparam. É importante frisar que a referida competência não se restringe apenas à resolução de problemas, mas também trata de sua elaboração. Isso revela uma concepção da resolução de problemas além da mera aplicação de um conjunto de regras. Outro grande destaque refere-se à modelagem matemática como a construção de modelos matemáticos que sirvam para generalizar ideias ou para descrever situações semelhantes. Essa competência tem estreita relação com a Competência Geral 2 do Currículo Paulista, no sentido da capacidade de formular e resolver problemas, e com a Competência Geral 4, que reforça a importância de saber utilizar as diferentes linguagens para expressar ideias e informações para a comunicação mútua.

Habilidade

(EM13MAT312) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.

O foco dessa habilidade refere-se à utilização do cálculo da probabilidade de eventos aleatórios consecutivos para a resolução de situações-problema. Para que isso seja possível, é importante que o estudante compreenda o conceito de independência entre eventos, ou seja, aqueles em que os resultados de um não influenciam os resultados do outro. As fórmulas são desnecessárias se o estudante for capaz de determinar o espaço amostral e selecionar o subconjunto do evento a ser estudado. As habilidades EM13MAT310¹, EM13MAT311², e EM13MAT312 são ferramentas potentes para que o estudante ao final do Ensino Médio conheça métodos para mensurar resultados aleatórios. Dessa forma, a contagem e a probabilidade constituem um todo de conhecimento importante para a formação integral dos estudantes.

-
- 1 Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.
 - 2 Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.

Unidade temática

- Estatística e Probabilidade

Objetos de conhecimento

- Eventos dependentes e independentes;
- Contagem de probabilidades;
- Cálculo de probabilidade de eventos relativos a experimentos aleatórios sucessivos.

Pressupostos metodológicos

- Reconhecer eventos independentes em situações que envolvem eventos equiprováveis consecutivos;
- Determinar a probabilidade de dois eventos independentes e consecutivos ocorrerem, com o auxílio do princípio multiplicativo.
- Calcular a probabilidade de ocorrer um evento, conhecendo a probabilidade de algum condicionante,
- Elaborar problemas, envolvendo situações aleatórias e o cálculo de probabilidade.

Orientações gerais sobre a Situação de Aprendizagem 1

Professor, nessa Situação de Aprendizagem continuaremos o estudo sobre a probabilidade. Agora, centralizaremos em alguns casos, a resolução de situações-problema que envolvem o raciocínio combinatório e cálculo de probabilidades. Entre as diversas justificativas possíveis, podemos enunciar o fato de que as características conjuntas desses conteúdos impedem que os problemas sejam facilmente agrupados em tipos padrão, de maneira que resolver um deles sempre passe pela mobilização da estratégia de raciocínio que o associa a algum anteriormente resolvido e compreendido, como ocorre, mais facilmente, com problemas de outros grupos de conteúdos matemáticos. Essa impossibilidade de padronização exige, mais do que em outros casos, que os alunos mobilizem diversas estratégias de raciocínio.

Portanto, nessa Situação de Aprendizagem, apresentamos uma possibilidade de abordagem desse tipo de problema com base no raciocínio que considera unicamente dois aspectos: a independência de dois ou mais eventos para os quais se quer calcular a probabilidade e as diferentes possibilidades de ordenação para sua ocorrência simultânea.

Atingindo a reta final do ano letivo

Estamos quase atingindo a reta final da trilha de aprendizagem do ano letivo, continue seu empenho para aprimorar seu conhecimento matemático. Nessa Situação de Aprendizagem você continuará aprendendo um pouco mais sobre Probabilidade, um tema importante, que enriquecerá o seu raciocínio e provavelmente você poderá aplicá-lo em diversas situações tanto no cotidiano ou em aplicações no próprio estudo dos conhecimentos matemáticos. Bons estudos!!

MOMENTO 1 – RETOMANDO CONCEITOS

ATIVIDADE 1 – RETOMANDO ALGUNS ASPECTOS FUNDAMENTAIS DO CÁLCULO PROBABILÍSTICO

Professor, a fim de realizar o levantamento do conhecimento prévio dos estudantes nas habilidades EF05MA09³, EF08MA03⁴ e EF08MA22⁵, inicie questionando o que eles recordam sobre espaço amostral, evento, evento condicional, evento equiprovável, probabilidade condicional, união de dois eventos e eventos complementares. Anote as respostas dos alunos para retomar o conhecimento já discutido no semestre anterior e que nos darão base para ampliar o conceito.

Em seguida, questione o que os alunos entendem sobre eventos aleatórios sucessivos, busque anotar o que os estudantes expressam, registre em lousa as palavras desconhecidas, as ideias centrais e os apontamentos dos estudantes, utilizando as palavras deles. Ao final, organize as ideias em torno dos temas, utilize as palavras dos alunos, ainda que não estejam plenamente corretas, destaque as palavras-chaves e ao final sistematize e alinhe aos conceitos.

Para que os alunos avancem nas aprendizagens, apresentaremos uma questão com a brincadeira jokempô (Pedra-papel-tesoura).

1.1 (UNICAMP 2022-adaptada) Pedra-papel-tesoura, também chamado *jankenpon* ou *jokempô*, é um jogo recreativo para duas pessoas. Nesse jogo, os participantes usam as mãos para representar os símbolos de pedra, papel e tesoura, conforme mostrado nos *emojis* a seguir:

Pedra	Papel	Tesoura
		
A pedra é simbolizada por um punho fechado	O papel pela mão aberta	A tesoura por dois dedos esticados

Fonte: Elaborada pelos autores.

Os jogadores devem esticar a mão, ao mesmo tempo, e cada um formou um símbolo acima. Pelas regras do jogo, o participante que escolher “pedra” ganha do que escolher tesoura (pois pedra quebra a tesoura);

- O participante que escolher tesoura ganha do que escolher papel (pois tesoura corta o papel);
- O que escolher papel ganha do que escolher pedra (pois papel embrulha a pedra);
- Caso os jogadores façam o mesmo gesto, ocorre um empate e geralmente se joga de novo até desempatar. Há uma regra importante que é: não é permitido mostrar duas vezes seguidas o mesmo sinal.

3 Resolver e elaborar situações-problema simples de contagem envolvendo o princípio multiplicativo, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra coleção, por meio de diagramas de árvore ou por tabelas.

4 Resolver e elaborar situações-problema de contagem cuja resolução envolve a aplicação do princípio multiplicativo.

5 Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1.

Admitindo que todos os símbolos têm igual probabilidade de ser escolhido, ou seja, não haverá repetição de escolha pelo mesmo jogador, responda:

- Qual o espaço amostral?
- Elabore um quadro que conste todas as possibilidades com 2 jogadores e diga qual o universo de resultados possíveis?
- As chances do jogador A é maior que as chances do jogador B?
- Quais os casos em que o jogador B ganha?
- Qual a probabilidade de ocorrer uma vitória com uma única partida?
- Qual a chance de acontecer pelo menos um empate em três partidas?

#Para saber mais

Qual é o segredo do jogo “Pedra, papel e tesoura”? Leia o texto, indicado no *link* a seguir, ou realize a leitura do *QR CODE*, para se tornar um mestre no jogo.

Disponível em: <https://cutt.ly/DCIsLxa>. Acesso em: 4 abr. 2022.



Proposta de resolução:

- O espaço amostral é composto por três possibilidades: pedra, papel e tesoura.
- Como temos dois jogadores que podem escolher três possibilidades de ações, temos:

Jogador A \ Jogador B	Pedra	Papel	Tesoura
Pedra	 	 	 
Papel	 	 	 
Tesoura	 	 	 

Fonte: *Elaborada pelos autores.*

O universo é composto por 9 resultados possíveis.

- c) Em verde destacamos quando o jogador A ganha. Em azul destacamos quando o jogador B ganha. Em vermelho destacamos as situações em que ocorre empate. Podemos perceber que as chances do jogador A são iguais às chances do jogador B.

$$\left(\frac{\text{Evento}}{\text{Espaço amostral}} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \right)$$

- d) Conforme a figura apresentada, no item “b”, o jogador B ganha quando:

- Apresentar papel e o jogador A apresentar pedra;
- Apresentar tesoura e o jogador A apresentar papel;
- Apresentar pedra e o jogador A apresentar tesoura.

- e) Em um jogo, ou há um empate, ou alguém vence, essas duas possibilidades são complementares e somam 100% (ou 1). Neste caso, importa que não ocorra empate, mas não importa quem venceu, como a probabilidade é complementar, temos:

$$\frac{1}{3} + P_{\text{Vitória}} = 1 \Rightarrow P_{\text{Vitória}} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{3 - 1}{3} = \frac{2}{3} \cong 0,67 \cong 67\%$$

A seguir, ilustramos todas as jogadas, por meio de uma árvore de possibilidades, na qual poderá evidenciar a situação proposta no item “e”.

Disponível em: <https://cutt.ly/QCIs4he>. Acesso em: 18 abr. 2022.



- f) Visto que são 3 partidas, pode ocorrer 1 empate, 2 empates ou 3 empates. Vamos analisar cada cenário:
- um empate:

Como discutido no item “c”, temos $\frac{1}{3}$ de chance de empate e $\frac{2}{3}$ de chance de vitória. Perceba

na tabela a resposta da questão B, que existem três possibilidades para acontecer E,V,V (1 empate e 2 vitórias) nas três partidas. Assim, podemos calcular:

$$3 \cdot (P_{\text{Empate}} \cdot P_{\text{Vitória}} \cdot P_{\text{Vitória}}) = 3 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \right) = \cancel{3} \cdot \frac{4}{27} = \frac{4}{9} \cong 0,44 \cong 44\%$$

- dois empates:

Neste caso, analisaremos a possibilidade de acontecer E,E,V (2 empates e 1 vitórias) nas três partidas. Assim, podemos de maneira análoga, calcular:

$$3 \cdot (P_{\text{Empate}} \cdot P_{\text{Empate}} \cdot P_{\text{Vitória}}) = 3 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \right) = \cancel{3} \cdot \frac{2}{27} = \frac{2}{9} \cong 0,22 \cong 22\%$$

- *três empates:*

Neste caso, analisaremos a possibilidade de acontecer E,E,E (3 empates) nas três partidas. Perceba que só existe uma possibilidade para acontecer 3 empates, então temos que multiplicar:

$$1 \cdot (P_{Empate} \cdot P_{Empate} \cdot P_{Empate}) = 1 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \right) = 1 \cdot \frac{1}{27} = \frac{1}{27} \cong 0,037 = 3,7\%$$

Por fim, somamos as 3 possibilidades de ocorrer 1 empate, 2 empates ou 3 empates:

$$\frac{4}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{27} = \frac{12+6+1}{27} = \frac{19}{27} \cong 0,70 \cong 70\%$$

Professor, nesta atividade é importante destacar a independência entre eventos, ou seja, aqueles em que os resultados de um não influenciam os resultados do outro, por exemplo, a escolha do Jogador A e do Jogador B.

1.2 Em uma sala de aula, para uma comemoração cívica, 3 estudantes serão escolhidos para hastear a bandeira do Brasil, a bandeira do estado de São Paulo e a bandeira da cidade, respectivamente a ordem do sorteio. Para ocorrer o sorteio, em papéis do mesmo tamanho, foram escritos os nomes, dobrados e inseridos em uma sacola não transparente. Após retirados os papéis, estes não são devolvidos, sendo assim, responda:

- Podemos entender que o experimento realizado é um experimento aleatório?
- No início do sorteio, todos os estudantes têm a mesma chance de ser sorteado?
- As chances de ser sorteado o primeiro, o segundo e o terceiro estudante para hastear a bandeira, são as mesmas?

Proposta de resolução:

a) *Sim.*

Professor, neste momento introduza o conceito: chamamos experimento aleatório todo experimento (ou fenômeno) cujo resultado depende somente do acaso, ou seja, cujo resultado é imprevisível mesmo quando repetido várias vezes, sob as mesmas condições.

b) *Sim.*

c) *Não. A cada nome retirado, aumenta a chance de sorteio dos demais, pois diminui o total das possibilidades de resultados do espaço amostral.*

Aspectos do cálculo probabilístico

Probabilidade da intersecção de eventos

A probabilidade da intersecção de dois eventos ou probabilidade de eventos sucessivos determina a chance, a possibilidade, de dois eventos ocorrerem simultânea ou sucessivamente, definidas matematicamente da seguinte maneira:

Sejam **A** e **B**, dois eventos de um espaço amostral **S**. A probabilidade de **A** ∩ **B** é dada por:

$$P(A \cap B) = P(B | A) \cdot p(A) = p(B) \cdot p(A | B)$$

Onde:

$P(A \cap B)$: é a probabilidade da ocorrência simultânea de A e B;

$P(A)$: é a probabilidade de ocorrer o evento A;

$P(B)$: é a probabilidade de ocorrer o evento B;

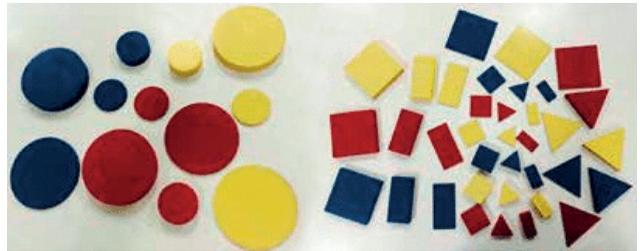
$P(B | A)$: é a probabilidade de ocorrer o evento B, sabendo da ocorrência de A (probabilidade condicional);

$P(A | B)$: é a probabilidade de ocorrer o evento A, sabendo da ocorrência de B (probabilidade condicional).

Se os eventos A e B forem independentes (ou seja, se a ocorrência de um não interferir na probabilidade de ocorrer outro), a probabilidade da intersecção desses eventos, será dada por:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

1.3 Blocos Lógicos são o conjunto de 48 peças geométricas divididas em grupos de formato (quadrados, retângulos, triângulos e círculos), cores (amarelo, azul e vermelho), tamanho (grande e pequeno) e espessura (fino e grosso) e tem por finalidade auxiliar na aprendizagem do raciocínio de matemática nos primeiros anos de escolarização. Existem peças de todas as combinações possíveis, sendo 16 peças de cada cor, 12 peças de cada formato, 24 peças de cada espessura e 24 peças de tamanhos diferentes. Ao selecionarmos 2 peças ao acaso, sem reposição das mesmas, responda:



Fonte: <https://cutt.ly/TVbhbMI>. Acesso em: 04 abr. 2022.

- Qual a probabilidade das peças serem da cor azul?
- Qual a probabilidade das peças serem pequenas?
- Qual a probabilidade das peças serem de formato triangular?
- Qual a probabilidade das peças serem finas?
- Qual a probabilidade da 1ª peça ser circular e a 2ª peça ser um quadrilátero?

Proposta de resolução:

a) Evento A: peça da cor azul; $n(A) = 16$.

Evento B: peça da cor azul; $n(B) = 15$ (houve uma retirada de uma peça ao acaso da mesma cor).

Espaço Amostral (S): Total de peças: $n(S) = 48$.

Conforme a indicação no enunciado da situação-problema, as duas peças foram retiradas uma após a outra, ao acaso e sem reposição, ou seja, as peças não foram devolvidas ao conjunto de peças, a ocorrência do evento A interfere na ocorrência do B, pois haverá no conjunto de peças apenas 47 peças, após a retirada da primeira, assim temos que:

A probabilidade de ambas serem azuis é de aproximadamente 10,64%.

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) \left\{ \begin{array}{l} P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{16}{48} = \frac{1}{3} \\ P(B|A) = \frac{n(B)}{n(S)-1} = \frac{15}{48-1} = \frac{15}{47} \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{15}{47} = \frac{5}{47} \cong 0,1064 \cong 10,64\%$$

b) Evento C: peça de tamanho pequeno: $n(C) = 24$.

Evento D: peça de tamanho pequeno: $n(D) = 23$ (houve uma retirada de uma peça ao acaso do mesmo tamanho).

Espaço Amostral (S): Total de peças: $n(S) = 48$.

Conforme a indicação no enunciado da situação-problema, as duas peças foram retiradas uma após a outra, ao acaso e sem reposição, ou seja, as peças não foram devolvidas ao conjunto de peças, a ocorrência do evento C interfere na ocorrência do D, pois haverá no conjunto de peças apenas 47 peças, após a retirada da primeira, assim temos que:

$$P(C \cap D) = P(C) \cdot P(D|C) \begin{cases} P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{24}{48} = \frac{1}{2} \\ P(D|C) = \frac{n(D)}{n(S)-1} = \frac{23}{48-1} = \frac{23}{47} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(C \cap D) = \frac{1}{2} \cdot \frac{23}{47} = \frac{23}{94} \cong 0,2447 \cong 24,47\%$$

A probabilidade de ambas serem do tamanho pequeno é de aproximadamente 24,47%

c) Evento E: peça de formato triangular: $n(E) = 12$.

Evento F: peça de formato triangular: $n(F) = 11$ (houve uma retirada de uma peça ao acaso do mesmo formato).

Espaço Amostral (S): Total de peças: $n(S) = 48$.

Conforme a indicação no enunciado da situação-problema, as duas peças foram retiradas uma após a outra, ao acaso e sem reposição, ou seja, as peças não foram devolvidas ao conjunto de peças, a ocorrência do evento D interfere na ocorrência do E, pois haverá no conjunto de peças apenas 47 peças, após a retirada da primeira, assim temos que:

$$P(E \cap F) = P(E) \cdot P(F|E) \begin{cases} P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{12}{48} = \frac{1}{4} \\ P(F|E) = \frac{n(F)}{n(S)-1} = \frac{11}{48-1} = \frac{11}{47} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(E \cap F) = \frac{1}{4} \cdot \frac{11}{47} = \frac{11}{188} \cong 0,5851 \cong 5,851\%$$

d) Evento G: peça de espessura fina: $n(G) = 24$.

Evento H: peça de espessura fina: $n(H) = 23$ (houve uma retirada de uma peça ao acaso da mesma espessura.)

Espaço Amostral (S): Total de peças: $n(S) = 48$.

Conforme a indicação no enunciado da situação-problema, as duas peças foram retiradas uma após a outra, ao acaso e sem reposição, ou seja, as peças não foram devolvidas ao conjunto de peças, a ocorrência do evento G interfere na ocorrência do H, pois haverá no conjunto de peças apenas 47 peças, após a retirada da primeira, assim temos que:

$$P(G \cap H) = P(G) \cdot P(H|G) \begin{cases} P(G) = \frac{n(G)}{n(S)} = \frac{24}{48} = \frac{1}{2} \\ P(H|G) = \frac{n(H)}{n(S)-1} = \frac{23}{48-1} = \frac{23}{47} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(G \cap H) = \frac{1}{2} \cdot \frac{23}{47} = \frac{23}{94} \cong 0,2447 \cong 24,47\%$$

A probabilidade de ambas serem finas é de aproximadamente 24,47%.

e) Evento I: peça ser do formato circular:

$$n(I) = 12.$$

Evento J: peça ser do formato quadrangular $n(J) = 12$.

Espaço Amostral na primeira retirada:

$$n(E) = 48.$$

Espaço Amostral na segunda retirada:

$$n(E) = 47.$$

Nesse caso podemos notar que os eventos são independentes, pois a ocorrência de um evento não interfere na probabilidade de ocorrer outro evento, conforme consta na comanda, as peças são de naturezas distintas, então temos que:

A probabilidade de uma peça ser circular e a outra ser um quadrilátero é de 6,38%.

$$P(I \cap J) = P(I) \cdot P(J) \left\{ \begin{array}{l} P(I) = \frac{n(I)}{n(E_1)} = \frac{12^{(+12)}}{48^{(+12)}} = \frac{1}{4} \\ P(J) = \frac{n(J)}{n(E_2)} = \frac{12}{47} \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(I \cap J) = \frac{1}{4^{(+4)}} \cdot \frac{12^{(+4)}}{47} = \frac{3}{47} \cong 0,0638 \cong 6,38\%$$

- 1.4** No Brasil, para jovens menores de 16 anos não é permitido votar. Já para as pessoas acima de 70 anos, e os jovens entre 16 e 18 anos o voto é facultativo. Para os demais, o voto é obrigatório. Em uma cidade, 55% são homens e 75% na idade do voto obrigatório. Escolhida ao acaso, qual a probabilidade de ser homem e não estar na idade obrigatória de votar?

Proposta de resolução:

Indicaremos por H (ser homem) V (estar na idade do voto obrigatório) e \bar{V} (não estar na idade do voto obrigatório), temos:

$$P(H) = 55\%$$

$$P(\bar{V}|H) = 100\% - 75\% = 25\%$$

$$P(H \cap \bar{V}) = P(\bar{V}|H) \cdot P(H) = \frac{25^{+25}}{100^{+25}} \cdot \frac{55^{+5}}{100^{+5}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{11}{20} = \frac{11}{80} = 0,1375 = 13,75\%$$

Portanto, a chance de uma pessoa dessa cidade, escolhida ao acaso, ser homem e não ser obrigado a votar é de 13,75%.

- 1.5** Agora é com você, elabore um problema em que alguma pessoa deva escolher aleatoriamente como vai combinar os alimentos para uma refeição. Tendo como opções p saladas, q carne e r sobremesas. Em seguida, peça a um colega que resolva o problema elaborado e, depois, verifique se as respostas estão corretas.

Proposta de resolução:

Resposta pessoal.

MOMENTO 2 – APRIMORANDO CONHECIMENTOS

ATIVIDADE 2 – PENSANDO DE OUTRA MANEIRA O CÁLCULO PROBABÍLISTICO

2.1 Junto com seu colega, discuta a situação problema exposta e responda em seu caderno o que se pede, sempre justificando as suas respostas.

Dentro de uma caixa são colocados cartões, sendo: 8 de cor verde, 9 de cor verde com a figura de um avião, 5 de cor amarela, 7 de cor amarela com a figura de um avião.



8



9



5



7

Fonte: Elaborada pelos autores.

Retirando ao acaso um cartão, qual a probabilidade deste cartão

- não ter a figura de um avião impressa no cartão?
- ser da cor amarela?
- ser da cor amarela e não ter a figura do avião impressa no cartão?
- ser da cor amarela **ou** não ter a figura do avião impressa no cartão?

Atenção: O cartão de cor amarela pode ser impresso com a figura do avião e o cartão verde pode não ser impresso com a figura do avião.

Proposta de resolução:

a) Espaço amostral :

$$\text{quantidade de cartões} \Rightarrow n(\text{cartões}) = 8 + 9 + 5 + 7 = 29$$

Evento :

$$\text{quantidade de cartões sem a figura do avião} \Rightarrow n(\overline{\text{figura}}) = 8 + 5 = 13$$

$$\Rightarrow P(\overline{\text{figura}}) = \frac{n(\overline{\text{figura}})}{n(\text{cartões})} = \frac{13}{29} \cong 0,4483 \cong 44,83\%$$

b) Espaço amostral :

$$\text{quantidade de cartões} \Rightarrow n(\text{cartões}) = 8 + 9 + 5 + 7 = 29$$

Evento :

$$\text{quantidade de cartões da cor amarela} \Rightarrow n(\text{amarela}) = 5 + 7 = 12$$

$$\Rightarrow P(\text{amarela}) = \frac{12}{29} \cong 0,4138 \cong 41,38\%$$

c) Espaço amostral :

$$\text{quantidade total de cartões} \Rightarrow n(\text{cartões}) = 8 + 9 + 5 + 7 = 29$$

Evento :

$$\text{quantidade de cartões da cor amarela e sem a figura} \Rightarrow n(\text{amarela sem figura}) = 5$$

$$\Rightarrow P(\text{amarela sem figura}) = \frac{n(\text{amarela sem figura})}{n(\text{cartões})} = \frac{5}{29} \cong 0,1724 \cong 17,24\%$$

- d) No total dos cartões, temos 12 cartões amarelos e 13 cartões sem a figura do avião, porém nesse total temos 5 cartões na cor amarela, que não possuem a figura do avião. Nesse caso, as probabilidades devem ser somadas.

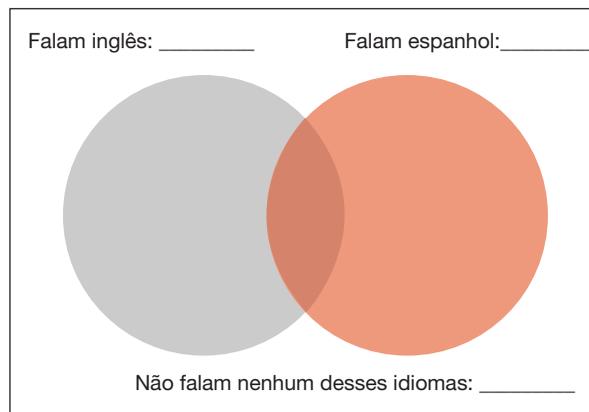
$$P(\text{amarelo ou não ter figura impressa}) = \frac{12}{29} + \frac{13}{29} - \frac{5}{29} = \frac{20}{29} \cong 0,6897 \cong 68,97\%$$

Vamos resolver este exercício que foi uma questão do ENEM 2013, leia com atenção e faça as anotações que julgar pertinentes.

- 2.2** Numa escola com 1 200 alunos foi realizada uma pesquisa sobre o conhecimento desses em duas línguas estrangeiras, inglês e espanhol. Nessa pesquisa constatou-se que 600 alunos falam inglês, 500 falam espanhol e 300 não falam qualquer um desses idiomas. Escolhendo-se um aluno dessa escola ao acaso e sabendo-se que ele não fala inglês, qual a probabilidade de que esse aluno fale espanhol?

Antes de tentar resolver a situação problema, pegue suas anotações e responda:

- Quantos alunos tem a escola, quais línguas estrangeiras foram pesquisadas, quantos falam inglês, quantos falam espanhol e quantos não falam esses dois idiomas?
- Com esses dados preencha as lacunas no diagrama, o qual é conhecido como diagrama de Venn.



Total de alunos: _____

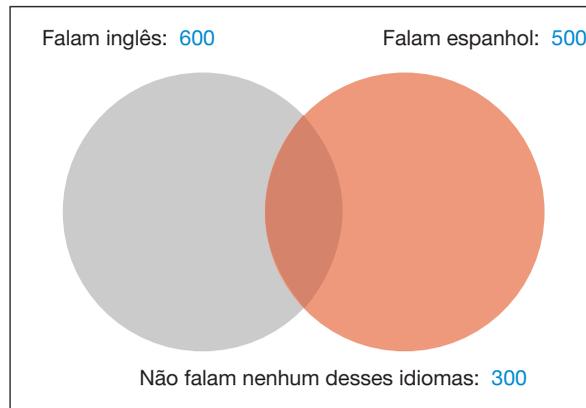
Fonte: Elaborada pelos autores.

- Some os alunos que falam Inglês com os alunos que falam espanhol com os alunos que não falam nenhum destes idiomas. Este total é igual ao número total de alunos? Que conclusão você tira disto?
- Encontre quantos alunos falam as duas línguas e quantos só falam inglês e quantos só falam espanhol, colocando estes valores no lugar adequado do diagrama.
- Após este percurso responda a situação-problema proposta: “Escolhendo-se um aluno dessa escola ao acaso e sabendo-se que ele não fala inglês”, qual a probabilidade de que esse aluno fale espanhol?

Proposta de resolução:

- Total de alunos = 1200, foram pesquisadas Inglês e Espanhol; Inglês = 600 e Espanhol = 500; não falam nenhum destes idiomas = 300.

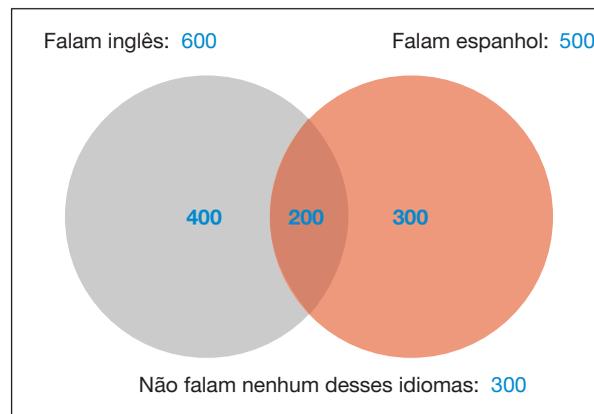
b)



Total de alunos: 1200

Fonte: Elaborada pelos autores.

- a) $600 + 500 + 300 = 1400$, este total ultrapassa o total de alunos em 200 ($1400 - 1200$). Estes 200 alunos estão na intersecção dos dois conjuntos, isto é, eles falam inglês e Espanhol.
- b) Temos então $600 - 200 = 400$ que só falam inglês entre os 600 que falam Inglês e $500 - 200 = 300$ que só falam espanhol entre os 500 que falam espanhol.



Total de alunos: 1200

Fonte: Elaborada pelos autores.

- c) Sabe-se que este aluno não fala inglês $1200 - 600 = 600$ que é o nosso espaço amostral e o evento é um aluno que fale Espanhol $1200 - 400$ (falam inglês) $- 200$ (falam inglês e espanhol) $- 300$ (não fala nenhum dos dois idiomas) $= 300$.

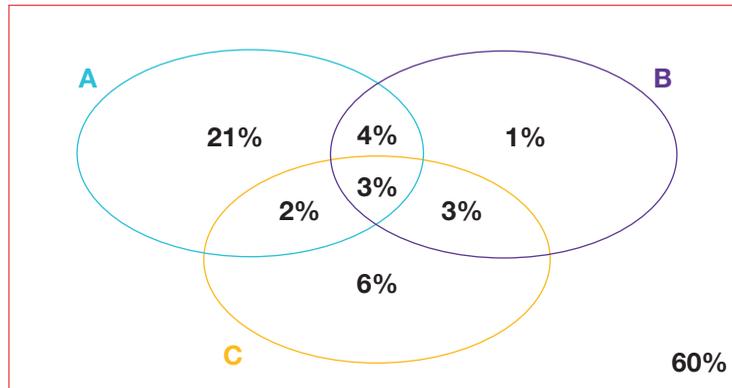
$$P(\text{fale espanhol sem falar inglês}) = \frac{300^{(+300)}}{600^{(+300)}} = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$$

- 2.3** Para melhorar a venda de refrigerante em uma pastelaria, o proprietário fez uma pesquisa com seus clientes e verificou que 30% têm preferência pelo refrigerante “A”, 11% pelo refrigerante “B”, 14% pelo refrigerante “C”, 7% pelo refrigerante “A” e “B”, 5% pelo “A” e “C”, “6%” pelo “B” e “C” e 3% pelos três refrigerantes. A fim de agradecer a participação na pesquisa, o proprietário irá sortear entre os pesquisados uma cesta de pastéis. Qual a probabilidade do cliente sorteado:

- a) não ter preferência pelo refrigerante “A” e nem pelo refrigerante “B”?
 b) ter preferência pelo menos por um dos três refrigerantes citados?

Sugestão: Elabore um Diagrama de Venn e lembre-se que o total de entrevistados corresponde a 100%.

Proposta de resolução:



Fonte: Elaborada pelos autores.

Professor, o Diagrama de Venn levará a obtenção das probabilidades pedidas sem a utilização de fórmulas. Inicia-se a marcação pela intersecção dos 3 conjuntos (3%) e depois pela intersecção de dois a dois conjuntos subtraindo o 3% que é comum, isto é, A com B é 7% como já marcou 3% faltam 4%; B com C é 6% como já marcou 3% faltam 3% e A com C é 5% como já marcou 3% faltam 2%. Temos 30% que preferem A, como já foi marcado no A 4% + 3% + 2% = 9% faltam 21% que só preferem A. Temos 11% que preferem B, como já foi marcado no B 4% + 3% + 3% = 10% faltam 1% que só preferem B. Temos 14% que preferem C, como já foi marcado no C 2% + 3% + 3% = 8% faltam 6% que só preferem C.

Temos 21% + 1% + 6% = 28% dos clientes com preferência única, 2% + 4% + 3% = 9% dos clientes preferem dois dos refrigerantes e 3% dos clientes preferem os 3. Somando as preferências 28% + 9% + 3% = 40%, logo temos 60% dos clientes entrevistados que não escolheram nenhum desses três refrigerantes.

Com esses dados podemos responder:

- a) Tem-se 6% que preferem o C e 60% que não escolheu nenhum dos três, 6% + 60% = 66%.
 b) Dos 100% dos entrevistados, 60% não tem preferência, logo 40% têm preferência por pelo menos um refrigerante dos pesquisados.

2.4 (FGV – AL – BA – 2014) Em votações abertas na Assembleia Legislativa, os deputados **X**, **Y** e **Z** votam em seqüência.

Sabe-se que os deputados **Y** e **Z**, têm 60% de probabilidade de acompanhar o voto do deputado que votou imediatamente antes de cada um deles.

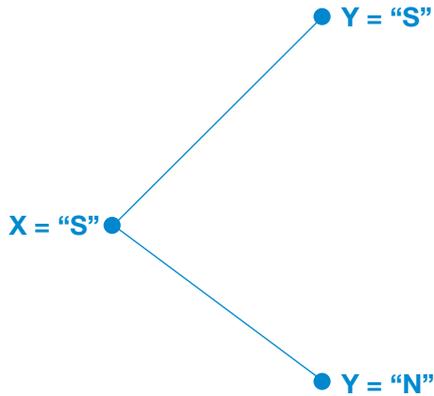
Em uma determinada votação aberta, o deputado **X** votou a favor da proposta em votação.

Encontre a probabilidade do deputado **Z** também votar a favor da proposta em votação.

Lembre-se: Se há 60% de acompanhar o voto do anterior então há 40% de não acompanhar.

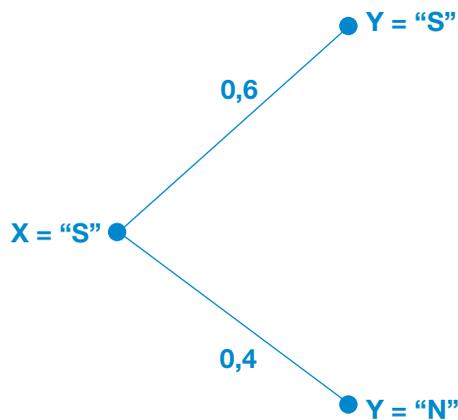
Proposta de resolução:

Professor, uma sugestão de resolução da situação apresentada seria a elaboração de uma árvore de possibilidades, conforme ilustraremos a seguir:



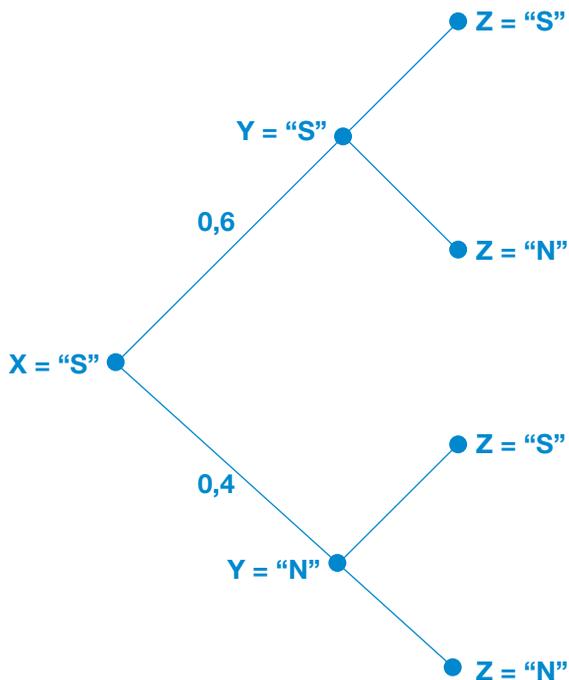
Fonte: Elaborada pelos autores.

O deputado " X " disse Sim (S), o deputado " Y " é o seguinte e pode dizer " S " ou " N ".



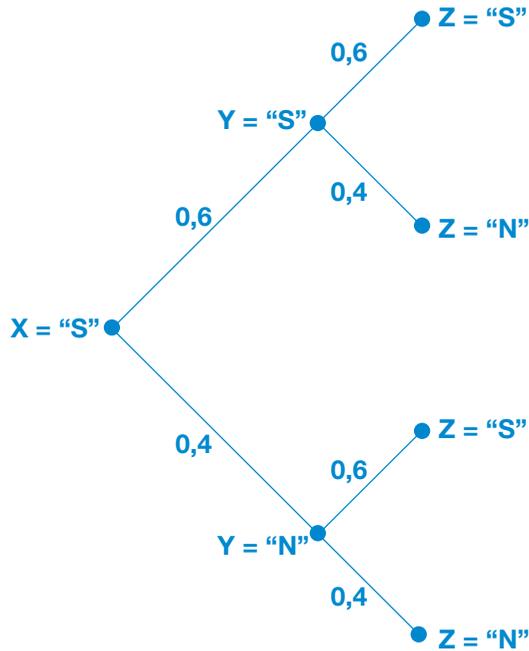
Fonte: Elaborada pelos autores.

A probabilidade do deputado " Y " concordar com o deputado " X " é de $60\% = 0,6$ e de não concordar é de $40\% = 0,4$.



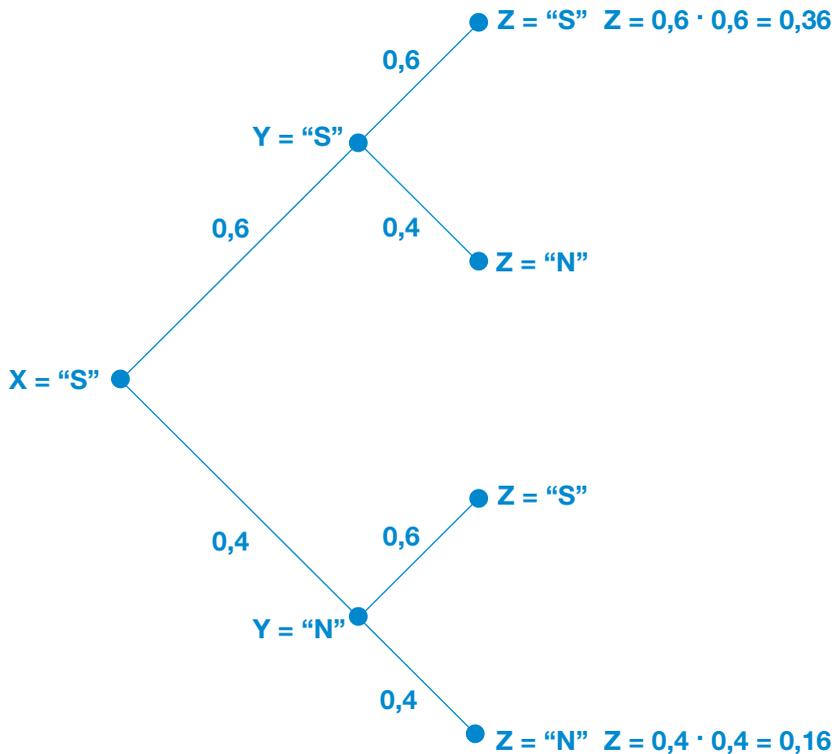
Fonte: Elaborada pelos autores.

Se o deputado " Y " responder sim (" S "), o deputado " Z " é o seguinte e pode dizer sim (" S ") ou não (" N "), ou se o deputado " Y " disser não (" N "), o deputado " Z " é o seguinte e pode dizer " S " ou " N ".



A probabilidade do deputado "Z" concordar com "Y" é de 60% = 0,6 e de não concordar é de 40% = 0,4.

Fonte: Elaborada pelos autores.



O deputado "Z" pode concordar após o deputado "Y" concordar = $0,6 \cdot 0,6 = 0,36$ e também pode não concordar após "Y" não concordar = $0,4 \cdot 0,4 = 0,16$.

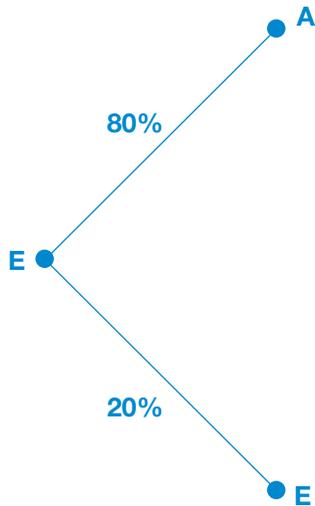
Fonte: Elaborada pelos autores.

Portanto, a probabilidade do deputado "Z" votar a favor, será: $0,36 + 0,16 = 0,52 = 52\%$.

2.5 Marcela é praticante de tiro ao alvo. Quando ela acerta um tiro no alvo, a probabilidade de ela acertar o tiro seguinte é de 90%. Quando ela erra um tiro, a probabilidade de ela acertar o próximo tiro é de 80%.

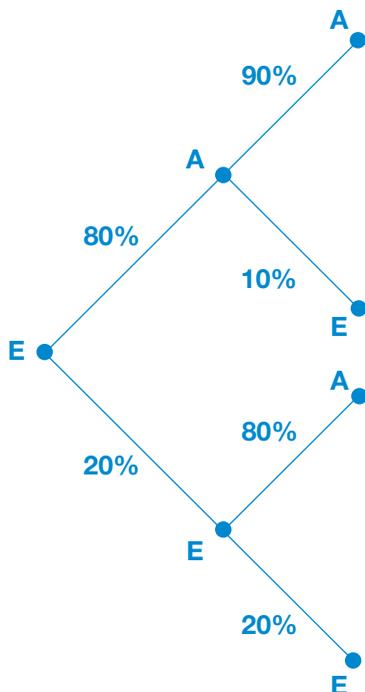
Hoje, Marcela errou o primeiro tiro. Qual a probabilidade de ela acertar o terceiro?

Proposta de resolução:



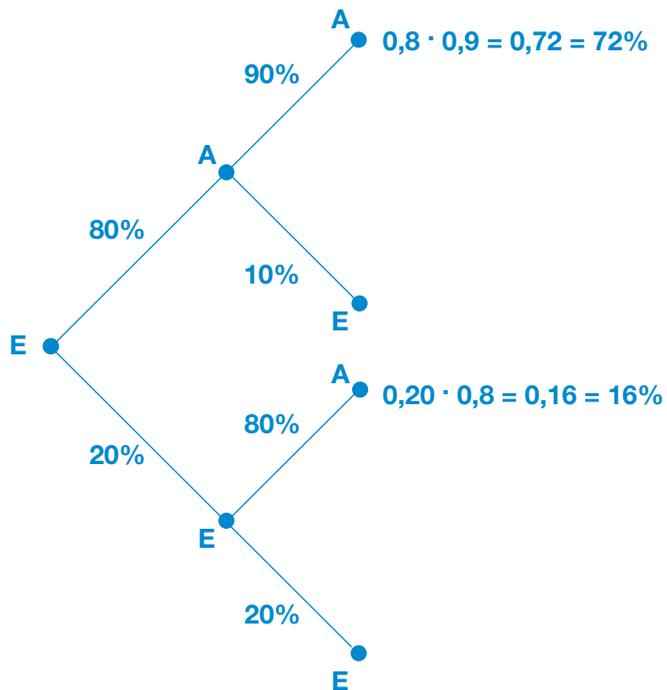
Fonte: Elaborada pelos autores.

Marcela errou o primeiro tiro, então vamos nos atentar a isso. Quando ela erra o tiro, a probabilidade de acertar o próximo é de 80% (0,8), logo a probabilidade de errar é de 20% (0,2).



Fonte: Elaborada pelos autores.

Quando ela acerta o (segundo) tiro, a probabilidade dela acertar o próximo (terceiro) é de 90% (0,9), logo a probabilidade de errar o (segundo) próximo é de 10% (0,1). Quando ela erra o (segundo) tiro a probabilidade dela acertar o próximo (terceiro) é de 80% (0,8), logo a probabilidade de errar o próximo (terceiro) é de 20% (0,2).



Fonte: Elaborada pelos autores.

Então a probabilidade de Marcela acertar o terceiro tiro:

- acertando o segundo tiro será dada por: $0,8 \cdot 0,9 = 0,72 = 72\%$.
- Errando o segundo tiro será dada por: $0,2 \cdot 0,8 = 0,16 = 16\%$.

Portanto, a probabilidade de Marcela acertar o terceiro tiro será: $72\% + 16\% = 88\%$.

MOMENTO 3 – APROFUNDANDO CONHECIMENTOS

ATIVIDADE 3 – APROFUNDANDO O CONCEITO DE PROBABILIDADE

Para compreendermos um novo conceito de Probabilidade, vamos refletir sobre a seguinte situação:

Professor(a), nesse momento é importante que faça a leitura junto com os estudantes e conforme a necessidade faça as intervenções necessárias.

3.1 Emanuel, Felipe, Carlos, Rafael, Natália, Lilian, Inês e Regina se reuniram para revelar o amigo secreto, durante a confraternização de final de ano. Emanuel se dispõe a ser o primeiro a revelar e todos tentam descobrir quem é seu amigo secreto.

a) Diante da situação, vamos determinar o espaço amostral do experimento “possibilidades de amigos da onça de Emanuel” e seu número de elementos. Em seguida, determine a probabilidade de cada uma das 7 pessoas do espaço amostral ser o amigo secreto de Emanuel.

No momento da revelação Emanuel diz que seu amigo secreto é uma mulher. Dessa forma a probabilidade de ser um homem passou a ser 0 e a probabilidade de ser mulher passa a ser 4. Com essa informação extra, essas probabilidades passam a ser condicionadas. Sendo assim a presença dessa informação modifica o espaço amostral.

- b) A partir das informações acima, descreva os eventos a seguir:
- M: o evento “O amigo secreto de Emanuel é mulher”;
 - L: o evento “O amigo secreto de Emanuel é Lilian”.
- c) Agora é com você! Sabendo que o espaço amostral foi reduzido a M (mulheres), determine a probabilidade de Lilian ser a amiga secreta de Emanuel.

Proposta de resolução:

a) Professor(a), nesse momento o estudante irá aplicar seus conhecimentos adquiridos até o momento no que diz respeito à probabilidade.

Espaço amostral (Ω): {Felipe, Carlos, Rafael, Natália, Lilian, Inês, Regina}.

Quantidade de pessoas do espaço amostral: $n(\Omega) = 7$.

Participante	Felipe	Carlos	Rafael	Natália	Lilian	Inês	Regina
Probabilidade de ser o “amigo da onça”	$\frac{1}{7}$						

Fonte: Elaborada pelos autores.

b) Professor(a), nesse momento os estudantes irão determinar os eventos, conforme segue, e a quantidade de elementos de cada um.

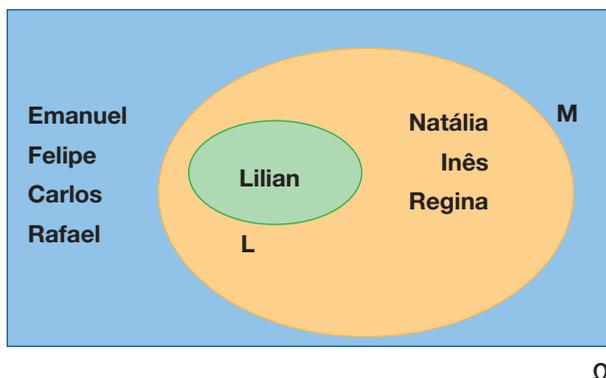
$M = \{\text{Natália, Lilian, Inês e Regina}\}; n(M) = 4$.

$L = \{\text{Lilian}\}; n(L) = 1$.

c) Matematicamente, a probabilidade de Lilian ser a amiga secreta de Emanuel na certeza que seu amigo secreto é mulher, pode ser representada por $P(L|M)$ e calculada da seguinte maneira:

Lilian, que é mulher, pertence ao conjunto das mulheres.

