GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
Secretaria da Educação

APRENDER SEMPRE

VOLUME 1 - PARTE 1

1ª À 3ª SÉRIE
ENSINO MÉDIO

MATEMÁTICA

2024

PROFESSOR

Governo do Estado de São Paulo

Governador
Tarcísio de Freitas

Secretário da Educação
Renato Feder

Secretário Executivo
Vinicius Mendonça Neiva

Chefe de Gabinete
Myrian Mara Kosloski Prado

Coordenadora da Coordenadoria Pedagógica
Bianka Teixeira de Andrade Silva

Presidente da Fundação para o Desenvolvimento da Educação
Jean Pierre Neto

APRESENTAÇÃO

Estas sequências de atividades foram elaboradas com o intuito de oferecer um suporte adicional aos estudantes, auxiliando-os no processo de recuperação e aprofundamento de aprendizagens essenciais para seu percurso educacional.

Com o intuito de favorecer a aprendizagem de todos os estudantes, não deixando ninguém para trás, serão oferecidas, além das sequências de atividades, avaliações diagnósticas e formativas para acompanhar a evolução da aprendizagem dos estudantes e direcionar o ensino às suas necessidades; e formações, com foco no uso do resultado das avaliações, em metodologias que favorecem a recuperação e aprofundamento da aprendizagem, e no desenvolvimento das atividades presentes neste material.

Os materiais, as avaliações e as formações do Programa de Recuperação e Aprofundamento estão articulados entre si, fortalecendo o desenvolvimento das habilidades essenciais para o percurso educacional dos estudantes.

Essas habilidades essenciais foram selecionadas a partir de análises do Currículo Paulista no Ensino Fundamental e na 1ª série do Ensino Médio, e do Currículo Oficial vigente na 3ª série do Ensino Médio, dos resultados de avaliações externas, diagnósticas e formativas realizadas pela SEDUC-SP, em um trabalho conjunto entre a equipes curriculares da Coordenadoria Pedagógica (COPED), PCNP e professores da rede. Considerando a importância da continuidade do trabalho de recuperação iniciado em 2020, a matriz de habilidades essenciais que serviu de base a este material, foi elaborado tendo em conta um ciclo de progressão das aprendizagens de 2020 a 2021.

As sequências de atividades contam com orientações didáticas que auxiliarão no trabalho para o desenvolvimento das habilidades essenciais de cada ano/série, de forma articulada aos demais materiais disponibilizados pela SEDUC.

Para favorecer esse entrelaçamento, há indicações de como utilizar as sequências de atividades juntamente com os materiais didáticos Currículo em Ação / São Paulo Faz Escola.

Cada professor, a partir de seu contexto, poderá utilizar essas sequências de atividades para promover o desenvolvimento dos estudantes, de acordo com as necessidades de cada um, com o objetivo de oferecer a todos oportunidades de aprendizagem, não deixando ninguém para trás.

Desejamos a todos um excelente trabalho!

Coordenadoria Pedagógica - Coped

ANOTAÇÕES

1ª SÉRIE

1º BIMESTRE

1ª série – Ensino Médio - Material Aprender Sempre - 2022			
1º bimestre			ARTICULAÇÃO DE MATERIAIS
	Objetos de Conhecimento	Habilidade	
SA 1	Necessidade dos números reais para medir qualquer segmento de reta; Números irracionais: reconhecimento e localização de alguns na reta numérica. Números reais: notação científica e problemas.	**(EF09MA02)** Reconhecer um número irracional como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica, e estimar a localização de alguns deles na reta numérica. **(EF09MA04)** Resolver e elaborar situações-problema com números reais, inclusive em notação científica, envolvendo diferentes operações.	**Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 9º ano:** Vol. 1, na Situação de Aprendizagem 2 ATIVIDADE 1: SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL Vol.2, na Situação de Aprendizagem 1 ATIVIDADE 1: OPERANDO COM NOTAÇÃO CIENTÍFICA.
SA 2	Razão entre grandezas de espécies diferentes. Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais.	**(EF09MA07)** Resolver situações-problema que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica. **(EF09MA08)** Resolver e elaborar situações- problema que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.	**Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 9º ano:** Vol. 1, na Situação de Aprendizagem 3 ATIVIDADE 1: RAZÃO: UMA RELAÇÃO ENTRE GRANDEZAS ATIVIDADE 2: DENSIDADE DEMOGRÁFICA: UMA RAZÃO PRESENTE EM NOSSO COTIDIANO ATIVIDADE 4: A PROPORCIONALIDADE DIRETA: UMA RAZÃO PARA EXISTIR
SA 3	Amostragem; Gráficos e diagramas estatísticos: histogramas, polígonos de frequências; Medidas de tendência central e medidas de dispersão.	**(EM13MAT406)** Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de softwares que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.	Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno da 1ª série: Vol. 1, na Situação de Aprendizagem 3 AMOSTRAS, SÉRIES ESTATÍSTICAS, MEDIDAS DE POSIÇÃO E MEDIDAS DE VARIABILIDADE.
SA 4	Polígonos regulares e suas características: ângulos internos, ângulos externos etc; Pavimentações no plano (usando o mesmo tipo de polígono ou não); Linguagem algébrica: fórmulas e habilidade de generalização	**(EM13MAT505)** Resolver problemas sobre ladrilhamento do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados.	**Algumas atividades dessa habilidade encontram-se no Caderno da 1ªsérie:** Vol. 1 na Situação de Aprendizagem 4 LADRILHAMENTOS COM POLÍGONOS: A ARTE DE CRIAR PADRÕES GEOMÉTRICOS

OLÁ, PROFESSOR!

Espera-se que os estudantes cheguem ao final desta Sequência de Atividades com habilidades desenvolvidas para resolver e elaborar situações-problema envolvendo o significado de números irracionais, reais e notação científica. Esperamos também que apliquem estes significados em diferentes contextos na Matemática, nas demais áreas do conhecimento e no cotidiano.

HABILIDADES: (EF09MA02) Reconhecer um número irracional como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica, e estimar a localização de alguns deles na reta numérica; **(EF09MA04)** Resolver e elaborar situações-problema com números reais, inclusive em notação científica, envolvendo diferentes operações.

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1ª e 2ª/ 90 min	REVISANDO NÚMEROS RACIONAIS E IRRACIONAIS
3ª e 4ª/ 90 min	NÚMEROS REAIS
5ª e 6ª/ 90 min	NOTAÇÃO CIENTÍFICA
7ª e 8ª/ 90 min	REPRESENTAÇÃO DE MEDIDAS COM NÚMEROS REAIS

AULAS 1 E 2: REVISANDO NÚMEROS RACIONAIS E IRRACIONAIS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize os estudantes em duplas produtivas ou trios e, se preferir, organize a sala em forma de U para facilitar o movimento do professor quando chamado pelo estudante.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno de Atividades do estudante e calculadora científica.

INICIANDO

Professor, para as aulas 1 e 2 dessa Sequência de Atividades, primeiramente converse com os seus estudantes para diagnosticar quais conhecimentos eles possuem sobre os números racionais. Verifique por meio de exemplos na lousa se o estudante reconhece as diferentes representações dos números racionais e quais conhecimentos o estudante possui sobre representação decimal finita ou infinita periódica. A ideia intuitiva de aproximação e a utilização dos números irracionais em situações de medição também pode ser explorada neste primeiro momento. Após essa breve conversa, os estudantes poderão receber o caderno e realizar as atividades.

DESENVOLVENDO

Mantenha a sala organizada e solicite que, em duplas ou trios, analisem e resolvam as atividades das respectivas aulas. Sugira que os estudantes dialoguem entre eles, troquem informações e resolvam as atividades propostas. O objetivo das atividades propostas é revisar alguns significados sobre números racionais e aprofundar o significado de números irracionais. Incentive o uso da calculadora, pois pode agilizar a resolução das atividades. Circule pela sala, para verificar possíveis dúvidas, enquanto os estudantes discutem e resolvem as atividades. Observe as discussões das duplas, e se necessário, oriente-as sobre possíveis dúvidas que surgirem. Pergunte: "como vocês estão resolvendo?", "pensou em qual significado para desenvolver esta estratégia?", "por que dessa forma?", "o que vocês acham se..." e outros questio-

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

Caro estudante, para o desenvolvimento das atividades propostas a seguir, será necessário relembrar alguns conceitos relacionados ao significado de frações, pensamento algébrico, divisão e multiplicação. Você deve ficar atento aos comentários e possíveis complementos que o professor fará no decorrer das aulas.

AULAS 1 E 2: REVISANDO NÚMEROS RACIONAIS E IRRACIONAIS

Objetivos das aulas:
- Reconhecer as diferentes representações dos números racionais;
- Identificar um número racional pela sua expansão decimal finita ou infinita periódica;
- Reconhecer números irracionais em situações de medição;
- Aproximar um número irracional de números inteiros e racionais.

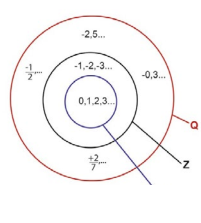
Nesse momento com o professor, é hora de revisitar os conjuntos dos números racionais e irracionais. Primeiro recomendamos que pesquise sobre a história do surgimento dos números e a formação dos conjuntos numéricos. É bem interessante entender como foram criados e por que foi surgindo a necessidade de haver outros números e conjuntos numéricos.
E por falar em conjuntos numéricos, a definição que trazemos é esta: são agrupamentos de números que os separam de acordo com suas características mais importantes e, ainda, levando em consideração seu processo de criação.

Fonte: elaborado para fins didáticos.

Observando o diagrama ao lado você pode ver que o conjunto dos números Irracionais (IR) não contempla o conjunto dos números Naturais (N), o conjunto dos Inteiros (Z) e o conjunto dos Racionais (Q). O conjunto dos números irracionais (IR) está contido no conjunto dos números Reais (R) e suas particularidades.

O conjunto dos números racionais é composto por todos os números que possam ser representados por frações de números inteiros, contanto que o denominador seja qualquer número diferente de zero.

Veja exemplos no diagrama a seguir:



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Portanto, o Conjunto dos números Racionais engloba o conjunto dos naturais, inteiros, os números decimais finitos e os números decimais infinitos periódicos como: "1,3333333"... ; "0,232323..." ; "1,5888...", chamados também de dízimas periódicas.

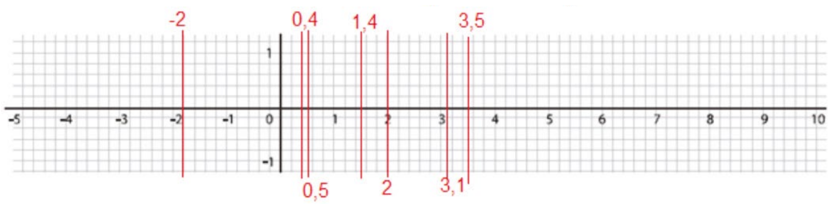
O conjunto dos números irracionais é aquele cujos elementos são números decimais que não podem ser resultado da divisão entre dois números inteiros. Essa definição é o oposto da definição de número racional, que é qualquer número que pode ser escrito na forma de fração. Os números irracionais são todos os decimais infinitos não periódicos.

São exemplos de números irracionais: o número do ouro $\varphi = 11{,}61803398\ldots$; o número $\pi = 3{,}14159265358979\ldots$ (fica aqui o desafio para você pesquisar a história desses dois importantes número irracionais); $\sqrt{2} = 1{,}4142135623\ldots$; e infinitos outros números. Para completar o desafio pesquise e assista a vídeos sobre a incomensurabilidade dos números irracionais. Pesquise, pois na próxima aula o professor vai realizar um debate com a turma para a socialização dos resultados.

Após essas pesquisas e o diálogo na socialização, estão prontos para as atividades. Para resolvê-las, pense em tudo o que foi dito durante as discussões.

1. Represente na reta numérica os números abaixo e identifique a qual conjunto numérico cada um deles pertence.

$$2 \qquad -2 \qquad 3{,}5 \qquad \frac{2}{4} \qquad \sqrt{2} \qquad \frac{4}{9}$$



$2 \in N, Z, Q$ e R — $-2 \in Z, Q$ e R — $3{,}5 \in Q$ e R

$\frac{2}{4} = 0{,}5 \in Q$ e R — $\sqrt{2} \simeq 1{,}4 \in IR$ e R — $\frac{4}{9} \simeq 0{,}4 \in Q$ e R

Fonte: elaborado para fins didáticos.

Os números racionais, como dissemos anteriormente, podem ser representados na forma fracionária ou decimal, sendo que a representação decimal traz duas possibilidades: decimal finito e decimal com dízima periódica. No quadro a seguir estão alguns exemplos:

Decimal Finito	Dízima Periódica Simples	Dízima Periódica Composta
$\frac{1}{2} = 0{,}5$	$\frac{1}{3} = 0{,}333\ldots$	$\frac{79}{22} = 3{,}5909090\ldots$
$\frac{7}{5} = 1{,}4$	$\frac{2}{9} = 0{,}222\ldots$	$\frac{5}{6} = 0{,}8333\ldots$

As dízimas periódicas podem ser simples ou compostas, dependendo dos números que aparecem após a vírgula na parte decimal.

Seguem alguns exemplos de como encontrar a **fração geratriz** de uma dízima periódica:

CONVERSANDO COMO PROFESSOR

Professor, na introdução dessas aulas foi proposto um desafio aos estudantes para pesquisarem sobre a história do surgimento dos números e a formação dos conjuntos numéricos. É interessante que eles entendam como foram criados os números e por que foi surgindo a necessidade de haver outros números e conjuntos numéricos. Foi pedido ainda aos estudantes que pesquisassem sobre os números pi, o número de ouro e a incomensurabilidade dos números irracionais. Durante as próximas aulas, dedique um tempo para a socialização da pesquisa por parte dos estudantes. Deixe que eles falem e, se necessário, interceda para que todos entendam.

namentos que achar pertinente. E sempre born desafiar a turma a investigar, levantar hipóteses, trocar estrategias para solucionar as situações propostas.

FINALIZANDO

Depois de uma breve sondagem das respostas dos estudantes, faça uma correção oral e escrita na lousa, de modo que promova uma discussao entre os estudantes. Neste momento podem surgir duvidas, sendo valido abrir um novo debate, fazendo uso de outras estrategias que possibilitem aos estudantes a aprendizagem. Sempre que necessario o professor deve complementar os conceitos e significados sobre os numeros racionais e irracionais nao compreendidos pelos estudantes durante resolução das atividades.

- Como converter 0, 333... para uma representação fracionária:

1° passo: chamando $x = 0{,}333\ldots$

2º passo: Multiplicando x por 10 $\rightarrow 10x \rightarrow 10\,(0{,}333\ldots) \rightarrow 10x = 3{,}3333\ldots$

3º passo: Fazendo $10x - x \rightarrow$

$$\begin{array}{r} 10x = 3{,}333\ldots \\ -\ \ x = 3{,}333\ldots \\ \hline 9x = 3 \end{array}$$

Resolvendo a equação $9x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{9} \rightarrow x = \frac{1}{3}$ Obtemos a fração geratriz, que é $\frac{1}{3}$

2. No quadro abaixo escreva se o número é: natural, inteiro, racional, decimal finito, dízima periódica simples, dízima periódica composta ou um número irracional e represente-os na reta numérica.

27	$\frac{1}{3}$	- 9
0,151515 ...	$\sqrt{5}$	2,6

Respostas:

27 é um número natural, inteiro e racional.
1/3 é um número racional.
- 9 é um número inteiro negativo e também racional.
0,151515… número racional com uma dízima periódica simples.
$\sqrt{5}$ = 2,23606797… é um número irracional.
2,6 é um número decimal finito.

3. (AAP, 2019) Observe os números apresentados nos itens a seguir.

I. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

II. 4,121212 ...

III. $\frac{\pi}{2}$

IV. 0,11223344 ...

V. $\frac{17}{8}$

Os números irracionais estão apresentados nos itens:

(A) I, II e III.

(B) II, III e V.

(C) II e V .

(D) I, III e IV.

Alternativa d.
Os números representados nos itens I, III e IV pertencem ao conjunto dos números irracionais, e os números representados nos itens II e V pertencem ao conjunto dos números racionais.

4. A figura abaixo está dividida em seis partes iguais. A parte pintada de preto corresponde a que fração da figura?

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $\frac{1}{6}$

(C) $\frac{2}{6}$

(D) $\frac{6}{2}$

Alternativa c.
Para encontrar a fração que representa a parte pintada de preto, é necessário que o estudante perceba que a figura está dividida em 6 partes e que, dessas seis partes, duas foram pintadas de preto; logo, 2/6 representa a parte pintada de preto. É importante verificar se os estudantes perceberam que 2/6 = 1/3, isto é, são frações equivalentes.

5. (AAP, 2018) A representação decimal correspondente à fração $\frac{3}{4}$ é:

(A) 0,33333...

(B) 0,5

(C) 0,66666...

(D) 0,75

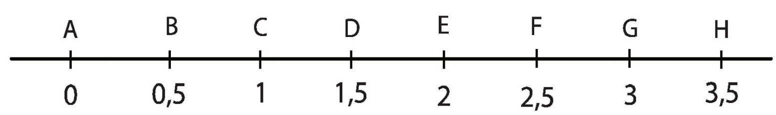
Cálculos:

Para encontrar a representação decimal, uma das estratégias é dividir o numerador pelo denominador, 3/4 = 0,75.
Alternativa d.

CONVERSANDO COMO PROFESSOR

Professor, aproveite esta atividade para trabalhar a ideia de aproximação de numeros inteiros e racionais. Se achar necessario amplie a atividade utilizando inteiros negativos.

6. (SAEPE, 2017 – Adaptado) Observe a reta numérica a seguir.



O número irracional $\sqrt{8}$ está localizado entre os pontos:

(A) A e E. (B) E e F. (C) F e G. (D) G e H.

7. A fração $\frac{7}{9}$ é a geratriz da dízima periódica:

(A) 0,898989...

(B) 0,77777...

(C) 0,88888...

(D) 0,11111...

Cálculos:

Alternativa B.

8. Pedro tem um terreno no formato quadrado e área de 20m². Ele quer construir uma cerca de arame ao redor do terreno. Utilizando uma calculadora descubra a medida do perímetro aproximado desse terreno.

Perímetro é a soma dos lados do quadrado

$A = l \times l \rightarrow A = l^2 \rightarrow 20 = l^2 \rightarrow l = \sqrt{20} \rightarrow l = 4,472135\ldots$ é irracional

Vamos considerar 4,47 como medida aproximada de cada lado do quadrado $4 \times 4,47 \cong 17,88\ m$ é o perímetro aproximado deste terreno.

AULAS 3 E 4: NÚMEROS REAIS

Caro estudante, para o desenvolvimento das atividades propostas a seguir, será necessário relembrar alguns conjuntos numéricos. Você deve ficar atento aos comentários e possíveis complementos que o professor fará no decorrer das aulas, pois serão apresentados novos significados sobre números.

Objetivos das aulas:
- Estimar a localização de um número racional na reta numérica;
- Reconhecer as características dos números reais.

1. (SARESP, 2014 - Adaptado) Das afirmações a seguir.

I. O conjunto dos números inteiros é formado pelos números naturais positivos e negativos e também os números representados por frações.

II. Os números Irracionais são aqueles em que a representação decimal é finita ou infinita e periódica.

III. Os números reais representam a união dos conjuntos dos números racionais com os irracionais.

Escolha a alternativa correta.

(A) Somente a afirmação III é correta.

(B) Somente a afirmação II é correta.

(C) Somente a afirmação I é correta.

(D) Somente as afirmações II e III estão corretas.

Alternativa a.
Analisando as afirmações: I - O conjunto dos números inteiros não contém as frações (errado); II - Os números irracionais são representados pelos números com parte decimal infinita e não periódica (errado); III - Está correta a afirmação.

2. Observe os números do quadro abaixo e indique qual pode ser chamado de Racional e qual pode ser chamado de Irracional:

2,1	Racional	$\frac{11}{7}$	Racional	-2	Inteiro negativo e racional
$\sqrt{7}$	Irracional	3	Racional	0, 787878...	Racional
$\frac{1}{\sqrt{2}}$	Irracional	$\frac{\pi}{2}$	Irracional	- 1,5	Racional

AULAS 3 E 4: NÚMEROS REAIS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize os estudantes em duplas e, se preferir, organize a sala em U para facilitar a circulação do professor.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno de Atividades e calculadora científica.

INICIANDO

Professor, para as aulas 3 e 4 dessa Sequência de Atividades, primeiramente converse com seus estudantes sobre localizar um número na reta numérica. Desenhe uma reta numérica na lousa e explore possíveis representações utilizando números em forma de fração, na raiz, decimais finitos e infinitos. Fale sobre o significado de números finitos e infinitos. Converse com eles sobre os números naturais, inteiros, racionais, irracionais e por fim introduza o significado dos números reais. Após essa breve conversa peça aos estudantes que resolvam as atividades propostas no Caderno do Estudante.

DESENVOLVENDO

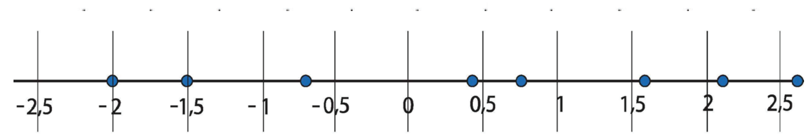
Mantenha a sala organizada, e solicite que, em duplas ou trios, analisem e resolvam as atividades das respectivas aulas. Sugira que os estudantes dialoguem entre si, troquem informações e resolvam as atividades propostas. O objetivo das atividades proposta para estas aulas é estabelecer o significado dos números reais. Circule pela sala, para esclarecer possíveis dúvidas, enquanto os estudantes discutem e resolvem as atividades. Observe as discussões das duplas e, se necessário, oriente-as sobre possíveis dúvidas que surgirem. Pergunte: "como vocês estão resolvendo?", "pensou em qual significado para desenvolver esta estratégia?", "por que dessa forma?", "o que vocês acham se..." e outros questionamentos que achar pertinente. É sempre bom desafiar a turma a investigar, levantar hipóteses, trocar estratégias para solucionar as situações propostas.

FINALIZANDO

Depois de uma breve sondagem das respostas dos estudantes, faça uma correção oral e escrita na lousa, de modo que promova uma discussão entre os estudantes. Neste momento podem surgir dúvidas, sendo válido abrir um novo debate, fazendo uso de outras estratégias que possibilitem aos estudantes, a aprendizagem. Sempre que necessário o professor deve complementar os conceitos e significados sobre os números reais não compreendidos pelos estudantes durante resolução das atividades.

3. Represente os números 2,1; $\frac{11}{7}$; -2; $\sqrt{7}$; -1, 5; $0,\overline{43}$; $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ e $\frac{\pi}{3}$ na reta numérica. Considere a ideia de aproximação para os números infinitos ou irracionais.

Resposta esperada



Fonte: elaborado para fins didáticos.

4. Considerando os números 2,1; $\frac{11}{7}$; -2; $\sqrt{7}$; - 1,5; $0,\overline{43}$; $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ e $\frac{\pi}{3}$, você poderia dizer que todos pertencem ao conjunto dos números:

a) Conjunto dos números naturais.

b) Conjunto dos números inteiros.

c) Conjunto dos números racionais.

d) Conjunto dos números irracionais.

e) Conjunto dos números reais.

Conjunto dos números reais.
Alternativa e.

5. Indique entre quais números inteiros consecutivos fica cada um dos números reais:

a) $\sqrt{6}$ — entre 2 e 3

b) $\frac{11}{7}$ — entre 1 e 2

c) $\frac{\pi}{2}$ — entre 1 e 2

d) $\sqrt{10}$ — entre 3 e 4

e) $\frac{\sqrt{12}}{3}$ — entre 1 e 2

6. Coloque em ordem crescente os números reais abaixo.

0,25 0,555... $\frac{1}{2}$ $\frac{4}{5}$ 0,53 $\frac{8}{3}$

Professor, para colocar na ordem crescente, é esperado que os estudantes transformem as frações em números decimais, pois fica melhor para identificar. 0,25; $\frac{1}{2}$; 0,53; 0,555 ... ; $\frac{4}{5}$; $\frac{8}{3}$

7. Complete com os símbolos >, < ou =, de modo que obtenha as afirmações verdadeiras.

a) $\sqrt{5}$ __>__ 1

b) $\frac{13}{3}$ __<__ 9

c) π __>__ 2

d) 1,33 __>__ 1,2

e) $\frac{7}{3}$ __=__ 2, 3333 ...

f) 0,5 __>__ -3

g) $-\pi$ __<__ 2

h) 1, 7320508 ... __=__ $\sqrt{3}$

Professor, para saber se os números são iguais, maiores ou menores, uma das estratégias que os estudantes podem adotar é utilizar a calculadora para extrair a raiz quadrada, fazer as divisões indicadas nas frações e saber o valor de pi. Dessa forma os estudantes conseguem identificar o que está sendo solicitado com mais segurança.

AULAS 5 E 6: NOTAÇÃO CIENTÍFICA

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize os estudantes em duplas ou trios, se preferir, organize a sala em U para facilitar a movimentação do professor.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno de Atividades e calculadora científica.

INICIANDO

Professor, para as aulas 5 e 6 dessa Sequência de Atividades, primeiramente converse com seus estudantes sobre o que é um número escrito em notação científica. A partir do diagnóstico introduza o conceito de notação científica, inicie partindo do pressuposto de que notação científica é uma forma de se escrever números usando potência de base 10 e prossiga a aula utilizando o significado de que a notação científica é utilizada para reduzir a escrita de números que apresentam muitos algarismos. Após as explicações, proponha aos estudantes que resolvam as atividades propostas no Caderno.

DESENVOLVENDO

Mantenha a sala organizada, solicite que, em duplas ou trios produtivos analisem e resolvam as atividades das respectivas aulas. Sugira que os estudantes dialoguem entre si, troquem informações e resolvam as atividades propostas. O objetivo das atividades propostas para estas aulas é que os estudantes compreendam o significado da notação científica, desenvolvam habilidades para efetuar conversões e aplicar em diferentes contextos as possíveis representações dos números reais. Circule pela sala, para verificar possíveis dúvidas, enquanto os estudantes discutem e resolvem as atividades. Observe as discussões das duplas, e se necessário, oriente-as sobre possíveis dúvidas que surgirem. Pergunte: "como vocês estão resolvendo?", "pensou em qual significado para desenvolver esta estratégia?", "por que dessa forma?", "o que vocês acham se..." e outros questionamentos que achar pertinente. É sempre bom desafiar

---

110| MATEMÁTICA

AULAS 5 E 6: NOTAÇÃO CIENTÍFICA

Caro estudante, para o desenvolvimento das atividades propostas a seguir, será necessário relembrar alguns conceitos sobre potenciação. Você deve ficar atento aos comentários e possíveis complementos que o professor fará no decorrer das aulas, pois serão apresentados novos significados sobre potenciação.

Objetivos das aulas:
- Reconhecer o valor da notação científica para a expressão de grandezas com valores muito grandes ou muito pequenos;
- Expressar numericamente o valor de grandezas por meio da notação científica em diferentes contextos;
- Associar um problema à operação entre números reais;
- Indicar as operações com números reais.

1. Escreva cada número na forma de potência de base 10.

a) 100 10^2

b) 1 000 10^3

c) 10 000 10^4

d) 100 000 10^5

e) $\frac{1}{10}$ 10^{-1}

f) $\frac{1}{100}$ 10^{-2}

g) $\frac{1}{1000}$ 10^{-3}

A notação científica é utilizada para reduzir a escrita de números que apresentam muitos algarismos, usando potência de 10. Isso ocorre muito na Física, na Química, na Informática, entre outras, quando aparecem números muito pequenos ou muito grandes. Escrever em notação científica facilita fazer comparações e cálculos.

Um número em notação científica tem a seguinte representação: $N \cdot 10^n$, sendo N um número real, igual ou maior que 1 e menor que 10, e n um número inteiro.

Um exemplo bem conhecido é a massa do Planeta Terra, com 5.973.600.000.000.000.000.000.000 kg, que fica com o seguinte número na notação científica:

5.973.600.000.000.000.000.000.000=$5{,}9736 \cdot 10^{24}$.

Você sabe como é feito essa conversão? Converse com seus colegas e professor com o objetivo de verificar o processo que é feito para fazer essa conversão.

2. Converta os números abaixo para uma notação científica.

a) 0,00004 $4{,}0 \times 10^5$

b) 24 000 000 $2{,}4 \times 10^7$

c) 0,0000008 8×10^{-8}

3. Os números abaixo estão escritos em notação científica escreva-os com todos os algarismos.

a) $7{,}6 \times 10^5$ 760 000

b) $9{,}4 \times 10^{-3}$ 0,0094

c) $6{,}13 \times 10^5$ 613 000

d) 5×10^7 50 000 000

e) $2{,}3 \times 10^{-5}$ 0, 000023

f) $1{,}03 \times 10^8$ 103 000 000

Para resolver cálculos com potência, vale relembrar algumas propriedades:

$$10^n . 10^m = 10^{n+m}$$
$$10^n : 10^m = 10^{n-m}$$
$$(10^n)^m = 10^{n.m}$$
$$a . 10^n + b . 10^n = (a + b) . 10^n$$
$$a . 10^n - b . 10^n = (a - b) . 10^n$$
$$a . 10^n . b . 10^m = (a . b) . 10^{n+m}$$
$$a . 10^n : b . 10^m = (a . b) . 10^{n-m}$$

4. Resolva as operações:

a) $3 . 10^2 + 4 . 10^2$ $7{,}0 \times 10^2$

b) $3 . 10^2 \times 2 . 10^3$ $6{,}0 \times 10^5$

c) $5 . 10^4 \times 8 . 10^3$ $40{,}0 \times 10^7$ −> $4{,}0 \times 10^8$

d) $8 . 10^6 + 4 . 10^3$ $2{,}0 \times 10^3$

e) $4 . 10^3 + 5 . 10^3$ $9{,}0 \times 10^3$

f) $2 . 10^4 \times 2 . 10^3$ $4{,}0 \times 10^7$

g) $9 . 10^3 + 3 . 10^6$ $3{,}0 \times 10^{-3}$

h) $15 . 10^8 + 3 . 10^4$ $5{,}0 \times 10^4$

i) $24 . 10^{18} + 6 . 10^9$ $4{,}0 \times 10^9$

5. (Saresp, 2017 - Adaptado) Um ano-luz, em notação número científica corresponde a $9{,}461 \times 10^{12}$ km, esse sua representação extensa com todos os algarismos é:

Cálculos:

9.461.000.000.000.

a turma a investigar, levantar hipóteses, trocar estratégias para solucionar as situações propostas.

FINALIZANDO

Depois de uma breve sondagem das respostas dos estudantes, faça uma correção oral e escrita na lousa, de modo que promova uma discussão entre eles. Neste momento podem surgir dúvidas, sendo válido abrir um novo debate, fazendo uso de outras estratégias que possibilitem aos estudantes a aprendizagem. Sempre que necessário, você deve complementar os conceitos e significados sobre os números racionais e irracionais não compreendidos pelos estudantes durante resolução das atividades.

AULAS 7 E 8: REPRESENTAÇÃO DE MEDIDAS COM NÚMEROS REAIS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize os estudantes em duplas ou trios. Se preferir, organize a sala em U para facilitar a circulação do professor.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno de Atividades e calculadora científica.

INICIANDO

Professor, para as aulas 7 e 8 dessa Sequência de Atividades, primeiramente converse com seus estudantes sobre as aulas anteriores, para verificar possíveis dúvidas sobre o significado de números reais e notação científica, pois as atividades destas aulas são sequência das aulas anteriores.

DESENVOLVENDO

Mantenha a sala organizada, solicite que, em duplas ou trios, os estudantes analisem e resolvam as atividades das respectivas aulas. Sugira que os estudantes dialoguem entre si, troquem informações e resolvam as atividades propostas. O objetivo central destas aulas 7 e 8 é aplicar os significados de números reais na resolução de problemas envolvendo contextos de medições. Circule pela sala, para verificar possíveis dúvidas, enquanto os estudantes discutem e

6. (AAP/SP, 2017) Usando um microscópio eletrônico, um pesquisador mediu o diâmetro de uma partícula obtendo 3943,57 fentômetros de diâmetro. Observe o quadro com as unidades de medida menores que o milímetro.

Prefixos do Sistema Internacional de Medidas

Prefixo		10	Equivalência Numérica (metros)
Nome	Símbolo		
milímetro	mm	10^{-3}	0, 001
micrômetro	um	10^{-6}	0,000 001
nanômetro	nm	10^{-9}	0,000 000 001
picômetro	pm	10^{-12}	0,000 000 000 001
fentômetro	fm	10^{-15}	0,000 000 000 000 001

A alternativa que mostra a medida do diâmetro, em metros, encontrado pelo pesquisador, representada na norma de escrita da notação científica, é:

(A) $3{,}94357 \cdot 10^{-12}$ m

(B) $3{,}94357 \cdot 10^{-14}$ m

(C) $3943{,}57 \cdot 10^{-16}$ m

(D) $3943{,}57 \cdot 10^{-18}$ m

Cálculos:
Fentômetro é uma unidade de medida de comprimento que faz parte do Sistema Internacional de medidas e equivale a 10 elevado a -15 metros, ou 0,000000000000001 metros, logo
3943,57 fentômetros = $3{,}94357.\ 10^{3} \times 10^{-15}$
m = $3{,}94357.\ 10^{-12}$m

AULAS 7 E 8: REPRESENTAÇÃO DE MEDIDAS COM NÚMEROS REAIS

Caro estudante, para o desenvolvimento das atividades propostas a seguir, será necessário relembrar os conceitos estudados nas aulas anteriores, lembre-se que você pode e deve reler as suas anotações feitas anteriormente em outros momentos e aulas. Você deve ficar atento aos comentários e possíveis complementos que o professor fará no decorrer das aulas.

Objetivo das aulas:
- Resolver e elaborar situações-problema em contextos de medições que possam envolver números reais.

1. (FCC, 2010) Se os cientistas desenrolarem e unirem todos os cordões do DNA contidos em uma célula o tamanho total chegaria a 186 cm. Sabe-se que um ser humano possui em torno de 100 trilhões de células. Qual o comprimento de todos os cordões unidos contidos nas células de um ser humano?

(A) $1{,}86 \cdot 10^{11}$ km.

(B) $1{,}86 \cdot 10^{13}$ km.

(C) $1{,}86 \cdot 10^{15}$ km.

(D) $1{,}86 \cdot 10^{16}$ km.

resolvem as atividades. Observe as discussões das duplas, e se necessário, oriente-as sobre possíveis dúvidas que surgirem. Pergunte: "como vocês estão resolvendo?", "pensou em qual significado para desenvolver esta estratégia?", "por que dessa forma?", "o que vocês acham se..." e outros questionamentos que achar pertinente. É sempre bom desafiar a turma a investigar, levantar hipóteses, trocar estratégias para solucionar as situações propostas.

FINALIZANDO

Analise as respostas dos estudantes para identificar possíveis erros e dificuldades, proponha uma discussão entre eles para que exponham suas dificuldades durante o

Cálculos: **Considerando todos os cordões do DNA contidos em uma célula, o tamanho chegaria a 183 cm; o ser humano tem aproximadamente 100 trilhões de células; portanto, temos**

100 trilhões = 10^{14}

186 cm em km = 0,00186

logo, 0,00186 . 10^{14} km

1,86 . 10^{11} km.

2. Determine o valor aproximado da área de um quadrado que tenha a medida do lado $\sqrt{5} + 3$ cm.

Cálculos:

$$A = l^2 \rightarrow A = (\sqrt{5}+3)(\sqrt{5}+3) \rightarrow A = 5 + 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 9 \rightarrow$$
$$A = 14 + 6\sqrt{5} \rightarrow A = 14 + 6 \times 2{,}23 \rightarrow A = 14 + 13{,}41 \rightarrow A = 27{,}41cm^2$$

Logo, a área aproximada é 27,41 cm^2

3. Um professor pediu aos estudantes que indicassem um número real entre 6 e 8. Veja algumas das respostas dadas pelos estudantes e indique quais deles acertaram.

Sofia $\sqrt{32}$

Paulo – 8, 6

Vinícius 7, 8 **X**

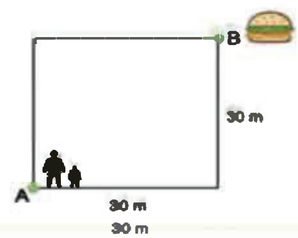
Roberta $\sqrt{38}$ **X**

Cícero 8

Flávia $\frac{19}{3}$ **X**

processo de elaboração e resolução dos problemas. Neste momento podem surgir muitos “por ques” e o debate pode ser enriquecedor para evidenciar as estratégias bem sucedidas entre os estudantes.

4. Rafael e o seu filho Gustavo vão tomar um lanche. Eles farão o trajeto do ponto A ao ponto B, de forma retilínea sem virar para a direita ou para a esquerda. Calcule a distância aproximada entre estes dois pontos.



Cálculos:

$d^2 = 30^2 + 30^2$

$d^2 = 1800$

$d = 42{,}426406$ ... aproximadamente $42{,}4$ metros

5. (ENEM, 2017) Uma das principais provas de velocidade do atletismo é a prova dos 400 metros rasos. No Campeonato Mundial de Sevilha, em 1999, o atleta Michael Johnson venceu essa prova, com marca de 43,18 segundos. Esse tempo, em segundos, escrito em notação científica é:

Cálculos:

$$43{,}18 = \frac{43{,}18}{10} \, x \, 10 = 4{,}318 \, x \, 10^1$$

6. Atividade

I. Medida de distância média entre o Sol e Marte: 227 900 000 km.

II. Medida de distância média entre o Sol e Júpiter: 778 300 000 km.

III. Medida da massa de um elétron: aproximadamente 0,000000000000000000000000000911g.

A partir destes dados, elabore uma situação-problema.

Professor, espera-se que o estudante elabore uma situação-problema utilizando esses dados. Uma possibilidade de resposta: Pesquisando para meus estudos sobre notação científica, eu me deparei com vários exemplos e selecionei três deles para entender os processos de transformação de um número muito pequeno ou muito grande escrito de forma resumida. Pesquise você também e escreva esses números com a extensão de zeros que aparecem e também em notação científica. Como dica, sugiro as medidas: distância entre o Sol e Marte, distância entre o Sol e Júpiter e a massa de um elétron.

ANOTAÇÕES

ANOTAÇÕES

OLÁ, PROFESSOR!

Os estudantes deverão chegar ao final desta Sequência de Atividades com habilidades desenvolvidas para resolverem e elaborarem situações-problema envolvendo o significado de razão entre grandezas, as relações de proporcionalidade e a regra de três simples. Esperamos, também, que apliquem esses significados em diferentes contextos na Matemática, nas demais áreas do conhecimento e no cotidiano.

HABILIDADES: (EF09MA07) Resolver situações-problema que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica; **(EF09MA08)** Resolver e elaborar situações-problema que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1 e 2 / 90 min	RAZÃO ENTRE DUAS GRANDEZAS DE ESPÉCIES DIFERENTES
3 e 4 / 90 min	RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO RAZÃO ENTRE DUAS GRANDEZAS DE ESPÉCIES DIFERENTES
5 e 6 / 90 min	PROPORCIONALIDADE DIRETA E INVERSA ENTRE DUAS GRANDEZAS
7 e 8 / 90 min	REGRA DE TRÊS SIMPLES

ANOTAÇÕES

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

Caro estudante, para o desenvolvimento das atividades propostas a seguir, será necessário relembrar alguns conceitos relacionados ao significado de frações, pensamento algébrico, divisão e multiplicação. Você deve ficar atento aos comentários e possíveis complementos que o professor fará no decorrer das aulas.

AULAS 1 E 2: RAZÃO ENTRE DUAS GRANDEZAS DE ESPÉCIES DIFERENTES

Objetivos da aula:

- Compreender o significado de razão entre duas grandezas;
- Identificar a fração como representação da razão entre duas grandezas, em diferentes contextos.

A razão entre duas grandezas de espécies diferentes é o quociente entre as medidas dessas grandezas. Tal razão deve ser acompanhada da notação que relaciona as grandezas envolvidas.

Exemplos:

a) $\dfrac{300\,000\ hab}{520\ km^2} = 576{,}92.\ hab/km^2$

b) $\dfrac{200\ km}{5\ h} = 40\ km/h$

Chamamos de grandeza: o volume, a massa, a superfície, o comprimento, a capacidade, a velocidade, o tempo, o custo, etc. Vale recordar que a **razão** entre dois números, a e b, com $b \neq 0$, é dada por $\dfrac{a}{b}$.

Segue um exemplo em que podemos aplicar o significado de razão entre duas grandezas.

Exemplo: A cidade de Salvador, capital do estado da Bahia, possui uma população estimada para o ano de 2019, de 2.872.347 habitantes, e uma área territorial de 693.453 km². Qual é a densidade demográfica desse município?

Para calcularmos a densidade demográfica utilizamos a razão $d = \dfrac{\text{habitantes}}{\text{área}} \rightarrow d = \dfrac{2\,872\,347\ \text{hab}}{693\,453\ \text{km}^2} \rightarrow d \simeq 4\,142\ \text{hab}/\text{km}^2$

A razão é de aproximadamente 4 142.

Essa razão significa que em cada quilômetro quadrado existem em média 4 142 habitantes.

Nesse problema, vimos que a densidade demográfica é a razão entre duas grandezas: habitantes e área.

AULAS 1 E 2: RAZÃO ENTRE DUAS GRANDEZAS DE ESPÉCIES DIFERENTES

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize os estudantes em duplas ou trios. Se preferir, posicione-os em fileira em formato de U, para facilitar o movimento do professor quando chamado pelo estudante.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno de Atividades e calculadora científica.

INICIANDO

Professor, para as Aulas 1 e 2 desta Sequência de Atividades, converse com seus estudantes para diagnosticar quais conhecimentos eles possuem sobre razão e proporção entre duas grandezas. Verifique através de exemplos na lousa se reconhecem a representação de uma razão por meio de uma fração e o seu significado. Ao decorrer, introduza a definição de razão entre duas grandezas. Explore o significado que eles têm construído de grandeza e pergunte sobre as representatividade das grandezas tempo, massa, volume, distância, velocidade, espaço, trabalho e temperatura. Se necessário, estenda a discussão falando sobre os diferentes tipos de grandezas e a utilização do seu significado na Matemática e nas Ciências. Após essa breve conversa, a turma poderá realizar as atividades no Caderno do Estudante.

DESENVOLVENDO

Mantenha a sala organizada. Solicite que, em duplas ou trios, analisem e resolvam as questões das respectivas aulas. Sugira que os estudantes dialoguem entre si, troquem informações e resolvam as atividades propostas, cujo objetivo é desenvolver o significado de razão entre duas grandezas e reconhecer a fração como representação dessa razão entre duas grandezas em diferentes contextos. Verifique se esses significados estão sendo trabalhados entre os pares ou trios de estudantes. Incentive o uso da calculadora, pois pode agilizar a simplificação das frações. Circule pela sala enquanto os estudantes discutem e resolvem as atividades, para verificar possíveis dúvidas. Observe as discussões das duplas, e se necessário, oriente-as sobre possíveis dúvidas que surgirem. Pergunte: "Como vocês estão resolvendo?", "Pensou em qual significado para desenvolver esta estratégia?", "Por que dessa forma?", entre outros questionamentos que achar pertinente. É sempre bom desafiar a turma a investigar, levantar hipóteses e, trocar estratégias para solucionar as situações propostas.

FINALIZANDO

Depois de uma breve sondagem das respostas, faça correções oral e escrita na lousa, de modo a promover uma discussão entre os estudantes. Neste momento podem surgir dúvidas, sendo válido abrir um novo debate, fazendo uso de outras estratégias que possibilitem a aprendizagem. Sempre que necessário, o professor deve complementar os conceitos e significados sobre razão entre grandezas.

1. A velocidade média é obtida pelo cálculo da razão entre as grandezas diferentes. A razão velocidade média é dada por $V = \frac{S}{t}$, na qual S é a distância percorrida e t se refere ao tempo gasto.

Um carro passa pelo km 340 de uma rodovia às 14h30min, a uma velocidade de $80\,\frac{km}{h}$. A próxima cidade fica no km 400. Mantendo a velocidade, a que horas esse carro chegará a essa cidade?

> A razão velocidade média é calculada por: $V = \frac{S}{t}$.
> S é a distância percorrida: $400 - 340 = 60\ km$.
> Velocidade é de $80\frac{km}{h}$.
> Logo, $\therefore t = \frac{S}{V} = \frac{60}{80} = 0,75$.
> Transformando o 0,75 para a unidade tempo, temos:
>
> $$1h - 60\,min\ 0,75h - x\,min \rightarrow \frac{1}{0,75} = \frac{60}{x} \rightarrow x = 45min$$
> Então, como o carro sai do km 340 às 14h30min, ele chegará na cidade que fica no km 400, às 15h15min.

2. A razão consumo médio é o quociente do espaço percorrido, em quilômetros, pela quantidade de combustível, em litros, gasto no percurso e é representada por $C = \frac{S}{V}$, em que C é o consumo médio, S é a distância percorrida e V a quantidade de combustível.

Para percorrer uma distância de 530 km, um carro que tem um consumo médio de $15\,\frac{km}{L}$, gasta quanto de combustível? Se o litro da gasolina custa R$ 6,00, calcule quanto será pago pela gasolina?

> São dois questionamentos:
> 1º) Consumo de combustível: $C = \frac{S}{V} \rightarrow C = \frac{530}{15} = 35,3\ L$.
> 2º) Valor gasto para abastecer o carro com combustível: $35,3 \cdot 6,00 = 211,80$ reais.