Dessa maneira, temos que:



Fonte: Elaborada pelos autores.

$$\begin{aligned}
 (L \cap M) &= \{\text{Lilian}\} \text{ e } n(L \cap M) = 1 \\
 p(L|M) &= \frac{p(L \cap M)}{p(M)} = \frac{\frac{n(L \cap M)}{n(\Omega)}}{\frac{n(M)}{n(\Omega)}} = \frac{\frac{1}{7}}{\frac{4}{7}} = \\
 &= \frac{1}{7} \cdot \frac{7}{4} = \frac{1}{4} = 0,25 = 25\%
 \end{aligned}$$

Então, podemos concluir que a probabilidade de Lilian ser a amiga secreta de Emanuel é de 25%.

Probabilidade condicional

Para o cálculo de uma probabilidade condicional, é necessário verificar se o evento está ou não contido no novo espaço amostral.

A probabilidade calculada na atividade anterior é um exemplo de **probabilidade condicional**. De modo geral, definimos **probabilidade condicional** de um evento A , dada a ocorrência de um evento B (cuja probabilidade é não nula) é definida da seguinte maneira:

Sejam A e B eventos de um determinado espaço amostral (Ω) , finito e não vazio. A probabilidade condicional de um evento A , sabendo-se que ocorreu um evento B , é indicada por $P(A|B)$ e dada por:

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} \quad (I)$$

Podemos encontrar uma expressão equivalente a (I), dividindo o numerador e o denominador do segundo membro de (I) por $n(\Omega) \neq 0$.

$$P(A|B) = \frac{\frac{n(A \cap B)}{n(\Omega)}}{\frac{n(B)}{n(\Omega)}} \Rightarrow P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(\Omega)} \cdot \frac{n(\Omega)}{n(B)} \Rightarrow P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{p(A \cap B)}{P(B)}, p(B) > 0$$

Prezado estudante, não se preocupe em memorizar a “fórmula” descrita anteriormente, o desenvolvimento mostrado é apenas uma formalização matemática, cuja demonstração tem importância mais teórica do que prática. Para resolver problemas de probabilidade condicional, em geral, é mais prático seguir o raciocínio desenvolvido nos tópicos “b” e “c”, do problema do “amigo(a) secreto(a)”.

3.2 Uma urna contém 16 bolas pretas e 4 bolas brancas, todas do mesmo tamanho e mesma massa. Uma pessoa retira ao acaso duas bolas da urna, uma após a outra. Determine a probabilidade de as bolas retiradas serem:

- as duas serem brancas, sem reposição da primeira bola retirada;
- as duas serem brancas, com reposição da primeira bola retirada;
- uma bola preta e outra bola branca, sem reposição.
- duas brancas, com reposição da primeira bola retirada.

Proposta de resolução:

Professor, reflita com os estudantes, se o caso apresentado na situação-problema, se trata de um evento dependente ou independente, pois, dependendo da especificidade, indicará a viabilização de um determinado raciocínio ou procedimento operatório.

Nesse caso, trata-se de um evento independente, pois, a probabilidade da ocorrência de um evento não influencia na probabilidade de outro evento.

Ou seja, se dois eventos A e B são independentes, a probabilidade de ocorrer o evento A e o evento B , será dada por:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Para a resolução da situação-problema apresentada, iremos nomear como B as bolas brancas e P as bolas pretas.

a) Seja os eventos: $B_1 = \{\text{a primeira bola é branca}\}$ e $B_2 = \{\text{a segunda bola é branca}\}$.

$p(B_1) = \frac{4}{20}$ (4 casos favoráveis num total de 20 casos possíveis) e $p(B_2) = \frac{3}{19}$ (após a retirada

da primeira bola branca restam 3 bolas brancas na caixa, num total de 19 bolas, pois a bola retirada não volta para caixa).

$$p(B_1 \cap B_2) = p(B_1) \cdot p(B_2|B_1) = \frac{4}{20} \cdot \frac{3}{19} = \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{19} = \frac{3}{95}$$

Professor, chame a atenção dos estudantes para o fato de que a retirada da primeira bola branca B_1 modifica a quantidade inicial de bolas, restando 19 bolas na caixa, sendo que 3 delas são brancas, logo a segunda retirada depende do que aconteceu na primeira retirada.

Dizemos, neste caso, que os eventos B_1 e B_2 são dependentes.

b) Como as duas bolas devem ser da mesma cor, temos dois casos: duas brancas ou duas pretas. Considere os eventos: $P_1 = \{\text{a primeira bola é preta}\}$ e $P_2 = \{\text{a segunda bola é preta}\}$ ou $B_1 = \{\text{a primeira bola é branca}\}$ e $B_2 = \{\text{a segunda bola é branca}\}$.

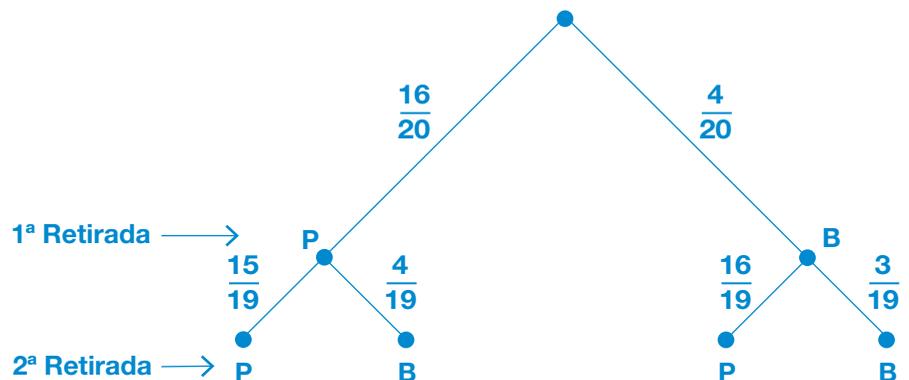
$$p = \frac{16}{20} \cdot \frac{15}{19} + \frac{4}{20} \cdot \frac{3}{19} = \frac{240}{380} + \frac{12}{380} = \frac{252}{380} = \frac{63}{95} \cong 0,6632 \cong 66,32\%$$

c) Como as bolas são de cores diferentes, pode acontecer da 1ª bola ser preta e a 2ª bola ser branca ou ao contrário, a 1ª bola ser branca e a 2ª bola ser preta. Considere os eventos: $P = \{\text{sair bola preta}\}$ e $B = \{\text{sair bola branca}\}$.

$$p = \frac{16}{20} \cdot \frac{4}{19} + \frac{4}{20} \cdot \frac{16}{19} = \frac{64}{380} + \frac{64}{380} = \frac{128}{380} = \frac{32}{95} \cong 0,3368 \cong 33,68\%$$

Outra forma de calcular é: não ocorreu o evento “ambas serem da mesma cor”

Podemos também utilizar a árvore de possibilidades para resolver os itens acima.



Fonte: Elaborada pelos autores.

d) Considere os eventos:

B_1 : retirar bola branca na 1ª extração;

B_2 : retirar bola branca na 2ª extração.

A probabilidade de retirar a 1ª bola ser branca e a 2ª bola ser branca é igual a:

$$p(B_1 \cap B_2) = p(B_1) \cdot p(B_2|B_1) = \frac{4}{20} \cdot \frac{4}{20} = \frac{16^{(+16)}}{400^{(+16)}} = \frac{1}{25} = 0,04 = 4\%$$

Note que, neste caso $p(B_2|B_1) = p(B_2)$, ou seja, o fato de retirar bola branca na 1ª extração não interfere na probabilidade de ocorrer branca novamente na 2ª extração, isto acontece porque houve reposição da primeira bola retirada.

Quando isso acontece dizemos que A e B são **eventos independentes**, ou seja, a ocorrência de um não interfere na ocorrência do outro e a probabilidade de ocorrência de A e B é igual ao produto das probabilidades de cada um desses eventos.

3.3 Na Escola Estadual “Pôr do Sol” foi realizada uma pesquisa para conhecer as opções de Aprofundamento Curricular escolhidos pelos estudantes da 2ª série do Ensino Médio. O quadro a seguir apresenta os Aprofundamentos integrados à Matemática, escolhido pelos 160 estudantes que participaram da pesquisa.

Aprofundamento	Masculino	Feminino
Meu papel no desenvolvimento sustentável	12	20
#Quem_divide_multiplica	16	16
Start! Hora do desafio!	20	34
Matemática conectada	12	30

Fonte: Elaborada pelos autores.

Sabendo que um desses estudantes, escolhido ao acaso é do sexo masculino. A probabilidade desse estudante ter escolhido o Aprofundamento Matemática Conectada é de:

(A) 4%

(B) 16%

(C) 20%

(D) 27%

Professor, primeiramente discuta com os estudantes se a mesma estratégia utilizada para resolver a atividade anterior é válida para se resolver essa nova situação, instigue os estudantes a decidir se o evento é dependente ou independente. Após a discussão, deixe os estudantes proporem uma resolução.

Proposta de resolução:

A atividade proposta refere-se a um evento dependente, pois o cálculo da probabilidade está vinculado à ocorrência de outro evento, nesse caso, a probabilidade de um estudante do gênero masculino está relacionada à escolha do aprofundamento: “Matemática conectada”.

Para a resolução da atividade, nomearemos por: **M** o gênero masculino e por A_4 o aprofundamento: “Matemática conectada”.

O espaço amostral no caso seria a quantidade de pessoas do gênero masculino que escolheram os quatro aprofundamentos, $n(M) = 12 + 16 + 20 + 12 = 60$.

O evento a ser considerado refere-se à quantidade de pessoas do gênero masculino que optaram pelo aprofundamento Matemática conectada, ou seja, $n(M \cap A_4) = 12$.

Então, a probabilidade de ocorrer a escolha de uma pessoa do gênero masculino e que optou pelo aprofundamento: “Matemática conectada” ($P(M | A_4)$), será dada por:

$$P(M|A_4) = \frac{n(M \cap A_4)}{n(M)} = \frac{12^{(+12)}}{60^{(+12)}} = \frac{1}{5} = 0,2 = 20\%$$

Portanto, alternativa correta “C”.

- 3.4** A atividade anterior envolveu o cálculo da probabilidade condicional. Utilize os mesmos dados apresentados e elabore outra situação que exija o cálculo de probabilidade condicional. Em seguida, resolva a situação elaborada e apresente-a a um colega para que também resolva. Assim, as respostas podem ser confrontadas. Em caso de divergência, troque ideias com ele e, se necessário, com toda a turma.

Proposta de resolução:
Resposta pessoal.

- 3.5** A 1ª série B da Escola Jardim das Flores tem 30 estudantes. Cada um deles estuda uma língua estrangeira e outra disciplina opcional, conforme mostra o quadro.

Disciplinas opcionais e línguas estudadas pelos estudantes da 1ª série B				
Línguas	Disciplinas opcionais			
	Xadrez (X)	Dança (D)	Música (M)	Total
Inglês (I)	10	3	5	18
Espanhol (E)	5	6	1	12
Total	15	9	6	30

Fonte: Elaborada pelos autores.

- a) Calcule a probabilidade de um estudante, selecionado ao acaso, estudar música, sabendo que ele estuda inglês.
b) Verifique se os eventos “estudante de música” e “estudante de inglês” são eventos independentes.

Proposta de resolução:

- a) O evento a ser analisado nessa atividade refere-se a um evento dependente, pois a probabilidade a ser determinada, está vinculada a dois eventos distintos, ou seja, o estudante optar pela disciplina “Música” e também pela língua “Inglês”, então temos que:

Espaço amostral: Quantidade de estudantes que optaram pela língua; “Inglês”: $n(I) = 18$.

O evento a ser considerado, será a quantidade de estudantes que optaram pela disciplina “música (M)” e pela língua “Inglês (I)” ($P(M | I)$), então temos que:

$$P(M|I) = \frac{n(M \cap I)}{n(I)} = \frac{5}{18} \cong 0,2778 \cong 27,78\%$$

Portanto, a probabilidade de um estudante, selecionado ao acaso, estudar música, sabendo que ele estuda inglês, é de aproximadamente 28%.

b) Sejam os eventos:

M : estudante de música;

I : estudante de inglês.

Considerando probabilidade de um aluno estudar música, ser:

Espaço amostral: Quantidade total de estudantes da 1ª série B: $\Omega_{\text{Estudantes}} = 30$.

Evento: escolha de um estudante ao acaso que estude "música": $n(M) = 6$.

$$P(M) = \frac{n(M)}{\Omega_{\text{Estudantes}}} = \frac{6^{(+6)}}{30^{(+6)}} = \frac{1}{5} = 0,2 = 20\%$$

Probabilidade de um estudante estudar inglês:

Espaço amostral: Quantidade de estudantes da 1ª série B: $\Omega_{\text{Estudantes}} = 30$.

Evento: escolha de um estudante ao acaso, que optou pela disciplina música e estuda inglês:

$n(M \cap I) = 5$.

A probabilidade da escolha de um estudante ao acaso, que optou pela disciplina música e estuda inglês, será dada por:

$$P(M \cap I) = \frac{n(M \cap I)}{\Omega_{\text{Estudantes}}} = \frac{5^{(+5)}}{30^{(+5)}} = \frac{1}{6} \cong 0,1667 \cong 16,67\%$$

Para que os eventos sejam independentes a probabilidade da intersecção de M e I devem ser diferente do produto entre a probabilidade de M e a probabilidade de I , então temos que:

$$P(M \cap I) = P(M) \cdot P(I) \Rightarrow \frac{1}{6} \neq \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{1}{6} \neq \frac{3}{25}$$

Logo, os eventos considerados, são **dependentes**.

3.6 (ENEM – 2017) Um morador de uma região metropolitana tem 50% de probabilidade de atrasar-se para o trabalho quando chove na região; caso não chova, sua probabilidade de atraso é de 25%. Para um determinado dia, o serviço de meteorologia estima em 30% a probabilidade da ocorrência de chuva nessa região.

Qual é a probabilidade de esse morador se atrasar para o serviço no dia para o qual foi dada a estimativa de chuva?

(A) 0,075

(B) 0,150

(C) 0,325

(D) 0,600

(E) 0,800

Proposta de resolução:

Considerando que a probabilidade de se atrasar para o trabalho quando não chove é de $50\% = 0,5$ e que caso não chova a probabilidade de atraso é de $25\% = 0,25$.

O problema diz que o serviço de meteorologia estima 30% de chuva em determinado dia, ou seja, temos 70% de probabilidade de não chover, então descrevendo como: A = atraso, C = chuva, \bar{C} = não chover, então a probabilidade do morador de se atrasar, pode ser ilustrada, conforme o quadro a seguir:

Probabilidade de atraso de acordo com a previsão do tempo		
	Chover (C)	Não chover (C)
Tempo	30%	70%
Atraso	50%	75%

Fonte: Elaborado pelos autores.

$$P_{\text{Atraso}} = (A \text{ e } C \text{ ou } A \text{ e } \bar{C}) = P(A) \cdot P(C) + P(A) \cdot P(\bar{C}) \Rightarrow$$

Então a probabilidade de atraso, dependendo das condições do tempo, poderá ser calculada da seguinte maneira:

$$\frac{50}{100} \cdot \frac{30}{100} + \frac{25^{(+5)}}{100^{(+5)}} \cdot \frac{70}{100} = \frac{5}{10} \cdot \frac{3}{10} + \frac{1}{4} \cdot \frac{7}{10} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{15^{(+5)}}{100^{(+5)}} + \frac{7}{40} = \frac{3}{20} + \frac{7}{40} = \frac{6+7}{40} = \frac{13}{40} = 0,325$$

Portanto, alternativa correta “C”.

- 3.7** (UEL-PR 2019) O filme Jumanji (1995) é uma obra de ficção que retrata a história de um jogo de tabuleiro mágico que empresta seu nome ao longa-metragem. O jogo é composto de dois dados distinguíveis de 6 lados, um tabuleiro com um visor de cristal no centro e peças que representam cada jogador. No filme, Alan Parrish é um garoto que encontra o jogo em um local de construção e o leva para casa. Assim que chega, Alan convida Sarah Whittle, uma garota da vizinhança, para jogar. Quando Alan lança os dados, aparece no visor a seguinte mensagem:



Fonte: UEL – PR – 2019

Alan então é sugado pelo visor de cristal e transportado magicamente até a selva de Jumanji. Supondo que os dois dados do jogo sejam independentes e honestos, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, a probabilidade de algum jogador lançar os dois dados e obter a soma de 5 ou 8 de modo a tirar Alan da selva.

- (A) 15% (B) 22% (C) 25% (D) 62% (E) 66%

Proposta de resolução:

O quadro a seguir, ilustra o espaço amostral a ser considerado na situação-problema apresentada:

Espaço amostral da soma das faces voltadas para cima, no lançamento de dois dados						
Dado 2	Dado 1					
	1	2	3	4	5	6
1	{1+1} = 2	{1+2} = 3	{1+3} = 4	{1+4} = 5	{1+5} = 6	{1+6} = 7
2	{2+1} = 3	{2+2} = 4	{2+3} = 5	{2+4} = 6	{2+5} = 7	{2+6} = 8
3	{3+1} = 4	{3+2} = 5	{3+3} = 6	{3+4} = 7	{3+5} = 8	{3+6} = 9
4	{4+1} = 5	{4+2} = 6	{4+3} = 7	{4+4} = 8	{4+5} = 9	{4+6} = 10
5	{5+1} = 6	{5+2} = 7	{5+3} = 8	{5+4} = 9	{5+5} = 10	{5+6} = 11
6	{6+1} = 7	{6+2} = 8	{6+3} = 9	{6+4} = 10	{6+5} = 11	{6+6} = 12

Fonte: Elaborada pelos autores.

Então, o espaço amostral da situação-problema, será formado por todas as possibilidades de jogadas, logo, $n(\Omega) = 6 \cdot 6 = 36$ possibilidades.

Seja, o evento **A** “ocorrer soma 5” e **B** “ocorrer soma 8” e constatando no quadro esses eventos:

Espaço amostral da soma das faces voltadas para cima, no lançamento de dois dados cuja soma seja 5 ou 8						
Dado 2	Dado 1					
	1	2	3	4	5	6
1	{1+1} = 2	{1+2} = 3	{1+3} = 4	{1+4} = 5	{1+5} = 5	{1+6} = 7
2	{2+1} = 3	{2+2} = 4	{2+3} = 5	{2+4} = 6	{2+5} = 7	{2+6} = 8
3	{3+1} = 4	{3+2} = 5	{3+3} = 6	{3+4} = 7	{3+5} = 8	{3+6} = 9
4	{4+1} = 5	{4+2} = 6	{4+3} = 7	{4+4} = 8	{4+5} = 9	{4+6} = 10
5	{5+1} = 6	{5+2} = 7	{5+3} = 8	{5+4} = 9	{5+5} = 10	{5+6} = 11
6	{6+1} = 7	{6+2} = 8	{6+3} = 9	{6+4} = 10	{6+5} = 11	{6+6} = 12

Fonte: Elaborada pelos autores.

Então, o evento que considera, as somas das faces, cujas somas são 5 e 8, será representado por:

$$n(A) + n(B) = 4 + 5 = 9$$

Concluimos, que a probabilidade solicitada na situação-problema, será dada por:

$$P(\text{soma 5 ou 8}) = \frac{n(A+B)}{n(\Omega)} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$$

Portanto, alternativa correta “C”.

Probabilidade e raciocínio combinatório

Professor, uma possibilidade interessante de trabalhar com probabilidades, consiste em analisar as chances em alguns jogos oficiais de loterias. Você poderá levar para aula volantes de alguns jogos expostos em casas lotéricas, pois neles estão registradas algumas chances nos sorteios e propor que os estudantes, com o auxílio de uma calculadora, confirmem a correção das probabilidades registradas nos volantes. O objetivo desse trabalho é ressaltar aspectos que visam desestimular a prática em jogos de loteria, pois as chances de vitória são pouquíssimas.

- 3.8** No jogo de loteria oficial Mega-Sena, um apostador escolhe no mínimo 6 dezenas entre 60. São sorteadas 6 dezenas e o ganhador do prêmio maior deve ter escolhido todas as dezenas sorteadas. Qual a probabilidade de o apostador que escolheu 8 dezenas ganhar o maior prêmio?

Proposta de resolução:

Supondo que o apostador acertou todas as dezenas, como pede o enunciado da questão, não será necessário considerar a troca de ordem dos sorteios, uma vez que há apenas uma categoria envolvida: acertos.

$$p(6 \text{ acertos com 6 sorteios tendo escolhido 8 dezenas}) = \frac{8}{60} \cdot \frac{7}{59} \cdot \frac{6}{58} \cdot \frac{5}{57} \cdot \frac{4}{56} \cdot \frac{3}{55} = 0,000056\%.$$

3.9 (UNICAMP – 2020) Um atleta participa de um torneio composto por três provas. Em cada prova, a probabilidade de ele ganhar é de $\frac{2}{3}$, independentemente do resultado das outras provas. Para vencer o torneio, é preciso ganhar pelo menos duas provas. A probabilidade de o atleta vencer o torneio é igual a:

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{4}{9}$ (C) $\frac{20}{27}$ (D) $\frac{16}{18}$

Proposta de resolução:

Para vencer o torneio é preciso ganhar pelo menos duas das três provas. Assim temos as seguintes possibilidades:

1ª Prova	2ª Prova	3ª Prova	Probabilidade
Ganhar : $p = \frac{2}{3}$	Ganhar : $p = \frac{2}{3}$	Ganhar : $p = \frac{2}{3}$	$p = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$
Ganhar : $p = \frac{2}{3}$	Ganhar : $p = \frac{2}{3}$	Perder : $p = \frac{1}{3}$	$p = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{27}$
Ganhar : $p = \frac{2}{3}$	Perder : $p = \frac{1}{3}$	Ganhar : $p = \frac{2}{3}$	$p = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{27}$
Perder : $p = \frac{1}{3}$	Ganhar : $p = \frac{2}{3}$	Ganhar : $p = \frac{2}{3}$	$p = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{27}$

Fonte: Elaborado pelos autores.

$$p(\text{vencer o torneio}) = \frac{8}{27} + \frac{4}{27} + \frac{4}{27} + \frac{4}{27} = \frac{20}{27}$$

Portanto, alternativa correta “C”.

MOMENTO 4 – VERIFICANDO O QUE VOCÊ APRENDEU

ATIVIDADE 4 – JOGANDO E APRENDENDO

Caro estudante, para verificar os conhecimentos adquiridos até o momento, você é desafiado a jogar o “JOGO DA PROBABILIDADE”. Para isso, é preciso construir um tabuleiro e escolher alguns problemas, de preferência, os que vocês elaboraram nas atividades anteriores. A seguir disponibilizamos um link com o modelo do tabuleiro e das cartinhas que serão necessárias para o jogo.

Modelo de jogo para tabuleiro:

Disponível em: <https://cutt.ly/oCldpbU>. Acesso em: 18 abr. 2022.



Sugestões de problemas para o jogo:

Disponível em: <https://cutt.ly/xCldfFZ>. Acesso em: 18 abr. 2022.



Agora é com você, use sua criatividade e bons estudos com o jogo.

JOGO DESAFIO COM PROBABILIDADE

Você vai precisar de:

- Tabuleiro;
- Marcadores coloridos;
- Fotocópia com as regras do jogo;
- Fotocópia da tabela para registro da resolução do problema.
- Número de participantes por tabuleiro: Até quatro equipes.

Regras do jogo:

1. As cartinhas com os problemas devem estar embaralhadas com o enunciado dos problemas voltados para baixo;
2. Os problemas devem ser resolvidos em duplas;
3. Cada dupla escolhe a cor do marcador;
4. Decide-se qual equipe inicia o jogo (pode ser no par ou ímpar ou jogando o dado e retirando o maior número);
5. As equipes jogam alternadamente, à sua vez, a equipe joga o dado e avança o número de casas obtido na face superior;
6. Se o marcador ocupar uma casa diferente, a equipe deve pegar a carta que está posicionada na parte superior da pilha, resolver o problema proposto registrando a resolução na tabela e responder. A resposta deverá ser aceita por todas as equipes que deverão verificar se o problema foi resolvido de forma correta;
7. A resolução de cada problema deverá ser registrada no quadro de resolução de cada equipe;
8. No caso de acerto a equipe avança, no caso de erro retrocede, de acordo com as instruções indicadas pelos símbolos verde e vermelho na carta onde o problema está proposto;
9. Ganha o jogo a equipe que primeiro alcançar a chegada.

Quadro para registro da resolução do problema:

Problema sorteado	Resolução	Resposta	Nível de dificuldade do problema. (Fácil/ Médio/Difícil)

Orientações:

Professor, no desenvolvimento das habilidades EM13MAT311⁶ e EM13MAT312⁷ foram propostas atividades de elaboração de situações problema por parte dos estudantes, a fim de despertar a investigação matemática e fortalecer os conceitos desenvolvidos nas atividades. É de grande importância o trabalho com a elaboração de problemas, pois o estudante sai de uma situação passiva para assumir a investigação e construção do seu conhecimento matemático. Assim, propomos que você construa com os estudantes uma caixa (modelo de um fichário) na qual serão colocados todos os problemas que foram elaborados por eles, bem como problemas selecionados por você, a fim de realizar a avaliação da aprendizagem dos estudantes.

De acordo com as necessidades da sua turma, sugerimos três blocos de problemas: problemas com nível de dificuldade fácil, médio e mais elaborados. Vamos dar sugestão de alguns problemas, mas você tem autonomia para selecionar outros problemas que mais se adaptam à necessidade da sua sala de aula.

A seguir, disponibilizamos o link de um modelo de tabuleiro, mas você pode orientar para que a turma construa um tabuleiro personalizado da classe para realização do jogo. Vocês deverão decidir a quantidade de casas (no máximo 50), no qual a cada 4 ou 5 casas terá uma com cor diferente para o sorteio do problema que será resolvido pela equipe.

Modelo para o jogo de tabuleiro

Disponível em: <https://cutt.ly/WClDxaa> Acesso em: 18 abr. 2022.



Também irão elaborar cartinhas com o enunciado do problema e a comanda “se você acertou avance tantas casas, volte tantas casas se errou o problema”, como modelo apresentado no link a seguir. Sugestões de problemas para o jogo:

Disponível em: <https://cutt.ly/ICldm87>. Acesso em: 18 abr. 2022.



No planejamento das aulas, organize a confecção dos tabuleiros e das cartinhas com os problemas selecionados e elaborados pelos estudantes, bem como a realização do jogo e a devolutiva com a exploração de situações importantes e interessantes ocorridas durante a execução do jogo. Sugerimos também, que providencie cópias do modelo da tabela de registro da resolução dos problemas para análise e possíveis intervenções que corroboram para a aprendizagem de todos os estudantes.

Outros problemas e jogos para complementar o estudo sobre probabilidade.

Professor, acesse o link ou o QR CODE a seguir, para ter acesso a outros problemas a respeito do assunto tratado nessa situação de aprendizagem.

Disponível em: <https://cutt.ly/yCldRjw>. Acesso em: 26 abr. 2022.



6 Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.

7 Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.

Considerações sobre a avaliação

A avaliação, na maioria dos casos, refere-se à checagem do aprendizado do estudante, mediante a resolução de alguns itens previamente elaborados pelo docente e assim, analisar o seu desempenho, porém não é essa avaliação na qual trataremos aqui.

A avaliação nesse caso pode ser entendida a partir do nível de aprendizado, no qual o estudante alcançou durante o desenvolvimento das diversas Situações de Aprendizagens, que foram desenvolvidas para o estudo do cálculo probabilístico.

Segundo Bryant & Nunes (2012)⁸, a pesquisa sobre a aprendizagem da probabilidade, aponta para quatro demandas cognitivas: 1. Aleatoriedade e suas demandas, 2. Entender e analisar o espaço amostral, 3. Quantificação de probabilidades e 4. Correlação (relação entre eventos).

Sabendo-se disto, a avaliação da aprendizagem pode ser entendida como a competência que o estudante está adquirindo nessas quatro demandas cognitivas no aprendizado da probabilidade.

Como sugestão, indicamos que o docente colete alguns protótipos de resolução dos alunos e analise os registros, verificando se é necessária alguma devolutiva para o estudante, a fim de que não fique com dúvidas no assunto.

Orientações para a recuperação

A recuperação da aprendizagem não pode ser entendida como um processo pontual, na qual se analisa somente alguns aspectos operatórios adquiridos durante o processo de aprendizagem e, assim, oferecem aos estudantes alguns exercícios que eles possam resolvê-los. Não seria esse o caso que trataremos aqui.

Entendemos que o processo de recuperação das aprendizagens é contínuo, e a interação entre os pares é primordial, sejam eles entre professor e estudante ou estudante e estudante. Um fator que possibilita a identificação de algumas falhas na aprendizagem é a questão da elaboração de situações-problemas, pois isso possibilita ao professor a correta mediação dos saberes adquiridos e sua intervenção quando necessário, além de possibilitar a interação dos saberes com os estudantes.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 2 – SISTEMAS LINEARES EM SITUAÇÕES-PROBLEMA

Competência específica 3

Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

A competência 3, em essência, está relacionada ao chamado “fazer matemático”, ou seja, está intimamente ligada à essência da Matemática, que é a ação de resolver situações-problema, a qual é o centro da atividade matemática. Por esse motivo, deixa claro que os conceitos e procedimentos matemáticos somente terão significado caso os estudantes possam utilizá-los para solucionar os desafios com que se deparam. É importante frisar que a referida competência não se restringe apenas à resolução de problemas, mas também trata de sua elaboração. Isso revela uma concepção da

8 Bryant, P. & Nunes, T. (2012) Children's understanding of probability: a literature review (full report). Nuffield Foundation, 2-86.

resolução de problemas além da mera aplicação de um conjunto de regras. Outro grande destaque refere-se à modelagem matemática como a construção de modelos matemáticos que sirvam para generalizar ideias ou para descrever situações semelhantes. Essa competência tem estreita relação com a Competência Geral 2 do Currículo Paulista, no sentido da capacidade de formular e resolver problemas, e com a Competência Geral 4, que reforça a importância de saber utilizar as diferentes linguagens para expressar ideias e informações para a comunicação mútua.

Habilidade

(EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Unidade temática

Números e Álgebra

Objetos de conhecimento

- Sistemas de equações lineares;
- Gráficos de funções lineares com uma ou duas variáveis.

Pressupostos metodológicos

- Calcular o ponto de encontro, quando houver, em sistemas lineares 2×2 ou 3×3 , que descrevam um possível modelo matemático;
- Resolver situações-problema em contextos diversos, modelando-as por sistemas lineares sistema 2×2 ou 3×3 , para decidir pela estratégia de resolução mais conveniente à situação proposta;
- Usar *softwares* ou outros recursos para representação gráfica da solução ou da inexistência de solução de sistemas lineares, aplicados a situações e contextos diversos;
- Elaborar argumento explicando a existência ou não de solução de um sistema 2×2 ou 3×3 em um contexto.

Orientações gerais sobre a Situação de Aprendizagem 2

O objetivo desta Situação de Aprendizagem será o desenvolvimento da habilidade proposta, enfatizando a proposição de situações-problema contextualizadas que exigem a determinação de mais de uma incógnita. Nesse sentido, procuraremos a exploração dos sistemas lineares como uma ferramenta para a resolução das situações apresentadas. Nesses casos, a descrição de alguns contextos permite que sejam escritas as equações e que, ao final, após a resolução dos sistemas, os valores encontrados para as incógnitas sejam avaliados à luz do contexto inicialmente proposto.

Outro fator que merece destaque no desenvolvimento da habilidade, seria a potencialização da competência de elaboração de situações, nas quais o estudante possa aplicar todo o conhecimento alcançado no desenvolvimento de novos saberes. A elaboração de situações-problema pelos estudantes pode ser um importante indicador das aprendizagens e servirá para análise da necessidade de reforço de alguma habilidade.

Olá, aproveitando bastante o material?

Espero que sim, antes de iniciar a nossa conversa, deixo um aviso para você, se estiver com dúvidas a respeito de um assunto específico, não deixe para trás, converse com seu professor ou colega e faça o máximo para que essa dúvida seja esclarecida.

O assunto que iremos abordar agora é a resolução de sistemas lineares, talvez, você se lembre das aulas do professor, em anos/séries anteriores, em que esse assunto foi desenvolvido. Lembra do método da adição e da substituição? Não está lembrado disto?

Tudo bem, nessa Situação de Aprendizagem, você relembrará esses procedimentos, mas não para por aí, vamos aprofundar um pouco mais sobre o conteúdo, e também sobre a resolução de situações-problema, envolvendo sistemas lineares e ainda a elaboração de situações que utilizem os sistemas lineares de duas incógnitas.

Deixo aqui um lembrete, você deve ter percebido que não há muito espaço neste caderno para realizar suas anotações, então adote como companheiro o seu caderno universitário, pois nele você poderá registrar tudo o que você pensa.

Aproveite o material e bons estudos!

MOMENTO 1 – RETOMANDO CONCEITOS

ATIVIDADE 1 – RETOMANDO ALGUNS PONTOS PRINCIPAIS DA RESOLUÇÃO DE SISTEMAS LINEARES

Professor, é pertinente verificarmos o quanto os estudantes já se apropriaram das habilidades EF07MA18⁹, EF08MA07¹⁰, EF08MA08¹¹. Para isso, questione o que eles recordam sobre variável, função, equação e sistema de equações.

Anote suas respostas, registrando na lousa e provoque uma discussão sobre suas colocações, anotando na lousa as palavras desconhecidas, as ideias centrais para retomar o conhecimento já discutido em semestres anteriores e que darão base para ampliar o conhecimento.

Para fechamento dessa discussão é importante conectar as diferentes versões sobre a mesma ideia e com exemplos e contraexemplos sistematizar e alinhar os conceitos.

1.1 Caro estudante gostaria de propor dois desafios, escolha um deles, resolva e comente a sua escolha:

Desafio 1: Observe as equações formadas por figuras e encontre o que se pede:

$$\text{😊} + \text{🤔} = 10$$

$$\text{😬} + \text{😊} + \text{🤔} = 20$$

$$\text{😬} + \text{🤔} + \text{🤔} = 8$$

$$\text{😬} - \text{🤔} + \text{😬} = 15$$

$$\text{😊} + \text{🤔} + \text{😬} + \text{😬} = ?$$

Fonte: Emojis 3D da ferramenta digital.

9 Resolver e elaborar situações- problema que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.

10 Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.

11 Resolver e elaborar situações- problema que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.

Professor, o objetivo dessa atividade é exercitar a maneira pela qual o estudante realiza a equivalência entre os diversos ícones e seu respectivo valor, retomando assim a adição no conjunto dos números inteiros, portanto não é conveniente, nesse momento, transcrever a situação proposta, em um sistema de equações.

Proposta de resolução:

$$\begin{array}{l}
 \text{I} \quad \text{😊} + \text{🤔} = 10 \\
 \text{😊} + \text{😊} + \text{🤔} = 20 \\
 \underline{10} \qquad \underline{10} \\
 \text{II} \quad \text{😞} + \text{😊} + \text{🤔} = 8 \\
 \underline{10} \quad \underline{(-1)} \quad \underline{(-1)} \\
 \qquad \qquad \qquad \underline{(-2)} \\
 \text{III} \quad \text{😊} + \text{🤔} = 10 \\
 \underline{11} \quad \underline{(-1)} \\
 \text{IV} \quad \text{😞} - \text{🤔} + \text{😄} = 15 \\
 \underline{10} \quad \underline{(-1)} \quad \underline{4} \\
 \qquad \qquad \underline{11} \\
 \text{V} \quad \text{😊} + \text{🤔} + \text{😞} + \text{😄} = ? \\
 \underline{11} \quad \underline{(-1)} \quad \underline{10} \quad \underline{4} \quad \underline{24}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{😞} = 10 \\
 \text{🤔} = -1 \\
 \text{😊} = 11 \\
 \text{😄} = 4
 \end{array}$$

Fonte: Elaborada pelos autores.

Desafio 2: Considerando as equações apresentadas no desafio 1, expresse em linguagem algébrica o sistema de equações de acordo com os *emojis* apresentados na figura.

Professor, provavelmente os estudantes optaram pelo Desafio 1. É um bom momento para mostrar que os dois desafios se tratam das mesmas equações, porém escritas de maneiras diferentes. No decorrer evoluiremos para a resolução de sistemas.

Proposta de resolução:

$$\begin{cases}
 x + y = 10 \\
 x + y + z = 10 \\
 -y + z + t = 15 \\
 2y + z = 8
 \end{cases}$$

$$x + y + z + t = ?$$

Para que os estudantes avancem nas aprendizagens, apresentaremos uma questão sobre o funcionamento do sistema de pontuação do futebol. Inicie lendo a seguinte reportagem e passando o seguinte vídeo:

Reportagem: “O campeonato mais difícil do Mundo”

Disponível em: <https://cutt.ly/xCldHv7>. Acesso em: 19 abr. 2022.



Vídeo: “Matemática no esporte”

Disponível em: <https://cutt.ly/XCIdXUq>. Acesso em: 19 abr. 2022.



Para engajar os estudantes, solicite que destaquem qual informação, entre esporte e matemática, tanto na reportagem quanto no vídeo mais chamou a atenção. Anote as respostas em lousa. Antes de registrar cada nova ideia, pergunte se essa se aproxima ou se afasta (para escrever mais perto ou mais longe, respectivamente), assim vamos conectando ideias e diferentes versões sobre o assunto discutido.

1.2 A matemática está por toda a parte, para entender o futebol, é preciso entender a matemática que está presente no futebol. Para que haja um equilíbrio no campeonato brasileiro de futebol e possibilite uma maior alternância entre os clubes nas conquistas, desde 2003 o sistema de pontuação tem corridos da seguinte maneira:

- É atribuído 3 pontos para o time vencedor;
- É atribuído 1 ponto para cada time, no caso de empate;
- Ao final do campeonato, será campeão o time que acumular o maior número de pontos.

Sendo assim, um time que apenas ganhou ou empatou os 17 primeiros jogos que disputou no campeonato. Quantos jogos esse time empatou, sabendo que ele acumulou 33 pontos?

Proposta de resolução:

Chamaremos de **a** (jogos vencidos) e **b** (jogos empatados), e consideremos o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} a + b = 17 \\ 3a + 1b = 33 \end{cases}$$

Aqui resolveremos o sistema pelo método da substituição, mas orientamos que seja valorizado outros métodos utilizados pelos estudantes, selecione as diferentes resoluções e convide-os para ir na lousa apresentar aos colegas.

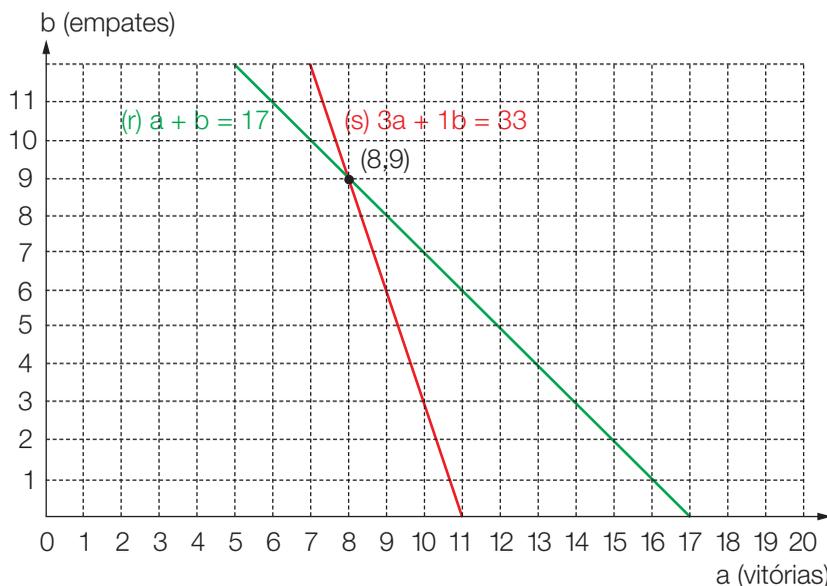
$$\begin{cases} a + b = 17 \Rightarrow b = 17 - a \\ 3a + 1b = 33 \xrightarrow{b = 17 - a} 3a + 17 - a = 33 \Rightarrow 2a = 16 \Rightarrow \\ \Rightarrow a = \frac{16}{2} = 8 \end{cases}$$

Se **a** = 8, e substituindo esse valor em qualquer uma das duas equações, temos que:

$$8 + b = 17 \Rightarrow b = 17 - 8 = 9$$

Então, podemos concluir que, o time em questão, venceu 8 e empatou 9 jogos.

A solução do mesmo sistema pode ser verificada, pelo ponto de intersecção das retas: (r) $a + b = 17$ e (s) $3a + 1b = 33$, conforme ilustra o gráfico a seguir:



Fonte: Elaborada pelos autores.

Professor, para desenvolver a próxima atividade, e despertar a interdisciplinaridade entre química e matemática, sugerimos que os alunos assistam o vídeo:

Gasolina ou álcool?

Disponível em: <https://cutt.ly/fCIdMOa>. Acesso em: 19 abr. 2022.



Orientamos que o professor repasse as operações matemáticas observadas no vídeo, para que os alunos percebam o passo a passo do algoritmo para o desenvolvimento da resolução por meio de equações lineares. Destacamos que também possa ser interessante o trabalho com valores aleatórios e a proporcionalidade.

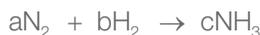
Guia do professor

Disponível em: <https://cutt.ly/UCId49s>. Acesso em: 19 abr. 2022.



1.3 No componente curricular; Química, você aprendeu que “Na Natureza, nada se cria, nada se perde, tudo se transforma” (Antoine-Laurent de Lavoisier). Por isso, cada átomo, antes de ocorrer a reação (os reagentes), deve ser igual à quantidade de cada átomo depois de ocorrer a reação (os produtos).

Observe a equação química não balanceada $N_2 + H_2 \rightarrow NH_3$, constata-se que temos 2 átomos de nitrogênio (N) nos reagentes e apenas 1 do lado do produto. Sendo assim, para balancear a equação, devemos encontrar valores para a, b e c, de forma que:



Podemos resolver por sistema de equações:

$$\begin{cases} 2a = c \\ 2b = 3c \end{cases}$$

Observe que temos, nesse sistema linear, três incógnitas e duas equações. Uma possível solução para esse sistema é atribuir ocasionalmente um valor para uma das incógnitas. Atribuiremos valor 1 para a incógnita **a**.

Quando, $a = 1$, então $c = 2$ e $b = 3$. E ao final, temos a equação balanceada: $\text{N}_2 + 3\text{H}_2 \rightarrow 2\text{NH}_3$.

Utilizando um sistema de equações, realize o balanceamento das equações químicas a seguir:

- a) $\text{H}_2 + \text{O}_2 \rightarrow \text{H}_2\text{O}$
- b) $\text{CH}_4 + \text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O}$
- c) $\text{Fe}_2\text{O}_3 + \text{CO} \rightarrow \text{Fe} + \text{CO}_2$

Proposta de resolução:

$$a) \quad a\text{H}_2 + b\text{O}_2 \rightarrow c\text{H}_2\text{O} \Rightarrow \begin{cases} (\text{O}) 2b = c \\ (\text{H}) 2a = 2c \xrightarrow{c=2b} 2a = 2 \cdot (2b) \Rightarrow 2a = 4b \Rightarrow a = \frac{4^{(+2)} b}{2^{(+2)}} \Rightarrow \\ \Rightarrow a = 2b \Rightarrow b = \frac{a}{2} \end{cases}$$

Se atribuímos ocasionalmente, $a = 2$, temos:

$$a = 2b \xrightarrow{a=2} 2 = 2b \Rightarrow b = \frac{2}{2} = 1$$

$$2b = c \xrightarrow{b=1} 2 \cdot 1 = c \Rightarrow c = 2$$

Então a equação química balanceada, quando $a = 2$, será dada por :

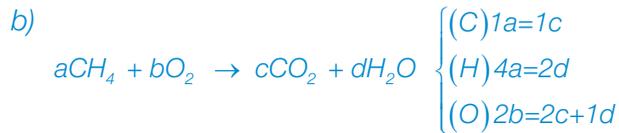


Professor, selecione algumas respostas que os alunos encontraram e destaque a relação de proporcionalidade, como também é possível observar nas respostas acima encontradas:

$$(a, b, c) = (2, 1, 2)$$

ou

$$(a, b, c) = (4, 2, 4)$$

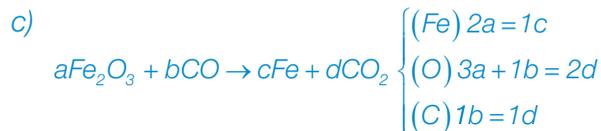


Se considerarmos ocasionalmente, $d = 2$

$$\begin{cases} 4a = 2d \xrightarrow{d=2} 4a = 2 \cdot 2 \Rightarrow 4a = 4 \Rightarrow a = 1 \\ a = c \Rightarrow c = 1 \\ 2b = 2c + d \xrightarrow{c=1, d=2} 2b = 2 \cdot 1 + 2 \Rightarrow 2b = 2 + 2 \Rightarrow 2b = 4 \Rightarrow b = \frac{4}{2} = 2 \end{cases}$$

Então, a equação balanceada, quando $d = 1$, será dada por: $1\text{CH}_4 + 2\text{O}_2 \rightarrow 1\text{CO}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$

Professor, selecione outras respostas dos alunos para que percebam a proporcionalidade e que outras respostas são possíveis, por exemplo, quando $d = 4$, temos: $a = 4$, $b = 8$ e $c = 4$.



Se atribuirmos ocasionalmente, $d = 3$, temos :

$$\begin{cases} 1b = 1d \xrightarrow{d=3} b = 1 \cdot 3 \Rightarrow b = 3 \\ 3a + 1b = 2d \xrightarrow{b=3, d=3} 3a + 1 \cdot 3 = 2 \cdot 3 \Rightarrow 3a + 3 = 6 \Rightarrow 3a = 6 - 3 \Rightarrow \\ \Rightarrow 3a = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{3} = 1 \\ 2a = 1c \xrightarrow{a=1} 2 \cdot 1 = c \Rightarrow c = 2 \end{cases}$$

Então a equação balanceada, quando $d = 3$, será dada por :



Professor, selecione outras respostas dos alunos para que percebam a proporcionalidade e que outras respostas são possíveis.

1.4 Um combo de serviço de telefonia móvel, telefonia fixa, banda larga e TV por assinatura, oferta a seguinte promoção:

10 canais de TV + 30 minutos de telefone por R\$ 140,00	30 minutos de telefone + 100 megabytes de internet por R\$ 120,00	100 megabytes de internet + 10 canais de TV por R\$ 170,00
---	---	--

Se quiser contratar 10 canais de TV+30 minutos de telefone + 100 mega de internet, qual valor pagará?

Proposta de resolução:

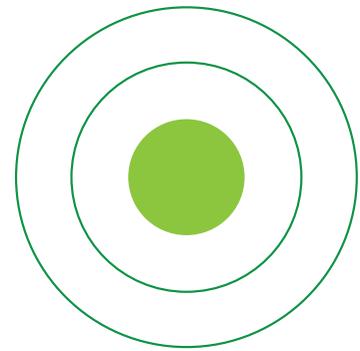
Utilizaremos **a** (10 canais de TV), **b** (30 minutos de telefone) e **c** (100 megabytes de internet), temos:

$$\begin{cases} a + b = 140 \\ b + c = 120 \\ c + a = 170 \end{cases}$$

Somando as três equações, temos: $a + b + b + c + c + a = 140 + 120 + 170 =$
 $= 2a + 2b + 2c = 430$, dividindo os membros da equação por 2, temos que:
 $a + b + c = 215$

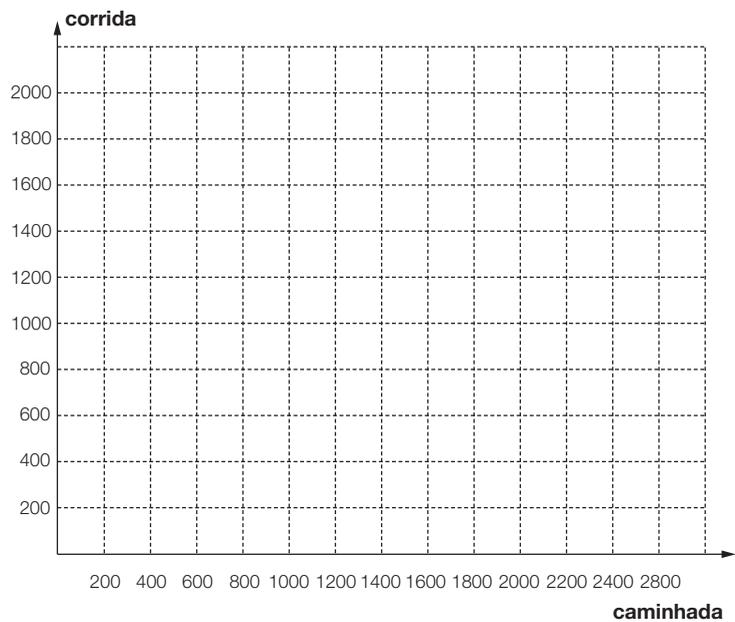
O valor pago pelos 3 produtos será de R\$215,00. Cabe ressaltar aos estudantes que não se deseja saber o valor de cada produto, mas dos 3 produtos juntos.

- 1.5** Em um estádio existem duas pistas de corrida com configuração circular e concêntrica, conforme a figura. Para melhor organização há uma placa que indica que o círculo interno é para a realização de corridas e o círculo externo para as caminhadas. Um atleta treina corrida, diariamente, nessas pistas e faz uso de um contador de passos. No sábado, seu treino foi de uma volta na pista de caminhada e três na pista de corrida, o marcador de passos marcou 2 600 passos. No domingo, o treino foi de duas voltas na pista de caminhada e duas na pista de corrida, totalizando 2 000 passos.



Fonte: Elaborada pelos autores.

- Separe os dados e escreva o sistema de equações.
- Represente as equações no plano cartesiano a seguir.



Fonte: Elaborada pelos autores.

c) Sabendo que um passo desse atleta mede 1,3 m, quanto mede a pista de corrida?

Proposta de resolução:

a) Utilizaremos **ca** (caminhada) e **co** (corrida). De acordo com os dados do problema, temos o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} (\text{Sábado}) ca + 3co = 2\,600 \\ (\text{Domingo}) 2ca + 2co = 2\,000 \end{cases}$$

b) Para representar as equações no plano cartesiano, temos que expressá-las como funções, ou seja, a quantidade de voltas realizadas na corrida (co), em função da quantidade de voltas realizadas na caminhada (ca), no caso apresentado, **ca** e **co**, são as variáveis dependentes e a quantidade de passos, a variável independente, então, o sistema apresentado poderá ser descrito da seguinte forma:

$$\begin{cases} 3co = -ca + 2600 \Rightarrow co = -\frac{ca}{3} + \frac{2\,600}{3} \Rightarrow co_1 = \frac{2\,600 - ca}{3} \\ 2co = -2ca + 2000 \Rightarrow co = -\frac{2ca}{2} + \frac{2\,000^{(+2)}}{2^{(+2)}} \Rightarrow co_2 = 1\,000 - ca \end{cases}$$

Utilizando as duas funções, apresentadas, representaremos as mesmas em um plano cartesiano.

Para representá-las, utilizaremos como base de cálculo alguns pontos notáveis (zeros das funções), conforme segue:

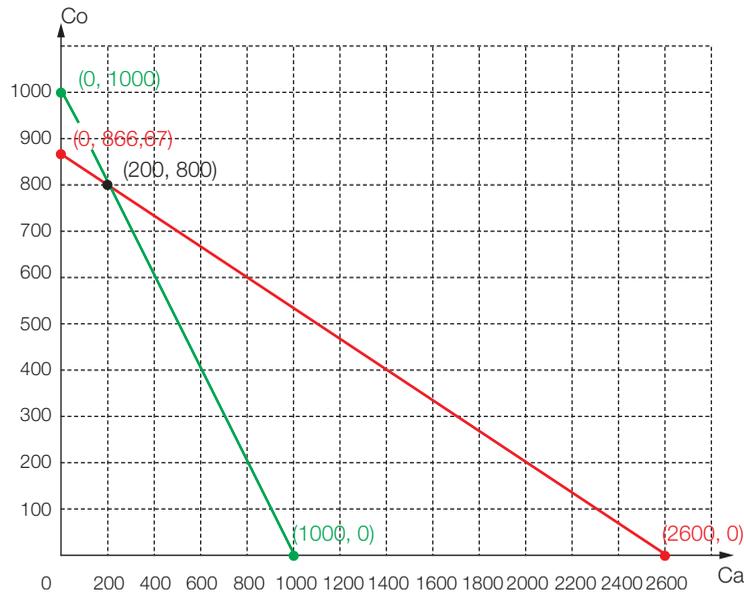
Na primeira função (co_1), temos que:

$$\begin{cases} ca = 0, \text{ temos que : } co_1 = \frac{2600 - 0}{3} = \frac{2600}{3} \cong 866,67 \therefore (0; 866,67) \\ co_1 = 0, \text{ temos que : } 0 = \frac{2\,600 - ca}{3} \Rightarrow 0 = 2\,600 - ca \Rightarrow ca = 2\,600 \therefore (2\,600, 0) \end{cases}$$

Na segunda função (co_2), temos que:

$$\text{Para } \begin{cases} ca = 0, \text{ temos que : } co_2 = 1\,000 - 0 \Rightarrow co_2 = 1\,000 \therefore (0, 1\,000) \\ co_2 = 0, \text{ temos que : } 0 = 1\,000 - ca \Rightarrow ca = 1\,000 \therefore (1\,000, 0) \end{cases}$$

Então a representação gráfica das funções consideradas na atividade será dada por:



Fonte: Elaborada pelos autores.

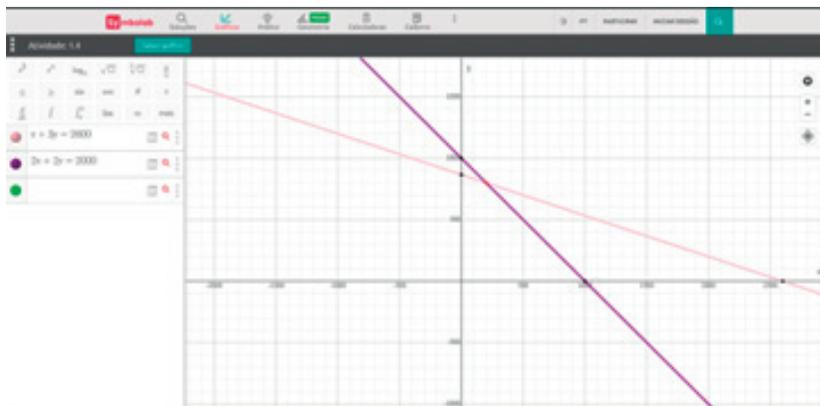
Para melhor desenvolvimento da atividade, sugerimos o uso do aplicativo "symbolab", cujos acessos são disponibilizados a seguir:

Disponível em: <https://cutt.ly/mClfeOP>. Acesso em: 20 abr. 2022.



A figura a seguir, retrata a tela principal do aplicativo.

Para a representação gráfica, realizamos uma pequena substituição nas variáveis, ou seja, substituímos "ca" por "x" e "co" por "y".



Fonte: Elaborada pelos autores.

- c) Verificando a representação gráfica da situação-problema, apresentada anteriormente no item “b”, constata-se que o ponto de intersecção das duas retas é $(200, 800)$, que é a solução do sistema de equações. Contudo, o mesmo valor pode ser encontrado, utilizando outros métodos como adição ou substituição, optando-se nesse caso pela resolução gráfica. Sendo assim, na pista de caminhada equivale 200 passos do atleta e a pista de corrida equivale a 800 passos. Como cada passo do atleta mede 1,3 m, temos: $800 \cdot 1,3 = 1\ 043$.

#Para saber mais...

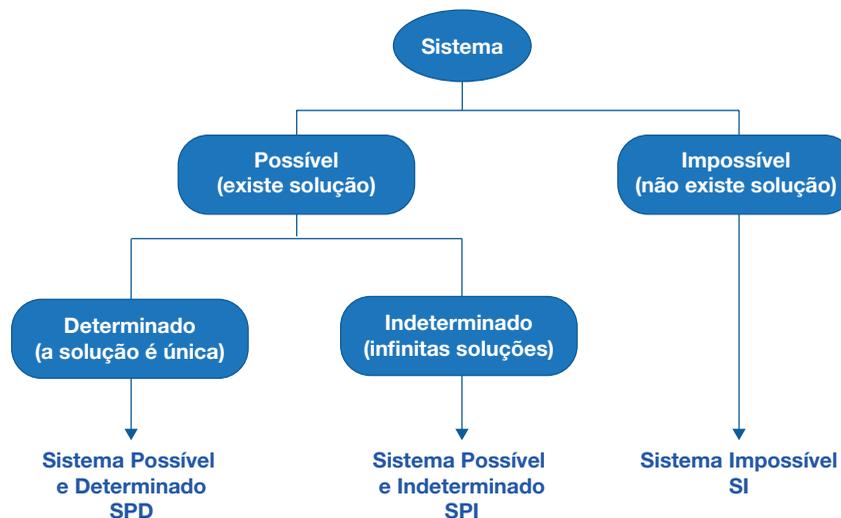
Classificação dos sistemas lineares

Professor, antes de avançarmos é importante aprofundar e sistematizar alguns conceitos sobre a classificação dos sistemas.

Você deve ter notado que os sistemas de equações lineares são utilizados para resolver equações que possuem mais de uma incógnita e, de acordo com o resultado obtido, eles podem ser classificados em três tipos de sistemas lineares, conforme segue:

- Quando há apenas uma solução, chamaremos de Sistema Possível e Determinado, ou SPD;
- Quando existem infinitas soluções, chamaremos de Sistema Possível e Indeterminado, ou SPI;
- Quando não possui solução nos números reais, chamaremos de Sistema Impossível, ou SI.

O esquema a seguir ilustra as três possibilidades de classificação de qualquer sistema linear $m \times n$.



Fonte: Elaborada pelos autores.

Veja a classificação de alguns sistemas que foram identificados nas atividades anteriores.

Para estimular a discussão, sugerimos que retome a discussão utilizando os sistemas de equações já apresentados acima e apresentem também o gráfico. Por exemplo:

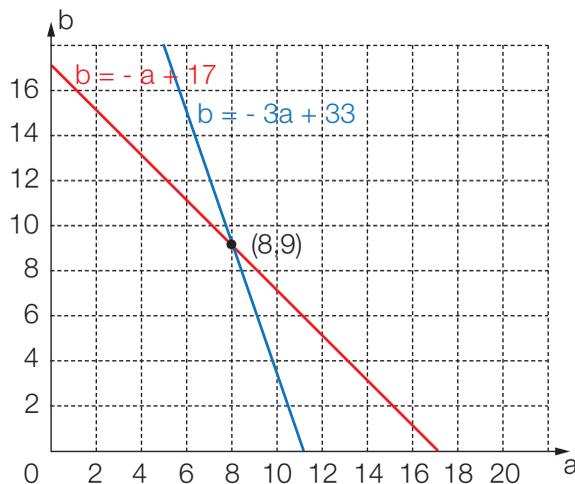
Sistema Possível e Determinado (SPD)

Quando o sistema é possível de ser resolvido e apresentar solução única.

$$\begin{cases} a + b = 17 \\ 3a + 1b = 33 \end{cases} \Rightarrow (8,9)$$

Há apenas uma resposta, então o sistema é SPD.

Observe o gráfico, o ponto de intersecção das retas (retas concorrentes) é a solução do sistema.



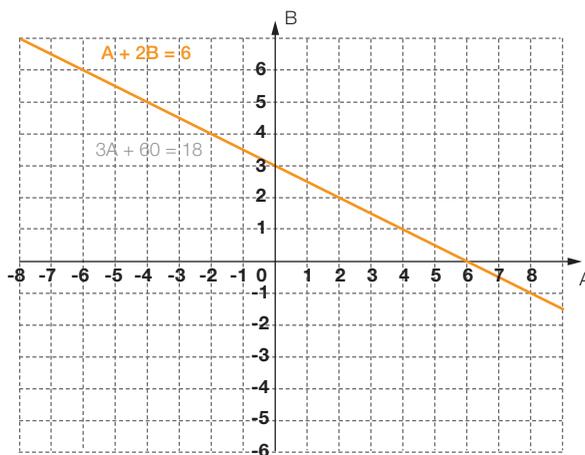
Fonte: Elaborada pelos autores.

Sistema Possível e Indeterminado (SPI)

Quando o sistema é possível de ser resolvido, porém apresenta infinitas soluções (Sistema possível e Indeterminado).

$$\begin{cases} 25a + 100b = 500 \\ a + 4b = 20 \end{cases}$$

As retas se sobrepõem (retas coincidentes), isto é, os pontos que pertencem a uma reta também pertencem a outra reta. Temos então infinitas soluções para o sistema de equações.



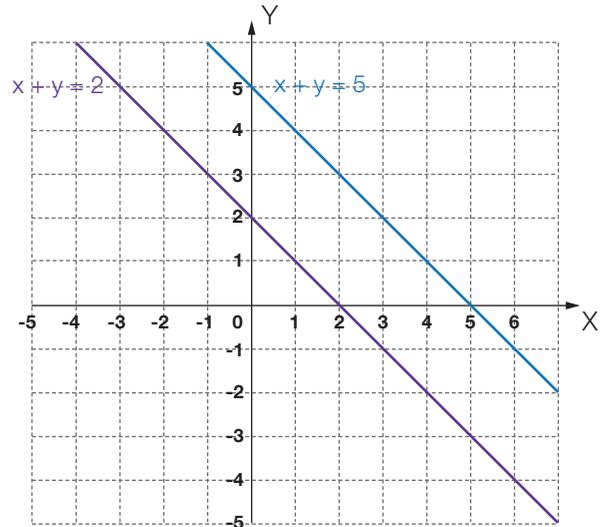
Fonte: Elaborada pelos autores.

Sistema Impossível (SI)

Quando o sistema é impossível de ser resolvido, isto é, não apresenta solução dentre os números reais. (Sistema Impossível).

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

As retas são paralelas. Não há intersecção entre elas, logo o sistema de equações não apresenta solução.



Fonte: Elaborada pelos autores.

Professor, este é o momento em que é possível retomar os procedimentos da resolução de sistemas lineares e provar que tal sistema não apresenta resolução.

MOMENTO 2 – APRIMORANDO CONHECIMENTOS

ATIVIDADE 2 – SISTEMAS LINEARES E ESCALONAMENTO

2.1 (ENEM – 2020 – Adaptado) Uma companhia de seguros levantou dados sobre os carros de determinada cidade e constatou que são roubados, em média, 150 carros por ano. O número de carros roubados da marca **X** é o dobro do número de carros roubados da marca **Y**, e as marcas **X** e **Y** juntas correspondem a cerca de 60% dos carros roubados. Encontre o número esperado de carros roubados da marca **Y**.

Dicas: No contexto da situação acima, somente os carros das marcas **X** e **Y** que estão em questão e esses correspondem a 60% dos 150 carros e também os da marca **X** corresponde ao dobro da marca **Y**.

Pelo visto, você deve ter pensado em montar um sistema de duas equações e duas incógnitas e como já foi visto, existem várias maneiras de resolver e normalmente nos identificamos com um método, porém, é bom analisarmos para tomar uma decisão. No caso, já temos o valor de **X**, então resolver por substituição torna-se mais simples, mas isso é com você.

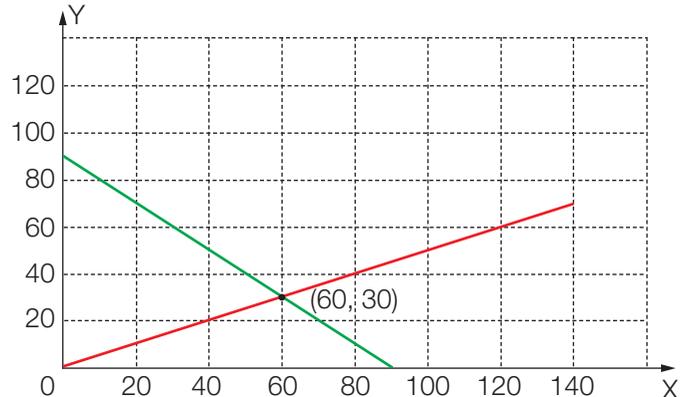
Proposta de resolução:

$$\frac{60}{100} \cdot 150 = 60 \cdot 1,5 = 90, \text{ então, temos que : } X + Y = 90 \text{ e } X = 2Y$$

$$\begin{cases} X + Y = 90 \text{ (I)} \\ X = 2Y \text{ (II)} \end{cases} \xrightarrow{\text{Substituindo (II) em (I)}} 2Y + Y = 90 \Rightarrow 3Y = 90 \Rightarrow Y = \frac{90}{3} \Rightarrow Y = 30$$

O número de carros roubados da marca Y, de acordo com a situação apresentada, é de 30 carros.

Professor é importante que o estudante relacione um sistema de equações do primeiro grau com intersecções de retas e saiba ler as informações que o gráfico traz.



Fonte: Elaborada pelos autores.

- 2.2** (ENEM – 2018 – Adaptado) Uma loja vende automóveis em N parcelas iguais sem juros. No momento de contratar o financiamento, caso o cliente queira aumentar o prazo, acrescentando mais 5 parcelas, o valor de cada uma das parcelas diminui R\$ 200,00 ou, se ele quiser diminuir o prazo, com 4 parcelas a menos, o valor de cada uma das parcelas aumenta R\$ 232,00. Considere ainda que, nas três possibilidades de pagamento, o valor do automóvel é o mesmo, todas sem juros e não é dado desconto em nenhuma das situações. Nessas condições qual a quantidade N de parcelas a serem pagas de acordo com a proposta da loja? Lembre-se que o valor do automóvel nas 3 condições sempre será igual ao número de parcelas vezes o valor da parcela.

Proposta de resolução:

Seja N o número de parcelas e x o valor da parcela, temos que:

Ao aumentar 5 parcelas temos o número de parcelas $N + 5$ e o valor da parcela diminui 200,00 então o valor da parcela passa a ser $x - 200$. Ao diminuir o número de parcelas em 4 temos $N - 4$ e o valor das parcelas aumenta em 232,00, então o valor da parcela passa a ser $x + 232$.

Desta forma, temos o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} (N+5) \cdot (x-200) = N \cdot x \\ (N-4) \cdot (x+232) = N \cdot x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cancel{N}x - 200N + 5x - 1000 = \cancel{N}x \\ \cancel{N}x + 232N - 4x - 928 = \cancel{N}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x - 200N = 1000 \quad (\div 5) \\ -4x + 232N = 928 \quad (\div 4) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 40N = 200 \\ x + 58N = 232 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 40N = 200 \\ x + 58N = 232 \\ \hline 18N = 432 \Rightarrow N = \frac{432}{18} = 24 \end{cases}$$

Então, o cliente pagará o automóvel em 24 parcelas.

- 2.3** (ENEM – 2021 – Adaptado) Uma pessoa pretende viajar por uma companhia aérea que despacha gratuitamente uma mala com até 10 kg. Em duas viagens que realizou, essa pessoa utilizou a mesma mala e conseguiu 10 kg com as seguintes combinações de itens:

Viagem	Camiseta	Calças	Sapatos
I	12	4	3
II	18	3	2

Para ter certeza de que sua bagagem terá massa de 10 kg, ela decide levar essa mala com duas calças, um sapato e o máximo de camisetas, admitindo que itens do mesmo tipo têm a mesma massa. Qual a quantidade máxima de camisetas que essa pessoa pode levar?

Dica: Para solucionar essa situação-problema você se deparará com um sistema de 3 equações e de 3 incógnitas onde o processo de escalonamento facilitará a solução.

Proposta de resolução:

Consideremos camisetas (K), calças (C), sapatos (S) e a quantidade de camisetas procuradas (x).

Então o sistema de equações, que retrata a situação, será dado por:

$$\begin{cases} 12K + 4C + 3S = 10 \\ 18K + 3C + 2S = 10 \\ xK + 2C + 1S = 10 \end{cases}$$

Preparando as equações para escalonamento temos:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 1S & 2C & xK & 10 & (L_1) \\ 2S & 3C & 18K & 10 & (L_2) \\ 3S & 4C & 12K & 10 & (L_3) \end{cases} \xrightarrow{2 \cdot L_1 - L_2} \begin{cases} 1S & 2C & xK & 10 & (L_1) \\ & 1C & (2x - 18)K & 10 & (L_2) \\ 3S & 4C & 12K & 10 & (L_3) \end{cases} \xrightarrow{3 \cdot L_1 - L_3} \\ & \rightarrow \begin{cases} 1S & 2C & xK & 10 & (L_1) \\ & 1C & (2x - 18)K & 10 & (L_2) \\ & 2C & (3x - 12)K & 20 & (L_3) \end{cases} \xrightarrow{2 \cdot L_2 - L_3} \begin{cases} 1S & 2C & xK & 10 & (L_1) \\ & 1C & (2x - 18)K & 10 & (L_2) \\ & & (x - 24)K & 0 & (L_3) \end{cases} \end{aligned}$$

Na linha 3, temos que: $(x - 24) \cdot K = 0$, como queremos determinar a quantidade de camisetas (K), o K não será igual a 0, então $x - 24 = 0$, logo $x = 24$ que é a quantidade de camisetas procurada.

Quer saber mais sobre o escalonamento de sistemas lineares? A seguir, detalharemos os procedimentos desse método de resolução de sistema de equações lineares.

Escalonamento de sistemas lineares

O escalonamento é um processo operatório utilizado para a resolução de sistemas de equações lineares, quando existe solução, por meio de algumas operações sucessivas.

Dado um sistema linear $m \times n$, podemos encontrar um sistema linear equivalente ao primeiro, que esteja escalonado, efetuando algumas operações entre as equações do sistema, para facilitar os cálculos, sem a utilização dos dois métodos de resolução de sistemas, ou seja, substituição ou adição. A seguir elencamos alguns procedimentos básicos que podem ser utilizados no escalonamento de um sistema.

- Podemos trocar a ordem das equações.

Por exemplo:
$$\begin{cases} 2x - 4y = 5 \\ 3x + 5y = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 5y = 6 \\ 2x - 4y = 5 \end{cases}$$

- Podemos multiplicar ambos os membros de uma equação por um número real diferente de zero.

Por exemplo: $5x + 4y = 7 \Rightarrow 15x + 12y = 21$ (os dois membros da equação foram multiplicados por 3).

- Podemos multiplicar ambos os membros de uma equação por um número real diferente de zero e adicionar a equação obtida, membro a membro com a outra equação.

Por exemplo:
$$\begin{cases} x - 2y = 7 & \text{Eq. 1} \\ 3x - 5y = 25 & \text{Eq. 2} \end{cases} \xrightarrow{(-3) \cdot \text{Eq. 1} + \text{Eq. 2}} \begin{cases} x - 2y = 7 \\ 0 + y = 4 \end{cases}$$

- Se, no processo de escalonamento, obtivermos uma equação com todos os coeficientes iguais a zero, e o termo independente diferente de zero, então essa equação será suficiente para afirmar que o sistema linear é impossível, isto é, o conjunto solução é $S = \emptyset$.

Exemplos:

Escalonar, resolver e classificar os sistemas de equações a seguir:

$$\begin{cases} a + 2b + 3c = 260 & \text{Eq.1} \\ 2a + b + c = 150 & \text{Eq.2} \\ 4a + 3b + c = 290 & \text{Eq.3} \end{cases}$$

Como o coeficiente de **a** na Equação 1 é igual a 1, podemos anular os coeficientes de **a** nas Equações 2 e 3, conforme segue:

$$\begin{cases} a + 2b + 3c = 260 & \text{Eq.1} \\ 2a + b + c = 150 & \text{Eq.2} \\ 4a + 3b + c = 290 & \text{Eq.3} \end{cases} \xrightarrow{(-2) \cdot \text{Eq.1} + \text{Eq.2}} \begin{cases} a + 2b + 3c = 260 & \text{Eq.1} \\ 0 - 3b - 5c = -370 & \text{Eq.2} \\ 4a + 3b + c = 290 & \text{Eq.3} \end{cases} \rightarrow$$

$$\xrightarrow{(-4) \cdot \text{Eq.1} + \text{Eq.3}} \begin{cases} a + 2b + 3c = 260 & \text{Eq.1} \\ 0 - 3b - 5c = -370 & \text{Eq.2} \\ 0 - 5b - 11c = -750 & \text{Eq.3} \end{cases} \begin{array}{l} \xrightarrow{(-5) \cdot \text{Eq.2}} \\ \xrightarrow{3 \cdot \text{Eq.3}} \end{array}$$

$$\rightarrow \begin{cases} a + 2b + 3c = 260 & \text{Eq.1} \\ 0 + 15b + 25c = 1850 & \text{Eq.2} \\ 0 - 15b - 33c = -2250 & \text{Eq.3} \end{cases} \xrightarrow{\text{Eq.2} + \text{Eq.3}} \begin{cases} a + 2b + 3c = 260 \\ 0 + 15b + 25c = 1850 \\ 0 + 0 - 8c = -400 \end{cases}$$

Assim, o último sistema linear escalonado é equivalente ao sistema linear apresentado inicialmente, e desta forma, podemos determinar os valores numéricos das incógnitas **a**, **b** e **c**, da seguinte maneira:

Da terceira equação do sistema escalonado, temos que: $-8c = -400 \Rightarrow c = \frac{-400}{-8} \Rightarrow c = 50$ (I).

Substituindo o resultado obtido em (I), na segunda equação do sistema, temos que:

$$15b + 25 \cdot 50 = 1850 \Rightarrow 15b + 1250 = 1850 \Rightarrow 15b = 600 \Rightarrow b = \frac{600}{15} \Rightarrow b = 40$$
 (II)

Substituindo os valores obtidos em (I) e (II), na primeira equação do sistema, temos que:

$$a + 2 \cdot 40 + 3 \cdot 50 = 260 \Rightarrow a + 80 + 150 = 260 \Rightarrow a + 230 = 260 \Rightarrow a = 30$$
 (III)

Então o conjunto solução do sistema linear será: $S = \{30, 40, 50\}$, portanto o sistema linear é classificado como: Sistema Possível e Determinado (SPD).

$$\begin{cases} 3x - y + z = 2 \\ x - 2y - z = 0 \\ 2x + y + 2z = 2 \end{cases}$$

Para iniciar o escalonamento do sistema, vamos trocar a posição da segunda equação do sistema com a primeira equação, assim temos que:

$$\begin{cases} x - 2y - z = 0 \text{ Eq.1} \\ 3x - y + z = 2 \text{ Eq.2} \\ 2x + y + 2z = 2 \text{ Eq.3} \end{cases} \xrightarrow{(-3) \cdot \text{Eq.1} + \text{Eq.2}} \begin{cases} x - 2y - z = 0 \text{ Eq.1} \\ 0 + 5y + 4z = 2 \text{ Eq.2} \\ 2x + y + 2z = 2 \text{ Eq.3} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(-2) \cdot \text{Eq.1} + \text{Eq.3}} \begin{cases} x - 2y - z = 0 \text{ Eq.1} \\ 0 + 5y + 4z = 2 \text{ Eq.2} \\ 0 + 5y + 4z = 2 \text{ Eq.3} \end{cases} \xrightarrow{\text{Eq.2} - \text{Eq.3}} \begin{cases} x - 2y - z = 0 \\ 0 + 5y + 4z = 2 \\ 0 + 0 = 0 \end{cases}$$

Assim, o último sistema linear escalonado é equivalente ao sistema linear apresentado inicialmente. Nesse sistema, podemos suprimir a terceira equação, pois, apesar de sempre ser verdadeira, não traz informações sobre os valores das incógnitas do sistema de equações. Assim, observa-se que o sistema é composto por duas equações e três incógnitas, e, portanto, classifica-se o sistema como Possível e Indeterminado (SPI).

Para estabelecer o conjunto solução do sistema, temos que considerar a existência de uma variável livre, no caso, será considerada como variável livre a incógnita z , que poderá ser qualquer número pertencente ao conjunto dos números reais.

Então: Seja $\alpha \in \mathbb{R}$ e $z = \alpha$, temos que:

$$5y + 4z = 2 \xrightarrow{z = \alpha} 5y + 4\alpha = 2 \Rightarrow 5y = 2 - 4\alpha \Rightarrow y = \frac{2 - 4\alpha}{5} \quad (I)$$

Substituindo o resultado obtido em (I), na primeira equação do sistema escalonado, tem-se que:

$$x - 2y - z = 0 \xrightarrow{z = \alpha \text{ e } y = \frac{2 - 4\alpha}{5}} x = 2 \cdot \left(\frac{2 - 4\alpha}{5} \right) + \alpha \Rightarrow x = \frac{4 - 8\alpha}{5} + \alpha \Rightarrow x = \frac{4 - 8\alpha + 5\alpha}{5} \Rightarrow x = \frac{4 - 3\alpha}{5}$$

$$\text{Assim, } S = \left\{ \left(\frac{4 - 3\alpha}{5}, \frac{2 - 4\alpha}{5}, \alpha \right); \text{ com } \alpha \in \mathbb{R} \right\}.$$

$$\begin{cases} x + 3y + 2z = 2 \\ 3x + 5y + 4z = 4 \\ 5x + 3y + 4z = -10 \end{cases}$$

Como o coeficiente de x na primeira equação é igual a 1, podemos anular os coeficientes de x nas outras equações, conforme segue:

$$\begin{cases} x + 3y + 2z = 2 \text{ Eq.1} \\ 3x + 5y + 4z = 4 \text{ Eq.2} \\ 5x + 3y + 4z = -10 \text{ Eq.3} \end{cases} \xrightarrow{3 \cdot \text{Eq.1} - \text{Eq.2}} \begin{cases} x + 3y + 2z = 2 \text{ Eq.1} \\ 0 + 4y + 2z = 2 \text{ Eq.2} \\ 5x + 3y + 4z = -10 \text{ Eq.3} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{5 \cdot \text{Eq.1} - \text{Eq.3}} \begin{cases} x + 3y + 2z = 2 \text{ Eq.1} \\ 0 + 4y + 2z = 2 \text{ Eq.2} \\ 0 + 12y + 6z = 20 \text{ Eq.3} \end{cases} \xrightarrow{3 \cdot \text{Eq.2} - \text{Eq.3}} \begin{cases} x + 3y + 2z = 2 \\ 0 + 4y + 2z = 2 \\ 0 + 0 + 0 = -14 \end{cases}$$

Verificando a terceira equação do sistema, pode-se verificar uma inconsistência: $0 + 0 + 0 = -14$, logo, o sistema não possui solução, então:

$S = \emptyset$, e classifica-se o sistema de equações como sistema impossível (SI).

Agora é com você!

2.4 Resolva os seguintes sistemas, por meio do escalonamento e classifique-os.

$$a) \begin{cases} x + y = 10 \\ x - y = 4 \\ 2x - 5y = -1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} -x + 3y - z = 1 \\ x + y + z = 7 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ x + y - 3z = 1 \\ 3x - 2z = 3 \end{cases}$$

Proposta de resolução:

$$a) \begin{cases} x + y = 10 \text{ Eq.1} \\ x - y = 4 \text{ Eq.2} \\ 2x - 5y = -1 \text{ Eq.3} \end{cases} \xrightarrow{\text{Eq.1} + \text{Eq.2}} \begin{cases} x + y = 10 \text{ Eq.1} \\ 2x + 0 = 14 \text{ Eq.2} \\ 2x - 5y = -1 \text{ Eq.3} \end{cases}$$

$$\text{Da Equação 2, temos que } 2x = 14 \Rightarrow x = \frac{14}{2} = 7$$

Substituindo o valor de x , na Equação 1, tem-se que: $x + y = 10 \Rightarrow 7 + y = 10 \Rightarrow y = 10 - 7 = 3$
Portanto: $S = \{(7, 10)\}$.

Sistema Possível e Determinado (SPD).

$$b) \begin{cases} -x + 3y - z = 1 \text{ Eq.1} \\ x + y + z = 7 \text{ Eq.2} \end{cases} \xrightarrow{\text{Eq.1} + \text{Eq.2}} \begin{cases} -x + 3y - z = 1 \text{ Eq.1} \\ 0 + 4y + 0 = 8 \text{ Eq.2} \end{cases}$$

Verifica-se que o sistema escalonado apresenta duas equações e três incógnitas, levando à conclusão de que existirá uma variável livre, no caso, a incógnita z .

Então vamos considerar que existirá um coeficiente α pertencente ao conjunto dos números reais, tal que: $z = \alpha$.

No sistema escalonado, temos que:

$$4y = 8 \Rightarrow y = \frac{8}{4} = 2$$

Considerando que: $z = \alpha$ e $y = 2$, vamos substituir tais valores na primeira equação.

$$-x + 3 \cdot 2 - \alpha = 1 \Rightarrow -x + 6 - \alpha = 1 \Rightarrow -x - \alpha = 1 - 6 \Rightarrow -x - \alpha = -5 \Rightarrow -x = -5 + \alpha \Rightarrow x = 5 - \alpha$$

$$S = \{(5 - \alpha, 2, \alpha), \alpha \in \mathbb{R}\}$$

Sistema Possível e Indeterminado (SPI).

$$c) \begin{cases} 2x - y + z = 3 \text{ Eq.1} \\ x + y - 3z = 1 \text{ Eq.2} \\ 3x - 2z = 3 \text{ Eq.3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y - 3z = 1 \text{ Eq.1} \\ 2x - y + z = 3 \text{ Eq.2} \\ 3x - 2z = 3 \text{ Eq.3} \end{cases} \xrightarrow{(-2) \cdot \text{Eq.1} + \text{Eq.2}} \begin{cases} x + y - 3z = 1 \text{ Eq.1} \\ 0 - 3y + 7z = 1 \text{ Eq.2} \\ 3x - 2z = 3 \text{ Eq.3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y - 3z = 1 \text{ Eq.1} \\ 0 - 3y + 7z = 1 \text{ Eq.2} \\ 3x - 2z = 3 \text{ Eq.3} \end{cases} \xrightarrow{(-3) \cdot \text{Eq.1} + \text{Eq.3}} \begin{cases} x + y - 3z = 1 \text{ Eq.1} \\ 0 - 3y + 7z = 1 \text{ Eq.2} \\ 0 - 3y + 7z = 0 \text{ Eq.3} \end{cases}$$

No sistema escalonado, pode-se verificar que existe uma inconsistência nos resultados das equações 2 e 3, pois, trata-se da mesma equação, porém com resultados distintos, portanto o sistema é impossível.

$$S = \emptyset$$

Sistema Impossível (SI).

2.5 Quais são as soluções dos sistemas de equações indicados a seguir:

$$a) \begin{cases} 2x^2 - 3y^2 = 6 \\ x^2 - y^2 = 1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x^2 - 3y^2 = 7 \\ x^2 - 2y^2 = 1 \end{cases}$$

Proposta de resolução:

a) Professor é importante que o estudante tenha autonomia na escolha do método que irá escolher para resolver.

$$\begin{cases} 2x^2 - 3y^2 = 6 & (L_1) \\ x^2 - y^2 = 1 & (L_2) \end{cases} \xrightarrow{L_1 - 2L_2} \begin{cases} 2x^2 - 3y^2 = 6 & (\text{Eq.1}) \\ -y^2 = 4 & (\text{Eq.2}) \end{cases}$$

Da equação 2, temos que: $-y^2 = 4 \Rightarrow y^2 = -4 \Rightarrow y = \sqrt{-4}$

Professor, esse é o momento de comentar com os estudantes a existência do conjunto dos números complexos, representados na forma algébrica por $z = \mathbf{a} + \mathbf{b}i$, sendo \mathbf{a} a parte real e \mathbf{b} a parte imaginária. Os elementos desse conjunto formam um conjunto que engloba, por exemplo, as raízes quadradas de números negativos.

Esse resultado indica que não existe uma solução que compreende o conjunto dos números reais, para esse caso o sistema seria considerado como impossível, porém podemos considerar que existem raízes complexas, ao considerar esse fato, pode-se dizer que ele é possível e determinado, tomando-se como base as raízes complexas.

Considerando o resultado obtido e substituindo na primeira equação do sistema, temos:

$$\begin{aligned} 2x^2 - 3y^2 = 6 & \xrightarrow{y^2 = -4} 2x^2 - 3 \cdot (-4) = 6 \Rightarrow 2x^2 + 12 = 6 \Rightarrow 2x^2 = 6 - 12 \Rightarrow 2x^2 = -6 \Rightarrow \\ \Rightarrow x^2 = \frac{-6}{2} & \Rightarrow x^2 = -3 \Rightarrow x = \sqrt{-3} \end{aligned}$$

Considerando os resultados de x e y , e a existência da unidade imaginária i , podemos reescrever tais valores da seguinte maneira:

Sabendo-se que, $i^2 = -1$ temos que:

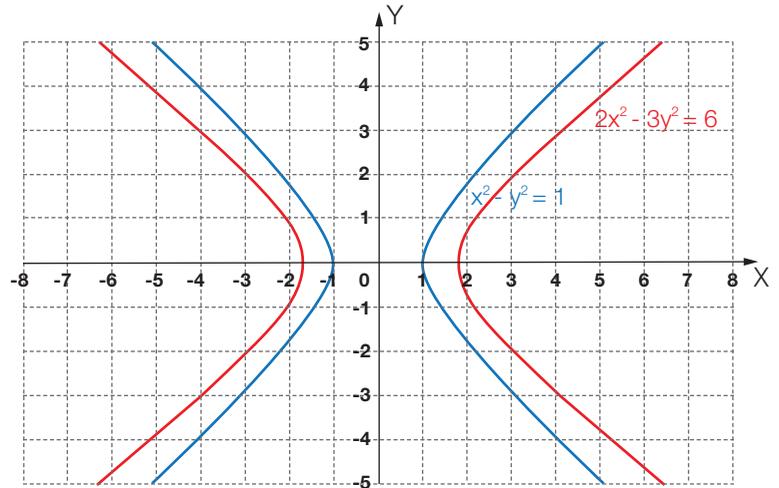
$$x = \sqrt{-3} = \sqrt{3 \cdot (-1)} = \sqrt{3 \cdot i^2} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{i^2} = -(\sqrt{3} \cdot i)$$

$$y = \sqrt{-4} = \sqrt{4 \cdot (-1)} = \sqrt{4 \cdot i^2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{i^2} = -(2 \cdot i)$$

Portanto, o conjunto solução do sistema de equações apresentado será dado por:

$$S = \left\{ \left(\sqrt{3}i, -\sqrt{3}i, 2i, -2i \right) \right\}$$

O gráfico a seguir, considerando o conjunto dos números reais, poderá ser representado da seguinte maneira:



Fonte: Elaborada pelos autores.

$$b) \begin{cases} 2x^2 - 3y^2 = 7 & (L_1) \\ x^2 - 2y^2 = 1 & (L_2) \end{cases} \xrightarrow{-2L_2+L_1} \begin{cases} 0 + y^2 = 5 & (L_1) \\ x^2 - 2y^2 = 1 & (L_2) \end{cases}$$

Considerando o resultado da primeira linha do sistema escalonado, temos que:

$$y^2 = 5 \Rightarrow y = -\sqrt{5} \quad (I)$$

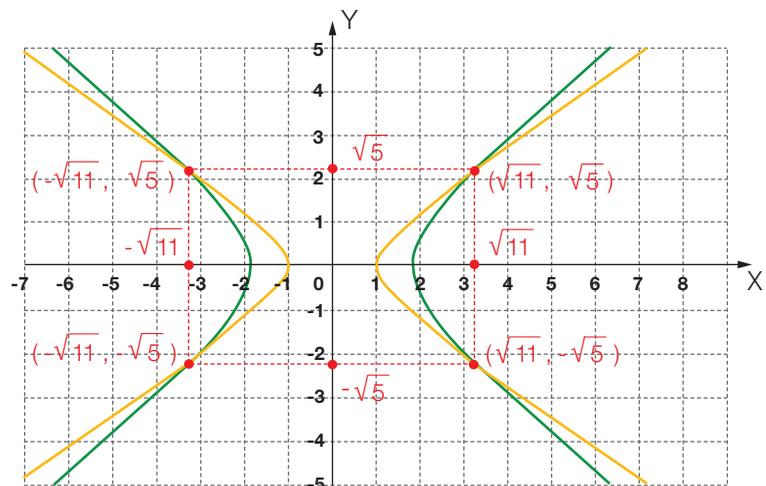
Substituindo o resultado obtido em (I), na segunda linha do sistema escalonado, temos que:

$$x^2 - 2 \cdot 5 = 1 \Rightarrow x^2 - 10 = 1 \Rightarrow x^2 = 1 + 10 \Rightarrow x^2 = 11 \Rightarrow x = -\sqrt{11}$$

Desta forma, concluímos que o sistema é possível e determinado, e o conjunto solução do sistema

$$\text{será dado por: } S = \{(\sqrt{11}, -\sqrt{11}, \sqrt{5}, -\sqrt{5})\}$$

O gráfico, a seguir, ilustra as coordenadas das intersecções das equações que compõem o sistema e os pontos do plano cartesiano, que satisfazem os valores indicados no conjunto solução.



Fonte: Elaborada pelos autores.

Representação gráfica de um sistema linear de 3 equações e 3 incógnitas, utilizando um software de geometria dinâmica

Em um sistema de equações 3×3 , cada equação representa um plano no espaço. Assim, para representar graficamente sistemas lineares 3×3 , precisaremos de um suporte de um software de geometria dinâmica, nesse caso, sugerimos a utilização do software *GeoGebra*. Para a construção dos planos referente aos sistemas de equações, precisamos utilizar outra versão, que nos mostre os eixos x , y e z no espaço.

Para tal, utilizaremos duas janelas do *GeoGebra*, as janelas: 3D e CAS, do *GeoGebra*.

A seguir, disponibilizamos um tutorial detalhando a representação de sistemas lineares 3×3 , para tal acesse o *link*, ou realize a leitura do *QRCODE*, para acessar o material.

Disponível em: <https://cutt.ly/MClfae3>. Acesso em: 10 mai. 2022.



Caso exista algum impedimento na utilização do aplicativo, apresentamos a seguir as representações gráficas dos sistemas lineares descritos na atividade, conforme *link* e *QRCODE* a seguir.

Disponível em: <https://cutt.ly/TCIfkLu>. Acesso em: 10 mai. 2022.



MOMENTO 3 – APROFUNDANDO CONHECIMENTOS

ATIVIDADE 3 – CONTEXTUALIZANDO A RESOLUÇÃO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES

3.1 Até esse momento você deve ter assimilado os procedimentos de resolução de sistemas lineares, então a tarefa a seguir será a de escrever três sistemas lineares, 2×2 ou 3×3 , sendo eles SPD, SPI e SI (não necessariamente nessa ordem). Em seguida, peça a um colega que resolva e classifique cada um dos sistemas. Represente-os graficamente, com ou sem o apoio de tecnologias digitais.

Professor, nessa atividade sugere-se que os estudantes elaborem os sistemas e troquem com seus colegas, em seguida faça a socialização das respostas na lousa.

3.2 A vitamina D é um pró-hormônio que, associado ao paratormônio (PTH), atua como importante regulador do metabolismo ósseo. A principal fonte de produção da vitamina D, além de alguns alimentos, se dá por meio da exposição solar, pois os raios ultravioletas do tipo B (UVB) são capazes de ativar a síntese dessa substância. “Segundo a Sociedade Brasileira de Endocrinologia e Metabologia (SBEM, 2014), a vitamina D tem como papel fundamental a manutenção da massa óssea, porém, alguns estudos têm sugerido que ela pode influenciar também o sistema

imunológico. Observe, na tabela abaixo, a quantidade de vitamina D ingerida em um determinado dia, por meio de alimentos, por dois pacientes com descalcificação óssea.

Paciente	Iogurte (100g a porção)	Gema de ovo (unidade)	Vitamina D (1µg =40UI)
Fernanda	2	1	205 UI
Carlos	3	4	370 UI

Fonte: Elaborada pelos autores.

- Escreva um sistema linear que expresse a situação apresentada, em que as incógnitas indiquem a quantidade de vitamina D, em UI, em cada porção desses alimentos.
- Determine a quantidade de Vitamina D por porção de cada alimento indicado.

Proposta de resolução:

Considerando: I a porção de 100g de iogurte consumidos e G a quantidade de gemas de ovos consumidos durante a dieta.

$$a) \begin{cases} 2I + G = 205 \\ 3I + 4G = 370 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2I + G = 205 \\ 3I + 4G = 370 \end{cases} \xrightarrow{(-4) \cdot \text{Eq.1}} \begin{cases} -8I - 4G = -820 \\ 3I + 4G = 370 \end{cases} \xrightarrow{\text{Eq.1} + \text{Eq.2}} \begin{cases} -8I - 4G = -820 \\ -5I = -450 \end{cases}$$

Da segunda equação temos que:

$$-5I = -450 \Rightarrow I = \frac{-450}{-5} \Rightarrow I = 90 \text{ UI}$$

Substituindo o resultado obtido em $-8I - 4G = -820$, temos que:

$$\begin{aligned} -8 \cdot 90 - 4G &= -820 \Rightarrow -720 - 4G = -820 \Rightarrow -4G = -820 + 720 \Rightarrow -4G = -100 \Rightarrow \\ \Rightarrow G &= \frac{-100}{-4} \Rightarrow G = 25 \text{ UI} \end{aligned}$$

- 3.3** Quatro cidades de uma determinada região levaram suas equipes para participarem de um campeonato com várias modalidades esportivas. Em cada modalidade o 1º, o 2º e o 3º lugar receberam medalhas de ouro, prata e bronze, respectivamente. No quadro a seguir, temos a quantidade de medalhas em ouro, prata e bronze, que cada cidade “levou para casa”, bem como sua pontuação final do campeonato, que corresponde à quantidade de cada tipo de medalha pela pontuação que a ela foi atribuída.

Cidades	Medalhas			Pontuação final
	Ouro	Prata	Bronze	
A	4	2	2	46
B	5	3	1	57
C	4	3	3	53
D	3	3	7	53

Fonte: Elaborada pelos autores.

Encontre a pontuação atribuída aos três tipos de medalhas.

Professor, o sistema é formado por quatro equações e três incógnitas. Dessa forma, sugerimos que você chame a atenção do estudante para uma maior reflexão.

Proposta de resolução:

Considerando “x”: a quantidade de pontos de uma medalha de ouro, “y”: quantidade de pontos de uma medalha de prata e “z”: quantidade de pontos de uma medalha de bronze, é preciso estruturar o sistema a partir dos dados da tabela.