3. A densidade demográfica é o quociente entre o número de habitantes (hab) e a área (A), em quilômetros quadrados, de uma região: $D = \frac{hab}{A}$

Aproximadamente 30 milhões de habitantes vivem em uma região brasileira com uma área de 1 200 mil km^2. A densidade demográfica dessa região brasileira é de:

a. 250. **b.** 25. **c.** 2,5. **d.** 0,25.

> Para calcular a densidade demográfica desta região utilizou-se a seguinte estratégia:
>
> $$D = \frac{hab}{A} \rightarrow D = \frac{30\,000\,000}{1\,200\,000} = 25\,\frac{hab}{km^2}.$$
> Alternativa b.

4. O resultado de uma pesquisa para saber o esporte preferido de 1 500 pessoas está representado na tabela a seguir:

Esporte proferido	Número de pessoas
Futebol	450
Voleibol	320
Basquete	180
Tênis	100
Natação	210
Ginástica artística	80
Corrida	160

Encontre a razão entre as modalidades esportivas:

a. Futebol e Voleibol.

b. Futebol e Tênis

c. Natação e Ginastica artística

d. Corrida e Basquete.

e. Maior preferência e menor preferência.

A razão entre as modalidades esportivas é o quociente entre as duas grandezas:

a. $\frac{450}{320} = 1,41.$

b. $\frac{450}{100} = 4,5.$

c. $\frac{210}{80} = 2,625.$

d. $\frac{160}{180} = 0,88.$

e. $\frac{450}{80} = 5,625.$

AULAS 3 E 4: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO RAZÃO ENTRE DUAS GRANDEZAS DE ESPÉCIES DIFERENTES

Caro estudante, para o desenvolvimento das atividades propostas a seguir, será necessário relembrar algumas fórmulas, raciocínio algébrico e técnicas de resolução de equações. Você deverá ficar atento aos comentários e possíveis complementos que o professor fará no decorrer das aulas, pois serão apresentados novos significados sobre proporcionalidade.

Objetivo das aulas:
- Resolver situações-problema que envolvam a razão entre duas grandezas de natureza diferentes, como velocidade e densidade demográfica.

AULAS 3 E 4: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO RAZÃO ENTRE DUAS GRANDEZAS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize os estudantes em duplas ou trios. Se preferir, posicione-os em fileira em formato de U, para facilitar o movimento do professor quando chamado pelo estudante.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno de Atividades e calculadora científica.

INICIANDO

Professor, para iniciar as aulas 3 e 4, relembre com seus estudantes os significados de massa, volume, distância, escala cartográfica e densidade demográfica. Faça um diagnóstico para verificar se eles se recordam de fórmulas ou estratégias para resolver problemas envolvendo essas grandezas. Cite exemplos curtos, de modo que possam utilizar raciocínio algébrico ou cálculo mental nas resoluções. Por exemplo: "Dona Joana para fazer um bolo usa três ovos, se ela triplicar o tamanho do bolo quantos ovos vai utilizar?". O objetivo é desenvolver o raciocínio proporcional. Após essa breve conversa, proponha aos estudantes que resolvam as atividades do Caderno do Estudante.

DESENVOLVENDO

Mantenha a sala organizada. Solicite que, em duplas ou trios, analisem e resolvam as questões das respectivas aulas. Sugira que os estudantes dialoguem entre si, desenvolvam estratégias ou modelos, troquem informações e resolvam as questões propostas. Caso necessário, retome os exemplos já estudados. O objetivo destas aulas é resolver situações-problema que envolvam a razão entre duas grandezas de naturezas diferentes, como velocidade e densidade demográfica. Circule pela sala enquanto os estudantes discutem e resolvem as atividades, para verificar possíveis dúvidas. Observe as discussões das duplas e, se necessário, oriente-as sobre possíveis dúvidas que surgirem. Pergunte: "Como vocês estão resolvendo?", "Pensou em qual significado para desenvolver esta estratégia?", "Por que dessa forma?"; entre outros questionamentos que achar pertinente. É sempre bom desafiar a turma a investigar, levantar hipóteses e trocar estratégias para solucionar as situações propostas.

FINALIZANDO

Depois de uma breve sondagem das respostas, faça correções oral e escrita na lousa, de modo a promover uma discussão entre os estudantes. Se preferir, convide as duplas ou os trios para resolverem alguma questão para a turma. Explore a relação de proporcionalidade entre as diferentes grandezas. Neste momento podem surgir dúvidas, sendo válido abrir um novo debate, fazendo uso de outras estratégias que possibilitem a aprendizagem. Sempre que necessário, o professor deve complementar os conceitos e significados sobre os números reais não compreendidos pelos estudantes durante resolução das atividades.

1. A distância entre as cidades de Osasco e Barretos é de 427 km. Um motorista fez esse percurso em 5 horas. Qual a velocidade média em que esse motorista viajou?

(Para calcular a Velocidade Média utilize a fórmula $v_m = \frac{Distância\ percorrida}{tempo\ gasto}$)

Resolução Vamos chamar velocidade de v.

$$v_m = \frac{427}{5} \rightarrow v = 85{,}4\ km/h.$$

A velocidade media e uma razao entre a variação do espaço percorrido pelo móvel e o tempo gasto para percorrê-lo.

2. Uma moto tem autonomia de 20 km/l de gasolina. Em uma viagem, essa moto percorreu 350 km. Considerando que o valor do litro de gasolina é de R$ 3,99, qual foi o valor gasto nessa viagem?

Resolução Primeiramente, vamos calcular o consumo (c), em litros, da moto no percurso.

Resolução

$$c = \frac{350}{20} \rightarrow c = 17\,5l$$

No percurso, foram consumidos 17,5 litros de gasolina. Multiplicando a quantidade de litros de combustível consumidos pelo custo do litro da gasolina, encontramos o valor gasto. 17,5 × 3,99 = 69,82. Logo, foram gastos R$ 69,82.

3. Um automóvel partiu da cidade do Recife, às 10h, e chegou na cidade de Natal, às 17h. Ele percorreu 290 km. Qual foi a velocidade média desse automóvel?

Resolução

Resolução

$$17h - 10h = 7h$$

$$\frac{290\ km}{7h} \rightarrow v = 41{,}5\ km/h$$

A velocidade escalar media foi de 41,5 km/h.

4. A população estimada para a cidade de Foz do Iguaçu, no ano de 2019, foi de 258.532 habitantes. A área territorial do município é de 618,057 km². Qual é a densidade demográfica desse município?

(Para calcularmos a densidade demográfica, utilizamos a fórmula $d = (\frac{habitantes}{área})$)

Resolução

$$d = \frac{258.532}{618{,}057} \rightarrow d \cong 418{,}298\ hab/km^2$$

A densidade demográfica é aproximadamente 418,298 hab/km²

5. Considerando que escala (E) é a relação entre uma distância do mapa (d) e o seu valor na superfície real (D), $E = \frac{d}{D}$, resolva os problemas abaixo.

a. Considere a construção de uma rodovia entre duas cidades, com extensão de 150 quilômetros. No mapa, a sua medida está em 10 centímetros. De acordo com os dados, a escala cartográfica é de:

Resolução

$d = 10\ cm \rightarrow 1\ Km = 100.000\ cm.$ **Logo,** $15\ km = 1\ 5.000\ 000\ cm$

Assim, temos que: $E = \frac{10}{15.000.000} \rightarrow E = 10 : 15.000.000$

Simplificamos o valor da divisão por 10 para obter o valor da escala:

E **= 1: 1.500.000. A escala cartográfica é de 1: 1.500.000.**

b. Considerando que a distância real entre duas cidades é de 220km, e que a sua distância gráfica, num mapa, é de 5cm, podemos afirmar que esse mapa foi projetado na escala cartográfica de:

Resolução

$d = 5\ cm \rightarrow 1\ Km = 100.000\ cm, logo\ 220\ km = 22.000.000$

Assim, temos que: $E = \frac{\ }{22000000} \rightarrow E = 5 : 22.000.000$

Simplificamos o valor da divisão por 5 para obter o valor da escala:

E **= 1: 4.400.000. A escala cartográfica projetada foi de 1: 4.400.000.**

c. (VUNESP, 2013 - Adaptado) Em um mapa, a distância entre dois pontos é de 4 cm e a distância real é de 4 km. Esse mapa está representado na seguinte escala cartográfica:

(A) 1:100.

(B) 1: 1.000.

(C) 1: 10.000.

(D) 1: 100.000.

Resolução

$d = 4\ cm \rightarrow 1\ Km = 100.000\ cm, logo\ 4\ km = 400.000$

Assim, temos que: $E = \frac{\ }{400.000} \rightarrow E = 4 : 400.000$

Simplificamos o valor da divisão por 4 para obter o valor da escala:

E **= 1: 100.000. A escala cartográfica é de 1: 100.000.**

Alternativa d.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, para todos os itens a seguir, explore o significado de proporcionalidade entre a distância no mapa e o tamanho real. Fique atento aos cálculos, pois os processos exigem atenção e generalizações por parte dos estudantes. As suas dicas e observações são importantes nesta fase.

d. (AAP, 2014) Um mapa foi feito na escala 1: 30 000 000 (lê-se: "um para trinta milhões"). Essa notação representa a razão de proporcionalidade entre o desenho e o real. Ou seja, cada unidade no desenho, é na realidade, 30 milhões de vezes maior.

Utilizando uma régua, constatou-se que a distância do Rio de Janeiro a Brasília, nesse mapa, é de aproximadamente 4 cm. Assim, a distância real entre Rio de Janeiro e Brasília, nessa escala, é de

(A) 750 km.

(B) 1200 km.

(C) 3000 km.

(D) 4000 km.

Resolução $\frac{1}{30.000.000} = \frac{4}{\ } \rightarrow 1D = 120.000.000 \rightarrow 1D = 120.000.000\ cm \rightarrow$

Convertendo para metro = 1.200.000 m → Convertendo para quilômetros = 1.200 km.

Alternativa b.

5. **Para calcular o gasto de energia mensal de um aparelho elétrico podemos usar a fórmula:**

$$C = \frac{P \times h \times d}{1\,000}$$

Em que:

C = Consumo em quilowatts – hora (kWh)

P = Potência do aparelho em Watts (W)

h = Número de horas que o aparelho funciona por dia

d = Número de dias em que o aparelho funciona

A partir dessas informações, responda os itens abaixo.

a. Considerando que o preço do kWh é, em média, R$ 0,30, calcule o consumo de uma lâmpada incandescente de 80W, ligada por um período de 6 horas, por 30 dias.

Resolução

$$C = \frac{80 \times 6 \times 30}{1\,000} \quad \frac{14400}{1\,000} \rightarrow C \quad \frac{144}{10} \rightarrow C \quad 14{,}4\ kWh$$

Para encontrar o valor gasto durante os 30 dias, multiplicamos 14,4 × 0,30 = 4,32 → R$ 4,32.

b. Considerando que o preço do kWh é, em média, R$ 0,30, calcule o consumo de uma lâmpada fluorescente de 20W, ligada por um período de 6 horas, por 30 dias.

Resolução

$$C = \frac{20 \times 6 \times 30}{1\,000} \quad \frac{3600}{1\,000} \rightarrow C = \frac{36}{10} \rightarrow c = 3{,}6\,kWh$$

Para encontrar o valor gasto durante os 30 dias, multiplicamos 3,6 x 0,30 = 1,08 R$1,08.

AULAS 5 E 6: PROPORCIONALIDADE DIRETA E INVERSA ENTRE DUAS GRANDEZAS

Caro estudante, para o desenvolvimento das atividades propostas a seguir, será necessário relembrar alguns significados de proporção. Você deverá ficar atento aos comentários e possíveis complementos que o professor fará no decorrer das aulas, pois serão apresentados novos significados de razão, proporção e grandezas.

Objetivos das aulas:
- Diferenciar relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas grandezas;
- Identificar as relações de proporcionalidade em escalas, em divisão em partes proporcionais e em taxas de variações de duas grandezas;
- Associar a contextos diversos a relação de proporcionalidade entre grandezas.

A **proporção** é a relação entre duas grandezas. Duas grandezas podem ser **diretamente proporcionais** ou **inversamente proporcionais**.

Duas grandezas são diretamente proporcionais quando um aumento na medida da primeira grandeza gera um aumento de mesma proporção na medida da segunda grandeza, ou quando uma diminuição da medida da primeira grandeza gera uma diminuição de mesma proporção da medida da segunda grandeza.

Quando temos duas grandezas, x e y, diretamente proporcionais, temos que $x\,.y = k$. Neste caso, o K é a constante de proporcionalidade.

Duas grandezas são **inversamente proporcionais** quando um aumento na medida da primeira grandeza gera uma diminuição na medida da segunda grandeza na mesma proporção, ou quando uma diminuição da medida da primeira grandeza gera um aumento da medida da segunda grandeza na mesma proporção.

Quando temos duas grandezas, x e y, inversamente proporcionais, temos que $y = k/x$. Neste caso, o K é a constante de proporcionalidade.

AULAS 5 E 6: PROPORCIONALIDADE DIRETA E INVERSA ENTRE DUAS GRANDEZAS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize os estudantes em duplas ou trios. Se preferir, posicione-os em fileira em formato de U, para facilitar o movimento do professor quando chamado pelo estudante.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno de Atividades e calculadora científica.

INICIANDO

Professor, para as aulas 5 e 6 dessa Sequência de Atividades, converse com seus estudantes sobre proporção e introduza o significado de proporcionalidade direta e inversa entre grandezas. Explore as definições sobre proporção e sobre grandezas direta e inversamente proporcionais, descritas no início das atividades. Se possível, você poderá apresentar exemplos para ilustrar melhor os significados definidos. Após as explicações, peça aos estudantes que resolvam as atividades propostas no caderno.

DESENVOLVENDO

Mantenha a sala organizada. Solicite que, em duplas ou trios analisem e resolvam as atividades das respectivas aulas. Sugira que dialoguem entre si, troquem informações e resolvam as questões propostas. O objetivo destas aulas é que os estudantes consigam diferenciar as relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas grandezas e compreendam que os significados dessas estão presentes em diversos contextos do cotidiano. Circule pela sala enquanto os estudantes discutem e respondem as atividades para verificar possíveis dúvidas. Observe as discussões das duplas, e se necessário, oriente-as sobre possíveis dúvidas que surgirem. Pergunte: "Como vocês estão resolvendo?", "Pensou em qual significado para desenvolver esta estratégia", "Por que dessa forma?"; entre outros questionamentos que achar pertinente. É sempre bom desafiar a turma a investigar, levantar hipóteses e trocar estratégias para solucionar as situações propostas.

FINALIZANDO

Depois de uma breve sondagem das respostas, faça correções oral e escrita na lousa, de modo que promova uma discussão entre os estudantes. Neste momento podem surgir dúvidas, sendo válido abrir um novo debate, fazendo uso de outros raciocínios que possibilitem a aprendizagem. Sempre que necessário, você deve complementar os conceitos e significados sobre proporcionalidade direta e inversa.

1. **Para decorar as mesas de uma escola para a festa junina, serão comprados tecidos coloridos. Suponha que 1m de tecido, de largura constante, custasse R$ 17,80.**

a. Complete a tabela com o respectivo valor a pagar pelo tecido, considerando a quantidade em metros.

Comprimento do tecido (em metros)	Valor a pagar (R$)
1	17,80
2	**35,60**
3	53,40
4	**71,20**
5	**89,00**

b. Ao duplicar o comprimento do tecido em metros, o valor a pagar duplicou?

Resposta **Sim**

c. E ao triplicar o tamanho, o valor a pagar triplicou?

Resposta **Sim**

d. Então que tipo de relação de proporcionalidade existe entre o comprimento do tecido em metros e o valor a pagar?

Resposta **Professor, o objetivo desta atividade é explorar o significado de proporcionalidade. Promova um discurso utilizando esta atividade e outros exemplos, caso ache necessário, para explorar o significado da divisão em partes proporcionais.**

2. **Os itens abaixo tratam da relação de proporcionalidade entre duas grandezas. Leia com atenção e classifique as grandezas em diretamente ou inversamente proporcionais.**

a. Consumo de combustível e quilômetros percorridos por um automóvel.

Resposta **Diretamente proporcional, pois se aumentar o consumo de combustível, aumenta-se a quilometragem percorrida.**

b. A velocidade de um trem e o tempo gasto no percurso.

Resposta

É inversamente proporcional, pois se aumentarmos a velocidade do trem, o tempo gasto no percurso será reduzido.

c. A velocidade de um automóvel e a distância percorrida por ele.

Resposta

É diretamente proporcional, pois se aumentarmos a velocidade de um automóvel, a distância percorrida por ele aumentará também.

d. A distância percorrida por um aplicativo de transporte e o valor a pagar no final da corrida.

Resposta

Diretamente proporcional, pois se aumentarmos a distância percorrida pelo aplicativo de transporte, o valor a ser pago aumentará também.

e. Número de operários trabalhando, no mesmo ritmo e tempo para realizar um trabalho.

Resposta

Inversamente proporcional, pois se aumentarmos o número de operários, diminuímos o tempo para fazer o trabalho.

3. Paramelhor compreendermos o significado de grandezas direta ou inversamente proporcionais, observe as relações de proporcionalidade nos itens **a, b, c** e **d** e as classifique em diretamente ou inversamente proporcional.

a. 5 l de combustível ------------- 50 km percorridos

10 l de combustível ------------ 100 km percorridos

Resposta

Diretamente proporcional.

b. 200km/h ------------- 3h
100km/h -------------- 6h

Resposta

Inversamente proporcional.

c. 1 torneira aberta ------------- enche a piscina em 12h
4 torneiras abertas --------- enchem a piscina em 3h

Resposta

Inversamente proporcional.

d. 10 pedreiros ------------- fazem um muro em 10h
25 pedreiros ------------- fazem o muro em 4h

Resposta

Inversamente proporcional.

e. 1 chocolate ------------- custa R$ 2,90
3 chocolates ----------- custam R$ 8,70

Resposta

Diretamente proporcional.

4. Caro estudante, resolva os problemas a seguir utilizando diferentes estratégias de cálculo. Discuta também com os seus colegas se as grandezas relacionadas nos problemas são diretamente ou inversamente proporcional.

a. Uma torneira despeja 20 litros de água por minuto e leva uma hora para encher uma caixa d'agua que estava vazia. Se forem colocadas mais 2 torneiras com a mesma vazão, em quanto tempo elas encherão esta mesma caixa?

Resposta

Como serão 3 torneiras abertas, o tempo para encher a caixa vazia será de 20 minutos. As grandezas envolvidas são inversamente proporcionais.

b. Maurício pagou R$ 90,00 por uma calça Jeans. Se ele comprasse 2 calças custando esse mesmo valor, quanto pagaria?

Resposta

Ele pagaria R$ 180,00. As grandezas envolvidas são diretamente proporcionais.

5. (AAP, 2016) Considere as afirmações a seguir.

I – Um pintor leva 1 hora para pintar uma parede. Para pintar duas paredes em condição idêntica, ele levará 2 horas.

II – Um time marcou 2 gols nos primeiros 15 minutos de jogo. Portanto, ao final do primeiro tempo (45 minutos), ele terá marcado 6 gols.

III – Em 1 hora de viagem, um trem com velocidade média constante, percorreu 60 km. Mantendo a mesma velocidade média, após 3 horas ele terá percorrido 180 km.

IV – A massa de uma pessoa é diretamente proporcional a sua idade.

Há proporcionalidade entre as grandezas envolvidas, apenas nas afirmações

(A) I e II.

(B) II e III.

(C) I e III.

(D) III e IV.

As afirmativas que representam proporcionalidade entre grandezas são I e III.
Alternativa c.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, estenda o discurso com os estudantes para outros contextos, pontuando a aplicação da proporcionalidade na resolução de problemas no cotidiano.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, discuta a relação de proporcionalidade dos itens com os estudantes.

I) Um pintor leva 1 hora para pintar uma parede. Para pintar duas paredes em condição idêntica, ele levará 2 horas.

III) Em 1 hora de viagem, um trem com velocidade média constante, percorreu 60 km. Mantendo a mesma velocidade média, após 3 horas, ele terá percorrido 180 km.

AULAS 7 E 8: REGRA DE TRÊS SIMPLES

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize os estudantes em duplas ou trios. Se preferir, posicione-os em fileira em formato de U, para facilitar o movimento do professor quando chamado pelo estudante.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno de Atividades e calculadora científica.

INICIANDO

Professor, para as aulas 7 e 8, converse com seus estudantes, para verificar possíveis dúvidas sobre o significado de razão, proporção, grandezas direta e inversamente proporcionais, pois as próximas atividades são sequências do que foi aprendido nas aulas anteriores. Utilize a situação-problema proposta no início das atividades a fim de apresentar aos estudantes os procedimentos de cálculos envolvendo regra de três simples para resolver situações-problema que envolvam relações de proporcionalidade.

DESENVOLVENDO

Mantenha a sala organizada. Solicite que, em duplas, analisem e resolvam as atividades das respectivas aulas. Sugira que os estudantes dialoguem entre si, troquem informações, discutam as novas estratégias e resolvam as atividades propostas. O objetivo destas aulas é utilizar procedimentos de cálculo para resolver situações-problema que envolvam relações de proporcionalidade. Circule pela sala enquanto os estudantes discutem e resolvem as atividades, para verificar possíveis dúvidas. Observe as discussões das duplas e, se necessário, oriente-as sobre possíveis dúvidas que surgirem. Pergunte: "Como vocês estão resolvendo?", "Pensou em qual significado para desenvolver esta estratégia", "Por que dessa forma?"; entre outros questionamentos que achar pertinente. É sempre bom desafiar a turma a investigar, levantar hipóteses e trocar estratégias para solucionar as situações propostas.

AULAS 7 E 8: REGRA DE TRÊS SIMPLES

Caro estudante, para o desenvolvimento das atividades propostas a seguir, será necessário relembrar os conceitos estudados nas aulas anteriores. Você deverá ficar atento aos comentários e possíveis complementos que o professor fará, no decorrer das aulas, sobre os significados da regra de três simples.

Objetivos da aula:
- Utilizar procedimentos de cálculo para resolver situações- problema que envolvam relações de proporcionalidade;
- Elaborar situações-problema que envolvam relações de proporcionalidade.

A regra de três simples é uma forma de resolver problemas utilizando o significado de proporção e uma equação. Vejamos o exemplo abaixo:

Viajando a uma velocidade média de 70 km por hora, o percurso entre duas cidades pode ser feito em 5 horas. Qual deveria ser a velocidade escalar média para se fazer o mesmo percurso em 4 horas?

Resolução:

km/h	horas
70	5
x	4

- Verificamos se as grandezas são diretas ou inversamente proporcionais.
  Se aumentar a velocidade, diminuirá o tempo, logo as grandezas são inversamente proporcionais.

$$\frac{70}{x} = \frac{4}{5} \quad \text{ou} \quad \frac{x}{70} = \frac{5}{4}$$

- Resolvendo $\frac{70}{x} = \frac{4}{5} \rightarrow 4x = 350 \rightarrow \frac{350}{4} \rightarrow x = 87{,}5$. A velocidade média deveria ser de 87,5 km/h.