Dessa forma, temos:

$$\begin{cases} 4x + 2y + 2z = 46 \\ 5x + 3y + z = 57 \\ 4x + 3y + 3z = 53 \\ 3x + 3y + 7z = 53 \end{cases}$$

Utilizando o método do escalonamento, temos que:

$$\begin{cases} 4x + 2y + 2z = 46 & L_1 \\ 5x + 3y + z = 57 & L_2 \\ 4x + 3y + 3z = 53 & L_3 \\ 3x + 3y + 7z = 53 & L_4 \end{cases} \quad \begin{array}{l} (-5) \cdot L_1 + 4 \cdot L_2 = \\ -L_1 + L_3 = \\ (-3) \cdot L_1 + L_4 = \end{array}$$

$$\begin{cases} 4x + 2y + 2z = 46 & L_1 \\ 0x + 2y - 6z = -2 & L_2 \\ 0x + 1y + 1z = 7 & L_3 \\ 0x + 6y + 22z = 74 & L_4 \end{cases} \quad \begin{array}{l} -L_2 + 2 \cdot L_3 = \\ (-3) \cdot L_2 + L_4 = \end{array}$$

$$\begin{cases} 4x + 2y + 2z = 46 & L_1 \\ 0x + 2y - 6z = -2 & L_2 \\ 0x + 1y + 1z = 7 & L_3 \\ 0x + 6y + 22z = 74 & L_4 \end{cases} \quad \begin{array}{l} -L_2 + 2 \cdot L_3 = \\ (-3) \cdot L_2 + L_4 = \end{array}$$

$$\begin{cases} 4x + 2y + 2z = 46 & L_1 \\ 0x + 2y - 6z = -2 & L_2 \\ 0x + 0y + 8z = 16 & L_3 \\ 0x + 0y + 40z = 80 & L_4 \end{cases}$$

Considerando a equação contida na linha 3, tem-se que:

$$8z = 16 \Rightarrow z = \frac{16}{8} = 2$$

Considerando a equação contida na linha 4, tem-se que:

$$40z = 80 \Rightarrow z = \frac{80}{40} = 2$$

Substituindo o valor numérico da incógnita z, na equação contida na linha 2, tem-se que:

$$2y - 6z = -2 \xrightarrow{z=2} 2y - 6 \cdot 2 = -2 \Rightarrow 2y - 12 = -2 \Rightarrow 2y = -2 + 12 \Rightarrow 2y = 10 \Rightarrow y = \frac{10}{2} \Rightarrow y = 5$$

Substituindo os valores numéricos das incógnitas y e z, na equação contida na linha 1 do sistema linear, temos que:

$$\begin{aligned} 4x + 2y + 2z &= 46 \xrightarrow{y=5 \text{ e } z=2} 4x + 2 \cdot 5 + 2 \cdot 2 = 46 \Rightarrow 4x + 10 + 4 = 46 \Rightarrow \\ \Rightarrow 4x + 14 &= 46 \Rightarrow 4x = 46 - 14 \Rightarrow 4x = 32 \Rightarrow x = \frac{32}{4} \Rightarrow x = 8 \end{aligned}$$

Portanto, a medalha de ouro (x) tem pontuação 8, a medalha de prata (y) tem pontuação 5 e a medalha de bronze (z) tem pontuação 2.

3.4 Sequência de atividades sobre sistemas lineares.

- a) (OBMEP – 2019 – adaptado) Em uma lanchonete, um pão de queijo, dois cachorros-quentes e um suco de laranja custam juntos R\$31,00; já três pães de queijo, três cachorros-quentes e dois sucos de laranja custam juntos R\$59,00. Qual é a diferença entre os preços de um cachorro-quente e de um pão de queijo?

Proposta de resolução:

Organizando as informações, chamamos de q : pão de queijo, c : cachorro-quente e l : suco de laranja, e obtemos o sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} q + 2c + l = 31 & L_1 \\ 3q + 3c + 2l = 59 & L_2 \end{cases}$$

Como é solicitada a diferença entre os preços de um cachorro-quente (c) e pão de queijo (q), vamos utilizar o método do escalonamento para tentar “zerar” a coluna referente às incógnitas do suco de laranja, então temos que:

$$\begin{cases} q + 2c + l = 31 & L_1 \\ 3q + 3c + 2l = 59 & L_2 \end{cases} \quad (-2) \cdot L_1 + L_2 =$$

$$\begin{cases} q + 2c + l = 31 & L_1 \\ q - c + 0 = -3 & L_2 \end{cases}$$

Na segunda linha do sistema de equações temos que: $q - c = -3$, como é solicitado a diferença entre os preços do cachorro-quente e pão de queijo, temos que multiplicar ambos os termos da equação por (-1) , então:

$$(q - c) \cdot (-1) = -3 \cdot (-1) \Rightarrow -q + c = 3 \Rightarrow c - q = 3$$

- b) Otávio, Inês e Ilana foram à lanchonete e compraram um pão de queijo, um cachorro-quente e um suco de laranja cada um e gastaram, juntos, 66 reais. Com essa informação, descubra o valor de cada um dos itens que comeram.

Proposta de resolução:

Organizando os dados em um sistema linear, e considerando os dados da atividade anterior, temos que:

$$\begin{cases} q + 2c + l = 31 \\ 3q + 3c + 2l = 59 \\ 3q + 3c + 3l = 66 \end{cases}$$

$$\begin{cases} q + 2c + l = 31 & L_1 \\ 3q + 3c + 2l = 59 & L_2 \\ 3q + 3c + 3l = 66 & L_3 \end{cases} \quad \begin{matrix} (-3) \cdot L_1 + L_2 = \\ (-3) \cdot L_1 + L_3 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} q + 2c + l = 31 & L_1 \\ 0 + 3c - l = 34 & L_2 \\ 0 - 3c + 0 = 27 & L_3 \end{cases}$$

Considerando a terceira linha do sistema de equações tem-se que:

$$-3c = -27 \Rightarrow c = \frac{-27}{-3} \Rightarrow c = 9$$

Substituindo o resultado obtido na equação linear da terceira linha, tem-se que:

$$\begin{aligned} -3c - l &= -34 \xrightarrow{c=9} -3 \cdot 9 - l = -34 \Rightarrow -27 - l = -34 \Rightarrow -l = -34 + 27 \Rightarrow \\ \Rightarrow -l &= -7 \Rightarrow -l \cdot (-1) = -7 \cdot (-1) \Rightarrow l = 7 \end{aligned}$$

Substituindo os valores numéricos de c e l , na equação linear da 1ª linha temos que:

$$q + 2c + l = 31 \xrightarrow{c=9, l=7} q + 2 \cdot 9 + 7 = 31 \Rightarrow q + 18 + 7 = 31 \Rightarrow q + 25 = 31 \Rightarrow q = 31 - 25 \Rightarrow q = 6$$

Resposta: O preço do pão de queijo é R\$ 6,00, do cachorro-quente R\$ 9,00 e do suco de laranja R\$ 7,00.

- c) Os valores encontrados anteriormente correspondem ao preço cobrado hoje por estes itens: pão de queijo, cachorro-quente e suco de laranja? Com esses novos valores, reescreva o sistema utilizado no item b, atualizando o valor total de cada equação.

Professor, este item é para que os estudantes atualizem os valores de modo que fique mais próximo da sua realidade. Algumas considerações são importantes: tamanho do pão de queijo, capacidade do copo de suco de laranja e os acompanhamentos do cachorro-quente. No nosso caso, utilizamos um copo de suco de laranja de 500ml, um pão de queijo grande e um cachorro-quente com três acompanhamentos.

Discussão de um sistema de equações lineares

Professor, nas atividades a seguir vamos considerar a “discussão” de um sistema que apresenta equações de reta(s) paramétrica(s). Em outras palavras, vamos classificar o sistema (determinado, indeterminado ou impossível), de acordo com o valor dos parâmetros introduzidos nas equações.

Consideremos como exemplo de discussão de um sistema linear a situação-problema seguinte, apresentada originalmente no vestibular da UNICAMP:

- 3.5** (Unicamp) Encontre o valor de a para que o sistema abaixo seja possível. Para o valor encontrado de a , ache a solução geral do sistema, isto é, ache as expressões que representem todas as soluções do sistema. Explique duas dessas soluções.

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = a \\ x + 2y - z = 3 \\ 7x + 4y + 3z = 13 \end{cases}$$

Proposta de resolução:

Como o coeficiente da incógnita x da segunda equação do sistema é igual a 1, mudaremos a posição da segunda equação com a primeira, desta forma, temos o sistema equivalente:

$$\begin{cases} x + 2y - z = 3 & \text{Eq.1} \\ 2x - y + 3z = a & \text{Eq.2} = (-2) \cdot \text{Eq.1} + \text{Eq.2} = \\ 7x + 4y + 3z = 13 & \text{Eq.3} = (-7) \cdot \text{Eq.1} + \text{Eq.3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y - z = 3 & \text{Eq.1} \\ 0 - 5y + 5z = -6 + a & \text{Eq.2} \\ 0 + 0 + 0 = 4 - 2a & \text{Eq.3} \end{cases}$$

O último sistema de equações é equivalente ao primeiro e pelas características podemos concluir que se trata de um Sistema Possível e Indeterminado (SPI), pois verifica-se que existem no sistema, 3 equações e quatro incógnitas; x , y , z e a .

Assim, ao considerar, na terceira equação, $a = 2$, a igualdade se reduziria a $0 = 0$, que é verdade sempre, porém se considerarmos $a \neq 2$, o sistema será impossível.

Para obter a solução geral do sistema, considere $a = 2$ e $z = k$, com $k \in \mathbb{R}$, e escreva as respostas em função de k , de acordo com o seguinte procedimento:

$$\begin{aligned} \text{Eq.1: } x + 2y - z = 3 &\xrightarrow{y = \frac{4+5k}{5}, z = k} x + 2 \cdot \left(\frac{4+5k}{5}\right) - k = 3 \Rightarrow x + \frac{8+10k}{5} - k = 3 \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{5x + 8 + 10k - 5k}{5} = \frac{15}{5} &\Rightarrow 5x + 8 + 10k - 5k = 15 \Rightarrow 5x + 8 + 5k = 15 \Rightarrow 5x = 15 - 8 - 5k \Rightarrow \\ \Rightarrow 5x = 7 - 5k &\Rightarrow x = \frac{7 - 5k}{5} \end{aligned}$$

Assim o conjunto solução do sistema de equações lineares dado, será:

$$S = \left\{ \left(\frac{7 - 5k}{5}, \frac{4 + 5k}{5}, k \right), k \in \mathbb{R} \right\}$$

Atribuindo valores a k podemos obter algumas das soluções, como:

- Para $k = 1$, $\left\{ \left(\frac{2}{5}, \frac{9}{5}, 1 \right) \right\}$
- Para $k = 2$, $\left\{ \left(-\frac{3}{5}, \frac{14}{5}, 2 \right) \right\}$

3.6 Classifique os sistemas lineares seguintes em determinado, indeterminado ou impossível em função do parâmetro m .

$$\text{a) } \begin{cases} mx + 2y = m - 1 \\ 2x + 4y = 3m \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 3x - 2y + mz = 0 \\ x + y + z = 0 \\ 2x - y - z = 0 \end{cases}$$

Proposta de resolução:

$$\begin{aligned} &\begin{cases} mx + 2y = m - 1 \text{ Eq.1} \\ 2x + 4y = 3m \text{ Eq.2} = (-2) \cdot \text{Eq.1} + \text{Eq.2} \end{cases} = \\ \text{a) } &\begin{cases} mx + 2y = m - 1 \text{ Eq.1} \\ -2mx + 2x + 0 = (-2) \cdot (m - 1) + 3m \text{ Eq.2} \end{cases} = \\ &\begin{cases} mx + 2y = m - 1 \text{ Eq.1} \\ (-2m + 2)x + 0 = m + 2 \text{ Eq.2} \end{cases} \end{aligned}$$

Da segunda equação do sistema de equações lineares, temos que:

$$(-2m + 2)x = m + 2 \Rightarrow x = \frac{m + 2}{-2m + 2}$$

Se $-2m + 2 \neq 0$, ou seja, $m \neq 1$, o sistema é possível e determinado.
Se $-2m + 2 = 0$, ou seja, $m = 1$, o sistema é impossível.

b) No sistema de equações lineares, dado inicialmente, vamos inverter a posição da segunda equação com a da primeira equação, então, temos que:

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \text{ Eq.1} \\ 3x - 2y + mz = 0 \text{ Eq.2} \\ 2x - y - z = 0 \text{ Eq.3} \end{cases} \begin{array}{l} \\ = (-3) \cdot \text{Eq.1} + \text{Eq.2} \\ = (-2) \cdot \text{Eq.1} + \text{Eq.3} \end{array}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 0 - 5y + (-3 + m)z = 0 \\ 0 - 3y - z = 0 \end{cases} \begin{array}{l} \\ \\ 5 \cdot \text{Eq.3} \end{array} \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 0 - 5y + (-3 + m)z = 0 \\ 0 - 15y - 15z = 0 \end{cases} =$$

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \text{ Eq.1} \\ 0 - 5y + (-3 + m)z = 0 \text{ Eq.2} \\ 0 - 15y - 15z = 0 \text{ Eq.3} \end{cases} = (-3) \cdot \text{Eq.2} + \text{Eq.3}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \text{ Eq.1} \\ 0 - 5y + (-3 + m)z = 0 \text{ Eq.2} \\ 0 \quad 0 \quad (-3m - 6)z = 0 \text{ Eq.3} \end{cases}$$

Da terceira equação do sistema linear obtido, temos que:

$$(-3m - 6)z = 0 \Rightarrow z = \frac{0}{-3m - 6}$$

Se $-3m - 6 \neq 0 \Rightarrow m \neq \frac{-6}{-3} \Rightarrow m \neq 2$, o sistema é possível e determinado, com $x = 0$, $y = 0$ e $z = 0$.

Se $-3m - 6 = 0 \Rightarrow m = \frac{6}{-3} \Rightarrow m = -2$, o sistema é possível e indeterminado

MOMENTO 4 – VERIFICANDO O QUE VOCÊ APRENDEU

ATIVIDADE 4 – AGORA É SUA VEZ...

- 4.1** Agora que você já se apropriou dos métodos de resolução dos Sistemas Lineares, chegou o momento de aplicá-los, elaborando problemas. Para isso, convidamos você a assistir o vídeo abaixo, depois de assistir, crie uma situação-problema, inspirada na história, nela deverá estar expressa em um sistema linear 3x3. Após a elaboração você deverá trocar com um colega para que o mesmo a resolva.

Disponível em: <https://cutt.ly/MC1fbgl>. Acesso em: 13 mai. 2022.



Professor(a), nessa atividade sugere-se que após a elaboração e resolução, alguns estudantes possam compartilhar o método utilizado com os colegas.

4.2 Na tabela a seguir estão expressas as quantidades de porções de alimentos e calorias consumidos por três pessoas em um determinado dia. A partir dos dados apresentados, elabore uma situação-problema, utilizando sistemas lineares e em seguida troque com um colega para que ele resolva.

Tabela de calorias				
	Pão francês (100 g)	Almôndegas de carne (100 g)	Biscoito de maisena (100 g)	Calorias (Kcal)
Fernanda	1	1	1	1015
Claudio	2	3	4	2302
Luiz	2	2	3	2773

Fonte: <https://cutt.ly/aCIZW0Z>. Acesso em: 13 mai. 2022

Professor(a), nessa atividade é importante que os estudantes interpretem a tabela e relacionando-a com as atividades anteriores, elabore uma situação problema. Observe que as unidades de medidas apresentadas são diferentes de um alimento para o outro, considere essa informação para orientar os estudantes, além disso, faça perguntas que estimulem o raciocínio, como por exemplo: qual a quantidade de calorias por porção de pão, almôndegas e biscoito de maisena consumida por Fernanda? Sugerimos que sejam socializadas as situações problemas elaboradas pelos estudantes.

#Saiba mais...

Para finalizar esse assunto disponibilizamos a seguir um problema para que você possa verificar seu aprendizado, resolva-o individualmente e discuta com seus colegas a resolução, se por acaso ainda tiver dúvidas, converse com seu professor.

4.3 Alguns estudantes da 2ª Série EM da escola Pensar e Aprender estão participando da eletiva “Empreender é doce”, planejada a partir do Projeto de vida destes estudantes, que se interessam por confeitaria, gostam de fazer docinhos, bolos e pretendem aprender mais sobre o assunto. Como está próximo o período da Páscoa, resolveram fabricar ovos de chocolate. Para planejar seus investimentos e lucros, eles elaboraram as seguintes planilhas com as quantidades necessárias e o custo de material para os 3 tipos de ovos.

Quantidade de material necessário para a fabricação de uma unidade de cada tipo de ovo			
Itens	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3
Chocolate (gramas)	120	240	60
Açúcar (gramas)	100	120	50
Recheio (gramas)	160	180	100

Fonte: Elaborada pelos autores.

Custo total de fabricação de cada tipo de ovo (R\$)	
Tipo 1 (em Kg)	7,60
Tipo 2 (em Kg)	10,68
Tipo 3 (em Kg)	4,40

Fonte: Elaborada pelos autores.

- Qual o preço de cada tipo de material?
- Para embalar os ovos de chocolate, os estudantes irão utilizar folhas metalizadas no valor de R\$ 2,40 a unidade. A tabela a seguir mostra a quantidade de folhas a ser utilizada para embalar cada tipo de ovo de chocolate.

	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3
Embalagem (folhas)	1,0	1,5	0,5

Fonte: Elaborada pelos autores.

- c) De acordo com o enunciado, os estudantes pretendem com o trabalho obter porcentagem de lucro sobre o preço de custo expresso na tabela a seguir.

Margem de lucro por tipo produzido			
Tipo de chocolate	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3
Margem de lucro (%)	60	80	100

Fonte: Elaborada pelos autores.

- Calcule qual é o valor total das vendas que eles esperam conseguir com 200 unidades de cada tipo de chocolate.
- d) Qual o lucro previsto com a venda das 200 unidades?

Proposta de resolução:

Professor, nesta atividade e comente com os estudantes, da relação entre as unidades de medidas de cada alimento e o valor correspondente.

- a) *Resolução: Representamos o preço de cada tipo de material por:*

x: preço em kg de chocolate

y: preço em kg de açúcar

z: preço em kg de recheio

Como 1g = 0,001 kg, faremos a transformações das unidades de medida para kg.

$$\begin{cases} 0,120x + 0,100y + 0,160z = 7,60 \\ 0,240x + 0,120y + 0,180z = 10,68 \\ 0,060x + 0,050y + 0,100z = 4,40 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,120x + 0,100y + 0,160z = 7,60 & \text{Eq.1} \\ 0,240x + 0,120y + 0,180z = 10,68 & \text{Eq.2} = (-2) \cdot \text{Eq.1} + \text{Eq.2} = \\ 0,060x + 0,050y + 0,100z = 4,40 & \text{Eq.3} = (-1) \cdot \text{Eq.2} + \text{Eq.3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,120x + 0,100y + 0,160z = 7,60 & \text{Eq.1} \\ 0 - 0,80y - 0,140z = -4,52 & \text{Eq.2} \\ 0 + 0 + 0,40z = 1,20 & \text{Eq.3} \end{cases}$$

Da terceira equação do sistema linear, temos que:

$$0,40z = 1,20 \Rightarrow z = \frac{1,20}{0,40} \Rightarrow z = 30$$

Substituindo o resultado obtido na segunda equação do sistema linear, temos que:

$$\begin{aligned} -0,080y - 0,140z &= -4,52 \Rightarrow -0,080y - 0,140 \cdot 30 = -4,52 \Rightarrow -0,080y - 4,20 = -4,52 \Rightarrow \\ \Rightarrow -0,080y &= -4,52 + 4,20 \Rightarrow -0,080y = -0,32 \Rightarrow y = \frac{-0,32}{-0,080} \Rightarrow y = 4 \end{aligned}$$

Substituindo z = 30 e y = 4 na primeira equação do sistema linear, temos que:

$$\begin{aligned} 0,120x + 0,1 \cdot 4 + 0,16 \cdot 30 &= 7,60 \Rightarrow 0,120x + 0,4 + 4,8 = 7,60 \Rightarrow 0,120x + 5,2 = 7,60 \\ \Rightarrow 0,120x &= 7,6 - 5,2 \Rightarrow 0,120x = 2,4 \Rightarrow x = \frac{2,4}{0,12} \Rightarrow x = 20 \end{aligned}$$

Resposta: O preço do quilo de chocolate é R\$ 20,00, do açúcar R\$ 4,00 e do recheio R\$ 30,00.

- b) *Tipo 1: 7,60 + 2,40 = 10,00*

Tipo 2: $10,68 + 3,60 = 14,28$

Tipo 3: $4,40 + 1,20 = 5,60$

c) Tipo1: Valor de custo + 60% do valor do custo:

$$10,00 + \frac{60}{100} \cdot 10,00 = 10,00 + 6 = 16,00$$

É importante levar o estudante a entender que o valor após o acréscimo da porcentagem, neste caso, corresponde a 160% do seu valor, isto é:

$$10,00 \cdot 160\% = 10 \cdot \frac{160}{100} = 10 \cdot 1,6 = 16,00$$

Tipo 2: Valor de custo + 80% do valor do custo:

$$14,28 + \frac{80}{100} \cdot 14,28 = 14,28 + 11,424 = 25,704 \cong 25,70$$

É importante levar o estudante a entender que o valor após o acréscimo da porcentagem, neste caso, corresponde a 180% do seu valor, isto é:

$$14,28 \cdot 180\% = 14,28 \cdot \frac{180}{100} = 14,28 \cdot 1,8 \cong 25,70$$

Tipo3: Valor de custo + 100% do valor do custo:

$$5,60 + \frac{100}{100} \cdot 5,60 = 5,60 + 5,60 = 11,20$$

É importante levar o estudante a entender que o valor após o acréscimo da porcentagem, neste caso, corresponde a 200% (dobro) do seu valor, isto é:

$$5,60 \cdot 200\% = 5,60 \cdot \frac{200}{100} = 5,60 \cdot 2 = 11,20$$

Ao se vender uma unidade de cada tipo se obtém: $16,00 + 25,70 + 11,20 = 52,90$. Como são previstas 200 unidades de cada, devemos fazer: $200 \cdot 52,90 = 10580,00$

Assim, o valor total previsto das vendas será igual a R\$ 10 580,00.

d) Valor de custo de uma unidade de cada tipo: $10 + 14,28 + 5,60 = 29,88$

Valor de custo de 200 unidades de cada tipo: $29,88 \cdot 200 = 5 976,00$

O lucro previsto será de: $10 580,00 - 5 976,00 = 4 604,00$

Considerações sobre a avaliação

A escala apropriada para o desenvolvimento de cada objeto de conhecimento, só pode ser devidamente avaliada pelo professor na articulação entre o conhecimento de sua turma e a execução de seu projeto de ensino. De forma semelhante, entendemos que nas diferentes escalas/indicadores,

deve ser levada em conta a pertinência dos diferentes instrumentos avaliativos, o percurso estabelecido e as habilidades e objetos de conhecimento sugeridos no Currículo Paulista da etapa do Ensino Médio.

Cabe ressaltar também que, dada a relevância de determinados conceitos, é importante que estes tenham sua compreensão avaliada em vários momentos. Apesar da variedade de formas e dos objetos de conhecimento, algumas premissas precisam ser adotadas. Como ponto de partida, convém buscar resposta a duas questões de suma importância:

Quais as principais habilidades a serem avaliadas?

Quais instrumentos podem avaliar as habilidades selecionadas?

Com relação à primeira questão, os estudantes precisam desenvolver as seguintes habilidades:

- escrever sistemas de equações lineares associados a situações-problema, resolvendo-os e interpretando as soluções de acordo com o contexto fornecido.
- resolver um sistema possível e determinado de equações lineares por escalonamento;
- identificar e resolver um sistema possível e indeterminado de equações lineares por escalonamento, apresentando a solução geral do sistema;
- discutir a classificação atribuída a um sistema linear em função dos valores de parâmetros introduzidos nas equações.

Orientações para recuperação

Para aqueles estudantes que porventura não tenham conseguido atingir os objetivos de aprendizagem traçados inicialmente pelo professor para a Situação de Aprendizagem 2, sugerimos que o processo de recuperação envolva, principalmente, a resolução de situações-problema contextualizadas, semelhantes às que foram apresentadas ao longo deste Volume. Além disso, cabe também ao professor reforçar com seus estudantes a necessidade de que reflitam sobre a maneira como optam por este ou aquele caminho durante a resolução de um sistema de equações.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 3 – ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS E NOTAÇÃO CIENTÍFICA

Competência específica 3

Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

A competência 3, em essência, está relacionada ao chamado “fazer matemático”, ou seja, está intimamente ligada à essência da Matemática, que é a ação de resolver situações-problema, a qual é o centro da atividade matemática. Por esse motivo, deixa claro que os conceitos e procedimentos matemáticos somente terão significado caso os estudantes possam utilizá-los para solucionar os desafios com que se deparam. É importante frisar que a referida competência não se restringe apenas à resolução de problemas, mas também trata de sua elaboração. Isso revela uma concepção da resolução de problemas além da mera aplicação de um conjunto de regras. Outro grande destaque refere-se à modelagem matemática como a construção de modelos matemáticos que sirvam para generalizar ideias ou para descrever situações semelhantes. Essa competência tem estreita relação com a Competência Geral 2 do Currículo Paulista, no sentido da capacidade de formular e resolver

problemas, e com a Competência Geral 4, que reforça a importância de saber utilizar as diferentes linguagens para expressar ideias e informações para a comunicação mútua.

Habilidade

(EM13MAT313) Utilizar, quando necessário, a notação científica para expressar uma medida, compreendendo as noções de algarismos significativos e algarismos duvidosos, e reconhecendo que toda medida é inevitavelmente acompanhada de erro.

O foco principal dessa habilidade é a utilização da notação científica de modo reflexivo sobre a ordem de grandeza de números e as vantagens da representação pela notação científica. Em anos anteriores, o estudante já possui contato com esse conteúdo. Porém, é neste nível de ensino que ele pode associar a notação exata de um valor, com valores estimados e as regras de arredondamento, a fim de entender quais algarismos significativos são relevantes em determinado contexto. Desenvolvendo essa habilidade, também é possível levar os estudantes a notar o grau de precisão que cada medida apresenta, além de verificar (mesmo que experimentalmente) os limites referentes aos instrumentos de medida utilizados. É importante observar que essa habilidade e os conhecimentos de notação científica, estimativa e da aproximação de valores numéricos compõem a competência 3 desde que o estudante possa utilizar esse conhecimento para resolver ou propor situações-problema.

Unidade temática

Geometria e Medidas

Objetos de conhecimento

- Algarismos significativos;
- Técnicas de arredondamento;
- Notação científica.

Pressupostos metodológicos

- Usar algumas técnicas de arredondamento para representar quantidades não inteiras.
- Reconhecer que a notação científica é uma maneira eficiente para expressar números muito grandes ou muito pequenos em diversos contextos.

Orientações gerais sobre a Situação de Aprendizagem 3

O trato com a habilidade descrita e seus objetos de conhecimentos possuem uma relação com a área de Ciências da Natureza e suas Tecnologias, pois, em diferentes contextos a notação científica é ferramenta para expressar a quantidade de grandezas que sejam muito grandes ou muito pequenas (astronômicas ou microscópicas). Em consonância com a Competência Geral 2 da BNCC, é importante ressaltar a capacidade investigativa que a habilidade possibilita ao estudante, se a ele forem propostas medições em laboratórios para aferir grandezas envolvidas em fenômenos físicos, químicos e biológicos. É nesse sentido, que a Situação de Aprendizagem 3, que se inicia, procurará oferecer um suporte ao estudante para o esclarecimento no trabalho com o objeto de conhecimento relatado.

Pois é, chegamos ao final dessa etapa, esperamos que você tenha aproveitado muito desse material, Para o momento, pedimos que você continue seu empenho nessa última Situação de Aprendizagem.

Talvez, você já tenha trabalhado, anteriormente, com a notação científica, agora vamos aprimorar um pouco sobre esse assunto.

Desde já, parabenizamos seu empenho e dedicação no estudo da Matemática e esperamos que nós contribuamos com o seu aprendizado. Continue com o mesmo empenho na terceira série do Ensino Médio.

MOMENTO 1 – RETOMANDO CONCEITOS

ATIVIDADE 1 – UNIDADES DE MEDIDAS E POTÊNCIAS

Professor, a fim de realizar o levantamento do conhecimento prévio dos estudantes nas habilidades EF06MA11¹², EF08MA01¹³, EF08MA02¹⁴ e EF09MA03¹⁵. Inicie questionando o que os alunos recordam sobre notação científica, medidas, Algarismos significativos e duvidosos, ordem de grandeza e técnicas de arredondamento. Anote as respostas dos estudantes, ainda que não estejam completas ou plenamente corretas. Registre em lousa as palavras desconhecidas, as ideias centrais para retomar o conhecimento já discutido em semestres anteriores e que darão base para ampliar o conceito. Ao final, organize as ideias dos alunos que sejam próximas em torno dos temas, com a ajuda dos mesmos. Assim, vamos conectando diferentes versões sobre a mesma ideia. Essa ação fará com que os alunos percebam como as ideias se aproximam ou se contradizem, assim descartando os conceitos não corretos. Dialogue sobre os conceitos apresentados, destaque as palavras chaves e ao final sistematize alinhando aos conceitos.

1.1 Mostre o seu talento!!

A proposta que quero lançar é que vocês tomem a iniciativa de elaborar e programar uma “pequena aula” de aproximadamente 10 minutos. Para isso junte com seus colegas da sala, façam a programação e combinem quem será o “Professor”.

O conteúdo que será abordado na “pequena aula” está contido no *link* ou *QR CODE* a seguir:

Disponível em: <https://cutt.ly/xClfPaX>. Acesso em: 13 mai. 2022.



Professor, ao iniciar a atividade, informe alguns procedimentos que deverão ser tomados na execução da atividade, deixaremos a seu critério, quais serão estes procedimentos, bem como a divisão da turma. Ao final da atividade, dar preferência ao comentar os aspectos positivos na qual apontam para um ganho na aprendizagem dos estudantes.

12 Resolver e elaborar situações-problema com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora

13 Efetuar cálculos com potências de expoentes inteiros e aplicar esse conhecimento na representação de números em notação científica.

14 Resolver e elaborar situações-problema usando a relação entre potenciação e radiciação, para representar uma raiz como potência de expoente fracionário.

15 Efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários

- 1.2 Acesse o link a seguir ou realize a leitura do *QR CODE*, e leia com atenção os textos, faça anotações dos trechos em que você achou importante e discuta com seus colegas.

Disponível em: <https://cutt.ly/XCIfCIk>. Acesso em: 13 mai. 2022.



Disponível em: <https://cutt.ly/3CIfM8h>. Acesso em: 13 mai. 2022.



Professor, esse momento é importante para que o aluno relacione os saberes de anos anteriores, com os conteúdos do texto e a escrita de potência. A seguir, selecionamos trecho que os estudantes podem extrair do texto para o preenchimento da tabela.

Proposta de desenvolvimento da atividade:

- Um **decímetro** (dm) corresponde a uma distância de um décimo de metro, ou seja, se dividirmos o metro em dez pedaços iguais.
- Se dividirmos o metro (...) em 100 partes iguais, cada parte terá o tamanho de um **centésimo** do metro, ou seja, corresponderá a um centímetro (cm).
- Um décimo do centímetro teremos um milésimo do metro, correspondendo ao que chamamos de **milímetro** (mm)...Um fio de cabelo tem, em média, um décimo de milímetro de espessura...
- Dividindo um milímetro em mil partes iguais, temos um **micrômetro** (μm), que corresponde a dividir o metro em um milhão de partes iguais... Um décimo de micrometro é o tamanho dos maiores vírus...
- A milésima parte do micrômetro ganha o simpático apelido de um **nanômetro** (nm), da palavra latina para “anão”.
- Um décimo de nanômetro é chamado de angstrom (Å).

Grafia	Símbolo	Multiplicador do metro	Potência
Decímetro	dm	0,1	10^{-1}
Centímetro	cm	0,01	10^{-2}
Milímetro	mm	0,001	10^{-3}
Micrômetro	μm	0,000001	10^{-6}
Nanômetro	nm	0,00000001	10^{-9}

Fonte: Elaborada pelos autores.

Saiba mais sobre nanotecnologia, consultando o *link* a seguir, ou realizando a leitura do *QR CODE*.

Disponível em: <https://cutt.ly/xCIguZh>. Acesso em: 13 mai. 2022.



MOMENTO 2 – APRIMORANDO CONHECIMENTOS

ATIVIDADE 2 – ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS E NOTAÇÃO CIENTÍFICA

2.1 Você sabe o que é uma sinopse¹⁶?

Vamos lá, sinopse é uma espécie de resumo, uma síntese de uma obra literária, científica etc. Podemos chamar a sinopse de sumário, pois é também uma versão mais curta de um texto original, não necessariamente um resumo.

O objetivo da sinopse é fazer com que o leitor entenda os pontos principais do texto original de um filme, livro ou evento, e é essencial para catalogar materiais para referências futuras em pesquisas ou material de divulgação.

Geralmente, iniciamos a sinopse com o título, e preferencialmente traz o nome do autor e ideia principal do conteúdo, a sinopse não é um resumo nem uma resenha, pois ela não contém a interpretação e nem a opinião da pessoa que escreveu, é formada apenas com a opinião do verdadeiro escritor, muitas vezes parafraseadas. Se possível, converse com professor de Língua Portuguesa, para aprimorar os conhecimentos nesse gênero de escrita.

Você deve estar perguntando, o que a sinopse tem a ver com o que está sendo discutido nessa Situação de Aprendizagem?

Pois é, a ideia aqui será ampliar a sua compreensão de conhecimentos matemáticos, por meio da análise e interpretação de vídeos veiculados na *internet*, desta forma, a elaboração de uma sinopse será importante para você potencializar a sua fluência leitora e escritora, bem como aprimorar seus conhecimentos matemáticos.

Então vamos iniciar a nossa atividade.

A primeira sinopse a ser elaborada, estará fundamentada no conhecimento específico sobre algarismos significativos, para tal assista quantas vezes for necessário o vídeo, faça as suas anotações e inicie a elaboração da sinopse, após sua elaboração, discuta com seu colega quais foram os pontos que divergiram ou convergiram, perante a análise do material.

Disponível em: <https://cutt.ly/cClgsYD>. Acesso em: 23 mai. 2022.



A segunda sinopse a ser elaborada, está baseada nas operações de multiplicação e divisão com algarismos significativos e a questão da maneira correta de se arredondar os resultados.

Disponível em: <https://cutt.ly/DCIghur>. Acesso em: 23 mai. 2022.



16 Texto baseado no material: "Significado de Sinopse". Disponível em: <https://www.significados.com.br/sinopse/>. Acesso em: 23 mai.2022.

Na próxima sinopse dessa atividade, você poderá rever e aprofundar seus conhecimentos sobre notação científica e registrar de maneira correta os resultados obtidos quando aplicados em situações-problema da Física, Química, Biologia etc.

Disponível em: <https://cutt.ly/JCIGEFz>. Acesso em: 23 mai. 2022.



Por último, apresentamos uma proposta de ampliar os seus conhecimentos relativos à notação científica, agora, com a elaboração de uma sinopse sobre ordem de grandeza, cujo detalhamento está no vídeo a seguir:

Disponível em: <https://cutt.ly/8CIGUaU>. Acesso em: 23 mai. 2022.



Professor, caso preferir, apresente junto aos estudantes, todos os vídeos, faça algumas considerações importantes, nas quais deverão se ater à análise e elaboração da sinopse. Durante a elaboração, veja se eles estão destacando os conhecimentos específicos importantes e, se for necessário, atenda-os em algumas dúvidas referentes aos aspectos teóricos, que não estão bem fundamentados no encadeamento das ideias dos estudantes. Ao final, promova uma breve mostra dos trabalhos realizados, que será uma boa oportunidade para avaliar o aprendizado dos estudantes com a execução desta atividade.

MOMENTO 3 – APROFUNDANDO CONHECIMENTOS

ATIVIDADE 3 – MEDIDAS E ESTIMATIVAS

Professor, para a realização da próxima atividade será necessário utilizar um barbante com 2m, marcado de 10 em 10 cm. E medir os alunos para juntos preencher a tabela abaixo.

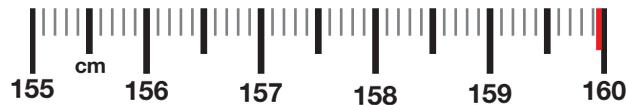
E para o item b, se faz necessário providenciar uma régua graduada em milímetros.

3.1 Utilizando um barbante com 2 metros de comprimento com marcações de 10 em 10 cm, meça a altura de seus colegas de classe e preencha o quadro a seguir.

Intervalo de altura (m)	Quantidade de estudantes
[1,50; 1,60)	<i>Resposta pessoal</i>
[1,60 ; 1,70)	<i>Resposta pessoal</i>
[1,70 ; 1,80)	<i>Resposta pessoal</i>
[1,80 ;1,90)	<i>Resposta pessoal</i>
[1,90 ;2,00)	<i>Resposta pessoal</i>
[2,00 ; 2,10)	<i>Resposta pessoal</i>
Total	<i>Resposta pessoal</i>

Fonte: Elaborada pelos autores.

- a) Uma aluna pediu a um colega que medisse sua altura de maneira mais precisa. Observe a imagem abaixo, em vermelho encontra-se a marcação da altura medida. Expresse a altura e diga qual faixa de altura ela se encontra.



Fonte: Elaborada pelos autores.

Proposta de resolução:

O desenho apresenta uma medida expressa em centímetros e milímetros. A altura da aluna encontra-se entre 1,599 m e 1,60 m. Sendo assim, sua altura está na primeira faixa.

Professor, o objetivo é discutir como o grau de precisão auxilia para tomada de decisões, e que o erro e a incerteza fazem parte dos processos de medidas, e que cada instrumento apoia com maior ou menor precisão esse processo.

- b) Fazendo uso da sua régua escolar, meça o comprimento da sua caneta, seu lápis e sua borracha. Indique os algarismos significativos exatos e os duvidosos dessa medida. Troque as informações com o colega ao lado e observem o grau de precisão dessa ação.

Proposta de resolução:

Resposta pessoal de acordo com a medição de cada aluno.

- c) Para verificar o erro ou incerteza de um instrumento de medida, divide-se a menor medida que esse instrumento pode aferir por 2. O erro de uma medida feita com a fita métrica pode influenciar na precisão das medidas das alturas e na quantidade de estudantes em cada um dos intervalos propostos?

Proposta de resolução:

Considerando que a menor medida possível de ser aferida na fita métrica é 1mm, temos que o erro em cada uma das medições realizadas é de $\pm 0,5\text{mm}$. Portanto, o erro associado a essa medida não deve interferir diretamente na precisão da medida da altura. Sendo assim, dificilmente os intervalos de altura, para a classificação, seriam afetados.

MOMENTO 4 – VERIFICANDO O QUE VOCÊ APRENDEU

Vamos aprofundar os saberes adquiridos, realizando um seminário?

Apresentamos três temas com sugestões de alguns links, lembrem que vocês podem procurar mais. A pesquisa, que será feita em grupos, adicionada à sua criatividade, ao seu espírito investigativo, produzirão brilhantes descobertas e excelente trabalho que deve ser compartilhado com seus colegas.

- 1) A proporcionalidade na circunferência

Disponível em: <https://cutt.ly/4ClgNHQ>. Acesso em: 23 mai. 2022.



2) Número de Ouro, Arte e Matemática

Disponível em: <https://cutt.ly/tCIXzqb>. Acesso em: 23 mai. 2022.



3) A relação entre o papel A4 e o tamanho da Terra.

Disponível em: <https://cutt.ly/GC1g2Hq>. Acesso em: 23 mai. 2022.



Professor, sugerimos alguns links, deixando em aberto a procura de mais fontes, sobre cada tema. Há necessidade de orientá-los nesta pesquisa, instigá-los com perguntas interessantes, desafiá-los a colocar a “mão na massa” com softwares, jogos entre outros.

No final, cada grupo deve apresentar uma síntese do seu trabalho com experimentos (material concreto geometria dinâmica) e você, professor, poderá fazer um fechamento com as intervenções que julgar necessário.

Encerramos aqui mais uma etapa, o tempo passou e você já está caminhando para cumprir a última fase dos estudos na educação básica, esperamos que de alguma maneira tenhamos contribuído para ampliar seus conhecimentos matemáticos e também para a potencialização de seu projeto de vida. Continue se empenhando nessa procura de alcançar seus objetivos e nos encontramos no próximo ciclo de aprendizagem. Muito Obrigado!!

Considerações sobre a avaliação

Ao final deste percurso de aprendizagem, a expectativa é de que os estudantes saibam identificar a eficiência, expressar números muito grandes ou muito pequenos com notação científica, em diversos contextos científicos. Utilizando técnicas de arredondamento a fim de representar quantidades não inteiras, comparar valores obtidos por diferentes instrumentos de aferição com a finalidade de verificar o grau de precisão.

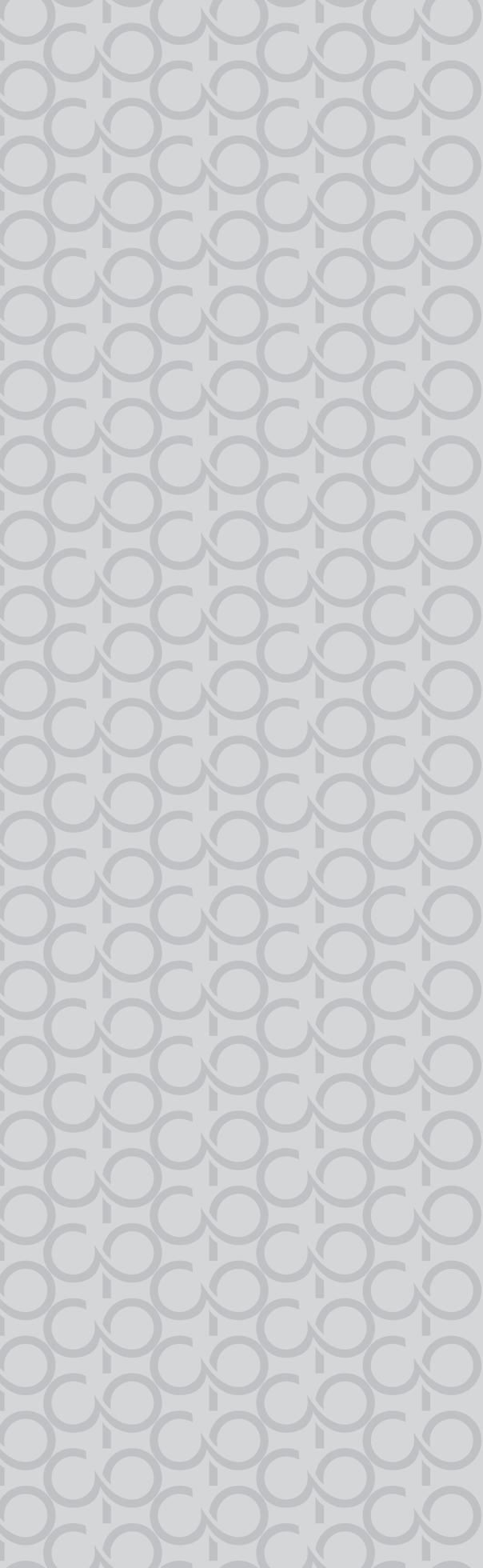
Orientações para a recuperação

A avaliação de aprendizagem deve ser um processo contínuo realizado ao longo das atividades, sendo assim, o professor deve estar atento para eventuais dificuldades dos estudantes.

Essa observação é fundamental para que o professor consiga propor, ao longo do processo, atividades de recuperação que ajudem o estudante a acompanhar melhor o curso e obter sucesso na realização das atividades. Para isso, é necessário que o professor dedique um tempo de sua aula, para a discussão dos erros mais frequentes encontrados no processo, questionando os estudantes sobre suas respostas, causando conflitos cognitivos e avanço das aprendizagens.

Destaca-se, também, a correta identificação da natureza da dificuldade apresentada pelos estudantes: se está relacionada a alguma defasagem anterior, ou se está ligada à especificidade de um determinado conceito ou procedimento operatório.

Por fim, cabe ressaltar, também, que se os estudantes forem envolvidos em atividades contextualizadas, nas quais eles sejam os protagonistas, muitas das dificuldades podem ser superadas e os objetivos de aprendizagem, plenamente atingidos.



Inova

Tecnologia e Inovação

Projeto de Vida

TECNOLOGIA E INOVAÇÃO

Prezado(a) Professor(a),

Seja bem-vindo(a)! Você faz parte de uma equipe de profissionais que anseia por uma educação transformadora, relacionada às demandas sociais, que reflete sobre problemas e utiliza tecnologias digitais de informação e comunicação para sua resolução, que deseja participar do processo de aprendizagem, permitindo-se aprender e criar soluções junto com os estudantes.

Esperamos que este caderno possa auxiliá-lo nos apontamentos necessários para o desenvolvimento das aulas e em todas as paradas estratégicas de reflexão e discussão com os estudantes sobre os assuntos suscitados em cada atividade.

É com muito prazer que apresentamos o material de apoio de Tecnologia e Inovação, composto por Situações de Aprendizagem; cada uma delas é constituída de um conjunto de atividades com o objetivo de contribuir para o desenvolvimento das habilidades previstas no Currículo Paulista e nas Diretrizes de Tecnologia e Inovação.

Para conhecer a concepção do material e os textos de apoio dos volumes anteriores, acesse o QR Code.



2ª Ensino Médio
Introdução

Você vai encontrar os seguintes textos:

1º Bimestre: Adaptações Curriculares.

2º Bimestre: Procedimentos/estratégias de leitura.

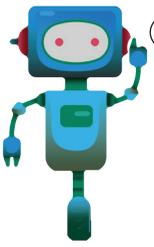
3º Bimestre: Tecnologias Assistivas

Considerando que o material para o professor também é um instrumento de formação, sugerimos o vídeo, a seguir, sobre a linha do tempo da Educação 4.0:

Contexto educacional e a web. Vídeo. <https://youtu.be/F46QBI6EFQY>. Acesso em: 29 maio 2021.

Apresentamos, a seguir, as habilidades para este bimestre:

Eixo	Habilidade	Objeto de Conhecimento
TDIC	Adotar medidas de segurança para manter dispositivos e dados protegidos contra malware, vírus e clonagens, por meio do uso de programas antivírus, de downloads apenas de aplicativos e softwares confiáveis e de visitas a sites de desenvolvedores identificados.	Acesso, segurança de dados e privacidade
Letramento Digital	Experimentar e analisar outros modos de ler e escrever, por meio de experiências que favoreçam múltiplas linguagens e expressões, em projetos que prevejam colaboração e possibilitem compartilhamento de ideias.	Compreensão e produção crítica de conteúdo e curadoria da informação.
Pensamento Computacional	Construir algoritmos com desvios condicionais lógicos, utilizando uma linguagem de programação.	Programação (Plugada/Desplugada)
Pensamento Computacional	Criar soluções, a partir da robótica, identificando problemas e propondo soluções relacionadas com os conceitos de engenharia, matemática e arte (STEAM).	Robótica
Pensamento Computacional	Identificar as principais características dos equipamentos de fabricação digital para prototipagem.	Cultura Maker
Pensamento Computacional	Realizar investigação, usando princípios e metodologias de pesquisa sobre temas relacionados ao uso de sistemas (placa programável) e equipamentos de fabricação digital.	Pensamento Científico



Recado para você!

Prezado(a) estudante, as Situações de Aprendizagem aqui apresentadas foram elaboradas de forma que ao longo deste bimestre, você possa ampliar seus conhecimentos, resolvendo os desafios propostos em cada uma delas.

A cada Situação de Aprendizagem, apresentamos um quadro com uma pergunta e um desafio; isso significa que as atividades são subsídios para que você, ao final, possa resolver o desafio proposto.

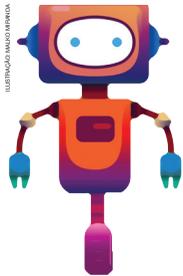
Bons estudos!

A seguir, apresentamos as propostas de cada Situação de Aprendizagem:

Situação de Aprendizagem 1	Grande tema	Acessibilidade.
	Pergunta essencial	Como ressignificar espaços para torná-los acessíveis para todas as pessoas, inclusive as com deficiência?
	Desafio	Em conjunto com sua liga, resolver um problema de acessibilidade para quatro pessoas que se deparam com obstáculos físicos no dia a dia para sua mobilidade.
Situação de Aprendizagem 2	Grande tema	Robótica na melhoria da qualidade de vida.
	Pergunta essencial	Como a robótica pode aperfeiçoar um projeto para acessibilidade das pessoas?
	Desafio	Aperfeiçoar o projeto do Desenho Universal, aplicando os conhecimentos de robótica.
Situação de Aprendizagem 3	Grande tema	Arduino e programação.
	Pergunta essencial	Como criar projetos utilizando Arduino e programação?
	Desafio	Construir uma alavanca com Arduino e programação.
Situação de Aprendizagem 4	Grande tema	Memes.
	Pergunta essencial	Como criar memes, respeitando os direitos de uso de imagem, para divulgar minhas produções de forma positiva?
	Desafio	Criar um meme autoral sobre o tema Desenho Universal. Seja criativo, de forma que seu meme possa contribuir para que os espaços sejam para todos.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 1

UM MUNDO PARA TODOS



As pessoas se apropriam dos espaços das mais diversas formas, de acordo com suas experiências e vivências. Na imagem ao lado, vocês conseguem imaginar porque as pessoas se utilizaram de um atalho ao invés da via principal ou porque esse atalho foi sendo criado ao longo do tempo? Esse lugar ao ser concebido levou em conta a experiência dos usuários, das pessoas?

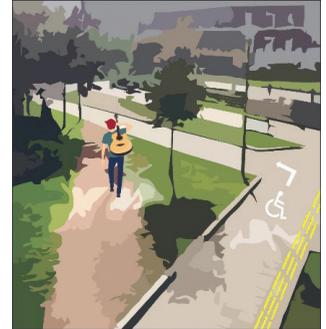


Imagem: Daniel Nhani

ATIVIDADE 1 – DESENHO UNIVERSAL

AVALIAÇÃO

Seguem alguns pontos que podem ser considerados interessantes para serem avaliados:

O que avaliar?	De que maneira?	Quando?
Conexão com a realidade e com as pessoas.	Se os estudantes irão procurar situações e contextos diversos, que possam dialogar com o desafio proposto e quais conexões conseguem estabelecer com a realidade.	No início da Situação de Aprendizagem (SA).
Trabalho colaborativo.	Se os estudantes conseguem se organizar e trabalhar de forma colaborativa, trocando ideias e aceitando feedbacks.	Durante toda a SA.
Diversidade de projetos .	Verificar a diversidade de projetos e propostas desenvolvidas durante o processo.	Durante toda a SA.
Reflexões sobre a sociedade em que vivem e os desafios que enfrentam .	Observar e analisar criações das redes sociais e as contribuições, durante o compartilhamento.	Durante e ao final da atividade.
Percepções relacionadas à proposta de criação.	Observar as descobertas compartilhadas pelos estudantes, a respeito da exploração do tema e como isso influencia a forma como percebem os acontecimentos a sua volta e comunicam suas ideias.	Durante toda a SA.
Participação da turma na realização da atividade.	Observar e identificar se os estudantes estão realizando/ realizaram a proposta e, mesmo que não finalizando o projeto na aula, como foi a participação da turma de maneira geral.	Durante e ao final da SA.
Autoavaliação.	Observe alguns aspectos durante o compartilhamento e/ou convide os estudantes a registrarem suas reflexões sobre seu processo de criação: quais foram as dificuldades, as descobertas, pontos para melhoria e que pontes enxergam entre o que aprenderam nessa aula e as demais áreas do conhecimento e a vida.	Durante o momento de compartilhamento e após a realização da atividade.



Conversa com o(a) professor(a): Nesta atividade, iremos incentivar cada estudante a pensar globalmente, observando os espaços, assim como equipamentos, produtos e serviços que muitas vezes não são inclusivos, não permitindo que essas pessoas os acessem com as mesmas condições de igualdade.

Para ajudar em seu processo criativo, apresentamos a ideia de **Desenho Universal**, um conceito que nasce logo após a Revolução Industrial, quando as pessoas começam a questionar os processos produtivos, indagando por que produtos e até mesmo projetos arquitetônicos não eram concebidos atendendo às necessidades das pessoas, mas sim construídos de forma igual e padronizada. O **Desenho Universal** propõe que os espaços sejam concebidos a partir de uma lógica universal, para que possam atender às necessidades e especificidades de todos, em especial das pessoas com alguma deficiência ou mobilidade reduzida.

Objetivos: Convidar os estudantes a se colocarem no centro de um processo criativo como autores e protagonistas; refletir sobre como os espaços, equipamentos, produtos e serviços são concebidos de forma padronizada, sem levar em conta as reais necessidades das pessoas.

Criações esperadas

Os estudantes terão a oportunidade de transformar/criar um espaço, equipamento, produto ou serviço, levando em conta o Desenho Universal; portanto é importante que as criações levem em conta a necessidade das pessoas, tendo em vista as suas especificidades. A ideia é que os estudantes questionem a padronização dos espaços, das construções, dos equipamentos, produtos e serviços e percebam que é preciso criar, levando em conta todas as pessoas, ou seja, o Desenho Universal.

Organização/desenvolvimento: Organização dos grupos para iniciar a reflexão sobre acessibilidade.

Para atividade 1.3, a partir das reflexões dos estudantes, estes devem ser orientados a prototipar suas criações em grupo, considerando os princípios do Desenho Universal, formando uma “liga de inventores futuristas”.

Organizar, ao final, a exposição das produções e justificar suas escolhas e ideias para essa criação ou invenção.

Ao longo do processo, espera-se que os estudantes explorem conceitos e habilidades importantes tais como: percepção do espaço, padronização dos processos de produção, apresentação de ideias; cidadania ativa, acessibilidade, inclusão, diversidade, design baseado em personas; refinamento de produtos por meio de críticas e interações.

DICAS DE PREPARAÇÃO

Organize e explore diferentes materiais e ferramentas. No Caderno do Estudante, há a indicação de alguns materiais para iniciarem a produção.

A esta lista podem ser agregados outros materiais, que ajudem na criação de mecanismos e invenções com movimento, como canudos, cabides, materiais naturais (galhos, pedrinhas, folhas, terra), água, bexigas, copos de plástico, vinagre e bicarbonato de sódio, prendedores de roupa, canos de PVC, objetos cilíndricos, entre outros.

Se quiser explorar um pouco outras possibilidades de conexão com o tema, ou com a Aprendizagem Criativa antes de mergulhar nesta aula, conheça alguns recursos na **Caixa de Ferramentas**:

CAIXA DE FERRAMENTAS

Galeria de atividades da RBAC: <https://aprendizagemcriativa.org/estudio-pedagogico>.

Acessibilidade e desenho universal: <https://cutt.ly/9CuRLHS>.

Desenho Universal Um Conceito Para Todos: <https://cutt.ly/HCuInO4>.

Projeto utiliza matemática para tornar casas acessíveis: <https://cutt.ly/2CuTKtn>.

Cartuns sobre acessibilidade, por Ricardo Ferraz: <https://cutt.ly/YCuIYRJ>.

Conheça 7 tipos de acessibilidade para tornar nossa sociedade mais inclusiva:

<https://cutt.ly/ECuIK9s>.

Diversidade, Equidade e Inclusão na Escola: <https://cutt.ly/aCuI1kx>.

O que as escolas mais inovadoras do século XXI têm? 8 exemplos que você precisa conhecer

<https://cutt.ly/jCuI8vx>.

App Guia de Rodas: <https://guiaderodas.com/>.

10 filmes sobre inclusão e acessibilidade: <https://cutt.ly/vCuRo4O>.

Festival Internacional de Filmes sobre Deficiência: <https://cutt.ly/FCuRjHv>.

Filme: Os intocáveis.

Organize os materiais para realizar as atividades:

Itens de papelaria:

- Papéis e Tesoura
- Lápis preto e de cor
- Canetas hidrográficas
- Cola: bastão, líquida ou quente

Materiais Reutilizáveis:

Caixa de creme dental e/ou de leite; bandeja de isopor; tampinhas; latinhas e PET; CD antigos; papelão; palitos; sementes e folhas, embalagem etc.

Se puder, utilize também alguns componentes e/ou dispositivos eletrônicos para dar mais vida ao seu projeto, fazendo com que ele se mova, brilhe ou emita sons.

- Computador
- Celular; LED e Baterias de 1,5 V

- Sucata eletrônica: placas de circuito eletrônico; teclados usados entre outros.

1.1 Que tal pensar sobre algumas questões do cotidiano?

O ser humano busca o tempo todo inventar, criar e recriar espaços, buscar outros, inclusive fora do planeta. Mas será que esses espaços e recursos são para todos? Acessíveis, democráticos, plurais? Os espaços são pensados, por exemplo, para as pessoas que têm alguma deficiência, problema de mobilidade, visão ou audição reduzida?

Será possível que os espaços e os recursos sejam mais plurais, democráticos e acessíveis a todos?

1.2 Se vocês tivessem o poder de tornar a vida de alguém ou a sua, melhor, mudar os espaços, adaptá-los aos recursos e às necessidades das pessoas, o que fariam? Vocês transformariam o que já existe, ou criariam algo?

Você sabia?**Ler para conhecer!**

A ideia de **Desenho Universal** nasceu logo após a Revolução Industrial, quando as pessoas começaram a se questionar por que os objetos e as construções não eram feitos atendendo às necessidades das pessoas, mas construídos de forma igual e padronizada.

O **Desenho Universal** tem sete princípios:

IGUALITÁRIO Uso deve ser possível para pessoas com diferentes capacidades.		
ÓBVIO Uso simples e intuitivo.	ADAPTÁVEL Uso flexível sendo possível atender pessoas com diferentes habilidades e diversas preferências.	SEGURO Permite o erro, principalmente em ações involuntárias, diminuindo o risco.
SEM ESFORÇO Uso exige pouco esforço físico.	ABRANGENTE O tamanho e o espaço permitem o acesso e o uso.	CONHECIDO Com informações perceptíveis, comunica de forma objetiva e eficaz.

A rampa é o símbolo que melhor representa o **Desenho Universal**. Uma escada ao ser substituída por uma rampa atende a necessidade de um maior número de pessoas, carrinhos de bebês, cadeirantes, idosos com dificuldade de locomoção temporária ou permanente, skatistas, crianças de patins; enquanto a escada só atende a pessoas que caminham sem dificuldade, tornando-se uma barreira para todas as outras.



A escada de um ônibus permite o acesso de muitas pessoas, mas pode ser uma barreira para quem não consegue subir. Para eliminar essa barreira, coloca-se uma plataforma elevatória, que irá permitir, inclusive, que um cadeirante possa usar o ônibus.

Fonte: Desenho Universal - Um conceito para todos, disponível em: <https://cutt.ly/6ZISDqS>, acessado em: 15 nov. 2020.

- 1.3 Você e seus colegas, farão parte de uma Liga de Inventores Futuristas, que por serem pesquisadores de tecnologias de ponta, desenvolveram habilidades, super poderes de criar e recriar espaços e equipamentos. Juntos vocês podem transformar coisas inimagináveis! Para formar a Liga de Inventores Futuristas, criem uma representação do grupo, que pode ser avatares, símbolos ou outra representação da identidade do grupo.

Após a criação da liga, compartilhem em **#Technovasp**.

ATIVIDADE 2 – ESPAÇOS QUE INCLUEM



Conversa com o(a) professor(a): Inicie incentivando a turma a vivenciar um personagem: o integrante de uma Liga de Inventores Futuristas, que tem a missão de propor soluções para uma das três situações propostas. Sugerimos que eles iniciem a atividade em grupos, que podem ser organizados de forma autônoma pelos próprios estudantes ou por outros critérios.

Objetivo: Propor soluções a partir de estudos de casos sobre acessibilidade.

Organização/desenvolvimento: Os grupos se reúnem para realizarem a leitura dos três casos e devem escolher um deles para, então, propor uma ou várias soluções.

Estime um tempo para realizarem essa atividade e, em seguida, proponha a socialização das propostas para cada caso.

IMAGINE!

2.1 Imaginem que sua Liga de Inventores Futuristas foi convidada a participar de um grande evento, onde serão debatidos problemas urbanos muito comuns nas cidades. Uma das principais questões debatidas são as barreiras, que as pessoas com alguma deficiência, ou redução de mobilidade, visão ou audição, precisam enfrentar todos os dias.

O objetivo do evento é reunir grandes inventores para juntos encontrarem soluções, para que essas barreiras deixem de existir. As soluções encontradas, pela relevância desse evento, poderão ser reproduzidas em vários lugares do mundo! O que acham de fazer parte desse grupo tão importante e que fará tanta diferença para o mundo?

A seguir, algumas das situações colocadas para discussão. Sua liga deve propor uma solução, escolhendo uma delas:

Situação 1

Nas grandes cidades, uma barreira são as ruas com trânsito intenso, mesmo que tenham faixa de pedestres ou passarelas de acesso. As vias são perigosas para a travessia de todas as pessoas, mas principalmente para cadeirantes, pessoas com mobilidade ou visão reduzida. As passarelas, por sua vez, podem não ter rampas de acesso ou são mal iluminadas. O que fazer para derrubar essas barreiras?

Situação 2

Devido à pouca oferta de espaço, muitas casas são construídas em áreas urbanas, sem levar em conta as reais necessidades de quem irá habitar essas moradias. Um elemento muito comum das casas com escadas é que, nessas moradias, nem sempre é possível construir rampas, para acesso a andares superiores ou, até mesmo, a entrada principal para a moradia. Isto se torna um grande dificultador, quando algum morador se acidenta, um bebê precisa de carrinho, ou quando se recebe a visita de uma pessoa idosa. Como superar essa barreira?

Situação 3

Um jovem cadeirante que gosta muito de cinema e de fazer tours virtuais com seus amigos, mesmo sendo uma pessoa muito bem integrada a seu grupo, vez ou outra desiste dos programas, devido à falta de acessibilidade nos meios de transporte público. Acaba desistindo de alguns passeios, mesmo que o ônibus tenha uma rampa, pois o ponto de parada não é adaptado, as guias das ruas e a própria calçada não possibilitam que ele se desloque com autonomia.

2.2 Ao finalizarem, socializem com os demais colegas as soluções propostas. Alguma foi semelhante à proposta feita pela sua liga? Pensaram em alterar sua proposta inicial?

Situação escolhida: _____. Descreva a proposta para solucionar esse problema:

CRIE!

ATIVIDADE 3 – LIGA DE INVENTORES FUTURISTAS



Conversa com o(a) professor(a): Esse será o momento da criação. Para isso, os grupos devem elaborar um projeto para a invenção, que possa solucionar um problema. Sugerimos alguns momentos para inspiração, assim os estudantes também poderão ter uma ideia de como utilizar os materiais:

Trabalho de campo: Uma forma bem interessante de engajar a turma é incentivá-los a caminhar pelas ruas do bairro, com um bloquinho de notas, prancheta, câmera e/ou celular para tirar fotos dos espaços, equipamentos, ou serviços que eles gostariam de reconfigurar. Esses rascunhos, desenhos, anotações podem compor um portfólio, um mural na sala de aula, um varal de registros ou, até mesmo, um mural virtual com o espaço escolhido e depois, mais tarde, com a proposta de projeto.

Mural de fotos inspiradoras: Outra forma de instigar a percepção é juntar fotos de diferentes lugares do mundo, com propostas de espaços inclusivos e criar um grande mural físico ou virtual, formado por composições em cartolina ou papel pardo, construídas pelo próprio grupo de estudantes. Essas fotos podem ser colocadas lado a lado, com as que foram fotografadas ou trazidas pelos estudantes, para que possam aguçar os sentidos, fazer uma tempestade de ideias. Esse tipo de atmosfera, além de muito inspiradora, incentiva e suscita boas reflexões.

Objetivos: Planejar e criar um modelo ou protótipo para ressignificar espaços, que possam atender as pessoas.

Organização/desenvolvimento:

Inspirações que podem ajudar os estudantes a se conectarem com o tema

Quando falamos de questões relacionadas à inclusão, acessibilidade e ao Desenho Universal, há muitas inspirações em filmes, histórias de superação, que até mesmo os estudantes podem relatar. O debate relacionado à acessibilidade e à inclusão é muito recente, mas urgente em nossa sociedade, portanto há muitas referências a que se pode recorrer. Levar essas referências para a sala, ampliará a visão dos estudantes sobre a temática, assim como criará um ambiente inspirador para a criação. Por exemplo:

- Imagens, cenas de filmes de diferentes lugares do mundo, onde a acessibilidade e a inclusão foram o tema principal.
- Pedir, antecipadamente, para que os estudantes compartilhem suas ideias e desenhos sobre espaços e situações que chamaram sua atenção.
- Pedir para que os estudantes criem seus próprios exemplos de ambientes a serem ressignificados, seja por meio de desenhos, dobraduras, fotografias ou brinquedos que já tenham em suas casas.

As perguntas, que estão nos quadros, têm como objetivo auxiliar o estudante a organizar seu pensamento e assim iniciar seu processo de criação. Servem como um farol que norteia e orienta para onde se

pretende ir; portanto, há obrigatoriedade do preenchimento das perguntas, que orientam o estudante a pensar nas pessoas que gostaria de impactar. Dessa forma, as criações podem ser focadas em espaços pouco inclusivos, ou em equipamentos, que auxiliam a pessoa a superar barreiras.

Sugestões de como mediar este momento:

- As ilustrações não retratam necessariamente situações reais, mas servem para ampliar o olhar para o que é possível fazer.
- É importante que o estudante seja incentivado a ir além do que ainda não conhece, ou até mesmo do que não foi inventado; fazer esse exercício lúdico, brincar com o surreal e inimaginável, testar possibilidades.
- Uma boa forma de inspirar os estudantes, nesse momento, é incentivá-los a recriar diferentes espaços, equipamentos ou produtos, que tenham lhes chamado a atenção, ressignificando-os com os materiais que têm à mão.
- As histórias, filmes e desenhos ampliam o repertório, aguçam a imaginação e a curiosidade. Você pode trazer esses exemplos, ao longo de todo processo de criação, ou quando perceber que a turma está meio retraída para seguir com sua criação.
- Trazer esses outros referenciais, para compor o acervo da aula, contribui para ampliar o repertório, generalizar conceitos e trabalhar o currículo de forma transversal, possibilitando uma diversidade de conexões com outras áreas do conhecimento.
- Observe outras orientações que trouxemos no caderno do aluno para essa etapa. Novamente, a ideia é que esse quadro sirva de apoio para ajudá-los no processo de criação. Por isso, incentive-os a registrarem suas ideias e reflexões, mas sem a necessidade de dedicar um tempo específico para isso.

Amplie as possibilidades!

Apesar de, inicialmente, esta atividade não envolver o uso de componentes eletrônicos para criar os movimentos, você pode explorar esses componentes, se desejar, você pode utilizar diferentes recursos e ferramentas.

O uso de motores DC 3-6V com pilhas ou baterias, por exemplo, dá vida aos projetos e sempre desperta muito a atenção e o interesse da turma.

Caso você opte por inserir motores nesta atividade, observe algumas orientações:

- Separe um tempo para mostrar como funcionam, conecte um motor a uma fonte de energia; depois, incentive os estudantes a tentar fazer o mesmo.
- Se não houver um suporte para as pilhas e baterias, explore com os estudantes diferentes formas de criá-los com outros materiais, como papelão e pedaços de embalagens.
- Você pode deixar sobre as mesas alguns motores conectados a fontes de energia e com interruptores, para que possam ser acionados pelos estudantes. Caso não haja um interruptor, é possível explorar diferentes formas de criá-los, envolvendo o uso de cliques, papel alumínio e prendedores de papel.
- Prenda diferentes estruturas na extremidade do motor (como elásticos, pedaços de borracha, hélices, canudinhos, entre outros), para mostrar aos estudantes algumas possibilidades de construções e de movimentos que podem surgir.

- 3.1 Agora chegou o grande momento dessa super Liga de Inventores Futuristas. Vocês irão se reunir para solucionar um dos desafios propostos acima. É importante que pensem em soluções que vocês gostariam que fossem feitas para vocês ou para quem vocês amam. Para isso, que tal começar **a explorar alguns materiais e ferramentas**, que possam ajudá-lo a colocar suas ideias em prática?

Dicas valiosas para começar a sua criação:

Se a sua invenção pretende propor a mudança de um lugar específico, vocês podem tirar fotos de diferentes direções para apoiar o grupo e, então, representá-la em um tamanho pequeno, como uma maquete, por exemplo. Para facilitar o transporte, podem utilizar uma caixa de sapato ou uma base como madeira ou um papelão mais grosso.

Vocês podem, também, pensar em criar equipamentos para as pessoas, com o auxílio de uma base, para elaborar melhor o protótipo. Façam desenhos tridimensionais, explorem possibilidades, procurem criar da forma mais plural, acessível e universal possível, conversem com as pessoas, peçam opiniões! *Mas antes de iniciar, que tal conhecer algumas invenções que foram pensadas levando em conta o Desenho Universal:*

Drone pessoal de alta performance e capacidade de carregamento que é capaz de elevar a pessoa, caso ela precise transpor uma barreira ou obstáculo. Por ter uma câmera embutida de alta resolução, é capaz de iluminar lugares escuros e fazer o mapeamento do local, onde há áreas de risco para a pessoa.



Imagem: Drone de alta performance¹

Roupa inteligente permite que uma pessoa com redução de mobilidade possa nadar e até fazer alguns exercícios físicos, com mais liberdade, uma vez que a roupa reconhece quais membros estão com dificuldade e fornece estímulos que permitem responder ao esforço necessário.



Imagem: Roupa inteligente²

Uma vila onde as pessoas não precisam se preocupar com guias, escadas ou elevações, pois todos os acessos são feitos por rampas, que permitem que todos possam acessar moradias, comércio e espaços culturais.



Imagem: Acervo RBAC

Um GPS que indica e direciona o usuário no trajeto, onde não encontrará barreiras que o impedirão de acessar os lugares.



Imagem: GPS³

1 Disponível em: <https://cutt.ly/cCuRb6F>. Acesso em: 23 maio 2021.

2 Disponível em: <https://cutt.ly/LCqH1uj>. Acesso em: 23 maio 2021.

3 Disponível em: <https://cutt.ly/SCqHF06>. Acesso em: 23 maio 2021.

3.2 Conversem com seus colegas e pensem em como vocês gostariam de impactar positivamente as pessoas e os lugares.

Quadro de ideias - Pensando em pessoas e lugares

O que seria mais desafiador para a Liga nesse projeto, como deixá-lo o mais universal possível?	Quais impactos positivos o projeto pretende alcançar?	Vocês pensam em transformar um espaço específico ou criar um outro?	De que forma esse projeto conversaria com seus interesses e necessidades, ou da Liga como um todo?
---	---	---	--

Inspirações e ideias...

Existem muitas iniciativas que pensam os espaços com os princípios do Desenho Universal, conheça alguns deles:

- Cidades Acessíveis: Como Elas Verdadeiramente Devem Ser: <https://cutt.ly/JZmf5jj>.
- Cidades inteligentes aumentam a acessibilidade a pessoas com deficiência: <https://cutt.ly/xZmf9F8>.
- 10 Tecnologias para cidades acessíveis: <https://cutt.ly/sZmgeHq>.
- Acessibilidade: projeto arquitetônico deve atender todo tipo de usuário: <https://cutt.ly/vZmfXAa>.
- Soluções inovadoras para aumentar a acessibilidade das cidades: <https://cutt.ly/OZmfJdP>.
- A nossa casa é onde a gente está: <https://cutt.ly/JZmfDOI>.

3.3 Juntamente com seus colegas, anotem todas as ideias que vêm à cabeça, para criar, em grupo, o protótipo de vocês. **Criem uma invenção que seja plural, democrática, acessível e universal**, que atenda, assim, ao maior número de pessoas. Que tal esse desafio?

Use o quadro abaixo para fazer suas anotações:

Nome da Invenção:	Qual o impacto positivo dela na vida das pessoas?	Qual espaço será transformado ou criado?
Que tipo de equipamento será criado?		Designer(s):

COMPARTILHE!

ATIVIDADE 4 – MEUS INVENTOS E O IMPACTO SOCIAL



Conversa com o(a) professor(a): As apresentações das criações podem ser organizadas na forma de *workshop*, de forma que os grupos façam uma apresentação de 2 a 3 minutos e, em seguida, possam testar e experimentar as criações dos outros colegas. Proponha aos estudantes a organização de um *e-book* com todas as ideias e seus usos, para divulgar no site da escola, ou em outro local que possa dar visibilidade a essas produções.

Objetivo: Apresentar a criação da Liga, a partir da ideia central e dos benefícios da invenção, para as pessoas que precisam de auxílio por diferentes motivos. Organizar o evento.

Organização/desenvolvimento: Os estudantes escolhem a melhor forma da apresentação e da elaboração do *e-book* com a descrição das invenções.

Sugestões de como mediar este momento:

- Incentive os estudantes a encontrarem diferentes meios de explicar como funciona o seu projeto e de que forma ele ajuda as pessoas, que eles pretendem beneficiar: podem criar histórias em quadrinhos, esquemas e desenhos, vídeo explicativo, entre outros exemplos.
- Desafie a turma a fazer mais ou diferente. Caso alguém finalize o projeto com muita antecedência, você pode encontrar dicas de como fazer isso em gg.gg/dicasetruques.
- É importante que gradativamente os estudantes incorporem às suas atividades, a rotina de dar e receber *feedbacks*, que consigam ouvir e saibam falar sobre os pontos convergentes e divergentes de sua criação.
- Organize uma Roda de Conversa para que os estudantes possam se olhar e trocar ideias, antes de iniciar o momento de compartilhar.
- No momento do compartilhamento, pode ser organizado agrupando projetos que tenham elementos em comum, como por exemplo: pátio da escola; sala de aula; meios de comunicação; ações e eventos, entre outros.

- 4.1 Agora é o momento de apresentar a ideia do grupo, considerando-se o potencial para ajudar pessoas na sua comunidade, ou quem sabe no mundo!
Esse momento é muito importante, pois vocês vão ajustar os últimos detalhes para a apresentação, observar no projeto pontos de possível melhoria e como fazer uma comunicação eficiente e objetiva da ideia de vocês. Seu grupo de inventores pode utilizar o quadro abaixo, para ajudá-los a registrar essa conversa e organizar as ideias:

Quais os pontos de melhoria no projeto, que ainda podem ser sanados?		Pontos importantes da minha invenção que quero falar.	
Quais os diferenciais das invenções criadas em conjunto com a minha Liga de inventores?		Quais os impactos vão provocar na vida das pessoas? Como pode mudar positivamente a vida delas?	
Que exemplos ou inspirações utilizaram?		Como a Liga pode apresentar de forma diferente e inovadora todo o potencial da invenção?	

- 4.2 Levando em conta os Princípios do Desenho Universal, a invenção encontrou soluções. De que maneira?

Existe algum recurso no quadro a seguir que pode potencializar a invenção de vocês?

Plugando essa atividade!

Se vocês quiserem ir além e explorar a tecnologia para criar seu projeto, que tal usar o computador, celular ou alguns componentes eletrônicos?

- Com o auxílio do celular, também podem criar vídeos curtos, contando sobre seu processo de criação, inspirações, disseminando a ideia do **Desenho Universal**, como um caminho mais justo e igualitário para todos.
- Utilizar o *Google Maps* para indicar os locais onde vocês pretendem transformar espaços, equipamentos, produtos e serviços.
- Usando o *Tinkercad*, vocês podem criar e testar simulações para seu projeto com uso de Arduino, motores e sensores, virtualmente. Até mesmo projetar as peças 3D para sua construção futura.
- Utilizar o editor de imagens para editar as fotos e fazer digitalmente as transformações e invenções que gostariam de ver na sua escola.
- Criar uma animação usando o *Scratch*, apresentando o espaço da escola escolhido pelo grupo e como ele ficou com a solução encontrada.
- Criar um aplicativo para facilitar a comunicação entre estudantes, organizar a programação da escola, divulgar eventos.

#BoraCriar #Technovasp

4.3 Não esqueçam de criar uma placa de identificação para o projeto, isso orienta quem está interessado em sua invenção:

Nome da invenção: _____
 Impacto positivo: _____
 Materiais e ferramentas utilizadas: _____
 Ideia do projeto: _____
 Designer(s): _____



Conversa com o(a) professor(a): Converse com os estudantes sobre como dar *feedback* às criações dos colegas. Algumas sugestões para que eles colaborem, positivamente, com os outros colegas:

Como dar *feedbacks* produtivos ao projeto dos colegas

1º Busquem chamar o projeto do colega pelo título que ele(ela) usou.

2º Comecem sempre citando as coisas que mais curtiram no projeto dele(a).

- Eu gostei do que você fez...

3º Deem sugestões que possam ajudá-lo(la) a melhorar o projeto. Pode ser um material diferente a ser usado na criação, algo que vocês acham que combina, ou a sugestão de como vocês resolveram ou resolveriam o problema que ele(ela) encontrou na criação. Vocês podem começar falando assim:

- Acho que seu projeto ficaria bem legal se você explorasse mais...
- O projeto poderia se conectar com o projeto... que o(a) colega...criou, pois...
- Para solucionar o seu problema, acho que podemos fazer...

4º Perguntem se ele(ela) precisa de alguma ajuda e compartilhem ideias que vocês tiveram ao conhecer o projeto dele(a);

5º Evitem impor suas “certezas”. Lembrem-se de ser gentis ao apresentar suas sugestões.

Lembrem-se: estamos todos aprendendo juntos, nossa sala de aula é um estúdio de criação que incentiva ideias novas e a criatividade! Cada projeto e colega tem sua própria identidade e respeitamos isso. Sejam sinceros, mas sempre gentis!

HORA DE COMPARTILHAR

4.4 Compartilhem com seus colegas e com o(a) professor(a), como foi o processo de *design* e como vocês conectaram suas ideias a esse projeto. O quadro abaixo pode auxiliá-los nos pontos relevantes a serem ressaltados e, também, há algumas observações e reflexões para direcionarem aos projetos dos colegas:

O que vocês criaram e como foi processo de criação:

Qual espaço/equipamento vocês resolveram criar ou transformar?

O foco da invenção é no espaço ou nas pessoas?

Como a invenção beneficia as pessoas, levando em conta os princípios do Desenho Universal?

A motivação para o *design*:

O que motivou vocês a conceber essa invenção?

Quais elementos do projeto vocês consideram essenciais para que ele se torne real?

Qual o principal diferencial da invenção, por que essa ideia deveria ser disseminada pelo mundo?

Como ela propaga a ideia de desenho universal?

A perspectiva de seguir desenvolvendo seu projeto:

O que não saiu como vocês esperavam?

O que mais vocês gostariam de colocar em seu projeto e precisam de ajuda?

Quais ações podem ser realizadas por vocês, para viabilizar o projeto e transformá-lo em algo real?

Explore também o que seus colegas criaram!

Novas ideias e interesses em comum

Os projetos dos seus colegas inspiraram novas ideias?

Vocês encontraram pessoas com interesses parecidos com os seus? Ou que reinventaram o mesmo objeto?

Projetos que vocês querem conhecer melhor

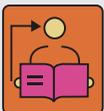
Sentiram a necessidade de conhecer melhor um projeto?

Vocês sabem como construir um elemento que seu colega gostaria de fazer, mas tem dificuldade?

Ideias para os seus colegas

Como vocês poderiam dar *feedback* para os projetos dos seus colegas e ajudá-los de alguma forma?

Lembrem-se: as críticas sempre devem ser gentis, úteis e específicas!



Conversa com o(a) professor(a): Converse com os estudantes sobre pensar em soluções para problemas ou situações, que estão próximas de nós, é sempre muito instigante. Fazer isso com a mão na massa, na criação de algo que expresse nossas ideias leva a gente a refletir cada vez mais sobre quem somos e como podemos

contribuir, para mudar o espaço que habitamos.

Esse movimento na escola é realmente incrível! Compartilhar com outras pessoas o nosso processo de criação torna-se cada vez mais importante para trocarmos ideias e aprendermos, também, com as experiências dos outros.

Juntos podemos reconstruir os espaços que compartilhamos. Muitos podem ajudar, só precisam receber uma proposta ou conhecer uma ideia, por isso compartilhem sempre suas ideias e sonhos para os espaços ao seu redor.

Enfatize que eles têm o poder de disseminar ideias muito potentes pelo mundo e podem transformá-lo em algo melhor! Essas ideias podem fazer a diferença para que o mundo seja mais democrático, plural e acolhedor! Incentive-os a continuarem usando a sua criatividade para expressar quem são e o que é importante para essa transformação!

Vocês sabiam que algumas invenções podem ser financiadas? Acesse o QR Code para saber como as criações são financiadas.

Curtiram o que vocês e seus colegas criaram?

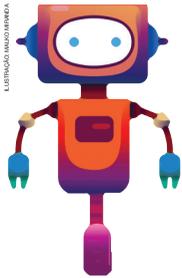
Compartilhem nas redes sociais, usando a hashtag [#BoraCriar](#) [#Teclnovasp](#).



Fonte: RBAC_Criações e Financiamentos

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 2

INVENÇÕES SOLIDÁRIAS E INTERATIVAS DO DESENHO UNIVERSAL



Olá, vamos conhecer um pouco mais sobre o mundo da eletrônica e iniciar seu caminho na programação, explorando materiais simples e componentes eletrônicos novos. Vamos iniciar identificando os componentes eletrônicos presentes nos aparelhos eletroeletrônicos e, a partir daí, explorar conceitos por meio de cartões de apoio e, depois, expressar suas ideias, criando projetos utilizando eletrônica e materiais diversos.

ATIVIDADE 1 – ELETRÔNICA PROGRAMÁVEL



Conversa com o(a) professor(a): Neste conjunto de atividades, exploraremos alguns recursos eletrônicos simples, de forma a conectar você e seus estudantes ao mundo da eletrônica programável. Estes conceitos são a base para compreender o mundo tecnológico ao nosso redor e as mudanças que estão acontecendo em áreas como robótica e internet das coisas. Ao dominar essas ferramentas, seus estudantes poderão se expressar de uma forma diferente, criando invenções solidárias e interativas usando luzes, que acendem e apagam de forma programada, ou que respondam a uma ação humana. Voltamos a enfatizar que você pode incentivá-los a fazer projetos sobre assuntos correlacionados, ao mesmo tempo em que conteúdos de ciência, história, geografia, matemática e outros possam ser trabalhados.

- 1.1 Olhando para tudo que conhecemos ou já vimos ao nosso redor, seja em livros, filmes ou até na *internet*, encontramos várias invenções, algumas com pouco uso de tecnologia e outras super tecnológicas como os robôs, *smartphones*, sistemas de automação, entre outras coisas. Vocês conseguem imaginar como essas coisas funcionam? Quais partes são necessárias para construí-las? Esses aparelhos tecnológicos são feitos de um conjunto de pequenas partes e, se vocês conseguirem entender como cada uma delas funciona, vão ser capazes de inventar qualquer coisa! Vamos explorar o funcionamento de diversos componentes eletrônicos e suas combinações, para servirem de base para criação de nossas próprias invenções. Vejam os materiais sugeridos para iniciar seus estudos:

Materiais e ferramentas que vocês podem utilizar

Papéis de diversos tipos incluindo papelão
Material para escrever e desenhar
Fita adesiva, tesoura sem ponta e cola
LED colorido e baterias
Fios e resistores

Motores
Protoboard
Arduino
Potenciômetros
Botões

IMAGINEM!

Pensem nos diversos aparelhos eletroeletrônicos que vocês conhecem como TV, celulares, impressoras, ventiladores, liquidificadores, micro-ondas etc. Nesses aparelhos, encontramos componentes como luzes ou LED, motores, botões para ligar ou desligar, botões para fazer algum tipo de ajuste, além de alguma forma de controle inteligente, para que isso tudo funcione.

1.2 Que tal fazer uma lista dos componentes que cada um desses aparelhos tem?

Troquem ideias com a turma e aproveitem este espaço aqui para anotar ou desenhar.

ATIVIDADE 2 – EXPLOREM



Conversa com o(a) professor(a): No QRCode no Caderno do Estudante, apresentamos um conjunto de cartões de apoio de Eletrônica e Arduino de autoria da RBAC, que serão utilizados ao longo das atividades.

Objetivos: Explorar conceitos iniciais de eletrônica e programação a partir do uso de cartões de apoio e realizar alguns experimentos. Explorar alguns recursos eletrônicos simples de forma a conectar os estudantes ao mundo da eletrônica programável.

Organização/desenvolvimento: Na atividade 2.1, os estudantes serão convidados a explorar os cartões exemplos de 1 a 5, elaborados para auxiliá-los na exploração das primeiras montagens, possibilitando que os conceitos de eletrônica sejam aprofundados aos poucos. Esses cartões não exigem conhecimento prévio e podem ser explorados em qualquer ordem de acordo com o tempo, interesse do estudante, ou de acordo com a sua estratégia pedagógica. Caso seja o primeiro contato com o Arduino, os cartões de apoio iniciam-se com o número 0 e vão de A à F. Comece explorando os materiais em um momento autoformativo.

Nossa sugestão é que você, de posse dos materiais ou do simulador presente em <http://tinkercad.com>, explore os cartões de 1 a 7 e os cartões de apoio iniciados com o número 0. Ao final deste momento de exploração, traremos conceitos de eletrônica para embasar sua atividade junto aos estudantes.

Na segunda atividade, a base da criação acontece a partir dos cartões 6 e 7, onde temos a combinação de componentes explorados, permitindo uma montagem um pouco mais complexa, mas ainda inicial e que, a partir dela, os interesses dos estudantes são colocados na forma de um projeto dentro do tema proposto.

Material necessário: esta atividade foi planejada considerando o uso da placa eletrônica programável Arduino e componentes eletrônicos presentes nos cartões como LED, motores, chaves, potenciômetro, resistores, pilhas e baterias com seus devidos suportes. Sugere-se para a atividade uma diversidade de materiais como:

- Um computador e um kit de eletrônica para cada grupo de alunos.
- Papéis diversos, papelão, tesoura e cola.
- Massinha, argila, papel machê ou qualquer material que possa ser moldado.
- Pedaçoes de madeira, gravetos, materiais orgânicos como galhos e sementes.
- Potes de plásticos ou quaisquer materiais descartáveis não tóxicos.
- Tintas, lápis de colorir, canetinhas.

Os cartões foram projetados para permitir que uma atividade “mão na massa” seja feita, mesmo por quem ainda não domina os conceitos de química e física necessários, para a compreensão do funcionamento de componentes e circuitos eletrônicos, e as habilidades para se trabalhar com estes circuitos. Eles foram pensados para que vocês, ao realizarem as montagens, possam compreender:

- O que são alguns desses componentes eletrônicos básicos, como e onde são utilizados e para que servem.
- Como conectar componentes eletrônicos para que eles realizem ações.
- Como funciona uma placa eletrônica programável e, a partir dela, explorar o mundo dos algoritmos e da programação.
- Como criar objetos que respondem ao meio ao seu redor, ou realizam uma tarefa pré-programada de forma automática.

Estes conceitos são a base para compreender o mundo tecnológico ao nosso redor e as mudanças que estão acontecendo em áreas como robótica e internet das coisas.

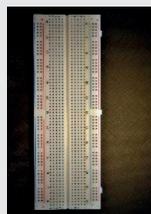
DICAS DE PREPARAÇÃO

Os cartões disponibilizados foram organizados para serem impressos e recortados, possuindo um lado A e um lado B. No caso dos cartões 1 e 2, o lado B traz apenas o acréscimo de uma chave, do tipo liga e desliga, ao projeto. Os cartões, que iniciam com o número 0, trazem conceitos iniciais sobre Arduino, sendo que os cartões 0E e 0F são fundamentais para quem nunca o utilizou. Os demais cartões, que começam com “0”, trazem conceitos que podem ser vistos antes, durante ou após a exploração dos cartões de 1 a 7.

Na parte A dos cartões de 1 a 7, vocês encontram a seção SEPARE, com uma lista de componentes necessários para a montagem e que se encontra em sua caixa de materiais. Abaixo, segue um conjunto de fotos ilustrativas, contendo o nome dos componentes presentes no cartão 1A.



Bateria 9V



Protoboard⁴



LED



Resistores⁵



Fios

⁴ Disponível em: <https://cutt.ly/jCuTjGm>. Acesso em: 23 maio 2021.

⁵ Disponível em: <https://cutt.ly/sCuTmJw>. Acesso em: 23 maio 2021.

Logo em seguida, vocês encontrarão a seção **MONTE**. Nela temos uma das diversas possibilidades de montagem do circuito proposto, usando a matriz de ligações conhecida como protoboard, mas não se preocupem, traremos mais informações sobre a protoboard na seção **CONHECENDO A PROTOBOARD**. Vocês também encontrarão uma seção com **DICAS**, em ambos os lados dos cartões.

Os cartões de 3 a 7 utilizam a placa programável Arduino e no seu lado B, vocês encontrarão a seção **PROGRAME**, com o código de programação sugerido.

PRIMEIROS EXPERIMENTOS COM O ARDUINO

Se for sua primeira vez com o Arduino, acessem o QR Code para conhecer seu funcionamento, antes de explorar os cartões.

Antes de nos aprofundarmos no que é o Arduino, que tal experimentar uma primeira montagem? Escolha um dos cartões de 3 a 5, separem os componentes, tentem fazer a montagem apresentada no lado A e depois a programação contida no lado B5, usando a Interface do Arduino.



Primeiros
passos
Arduino

A programação é feita usando a Interface IDE do Arduino, disponível para download em <https://www.arduino.cc/en/software>. Se vocês tiverem dúvida sobre a instalação, podem usar o tutorial disponível na galeria da Rede Brasileira de Aprendizagem Criativa no link: <https://cutt.ly/8CuGbsq>. Acesso em: 20 dez 2020.

- 2.1 Acesse o QRCode para conhecer uma lista de cartões de apoio, para vocês explorarem. Os cartões foram projetados para permitir que uma atividade “mão na massa” seja feita, mesmo por quem ainda não domina o funcionamento de componentes e circuitos eletrônicos.



Cartões Arduino

Escolham alguns desses cartões conforme o seu interesse e façam experimentos, para entender como cada componente funciona. O conhecimento que vocês vão adquirir, na exploração prática deste material, vai ajudar a entender como os aparelhos, que vocês listaram acima, funcionam e como podemos criar nossas invenções a partir da combinação de seus componentes.

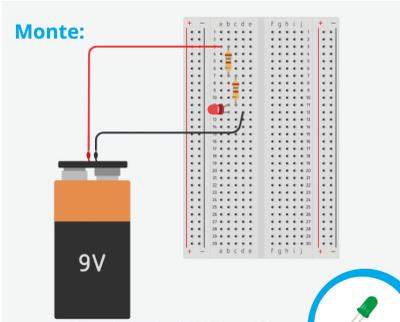
BATERIAS, CHAVES E LED

BATERIA E LED 1A

Separe:

- Protoboard
- Resistores
- Chave
- LED
- Fios

Monte:



Dica: O terminal maior do LED é o positivo e deve ser ligado ao resistor. O terminal menor deve ser ligado ao negativo da bateria através do fio preto.

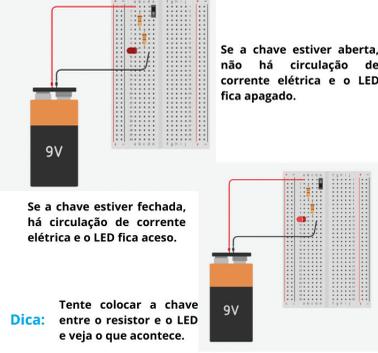
BATERIA, CHAVE E LED 1B

Experimente: Tente acrescentar uma chave em série entre a bateria e o resistor para poder ligar e desligar o LED quando você quiser.

Se a chave estiver aberta, não há circulação de corrente elétrica e o LED fica apagado.

Se a chave estiver fechada, há circulação de corrente elétrica e o LED fica aceso.

Dica: Tente colocar a chave entre o resistor e o LED e veja o que acontece.



Autodesk screen shots reprinted courtesy of Autodesk, Inc.

Fonte: Acervo RBAC

Sabemos que diversos aparelhos que conhecemos têm luzes ou LED e podem ser ligados por chaves, não é mesmo? Que tal explorar um pouco mais esses componentes a partir de alguns experimentos? Vejam os cartões de apoio 1A e 1B, acessando o QRCode acima.

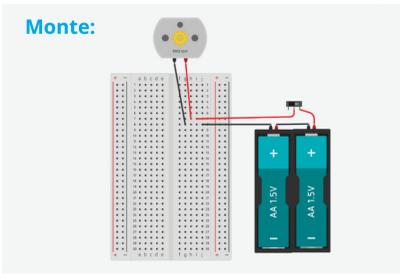
PILHAS/BATERIAS E MOTORES

PILHAS/BATERIAS E MOTOR 2A

Separe:

- Protoboard
- Bateria 9V
- Motor 3V
- Motor com redução
- Fios
- Chave
- Pilhas

Monte:



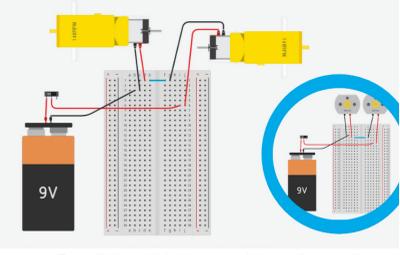
Dica: Ao inverter os fios do motor, você muda o seu sentido de rotação. Prenda um pedaço de fita na haste do motor para visualizar melhor isso acontecendo.

PILHAS/BATERIAS E MOTOR 2B

Experimente: Tente substituir as pilhas que totalizam 3V por uma bateria de 9V, colocando dois motores em série. Você pode usar os motores com ou sem caixa de redução. A ligação é a mesma!

Se você ligar a bateria em um único motor, o motor pode queimar, porque ele foi projetado para funcionar com no máximo 6 V e a bateria tem 9V quando está nova.

Dica:



Autodesk screen shots reprinted courtesy of Autodesk, Inc.

Fonte: Acervo RBAC

Também percebemos que diversos aparelhos, que conhecemos, utilizam motores. Alguns deles utilizam motores que giram bem rápido como os ventiladores, outros servem para levantar grandes cargas como portões de garagens. Vejam os cartões de apoio 2A e 2B com dicas para vocês explorarem mais os motores.

ARDUINO E LED



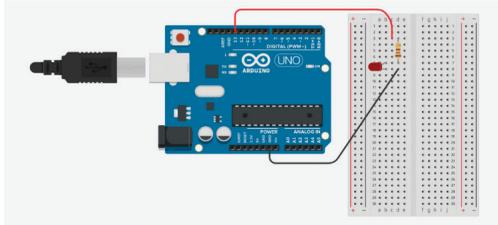
ARDUINO E LED

3A

Separe:

- Arduino
- Cabo USB
- Protoboard
- Resistor
- LED

Monte:



Dica: Faça a montagem com o Arduino desligado, ou seja, o cabo USB não pode estar ligado no computador.