1. Se 4,8 m de fio custam R$ 240,00, qual será o preço de 6 m do mesmo fio?

Resolução

Fio(m)	Custo (R$)
4	240
6	x

- **Verificamos se as grandezas são direta ou inversamente proporcionais.**
  São diretamente proporcionais.

$$\frac{4}{6} = \frac{240}{x} \rightarrow 4x = 1440 \rightarrow x = \frac{1440}{4} \rightarrow x = 360.$$

Logo, 6 m do mesmo fio custará R$ 360,00

2. Um automóvel com velocidade constante percorre 20 m em 4 minutos. Quantos metros percorrerá em 6 minutos?

Resolução

Percurso (m)	Tempo (min)
20	4
x	6

• Verificamos se as grandezas são direta ou inversamente proporcionais.

São inversamente proporcionais.

$$\frac{20}{x} = \frac{6}{4} \rightarrow 6x = 80 \rightarrow x = \frac{80}{6} \rightarrow x = 13{,}3$$

Logo, o automóvel percorrerá 13,3 metros em 6 minutos.

3. Em um dia de trabalho, 5 operários produziram 800 peças. Se 8 operários trabalhassem no mesmo ritmo, quantas peças iriam produzir?

Resolução

Operários	Peças
5	800
8	X

• Verificamos se as grandezas são direta ou inversamente proporcionais.

São diretamente proporcionais.

$$\frac{5}{8} = \frac{800}{x} \rightarrow 5x = 6\,400 \rightarrow x = \frac{6\,400}{5} \rightarrow x = 1\,280.$$

Logo, 8 operários trabalhando no mesmo ritmo produzirão 1 280 peças em um dia.

4. Para construir uma casa, 4 pedreiros levaram 60 dias. Em quantos dias 5 pedreiros, com mesma capacidade de trabalho, fariam a mesma casa?

Resolução

Pedreiros	Dias
4	60
5	x

• Verificamos se as grandezas são direta ou inversamente proporcionais.

São inversamente proporcionais.

$$\frac{5}{4} = \frac{60}{x} \rightarrow 5x = 240 \rightarrow x = \frac{240}{5} \rightarrow x = 48.$$

Logo, 5 pedreiros trabalhando no mesmo ritmo construiriam a casa em 48 dias.

5. Uma fábrica de tecidos consumiu 1 820 fardos de algodão em 13 dias. Em 8 dias, quantos fardos consumiu?

Resolução

Fardos de algodão	Dias
1820	13
x	8

• Verificamos se as grandezas são direta ou inversamente proporcionais.

São diretamente proporcionais.

$$\frac{1\,820}{x} = \frac{13}{8} \rightarrow 13x = 14\,560 \rightarrow x = \frac{14\,560}{13} \rightarrow x = 1\,120.$$

Logo, em 8 dias a fábrica consumiu 1 120 fardos de algodão.

FINALIZANDO

Analise as respostas dos estudantes para identificar possíveis erros e dificuldades. Resolva todas as atividades na lousa, explore atentamente as observações e questionamentos dos estudantes e, se achar oportuno, proponha uma discussão entre eles para que exponham suas dificuldades durante o processo de elaboração e resolução dos problemas. Neste momento podem surgir muitas dúvidas e os debates podem ser enriquecedores para evidenciar as estratégias de soluções bem sucedidas.

6. Caro estudante, apresentamos, nos itens a e b, os esquemas sobre a relação de proporcionalidade entre duas grandezas. Para cada item, elabore e resolva um problema envolvendo as grandezas dadas.

a. 5 kg de farinha de trigo ------------- 70 pães
7 kg de farinha de trigo ------------- **faz quantos pães?**

Escreva neste espaço o seu problema:

Possibilidade de resposta:
Durante a semana, uma panificadora utiliza 5 kg de farinha de trigo para fazer 70 pães. Considerando as mesmas proporções na receita, aos fins de semana ela utiliza 7 kg de farinha de trigo. A quantidade de pães que eles fabricaram nesse dia foi de:

b. 5 pedreiros ------------- fazem um muro em 10 horas
15 pedreiros ------------- **faz o mesmo muro em quantas horas?**

Escreva neste espaço o seu problema:

Possibilidade de resposta:
Para fazer um muro, 5 pedreiros gastam 10 horas. Se o número de pedreiros for triplicado, em quantas horas eles fariam o mesmo muro?

IMAGENS E ILUSTRAÇÕES
pixabay.com - freepik.com

ANOTAÇÕES

ANOTAÇÕES

OLÁ, PROFESSOR!

Nesta Sequência de Atividades, falamos diretamente com você que está aí, na sala de aula, no convívio direto com os estudantes. Estes terão oportunidade, nesse momento, de se envolverem com atividades que possibilitam a retomada de conceitos, propriedades e procedimentos essenciais para o desenvolvimento de seus conhecimentos e capacidades em matemática.

A Sequência de Atividades deve ser desenvolvida favorecendo a interação, o compartilhamento de conhecimentos e a colaboração. Além disso, as socializações das atividades, por parte dos estudantes, são percebidas como oportunidades de serem desenvolvidas habilidades e competências que dizem respeito à cooperação, à empatia, à argumentação e à comunicação, entre outras.

Vale ressaltar que os estudantes devem chegar ao final da Sequência de Atividades sendo capazes de reconhecer e aplicar conceitos, propriedades e procedimentos em contextos que envolvam etapas de uma pesquisa estatística, interpretação de informações veiculadas em gráficos e tabelas, identificação de variáveis, índices, taxas ou coeficientes.

A habilidade escolhida para a sequência de atividades, proposta nestas aulas, foi: (EM13MAT406) Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de softwares que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1 e 2 / 90 min	TAXAS E ÍNDICES DE NATUREZA SOCIOECONÔMICA: IDH
3 e 4 / 90 min	TABELAS E GRÁFICOS, UMA INTERPRETAÇÃO
5 e 6 / 90 min	TAXAS, ÍNDICES E COEFICIENTES ESTATÍSTICOS HORA DE CONHECER
7 e 8 / 90 min	SOCIALIZAR PARA CONHECER

ANOTAÇÕES

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

AULAS 1 E 2 – PESQUISA! VAMOS ELABORAR UMA?

Objetivos das aulas:

- Entender as taxas e índices de natureza socioeconômica;
- Selecionar um tópico referente a práticas sociais que possa ser tema de uma pesquisa estatística;
- Organizar as etapas de uma pesquisa estatística;
- Coletar dados em uma pesquisa estatística;
- Interpretar informações veiculadas em gráficos e tabelas;
- Produzir texto com as conclusões tiradas com base em dados pesquisados e representados por meio de tabelas e gráficos.

O Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) é uma medida resumida do progresso a longo prazo, em três dimensões básicas do desenvolvimento humano: renda, educação e saúde. O IDH é uma medida que compara os países e classifica-os como países desenvolvidos, subdesenvolvidos e em desenvolvimento, levando em conta taxas como a expectativa de vida, o PIB (Produto Interno Bruto) e a educação.

1. Pesquise em dupla como é feito o cálculo do IDH e quais fatores são levados em consideração. Após a pesquisa, o professor vai fazer uma roda de conversa com exemplos do IDH de alguns países e o estudo do IDH comparando as regiões brasileiras.

Resposta

Espera-se que as pesquisas dos estudantes apresentem dados referentes à expectativa de vida, acesso ao conhecimento e padrão de vida, que são os três fatores que influenciam o cálculo do IDH.

INICIANDO

Vamos iniciar nossas atividades! Para as aulas 1 e 2, propomos uma conversa sobre a importância da Matemática em nossas vidas, desde o momento em que acordamos, até a hora que vamos dormir.

Professor, nessas aulas introduzimos o Índice de Desenvolvimento Humano (IDH), que é uma medida resumida do progresso a longo prazo, em três dimensões básicas do desenvolvimento humano: renda, educação e saúde. O IDH é uma medida que compara os países e classifica-os como países desenvolvidos, subdesenvolvidos e em desenvolvimento, levando em conta taxas como a expectativa de vida, o PIB (Produto Interno Bruto) e a educação.

1. Pesquise em dupla como é feito o cálculo do IDH e quais fatores são levados em consideração. Após a pesquisa, o professor vai fazer uma roda de conversa com exemplos do IDH de alguns países e o estudo do IDH comparando as regiões brasileiras.

AULAS 1 E 2 – PESQUISA! VAMOS ELABORAR UMA?

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Para a realização das atividades, formar equipes de, no máximo, 4 estudantes, respeitando as regras de distanciamento.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno de Atividades do estudante.

DESENVOLVENDO

Professor, oriente os estudantes na pesquisa que eles foram desafiados a fazer. O estudo sobre taxas e índice de natureza socioeconômica (IDH), são temas muito importantes com os quais eles não têm muito contato. Coloque-os como protagonistas de suas aprendizagens. A pesquisa detalhada dos estudantes e a posterior socialização certamente vai despertar o interesse de todos. Durante a pesquisa e a socialização, aproveite todas as falas dos estudantes. Questione: "Vocês já haviam estudado ou lido algo sobre IDH?"; "Ao pesquisarem sobre os temas levantados, vocês encontraram alguma matéria interessante que queiram compartilhar com a turma?".

FINALIZANDO

Para concluir esse bloco de aulas, faça uma síntese com a turma de tudo o que foi discutido e o que eles acharam mais interessante. Anote na lousa cada fala dos estudantes e instigue-os a participar. Para finalizar, diga que nas próximas discutirão sobre a inflação.

2. Formem equipes de até 4 estudantes, pesquisem os cinco países da América do Sul listados abaixo e completem a tabela a seguir:

País	IDH	Posição Global	População aproximada
Brasil	0,765	84 milhões	210 bilhões
Chile	0,851	43	19 milhões
Argentina	0,845	46	44 milhões
Venezuela	0,711	113	28 milhões
Suriname	0,738	97	581 mil

Fonte: IBGE, dados de 2019.

a. A partir da tabela preenchida por você, faça a análise comparativa dos dados apresentados. Pesquise na internet exemplos de gráficos que retratam o IDH dos países da América do Sul.

Resposta

Espera-se que os estudantes pesquisem gráficos que retratam o IDH dos países da América do Sul. A seguir, alguns exemplos

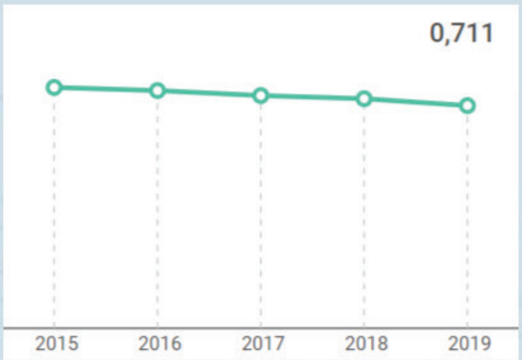
CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, como sugestão, após a pesquisa dos estudantes (apresentado exemplos de gráficos do IDH da América do Sul), realize um debate com a turma sobre os tipos de gráficos apresentados e a variação de crescimento ou decrescimento do IDH nos países. Aproveite esse momento rico de discussão para que, além das análises das taxas, os estudantes entendam como essas taxas são calculadas.

IDH - Suriname - 20[illegible]
Fonte: https://paises.ibge.gov.br/#/dados/suriname

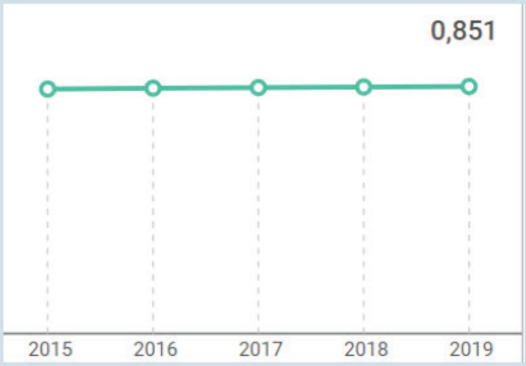
IDH - Argentina
Fonte: https://paises.ibge.gov.br/#/dados/argentina

IDH - Brasil
Fonte: https://paises.ibge.gov.br/#/dados/brasil



IDH - Venezuela
Fonte: https://paises.ibge.gov.br/#/dados/venezuela

IDH - Colômbia
Fonte: https://paises.ibge.gov.br/#/dados/colombia

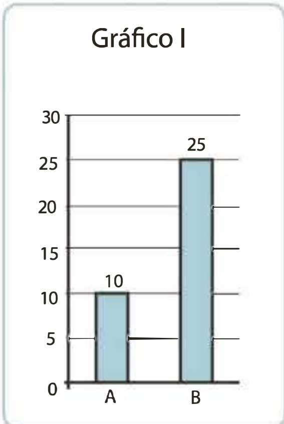


IDH - Chile
Fonte: https://paises.ibge.gov.br/#/dados/chile

AULAS 3 E 4 – TABELAS E GRÁFICOS, UMA INTERPRETAÇÃO

Objetivos das aulas:
- Analisar tabelas e gráficos;
- Compreender e interpretar taxas de inflação.

1. (BB – Fundação Carlos Chagas – adaptada). O supervisor de uma agência bancária obteve dois gráficos que mostravam o número de atendimentos realizados por funcionários. O Gráfico I mostra o número de atendimentos realizados pelos funcionários A e B, durante 2 horas e meia e, o Gráfico II mostra o número de atendimentos realizados pelos funcionários C, D e E, durante 3 horas e meia.



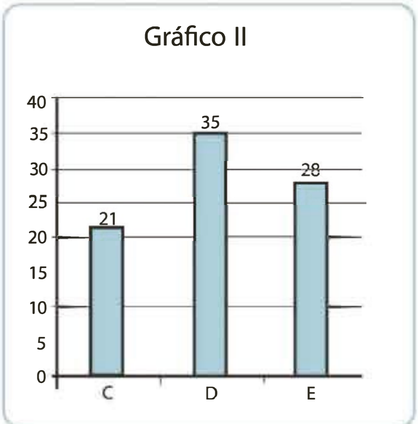


Imagem: Banco do Brasil Fundação Carlos Chagas

a. Como você avalia o desempenho de cada funcionário? Qual deles é o mais eficiente nos atendimentos, considerando a quantidade de atendimentos realizados por hora?

Cálculos

Funcionário A: 10 atendimentos / 2,5 horas = 4 clientes por hora.
Funcionário B: 25 atendimentos / 2,5 horas = 10 clientes por hora.
Funcionário C: 21 atendimentos / 3,5 horas = 6 clientes por hora.
Funcionário D: 35 atendimentos / 3,5 horas = 10 clientes por hora.
Funcionário E: 28 atendimentos / 3,5 horas = 8 clientes por hora.
Os funcionários B e D são os mais eficientes, pois atendem 10 clientes em uma hora de trabalho.

AULAS 3 E 4 – TABELAS E GRÁFICOS, UMA INTERPRETAÇÃO

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas, respeitando as regras de distanciamento.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno de Atividades do estudante.

INICIANDO

Na atividade desta sequência, sugerimos que você, professor, faça uma retomada de alguns conceitos como média de valores representados em tabelas e gráficos, conceito de desvio padrão e a ideia de amplitude de um conjunto de dados numéricos.

DESENVOLVENDO

As duplas de estudantes resolvem as questões propostas e registram suas conclusões para, depois, compartilhar com os outros estudantes da turma. Na primeira questão, o gráfico indica a ideia de produtividade e eficiência em atendimentos de alguns funcionários de uma agência bancária. Os estudantes terão que estabelecer uma relação entre atendimentos e o tempo, em horas, para cada funcionário. Os estudantes devem concluir o levantamento sobre o número de atendimentos a cada hora e comparar o desempenho dos funcionários ao realizá-los. Na segunda questão, os gráficos apresentam dados sobre a produção e a reciclagem de lixo em algumas regiões do planeta. A ideia principal é estabelecer uma relação entre o lixo produzido e o reciclado, por cada região. Professor, nesse momento, sugerimos que faça uma investigação sobre os conhecimentos que os estudantes possuem sobre reciclagem, incluindo suas opiniões sobre a importância de se reciclar. O tema, também, pode ser abordado como uma pesquisa local (na escola, comunidade, cidade) ou mais abrangente (no estado, país) e ser feito um comparativo entre os resultados. Ou ainda, pode ser realizado um projeto interdisciplinar envolvendo toda a comunidade escolar, em que cada componente curricular contribuirá com suas especificidades. Na terceira questão, apresentamos o tema inflação e solicitamos uma pesquisa sobre esse índice no Brasil com um comparativo entre as regiões brasileiras. Na quinta questão, introduzimos o Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo - IPCA.

FINALIZANDO

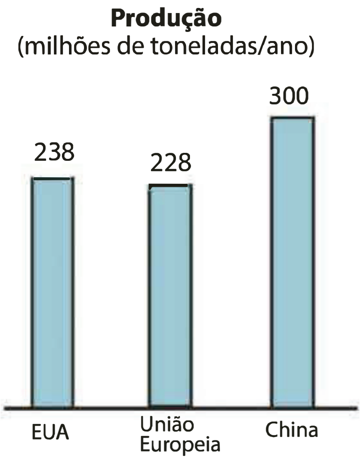
Após a resolução e discussão da proposta de cada questão, sugerimos que as duplas façam uma socialização das conclusões, dúvidas e resultados obtidos com a classe.

b. Quantos atendimentos, por hora, o funcionário B realizou a mais que o funcionário C?

Cálculos

Funcionário B: 25 atendimentos / 2,5 horas = 10 clientes por hora
Funcionário C: 21 atendimentos / 3,5 horas = 6 clientes por hora
Diferença: 10 – 6 = 4

3. (BB – Cesgranrio – adaptada). Os gráficos abaixo apresentam dados sobre a produção e a reciclagem de lixo em algumas regiões do planeta.



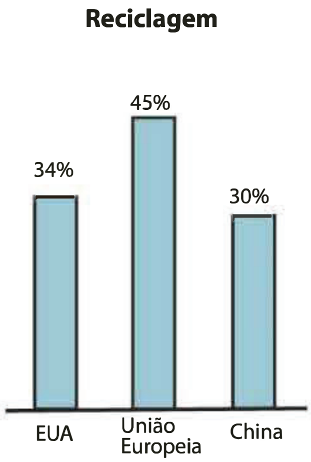


Imagem: Banco do Brasil Fundação Cesgranrio

a. Qual é a relação entre o lixo produzido e o reciclado?

Cálculos

A China produz 300 milhões e recicla 30%, ou seja, recicla 90 milhões.
A União Europeia produz 228 milhões e recicla 45%, ou seja, recicla 102,6 milhões.
Os EUA produzem 238 milhões e recicla 34%, ou seja, reciclam 80,92 milhões.

b. Baseando-se nos dados apresentados, qual é, em milhões de toneladas, a diferença entre as quantidades de lixo recicladas na China e nos EUA, em um ano?

Cálculos

A China produz 300 milhões e recicla 30%, ou seja, recicla 90 milhões.

Os EUA produzem 238 milhões e recicla 34%, ou seja, reciclam 80,92 milhões.

China – EUA = 90 – 80,92 = 9,08 milhões de toneladas.

c. Na sua opinião, qual é o material que pode ser reciclado mais vezes? Qual é o material que demora mais tempo para se decompor na natureza?

Resposta

Exemplos de materiais e quantidade de vezes que podem ser reciclados.

Alumínio: Pode ser reciclado infinitamente, já que não perde a sua composição ao longo do processo de reciclagem.

Papel: Só é possível reciclar de cinco a sete vezes o material em laboratório, já que a fibra vai degradando ao longo do processo.

Vidro: Além de ser um material que pode ser reutilizado diversas vezes, ele pode ser reciclado infinitamente, visto que não perde a qualidade e pode ser substituído 100% em uma nova produção.

Plástico: Tudo depende do tipo de plástico. Garrafa PET, pode ser transformada diversas vezes, sem perder as características.

Cobre e aço: Podem ser reciclados diversas vezes, sem perder a qualidade.

Papelão: Diferente do papel, o papelão tem mais resistência e pode ser reciclado diversas vezes.

d. Em sua casa, é feita a separação do lixo para a reciclagem?

Resposta

Resposta pessoal.

Descubra quantas vezes o mesmo material pode ser reciclado. Papel semente, 2020. Disponível em: https://papelsemente.com.br/blog/quantas-vezes-o-mesmo-material-pode-ser-reciclado/. Acesso em: 04 set. 2020.

Exemplos de materiais e tempo que leva para se decompor na natureza:[1]

Material	Tempo de decomposição
Cascas de frutas	de 1 a 3 meses
Papel	03 a 06 meses
Pano	de 6 meses a 1 ano
Chiclete	05 anos
Filtro de cigarro	de 05 a 10 anos
Tampa de garrafa	15 anos
Madeira pintada	15 anos
Nylon	mais de 30 anos
Sacos plásticos	de 30 a 40 anos
Lata de conserva	100 anos
Latas de alumínio	200 anos
Plástico	450 anos
Fralda descartável	600 anos
Garrafas de vidro	tempo indeterminado
Pneu	tempo indeterminado
Garrafas de plástico (pet)	tempo indeterminado
Borracha	tempo indeterminado
Vidro	1 milhão de anos

Decomposição do lixo. Portal São Francisco, 2020. Disponível em: https://www.portalsaofrancisco.com.br/meio-ambiente/decomposicao--do-lixo>. Acesso em: 04 set. 2020.

1 Decomposição do lixo. Portal São Francisco, 2020. Disponível em: https://www.portalsaofrancisco.com.br/meio-ambiente/decomposicao-do--lixo>. Acesso em: 04 set. 2020.

Inflação é o nome dado ao aumento dos preços de produtos e serviços. Ela é calculada pelos índices de preços, comumente chamados de índices de inflação (IBGE).

3. Pesquise gráficos sobre a inflação nos últimos dez anos, no Brasil e estados brasileiros, e faça comparação entre as taxas, ano a ano.

Espera-se que os estudantes apresente alguns exemplos de gráficos sobre a inflação nós últimos dez anos no Brasil e nos Estados Brasileiros e faça comparação entre as taxas, ano a ano. Professor, sugira por exemplo os dados do IBGE, aproveite a sua aula e navegue com eles na página do IGBE estudando, analisando e comparando dados com esse objeto de estudo.
Uma pesquisa e discussão bastante interessante pode ser encontrada em:
Disponível em: https://sidra.ibge.gov.br/pesquisa/snipc/ipca/quadros/brasil/agosto-2021. Acesso em: 8 out. 21.

4. (ENEM – 2016 – adaptada) O Procedimento de perda rápida de "peso" é comum entre os atletas de esportes de combate. Para participar de um torneio, quatro atletas, da categoria até 66 kg, Peso-Pena, foram submetidos a dietas balanceadas e atividades físicas. Realizaram três "pesagens" antes do início do torneio. Pelo regulamento do torneio, a primeira luta deverá ocorrer entre o atleta mais regular e o menos regular quanto aos "pesos". As informações, com base nas pesagens dos atletas, estão no quadro.