Lembre-se que o terminal maior do LED é o positivo e deve ser ligado ao resistor.

Autodesk screen shots reprinted courtesy of Autodesk, Inc.



ARDUINO E LED

3B

Programa:

Utilize a IDE do Arduino para programar o código abaixo e fazer o LED piscar.

```
void setup()
{
  pinMode(13, OUTPUT);
}

void loop()
{
  digitalWrite(13, HIGH);
  delay(1000);
  digitalWrite(13, LOW);
  delay(1000);
}
```

Dica: Antes de enviar o código para o Arduino, lembre-se de conectar o cabo USB no computador e configurar a porta de comunicação, conforme orientações do cartão CONCEITOS BÁSICOS 0E. Mude os dois valores de tempo do delay e veja o que acontece.

Fonte: Acervo RBAC

Muitos aparelhos, que conhecemos, têm algum tipo de controle ou inteligência capazes de ligar luzes de acordo com alguma programação, como é o caso dos sistemas de luz de emergência. Vejam os cartões de apoio 3A e 3B para explorar possibilidades de controle com o Arduino.

Dicas!

- Precisam de ajuda para configurar o Arduino para enviar sua primeira programação? Vejam os cartões 0E e 0F.
- Esta é a primeira vez que estão programando um Arduino? Então, vejam a estrutura básica do código no cartão 0A.
- Querem aprender mais sobre os conceitos de entrada, saída e outros comandos importantes? Não deixem de ver os cartões 0B, 0C e 0D respectivamente.

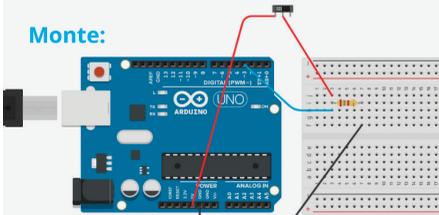
ARDUINO E CHAVE

ARDUINO E CHAVE 4A

Separe:

- Arduino
- Protoboard
- Chave
- Cabo USB
- Fios

Monte:



Quando a chave está desligada, o resistor faz com que o Arduino leia 0V na porta 3, o que significa nível lógico 0. Com a chave fechada, o Arduino irá ler 5V, o que significa nível lógico 1.

Dica: Faça a montagem com o Arduino desligado, ou seja, o cabo USB não pode estar ligado no computador. Se a sua chave tiver três terminais, use o terminal do meio e um dos dois terminais da extremidade.

Autodesk screen shots reprinted courtesy of Autodesk, Inc.

ARDUINO E CHAVE 4B

Programa:

Utilize a IDE do Arduino para programar o código abaixo e visualizar a leitura do valor da chave no Serial Monitor.

```
bool valor = 0;

void setup()
{
  pinMode(3, INPUT);
  pinMode(13, OUTPUT);
}

void loop()
{
  valor = digitalRead(3);
  if (valor == 1)
    digitalWrite(13, HIGH);
  else
    digitalWrite(13, LOW);
}
```

Dica: Antes de enviar o código para o Arduino, lembre-se de conectar o cabo USB no computador e configurar a porta de comunicação, conforme orientações do cartão CONCEITOS BÁSICOS 0E. O código acima fará o LED 13, interno a placa do Arduino, acender toda vez que a chave for ligada.

Fonte: Acervo RBAC

Esses aparelhos programáveis, muitas vezes, têm botões para acionar alguma funcionalidade. Não deixem de explorar os cartões de apoio 4A e 4B, para ver como as chaves podem servir de controle em projetos com Arduino.

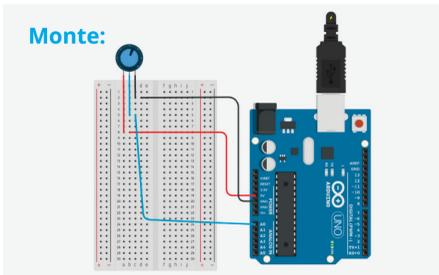
ARDUINO E POTENCIÔMETRO

ARDUINO E POTENCIÔMETRO 5A

Separe:

- Arduino
- Protoboard
- Potenciômetro
- Cabo USB
- Fios

Monte:



Dica: Faça a montagem com o Arduino desligado, ou seja, o cabo USB não pode estar ligado no computador. Ao inverter as ligações dos terminais externos do potenciômetro, você inverte os valores que serão lidos no Arduino. Use isso a seu favor em seus projetos!

Autodesk screen shots reprinted courtesy of Autodesk, Inc.

ARDUINO E POTENCIÔMETRO 5B

Programa:

Utilize a IDE do Arduino para programar o código abaixo e visualizar a leitura do valor do potenciômetro no Serial Monitor.

```
int valor = 0;
int pot = A0;

void setup()
{
  Serial.begin(9600);
}

void loop()
{
  valor = analogRead(pot);
  Serial.print("O valor é: ");
  Serial.println(valor);
  delay(500);
}
```

Dica: Antes de enviar o código para o Arduino, lembre-se de conectar o cabo USB no computador e configurar a porta de comunicação, conforme orientações do cartão CONCEITOS BÁSICOS 0E. Você pode ligar mais de um potenciômetro usando as outras portas analógicas A1, A2, A3, A4 e A5.

Fonte: Acervo RBAC

Além de ligar ou desligar alguma funcionalidade, às vezes queremos controlar a intensidade de uma luz ou a velocidade de um motor. Para esses casos, vamos precisar conhecer mais a fundo, como o Arduino pode ser sensibilizado por um potenciômetro. Mais informações estão disponíveis nos cartões 5A e 5B.

ATIVIDADE 3 – RODA DE DESCOBERTAS



Conversa com o(a) professor(a): Esse momento será de troca de experiências. Como cada estudante deve ter explorado cartões diferentes, nessa roda converse sobre as descobertas de cada um, assim será possível a colaboração entre eles para organizar projetos, complementando os saberes.

Objetivo: Compartilhar as descobertas ao realizar as experiências com os cartões.

Organização/desenvolvimento: Roda de conversa para compartilhar o que descobriram ao explorar os cartões de apoio. Em seguida, os estudantes devem explorar mais alguns cartões de apoio.

Os cartões de Eletrônica de Arduino foram criados para serem usados, dentro de uma metodologia de aula baseada na exploração. O que significa que podemos usá-los como um guia já na primeira aula, sem a necessidade de explicar os conceitos físicos, que estão por trás do funcionamento dos componentes eletrônicos, ou o conhecimento sobre algoritmos e a linguagem de programação do Arduino. Estes conceitos podem ser aprofundados, a partir do desejo do estudante, de forma a dar mais sentido aos seus projetos e, também, a partir da internet ou de clubes de programação. Desta forma, esperamos que o ato de criar um projeto faça com que eles se interessem pelo conteúdo e busquem formas de avançar nos projetos iniciados com os exemplos dos cartões.

ENTENDENDO O CÓDIGO DE PROGRAMAÇÃO DO ARDUINO

O principal componente do Arduino é o seu microcontrolador. Ele é quem recebe o código, ou seja, o programa que diz o que acontecerá quando a informação de um sensor chegar, ou que sequência de ações queremos que aconteça com um LED ou qualquer outro atuador.

Um código Arduino precisa de duas partes para funcionar: a função *void setup* e a função *void loop*. Na *void setup* nós configuramos coisas, como por exemplo, se a porta digital irá funcionar como entrada (*INPUT*) ou saída (*OUTPUT*) usando o comando *pinMode*. Veja os cartões 0B e 0C para entender o que são entradas e saídas.

Para fazer um LED piscar precisamos usar pelo menos dois comandos: o digital *Write* e o *delay*. Comandos são a forma de dizermos para o Arduino o que ele deve fazer. O digital *Write* é um comando responsável por ligar (*HIGH*) ou desligar (*LOW*) algo que esteja conectado às saídas digitais do Arduino. O *delay* é um comando que faz com que o Arduino espere um tempo determinado dentro dos parênteses antes que execute a próxima linha de código. O tempo é dado em milisegundos, então o valor 1 000 corresponde a 1 segundo. Se você deseja que o tempo seja de 5 segundos, então basta colocar 5 000 dentro dos parênteses.

CONHECENDO A PROTOBOARD

Um circuito eletrônico é formado pela ligação de componentes como LED, baterias, fios e resistores. O terminal de um componente é conectado ao de outro e, a tensão elétrica aplicada ao circuito, faz a corrente elétrica acender LED ou girar motores. Você pode soldar os componentes eletrônicos em uma placa como a vista na figura abaixo. Porém, essa abordagem exige um conhecimento técnico avançado e você não poderá desmontar os projetos para reutilizar os componentes em outros projetos ou com outras turmas de alunos. Deste modo, o uso dessas matrizes de contatos chamadas de *protoboards* auxilia nessa tarefa de conectar os terminais dos componentes eletrônicos, sem que você precise soldá-los.

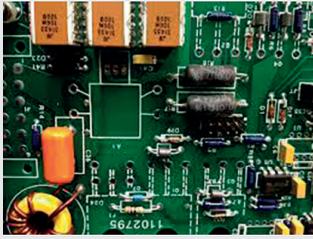


Imagem: Circuito eletrônico ⁶

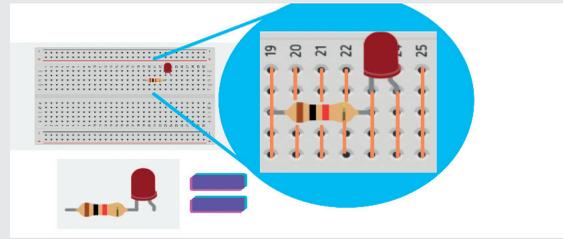
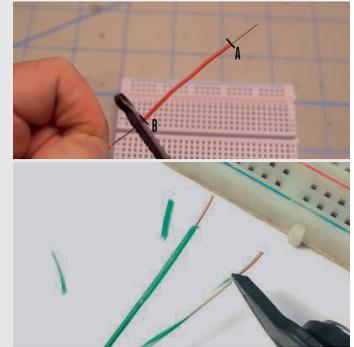


Imagem: Autodesk screen shots reprinted courtesy of Autodesk, Inc.⁷

Cada conjunto de 5 furos adjacentes na *protoboard* estão conectados entre si. A conexão é feita por trás da proteção de plástico. Significa que, se você colocar o terminal de um componente como um LED em um desses furos e o terminal de outro componente, como um resistor em um dos outros 4 furos que sobraram, você estará na verdade, conectando o terminal do LED ao terminal do resistor. Os conjuntos de cinco furos de uma coluna estão isolados dos conjuntos ao lado, por isso podemos colocar vários componentes na *protoboard*.

Para fazer a ligação elétrica entre o Arduino e a *protoboard* nós utilizamos *jumper*s, que nada mais são do que pedaços de fios rígidos com as pontas desencapadas. Os *jumper*s também são usados para ligações entre componentes nos protoboards. Se o seu *kit* de eletrônica não vier com *jumper*s prontos, você pode montá-los utilizando alicate e um pedaço de cabo *ethernet*, aquele de cor azul usado para internet em casas e escritórios. Ao retirar a capa azul, você encontra 8 fios rígidos. Para saber como montar *jumper*s a partir de cabos *ethernet*, veja as informações deste artigo: <https://cutt.ly/SCuK6c2>. Acesso em: 18 maio 2021.

É importante que a parte desencapada, sem a proteção de plástico, tenha um comprimento de aproximadamente 5 mm. Assim garantimos o contato elétrico com a parte interna da *protoboard* e evitamos o contato indesejado com outros componentes, que estejam próximos ao furo na *protoboard*.



- 3.1 Vocês exploraram diversos cartões de apoio com componentes eletrônicos como baterias, chaves, LED, motores, Arduino e potenciômetro. Agora, provavelmente vocês conseguem entender melhor como alguns dos aparelhos eletroeletrônicos funcionam. Seus colegas provavelmente exploraram cartões diferentes e podem ter entendido como outros aparelhos, que você nem pensou, funcionam. Que tal conversar com eles sobre o que aprenderam, enquanto se organizam para retomar seus projetos?

Use este espaço para registrar as ideias que surgiram da conversa com seus colegas.

⁶ Disponível em: <https://pxhere.com/en/photo/1591509>. Acesso em: 23 maio 2021.

⁷ Imagem: Disponível em: <https://cutt.ly/oCqCJbV>. Acesso em: 23 maio 2021.

3.2 A seguir, vocês têm mais dois cartões de apoio para explorar combinações e servir como base para a sua criação. Iniciem a leitura dos cartões sempre pelo lado A.

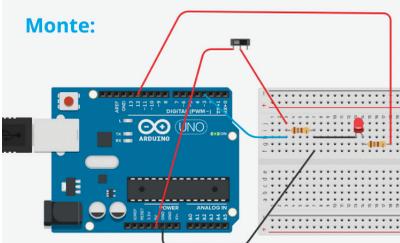
ARDUINO, CHAVE E LED

ARDUINO, CHAVE E LED 6A

Separe:

- Arduino
- Protoboard
- Potenciômetro
- Cabo USB
- Fios
- LED

Monte:



Ao desligar a chave, o Arduino irá ler 5V na porta 3 e irá enviar 5V pela porta 12 para o resistor, que está conectado em série com o LED, fazendo ele acender.

Dica: Faça a montagem com o Arduino desligado, ou seja, o cabo USB não pode estar ligado no computador.

Autodesk screen shots reprinted courtesy of Autodesk, Inc.

ARDUINO, CHAVE E LED 6B

Programa:

Utilize a IDE do Arduino para programar o código abaixo e fazer o LED acender quando a chave estiver ligada.

```
bool valor = 0;

void setup()
{
  pinMode(3, INPUT);
  pinMode(13, OUTPUT);
}

void loop()
{
  valor = digitalRead(3);
  if (valor == 1)
    digitalWrite(13, HIGH);
  else
    digitalWrite(13, LOW);
}
```

Dica: Antes de enviar o código para o Arduino, lembre-se de conectar o cabo USB no computador e configurar a porta de comunicação, conforme orientações do cartão CONCEITOS BÁSICOS 0E. Você pode utilizar as outras portas digitais do Arduino para ligar mais chaves e LEDs em seus projetos.

Fonte: Acervo RBAC

Vimos nos cartões 3A e 3B como programar LED e nos cartões 4A e 4B como interagir com chaves. Que tal explorar a combinação de chaves e LED com as informações, que estão disponíveis nos cartões 6A e 6B?

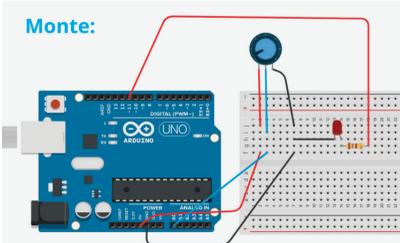
ARDUINO, POTENCIÔMETRO E LED

ARDUINO, POTENCIÔMETRO E LED 7A

Separe:

- Arduino
- Protoboard
- Potenciômetro
- Cabo USB
- Fios e LED
- Resistor

Monte:



O potenciômetro é ligado em 5V em um terminal da extremidade e no 0V (GND) na outra extremidade. Ao girar o potenciômetro, a tensão no terminal do meio irá variar de 0 a 5V, dependendo do sentido de rotação.

Dica: Faça a montagem com o Arduino desligado.

Autodesk screen shots reprinted courtesy of Autodesk, Inc.

ARDUINO, POTENCIÔMETRO E LED 7B

Programa:

Utilize a IDE do Arduino para programar o código abaixo e fazer o brilho do LED aumentar até o máximo ou diminuir até se apagar.

```
int pot = A0;
int valor = 0;
int led = 11;
int brilho = 0;

void setup()
{
  pinMode(led, OUTPUT);
}

void loop()
{
  valor = analogRead(pot);
  brilho = map(0, 1023, 0, 255, valor);
  analogWrite(led, brilho);
}
```

Dica: Antes de enviar o código para o Arduino veja o cartão CONCEITOS BÁSICOS 0E. Você pode ligar mais de um potenciômetro usando as outras portas analógicas A1, A2, A3, A4 e A5, e adicionar LEDs de outras cores apenas nas portas 3, 5, 6, 9, 10 e 11.

Fonte: Acervo RBAC

Exploramos de forma isolada o uso de potenciômetros nos cartões 5A e 5B e a programação de LEDs nos cartões 3A e 3B. Que tipo de efeito conseguimos programar combinando LEDs e potenciômetros? Vejam os cartões de apoio 7A e 7B para maiores informações.

CRIE

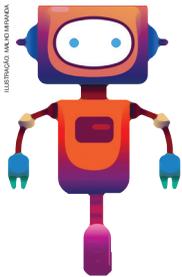
- 3.3 A partir do que aprenderam com o Arduino e explorando os cartões, vocês têm um desafio: retomem sua invenção da Situação de Aprendizagem 1 e incorporem o que aprenderam sobre robótica, aperfeiçoando sua invenção, considerando os princípios do Desenho Universal. Realizem o planejamento conforme as sugestões a seguir:

Questões norteadoras para o projeto:	Descrição:
Qual problema precisa de uma solução?	
Planejamento do protótipo: a) Quais materiais serão utilizados? b) De que forma serão aplicados os conceitos de robótica estudados? c) Quais benefícios sua criação proporcionará para seu público escolhido?	
Nome do seu protótipo.	

- 3.4 Organizem um momento para compartilhar as criações. Gravem um vídeo do processo de criação e a finalização. Compartilhe em **#Technovasp**.

Vamos continuar aplicando o que aprendemos!

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 3 CONSTRUÇÃO DE UMA CANCELTA COM ARDUINO E PROGRAMAÇÃO.



Criar é se reinventar e construir algo a partir de um novo olhar. Você vai aprender outras formas de criar. Esse projeto envolvendo o Arduino, pode ser aplicado em outras situações que você quiser.

ATIVIDADE 1 – PRIMEIROS PASSOS DA CONSTRUÇÃO



Conversa com o(a) professor(a): Os estudantes estarão envolvidos na execução deste projeto. Oriente-os quanto ao acompanhamento do passo a passo. Antes da aula familiarize-se com essas orientações. Sugerimos que após os estudantes se familiarizarem com essa construção, propor outros projetos para aplicarem o que aprenderam com essa atividade.



A partir do exemplo apresentado aqui com o Arduino será sobre uma programação para movimentar o Servo Motor, de 90° a 0°, isso quer dizer que o Servo Motor subirá a 90° e a 0° voltará ao ponto de partida. Importante, para que faça a reprodução de uma segunda cancelta é preciso iniciar 90° e descer no 0°, pode ser usado a mesma lógica de programação.

Para que haja essa inversão é preciso observar a colocação da Cancela, caso for no mesmo lado é preciso fazer a mudança na programação, no entanto ao inverter os lados não é preciso inverter a programação, apenas será preciso subir em 90° e descer a 0°.

Para iniciar é possível criar a simulação no *software*: <https://www.tinkercad.com/>, para que acesse é preciso fazer o cadastro e acessar o simulador para conhecer projetos com Arduino. Após o acesso entre em Circuitos e comece a simular, acompanhando o passo a passo que será descrito a seguir.

Depois da simulação baixar o software do Arduino, acesse: <https://www.arduino.cc/en/software>, você pode baixar ou ser construído o código *online*. Esse programa é necessário para que transfira o programa para o Arduino, pois ele entende apenas a linguagem C++. Isso será preciso para passar o programa e criar o objeto de construção.

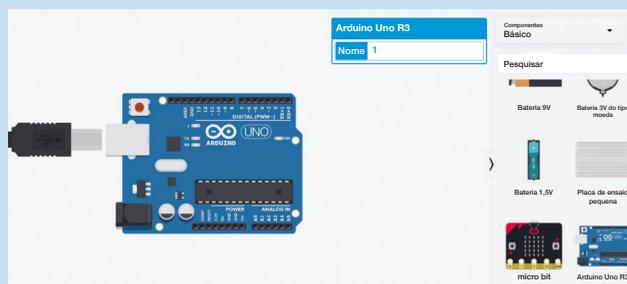
Materiais necessários:

Arduino, Jumper, Servo Motor, papelão e palito de sorvete.

1.1 Simulação no *Tinkercad*

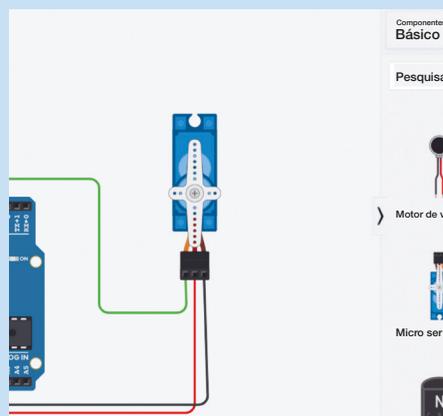
Acompanhe a simulação no *Tinkercad* sobre a construção do projeto e testar seu funcionamento. Vídeo de apresentação: Programando microprocessador. Disponível em: <https://cutt.ly/iZMPlvP>⁸. Acesso em 24 jun 2021.

Figura 1 – Programação no Tinkercad



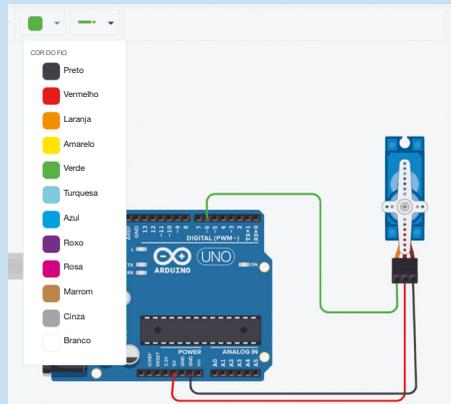
No *Tinkercad*, na parte de circuitos, lado esquerdo da tela, clique em cima do Arduino e coloque no campo da simulação que se encontra ao lado dos componentes como mostrado na imagem acima.

Figura 2 – Programação no Tinkercad



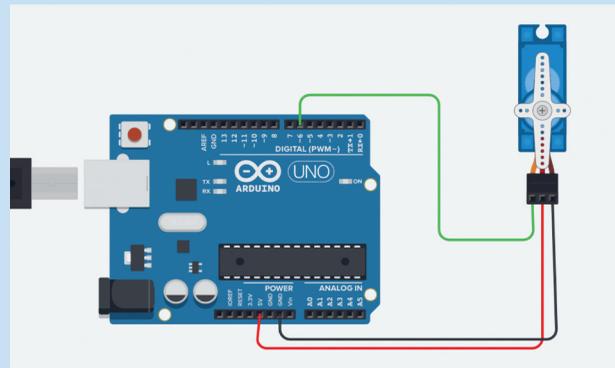
Depois escolha o Servo motor, igual da imagem acima. Importante observar que no Servo Motor tem cores próprias dos cabos. O marrom representa GND (-), o vermelho é + e o laranja PWM (ligação nas portas digitais). Tensão de alimentação entre 4.8 – 6 volt.

Figura 3 – Programação no Tinkercad



Na parte da caixa de cores apresentada acima indica os Jumpers, responsável pela ligação das portas e passar a energia do Arduino para os componentes.

Figura 4 – Programação no Tinkercad



Observe agora a ligação: cabo vermelho está ligado no Arduino em 5V e no cabo Vermelho, do meio, do Servo Motor. Já o GND do Arduino está ligado ao cabo marrom, enquanto a porta 6 do Arduino, com cabo verde, está ligada no cabo laranja do Servo Motor. Depois das conexões corretas, é possível apertar no canto superior esquerdo na aba **INICIAR SIMULAÇÃO**. (Caso for usar alguns componentes, sugerimos usar protoboard para melhor organização).

Fonte: Acervo particular/Antonio Rafael da Costa

1.2 Programação com o servo motor em Blocos.

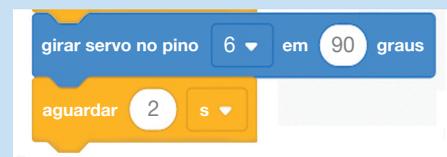
Vídeo de apresentação: Montagem de cancela com microprocessador. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=2R7gLAONaOw>. Acesso em: 25 jun 2021⁹.

Figura 1 – Programação no Tinkercad



No Tinkercad tem como programar em blocos. Mas o Arduino apenas aceita a Linguagem C++, com o bloco é possível mostrar a lógica e depois apresentar programação em C++. Como apresentado acima, tem o bloco GIRAR SERVO NO PINO (ESCOLHA A PORTA QUE SERÁ LIGADO) EM 90°. Essa definição é importante para efetivar o giro do Servo, de acordo com o projeto. Em seguida, aguardar 2 segundos. No caso do Arduino lê: milissegundos, representa 1000 para 1 segundo.

Figura 2 – Programação no Tinkercad



Para que o servo volte ao ponto de partida, precisa colocar ele para girar a 0°, como mostra na imagem **GIRAR SERVO PINO (porta que será ligado) em 0°**. Em seguida, esperar 2 milissegundos. Isso será uma programação contínua. No caso, fará sempre a repetição dessa programação.

Fonte: Acervo particular/Antonio Rafael da Costa

1.3 Programação com o servo motor em C++

Figura 1 – Programação no Tinkercad

```

1 // c++ code
2 //
3 #include <Servo.h>
4
5 Servo servo_6;
6
7 void setup()
8 {
9   servo_6.attach(6,500,2500);
10
11 }
12

```

A programação C++ é construída em linhas. Observe que as // pode ser descrito um texto, no entanto não será lido a programação quando abre e fecha as //. Para iniciar o programa escreva o comando **VOID SETUP ()**, depois se abre { e depois fecha com }, abaixo segue a programação que será lida e executada. **Servo_6.attach (6, 500, 2500)**. Nesse caso, 6 seria a porta. Já **500** largura mínima de pulso para **0°** e **2500** largura de pulso máximo para **90°**

Figura 2 – Programação no Tinkercad

```

9   servo_6.attach(6, 500, 2500);
10
11 }
12
13 void loop()
14 {
15   servo_6.write(90);
16   delay(2000); // Wait for 2000 millisecond(s)

```

Observe, que depois de definir 2500 (largura de pulso máximo para 90°, coloque; (ponto e vírgula), em seguida fecha com}. Escreva **VOID LOOP ()**, abaixo abra com { e escreva abaixo: **Servo_6.write(90)**
Delay(2000);

O descrito acima representa a ligação do servo em 90° e depois Delay (tempo) de 2 segundos.

Figura 3 – Programação no Tinkercad

```

13 void loop()
14 {
15   servo_6.write(90);
16   delay(2000); // Wait for 2000 millisecond(s)
17   servo_6.write(0);
18   delay(2000); // Wait for 2000 millisecond(s)
19 }

```

Depois da última descrição, coloque a seguinte informação para que o servo motor desça.

```

Servo_6write(0)
Delay(2000);

```

Observe que o grau foi para 0°, isso para voltar ao início. Como está no **VOID LOOP**, será uma execução contínua do programa.

Fonte: Acervo particular/Antonio Rafael da Costa

Construção da cancela, acesse o QR Code:



Após conhecer esse projeto, junte-se com seus colegas para construir outro projeto que seja relevante para resolver um problema que possa impactar na melhoria da vida das pessoas ou do meio ambiente.

Compartilhe seu projeto em **#Technovasp**.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 4 MEMES E MINHAS PRODUÇÕES



Vocês já devem ter recebido ou enviado alguns memes, não é mesmo? Vamos estudar alguns aspectos importantes sobre a compreensão de memes, a partir da análise de uso e direitos de imagens. Por se tratar de um tema muito atual e conhecido por vocês, talvez não tenham se dado conta de que existem alguns cuidados importantes, que devem ser tomados na criação de memes e, também, com os acessos a sites não confiáveis. Teremos uma abordagem muito prática com momentos de discussão, produção, análise e reflexão sobre esta forma de comunicação.

ATIVIDADE 1 – ATENÇÃO COM COMPUTADORES



Conversa com o(a) professor(a): Os estudantes devem ter consciência de que forma os computadores podem ser infectados. Ao utilizar diferentes dispositivos, baixar programas de sites não confiáveis, correm o risco de infectar seus dispositivos com vírus. Essa conversa é importante para que, gradativamente, tornem-se usuários mais conscientes ao navegar em ambientes virtuais.

Objetivo: Compreender como códigos maliciosos podem infectar o computador, adotar medidas de segurança para manter dados e dispositivos protegidos.

Organização/desenvolvimento: Realize a leitura abrindo uma discussão sobre os prejuízos que vírus podem causar nos dispositivos. Como os estudantes trabalharão com software para desenvolver as atividades, essa conversa é um início para tratar desse assunto.

Na primeira atividade, chamar a atenção dos estudantes para os cuidados que devem ter ao baixar qualquer programa na internet, pois, as atividades seguintes deverão ser desenvolvidas, acessando o computador.

Ao realizar as atividades, é importante discutir cada item com os estudantes.

1.1 Vocês sabem o que um vírus pode causar no seu computador? De que forma ele age?



Ler para conhecer!

Vírus é um programa ou parte de um programa de computador, normalmente malicioso, que se propaga, inserindo cópias de si mesmo e se tornando parte de outros programas e arquivos.

Para que possa se tornar ativo e dar continuidade ao processo de infecção, o vírus depende da execução do programa ou arquivo hospedeiro, ou seja, para que o seu computador seja infectado, é preciso que um programa, já infectado, seja executado.

O principal meio de propagação de vírus costumava ser os disquetes. Com o tempo, porém, essas mídias caíram em desuso e começaram a surgir novas maneiras, como o envio de *e-mail*. Atualmente, as mídias removíveis tornaram-se novamente o principal meio de propagação, não mais por disquetes, mas, principalmente, pelo uso de *pen-drives*.

Há diferentes tipos de vírus. Alguns procuram permanecer ocultos, infectando arquivos do disco e executando uma série de atividades, sem o conhecimento do usuário. Há outros que permanecem inativos durante certos períodos, entrando em atividade apenas em datas específicas¹⁰.

1.2 Relacione a primeira coluna com a segunda e teste seus conhecimentos:

- (a) Vírus propagado por *e-mail*: (d) tipo específico de vírus de *script*, escrito em linguagem de macro, que tenta infectar arquivos manipulados por aplicativos que utilizam esta linguagem como, por exemplo, os que compõem o Microsoft Office (Excel, Word e PowerPoint, entre outros).
- (b) Vírus de *script*: (c) vírus que se propaga de celular para celular por meio da tecnologia *bluetooth* ou de mensagens MMS (*Multimedia Message Service*). A infecção ocorre quando um usuário permite o recebimento de um arquivo infectado e o executa. Após infectar o celular, o vírus pode destruir ou sobrescrever arquivos, remover ou transmitir contatos da agenda, efetuar ligações telefônicas e drenar a carga da bateria, além de tentar se propagar para outros celulares.
- (c) Vírus de telefone celular (a) recebido como um arquivo anexo a um e-mail, cujo conteúdo tenta induzir o usuário a clicar sobre este arquivo, fazendo com que seja executado. Quando entra em ação, infecta arquivos e programas, enviando cópias de si mesmo para os e-mails encontrados, nas listas de contatos gravadas no computador.
- (d) Vírus de macro (b) escrito em linguagem de *script*, como *VBScript* e *JavaScript*, e recebido ao acessar uma página Web ou por e-mail, como um arquivo anexo ou como parte do próprio e-mail escrito em formato HTML. Pode ser automaticamente executado, dependendo da configuração do navegador Web e do programa leitor de e-mails do usuário.

ATIVIDADE 2 – USO DE IMAGENS NA PRODUÇÃO DE MEMES



Conversa com o(a) professor(a): Os estudantes devem criar memes a partir da busca de imagens, verificando os direitos de uso. Os memes devem ser criados com o tema do Desenho Universal, para divulgar, informar e conscientizar as pessoas sobre a criação que fizeram nas atividades anteriores.

Objetivos: Criar memes com uso adequado de imagens, produzindo conteúdos para divulgação da criação com os princípios do Desenho Universal.

Organização/desenvolvimento: Organize a turma em grupos de até 4 integrantes. Para criação de memes, em geral é preciso de uma imagem, assim a primeira discussão será sobre os direitos de imagens para qualquer situação, em particular na criação de memes. Os estudantes devem realizar uma pesquisa sobre imagens e procurar pelo tipo de licença de uso. Após a pesquisa, socialize as descobertas para que possam observar os cuidados que devem ter em buscas e apropriação de conteúdos veiculados na internet.

¹⁰ Texto extraído de: CERT.br. Cartilha de Segurança para Internet. Disponível em: <https://cartilha.cert.br/livro/cartilha-seguranca-internet.pdf>. Pág. 41. Adaptado para reflexão dos estudantes. Acesso em: 16 set. 2022.

2.1 Será que podemos usar qualquer imagem para criar um meme?

2.2 Vocês sabiam que as imagens também têm direitos de usos? Como vocês imaginam que podemos usar as imagens em redes sociais?

Usar imagem de terceiros, sem permissão, pode ocasionar problemas sérios, como processos judiciais. Pensando nisso, hoje é possível encontrar imagens, para as quais não são exigidos permissão de uso.



A criação de memes é uma habilidade muito disseminada e divulgada atualmente. É comum nos impressionarmos com memes, que retratam um conceito complexo de uma forma simples, objetiva e com um toque de humor. Sem dúvida, seus criadores não só possuem um repertório, mas uma grande criatividade. No entanto, com a disseminação do universo on-line, regras devem ser seguidas e respeitadas.

2.3 Para criar um meme, antes vamos aprender a pesquisar imagens na internet, respeitando os direitos de uso. Vocês sabem como podemos pesquisar imagens com direitos de uso?

2.4 Como procurar imagens de livre uso no Google:

- Busquem pela imagem que desejam no site <[google.com](https://www.google.com)>
- Quando aparecer o menu abaixo, clique em ferramentas.

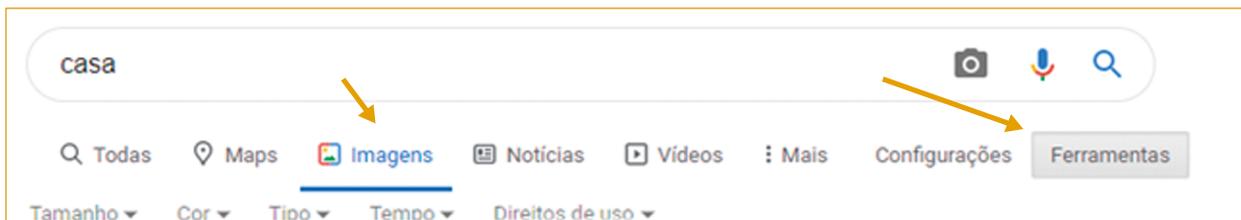


Imagem: Print tela_busca_Google.com.br

- Quando você clicar em ferramentas, em seguida clique na opção Direitos de uso.

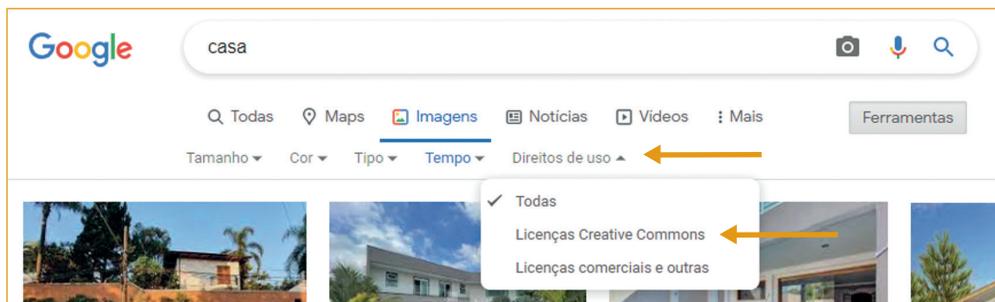


Imagem: Print tela_Direitos de uso_Google.com.br

Ao clicar em Licenças *Creative Commons*, serão exibidas as imagens sob licença CCBY, porém é preciso verificar qual o tipo de licença. Vocês sabem o que é uma Licença Creative Commons?

Iniciem por uma pesquisa para conhecer os tipos de licenças, assim vocês não correm o risco de usar imagens sem autorização de uso. Escrevam um pequeno texto sobre as licenças. Vocês podem iniciar sua busca em: <https://creativecommons.org/>. Acesso em: 05 maio 2021.

Socialize suas descobertas.

ATIVIDADE 3 – ROTEIRIZAÇÃO E PRODUÇÃO DE MEMES



Conversa com o(a) professor(a): Os estudantes devem se organizar em grupos para criação de memes. Devem considerar a produção das aprendizagens anteriores,

Objetivo: Roteirizar a criação de memes e realizar buscas de imagens, verificando o tipo de licença para uso.

Organização/desenvolvimento: Os estudantes podem iniciar o trabalho em grupos. Inicialmente, devem criar meme para divulgar as produções realizadas nas aulas anteriores. O meme é uma forma de comunicação, por isso devem pensar na divulgação com meme, de forma positiva.

3.1 Agora que vocês conhecem os direitos de uso, é o momento de criar um meme, a partir de imagens que vocês poderão buscar na internet.

Antes de pesquisar a imagem, é preciso organizar um roteiro sobre o que será o meme.

Seu desafio será criar um meme, a partir da sua criação sobre o tema Desenho Universal. Sejam criativos de forma que seu meme possa contribuir, para que os espaços sejam para todos.

As questões abaixo irão ajudar a alinhar as ideias.

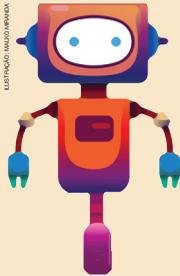
- Qual o assunto/tema que vamos abordar?
- O que queremos que as pessoas façam com o resultado da nossa mensagem?
- Por que estamos criando isso?
- Qual é nosso público-alvo?
- O que queremos que as pessoas pensem (e reflitam sobre) como resultado da nossa mensagem?
- Que ideias, valores e informações queremos tornar explícitos?
- Quem pode se beneficiar dessa mensagem?
- Alguém poderá ser prejudicado com essa mensagem?
- Como e por que pessoas diferentes poderão interpretar essa mensagem de formas distintas?
- Como as pessoas poderão se sentir depois de ouvir, ler ou ver essa mensagem?

3.2 Agora que as ideias estão alinhadas, explorem os sites indicados de imagens e alguns aplicativos para gerar memes, acessando o QR Code. Não esqueçam de verificar a licença de uso.



Link_Memes_imagens

Após a criação compartilhe em **#Teclnovasp**.



Olá, que bom que chegou até aqui. Compartilhe com seus colegas como foi sua jornada.

Organize uma apresentação: vídeo, mapa mental, mural virtual, enfim, use a imaginação para contar como foi sua aprendizagem.

Compartilhe em **#Teclnovasp**.



Prezado(a) professor(a), neste momento, você finalizou essa etapa e gostaríamos da sua colaboração, acessando o link a seguir e fazendo a avaliação do material.

Agradecemos sua participação!

<https://forms.gle/pVa5r9miynrLxunDA>

REFERÊNCIAS

- Aprendizagem Criativa:** site da Rede Brasileira de Aprendizagem Criativa. Disponível em: <https://cutt.ly/UCuMZ39>. Acesso em: 8 dez. 2020.
- BIMBATI, A. P. **Design thinking ajuda os alunos a buscar soluções para problemas reais.** Nova Escola, 4 mar. 2020. Disponível em: <https://cutt.ly/GCuMN7L>. Acesso em: 5 nov. 2020.
- BNCC na prática: aprenda tudo sobre as competências gerais.** Nova Escola; Fundação Lemann, [s. l., [s. d.]. Disponível em: <https://cutt.ly/PCuM2P1>. Acesso em: 5 nov. 2020.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular:** Educação é a Base. Brasília, 2018. Disponível em: <https://cutt.ly/aCuM7Pn>. Acesso em: 2 set. 2020.
- Comece com exploração, não com explicação:** artigo incrível da Natalie Rusk, disponível em Português Brasileiro: <https://cutt.ly/sCu1wDL>. Acesso em: 8 dez. 2020.
- COMPETÊNCIAS na BNCC,** [s. d.]. Encontre soluções para combinar competências gerais e habilidades. Disponível em: <https://www.competenciasnabncc.org.br/>. Acesso em: 5 nov. 2020.
- CRIATIVOS da escola,** [s. d.]. Design for change. Disponível em: <https://criativosdaescola.com.br/>. Acesso em: 5 nov. 2020.
- Curso Aprendendo a Aprendizagem Criativa:** curso e comunidade sobre a Aprendizagem Criativa desenvolvido pelo Lifelong Kindergarten Group no MIT Media Lab. Disponível em: <http://lcl.media.mit.edu>. Acesso em: 8 dez. 2020.
- DESIGN for Change,** [s. d.]. Design for change is a global movement that cultivates the 'I can' mindset in every child. Disponível em: <https://www.dfeworld.com/SITE>. Acesso em: 5 nov. 2020.
- DESIGN Thinking para educadores,** [s. d.]. Disponível em: <https://cutt.ly/ZCu1fbE>. Acesso em: 5 nov. 2020.
- HOAX Busters,** [s. d.]. Um projeto de 'fact checking' colaborativo com alunos do Ensino Médio. Disponível em: <https://cutt.ly/GCu1zgR>. Acesso em: 5 nov. 2020.
- Livro Jardim de infância para a vida toda:** por uma aprendizagem criativa, mão na massa e relevante para todos. Autor: Mitchel Resnick. Disponível em: <https://www.jardimdeinfanciaparaavidatoda.org/>. Acesso em: 8 dez. 2020.
- MENA, I. **Verbete Draft: o que é o método aquário.** Draft, 16 ago. 2017. Disponível em: <https://cutt.ly/wCu1m8X>. Acesso em: 5 nov. 2020.
- MORAN, J. **Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda.** ECA – USP, dez. 2013. Disponível em: <https://cutt.ly/YCu1TI8>. Acesso em: 5 nov. 2020.
- O QUE é Hackathon.** Hackathon Brasil, [s. d.]. Disponível em: <https://cutt.ly/oCu1OtY>. Acesso em: 5 nov. 2020.
- PROJETOS. **Educação para a Informação,** 21-22 abr. 2018. Disponível em: <https://cutt.ly/UCu1FVN>. Acesso em: 5 nov. 2020.
- RICO, R. **Competência 2: pensamento científico, crítico e criativo.** Nova Escola, [s. d.]. Disponível em: <https://cutt.ly/hCu1ZaH>. Acesso em: 5 nov. 2020.
- SÁ, E. D. de; CAMPOS, I. M. de; SILVA, M. B. C. **Atendimento educacional especializado: deficiência visual.** Seesp; Seed; MEC, Brasília – DF, 2007. Disponível em: <https://cutt.ly/MCu1BQm>. Acesso em: 5 nov. 2020.
- Transforme a sala de aula.** Portal Volta às Aulas com a Aprendizagem Criativa. Disponível em: <https://cutt.ly/tCu12ry>. Acesso em: 8 dez. 2020.

PROJETO DE VIDA

PERCURSO FORMATIVO: O GPS DAS AULAS

Ementa: Elaboração e atualização do Projeto de Vida, definindo estratégias e ações que viabilizem sua concretização.

Competências Socioemocionais priorizadas: Tolerância à Frustração, Entusiasmo, Foco, Determinação, Interesse artístico e Respeito.

Situação de Aprendizagem	Objetivos	Competências socioemocionais
1. A decisão num piscar de olhos.	Refletir sobre como fazer escolhas e decidir de forma objetiva.	Entusiasmo e Interesse Artístico
2. Vontade de ir lá fora constatar!	Estimular contestação diante da força que faz duvidar de verdades incontestáveis para a tomada de decisões.	Foco e Respeito
3. O inesperado aconteceu!	Refletir sobre a percepção da vida diante de um fato inesperado.	Tolerância à frustração e Entusiasmo
4. Somos o que decidimos.	Pensar sobre como as emoções e as experiências impactam nos processos de tomada de decisão.	Respeito e Assertividade
5. Avaliação formativa de competências socioemocionais	<ul style="list-style-type: none"> Promover o autoconhecimento e a autorregulação dos(as) estudantes a partir da avaliação de seus PDP e do uso do instrumento de avaliação com base em rubricas. Propiciar um momento de reflexão e apropriação de resultados. 	Competências priorizadas pela SEDUC/SP para a 2ª série
6. A força do que você está fazendo.	Integrar as experiências significativas do Projeto de Vida para continuar aprendendo ao longo da vida.	Determinação e Foco

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 1 A DECISÃO NUM PISCAR DE OLHOS

Objetivo:	Refletir sobre como fazer escolhas e decidir de forma objetiva.
Competência socioemocional em foco:	Entusiasmo e Interesse artístico
Material necessário:	Diário de Práticas e Vivências



1 Conversa com Professor

O caderno deste bimestre traz a Mitologia Grega como gatilho para as reflexões dos(as) estudantes sobre escolhas e decisões ao longo da trajetória dos seus Projetos de Vida. Por meio do mito de Hércules, entre tantas reflexões possíveis, vamos abordar questões sobre o determinismo e o controle da própria vida. Ou seja, tomaremos essa narrativa mitológica, refletindo também sobre as escolhas e decisões desse herói, para as discussões necessárias em sala de aula. A proposta deste Caderno, portanto, é que os(as) estudantes **reflitam** sobre como as suas escolhas determinam a realização do que projetaram para si. E, como as **circunstâncias de vida de cada um** pode eliminar algumas situações e ao mesmo tempo criar outras. Sendo cada um, responsável pela própria história. Sobre isso, a exemplo do mito de Hércules, os(as) estudantes aprenderão sobre como esse herói mudou o futuro que tinha projetado para si, por meio das suas decisões. Além disso, serão levantadas questões sobre a percepção dos(as) estudantes diante de verdades **inquestionáveis** para a tomada de decisões, sendo estimulados a trazerem suas experiências em momentos de medo de algo dar errado a partir de uma decisão. Neste caso, a confiança e a superação de Hércules serão usados pelo(a) professor(a), como **motivação**, para os(as) estudantes **não desistirem dos seus sonhos**.

ATIVIDADE 1 – AUTOCONCEITO

Assim como abordaremos a tomada de decisão diante de fatos inesperados, estimulando o **otimismo** dos(as) estudantes diante de problemas e de suas capacidades para enfrentá-los, a proposta é que desenvolvam uma orientação otimista frente a um problema, ao invés de duvidarem das suas habilidades para solucioná-lo e, com isso, encontrem sentido no que fazem. Assim sendo, as competências Socioemocionais foco desta atividade são **Entusiasmo** e **Interesse Artístico**.



2 Para Saber Mais

Entusiasmo significa envolver-se ativamente com a vida e com outras pessoas de uma forma positiva, alegre e afirmativa - sentir “gosto pela vida”. Quando somos entusiasmados, encaramos nossas tarefas diárias com alegria e interesse, apreciando o que fazemos e mostrando nossa paixão ao outro.

Interesse artístico diz respeito a valorizar produções artísticas e desenvolver sensibilidade para ver beleza e se expressar por meio dela em suas diversas formas. Podemos usar nossa imaginação e habilidades criativas para produzir ou vivenciar a arte em muitos domínios diferentes, tais como, visual, verbal, oral e escrita, musical e muitas outras linguagens. Com interesse artístico, podemos apreciar diferentes manifestações artísticas e nos sentirmos motivados para praticá-las da maneira que gostamos.

Ao final, esperamos que os(as) estudantes consigam integrar as suas experiências mais significativas para que possam seguir no desenvolvimento dos seus Projetos de Vida. É importante ressaltar que as aprendizagens dos(as) estudantes nas aulas de Projeto de Vida estão estritamente

1 Fonte: Disponível em: <https://pixabay.com/pt/vectors/coruja-p-c3a1ssaro-livro-s-c3a1bio-47526/> Acesso em: 01 jul. 2022.