Atleta	1ª Pesagem (Kg)	2ª Pesagem (Kg)	3ª Pesagem (Kg)	Média	Médiana	Desvio Padrão
I	78	72	66	72	72	4,90
II	83	65	65	71	65	8,49
III	75	70	65	70	70	4,08
IV	80	77	62	73	77	7,87

Após as três "pesagens", os organizadores do torneio informaram, aos atletas, quais deles se enfrentariam na primeira luta. A primeira luta foi entre quais atletas?

Para encontrar os atletas mais regulares usaremos o desvio padrão, pois essa medida indica o quanto que o valor desviou da média.

O atleta III é o com menor desvio padrão (4,08), logo é o mais regular. O menos regular é o atleta II com maior desvio padrão (8,49).

Esses resultados, para o desvio padrão, são obtidos utilizando a fórmula:

$$DP = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_{i-M_A}\right)^2}{n}$$

onde,

$\sum$: símbolo de somatório. Indica que temos que somar todos os termos, desde a primeira posição (i=1) até a posição n

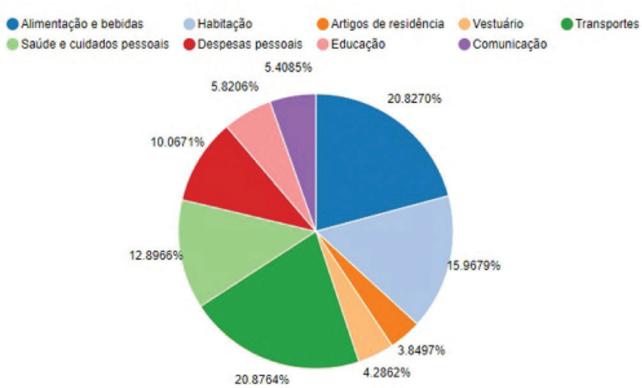
x_i: valor na posição i no conjunto de dados

M_A: média aritmética dos dados

n: quantidade de dados.

5. O Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) é produzido pelo IBGE desde dezembro de 1979. A partir de novembro de 1985, de acordo com o Decreto n. 91.990, o IPCA passou a ser utilizado como indexador oficial do país, corrigindo salários, aluguéis, taxa de câmbio, poupança, além dos demais ativos monetários. Em março de 1986, deixou de ser o indexador oficial de inflação (IBGE).

Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo – IPCA – Brasil 2021
Grupos de produtos e serviços – Peso mensal (%)



Fonte: https://sidra.ibge.gov.br/pesquisa/snipc/ipca/quadros/brasil/agosto-2021

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Se achar conveniente, pode trabalhar a ideia da fórmula em outro momento, visto que os valores do desvio padrão já estão calculados nas questões, ou seja, os estudantes só precisarão do conceito.

AULAS 5 E 6 – TAXAS, ÍNDICES E COEFICIENTES ESTATÍSTICOS: HORA DE CONHECER

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Para a realização das atividades, formar equipes de, no máximo 4 estudantes.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno de Atividades do estudante

INICIANDO

Professor, para as atividades desta sequência, os estudantes desenvolverão pesquisas sobre uso e cálculo de alguns índices, taxas e/ou coeficientes que possuam relevância socio-econômica, como *taxa de natalidade; taxa de mortalidade; crescimento vegetativo; taxa de fecundidade; taxa de desemprego; índice de desenvolvimento humano*, dentre outros. Sugerimos uma conversa sobre o que os estudantes compreendem sobre o tema que a equipe escolheu para desenvolver a pesquisa, quais as ideias intuitivas sobre como são calculados índice, taxa e/ou coeficiente, quais as relações entre suas variáveis e por que essas informações são relevantes.

Analise os dados apresentados no gráfico do IPCA no Brasil, em agosto de 2021, fazendo uma comparação entres os bens de consumo. Depois socialize com a turma.

(O IPCA é calculado com levantamento mensal de 13 áreas urbanas, com aproximadamente 430 mil preços, em 30 mil locais diferentes (IBGE). Os preços são comparados com o mês anterior, resultando em um único valor que reflete a variação geral de preços ao consumidor no período. Os produtos que têm maior representatividade são os bens destinados à famílias com renda de até 40 salários mínimos).

AULAS 5 E 6 – TAXAS, ÍNDICES E COEFICIENTES ESTATÍSTICOS: HORA DE CONHECER

Objetivos das aulas:
- Identificar as variáveis associadas ao cálculo de um determinado índice, taxas ou coeficiente;
- Explicar a relação que uma variável mantém com outra na composição de um índice;
- Comparar diferentes índices, taxas e coeficientes relativos.

1. As atividades serão realizadas em equipes de, no máximo, 4 estudantes

- Cada equipe escolherá um tema para desenvolver uma pesquisa. O tema escolhido terá relação direta com taxas, índices ou coeficientes estatísticos. Ou seja, será obtido a partir dos cálculos destas taxas, índices e/ou coeficientes ***(taxa de natalidade; taxa de mortalidade; crescimento vegetativo; taxa de fecundidade; taxa de desemprego; índice de desenvolvimento humano, dentre outros)***;
- A equipe realizará uma pesquisa com o objetivo de conhecer e se aprofundar sobre o tema;
- A pesquisa terá uma parte quantitativa e outra mais qualitativa;
- As equipes realizarão a pesquisa entre os colegas na sala de aula e/ou outros estudantes na comunidade escolar;
- Os questionamentos para cada equipe, independente do tema, serão os mesmos. Pode-se acrescentar, mas não retirar questões;
- Cada equipe deve entrevistar, no mínimo, 30 pessoas;
- Para cada questão, a equipe deverá fornecer de 4 a 6 alternativas, possibilidades de respostas.

Tema escolhido pela equipe.

Resposta

DESENVOLVENDO

Professor, sugerimos que medie o processo de escolha do tema para a pesquisa nas equipes. Se ocorrer de alguma equipe apresentar dificuldade em escolher, sugira um tema que poderá ser obtido a partir do cálculo das taxas, índices e/ou coeficientes.

FINALIZANDO

Os estudantes poderão fazer o tratamento dos dados e colocá-los em planilhas, tabelas ou gráficos. Sugerimos, também, uma análise qualitativa das conclusões da equipe em relação às respostas e entendimento dos entrevistados com relação ao tema.

Questionamentos para desenvolvimento da pesquisa. Para cada item, cite 4 ou 6 possíveis respostas.

a. O que você entende sobre o tema?

Resposta

Resposta pessoal.

b. Quais os motivos que podem levar ao aumento (ou à redução) da taxa (ou índice, ou coeficiente)?

Resposta

Resposta pessoal.

Taxa de mortalidade = $\dfrac{\text{nº de óbitos x 1000}}{\text{nº de habitantes}}$

Crescimento vegetativo = taxa de natalidade - taxa de mortalidade

Professor, para saber mais, acesse o site do IBGE: https://brasilemsintese.ibge.gov.br/populacao/taxas-brutas-de-natalidade.html

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, seguem algumas informações sobre taxas e índices
Taxa de natalidade e **taxa de mortalidade** são indicadores demográficos realizados por meio de cálculos.

Taxa de natalidade = $\dfrac{\text{nº de nascimentos x 1 000}}{\text{nº de habitantes}}$

c. O que o aumento (ou redução) dessa taxa (ou índice, ou coeficiente) poderá ocasionar?

Resposta

Resposta pessoal.

d. Como é possível fazer um controle da taxa (ou índice, ou coeficiente)?

Resposta

Resposta pessoal.

AULAS 7 E 8 – SOCIALIZAR PARA CONHECER

Objetivos das aulas:
- Elaborar conclusões envolvendo índices, taxas e coeficientes em um determinado contexto;
- Resolver problemas que envolvam a utilização de taxas e índices diversos.

1. **Nessa atividade, as equipes, organizadas nas aulas anteriores (aulas 5 e 6), farão uma apresentação das conclusões e resultados obtidos nas pesquisas realizadas.**

a. Tema escolhido pela equipe

Resposta

Resposta pessoal.

b. Como você classifica e descreve a importância de se investir em pesquisas estatísticas sobre o tema?

Resposta

Resposta pessoal.

AULAS 7 E 8 – SOCIALIZAR PARA CONHECER

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Os estudantes poderão ficar próximo das equipes formadas na aula anterior com, no máximo, 4 estudantes.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno de Atividades do estudante;
Resultados obtidos nas aulas anteriores.

INICIANDO

Professor, este será um momento de socialização dos resultados da aula anterior (aulas 5 e 6). A proposta da atividade é, inicialmente, fazermos um levantamento sobre as dúvidas geradas com o desenvolvimento da pesquisa. Quais foram as dificuldades apresentadas desde a elaboração e discussão das questões até o tratamento dos dados, construção de gráficos e resultados?

DESENVOLVENDO

Para iniciarmos a aula, será necessário resgatar as informações e registros das aulas anteriores (aulas 5 e 6). Solicite que um representante de cada equipe socialize os resultados, as conclusões e observações dos componentes do grupo.

FINALIZANDO

Para finalizar a aula, sugerimos que, após os estudantes terem resolvido as questões em seus cadernos impressos, socializem os resultados e suas dúvidas. Dessa forma, o detalhamento de sua resolução e explicação da estratégia que usou para solucionar o problema, aumenta o repertório matemático dos estudantes. Além do mais, habilidades que dizem respeito à argumentação e comunicação, por meio de conhecimentos matemáticos, estão em destaque. Além disso, valores ligados à ética e o respeito com a voz do próximo, também, são trabalhados.

c. Explique o que você entende por índices, taxas e coeficientes, considerando o tema escolhido pela equipe, na aula anterior, para a realização da pesquisa.

Resposta

Resposta pessoal.

d. Que informações você não conhecia e que achou relevantes a partir da pesquisa realizada?

Resposta

Resposta pessoal.

e. Que outro tema, que relacione a ideia/conceito de índices, taxas e coeficientes estatísticos, você gostaria de pesquisar e saber mais?

Resposta

Resposta pessoal.

ANOTAÇÕES

ANOTAÇÕES

ANOTAÇÕES

OLÁ, PROFESSOR!

Vale ressaltar que os estudantes devem chegar ao final da Sequência de Atividades sendo capazes de reconhecer e aplicar conceitos, propriedades e procedimentos em contextos que envolvam a compreensão do conceito de ângulo, medidas e classificação de ângulos em situações-problema, resolução de problemas relacionando conceito de ângulo em polígonos regulares, e também polígonos regulares e a possibilidade ou não de pavimentação do plano.

A habilidade escolhida para a Sequência de Atividades proposta nestas aulas foi: (EM13MAT505) Resolver problemas sobre ladrilhamento do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados.

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1 e 2 / 90 min	IDEIAS INICIAIS SOBRE ÂNGULOS E POLÍGONOS
3 e 4 / 90 min	ÂNGULOS E POLÍGONOS NO TANGRAM E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
5 e 6 / 90 min	GENERALIZAR PROCEDIMENTOS, ESTABELECER PADRÕES
7 e 8 / 90 min	POLÍGONOS PARA PAVIMENTAÇÃO

ANOTAÇÕES

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4

AULAS 1 E 2 – IDEIAS INICIAIS SOBRE ÂNGULOS E POLÍGONOS

Objetivos das aulas:

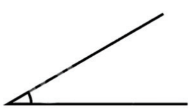
- Compreender a noção de ângulo por meio de um giro em torno de um ponto;
- Associar a noção de ângulo a sua representação geométrica;
- Identificar ângulos em polígonos;
- Diferenciar ângulos retos e não retos;
- Utilizar o conceito de ângulo na classificação de triângulos e quadriláteros de acordo com os ângulos dessas figuras.

Primeira parte – Conceitos iniciais

1. Desenhe e defina (de forma resumida) os ângulos indicados abaixo.

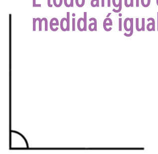
a) ângulo agudo

É todo angulo cuja medida é menor que 90º



b) ângulo reto

É todo ângulo cuja medida é igual que 90º



c) ângulo obtuso

É todo ângulo cuja medida é maior que 90º

2. O que você entende por:

a. ângulos complementares:

Dois ângulos são complementares quando soma de suas medidas é igual a 90º.

b. ângulos suplementares:

Dois ângulos são suplementares quando soma de suas medidas é igual a 180º.

c. ângulos opostos pelo vértice:

São ângulos congruentes, formados pelo ponto de encontro entre duas semiretas.

AULAS 1 E 2 – IDEIAS INICIAIS SOBRE ÂNGULOS E POLÍGONOS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes com carteiras organizadas em formato de U ou em círculo.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno de Atividades do Estudante.

INICIANDO

Professor, vamos iniciar esta Sequência de Atividades fazendo um levantamento dos conhecimentos que os estudantes possuem sobre ângulo e polígonos.

DESENVOLVENDO

A proposta da Sequência de Atividades é fortalecer os conceitos que os estudantes já assimilaram sobre ângulos e polígonos e aprofundar seus repertórios de procedimentos através da resolução e reflexão de problemas propostos.

FINALIZANDO

Para finalizar a aula, sugerimos uma retomada dos principais tópicos abordados e esclarecimento de dúvidas que não puderam ser tiradas antes.

Vamos continuar nossa revisão?

Agora, vamos utilizar a ideia de ângulo para classificar triângulos e quadriláteros.

3. Como você já sabe, todo triângulo possui três lados e três ângulos. Com relação aos ângulos, teremos três tipos de triângulos:

a) Acutângulo b) Obtusângulo c) Retângulo

Como você diferencia cada um deles? Explique resumidamente.

Triângulo Acutângulo é aquele que possui todos os ângulos agudos, ou seja, menores que 90°.

Triângulo Obtusângulo é aquele que possui um ângulo obtuso, ou seja, maior que 90°.

Triângulo Retângulo é aquele que possui um ângulo reto, ou seja, igual a 90°

No que se refere aos quadrilateros, podem ser agrupados, com relação aos lados, da seguinte maneira:

a) Paralelogramos (possuem dois pares de lados paralelos): Retângulo, Losango, Quadrado, Outros

b) Trapézios (possuem um par de lados paralelos): Escaleno, Retângulo, Isósceles

c) Trapezoides (não possuem pares de lados paralelos)

4. Com relação aos ângulos, como você agrupa estes quadriláteros? Ou seja, como separar estes quadriláteros considerando seus ângulos internos?

Resposta:

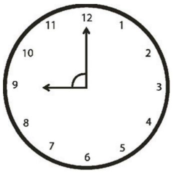
Paralelogramos:
Quatro ângulos retos: quadrado e retângulo
Dois ângulos agudos e dois obtusos: losango e outros

Trapézios:
Dois ângulos retos: retângulo
Dois ângulos agudos e dois obtusos: escaleno e isósceles

Trapezoides:
Os quatro ângulos diferentes

Segunda Parte – Resolução de Questões

5. (SARESP/2009) O relógio a seguir marca 9h:



Assinale a alternativa que mostra corretamente qual a medida do ângulo formado pelos 2 ponteiros, indicado na figura.

a. 180° b. 90° c. 60° d. 45°

Resposta:

Alternativa b. O ângulo formado pelos dois ponteiros é de 90°

6. (SARESP/2010) Lourenço estava com o seu skate posicionado para a esquerda, como mostra a figura 1, e a seguir fez uma manobra dando um giro de forma a posicionar o skate para a direita, como mostra a figura 2.

Figura 1

Figura 2

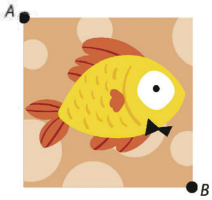
A medida de ângulo que pode ser associada ao giro dessa manobra é

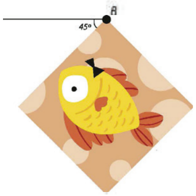
a. 45°. b. 90°. c. 180°. d. 360°.

Resposta:

Alternativa c. A manobra executada por Lourenço faz o sentido. Para isso, foi necessário um giro de 180°

7. (ENEM 2017 - adaptada) A imagem apresentada a seguir é uma representação da tela quadrada intitulada O peixe, de Marcos Pinto, que foi colocada em uma parede para exposição e fixada nos pontos A e B. Por um problema na fixação de um dos pontos, a tela se desprendeu, girando rente à parede. Após o giro, ela ficou posicionada como ilustrado na figura, formando um ângulo de 45° com a linha do horizonte.





Para recolocar a tela na sua posição original, deve-se girá-la, rente à parede, no menor ângulo possível inferior a 360°. A forma de recolocar a tela na posição original, obedecendo ao que foi estabelecido, é girando-a em um ângulo de

a. 90° no sentido horário.

b. 135° no sentido horário.

c. 180° no sentido anti-horário.

d. 270° no sentido anti-horário.

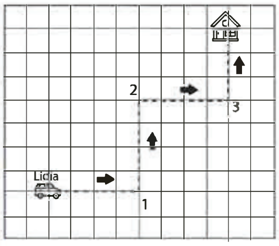
e. 315° no sentido horário.

Resposta:

Observando a figura, para retornar a posição original, girando-a no sentido horário o ângulo será de: 45^{o} $+90^{o} = 135^{o}$. Alternativa b.

8. (SEDUC-GO - adaptada). Para chegar a sua casa Lídia tem que seguir o trajeto representado na malha a seguir passando pelas esquinas 1, 2 e 3. Para fazer isso, você pode acionar 3 comandos: **avançar** (indicando o número de lados do quadradinho), **virar à direita** e **virar à esquerda**.

Indique a sequência de comandos que Lídia precisará fazer para chegar em sua casa.



Resposta:

Avançar 4, virar à esquerda, avançar 4, virar à direita, avançar 4 virar à esquerda e avançar 3.

Se, Lídia não precisasse passar, obrigatoriamente, pelas esquinas 1, 2 e 3, teria outro trajeto mais curto? Indique outro caminho (mesmo que não seja o curto) para ela chegar a sua casa. (Todos os trajetos devem passar por lados dos quadradinhos, nunca pela diagonal.)

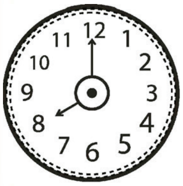
Resposta:

Como não é possível passar por diagonais dos quadradinhos, os trajetos mais curtos utilizam a mesma quantidade de "passos" do caminho de Lídia, passando pelas esquinas 1, 2 e 3.
No aminho vermelho, avançar 7, virar à direita e avançar 8.
No caminho verde, avançar 8, virar à esquerda e avançar 7

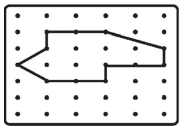
9. (Prova Brasil - adaptada). Qual a medida dos dois ângulos formados pelos ponteiros de um relógio às 8 horas?

Resposta:

120^{o} e 240^{o}
Os ângulos são formados pela abertura ente os ponteiros das horas (menor) dos minutos (maior). Se dividirmos o relógio em 4 partes, teremos 4 ângulos de 90 . Então, cada 5min corresponde a um ângulo de 30° (30° x 12 = 360°).
Assim, o ângulo menor corresponde a 90° + 30° = 120° e o ângulo maior corresponde a 90° + 90° + 60° = 240°
Logo, os ângulos são 120° e 240°.

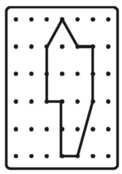


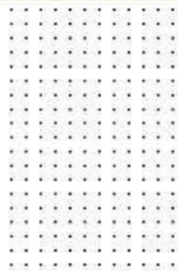
10. (SAEGO - adaptada). Observe a figura abaixo:



Desenhe na malha pontilhada abaixo a figura acima, após realizarmos um giro de 90º no sentido horário.

Resposta:





AULAS 3 E 4 – ÂNGULOS E POLÍGONOS NO TANGRAM E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

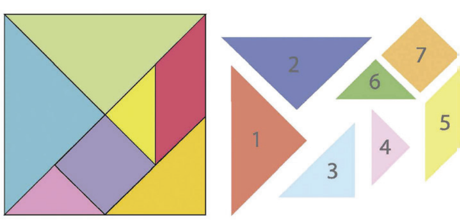
Objetivos da aula:

- Identificar o conceito de ângulo em situações-problema;
- Utilizar medidas e classificação de ângulos em situações-problema;
- Relacionar ângulos e suas medidas em triângulos e quadriláteros.

1. Vamos iniciar esta Sequência de Atividades de forma mais interativa, através de um quebra cabeça muito conhecido, formado por triângulos e quadriláteros.

Você já ouviu falar no Tangram?

O Tangram é um antigo jogo de quebra cabeças chinês, que consiste na formação de figuras e desenhos por meio de 7 peças.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

AULAS 3 E 4 –ÂNGULOS E POLÍGONOS NO TANGRAM E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante.

Tangram confeccionado em emborrachado ou em papel.

INICIANDO

Vamos iniciar esta Sequência de Atividades com um quebra-cabeças chinês bem conhecido: o Tangram, dando prosseguimento com as ideias iniciais sobre ângulos, triângulos e quadriláteros.

DESENVOLVENDO

A proposta de trazer o Tangram para a sala de aula é fazer com que o estudante possa manusear e compreender melhor os conceitos trabalhados. A composição e a transformação das figuras ajudam a entender as possibilidades dos encaixes entre triângulos e quadriláteros, considerando a medida de seus lados e ângulos. De um modo geral, as atividades de formação de figuras com o Tangram utilizam todas a sete peças. Entretanto, algumas pessoas desistem quando não conseguem chegar ao objetivo, que é formar a figura escolhida, com as sete peças. Nossa proposta é começar com apenas duas peças e aumentar a dificuldade gradativamente. Solicitamos a formação de quadrados e triângulos com até cinco peças. Com seis peças, não é possível. Com as sete, já está formado na atividade. Num segundo momento, propomos a resolução de algumas questões para o estudante testar os conhecimentos revisados e aprimorados nas aulas anteriores.

FINALIZANDO

Como sugestão, se ainda restarem alguns minutos da aula, retome as atividades com o Tangram. Solicite que o estudante forme com as sete peças um triângulo, em seguida um retângulo não-quadrado, depois um paralelogramo e por último um trapézio. Discuta com os estudantes como eles interpretam a possibilidade desses composições.

As regras desse jogo consistem em usar as sete peças em qualquer montagem colocando-as lado a lado sem sobreposição, com as quais é possível criar e montar cerca de 1700 figuras, como animais, pessoas, objetos, letras, números, figuras geométricas entre outros.

1. Vamos conhecer melhor as peças do Tangram?

O Tangram é formado por 5 triângulos (2 grandes, 1 médio e 2 pequenos), 1 quadrado e 1 paralelogramo. Quais as medidas dos ângulos internos de cada peça?

a) Triângulo grande: 90° , 45° e 45° .

b) Triângulo médio: 90° , 45° e 45° .

c) Triângulo pequeno 90° , 45° e 45° .