2 Fonte: Elaborado para o material de Projeto de Vida.

relacionadas às suas experiências e atuação ativa diante da vida. Assim, o importante não é ensinar os(as) estudantes sobre **como** pensar, mas **o que** pensar; prover ferramentas para a solução de problemas, tomada de decisões e, também, controle das suas emoções.

Na primeira aula deste Caderno é importante considerar os conhecimentos dos(as) estudantes, principalmente, os que adquiriram na aula “**Arquitetura da Escolha**” (Caderno do 3º Bimestre). Nessa aula, eles aprenderam a analisar as opções de escolhas para uma tomada de decisão. Partindo disso, espera-se que chegando até essa aula, eles(as) tenham colocado em prática o que aprenderam, buscando resolver os próprios problemas para a realização do seu Projeto de Vida.

Agora, cabe ao(à) professor(a) **questioná-los**, por meio do mito de Hércules, sobre o seu protagonismo diante da vida, no tocante às decisões que foram capazes de tomar até o momento:

- será que tudo o que decidiram até aqui, é realmente o que queriam?

Ou melhor,

- quais as decisões ainda estão por vir para que consigam realizar o que pretendem?

Antes de partir para o aprofundamento das atividades da primeira aula, é importante entender por que escolhemos a **Mitologia Grega** - O mito de Hércules como narrativa para as relações com o Projeto de Vida.



Para Saber Mais

Por que escolhemos a Mitologia Grega?

Em linhas gerais, a **Mitologia** é um conjunto de lendas criadas por um povo durante muitas gerações e apresenta-se como uma possibilidade riquíssima de explicar e experimentar o mundo, pois supera o tempo e está sempre muito presente na vida do homem, contribuindo com o teatro, a literatura e as artes visuais, por exemplo.

Além disso, a **Mitologia Grega** possui os relatos mais antigos que se tem documentado e serve como importante fonte de conhecimento sobre o pensamento dos gregos, seus mitos e conhecimentos. Embora muitas das histórias dos seus heróis e suas aventuras sejam imaginárias, existem relações com a natureza, suas ocupações, seus instrumentos, seus costumes e os lugares que visitaram e conheceram.

Sem falar que toda **narrativa mitológica** tem como propósito levar à reflexão do comportamento humano, sendo infinitas as maneiras de explorá-las. Os **mitos** são um exemplo dessas possibilidades, pois abordam sentimentos humanos e traduzem ou procuraram responder a indagações morais e existenciais que rondam a mente humana. É por isso que, ainda hoje, histórias mitológicas gregas falam da nossa sensibilidade, mesmo depois de tanto tempo.

Enfim, a **mitologia** é uma maneira de tratar as questões e sentimentos humanos mais profundos. Ela pode funcionar como um mapa para cada ciclo da vida e experiência humana. No caso deste Caderno, pode dar sustentação a grandes questões interiores e travessias dos(as) estudantes para a vida adulta, por meio da mediação intencional do(a) professor(a), sobre as suas escolhas e decisões. Além disso, fortalece a formação integral dos(as) estudantes ao ampliar as suas referências sobre os valores pessoais e sociais.

No caso do mito de Hércules, os(as) estudantes serão desafiados a tratar questões sobre problemas reais vividos por eles(as), como o reconhecimento da sua própria identidade, tensões internas, conflitos pessoais que estão vivendo, conforme as escolhas e decisões dos seus Projetos de Vida.

Por fim, os ensinamentos que a mitologia nos traz são imensos, não apenas no âmbito da área de Humanas, mas de Ciências Humanas, Exatas e Matemática também.

A título de exemplo, todos os nossos planetas do sistema solar são deuses gregos. As pessoas não reconhecem isso pois usamos os nomes deles em romanos. Vejam:

Terra é obviamente a **Gaia**,

Marte é **Aries**,

Hermes é **Mercúrio**,

Afrodite é **Vênus**,

Zeus é **Júpiter**,

Cronos é **Saturno**,

Poseidon é **Netuno** e

Plutão, que não é mais um planeta, é **Hades**.

O **Sol**, como estrela, é Hélio, que foi inspiração para o elemento químico.

Sobre a primeira atividade, o(a) professor(a) deve questionar os(as) estudantes se eles sabem que, ao nascer, Hércules inicia um longo caminho para encontrar sua verdadeira identidade, para que consiga assumir quem ele realmente é. Desde o seu nome, ao longo da sua jornada, a sua transformação vai se concretizando pelas diversas adversidades e descobertas pelas quais passou. Poderíamos dizer que a sua história de vida, conforme os(as) estudantes aprofundarão na sequência das aulas deste caderno, passa por diversas metamorfoses: do herói que, aos poucos, vai assumindo aquilo que está em seu interior, abandonando alguns papéis sociais e de fato, tomando as decisões que lhe cabe diante da vida. Sendo assim, o(a) professor(a) deve explorar o texto introdutório de abertura da aula, para situar os(as) estudantes sobre o mito de Hércules e sua relação com o Projeto de Vida, bem como com o que consta na Atividade Autoconceito.

Caderno do(a) Estudante

ATIVIDADE 1 - AUTOCONCEITO

1. **Leia o texto na sequência e responda ao que se pede:**



Para Saber Mais

Texto: A identidade de Hércules

É preciso entender que mesmo antes do seu nascimento, **Hércules** já era impactado por seu legado familiar, pois ele era filho de **Zeus** com uma mortal, **Alcmena**.

Como você deve ter ouvido falar, Zeus era um dos maiores deuses da mitologia grega, que teve várias paixões com outras deusas e mortais. Alcmena mesmo foi uma das mortais a quem Zeus não poupou a sua soberba. Você acredita que ele se passou pelo esposo de Alcmena, anfitrião, para tê-la como mulher?

Ele, além de governar tudo o que acontecia na Terra, controlar o tempo, tinha o poder de modificar a sua aparência. Vale refletir a respeito da força de Zeus, sua energia e comando como atributos que partem de valores não bem quistos na nossa sociedade. Mas isso é papo para um outro momento. Vamos focar na história de Hércules.

Para o nome Hércules, existem outras explicações também; uma delas é que esse é um nome de batismo que significa "**a Glória de Hera**" ou "**aquele que serve gloriosamente**", pois Hera era esposa de Zeus e devido a ele ser seu filho bastardo, esse nome foi usado para apaziguar a fúria dessa deusa.

É importante saber que mesmo **antes de nascer**, Hércules, estava destinado a ser rei, pois Zeus prometera a si mesmo que o primeiro descendente da linhagem de **Perseo** (cidade-estado de Micenas) que nascesse, seria o futuro rei de **Argos**, fato que gerou uma reviravolta no seu destino, pois o próprio herói, sem saber quem era o seu verdadeiro pai, viveu experiências desafiantes, tendo que tomar muitas decisões arriscadas.

A sua narrativa nos faz refletir sobre sua identidade. Podemos considerá-lo um herói que sofreu durante boa parte da sua vida, mas não devido simplesmente à fúria de Hera e, sim, devido às consequências das suas próprias escolhas. Em linhas gerais, a sua vida girou em torno dos seus **Doze Trabalhos**.

Você já ouviu falar deles?

O(A) seu(sua) professor(a) tratará de explicá-los ao longo das aulas.

O que interessa agora é compreender que os seus Doze Trabalhos não foram tarefas definidas por ele e, sim, impostas sem que ele pudesse pensar em outras escolhas.

Isso se deu em parte, devido à verdade sobre a sua identidade ter custado a ser revelada, pois ele não imaginava que era filho Zeus e que, mesmo antes de nascer, seu pai tinha definido uma vida diferente para ele.



³Fique de Olho:

Quer saber mais sobre a história da vida de Hércules? Visite a Sala de Leitura da sua Escola, e veja se há exemplares da história da mitologia grega, vale à pena a embarcar na leitura!

Conforme as explicações do(a) seu(sua) professor(a), se analisarmos todas as escolhas de Hércules, podemos dizer que elas foram objetivas, mas não foram motivadas por seus interesses e o que buscava ser. E, por isso, foi tão penoso para esse herói experimentar as consequências das suas escolhas e aprender com os seus erros.

Isso nos faz imaginar o que poderia ter sido diferente na sua história se tivesse feito outras escolhas, como dar fim às situações que o submetia às outras pessoas.

3 Fonte: Elaborado para o Currículo em Ação.

2. Em Projeto de Vida, mais do que identificar alternativas, buscar informações e prever as consequências de uma decisão, aprendemos a tomar decisões com base no que somos e queremos ser. E, por isso, temos que tomar nossas próprias decisões.
 - a) Identifique no seu Projeto de Vida decisões que apesar de trazerem confronto com argumentos de terceiros, lhe trouxeram bem-estar e satisfação pessoal ao tomá-las.
 - b) Considerando a importância de se tomar decisões pautadas em seus valores pessoais e em quem você é e busca ser, analise as decisões que mencionou anteriormente e descreva o que você estabeleceu como o passo mais importante no processo de realizá-las.

Essa primeira atividade traz parâmetros para o(a) professor(a) discutir como os(as) estudantes têm desenvolvido a autonomia. Para isso, precisam ter um autoconceito sobre quem são, desenvolvendo uma autoimagem positiva de si mesmos. Assim como, buscar saber dos(as) estudantes quais informações, valor emocional e análises têm levado em consideração para tomarem decisões.

É importante considerar que o processo de aplicar uma decisão é muito mais complexo em seu funcionamento real. Nosso cérebro atua e experimenta um valor, os resultados e os compara com resultados esperados. Isso faz com que gere uma aprendizagem que influenciará na nossa tomada de decisão quando estivermos diante de uma situação similar. Sobre esse assunto, abrir espaço para falas dos(as) estudantes em relação às decisões que foram as mais difíceis, sobre qual tipo de questões usualmente refletem e como tem sido o processo de tomar decisões. Procurar ouvir dos(as) estudantes também, se costumam ter dificuldade com a opinião dos(as) outros(as), para tomar uma decisão. Haja vista que, durante a adolescência, a relação entre iguais tem uma grande relevância e isso pode intervir negativamente na tomada de decisões.

Contudo, é fundamental considerar que a fase da adolescência não segue um padrão idêntico para todos os adolescentes, pois cada um experimentará um desenvolvimento diferente com distintas vivências. Contudo, existe um conjunto de habilidades que são destrezas que ajudam na relação dos adolescentes consigo mesmo, com as demais pessoas e com o entorno no qual estão inseridos, contribuindo para as tomadas de decisões mais adequadas, que se ajustam aos interesses e sonhos de cada um:



Para saber mais

- **Autoconhecimento** - essa habilidade nos permite entender não apenas a importância de nos conhecermos e o que forma a nossa identidade e faz parte da nossa autonomia, como reconhecer nosso jeito de ser, nossa personalidade, os pontos fortes, as fragilidades, as atitudes e valores para construir sentido acerca de nós mesmos, das demais pessoas e do mundo que compartilhamos. Conhecer-se não é apenas visualizar quem somos por dentro, também é saber de qual rede social somos parte, com que recursos pessoais e sociais contamos para celebrar a vida e para confrontar momentos de adversidade.
- Outro ponto que vale ressaltar é que a **tomada de decisões** significa atuar proativamente para fazer as coisas se sucederem em vez de se limitar a deixar que ocorram como consequência do azar ou de outros fatores externos. E, não existem escolhas e decisões erradas. Continuamente estamos tomando decisões, escolhendo o que fazer diante de distintas alternativas. Essa habilidade oferece ferramentas para avaliar as diferentes possibilidades em jogo, tendo em conta as necessidades, valores, motivações, influências e possíveis consequências presentes e futuras, tanto na própria vida como na de outras pessoas. Quanto mais o(a) estudante é capaz de se perceber em meio às decisões que lhe cabem, menos complexo se torna tomar decisões.
- Sobre o **manejo de problemas e conflitos** - é importante saber que não é possível e nem desejável evitar conflitos. Graças a eles, renovamos as oportunidades de mudar e crescer. Conflitos podem ser uma fonte de coisas dolorosas, porém também uma oportunidade de crescimento. Podemos aceitar os conflitos como motor da existência humana, dirigindo nossos esforços a desenvolver estratégias e ferramentas que permitam manejá-los de forma criativa e flexível, identificando neles a oportunidade de mudança e crescimento pessoal e social.
- Além disso, vale ressaltar que o **pensamento criativo** usa a razão e a emoção para ver a realidade de perspectivas diferentes, o que nos permite inventar, criar e empreender com originalidade. Pensar criativamente faz referência à capacidade de idear algo novo, relacionar algo conhecido de forma inovadora ou afastar-se de esquemas de pensamento ou condutas

habituais (pensar fora da caixa). Isso permite questionar hábitos, abandonar inércias e abordar a realidade de forma nova.

O pensamento crítico, é sobre o saber analisar experiências e informações e ser capaz de chegar a conclusões próprias sobre a realidade. Uma pessoa crítica não aceita a realidade de maneira passiva “porque sempre tem sido assim”. Pelo contrário, ela faz perguntas para ela mesma, questiona rotinas, investiga. O pensamento crítico requer colocar em ação tanto as habilidades cognitivas (um processo ativo de pensamento que permite chegar a conclusões alternativas), como as competências emocionais (relacionadas com as atitudes pessoais.)

- Outra questão que deve ser levada em consideração pelo(a) professor(a) é o **manejo das emoções e sentimentos**. Esta habilidade propõe aprender a navegar no mundo das emoções e sentimentos, buscando maior autonomia com o próprio mundo afetivo e o das demais pessoas. As emoções e sentimentos nos enviam sinais constantes os quais nem sempre escutamos. Às vezes pensamos que não temos o direito de sentir medo, tristeza ou raiva. Isso é um exemplo distorcido de como o mundo afetivo pode estar sendo enxergado de forma distorcida, por causa de temores e racionalizações. Compreender melhor o que sentimos, implica escutar o que se passa dentro de nós mesmos, como atender o contexto em que estamos vivendo.

ATIVIDADE 2 – SUPERPODERES

Em relação à segunda atividade, os(as) estudantes devem identificar suas principais habilidades que lhe proporcionaram chegar até onde chegaram na construção dos seus Projetos de Vida, conforme o que pede o Caderno do(a) Estudante:

É importante que os(as) estudantes identifiquem, nas habilidades, aquelas que desenvolveram com base nos seus Projetos de Vida e as que consideram serem ainda necessárias. É dessa forma que “a jornada do herói” se configura, sendo eles os principais personagens de suas histórias. A **proatividade**, portanto, é importante para que eles alcancem o que querem e para que tomem as decisões que precisam.

Caderno do(a) Estudante

ATIVIDADE 2 - SUPERPODERES



Imagem livre de direitos autorais. Disponível em: <<https://cutt.ly/GZDBSk3>>. Acesso em abril de 2022.

Imagem livre de direitos autorais. Disponível em: <<https://cutt.ly/vZDBTr6>>. Acesso em abril de 2022.

1. Hércules era musculoso e tinha barba. Usava uma pele de leão na cabeça e uma clava na mão. A sua determinação e inteligência também o tornaram símbolo do homem em luta e de força.

Contudo, as suas qualidades/habilidades só foram sendo desenvolvidas à medida que se desafiou nos **Doze Trabalhos** aos quais foi submetido. O próprio Hércules não se considerava um herói e pouco sabia sobre si mesmo.

Mas, e você?

- Quais as habilidades/forças têm conseguido desenvolver ao longo da construção do seu Projeto de Vida?
- Quais considera importante aprender?

Converse com um(a) colega sobre isso.

Ao final desta aula, é importante que você compreenda que tomamos decisões num piscar de olhos e que elas não são irracionais ou precipitadas por causa disso.

Lembre-se que nós fazemos isso e nem percebemos. Assim como corremos o risco de procrastinar decisões por acharmos que devemos ter justificativas racionais para todas as nossas decisões.

Então, você aprendeu o quanto é importante construir o seu autoconceito para não correr o risco de tomar decisões com base no que os outros pensam ou acham que você deveria fazer. A identidade, nesse sentido, é algo que deve ajudá-lo na tomada de decisões.



Fique de Olho:

Professor, como **recurso interdisciplinar**, é possível buscar por meio da arte, expressões artísticas de Hércules, assim como, pinturas em objetos, esculturas e poemas.

Existem inclusive, hinos Homéricos, que descrevem o Hércules em **métricas**.

Nesse documento, existem detalhes sobre a sua vida, sobre o seu nascimento, sobre sua relação conturbada com Hera, sobre a realização de difíceis tarefas e sua apoteose.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 2

VONTADE DE IR LÁ FORA CONSTATAR!

Objetivo:	Estimular contestação diante da força que faz duvidar de verdades incontestáveis para a tomada de decisões.
Competência socioemocional em foco:	Foco e Respeito
Material necessário:	<ul style="list-style-type: none"> • Recursos tecnológicos para pesquisa na internet; • Perguntas guiadas elaboradas pelo(a) professor(a) para movimentação da técnica Aquário (descrição na atividade) • Diário de Práticas e Vivências.



Conversa com Professor(a)

Essa aula deve ser iniciada a partir da leitura do texto introdutório de abertura da aula, que consta no **Caderno do(a) Estudante**, que tem como propósito trazer uma problemática mundial para reflexão inicial dos(as) estudantes sobre a importância de contestar fatos para a tomada de decisões. Ou seja, o texto de abertura da aula deve ser mediado pelo(a) professor(a), estimulando o pensamento crítico e confrontação de ideias, para a tomada de decisões.

ATIVIDADE 1 – REALIDADE X PERCEPÇÃO

Sobre o assunto do texto:

No texto, apresentam-se reflexões sobre a pós-verdade, em que a vida humana se baseia na credibilidade de mensagens que disseminam informações de forma distorcida por quem as recebe. É um texto que deve ser complementado pelos comentários do(a) próprio(a) professor(a), no sentido de polemizar a necessidade de contestação do ser humano diante dos fatos.

Como deve ser de conhecimento do(a) professor(a), atualmente, as interações que as redes sociais oferecem aos seus usuários, a propagação de informações que nem sempre são verdadeiras, têm trazido enormes consequências para a sociedade, como a anticiência, o negacionismo climático, as teorias da conspiração e, até mesmo, discursos de ódio entre as pessoas.

É importante dizer para os(as) estudantes que, viver na era da pós-verdade significa ter consciência da precariedade da comunicação humana, tanto em relação ao erro, como à mentira. Além disso, se por um lado temos que considerar a multiplicidade de formas de se enxergar a realidade, por outro, temos que encarar isso como um problema cultural, coletivo e social.

É preciso, por exemplo, promover a alfabetização mediática e informacional das pessoas.

É importante ressaltar que o objetivo do texto não é trazer noções sobre o que é a verdade e sim, motivar os(as) estudantes a pensar a respeito da importância de se buscar informação concreta sobre os fatos, comparar discursos e corroborar com a realidade. Para isso, buscar maneiras que os façam sair da própria subjetividade como forma de estabelecer outros pontos de vista, é um bom começo para a construção do pensamento crítico.

Sabendo que a pós-verdade consiste na banalização da veracidade, dos dados e da supremacia do discurso emotivo, é urgente uma educação que evite que os(as) estudantes fiquem à deriva da estupidez coletiva, mas que valorize a convivência e o diálogo.

Assim, a **Atividade: realidade x percepção** tem, como propósito, estimular a contestação frente a fatos supostamente incontestáveis, no caso, a própria história do herói Hércules.

Caderno do(a) Estudante

ATIVIDADE 1 - REALIDADE X PERCEPÇÃO



É certo que não existia internet e tampouco redes sociais quando Hércules foi desafiado a cumprir os Doze Trabalhos na Grécia Antiga. Na verdade, todo o conhecimento dessa época era transmitido de pessoa para pessoa, por meio da observação e experiência de vida de cada indivíduo. Os ensinamentos do mestre **Quíron** (Centauru chefe e preceptor das artes da sobrevivência, da cultura e da filosofia) foram passados para Hércules dessa maneira.

Fonte: Imagem livre de direitos autorais. Disponível em: <<https://cutt.ly/zZD17CX>>. Acesso em: abril de 2022.

Imagine que todas as informações e conhecimento do herói eram limitados pelos seus mestres. Talvez por isso ele nunca tenha questionado a verdadeira história sobre sua própria identidade.

Considere que, quando ele aceitou os Doze Trabalhos do rei **Euristeu**, a sua autoconfiança lhe escapava tanto, que o rei decidiu pelo seu futuro.

Para saber sobre a verdadeira história de Hércules, siga as orientações do(a) seu(sua) professor(a) na sequência:

Orientações:

1. Sabendo que decisões sábias pressupõem conhecimento sobre o objeto a ser decidido, em grupo de cinco, pesquise na internet informações sobre a história do herói Hércules;
2. Agora, leia o texto **Hércules: do nascimento aos Doze Trabalhos**, disponibilizado por seu(sua) professor(a);
3. Após a leitura do texto na questão anterior, você será convidado por seu(sua) professor(a) a discutir os seus pontos de vista, por meio da vivência de uma técnica chamada **“Conversas de Aquário”**. Por meio dessa técnica, serão organizadas discussões sobre a vida do herói Hércules. A técnica ajudará você e seus(suas) colegas a administrarem um debate e mantê-lo sob controle.

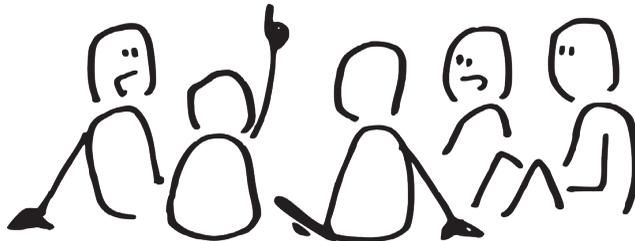


Imagem livre de direitos autorais. Disponível em: <https://cutt.ly/HZD9CDY>. Acesso em: abril de 2022.

- a) Por meio dessa técnica, você precisará escolher, sob orientação do(a) seu(sua) professor(a), se será responsável pelos debates (ficará dentro do aquário, compondo um círculo interno e fechado) ou se assumirá o papel de ouvinte que é quem vai registrar as conclusões do grupo;
- b) Existe uma disposição das pessoas sentadas em círculos para início do debate. São dois círculos, um interno e fechado, formado por um grupo que permanece debatendo ativamente os assuntos (do círculo interno) e outro círculo externo, formado por um grupo que apenas ouve e toma notas de vários pontos de vista;
- c) O(A) seu(sua) professor(a) o orientará sobre a escolha de um tópico sem respostas óbvias e com muitos prós e contras para a discussão.

Exemplo: Hércules não teve opções de escolhas durante a sua vida?

4. Ao final, o Aquário deve ser resumido com uma discussão.

A atividade está dividida em quatro etapas.

A **primeira etapa**, propõe que os(as) estudantes pesquisem informações sobre a história de vida do herói Hércules. Para isso, o(a) professor(a) deve disponibilizar recursos na escola para pesquisas na internet. A proposta é que possam ampliar os seus saberes, fazendo novas descobertas sobre o herói e, com isso, estabelecer um fluxo de comunicação e trocas entre os(as) colegas sobre as informações que conseguirem coletar.

Antes de finalizar a primeira etapa da atividade, é importante que o(a) professor(a) proporcione um momento de fala dos(as) estudantes sobre o que pesquisaram.

Na **segunda etapa** da atividade, a partir das informações iniciais trazidas pelos(as) estudantes, o(a) professor(a) deve convidá-los a realizar uma leitura conjunta sobre o texto apresentado na sequência. É importante projetá-lo para que todos possam acompanhar a leitura. Esse texto resume a Vida do Herói e é apenas base para o que será proposto na sequência da atividade.

Considerando essas etapas, as competências socioemocionais são **Foco e Respeito**.



⁴ Para saber mais:

Foco consiste em “atenção seletiva” – isto é, capacidade de selecionar um objetivo, tarefa ou atividade e, então, direcionar a atenção apenas para o que foi “selecionado” e nada mais. Quando estamos altamente focados, somos capazes de nos concentrar e de evitar distrações.

Respeito é tratar outras pessoas, mais velhas e mais jovens, com bondade, consideração, lealdade e tolerância – ou seja, a forma como gostamos de ser tratados. Significa mostrar o devido respeito aos sentimentos, desejos, direitos, crenças ou tradições dos outros. Existem muitas maneiras de desrespeitar alguém, como não ouvir, desconsiderar, dizer coisas maldosas e ofensivas, gritar, intimidar ou ferir. Às vezes, o respeito nos obriga a controlar impulsos agressivos ou egoístas, porque não queremos ferir os direitos ou sentimentos de outra pessoa.

Na **terceira etapa**, professor, chegou o momento da leitura para os estudantes sobre o texto “Os Doze Trabalhos de Hércules”:



⁵ Do nascimento aos Doze Trabalhos

Conta a história que **Hércules** foi propositalmente castigado por **Hera**, ainda no ventre da sua mãe, para que não fosse rei de Micenas (cidade muito poderosa da Grécia Antiga). Um dos planos de Hera contra Hércules foi antecipar o parto da esposa de **Estenelo**, grávida de sete meses, para que isso não acontecesse. Como parte desse plano, ela provocou uma divisão entre o povo de Micenas sobre quem seria o rei de **Perseo**, se seria da linhagem de Anfritião (marido de **Alcmena**) ou Estenelo (marido de **Nicipe**). Assim, fez com que **Zeus** decidisse que o primeiro descendente a nascer seria rei de Perseo, sendo essa uma promessa feita pelo rio **Estige**, que é o voto mais sagrado dos deuses. Ou seja, Zeus não poderia jamais voltar atrás na sua decisão.

Para levar a cabo o seu plano, Hera foi até a sua filha **Ilítia**, a deusa do parto, que já estava se preparando para o parto de Alcmena e a obrigou a ir até a casa de Estenelo, fazer primeiro, o parto

4 Fonte: Elaborado para o material Projeto de Vida.

5 Disponível em: <https://cutt.ly/RVbPjq9>. Acesso em: 21 set. 2022

de Nicipe. Com isso, Alcmena sofreu em trabalho de parto, enquanto Nicipe deu à luz muito antes do esperado, nascendo assim, o pequeno e frágil Euristeu. Isso concretizou o plano de Hera, pois Euristeu tornou-se descendente de Perseu destinado, que seria o maior dos Deuses.

No dia seguinte, Ilítia conseguiu ajudar Alcmena a dar à luz. Assim, o semideus Hércules nasceu junto com o seu irmão gêmeo (**Ificles**), filho legítimo de Anfitrião. Sabendo que Hera estava por trás de tudo isso, Zeus ficou muito aborrecido e proibiu Hera de fazer mal a Hércules e Alcmena.

Contudo, Atena, a deusa da sabedoria, sendo muito perspicaz, sabia que sua madrasta Hera não o deixaria em paz. Então, ela foi até a casa de Alcmena e avisou que o recém-nascido corria perigo. Com isso, a deusa da sabedoria pegou a criança e foi até um bosque próximo do Olimpo, no qual sempre costumava passear e colocou o bebê em cima de uma rocha, em segurança. Em seguida, correu ao encontro de Hera, que estava se preparando para uma caminhada no bosque e a acompanhou.

Assim, ao andar pelo bosque, ambas se deparam “acidentalmente” com o bebê que, ao ser acolhido por Atena, logo percebeu que ele estava muito fraco e precisava ser alimentado. Então, Atena pegou o bebê no colo e o amamentou. Depois de mamar o que precisava, o menino mordeu o mamilo de Hera e fez com que ela o jogasse longe e fosse embora. Atena, ao apanhar o bebê que caiu no chão, percebeu que ele, mesmo depois de ter caído longe, nada tinha acontecido, o seu corpo estava intacto. É dessa parte que surgem as versões sobre a força física de Hércules, que dizia que um semideus amamentado por Hera, ganharia capacidades muito além de um simples mortal.

Com uma força descomunal, ainda bebê, ele se livrou de mais uma investida de Hera contra a sua vida, quando ela enviou duas serpentes venenosas para o seu berço. Conta a lenda que Hércules pegou as duas serpentes pela mão e as estrangulou. Foi quando Hera ficou sabendo dos seus poderes e, por ironia do destino, apesar de Hera passar décadas para destruir a reputação e a vida do menino, ela foi exatamente a responsável pela força sobre-humana que o tornou o mais renomado dos super-heróis.

Depois desse incidente, Hera percebeu que deveria rever o seu plano, porque Hércules tinha uma força muito além de um simples mortal e ela não poderia levantar suspeitas de Zeus, caso algo acontecesse com ele. Então, temporariamente ela resolveu se afastar dele.

Enquanto isso, Hércules foi criado por sua mãe Alcmena e seu pai adotivo Anfitrião e eles aprenderam a lidar com a força assustadora do filho. Porém, quando adulto, seus pais acharam que ele deveria seguir o próprio caminho e Hércules passou a transitar por vilarejos e a ajudar na construção de templos e grandes obras estruturais que demandavam muita força física humana.

Os anos foram se passando e Hércules foi aprendendo cada vez mais a dominar as suas capacidades sobre-humanas. Um dos mestres que o treinou foi **Quiron** – o mestre centauro, o meio irmão de Zeus. Esse é um dos deuses gregos mais inteligentes; ele tinha um vasto conhecimento de história e medicina e tinha prazer em ensinar, tornando-se um(a) grande professor(a) de semideuses e heróis da mitologia. Esse mestre lhe ensinou que enfrentar um adversário mais forte do que ele, não o tornava corajoso e sim estúpido. E, assim o jovem semideus estudou não apenas como usar a sua força, mas aprendeu sobre o uso de ervas medicinais, quais plantas eram venenosas e curativas, treinando assim não apenas o corpo, mas a mente.

Hércules tornou-se adulto e, entre uma troca de favores com o rei de Tebas, este lhe concedeu a mão da sua filha em casamento. Então, ele casou-se com **Mégara**, com quem teve três filhos.

Contudo, Hera não tinha desistido do seu plano, pois era muito vingativa e ciumenta. Assim, provocou a fúria de Hércules, por meio de um ataque de loucura, provocado por **Lissa**, a deusa da loucura. Isso fez com que Hércules visse sua família como monstros terríveis, o que o fez tirar a vida da sua esposa e de seus três filhos.

Após o ataque de fúria, quando voltou ao seu estado normal, ele soube o que tinha acontecido. Hera não apenas tinha conseguido destruir a sua reputação, mas também o seu espírito. Esse ato

de Hércules chocou os deuses do Olímpio. Ainda achando pouco o que fez, Hera convocou a assembleia do Olimpo para tratar do fato, influenciando os deuses para que o executassem e que sua alma fosse aprisionada no tártaro, onde iria pagar pelo crime por toda eternidade. Contudo, Atena questionou a decisão de Hera, dizendo que talvez ele não fosse o culpado pelo crime, pois ele amava a sua família. Atena alegou que existia uma deusa Lissa, que o enfeitiçara e pediu que os deuses dessem uma chance a Hércules. Foi a partir disso que ele teve que conquistar a sua liberdade e sua condição divina, ao fim da sua jornada, por meio dos **Doze Trabalhos**.

Os doze Trabalhos foram dados por Eristeu, simpatizante de Hera.

O plano de Hera era fazer com que ele não completasse todos os trabalhos e morresse antes. Mas Hércules conseguiu superar cada uma das missões que foram dadas. Foram elas:

1. **O leão de Nemeia:** o herói conseguiu vencer o maior leão do mundo durante uma batalha.
2. **Hidra de Lerna:** era o monstro de sete cabeças que se regenerava. Ele venceu o monstro sem deixar que outras cabeças nascessem, queimando as cicatrizes das cabeças.
3. **A corça de Cerinéia:** Hércules perseguiu a corça por um ano. Ela era um animal extremamente ágil e ele fez uma armadilha para pegá-la.
4. **O javali de Erimanto:** Hércules tinha que capturar o javali e entregá-lo, vivo.
5. **O curral do rei Augeasos:** o estábulo tinha três mil bois e não havia sido limpo nos últimos 30 anos. Para cumprir a missão de limpá-lo, o herói desviou o curso de dois rios.
6. **As aves do lago Estínfale:** as aves eram antropófagas e foram vencidas com flechas do herói.
7. **O touro louco na ilha de Creta:** Era um touro forte e bravo, influenciado por Poseidon. O herói o capturou vivo e foi montado nele, entregá-lo para Eristeu.
8. **As éguas do rei Trácia ou de Diomedes:** As éguas eram carnívoras e ele usou sua força super-humana para capturá-las e, em seguida, alimentá-las com o corpo do antigo dono. Conta a lenda que, depois disso, as éguas ficaram mansas e ele as levou para Eristeu.
9. **O cinto de ouro da rainha Hipólita:** Hipólita era uma rainha de uma tribo amazonas. Ela possuía um cinto dourado que era desejado pela filha de Eristeu. Hércules conseguiu pegar o cinto convencendo a rainha a entregá-lo.
10. **Os bois selvagens de Gerião, da ilha de Eritreia:** Gerião tinha um rebanho de bois que eram pastoreados por um monstro e um cão de várias cabeças. Hércules usou a força de sua espada para conseguir domar os bois e levá-los vivos para Eristeu.
11. **As maçãs douradas das ninfas no jardim das Hespérides:** as maçãs de ouro eram vigiadas por um dragão de cem cabeças. Enquanto substituía **Atlas** na função de carregar o firmamento, este ajudou o herói a conseguir as maçãs.
12. **O Cérbero:** Cérbero era uma das terríveis criaturas que viviam no submundo, o Tártaro. Cérbero era um cão de três cabeças. Sem uso de armas, o herói desacordou a criatura e o levou para Eristeu.

Antes de concluir o último trabalho, Hércules foi até o castelo de **Ades** e foi recebido pelo deus do submundo que, ao conversar com ele, confirmou tudo o que o herói fez. Contudo, a verdade foi revelada quando Ades conta a participação da deusa da loucura Lissie, que tinha sido manipulada por Hera, fazendo com que ele destruísse a própria família.

Hércules disse que todas as pessoas que tentaram ajudá-lo, morreram por sua culpa e ele disse que não merecia voltar para o mundo dos vivos. Porém, Ades pediu para ele esperar um pouco e enviou uma mensagem escrita para Mégare, contando-lhe a verdade sobre o que houve e, ela, respondeu dizendo que ele não deveria se culpar, que ela sabia o quanto os anos que passaram tinham sido difíceis para ele e que estava muito perto de conquistar a sua liberdade; por isso, não deveria desistir do último trabalho.

Assim, Hércules foi cumprir o último trabalho, que era o de capturar o cão de três cabeças, o Cérbero, o guardião do submundo. Ao conseguir amarrá-lo, Ades determinou que Cérbero deveria seguir Hércules até Micenas, sem demonstrar resistência. Ao retornar ao reino de Micenas, Eristeu se escondeu num Jarro de bronze, perplexo com a vitória de Hércules. Enquanto isso, uma multidão se reuniu no palácio para festejar a vitória de Hércules. Com isso, o herói resgatou a sua glória e motivação para seguir em frente.

Após a vitória, Hércules recebeu uma visita de Zeus, que disse que ele era o maior herói da Grécia e que o sangue que corria nas suas veias era seu. Então, Zeus o convidou para viver no Olimpo, ao lado dele. Contudo, Hércules não aceitou o convite, dizendo que quem o criou foi Anfitrião e, se ele tivesse que escolher um deus para ser seu pai, seria Quíron. Depois disso, Hércules seguiu sua vida, traçando um novo futuro para ele.

Sobre os Doze Trabalhos de Hércules, para ampliar ainda mais o repertório dos(as) estudantes, é possível explorar alguns vídeos na internet.

Ao final da leitura do texto **Hércules: Do nascimento aos Doze Trabalhos**, pergunte aos(as) estudantes se existe alguma informação que gostariam de complementar diante das pesquisas que realizaram na etapa anterior da atividade. É importante abrir espaço para que falem sobre suas percepções sobre a história, mas o(a) professor(a) precisa sempre fazer referências sobre **como o futuro desse herói foi impactado pela decisão de aceitar os Doze Trabalhos** impostos pelo rei Eristeu.

Antes de seguir a análise do texto e, para a próxima etapa da atividade, é importante:

- entender algumas questões sobre a mitologia grega,
- como a mitologia grega foi uma das que mais influenciou a cultura do mundo ocidental e, por meio dos mitos gregos, é possível entender o mistério do mundo.

Porém, nem o(a) professor(a) e tampouco os(as) estudantes devem interpretá-los literalmente.

Como é do conhecimento do(a) professor(a), o **mito** está sempre contrapondo um mundo **mítico/irracional x um mundo lógico/racional**, utilizando-se da argumentação, do convencimento que implica a quem ouve, a necessidade de formar um juízo. É por isso que poderíamos dizer que o mito se aproxima da arte, ligando-se ao lado irracional do pensamento.

O mito sempre esteve presente na vida dos povos gregos, assim, as suas representações penetraram seus pensamentos e dominaram as suas concepções morais. Depois dos gregos, os poetas trágicos foram buscar seus temas e, os poetas líricos, suas imagens. Na verdade, mito e história se confundiam na Grécia Antiga, tendo um papel pertencente aos acontecimentos sociais, onde as ações a serem tomadas advinham do conhecimento das narrativas dos deuses e heróis.

Entendendo isso, é importante ressaltar que a narrativa do herói Hércules é apenas uma forma de expressão da vida humana que, com o passar dos séculos, apesar de ter sido amplamente acolhida pela filosofia, sofreu alterações, adições e apropriações, na tentativa de encontrar uma versão válida e completa na forma de narrar a jornada do herói.

Neste Caderno, portanto, a narrativa do mito de Hércules, pode ser interpretada e decifrada por diferentes perspectivas. A nossa intenção não é validar nenhuma versão e sim, explorar o pensamento crítico dos(as) estudantes x suas subjetividades/percepções sobre os fatos. Essa é uma forma de os(as) estudantes pensarem sobre os comportamentos do herói, com base em suas experiências de vida.

Uma vez esclarecidos esses pontos, por meio do conhecimento que cada estudante tem sobre seu Projeto de Vida, cabe ao(a) professor(a) questioná-los a respeito do que acharam sobre a jornada de Hércules, se sabiam que ele se tornou Deus apenas ao final dos Doze Trabalhos, sendo este um dos maiores feitos pretendidos por um homem grego antigo. E se na percepção deles, podemos mesmo considerá-lo um herói.

Para ouvi-los, inclusive para que expressem seus pontos de vista sobre as decisões do herói, será proposta uma discussão, chamada de **Conversa de Aquário**, desenvolvida pela **quarta etapa** da atividade.



Para saber mais:

O que é Conversa de Aquário?

A **Conversa do Aquário** pode ser usada para organizar discussões construtivas sobre um determinado tópico.

A técnica ajuda as pessoas a administrarem um debate sobre o assunto e mantê-lo sob controle, mesmo que muitas pessoas estejam participando. Nesta técnica, a qualquer momento, um grupo de pessoas estará debatendo ativamente, enquanto o resto do grupo ouve e toma notas de vários pontos de vista. Por meio de um processo interativo, muitos participantes poderão ouvir e falar sobre um tópico e, assim, gerar muitos pontos de vista sobre um mesmo assunto.

A técnica do Aquário é ideal para muitas situações em que uma discussão sobre vários pontos de vista é necessária. É popular na ciência política, na filosofia, na publicidade, na ciência e, por óbvio, na tomada de decisões. Também é uma ótima ferramenta para cursos de formação e envolvimento dos(as) estudantes em várias discussões em torno de um tema específico.

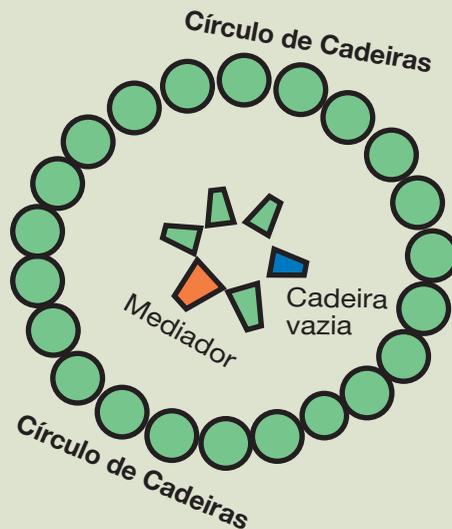
Essa técnica permite que os(as) estudantes expressem suas opiniões.

A **Conversa do Aquário** é particularmente útil para o momento em que vivemos na sociedade contemporânea, onde visões opostas estão constantemente em rota de colisão, com pouca escuta e consideração por visões divergentes. A técnica ajuda a expor aos(às) estudantes o que o outro campo pensa, de maneira controlada, e ajuda a criar um diálogo.

O que é necessário?

- Um espaço amplo. Disponha cinco ou seis cadeiras em uma área central. Cerque-o de cadeiras em uma forma circular para o resto dos(as) estudantes. Todas as cadeiras devem estar voltadas para dentro. Você pode ter mais de um círculo externo se tiver uma turma muito grande. Você pode pedir ao círculo mais externo que fique de pé, o que ajuda a mantê-los engajados e ouvindo ativamente;
- uma cadeira no centro é para o(a) professor(a) (mediador(a)) e o restante é para os(as) estudantes considerados(as) no Aquário;
- escolha um tópico sem respostas óbvias e muitos prós e contras para qualquer ponto de vista. Exemplo: Hércules não teve opções de escolhas durante a sua vida?
- prepare uma série de perguntas guiadas, cuidadosamente elaboradas para este tópico, para uso durante o debate e que possa ajudar os participantes a cobrirem todas as áreas.

Disposição das cadeiras:



Fonte: Figura elaborada pela equipe Projeto de Vida.

Como fazer?

A técnica do Aquário não precisa, necessariamente, de um moderador, que neste caso é o(a) professor(a), mas a presença de um é recomendada. O moderador pode sentar-se na área central, mas não deve participar do debate e, ao invés disso, se concentra em garantir que o debate corra bem, orientando-o.

Como moderador, ele deve selecionar o tópico para discussão e, fornecidas as informações básicas para preparar os participantes sobre o que discutir, ele deve selecionar quatro ou cinco estudantes e pedir-lhes que sentem no centro. Eles formarão o Aquário e debaterão o tema. É ideal que os(as) estudantes explorem os seus repertórios sobre o tópico e sejam capazes de articular bem seus pontos de vista. Isso ajuda a dar ao debate, um início sólido com o objetivo de estabelecer um alto padrão.

Solicitar aos(as) estudantes no Aquário que discutam ativamente sobre o tópico. Eles fornecerão argumentos lógicos e demonstrarão seu conhecimento sobre o assunto.

Os(as) estudantes de círculos externos não podem participar das discussões. Eles irão avaliar os argumentos levantados e refletir sobre os novos *insights*, especialmente quando se tratar de pontos de vista opostos.

Os(As) estudantes devem usar as perguntas guiadas preparadas pelo(a) professor(a) para o debate. Apenas aqueles no Aquário podem participar das discussões.

Os observadores nos círculos externos podem tomar notas sobre o que é discutido e redigir uma crítica ou um resumo.

Alguns(mas) estudantes aprendem melhor quando observam, enquanto outros podem preferir se envolver em discussões. Como tal, a técnica do Aquário é projetada para envolver todos.

Ao final, um Aquário deve ser resumido com uma discussão.

É fácil perder o controle do que foi coberto. Muitos pontos interessantes e importantes podem ser levantados e, se não forem capturados, podem ser facilmente perdidos. Um resumo fará um compilado de todos os benefícios da sessão e ajudará na referência futura do(a) professor(a).

O(A) professor(a), como moderador(a), deve perguntar aos(as) estudantes sobre o que acharam da técnica e quais as conclusões a que chegaram sobre a vida de Hércules e suas escolhas.

É esperado que cheguem a um consenso, que pode girar em torno, ou não, de considerar Hércules como sendo um homem comum, que teve que aprender e desenvolver as suas habilidades por meio das próprias experiências. Assim como, ele era um herói que se encontrou o tempo todo no caminho por descobrir sua verdadeira identidade e, que uma das coisas pelas quais mais lutava, era por liberdade. Ele também buscava alterar seu destino, o que, para os gregos, era impossível de ser realizado pois nem mesmo os deuses eram capazes de fazê-lo.

Ao final da atividade, unindo pontos entre a técnica Aquário e o conhecimento sobre a História de Hércules, é importante explicar aos(as) estudantes que, para tomar decisões com sabedoria, é preciso saber explicar como se chegou até elas, se houve um processo, se definiram critérios, se elencaram alternativas. Para as possíveis opções a serem escolhidas por eles, é preciso analisar os prós e os contras, a importância e probabilidade do que pensaram ao escolher e acharam que tal coisa aconteceria.

Vale orientá-los sobre a popularização dos filmes históricos, pois eles acabaram sendo também uma representação de Hércules, conforme a visão dos seus cineastas.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 3

O INESPERADO ACONTECE

Objetivo:	Refletir sobre a percepção da vida diante de um fato inesperado.
Competência socioemocional em foco:	Tolerância à frustração e ao Entusiasmo
Material necessário:	Diário de Práticas e Vivências.



Conversa com Professor

A aula deve ser iniciada com a leitura conjunta do texto introdutório de abertura, conforme consta no Caderno do(a) Estudante, com as devidas pausas para as inferências dos(as) estudantes.

É importante que os(as) estudantes saibam que diante de situações imprevistas, as decisões que temos que tomar são de maneira automática, com o nosso cérebro funcionando de forma racional, porém sem nos darmos conta disso.

É importante que o(a) professor(a) saiba que nossas decisões respondem a uma estrutura de nossa mente. Temos um cérebro reptiliano.

O primeiro patamar evolutivo se relaciona com os animais e nos conecta com eles. É ele que controla todos os nossos mecanismos automáticos: respirar, andar... Por outra parte, está o emocional, que filtra o que sentimos e, por último, o córtex, o racional.

De maneira esquemática, o funcionamento das três estruturas explica-se da seguinte forma: dos múltiplos estímulos que nos chegam e que processamos, todos ficam arquivados com uma etiqueta e, portanto, podemos recuperá-los; aqueles que têm uma carga emocional e as sensações que derivam deles nos influenciam mais que os estímulos racionais.

A verdade é que recebemos muito mais estímulos do que processamos racionalmente e, isso nos influencia, queiramos ou não.

Essa explicação deve ajudar o(a) professor(a) a explicar aos(às) estudantes, com as suas próprias palavras, como eles reagem às situações inesperadas, sendo influenciado por seus arquivos de experiências armazenadas. Até sentir medo de que coisas inesperadas possam acontecer na consecução dos seus Projetos de Vida, partem das etiquetas que estão arquivadas conforme as suas experiências ruins e boas.

É importante entender que toda decisão supostamente racional está influenciada pelas emoções. Na prática, razão e emoção são conceitos indissociáveis. Não se pode separar. Nenhuma decisão é completamente racional, o que é igual é que toda decisão supostamente racional está influenciada pelas emoções.

A ilusão entre cérebro e emoção é falsa.

ATIVIDADE 1 – O TAMANHO DO MONSTRO

Considerando o objetivo da atividade, as competências socioemocionais em foco são **Tolerância à frustração** e **Entusiasmo**.



Para saber mais:

Tolerância à frustração é a habilidade de desenvolver estratégias eficazes para regular o sentimento de raiva e irritação, mantendo a tranquilidade e a calma perante as frustrações, de modo a evitar o mau humor, o descontrole ou a instabilidade emocional.

Entusiasmo significa envolver-se ativamente com a vida e com outras pessoas de uma forma positiva, alegre e afirmativa - sentir “gosto pela vida”. Quando somos entusiasmados, encaramos nossas tarefas diárias com alegria e interesse, apreciando o que fazemos e mostrando nossa paixão ao outro.