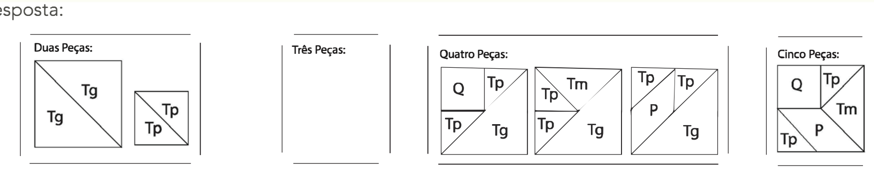
d) Quadrado: 90°, 90°, 90° e 90°.

e) Paralelogramo: 45°, 45°, 135° e 135°

2. Forme quadrados utilizando:

a) 2 peças b) 3 peças c) 4 peças d) 5 peças

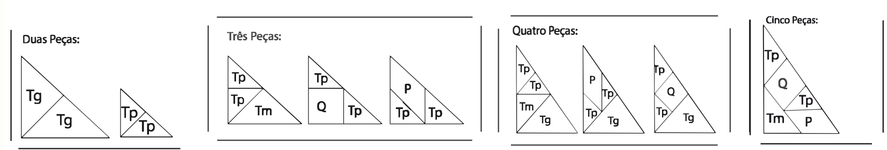
Resposta:



3. Forme triângulos utilizando:

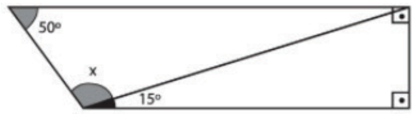
a) 2 peças b) 3 peças c) 4 peças d) 5 peças

Resposta:



Agora, vamos resolver algumas questões.

4. (SARESP/2009) Pode-se calcular a medida do ângulo indicado por x na figura sem necessidade de uso do transferidor. Sua medida é igual a



a. 115°.   c. 125°.

b. 125°.   d. 135°.

Resposta: A figura é um quadrilátero. Logo, a soma das medidas dos ângulos internos é 360°.
Assim, podemos obter a medida x, somando seus ângulos internos

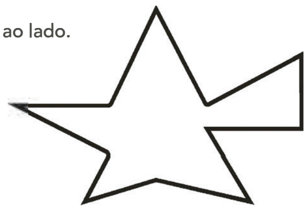
$90° + 90° + 50° + 15° + x = 360°$

$245° + x = 360°$

$x = 360° - 245°$

$x = 115°$ Alternativa a.

5. (Concurso público – Eletrobrás – adaptada). Considere o polígono ao lado.



Analise as seguintes afirmativas sobre esse polígono:

I – possui 11 lados;

II – possui 11 ângulos internos;

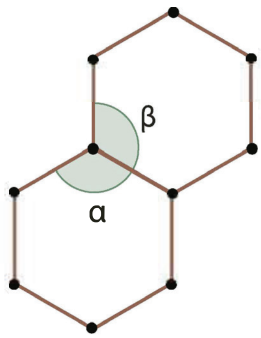
III – possui 5 ângulos internos obtusos (maiores que 90º).

São verdadeira(s) somente:

a. I.   b. III.   c. I e II.   d. I, II e III.   Alternativa d.

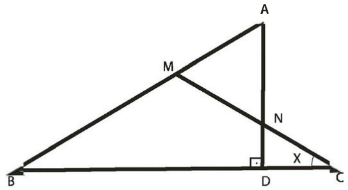
6. (SPAECE - adaptada). A figura ao lado é composta por dois hexágonos regulares. Veja o desenho. Determine a soma das medidas dos ângulos α e β é

Resposta:
Considerando que cada ângulo interno de um hexágono regular mede 120°, a medida de $\alpha + \beta$ será 240°.

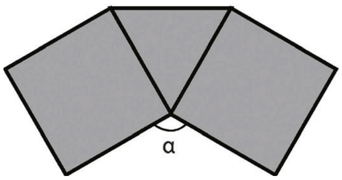


7. (Saresp – adaptada). Sabendo que, na figura abaixo, o triângulo AMN é equilátero, determine a medidas de x + y.

Sabendo que o triangulo AMN e equilátero, temos que cada angulos internos do triângulo mede 60°. No triângulo DNC, temos, os ângulos 60° (oposto pelo vértice) e 90° (suplementar ao de 90° externo). Como a soma das medidas dos ângulos internos e igual a 180°, a medida de x sera igual a 30°. No triângulo ABD, temos os ângulos, de 60° e 90° logo, a medida de y sera 30°, o que falta para 180°.
Assim, temos que x = y = 30°.
x+y = 60°



8. (GAVE – adaptada). Com dois quadrados e um triângulo equilátero, formamos a figura ao lado. Determine o valor da medida do ângulo α.



Resposta:

Somando os ângulos dos quadrados e do triangulo, temos:

$90 + 90 + 60 = 240°$

$\alpha = 360 - 240$

$\alpha = 120°$

AULAS 5 E 6 – GENERALIZAR PROCEDIMENTOS, ESTABELECER PADRÕES

Objetivos da aulas:

- Determinar a soma das medidas de ângulos internos de polígonos, tendo em vista que a soma dos ângulos internos de qualquer triangulo é 180°;
- Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares;
- Investigar a soma das medidas dos ângulos externos de polígonos;
- Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas;
- Estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas a ladrilhamento.

Nesta Sequência de Atividades, vamos aprofundar nossas revisões sobre ângulos, vivenciadas nas aulas anteriores, para o estudo dos polígonos e poliedros. Vamos ainda conhecer a origem dos primeiros ladrilhamentos na história da humanidade.

Vamos dar início ao estudo sobre ladrilhamento do plano. Nas aulas anteriores, estudamos pontos importantes da geometria com o propósito de desenvolver habilidades para o entendimento desse novo tópico que se inicia.

Polígonos são figuras planas, fechadas, formadas por segmentos de reta e ângulos.

AULAS 5 E 6 – GENERALIZAR PROCEDIMENTOS, ESTABELECER PADRÕES

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno de Atividades do Estudante.

INICIANDO

Nesta Sequência, trabalharemos as deduções de algumas fórmulas e procedimentos que auxiliarão o estudante na compreensão dos conceitos e resolução das situações

A arte do ladrilhamento consiste no preenchimento do plano, por moldes, sem superposição ou buracos. Compostos por figuras geométricas, podem ser observados na decoração de diversas construções, além de usados em outras aplicações, como papéis de parede, forros de madeira, estamparia de tecidos, bordados, entre outros. Existente desde que o homem começou a usar pedras para cobrir o chão e as paredes de sua casa e foi se aprimorando com a aplicação de cores, desenhos ou figuras para deixar os ladrilhos mais agradáveis.

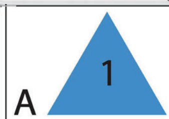
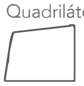
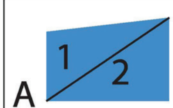
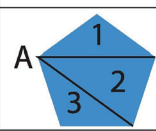
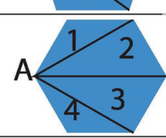
O ladrilhamento de uma superfície plana pode ser feito com polígonos regulares ou irregulares. Existem 11 possibilidades de ladrilhamento com polígonos regulares.

Deixamos dois desafios para você. Pesquise sobre:

1) A história do ladrilhamento e apresente exemplos de como a geometria já fazia parte desse contexto desde os antigos egípcios;

2) As 11 possibilidades de ladrilhamento com polígonos regulares.

1. Complete a tabela abaixo:

Polígono	Quantidade de lados	Quantidade de triângulos	Soma dos ângulos internos
Triângulo 	3	 A 1	1 . 180° = 180°
Quadrilátero 	4	 A 1 2	2 . 180° = 360°
Pentágono 	5	 A 1 2 3	3 . 180° = 540°
Hexágono 	6	 A 1 2 3 4	4 . 180° = 720°
Polígono de n-lados	n	n - 2	(n – 2) . 180° = Si

Fonte: elaborado para fins didáticos.

e problemas propostos.

DESENVOLVENDO

As três primeiras questões desta Sequência têm o objetivo de revisar conceitos e ideias intuitivas que serão trabalhadas. Na atividade 4, propomos a dedução da fórmula da soma das medidas dos ângulos internos de um polígono (Si); sugerimos, como ideia intuitiva, a observação da quantidade de triângulos que podem ser obtidos fixando um vértice do polígono em questão. Em seguida, relacione a quantidade de lados do polígono (n) com a quantidade de triângulos formados. Considerando que cada triângulo possui a soma dos ângulos internos igual a 180°, deduzimos a fórmula para a soma dos ângulos internos de qualquer polígono. Chame a atenção que esta relação não é restrita a polígonos regulares. As atividades a seguir complementam a atividade 4, ampliando as conclusões relacionadas à soma das medidas dos ângulos internos de um polígono. Outro objetivo das atividades é levar o estudante a novas conclusões relacionadas aos ângulos internos e externos. Chamamos a atenção que, para encontrar um ângulo interno ou externo, através da fórmula, o polígono precisa ser regular. No entanto, a soma dos ângulos internos e a soma dos externos não é restrita a polígonos regulares. É interessante demonstrar porque a soma dos ângulos externos de qualquer polígono (regular ou não) é igual a 360°.

FINALIZANDO

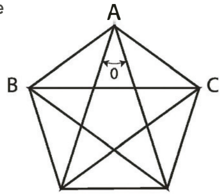
Professor, sugerimos uma breve revisão sobre divisão de ângulos. Visto que em algumas questões, a medida do ângulo será dada fracionada, ou seja, expressa em graus e minutos.

2. Complete a tabela com informações sobre alguns polígonos regulares.

Polígono regular	Número de lados	Soma das medidas dos ângulos internos	Medida de cada ângulo interno	Soma das medidas dos ângulos externos	Medida de cada ângulo externo
Triângulo equilátero	3	180°	60°	360°	120°
Quadrado	4	360°	90°	360°	90°
Pentágono	5	540°	108°	360°	72°
Hexágono	6	720°	120°	360°	60°
Heptágono	7	900°	128°34′	360°	51°26′
Octógono	8	1 080°	135°	360°	45°
Eneágono	9	1 260°	140°	360°	40°
Decágono	10	1 440	144°	360°	36°
Undecágono	11	1 620°	147°16′	360°	32°44′
Dodecágono	12	1800°	150°	360°	30°
Polígono de n-lados	n	(n – 2) . 180	$\frac{(n-2) . 180}{n}$	360°	$\frac{360}{n}$

Segunda parte – Resolução de questões do SARESP

3. (SARESP 2010) O pentagrama (estrela de cinco pontas) foi obtido unindo-se os vértices de um pentágono regular. A medida do ângulo θ destacado na figura é



a. 30°.

c. 40°.

b. 36°.

d. 45°.

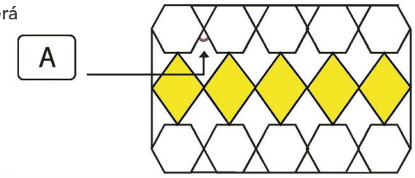
Alternativa b.

Resposta:

O ângulo BÂC interno ao pentágono regular é igual a 108°.
Para acharmos a medida do ângulo θ, basta dividirmos 108 por 3.
Teremos como resposta 36°.

4. (SARESP 2009) Para ladrilhar o piso de uma sala, como indicado abaixo, um decorador de interiores precisa mandar fazer os ladrilhos que estão em branco na figura.

Sabendo que os hexágonos são regulares, ele poderá informar que o ângulo Â indicado mede



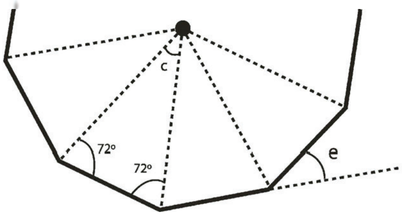
a. 60°.
c. 70°.
b. 65°.
d. 80°.

Resposta:
Na figura, temos dois ângulos internos de um hexágono regular que mede 120° cada. Então já temos 240°. Para encontrarmos o Â, basta calcular quanto falta para 360° e dividirmos o resultado por 2. Ou seja, 360 – 240 = 120 120 / 2 = 60.

Alternativa a.

5. (SARESP 2009) Ao lado está representada uma parte de um polígono regular, como o valor de um de seus ângulos notáveis.

Apenas com essa informação é possível concluir que o polígono é um

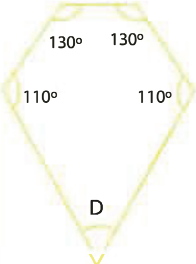


a. octógono (8 lados).
b. eneágono (9 lados).
c. decágono (10 lados).
e. dodecágono (12 lados).

Alternativa c.

Resposta:
Como o polígono é regular, todos os triângulos são congruentes. Logo, a medida de cada ângulo interno será 144°. Como já vimos anteriormente, o polígono o qual o ângulo interno mede 144° é o decágono.

6. (SARESP 2011) No polígono apresentado na figura, o ângulo D mede



a) 90°. b) 80°. c) 70°. d) 60°.

Resposta: A figura possui 5 lados, logo é um pentágono. A soma das medidas dos ângulos internos de um pentágono é igual a 540°.
Somando as medidas dos ângulos temos:
130 + 130 + 110° + 110° + D = 540°
480° + D = 540° D = 540° - 480° = 60°

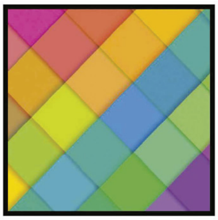
Alternativa d.

AULAS 7 E 8 – POLÍGONOS PARA PAVIMENTAÇÃO

Objetivos das aulas:
- Reconhecer a relação entre as medidas de ângulos internos de polígonos regulares e a possibilidade ou não de pavimentação do plano (*ladrilhamentos*);
- Analisar e utilizar padrões, através de formas geométricas, na resolução de problemas.

Nesta aula, vamos estudar atividades envolvendo pavimentação de polígonos, *ladrilhamento* de figuras planas. *Ladrilhar* (ou pavimentar o plano) significa preencher o plano, com padrões, sem deixar espaços vazios.

Vamos iniciar nossas atividades com a pavimentação de polígonos regulares. Ao optarmos por utilizar apenas um polígono por pavimentação, só teremos três polígonos regulares possíveis: triângulos equiláteros, quadrados ou hexágonos, como mostram as pavimentações abaixo.


Fonte: elaborado para fins didáticos.

1. Na sua opinião, por que a pavimentação, utilizando um único tipo de polígono regular, só é possível se for um desses três?

Resposta:
Porque apenas estes três possuem ângulos internos divisíveis por 360º. Ou seja,

Triângulo: $\frac{360^o}{60^o} = 6$ **quadrado:** $\frac{360^o}{90^o} = 4$ **hexágono:** $\frac{360^o}{120^o} = 3$

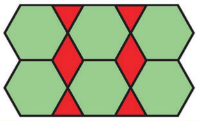
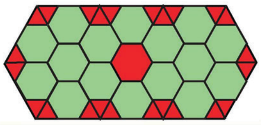
Observe que estes valores correspondem a quantidade de polígonos que incidem em um mesmo vértice.

Agora é sua vez de construir uma pavimentação.

2. Construa uma pavimentação utilizando:

a. triângulos e hexágonos (utilizes apenas canetas coloridas e réguas).

Resposta:
Veja algumas possíveis respostas

AULAS 7 E 8 – POLÍGONOS PARA PAVIMENTAÇÃO

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas.

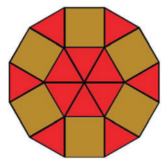
MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno de Atividades do Estudante.
Canetas coloridas.
Réguas graduadas.

b. triângulos e quadrados (utilizes apenas canetas coloridas e réguas).

Resposta:

Veja uma possível resposta



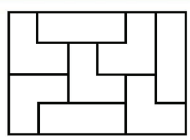
Agora vamos resolver algumas questões.

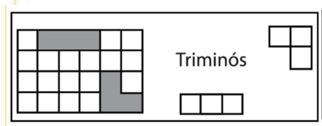
3. (OBMEP - Banco de Questões 2020) Triminós são peças formadas por três quadradinhos, como indica a figura abaixo. Dois desses triminós foram colocados dentro de um tabuleiro 4×6.

Qual o número máximo de triminós que podem ser colocados dentro do tabuleiro de modo a cobrir sem sobreposição as casinhas restantes?

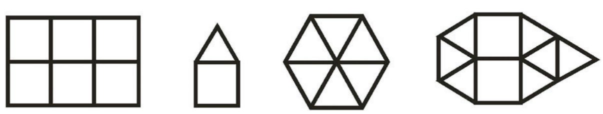
Resposta:

É possível cobrir o tabuleiro por completo com 8 triminós, como indica a figura a seguir.





4. (OBMEP - Banco de Questões 2012) Um polígono convexo é elegante quando ele pode ser decomposto em triângulos equiláteros, quadrados ou ambos, todos com lados de mesmo comprimento. Abaixo, mostramos alguns polígonos elegantes, indicando para cada um deles uma decomposição e o número de lados.



4 lados 5 lados 6 lados 7 lados

a. Desenhe um polígono elegante de 8 lados, indicando uma decomposição.

Resposta:

Uma possibilidade de construção seria, a partir da figura 4, composta por 2 quadrados e 7 triângulos, removermos o triângulo da estremidade do lado direito.

INICIANDO

Iniciamos esta Sequência de Atividades com uma conversa sobre o que significa ladrilhar, pavimentar. Como sugestão, faça uma abordagem sobre outras pavimentações, que não utilizem polígonos, para o estudante se familiarizar com a ideia.

DESENVOLVENDO

Dividimos a Sequência de Atividades em duas partes. Na primeira, o estudante irá, a partir de conclusões e observações de padrões, citados no início da aula, construir padrões de pavimentação para fixar a compreensão das ideias. Na segunda parte, o estudante resolverá questões, envolvendo a ideia de ladrilhar superfícies ou construir padrões.

FINALIZANDO

Ao final da Sequência de Atividades, explore mais a ideia de construir padrões e faça uma exposição com a produção dos estudantes.

b. Quais são as possíveis medidas dos ângulos internos de um polígono elegante?

Resposta:
Como um polígono elegante é convexo e é formado colocando lado a lado quadrados e triângulos equiláteros, seus ângulos são somas de parcelas iguais a 60° ou 90° que não ultrapassm 180°. Os valores possíveis são então:

60°, 90°, 120° = 60° + 60° 150° = 60° + 90°

c. Mostre que um polígono elegante não pode ter mais que 12 lados.

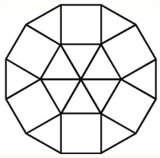
Resposta:
Sabemos que a soma dos ângulos internos de um polígono com n lados é $(n - 2) \times 180°$

Por outro lado, vimos no item b) que o maior valor possível do ângulo interno de um polígono elegante é 150°; logo, a soma dos ângulos internos de um polígono elegante de n lados é no máximo $n \times 150°$

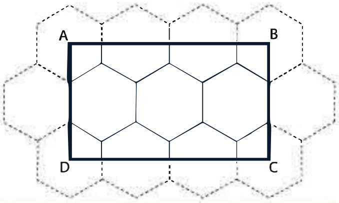
Temos então $180(n - 2) \leq 150n$, e segue que $30n \leq 360$, ou seja, $n \leq 12$.

d. Desenhe um polígono elegante de 12 lados.

Resposta:
Sabendo que todo polígono elegante pode ser construdo apenas por triângulos e quadrados com lados de mesma medida, a figura ao lado é uma possibilidade de resposta.



5. (SARESP 2008/2009) O retângulo ABCD da figura ao lado foi obtido a partir de um mosaico de hexágonos regulares, de modo que os pontos A, B, C e D correspondem aos centros dos hexágonos em cujo interior se encontram. Assim, admitindo que o retângulo seja pavimentado com partes de hexágonos recortados, sem perdas, o menor número de hexágonos que possibilita essa pavimentação é



a) 4. b)6. c) 8. d)10.

Na figura, temos:

3 hexágonos inteiros = 3

4 partes que correspondem a $\frac{1}{2}$ do hexágono cada = 2 hexágonos

4 partes que correspondem a $\frac{1}{4}$ do hexágono cada = 1 hexágono

Logo, o menor número de hexágonos para pavimentar o retângulo, sem perdas é 6 hexágonos.

IMAGENS E ILUSTRAÇÕES
pixabay.com - freepik.com

ANOTAÇÕES

ANOTAÇÕES

2ª SÉRIE

1º BIMESTRE

2ª série – Ensino Médio - Material Aprender Sempre - 2022			
1º bimestre			ARTICULAÇÃO DE MATERIAIS
	Objetos de Conhecimento	Habilidade	
SA 1	Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas). Figuras geométricas espaciais: reconhecimento, representações, planificações e características.	**(EF05MA16)** Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos. **(EF06MA17)** Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.	**Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 6º ano:** Vol. 4, na Situação de Aprendizagem 5 ATIVIDADE 1: PIRÂMIDES E PRISMAS, ATIVIDADE 2: PRISMAS E PIRÂMIDES: PLANIFICAÇÕES. ATIVIDADE 3: EXPLORAÇÕES SOBRE PRISMAS E PIRÂMIDES.
SA 2	Expressões algébricas: fatoração e produtos notáveis; Resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações.	**(EF09MA09)** Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.	**Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 9º ano**, Vol. 2, na Situação de Aprendizagem 2 ATIVIDADE 1: Produtos Notáveis, ATIVIDADE 2: FATORAÇÃO. ATIVIDADE 6: EQUAÇÕES POLINOMIAIS DO 2º GRAU, POR MEIO DE FATORAÇÕES. ATIVIDADE 7: EQUAÇÕES POLINOMIAIS DO 2º GRAU: COMPLETANDO QUADRADOS.
SA 3	Lei dos senos e lei dos cossenos; Congruência de triângulos (por transformações geométricas – isometrias); Semelhança entre triângulos (por transformações geométricas – homotéticas).	**(EM13MAT308)** Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.	Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno da 2ª série, Vol. 1, na Situação de Aprendizagem 3: Razões trigonométricas e suas aplicações

OLÁ, PROFESSOR!

Nesta Sequência de Atividades, falamos diretamente com você, que está aí, na sala de aula, no convívio direto com os estudantes, os quais terão oportunidade, neste momento, de se envolver com atividades que possibilitam a retomada de conceitos, propriedades e procedimentos essenciais para o desenvolvimento de seus conhecimentos e capacidades em matemática.

A Sequência de Atividades deve ser desenvolvida de forma a favorecer a interação, o compartilhamento de conhecimentos e a colaboração. Além disso, as socializações das atividades, por parte dos estudantes, são percebidas aqui como oportunidades de serem desenvolvidas habilidades e competências que dizem respeito à cooperação, à empatia, à argumentação e à comunicação, entre outras.

Vale ressaltar que os estudantes devem chegar ao final da Sequência de Atividades sendo capazes de reconhecer e aplicar conceitos, propriedades e procedimentos em contextos que envolvam reconhecimento, representações, planificações e características de figuras geométricas espaciais em geral e, em particular, planificações e relações entre os elementos (vértices, faces e arestas) de prismas e pirâmides.

As escolhas das habilidades foram feitas por meio das análises dos resultados de avaliações internas e externas (diagnóstico de entrada e SARESP), que revelaram fragilidades dos estudantes com relação às habilidades: (EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos; e (EF06MA 17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.

Aula / Tempo	TEMA DA AULA
1 e 2 / 90 min	Observação de formas geométricas espaciais
3 e 4 / 90 min	Da planificação à forma tridimensional
5 e 6 / 90 min	Um passeio pela escola
7 e 8 / 90 min	Retomando o que aprendemos

Sabemos que as atividades por si só não ensinam. Por isso, professor, sua atuação é tão importante em cada uma das situações propostas aqui, cujo objetivo é recuperar as aprendizagens e desenvolver as habilidades esperadas. Para isso, este caderno deverá servir como mais uma ferramenta que o auxiliará no processo de ensino, sendo necessário, portanto, que você considere, em seu replanejamento, outras possibilidades de discussão e recursos, para além daqueles sugeridos nesta Sequência de Atividades. Para ajudá-lo nessa ação, a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo fornecerá, por meio do Centro de Mídias, formação continuada quinzenal acerca das Sequências de Atividades, nos momentos das Aulas de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPCs). Desejamos a você e a nossos estudantes um ótimo trabalho!

AULAS 1 E 2 – OBSERVAÇÃO DE FORMAS GEOMÉTRICAS ESPACIAIS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes com carteiras organizadas em formato de U ou de círculo.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante e canetinhas para colorir.

INICIANDO

Professor, para as aulas 1 e 2 desta Sequência de Atividades, é necessário que você disponibilize embalagens e objetos em formatos de pirâmides, primas, cones e cilindros. Como exemplos, sugerimos: caixa de sapato, embalagens de presente, chapéu de aniversário, recipientes diversos, entre outros. Se considerar mais conveniente, você poderá produzir as embalagens para usar nas aulas. Com as carteiras organizadas em formato de U ou de círculo, pode começar com uma conversa informando que, nas próximas aulas, serão estudadas figuras geométricas espaciais, com o destaque de que as atividades iniciais requerem observação de algumas figuras e anotação das principais características percebidas. Oriente-os quanto à importância do estudo das formas para o

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

AULAS 1 E 2 - OBSERVAÇÃO DE FORMAS GEOMÉTRICAS ESPACIAIS

Objetivos das aulas:
- Reconhecer prismas e pirâmides e diferenciá-los por meio de seus atributos;
- Reconhecer faces, vértices e arestas em prismas e pirâmides;
- Analisar diferentes planificações de pirâmide, prisma, cone e cilindro.

1. Após observar atentamente os objetos que o professor disponibilizou, responda: quais as principais características que você percebeu em relação ao formato de cada um?

Professor, a resposta é pessoal, mas oriente que os estudantes devem: observar e registrar informações sobre os objetos tratarem-se de formas espaciais, formados por figuras planas; identificar quais são as figuras planas que formam as faces dos objetos; informar se possuem partes arredondadas ou se são formados apenas por segmentos de retas. É importante, também, que falem sobre a quantidade e o formato das faces, e a quantidade de arestas e vértices.

2. Retome os registros feitos na atividade 1. Atente-se para as discussões orientadas pelo professor e produza um breve comentário a respeito das características e da quantidade de faces, vértices e arestas dos prismas, das pirâmides, dos cones e dos cilindros observados.

Prismas: Professor, a resposta é pessoal, mas dentre as principais características dos prismas, é importante que os estudantes percebam que são figuras espaciais e que são formados somente por segmentos de retas; que têm duas bases em forma de polígonos e que suas faces laterais são paralelogramos; e que a quantidade de faces, vértices e arestas depende da quantidade de lados da base.

Pirâmides: Professor, a resposta é pessoal, mas dentre as principais características das pirâmides, é importante que os estudantes percebam que são figuras espaciais e que são formadas somente por segmentos de retas; que há apenas uma base com a forma de polígono; e que as suas faces laterais são triangulares. Cabe destacar o fato de que a quantidade de faces, vértices e arestas depende da quantidade de lados da base.

Cones: Professor, a resposta é pessoal, mas dentre as principais características dos cones, é importante que os estudantes percebam que são figuras espaciais e que têm uma face não plana e uma base em forma de círculo; que são corpos redondos e que não possuem arestas.

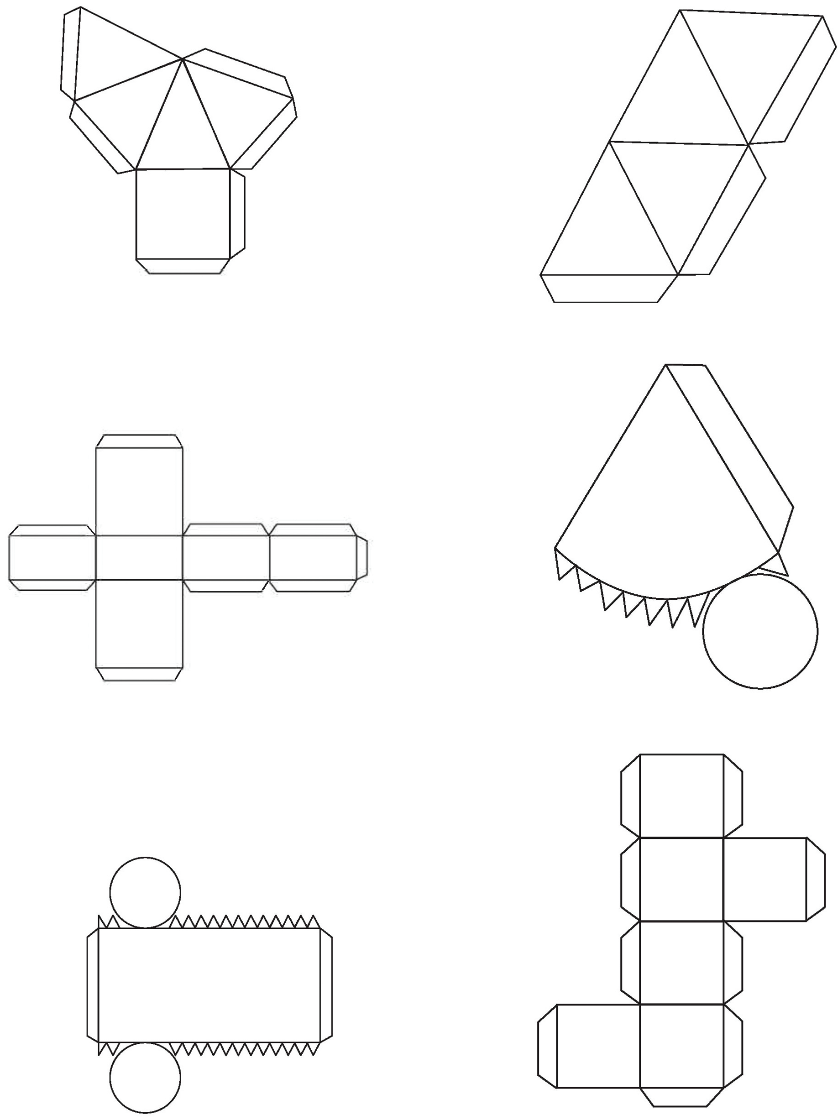
Cilindros: importante que os estudantes percebam que são figuras espaciais que têm uma face não plana e duas bases em forma de círculo; que são corpos redondos e que não possuem vértices, nem arestas.

desenvolvimento de habilidades que dizem respeito à noção espacial, bem como para o seu recorrente uso em diversas profissões, sobretudo àquelas ligadas à produção de peças diversas, móveis projetados, entre outras. Após essa introdução, os estudantes poderão receber o Caderno do Estudante e realizar a leitura coletiva das atividades.

DESENVOLVENDO

Para começar, as embalagens e os objetos poderão ser expostos em uma mesa ao centro da sala, com a orientação de que os estudantes tenham alguns minutos (a combinar) para observarem as peças e registrarem, no espaço indicado na **Atividade**

3. A seguir, estão algumas planificações de formas geométricas espaciais. Observe, com atenção, cada uma e informe a que figura espacial se refere. Represente estas figuras planas e identifique os seus elementos, como lado, faces e vértices**.**



1 do Caderno do Estudante, as características que considerarem importantes quan-to ao formato de cada uma. Passados dois ou três minutos, sugerimos que mude a posição de todas as peças, para permitir a percepção das diferentes faces. Lembre-se de obter cartolina, papel *kraft* ou papel madeira e pincel atômico. Ao final do tempo total combinado, será o momento de os estudantes socializarem as anotações feitas a partir da observação das embalagens e dos objetos. Para registrar tais observações, sugerimos que as anotações sejam realizadas em cartolinas, papel *kraft* ou papel madeira, produzindo-se um cartaz, que poderá ficar fixado na sala de aula.
Além das anotações, você poderá convidar algum estudante para desenhar no cartaz as representações das figuras que observaram na aula. Indicamos que faça questionamentos à turma sobre o conhecimento de outros objetos com formas parecidas a essas. Os estudantes poderão associá-las a itens do dia a dia, como geladeira, televisão e outros. Cabe aqui uma discussão sobre as semelhanças e diferenças entre tais formatos, com posterior sistematização das ideias apresentadas, associando-as com o fato de as embalagens e os objetos observados terem o formato de prismas, pirâmides, cones e cilindros. Aproveite a oportunidade para comentar que são exemplos de formas geométricas espaciais que serão estudadas nas próximas aulas e, por essa razão, o cartaz permanecerá disponível na sala para que possam consultá-lo, quando julgarem necessário. Nessa ocasião, reflita sobre faces, vértices e arestas, incentivando os estudantes a observarem, com atenção, tais elementos em cada forma estudada. Se julgar conveniente, acrescente ao cartaz as novas informações, contendo detalhes sobre a quantidade de faces, vértices e arestas de cada uma. Esses registros contribuirão para as respostas das atividades e, portanto, eles já poderão respondê-las. Para orientações quanto à **Atividade 3**, sugerimos que converse sobre planificações,

associando-as às características já percebidas. Os estudantes deverão, após a observação, informar a que figura espacial se refere cada planificação.

FINALIZANDO

Para finalizar a aula, a retomada da síntese que está no cartaz é uma boa opção. Incentive a participação dos estudantes, de modo que possíveis dúvidas sejam esclarecidas, com a recomendação de que verifiquem suas respostas das atividades e informem se há alguma característica que eventualmente não tenha sido contemplada no cartaz. Caso isso tenha ocorrido, permita que acrescentem.

AULAS 3 E 4 – DA PLANIFICAÇÃO À FORMA TRIDIMENSIONAL

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas produtivas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno de Estudante, planificações (**ANEXO 1**), canetinhas para colorir, cola e tesoura sem ponta.

INICIANDO

Para continuar o estudo sobre as formas geométricas espaciais, sugerimos que retome brevemente, com a turma, o que foi discutido na aula passada. Professor, relembre as planificações a que tiveram acesso na aula anterior e discuta sobre o uso delas para a montagem das figuras tridimensionais. Na busca por despertar o interesse dos estudantes de forma ativa, sugerimos que desenvolva uma conversa associando as formas geométricas apresentadas a objetos que fazem parte do dia a dia, como móveis, eletrodomésticos, eletrônicos ou outros

AULAS 3 E 4 - DA PLANIFICAÇÃO À FORMA TRIDIMENSIONAL

Objetivos das aulas:

- Identificar características e propriedades de formas geométricas espaciais, como prismas e pirâmides, e relacionar cada uma delas a suas planificações;
- Descrever características e propriedades de formas geométricas espaciais, como prismas e pirâmides, e relacionar cada uma delas a suas planificações.

1. No **ANEXO 1** estão disponíveis as formas tridimensionais das figuras. Recorte-as e monte-as. Observe as planificações e as figuras formadas por elas e indique em cada figura: número de vértices, faces e arestas.

2. Até aqui, você estudou sobre prismas, pirâmides, cones e cilindros. Para sintetizar os conhecimentos, produza um poema, uma poesia, uma canção, uma paródia, um cordel ou uma história em quadrinhos, abordando características dessas formas espaciais. Socialize sua produção textual, recitando-a para a turma. No seu texto, não esqueça de incluir um título criativo e de dar a definição das figuras e falar sobre seus elementos, como faces, vértices e arrestas.

TÍTULO

Poema ...

Poesia ...

Canção ...

Paródia ...

Cordel ...

História em quadrinhos ...

DESENVOLVENDO

Com os estudantes organizados em duplas produtivas, oriente o uso de tesoura sem ponta e cola para a montagem das formas tridimensionais a partir das planificações que estão no **ANEXO 1**. Essa prática corresponde à **Atividade 1**, prevista para as aulas

3 e 4 do Caderno do Estudante. Com as figuras espaciais em mãos, é possível realizar uma boa discussão de retomada e enriquecimento dos conceitos tratados nas aulas 1 e 2. Será um momento pertinente para identificar as propriedades de prismas e pirâmides, associando-as as suas planificaçoes. Os estudantes terão a oportunidade de argumentar sobre suas ideias, percepções e conhecimentos acerca do assunto. Se achar interessante, permita que colem algumas das representações tridimensionais no cartaz já produzido. A **Atividade 2** diz respeito a uma produção que os estudantes serão encaminhados a realizar. A proposta consiste em utilizarem os conhecimentos sobre as formas espaciais estudadas até agora para elaborarem uma produção textual, com o propósito de sistematização do que foi discutido. Sugerimos, já no enunciado, que sejam indicados alguns gêneros para que as duplas escolham a sua opção e produzam o seu texto. Nesse sentido, apontamos que as produções poderão ser nos seguintes gêneros: cordel, poema, poesia, história em quadrinho, paródia ou canção. Disponibilize tempo para que as duplas elaborem o seu texto, abordando os temas estudados até aqui. Ao final dessa prática, os estudantes deverão estar familiarizados com as principais características das formas espaciais estudadas no decorrer desta Sequência.

FINALIZANDO

A finalização poderá ser feita com a socialização das produções textuais dos estudantes em sala de aula. Consideramos que essa etapa tem um papel importante no processo de aprendizagem, pois permitirá que os estudantes sintetizem os conhecimentos na forma de textos. Se possível, pode-se promover um evento de socialização das produções para toda a escola. Um sarau, por exemplo, pode incentivar os estudandes a se envolverem ainda mais com a Matemática. Contribuições dos professores de Artes, Língua Portuguesa, Língua Inglesa ou Espanhola, poderão tornar o evento significativamente mais rico, de modo a envolver outros atores da comunidade escolar.

ANOTAÇÕES

AULAS 5 E 6 - UM PASSEIO PELA ESCOLA

Objetivos das aulas:

- Diferenciar figuras planas e formas espaciais;
- Diferenciar poliedros e corpos redondos;
- Diferenciar prismas e pirâmides;
- Comparar sólidos geométricos;
- Identificar figuras planas em sólidos geométricos

Para a realização dessa atividade, o professor irá proporcionar um momento de passeio da turma pela escola. Será uma visita em que vocês circularão pelos diferentes ambientes do local, observando atentamente os objetos contidos em cada lugar. À medida em que a observação for acontecendo, cada estudante deverá deixar registrado, por meio de fotografias ou através de desenhos, os objetos com formatos de sólidos geométricos conhecidos.

1. Ao retornar para a sala de aula após o passeio pela escola, organize-se com sua dupla para compartilhar seus registros fotográficos ou de desenho. Vocês deverão trocar, entre si, os registros que fizeram no decorrer da visita, para analisarem cada objeto e identificarem a que sólido geométrico se refere. Após essa etapa, anotem aqui as principais características de cada um.

Objeto 1:	***A que forma corresponde:***
Principais características: RESPOSTA PESSOAL.	

Objeto 2:	***A que forma corresponde:***
Principais características: RESPOSTA PESSOAL.	

Objeto 3:	***A que forma corresponde:***
Principais características: RESPOSTA PESSOAL.	

AULAS 5 E 6 – UM PASSEIO PELA ESCOLA

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas produtivas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante.

INICIANDO

A apresentação da proposta poderá acontecer com a leitura coletiva do Caderno do Estudante. Nesse momento, ressalte que a visita à escola e os registros serão feitos de maneira individual e com as devidas atenções de segurança e cuidados com a higiene. Cabe deixar claro que será uma visita de observação, em que cada estudante irá identificar, entre móveis, eletrodomésticos, eletrônicos e outros possíveis equipamentos da escola, objetos com formato de sólidos geométricos conhecidos e registrá-los com foto ou desenho.

DESENVOLVENDO

Para o passeio pela escola, a orientação é de que os estudantes observem com atenção cada ambiente e registrem, individualmente, com fotografias ou desenhos, os objetos que têm a forma de sólidos geométricos conhecidos. Ao retornarem para a sala, as duplas irão compartilhar suas fotos ou desenhos, para que cada componente se atente para os objetos percebidos pelo colega, verifique qual forma representa cada um e perceba suas principais características. Essas ações estão orientadas na **Atividade 1** do Caderno do Estudante, que também solicita sobre características como: formato de cada figura; elementos como quantidade de faces, vértices e arestas; quantidade e forma das bases; quais figuras planas a formam; possíveis semelhanças e diferenças. Em seguida, recomendamos a realização das **Atividades 2 e 3.**

FINALIZANDO

Para concluir, propomos a correção coletiva das atividades. Com vistas à formação integral do estudante e ao desenvolvimento das habilidades previstas para esta Sequência de Atividades, sugerimos que, nas discussões durante a correção, atentem-se para a importância do estudo da geometria em profissões como desenhistas, engenheiros, designers, marceneiros, arquitetos, pedreiros, artistas, entre outras. O incentivo à participação de todos os estudantes é muito importante. Assim, é possível identificar os que ainda apresentam fragilidades quanto aos objetos de conhecimento tratados, para então planejar possíveis estratégias em busca de esclarecer essas dúvidas.

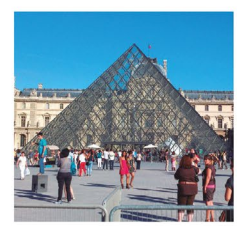
Objeto 4:	***A que forma corresponde:***
Principais características: RESPOSTA PESSOAL.	

Objeto 5:	***A que forma corresponde:***
Principais características: RESPOSTA PESSOAL.	

2. **Após estudar diversas figuras geométricas e, inclusive, identificá-las em algum lugar da escola, caminhos trilhados ou pesquisas realizadas, recorde as características de cada uma e preencha as lacunas nas alternativas a seguir.**

a. A caixa de presente a seguir tem, aproximadamente, a forma de um __prisma hexagonal__. Podemos dizer que é um poliedro, pois é uma __forma espacial formada apenas por segmentos de reta__. Essa figura tridimensional é formada por __2 hexágonos iguais__ e por __6 retângulos iguais__. Além disso, tem __2__ bases, no formato de __hexágono__ e um total de __8__ faces, __18__ arestas e __12__ vértices.

b. O Louvre, em Paris, é um dos principais museus do mundo. A pirâmide na entrada principal é uma de suas marcas registradas. É uma pirâmide quadrangular, logo, ela tem apenas __uma__ base na forma de __quadrado__. Além disso, é formada apenas por segmentos de retas e, por isso, é um exemplo de __poliedro__. Suas faces laterais têm formato de __triângulos__. Por ser uma pirâmide de base quadrada, ela é formada por 4 __triângulos__ e 1 __quadrado__. Ela tem um total de __5__ faces, __5__ vértices e __8__ arestas.



c. Se enfileirarmos direitinho as moedas que aparecem na figura seguinte, obteremos um sólido geométrico muito conhecido, chamado __cilindro__. Ele não é um poliedro, é um __corpo redondo__ já que tem __uma face não plana__. Esse sólido é obtido a partir da rotação de um __quadrado ou retângulo__ e ainda dois __círculos__. Possui duas bases paralelas e iguais, na forma de __círculos__. É um exemplo de sólido geométrico que não possui __vértices__ nem __arestas__. Duas de suas faces são __planas__ e a outra é __não plana__.

Créditos: Pixabay.

3. A partir das observações, das discussões e dos registros realizados quanto ao estudo das formas geométricas espaciais, relembre as propriedades identificadas e preencha o quadro com o que é solicitado.

Nome da forma espacial	É poliedro ou é corpo redondo?	Figuras planas que formam o sólido	Quantidade de bases	Formato da base	Quantidade de arestas na base	Total de faces	Total de vértices	Total de arestas
Pirâmide hexagonal	Poliedro	1 hexágono 6 triângulos	1	Hexagonal	6	7	7	12
Prisma pentagonal	Poliedro	2 pentágonos 5 paralelogramos	2	Pentagonal	5	7	10	15
Cubo	Poliedro	6 quadrados iguais	2	Quadrada	4	6	8	12
Cone	Corpo redondo	1 setor circular 1 círculo	1	Circular	–	2	1	–
Cilindro	Corpo Redondo	1 retângulo rotacionado 2 círculos	2	Circular	–		–	–

Fonte: elaborado para fins didáticos.

ANOTAÇÕES

AULAS 7 E 8 – RETOMANDO O QUE APRENDEMOS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas produtivas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Para essas atividades, propomos uma retomada sobre os principais conceitos tratados no decorrer desta Sequência de Atividades. Desse modo, sugerimos atividades com o caráter de revisitar os estudos já realizados. Assim, professor, o início pode ser por meio de um diálogo com informações sobre a proposta. Além disso, consideramos interessante esclarecimentos quanto às atividades que serão desenvolvidas nas aulas desse dia, que poderão ocorrer à medida em que se realiza a leitura coletiva do Caderno do Estudante.

DESENVOLVENDO

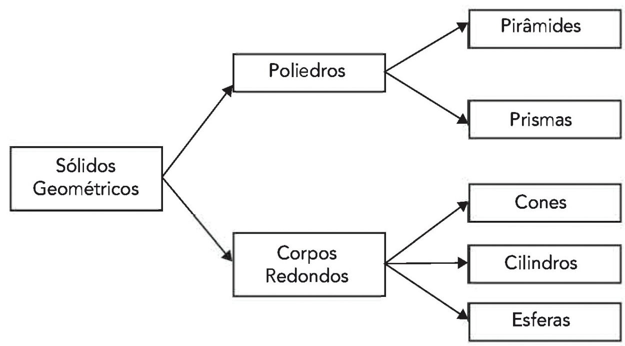
Com a leitura do Caderno do Estudante, os estudantes deverão ter clareza de que, para responderem à **Atividade 1**, eles precisarão resgatar o conhecimento dos principais sólidos geométricos, bem como suas propriedades e informações sobre seus principais elementos. Caso considerem necessário, é possível consultar o cartaz que foi produzido nas aulas iniciais desta Sequência de Atividades. Essa atividade pode ser respondida de maneira coletiva, com tempo determinado para cada questionamento e posterior discussão. Destacamos que o principal olhar é para a retomada das características dos sólidos, sobretudo no que diz respeito à relação entre a quantidade de faces, vértices e arestas de prismas e pirâmides, e a quantidade de lados do polígono da base. Em especial, sugerimos que o último item da Atividade 1 seja resolvido coletivamente, com vistas a se discutir a relação de Euler. Para o segundo momento da aula, as duplas deverão se envolver com itens do ENEM e do SARESP. A correção poderá focar na leitura atenciosa de cada um e na observação cuidadosa das figuras como fatores indispensáveis quando nos deparamos com questões de geometria. Conversar com os estudantes

AULAS 7 E 8 – RETOMANDO O QUE APRENDEMOS

Objetivos das aulas:
- Relacionar o número de faces, vértices e arestas de prismas e pirâmides ao número de lados do polígono da base;
- Resolver problemas que envolvam as relações dos elementos de prismas e pirâmides a suas bases.