Partindo disso, solicite que os(as) estudantes respondam o que se pede na atividade:

Caderno do(a) Estudante

ATIVIDADE 1 - O TAMANHO DO MONSTRO

1. Cite as situações com as quais você não saberia lidar se elas acontecessem de forma inesperada. Pense no Plano de Ação do seu Projeto de Vida e trace uma lista de coisas sobre o que você faria nessas situações?
2. Quais seriam os seus pensamentos e emoções caso tivesse que tomar decisões diante de situações inesperadas? Converse com alguns(as) colegas sobre isso e anote os pensamentos e as emoções comuns que surgirem na conversa de vocês.

A proposta é que percebam essa relação indissociável entre razão e emoção. Ao criarem a lista de coisas sobre o que fazer em situações inesperadas, o(a) professor(a) deve ajudá-los(as) a perceberem isso.

O(A) professor(a) pode explicar aos(às) estudantes que as pessoas tendem a justificar de forma racional, uma decisão que muitas vezes foi levada pela emoção. Fazemos isso porque buscamos

ponderar vantagens e desvantagens em relação a uma decisão para, ao final, dirimir um efeito, ainda que o envolvamos na racionalidade.

A criação da lista de coisas para fazer, em situações inesperadas, trazida pelos(as) estudantes também possibilita que eles(as) sejam objetivos em suas ações, sem que tenham uma ideia fixa de que imprevistos não acontecem e, caso aconteçam, fiquem impedidos(as) de uma análise correta.

Partindo disso e considerando que as comparações são odiosas, mas que as decisões estão cheias delas, os(as) estudantes devem responder à questão nº 2 da atividade. É importante estimular conversas entre os(as) estudantes que lhes permitam clarear ou ampliar sua forma de ver as coisas. Perceber também que outras decisões podem ser tomadas, pelo simples fato de assumir outro ponto de vista, que elas podem mostrar caminhos que sequer achamos que seria possível. Em linhas gerais, os estilos de pensamento frente às situações inesperadas, fazem a diferença na tomada de decisão.



Para saber mais:

Como fazer escolhas difíceis?

A professora e filósofa Ruth Chang em seu TEDTalk, “Como fazer escolhas difíceis?”, apresenta explicações sobre as escolhas difíceis, com explicações a respeito da racionalidade das escolhas e o que isso tem a ver com o que somos e buscamos ser em nossa vida. Em linhas gerais, a Ruth Chang diz que uma escolha difícil está relacionada a algo grande, memorável, algo que importa para cada um. Contudo, as escolhas difíceis nem sempre são aquelas que nos trazem uma sensação de agonia, lamentação e ranger dos dentes. A verdade é que interpretamos de forma equivocada as escolhas difíceis e o papel que elas têm em nossas vidas.

Para Chang, o que torna uma escolha difícil é a maneira como as alternativas se relacionam. Para explicar sobre isso, ela alega que, se em uma escolha difícil existir uma alternativa melhor do que outra, não significa algo difícil de se escolher. Difícil mesmo é escolher uma alternativa melhor em certos pontos, dentre uma alternativa melhor em outros pontos. Em linhas gerais, ela quer dizer que nenhuma das duas escolhas é melhor que a outra. As escolhas se tornam difíceis porque não há uma escolha melhor, pois, escolhas difíceis não são opções igualmente boas, elas sequer deveriam ser comparadas.

Uma outra questão é que não deveríamos pensar que todas as escolhas difíceis são grandes, pois pequenas escolhas também são difíceis. Isso demonstra que o medo do desconhecido é padrão motivacional comum no trato de escolhas difíceis e isso se baseia num conceito errado.

Em outro ponto, ela alega que o “Inconsciente” nos faz assumir que valores como justiça, beleza e gentileza são similares a quantidades científicas, como comprimento, massa e peso. Contudo, não é possível quantificar o que é importante para nós em números reais, como por exemplo, a alegria de uma criança, o amor que se tem pelo seu parceiro etc. Para a filósofa, não há razão para acreditar que, na escolha, só há três possibilidades: uma alternativa é melhor, pior ou igual à outra. É necessário introduzir uma quarta relação, a de valores, e é por isso que uma escolha se torna tão difícil. Entender as escolhas difíceis desse jeito, nos aproxima de quem somos, revela algo sobre nós mesmos que não sabíamos.

Por fim, Chang diz que cada um de nós tem o poder de criar razões para a decisão. Ela conta com certa ironia que imaginemos um mundo onde cada escolha que enfrentamos é uma escolha fácil, ou seja, sempre há uma alternativa melhor. E, se há uma alternativa melhor, então é essa que devemos escolher (escolher o que tem mais razões para ser escolhido). No mundo é assim, nós teríamos razões principalmente para usar meias pretas ao invés de meias rosas, comer cereal ao invés de rosquinhas, de viver na cidade em vez de morar no campo; isso condiz com um mundo cheio de escolhas fáceis. Porém, para não nos tornarmos escravos das razões, as nossas escolhas difíceis não deveriam ser uma resposta racional, nem ditadas por razões apresentadas por nós, baseadas em nossos valores. Para isso, temos que apoiá-las em razões criadas por nós. Isso

porque, quando criamos razões para nós mesmos, para nos tornarmos esse tipo de pessoa em vez daquele outro, nós nos tornamos a pessoa que somos com todo o nosso coração. Podemos dizer que nos tornamos autores das nossas próprias vidas.

Então, quando nos deparamos com escolhas difíceis, não deveríamos quebrar a cabeça tentando entender qual alternativa é melhor, pois não há uma alternativa melhor. Em vez de procurar por razões lá fora, deveríamos buscar razões no nosso íntimo, no que desejamos no nosso coração.

Quando apenas decidimos por meio das nossas razões, ficamos à deriva da nossa vida; pessoas assim permitem que o mundo escreva a sua história de vida. Essas pessoas deixam mecanismos de recompensa e punição.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 4

SOMOS O QUE DECIDIMOS

Objetivo:	Pensar sobre como as emoções e as experiências impactam nos processos de tomada de decisão.
Competência socioemocional em foco:	Respeito e Assertividade
Material necessário:	Diário de Práticas e Vivências;



Conversa com Professor

Essa aula tem como objetivo, ajudar os(as) estudantes a pensar sobre como as emoções e experiências impactam no processo de tomada de decisão. Para isso, a aula deve ser iniciada pelo(a) professor(a) por meio da leitura do texto introdutório, que se encontra no Caderno do(a) Estudante, abrindo espaço para as colocações dos(as) estudantes. As competências socioemocionais em foco são: **Respeito e Assertividade**.



Para saber mais:

Respeito é tratar outras pessoas, mais velhas e mais jovens, com bondade, consideração, lealdade e tolerância – ou seja, a forma como gostamos de ser tratados. Significa mostrar o devido respeito aos sentimentos, desejos, direitos, crenças ou tradições dos outros.

Existem muitas maneiras de desrespeitar alguém, como não ouvir, desconsiderar, dizer coisas maldosas e ofensivas, gritar, intimidar ou ferir. Às vezes, o respeito nos obriga a controlar impulsos agressivos ou egoístas, porque não queremos ferir os direitos ou sentimentos de outra pessoa.

Assertividade é demonstrar coragem: quando a situação exige, precisamos ser capazes de nos fazer ouvir para dar voz a sentimentos, necessidades e opiniões e de exercer influência social. A capacidade de afirmar nossas próprias ideias e vontades é muito relevante para a realização de metas importantes para nós mesmos ou para nosso grupo diante da oposição ou injustiça.

ATIVIDADE 1 – OS CHAPÉUS DO PENSAMENTO

Na sequência, de acordo com a proposta desta atividade, será explorado um método para identificar como o pensamento dos(as) estudantes incide nos processos de tomada de decisão.

Esse método advém dos estudos de um médico maltês Edward De Bono e demonstra como o cérebro é capaz de organizar a si mesmo. É importante que o(a) professor(a) saiba que Bono concebeu mundialmente o seu método, por meio da dinâmica **“Os Seis Chapéus do Pensamento”**, que colabora para nos ajudar a lidar com o pensamento, emoções, lógica e informações.

O método consiste em fazer uso de seis chapéus que representam um modo de pensar, ideias e emoções, cada um com uma cor.

A ideia é que os(as) estudantes, tomando como referência a história de Hércules, formem seis grupos e cada um deles assumam a posição descrita em cada uma das cores dos respectivos chapéus.

Caderno do(a) Estudante

ATIVIDADE 1 - OS CHAPÉUS DO PENSAMENTO



1. Tomando como referência o que você descobriu sobre o mito de Hércules, vamos aplicar o método **“Os seis chapéus do pensamento”** à história desse herói.

A proposta é que os(as) estudantes se dividam em seis grupos e que cada grupo escolha representar um modo de pensar, bem como as ideias e emoções, de acordo com cada uma das seis cores dos Chapéus descritos na sequência:

Imagem livre de direitos autorais. Disponível em: <<https://cutt.ly/AZFpy1B>>. Acesso em: abril de 2022.

- **Grupo 1: Chapéu branco** – neutralidade e objetividade. Relaciona-se a fatos, informações e dados objetivos.
- **Grupo 2: Chapéu vermelho** - cólera e raiva. Representa uma visão emocional e a oportunidade de expressar sentimentos.
- **Grupo 3: Chapéu preto** - cautela e prudência. Levanta os pontos fracos de uma ideia.
- **Grupo 4: Chapéu amarelo** - clareza e otimismo. Associa-se à esperança e ao pensamento positivo.
- **Grupo 5: Chapéu verde** - fertilidade e abundância. Sugere criatividade e novas ideias.
- **Grupo 6: Chapéu azul** - serenidade e tranquilidade. Refere-se ao controle, à organização do processo de pensamento.

Assim, a ideia trazida pelo método é que os(as) estudantes possam analisar cada aspecto do mito de Hércules num clima cooperativo de troca de ideias, considerando os vários lados de cada versão e pontos de vistas dos(as) colegas, e não causando o seu enfrentamento ou mera discordância.

Ao fazer isso, é estimulada a tomada de decisão com sabedoria pelos(as) estudantes, pois eles(as) conseguem mais informações a respeito do assunto e com isso, incrementam também novas perspectivas aos seus julgamentos. De forma aprofundada, os Chapéus os ajudam a perceber inclusive, os desvios da razão e da lógica por meio de padrões que criamos nas nossas experiências e percepções prévias, que distorcem o nosso julgamento. É comum, quando isso acontece, nós não pararmos para pensar e fazermos escolhas incongruentes com a realidade ou irracionais.

Assim, cabe ao(à) professor(a) explorar bem os papéis de cada chapéu, por parte dos(as) estudantes.

Caso seja necessário, é possível dar um tempo para que escrevam trechos da história de Hércules, assumindo seus papéis.

Ao fazerem isso, os(as) estudantes são estimulados à criatividade e a quebrarem padrões de pensamentos, que lhe permitam mudar a forma como enxergam as coisas.



Para saber mais:

Há uma diferença importante entre escolher e decidir. Mas qual é a diferença?

- **Escolhas** estão relacionadas ao desejo por algo e às opções que temos. Elas têm relação direta com o conhecimento que se tem das opções.
- **Decisões** são fruto do momento em que assumimos a escolha feita. Elas implicam nas atitudes que tornam evidente e concreta essa escolha e têm relação direta com os valores, crenças e convicções em torno de uma ou outra escolha para a qual se atribui significado e valor.

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 5

AVALIAÇÃO FORMATIVA DE COMPETÊNCIAS SOCIOEMOCIONAIS

Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> • Promover o autoconhecimento e a autorregulação dos(as) estudantes a partir da avaliação de seus PDPs (Plano de Desenvolvimento Pessoal) e do uso do instrumento de avaliação com base em rubricas. • Propiciar um momento de reflexão e apropriação de resultados.
Competências socioemocionais em foco	Competências socioemocionais priorizadas pela SEDUC/SP para a 2ª série: Tolerância à Frustração, Entusiasmo, Foco, Determinação, Interesse artístico e Respeito.
Materiais sugeridos	<ul style="list-style-type: none"> • Caderno do(a) Estudante e Diário de Práticas e Vivências • Papéis (sulfite, cartolina, Kraft), barbante, tesoura, revista para recorte, cola, tinta, tampas de garrafa PET.



Conversa com Professor

Chegamos à conclusão do ciclo de avaliações formativas da 2ª série! Em todos os bimestres, os(as) estudantes puderam olhar com atenção para o desenvolvimento das competências socioemocionais priorizadas nesta etapa escolar. Agora, é o momento de rever todo o trajeto de aprendizagem e determinar as conquistas e o que pode ser melhorado nos próximos anos. Como sempre, a mediação baseada na presença pedagógica é um ingrediente essencial para o bom andamento das atividades.

Então, aposte no diálogo com os jovens, no incentivo à participação por meio de problematizações, no cultivo de boas relações e na escuta ativa das experiências comunicadas em sala de aula.

Fechando um ciclo

Para concluir o processo de avaliação formativa, os jovens farão mais três missões. Vejamos os objetivos delas:

- **Missão 1:** Revisitar o Diário de Práticas e Vivências, a fim de avaliar o Plano de Desenvolvimento Pessoal (PDP) e discutir sobre os registros e reflexões feitos ao longo de cada bimestre.
- **Missão 2:** Identificar o “degrau” atual de desenvolvimento das competências priorizadas na 2ª série, por meio do instrumento de avaliação por rubricas.
- **Missão 3:** Criar uma linha do tempo focada no trabalho com as competências socioemocionais, de modo a permitir a apropriação dos resultados do processo de desenvolvimento pessoal em Projeto de Vida.

MISSÃO 1: DE ONDE COMEÇAMOS? PARA ONDE VAMOS?



Fonte: Elaborado pela equipe de produção dos materiais de Projeto de Vida

Retome o processo de avaliação formativa de competências socioemocionais vivido ao longo do ano. Para isso, apresente o ciclo ao lado de forma dialogada, valorizando a participação dos(as) estudantes. Reforce que a avaliação formativa de competências socioemocionais é uma estratégia para favorecer o desenvolvimento integral dos jovens.

Em seguida, organize os(as) estudantes em trios e convide-os a realizar a atividade **“Mão na massa: Revisitando meu Diário de Práticas e Vivências”**, cujo objetivo é trazer memórias do ano letivo a partir dos próprios materiais de Projeto de Vida. Proponha algumas questões disparadoras para orientar a leitura do diário pelos jovens (veja o box a seguir). Acrescente questões que sejam significativas para a própria turma. É interessante que você lhes peça que foquem, em especial, nos registros bimestrais feitos no **PDP**. Dê um tempo para que analisem como planejaram ações e desenvolveram as competências socioemocionais escolhidas pela turma ainda no começo do 1º bimestre.

Sugestões de perguntas para mobilizar a leitura do Diário de Práticas e Vivências:

- Como foi criar um PDP para registrar as ações necessárias para seu desenvolvimento socioemocional?
- Como você usou esse plano? Conseguiu mantê-lo atualizado? Se não, qual foi sua principal dificuldade?
- O que você aprendeu ao registrar aprendizados e desafios no PDP e no Diário de Práticas e Vivências?
- Você utilizou as competências socioemocionais escolhidas como desafio pela turma em outras atividades/outras matérias escolares? Dê exemplos.
- Você exercitou fora da escola as competências socioemocionais desenvolvidas? Em quais situações?

MISSÃO 2: ONDE ESTAMOS?

Nesta missão, os(as) estudantes realizam a atividade “Mão na massa: Autoavaliação de competências socioemocionais”. Antes disso, solicite que reflitam como exercitaram, individualmente, as competências socioemocionais nos últimos meses: *O que mudou desde o preenchimento da 1ª rodada das rubricas?* Eles devem lembrar aspectos não apenas das duas competências escolhidas pela turma, mas também daquelas que são priorizadas pela SEDUC/SP para a 2ª série: Tolerância à Frustração, Entusiasmo, Foco, Determinação, Interesse artístico e Respeito.

Logo após, volte a atenção para o preenchimento do Caderno de Respostas do instrumento de rubricas, que pode ser acessado na **Secretaria Escolar Digital** (disponível em <https://sed.educacao.sp.gov.br> ou no QR Code 1).



Caso sua escola não tenha equipamentos ou acesso ao sistema, baixe o instrumento no link <https://bit.ly/3R0bBfV>, imprima as páginas necessárias e realize a avaliação. Nesse caso, você não receberá o relatório de devolutivas automatizado (com gráficos e orientações), mas pode usar sua criatividade e estratégias analógicas para obter uma visão geral da turma e apoiar o trabalho de desenvolvimento socioemocional dos(as) estudantes.

Se necessário, explique o sentido dos termos “avaliação formativa” e “rubricas” novamente, tal como indicado nos cadernos dos bimestres anteriores. No preenchimento das rubricas, é fundamental que os jovens apresentem ao menos uma evidência/vivência que justifique por que eles se veem num degrau e não em outro. Esses exemplos mais concretos podem ser mobilizados a partir de perguntas que os façam pensar em situações e competências vivenciadas dentro e fora da escola.

Para o bom andamento do processo, é importante que essa atividade seja realizada em um mesmo encontro. Portanto, informe o tempo disponível para que todos a concluam com tranquilidade. Professor(a), auxilie os(as) estudantes nas dúvidas que surgirem durante o preenchimento.

MISSÃO 3: VIVENDO O PRESENTE, OLHANDO O FUTURO

Reflexão individual e em trios

A proposta desta missão é criar uma linha do tempo para registrar o desenvolvimento das competências socioemocionais na 2ª série. Para isso, cada estudante deve refletir sobre seu próprio desenvolvimento, usando tudo aquilo que já foi discutido e trabalhado até agora na situação de aprendizagem e produzir sua própria linha do tempo, de modo a deixar bastante explícito seu percurso pessoal.

Como inspiração, o **“Passo 1” da atividade “Mão na massa: Revendo meu desenvolvimento”** traz um conjunto de perguntas para facilitar e nortear o processo de criação dos(as) estudantes (veja cada uma delas no Caderno do(a) Estudante).

Faça uma leitura conjunta das questões e tire as dúvidas que surgirem. Eles devem refletir sobre cada uma delas individualmente, anotando o que considerarem relevante no Diário de Práticas e Vivências, para discuti-las com o trio posteriormente. Acompanhe os grupos durante o bate-papo sobre as questões, intervindo quando julgar necessário.

Construção individual da linha do tempo

Distribua os materiais para a confecção da linha do tempo (“Mão na massa: Meu desenvolvimento no tempo”). Os(As) estudantes podem compartilhar entre si aquilo que se encontra disponível na própria escola e o que trouxeram de casa, como cartolina, barbante, tinta, linha, material reciclado, revistas etc. Faça os combinados previamente. Para apoiar essa construção, dê algumas orientações:

A linha do tempo de PV da 2ª série...

- Deve relacionar as atividades do componente com as ações previstas no percurso do PDP e com as competências potencializadas ou desenvolvidas nos bimestres.
- Pode apresentar marcos temporais do ano escolar, ou seja, mês e/ou dia do bimestre em que aconteceram os eventos ligados ao desenvolvimento socioemocional recordados pelo(a) estudante.
- Deve incluir marcos temporais da vida em geral, ou seja, momentos em que o(a) estudante se percebeu fazendo uso de alguma competência dentro e fora da escola.
- Deve apresentar ações do passado, atividades e aprendizados do presente e fazer ao menos uma projeção de desenvolvimento para o futuro. Veja exemplos de cada um desses pontos no Caderno do(a) Estudante.

Dicas de modelos de linha do tempo

Há várias maneiras de construir linhas do tempo, de acordo com os conteúdos que se pretende veicular, o público a que essa informação se destina e os recursos disponíveis para a sua produção. Sugerimos duas indicações, mas outros exemplos impressos e digitais podem ser explorados por você em sala de aula.

- 5.400 anos de história da humanidade (Uol Educação): Como o título indica, trata-se de uma linha do tempo que apresenta fatos e personagens da história da humanidade. Embora siga um modelo temporal tradicional, a proposta explora recursos digitais para contar de forma breve elementos históricos. Disponível em: <https://cutt.ly/rCiWYQm>. Acesso em: 25 mar. 2021.
- Infográfico Trajetória Pessoal (Camila Pasinato): Esse infográfico de linha do tempo explora recursos visuais e artísticos para contar a trajetória da própria autora. É formado por ilustrações divertidas e diferentes tipos de fontes. Disponível em: <https://cutt.ly/jCiWJB6>. Acesso em: 25 mar. 2021. [QR Codes 2 e 3, respectivamente]

QR Code 2



QR Code 3



Reflexão sobre a linha do tempo e *feedback* coletivo

Ao final da elaboração da linha do tempo, organize uma roda de conversa para que todos apresentem as produções e façam um momento de devolutiva coletiva. Mobilize os(as) estudantes a contarem como foi a experiência deles e a citarem alguma situação particular que gostariam de relembrar e compartilhar com os colegas.

Aproveite para expor suas considerações sobre o desenvolvimento socioemocional da turma, trazendo à consciência dos(as) estudantes as competências socioemocionais que foram intencionalmente trabalhadas, em especial as que foram selecionadas como foco no começo do ano.

Destaque alguns dos registros que você preparou em suas reflexões pessoais no componente Projeto de Vida (para isso, retome seu Diário de Bordo).

Professor(a), avalie como foi o processo como um todo e exponha qual a importância desse trabalho para promover o desenvolvimento socioemocional e projeto de vida pessoal dos(as) estudantes.

Encoraje-os, por fim, a registrar os principais aprendizados desta última devolutiva em seus Diários de Práticas e Vivências.

Atenção: levando em consideração suas avaliações e observações como professor(a), convide os(as) estudantes que precisam de um apoio ou devolutiva individual para uma conversa particular.

Busque valorizar esse momento final, criando um tom de reconhecimento e celebração. É hora de parabenizar os(as) estudantes pelas conquistas, pelos esforços e tentativas, e participação em cada uma das propostas feitas ao longo do ano!

Quer deixar o momento ainda mais bonito?

Converse com a equipe gestora sobre a possibilidade de uma exposição presencial ou de uma divulgação, nas redes sociais da escola, das produções dos(as) estudantes em Projeto de Vida. Nessa exposição, os(as) jovens podem escolher o que desejam mostrar para a comunidade escolar.

Juntos, vocês vivenciaram desafios na jornada de desenvolvimento socioemocional e merecem celebrar e se apropriar dos resultados alcançados.

Nunca se esqueça: o desenvolvimento socioemocional, assim como nossos projetos de vida, não acaba e não tem idade: passa pela escola e continua por toda a vida!



6 Para Refletir

Após a finalização da situação de aprendizagem, reflita:

Como foi a participação dos(as) estudantes em cada uma das missões?

Você avalia que eles compreenderam a importância de rever a trajetória de desenvolvimento socioemocional? Cite evidências.

Quais aspectos você considera que foram positivos em sua mediação e presença pedagógica nos encontros de Projeto de Vida?

O que pode melhorar para os próximos anos?

SITUAÇÃO DE APRENDIZAGEM 6 A FORÇA DO QUE VOCÊ ESTÁ FAZENDO

Objetivo:	Integrar as experiências significativas do Projeto de Vida para continuar aprendendo ao longo da vida.
Competência socioemocional em foco:	Determinação e Foco
Material necessário:	Diário de Práticas e Vivências.



Conversa com Professor

Ao chegar à última aula de Projeto de Vida da 2ª série, espera-se que cada estudante tenha se conhecido melhor e entendido o porquê de construir um Projeto de Vida e experimentado colocar em prática todo o planejamento do seu Plano de Ação, ainda que este tenha demandado ajustes até então. As competências socioemocionais em foco são: Determinação e Foco.

**Para saber mais**

Determinação diz respeito a objetivos, ambição e motivação para trabalhar duro – é fazer mais do que apenas o mínimo que se espera. Quando temos determinação, estabelecemos padrões elevados e trabalhamos intensamente para fazer progressos.

Isso significa nos motivar e colocar todo o tempo e esforço que pudermos.

Foco consiste em “**atenção seletiva**” – isto é, capacidade de selecionar um objetivo, tarefa ou atividade e, então, direcionar a atenção apenas para o que foi “selecionado” e nada mais. Quando estamos altamente focados, somos capazes de nos concentrar e de evitar distrações.

ATIVIDADE 1 – ONDE RESIDE O PESSIMISMO?

Desse modo, a intenção dessa aula é manter os sonhos dos(as) estudantes sempre vivos e estimulá-los(as) para a construção do que é preciso em seus Projetos de Vida, que estão apenas começando. Como ponto de partida para as suas realizações, pontuamos a importância do otimismo diante da vida.

É importante saber que, dentro da formação integral dos(as) estudantes, o otimismo não é apenas um jeito de ser: é uma das Habilidades Intrapessoais importantes para a integridade da saúde física e mental do(a) estudante. Está na categoria das posturas inerentes a estar presente, a estar no mundo, e a aprender com otimismo a produzir melhores resultados.

Sobre “**Aprender e estar no mundo**” é preciso que o(a) professor(a) saiba que são conceitos indissociáveis e abrangem uma série de qualidades que todos temos, em maior ou menor grau, e que podem ser desenvolvidas e aprimoradas. Conforme exposto no Caderno do(a) Estudante. São elas:

- **Dedicação:** Fazer o que precisa ser feito, com foco e atenção;
- **Força de Vontade:** Quem tem força de vontade consegue cumprir um Plano de Ação como consequência de um objetivo;
- **Autocontrole:** manter a calma mesmo quando é criticado e provocado; permitir que o outro fale, sem interromper;
- **Perseverança:** superar circunstâncias difíceis a partir de forças adquiridas;
- **Determinação:** concluir o que inicia, comprometer-se com objetivos e metas, manter-se trabalhando de maneira esforçada mesmo que sinta vontade de desistir;
- **Otimismo:** acreditar que o esforço pode melhorar seu futuro; permanecer motivado, mesmo quando as coisas não vão bem;
- **Abertura a experiências:** ter a mente aberta para novas experiências nos ajuda a explorar o mundo, o que facilita o aprendizado e a capacidade de se adaptar a novas ideias, ambientes e desafios, além de permitir que percebamos a beleza na diversidade de pensamentos e de pontos de vista;
- **Esforço:** empregar mais força, empenhar-se ainda mais em determinada ação porque tem clareza na obtenção de melhores resultados.
- **Gratidão:** apreciar o que os outros fazem por você, manifestando apreço, fazendo algo de bom como forma de retribuir;
- **Inteligência social:** encontrar soluções durante os conflitos e manter o autocontrole emocional;
- **Entusiasmo:** participar ativamente de diversas ações da vida, mostrando entusiasmo e encarando as novas situações com alegria e disposição.

Tendo sempre em foco as qualidades dessa pequena lista, como objetivos de crescimento e desenvolvimento pessoal, os(as) estudantes atingem mais facilmente seus objetivos. O lema é: **“Mantenha o otimismo e a força no que você está fazendo, que o seu Projeto de Vida permanecerá sempre vivo!”**

Contudo, é importante ressaltar que, ainda que um(a) estudante seja dotado de reconhecida capacidade intelectual, isso não assegurará plena realização em sua vida pessoal, acadêmica e profissional.

Os traços do caráter e da personalidade fazem a diferença não apenas naquilo que os(as) estudantes aprendem, mas também para que se sintam provocados a aperfeiçoá-los, para que ajam na crença de que são capazes de florescer e ir mais longe, para que aprendam a lidar com o fracasso, para que se sintam desafiados a desenvolver desempenhos de alta qualidade e que, finalmente, não desistam dos seus sonhos, mas que trabalhem por eles.

Nesta atividade, os(as) estudantes identificarão se são pessoas otimistas e como podem se tornar uma delas ou pelo menos, ser mais otimista. Para isso, terão que fazer uma análise sobre si mesmos, buscando numa situação cotidiana, onde residiu o seu otimismo e, em outra o seu pessimismo. Cabe explicar aos(às) estudantes que essa questão, quando tratamos dos seus posicionamentos pessimistas, não foi pensada para diminuí-los ou rotulá-los como tal, mas para que possam descobrir os pensamentos e crenças que comumente impactam na forma como enxergam os seus desafios. É dessa forma que eles conseguirão buscar alternativas para resolvê-los. E, as decisões podem ser diferentes a partir disso.

Assim, para a realização da atividade, eles precisam identificar como as suas mentes se comportam frente às adversidades.

Caderno do(a) Estudante

ATIVIDADE 1 - ONDE RESIDE O PESSIMISMO?

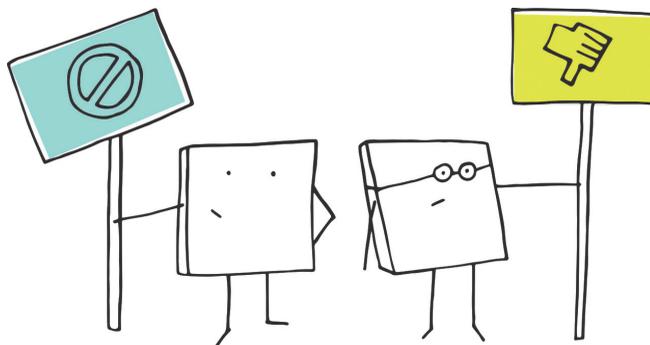


Imagem livre de direitos autorais. Disponível em: <<https://cutt.ly/gZXBHhN>>. Acesso em maio de 2022.

1. Estudante, imagine que o herói Hércules era motivado a seguir o seu **“plano”** para cumprir os **Doze Trabalhos** que a ele foi atribuído. Apesar de ele não refletir previamente sobre o que precisava ser feito, nunca desistiu de enfrentar as criaturas mais temíveis da mitologia. Na verdade, ser bem-sucedido nas suas investidas/objetivos, era uma questão de sobrevivência.
 - a) Poderíamos dizer que a sua força física, de alguma maneira, **não o fazia pessimista** nas suas tarefas. E você, como tem aprendido a ser otimista?
 - b) A seguir, descreva uma situação na qual você esteve diante de uma adversidade e foi otimista e, depois, uma situação na qual você esteve diante de uma adversidade e foi pessimista.
 - c) Anote o que você sentiu em ambas as situações. Esse registro pode levar a coisas incríveis sobre a sua personalidade.

2. **Agora, com base nas situações descritas na questão anterior, responda:**

- a) O que você identifica em ambas as situações como ponto chave que o(a) levou a se posicionar de tal maneira?
- b) Na situação na qual você foi pessimista, o que você poderia fazer para se abstrair ou tentar pensar em outra coisa e mudar a forma como estava pensando?
- c) Ainda sobre a situação que foi pessimista, como você poderia contestar o que lhe aconteceu, espantando algo enganoso sobre você ou o ocorrido?

Para ajudá-los na identificação das situações, o(a) professor(a) pode solicitar que eles façam uma lista e registrem o seguinte:

- A situação de adversidade;
- A crença por trás da situação;
- E a consequência.

Um exemplo bastante explicativo sobre isso é quando estamos com uma consulta médica agendada e, por algum imprevisto, acontece de nos atrasarmos na chegada ao consultório. Isso faz com que outras pessoas, que chegaram mais cedo, sejam atendidas primeiro (quando o atendimento é por ordem de chegada).

Diante disso,

- será que os(as) estudantes pensam que quem foi atendido primeiro tem mais sorte? ou
- que deveriam ter saído ainda mais cedo para a consulta?

Ao pensarem sobre isso, os(as) estudantes identificam qual tipo de crença têm em relação à situação. Sobre a consequência, é preciso tratar com os(as) estudantes sobre suas posturas e sentimentos em relação à situação.

Ainda usando o mesmo exemplo, pedir para que os(as) estudantes identifiquem se estavam cansados ou se sentiram vontade de ir embora e desistir da consulta. Talvez eles(elas) não consigam identificar que poderiam ser levados a pensar diferente.

E ainda, em certos casos, se sentirem animados e desafiados a cumprir os seus objetivos.

Para cada uma das três questões, eles(as) devem anotar as suas respostas, pois isso pode revelar coisas incríveis sobre suas personalidades, pontos até mesmo, que eles desconhecem.

O(A) professor(a) deve ajudá-los(as) a identificarem as crenças que possuem e que trazem para eles(as) uma visão pessimista. E como ela afeta seus sentimentos e emoções e, também, seus comportamentos frente ao mundo.

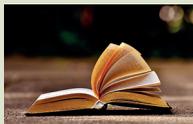
Ao identificarem as crenças, o(a) professor(a) deve ajudá-los, na sequência, a pensar como podem remodelá-las. Em outras palavras, confrontá-las e transformá-las em crenças otimistas. Para isso, existem dois caminhos:

- abstração
- a contestação

A **abstração** - trata-se de simplesmente tentar abstrair, quando perceber que está tendo uma das respostas pessimistas à adversidade. Para isso, eles apenas precisam pensar em outra coisa, mudar a forma como estão pensando, embora seja um pouco mais difícil, mas é o que trará mais resultado. Ao conseguir mudar a forma de pensar, será muito mais difícil sua reincidência, caso a situação se repita.

A **contestação** - seria não emitir juízo de valor diante do que aconteceu ou se menosprezar por não ter conseguido chegar na consulta dentro do horário esperado e tratar a situação como uma eventualidade fora do próprio controle e pela qual não se tem culpa alguma.

É importante, com isso, que o(a) estudante demonstre que a sua crença é enganosa. Em linhas gerais, enquanto a **abstração** seria espantar as crenças, a **contestação** é confrontá-las.



Texto de apoio ao(à) Professor(a)

“Nas diversas situações vividas no contexto escolar, é importante reconhecer os temores e dificuldades dos(as) estudantes para poder apoiá-los(as). É preciso acolhê-los(as), ouvi-los(as), encorajá-los(as) a encarar os desafios, mesmo que se manifestem com medo de falhar. Enfatizar a necessidade de tentar é muito importante e valoriza os seus esforços. A capacidade de superação, independentemente do resultado final, certamente será fundamental para que eles(as) mudem sua atitude pessimista. Nesse aspecto, o que Dweck intitula de código mental fixo precisa ser estimulado a ser construtivo. Geralmente, observa-se que as pessoas que primeiro acreditam no fracasso, têm o código mental fixo e têm mesmo mais chances de falhar porque sua crença está focada naquilo que é negativo, ainda que sequer tenha acontecido.

Para Seligman (2011), o bem-estar é um constructo e diversos fatores contribuem para formá-lo e estabelecê-lo, mas são cinco os elementos principais: emoções positivas, engajamento, sentido, relacionamentos positivos e realização. Nenhum destes elementos sozinhos define o bem-estar. Ele é a combinação entre sentir-se bem e efetivamente ter sentido, bons relacionamentos e realização. O modo como escolhemos a trajetória de nossa vida é maximizando todos esses cinco elementos. Segundo seus estudos no campo da Psicologia Positiva, os dois autores indicam razões para a promoção do bem-estar nas escolas, bem como a possibilidade de este ser ensinado aos(as) estudantes. Uma das maiores razões apontadas é a melhora na aprendizagem, porque um estado de humor positivo produz maior atenção e um pensamento mais criativo. Quando estamos mal-humorados, em geral, recorremos defensivamente ao que já conhecemos. Com muita frequência, as escolas enfatizam o pensamento crítico e o seguimento de regras, em vez do pensamento criativo e da aprendizagem de coisas novas. No contexto em que vivemos, acreditamos que o pensamento criativo e aberto às coisas novas deverá levar a caminhos mais promissores.”

BARRETO, Thereza. **Org. Modelo Pedagógico**. Os Eixos Formativos – Ensino Médio. (Org. Modelo Pedagógico. Os Eixos Formativos – Ensino Médio. 4. ed. Instituto de Corresponsabilidade pela Educação, p. 70, 2020. Instituto de Corresponsabilidade pela Educação. p.70).



7 Para refletir:

Quando nos sentimos capazes e vivenciamos dificuldades em algum momento do Projeto de Vida, é esperado que esse autoconceito – a percepção que temos de nós mesmos – permita também experimentarmos a sensação de que somos capazes de superar essas eventuais dificuldades. Não se trata aqui de simplificar, como muitas vezes você vai ouvir: “Tenha pensamento positivo que tudo se resolve!”. É preciso dar os passos necessários em direção às soluções. Confiar apenas no pensamento positivo pode levar a frustrações, quando se percebe que problemas reais precisam de soluções reais, e que é preciso colocar a “mão na massa” e tratar das complexidades dos obstáculos com o cuidado que elas merecem. Uma atitude de autoengano não é um bom ponto de partida para se resolver um problema. É preciso articular os conhecimentos adquiridos de forma prática, transformando-os em ferramentas úteis para a resolução de problemas – sejam eles cotidianos ou parte de seu Projeto de Vida. O texto a seguir – extraído do Boletim “Repensando o pensamento positivo” é baseado nos estudos da psicóloga alemã Gabrielle Oettingen – trata da postura necessária quando surgem obstáculos. São bons conselhos para uma atitude positiva na resolução de problemas:

Ter pensamento positivo é ruim? Claro que não!

O pensamento positivo tem um papel importante a desempenhar em vários cenários. O primeiro: nas tarefas simples. Na verdade, quanto mais simples a tarefa, mais o pensamento positivo ajuda a colocar o indivíduo em ação. Por outro lado, quanto mais complexa a tarefa ou mais esforço ela exigir, mais o pensamento positivo impedirá o indivíduo de agir.

O segundo objetivo do pensamento positivo é ajudar-nos a nos desassociar de uma realidade sofrida, chata ou dura. Por exemplo, se você está esperando os resultados do seu exame clínico (onde não há nada que possa fazer para ajudar sua situação), o pensamento positivo pode ajudá-lo a passar o tempo mais rapidamente até o resultado sair. Gabrielle descobriu que quanto mais desmotivado o indivíduo é no trabalho, mais ele se envolve em pensamentos positivos e, também, menos trabalho é realizado (como descrito por seus gerentes). Mas Gabrielle também resolveu se fazer outras perguntas: “será que o pensamento positivo ajuda na depressão?” O resultado é sim, mas apenas a curto prazo. E por quê? Porque ele proporciona ao indivíduo uma explosão de prazer, mas a longo prazo, na verdade, promove a tristeza. A conclusão é que o pensamento positivo é mais um mecanismo de enfrentamento do que uma maneira para agir e melhorar a situação.

Por que o pensamento positivo não funciona para realizar nossos objetivos? Após várias experiências, Gabrielle descobriu que pensamentos positivos têm um efeito “relaxante” no indivíduo. Ela descobriu isso por meio de estudos de verificação da pressão arterial sistólica de pessoas que se utilizavam de pensamentos positivos. De fato, as descobertas foram tão significativas que os pensamentos positivos se tornaram uma recomendação para o relaxamento.

A segunda razão pela qual pensamentos positivos não funcionam para a consecução de objetivos é que nos torna “impróprios” para tarefas complexas e desafiadoras. Os(As) estudantes que se utilizavam de pensamentos positivos tiveram desempenho pior em tarefas que exigiam esforço deliberado. Nos seus estudos, Gabrielle conclui que o pensamento positivo é bom para tarefas simples, onde não é necessário muito esforço.

A terceira razão pela qual pensamentos positivos não nos ajudam a ter sucesso é que, enquanto estamos sonhando, nossas mentes são enganadas a acreditar que já alcançamos esse futuro. Como resultado, pensamentos positivos dizem à nossa mente que não precisamos mais nos exercitar ou trabalhar duro para alcançar os objetivos que buscamos.

Outro aspecto negativo do pensamento positivo é que ele “nos trava” em nossos sonhos. Não sabemos se poderemos realizar esses sonhos, porque nosso pensamento positivo nos mantém em um estado de relaxamento e de falsa realização. Mas, devido ao prazer que recebemos simplesmente em “sonhar”, continuamos a nos envolver nesse sonho, em vez de tentar nos engajar em uma meta, mesmo que seja difícil de realizar.

A ESTRATÉGIA DO CONTRASTE MENTAL. Gabrielle propõe algo que ela chama de contraste mental. Basicamente, isso é o mesmo que visualizar o resultado positivo de sucesso daquilo que desejamos e, em seguida, visualizar imediatamente os desafios ou obstáculos realistas que nos separam desse sucesso. Gabrielle concluiu que imaginar os obstáculos imediatamente após o desejo contornaria o efeito relaxante e dissociativo do pensamento positivo e levaria as pessoas a entrar em ação.

Num dos seus estudos, Gabrielle fez um grupo de pessoas escolherem um objetivo que queriam alcançar em suas vidas, pessoal ou profissional. E pediu que elas avaliassem o quão alcançáveis eles pensavam que esses objetivos eram. Depois disso, as pessoas formaram quatro grupos: o 1º grupo contrastou mentalmente os seus pensamentos positivos com os obstáculos que enfrentariam para realizar os seus objetivos; o 2º grupo apenas se entregou aos pensamentos positivos; o 3º grupo apenas se debruçou sobre os obstáculos realistas e o 4º grupo fez um contraste inverso, ou seja, primeiramente pensaram nos obstáculos realistas e depois tiveram seus pensamentos positivos.

Independentemente do objetivo, da demografia ou do estudo, por mais de vinte anos Gabrielle constatou consistentemente que aqueles indivíduos, cujos objetivos são alcançáveis e contrastam mentalmente, se movem no sentido de realizá-los.

Os resultados se repetiram para uma variedade de dados demográficos e de objetivos, a exemplo de como encontrar um parceiro, ser mais criativo, ser aceito em vários grupos sociais, obter melhores notas em um teste e muitos outros.”

Repensando o pensamento positivo. **Boletim do Instituto de Corresponsabilidade pela Educação.** Formação “As habilidades socioemocionais na escola.” Diretoria Pedagógica, setembro de 2019. Síntese baseada em: OETTINGEN, Gabrielle. **Rethinking Positive Thinking** – Inside the new science of motivation. New York: Penguin Random House, 2014.

Secretaria da Educação do Estado de São Paulo

COORDENADORIA PEDAGÓGICA – COPED

Coordenadora

Viviane Pedrosa Domingues Cardoso

Diretora do Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão Pedagógica – DECEGEP

Valéria Tarantello de Georget

Diretora do Centro de Ensino Médio – CEM

Ana Joaquina Simões Sallares de Mattos Carvalho

Diretora do Centro de Projetos e Articulação de Iniciativas com Pais e Alunos – CEART

Deisy Christine Boscaratto

Diretora do Centro de Inovação

Roberta Fernandes dos Santos

Coordenadora Estadual do Currículo Paulista

Maria Adriana Pagan

Coordenadora de Etapa do Ensino Médio

Helena Cláudia Soares Achilles

Assessor Técnico de Gabinete para Ensino Médio – SEDUC/SP

Fernanda Barbosa de Castro

Equipe Técnica e Logística

Aline Navarro, Cassia Vassi Beluche, Eleneide Gonçalves dos Santos, Felipe Oliveira Santos, Isabel Gomes Ferreira, Isaque Mitsuo Kobayashi, Priscila Gomes de Siqueira Salvático, Renata Nunes Gomes, Silvana Aparecida de Oliveira Navia

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

Coordenação de área: Sandra Pereira Lopes – Equipe Curricular de Matemática

Organização e redação: Ana Gomes de Almeida – Equipe Curricular – COPED; Cecília Alves Marques – Equipe Curricular – COPED; Isaac Cei Dias – Equipe Curricular – COPED; Otávio Yoshio Yamanaka – Equipe Curricular – COPED; Rafael José Dombraszkas Polonio – Equipe Curricular – COPED; Sandra Pereira Lopes – Equipe Curricular – COPED; William Casari de Souza – PEC da D.E. Araçatuba; Inês Chiarelli Dias – PEC da DE Campinas Oeste; Lilian Silva de Carvalho – PEC da D.E. São Carlos; Maria Regina Duarte Lima – PEC da D.E. José Bonifácio; Natalia Cristina Cercosta Doce Pereira – PEC da D.E. Lins; Érika Aparecida Navarro Rodrigues - PEC da DE Presidente Prudente.

Leitura Crítica: Ana Joaquina Simões Sallares de Mattos Carvalho

Revisão: Iria Aparecida Storer; Leandro Raphael Vicente; Mylena Ferreira Guimaraes Chaves.

TECNOLOGIA E INOVAÇÃO

Equipe Centro de Inovação: Arlete Aparecida Oliveira de Almeida – CEIN/COPED/SEDUC-SP; Liliane Pereira da Silva Costa – CEIN/COPED/SEDUC-SP; Débora Denise Dias Garofalo – Coordenadora do Centro de Inovação da Educação Básica de São Paulo.

Elaboração:

Arlete Aparecida Oliveira de Almeida – CEIN/COPED/SEDUC-SP
Bruno de Oliveira Ferreira - Instituto Palavra Aberta/EducaMídia
Diego Spitaletti Trujillo - Instituto Palavra Aberta/EducaMídia
Marcio Gonçalves – Instituto Palavra Aberta/EducaMídia
Renata Capovilla - Instituto Palavra Aberta/EducaMídia
Talita Cristina Moretto - Instituto Palavra Aberta/EducaMídia
Carolina Rodeghiero - Rede Brasileira de Aprendizagem Criativa
Eduardo Bento Pereira - Rede Brasileira de Aprendizagem Criativa
Ellen Regina Romero Barbosa – Rede Brasileira de Aprendizagem Criativa
Gislaine Batista Munhoz - Rede Brasileira de Aprendizagem Criativa
Leo Burd - Rede Brasileira de Aprendizagem Criativa
Thais Eastwood - Rede Brasileira de Aprendizagem Criativa

Fundação Telefônica

Parceiros: Fundação Telefônica, Instituto Palavra Aberta/EducaMídia, Rede Brasileira de Aprendizagem Criativa

Ilustração: Malko Miranda dos Santos (D.E. Sul 1), Daniel Nhani

Análise/leitura crítica/organização:

Arlete Aparecida Oliveira de Almeida – CEIN/COPED/SEDUC-SP
Débora Denise Dias Garofalo – Coordenadora do Centro de Inovação da Educação Básica de São Paulo.
Liliane Pereira da Silva Costa – CEIN/COPED/SEDUC-SP

PROJETO DE VIDA

Claudia Soraia Rocha Moura – SEDUC/COPED/CEIN;
Catarina Reis Matos da Cruz – SEDUC/COPED/CEIN;
Simone Cristina Succì – SEDUC/COPED/CEIN e
Regina C.M. de Lima – Instituto de Corresponsabilidade pela Educação – ICE.

Parceiros: Instituto Ayrton Senna (IAS) e Instituto de Corresponsabilidade pela Educação (ICE).

Edição/ Análise/organização: Claudia Soraia Rocha Moura, Catarina Reis Matos da Cruz e Simone Cristina Succì.

Leitura crítica: Elaine Aparecida Barbiero.

Ilustração: Rodiclay Germano

Revisão: Analice Bonatto; Weber Lopes Góes e Clarícia Akemi Eguti

Projeto Gráfico: IMESP

Diagramação: Plural Indústria Gráfica

O material Currículo em Ação é resultado do trabalho conjunto entre técnicos curriculares da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, PCNP atuantes em Núcleos Pedagógicos e professores da rede estadual de São Paulo.

Amparado pelo Currículo Paulista, este caderno apresenta uma pluralidade de concepções pedagógicas, teóricas e metodológicas, de modo a contemplar diversas perspectivas educacionais baseadas em evidências, obtidas a partir do acúmulo de conhecimentos legítimos compartilhados pelos educadores que integram a rede paulista.

Embora o aperfeiçoamento dos nossos cadernos seja permanente, há de se considerar que em toda relação pedagógica erros podem ocorrer. Portanto, correções e sugestões são bem-vindas e podem ser encaminhadas através do formulário <https://forms.gle/1iz984r4aim1gsAL7>.



ATENÇÃO! Este formulário deve ser acessado com e-mail institucional SEDUC-SP.



GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
Secretaria da Educação