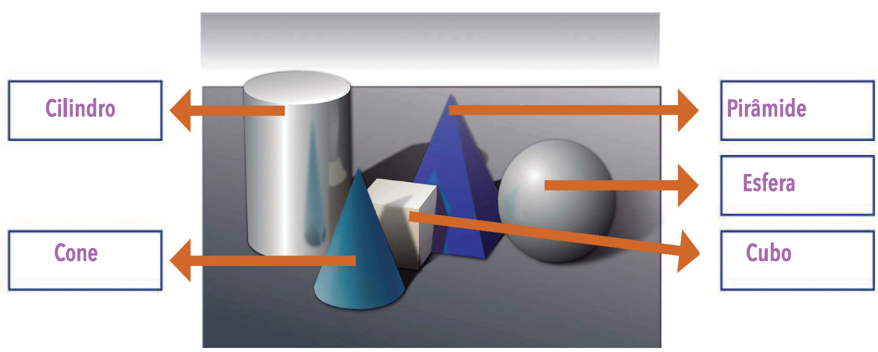
As próximas atividades propõem a sistematização do que foi estudado sobre as formas espaciais. Sendo assim, leia com clareza os enunciados e busque resgatar os conhecimentos já desenvolvidos nas aulas anteriores. As demais atividades são itens do ENEM e do SARESP. Concentre-se e mãos à obra!

1. Principais formas espaciais:



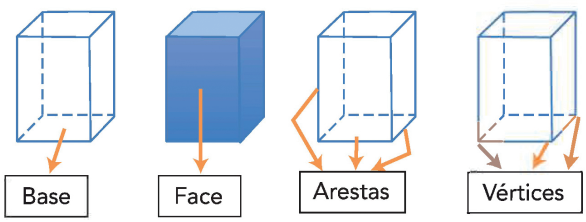
Fonte: elaborado para fins didáticos.

a. Relembrando as figuras espaciais e suas principais características estudadas, reconheça as figuras da imagem abaixo e informe o nome de cada uma delas.



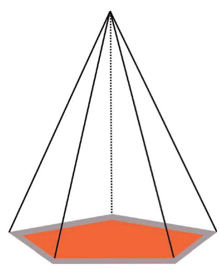
Fonte: elaborado para fins didáticos.

b. Alguns elementos dos poliedros:



Fonte: elaborado para fins didáticos.

c. A partir da definição de base, faces, arestas e vértices como importantes elementos dos poliedros, indique, na figura a seguir: o nome dela, a base, uma face lateral, uma aresta da base e um de seus vértices.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

d. **Quantidade de faces, vértices e arestas de pirâmides e prismas:** os quadros abaixo indicam informações referentes a pirâmides e prismas. Há, inclusive, expressões algébricas que generalizam a quantidade de lados da base, faces, vértices e arestas para esses tipos de poliedros.

PIRÂMIDE	Formato da base	Nº de lados da base	Nº de faces	Nº de vértices	Nº de arestas
Triangular	Triângulo	3	4	4	6
Quadrangular	Quadrilátero	4	5	5	8
Pentagonal	Pentágono	5	6	6	10
Hexagonal	Hexágono	6	7	7	12
Generalizações	**Polígono qualquer**	**n**	**n + 1**	**n + 1**	**2.n**

Fonte: elaborado para fins didáticos.

PRISMA	Formato da base	Nº de lados da base	Nº de faces	Nº de vértices	Nº de arestas
Triangular	Triângulo	3	5	6	9
Quadrangular	Quadrilátero	4	6	8	12
Pentagonal	Pentágono	5	7	10	15
Hexagonal	Hexágono	6	8	12	18
Generalizações	**Polígono qualquer**	**n**	**n + 2**	**2.n**	**3.n**

Fonte: elaborado para fins didáticos.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, para articular ainda melhor o último questionamento da Atividade 1, há a ideia de se realizar uma atividade experimental, com cortes em cubos confeccionados em espuma, sabão ou massinha de modelar, para a verificação da relação de Euler. Para tanto, acompanhe a atividade intitulada **Cortar cubos**, cujo Guia do Professor está disponível no site do IME da UNICAMP, https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1369.

sobre o fato de que itens envolvendo geometria aparecem com frequência nos exames em larga escala pode ser pertinente.

FINALIZANDO

Por fim, ressaltamos que esse encontro tem um importante papel quanto à verificação do desenvolvimento das habilidades assumidas para o trabalho com esta Sequência de Atividades. Nesse sentido, o encerramento, a partir da resolução das atividades propostas para as aulas 7 e 8, deverá se articular no sentido de sistematizar os conceitos estudados sobre as formas geométricas espaciais. Destacamos a relevância do envolvimento ativo dos estudantes nesses momentos.

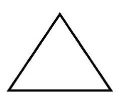
a. Revisando as informações apresentadas acima, preencha a tabela seguinte com a quantidade que está sendo solicitada em relação à figura indicada.

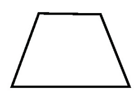
FIGURA	Formato da base	Nº de lados da base	Nº de faces	Nº de vértices	Nº de arestas
Pirâmide de base octogonal	Octógono	8	9	9	16
Prisma de base decagonal		10	12	20	30

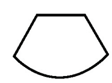
b. Leonhard Euler (1707 – 1783) foi um importante estudioso das ciências, com significativos trabalhos publicados nas áreas de matemática, física, engenharia e astronomia. Um importante legado desse matemático suíço foi a chamada "Relação de Euler", que relaciona a quantidade de vértices, arestas e faces de um poliedro. Essa relação garante que vale: **V – A + F = 2**, onde V, A e F correspondem às quantidades de vértices, arestas e faces de um poliedro convexo, respectivamente. Os poliedros que satisfazem à relação de Euler são chamados de ***poliedros eulerianos***. De acordo com essas informações, verifique se um poliedro convexo com 14 vértices, 21 arestas e 9 faces é um ***poliedro euleriano***.

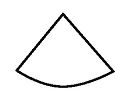
Para ser chamado de poliedros eulerianos, precisam satisfazer a relação: V - A + F = 2, logo:
14 - 21 + 9 = 2, 2 = 2, logo o poliedro convexo com 14 vértices, 21 arestas e 9 faces é um poliedro euleriano.

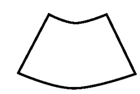
(ENEM - 2014) Um sinalizador de trânsito tem o formato de um cone circular reto. O sinalizador precisa ser revestido externamente com adesivo fluorescente, desde sua base (base do cone) até a metade de sua altura, para sinalização noturna. O responsável pela colocação do adesivo precisa fazer o corte do material de maneira que a forma do adesivo corresponda exatamente à parte da superfície lateral a ser revestida. Qual deverá ser a forma do adesivo?

a. 

b. 

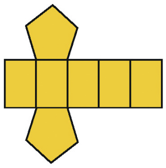
c. 

d. 

e. 

(SARESP - 2009) A forma geométrica espacial que pode ser associada à planificação abaixo é:

a. Um cilindro.
b. Uma pirâmide de base pentagonal.
c. Um prisma de base pentagonal.
d. Um paralelepípedo.
e. Um cubo



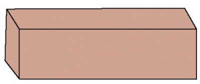
Alternativa c.

4. (ENEM - 2011) A figura seguinte mostra um modelo de sombrinha muito usado em países orientais. Essa figura é uma representação de uma superfície de revolução chamada de:

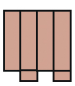
a. Pirâmide.
b. Semiesfera.
c. Cilindro.
d. Tronco de cone.
e. Cone.

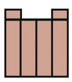
Alternativa d.

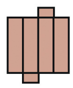
5. (SARESP - 2010) Observe a caixa representada abaixo:

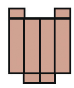


Uma planificação dessa caixa é:

a. 

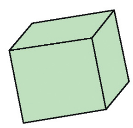
b. 

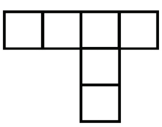
c. 

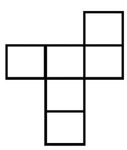
d. 

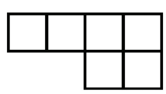
Alternativa c.

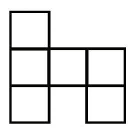
6. (SARESP - 2008) Observe o modelo de um cubo. Ele tem 11 planificações diferentes, isto é, existem 11diferentes moldes possíveis para se montar um cubo, por meio de dobradura. Identifique dentre as alternativas abaixo, uma dessas planificações:



a. 

b. 

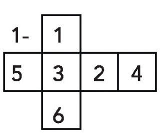
c. 

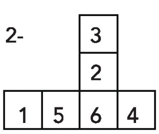
d. 

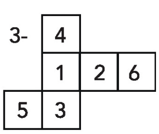
Alternativa b.

7. (SARESP - 2008) Num dado cúbico, ficam em faces opostas os números: 1 e 6, 2 e 5, 3 e 4. Observe as figuras dadas e responda quais representam planificações possíveis de um dado.

a. 1 e 2.
b. 1 e 3.
c. 2 e 3.
d. 1, 2 e 3.
e. Nenhuma.

1- 

2- 

3- 

Alternativa b.

8. (SARESP - 2007) As figuras 1, 2 e 3 correspondem, respectivamente, às planificações dos sólidos:

a. Cubo, cone, pirâmide.
b. Pirâmide, cilindro, cubo.
c. Cubo, cilindro, pirâmide.
d. Pirâmide, cone, cubo.
e. Prisma, cilindro, prisma.

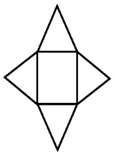


Figura 1

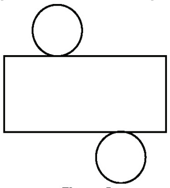


Figura 2

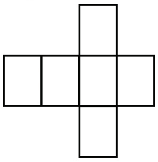
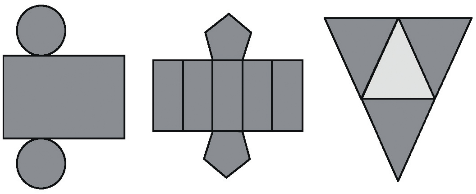


Figura 3

Alternativa b.

9. (ENEM - 2012) Maria quer inovar em sua loja de embalagens e decidiu vender caixas com diferentes formatos. Nas imagens apresentadas estão as planificações dessas caixas. Quais serão os sólidos geométricos que Maria obterá a partir dessas planificações?

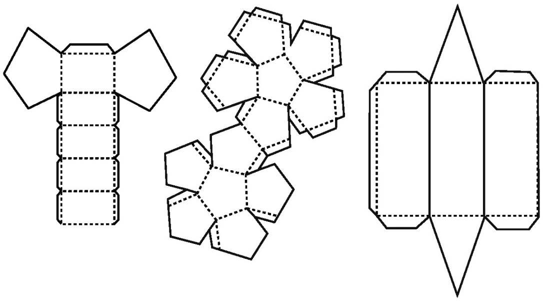
a. Cilindro, prisma de base pentagonal e pirâmide.
b. Cone, prisma de base pentagonal e pirâmide.
c. Cone, tronco de pirâmide e pirâmide.
d. Cilindro, tronco de pirâmide e prisma.
e. Cilindro, prisma e tronco de cone.



Alternativa a.

10. (SARESP - 2008) Observe as planificações I, II, e III de três sólidos. Assinale a alternativa que mostra corretamente os nomes dos sólidos associados as planificações I, II e III, respectivamente.

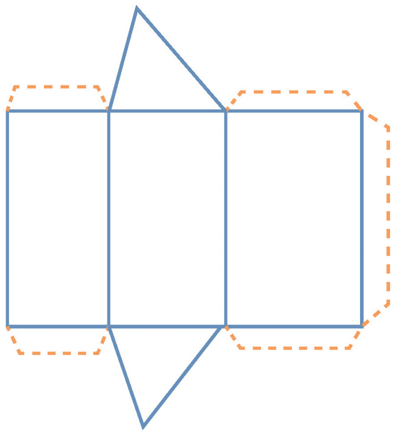
a. Prisma reto base pentagonal; dodecaedro; prisma reto de base triangular.
b. Icosaedro; dodecaedro; tetraedro.
c. Pirâmide reta de base triangular; icosaedro; prisma reto base pentagonal.
d. Dodecaedro; prisma reto de base triangular; tetraedro.
e. Cubo, prisma de base pentagonal, pirâmide de base triangular.

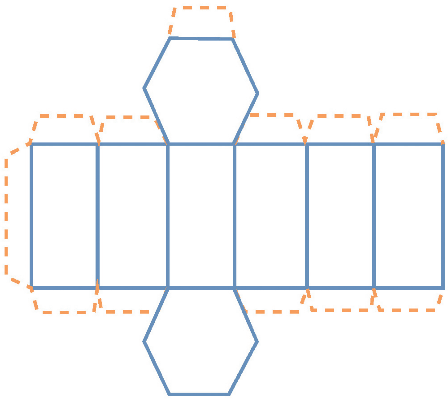

I II III

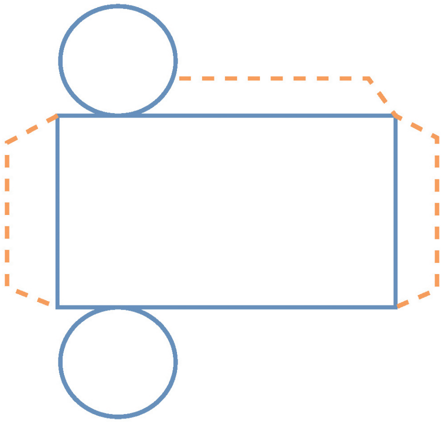
Alternativa a.

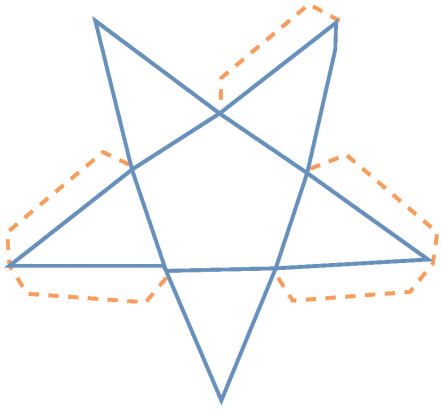
IMAGENS E ILUSTRAÇÕES
pixabay.com - freepik.com

ANEXO 1 - PARA RECORTAR

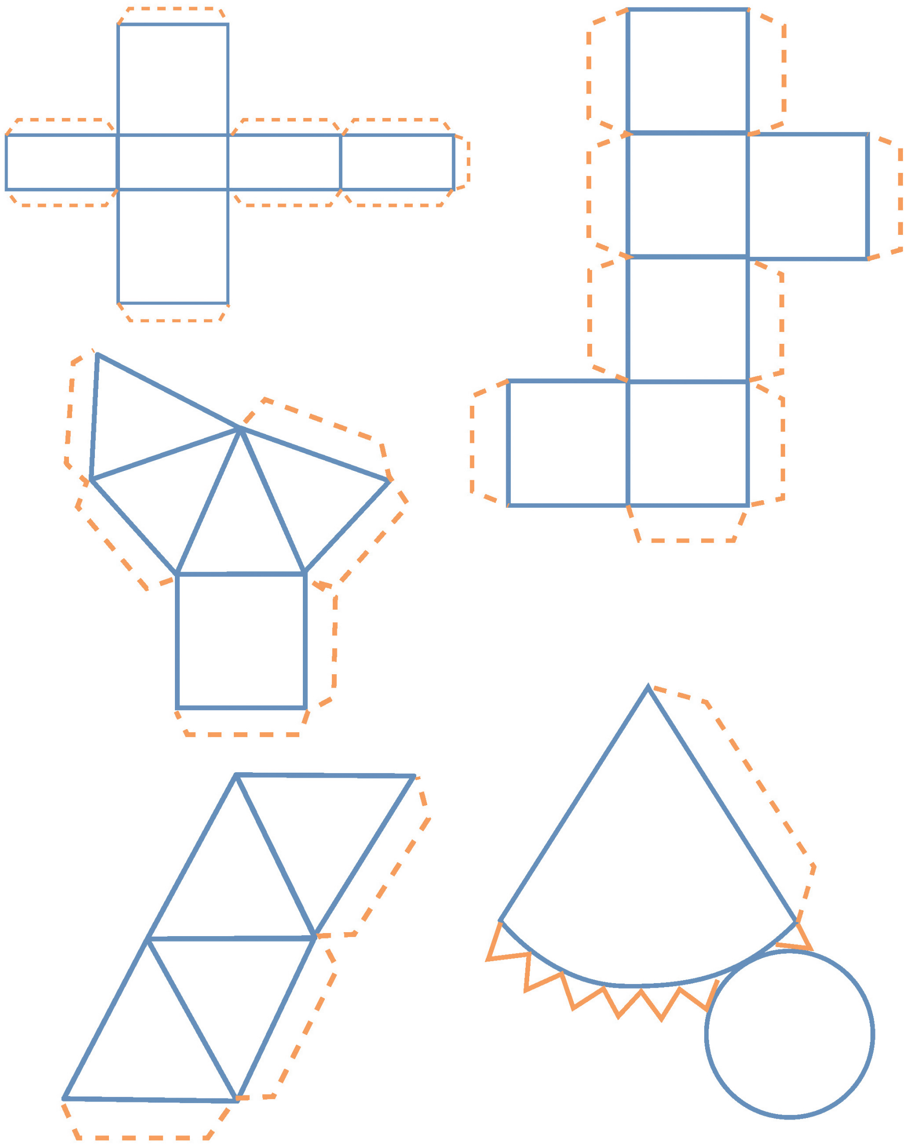








ANOTAÇÕES



ANOTAÇÕES

OLÁ, PROFESSOR!

Nesta Sequência de Atividades, falamos diretamente com você, que está aí na sala de aula, no convívio direto com os estudantes, os quais terão oportunidade, nesse momento, de se envolver com atividades que possibilitam a retomada de conceitos, propriedades e procedimentos essenciais para o desenvolvimento de seus conhecimentos e capacidades em matemática.

A Sequência de Atividades deve ser desenvolvida de forma a favorecer a interação, o compartilhamento de conhecimentos e a colaboração. Além disso, as socializações das atividades, por parte dos estudantes, são percebidas aqui como oportunidades de serem desenvolvidas habilidades e competências que dizem respeito à cooperação, à empatia, à argumentação e à comunicação, entre outras.

Vale ressaltar que os estudantes devem chegar ao final da Sequência de Atividades sendo capazes de reconhecer e aplicar conceitos, propriedades e procedimentos em contextos que envolvam expressões algébricas, sobretudo procedimentos de fatoração e ideias associadas aos produtos notáveis, bem como a resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações.

As escolhas das habilidades foram feitas por meio das análises realizadas dos resultados de avaliações internas e externas (diagnóstico de entrada e SARESP), que revelaram fragilidades dos estudantes com relação à habilidade:

(**EF09MA09**) Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os pro-dutos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1 e 2 / 90 min	Uma outra forma de escrever números e expressões.
3 e 4 / 90 min	Dois quadrados interessantes.
5 e 6 / 90 min	Uma importante diferença.
7 e 8 / 90 min	E continuamos fatorando...

Sabemos que as atividades por si só não ensinam. Por isso, professor, a sua atuação é tão importante em cada uma das situações propostas aqui cujo objetivo é recuperar as aprendizagens e desenvolver as habilidades esperadas para a 2ª série do Ensino Médio. Para isso, este caderno deverá servir como mais uma ferramenta que o auxiliará no processo de ensino, sendo necessário, portanto, que você considere, em seu replanejamento, outras possibilidades de discussão e recursos, para além daqueles sugeridos nesta Sequência de Atividades. Para ajudá-lo nessa ação, a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo fornecerá, por meio do Centro de Mídias, formação continuada quinzenal acerca das Sequências de Atividades, nos momentos das Aulas de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPCs). Desejamos a você e a nossos estudantes um ótimo trabalho!

ANOTAÇÕES

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

AULAS 1 E 2 - UMA OUTRA FORMA DE ESCREVER NÚMEROS E EXPRESSÕES

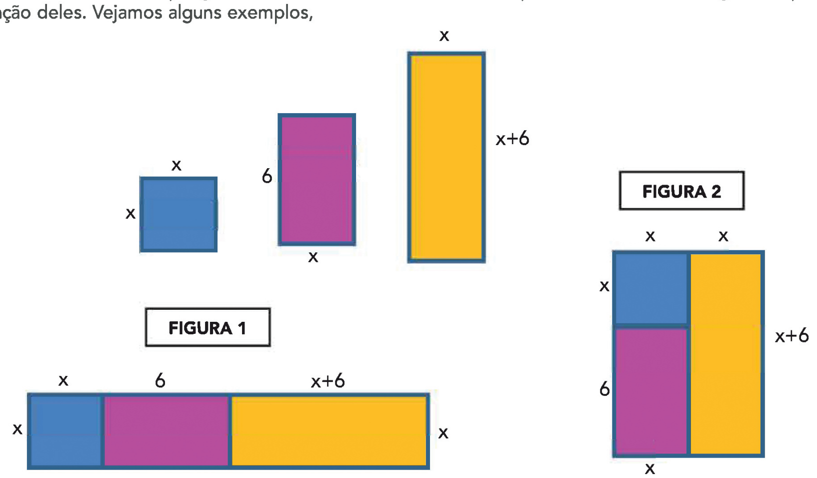
Objetivos das aulas:
- Identificar os fatores comuns em expressões algébricas quadráticas;
- Escrever expressões algébricas quadráticas na forma fatorada;
- Estabelecer relações entre a expressão algébrica fatorada e outras expressões algébricas equivalentes;
- Resolver fatoração de expressões algébricas com mais de um fator comum.

As próximas atividades contemplam situações cujos problemas envolvem e relacionam expressões algébricas. É hora de utilizar elementos algébricos!!!

1. Para começar os estudos propostos nessa Sequência de Atividades sobre as expressões algébricas, faremos uma dinâmica. A ideia é usar expressões algébricas para representar algumas sentenças matemáticas. Cada estudante vai receber uma tirinha do tipo **"Eu tenho... Quem tem?"**. Alguém se candidata a iniciar a dinâmica fazendo a leitura em voz alta do texto que aparece em sua tirinha, por exemplo: **Eu tenho x. Quem tem** o dobro do meu número somado com 5? O estudante que tiver a expressão **2x + 5** sinaliza e faz a leitura em voz alta de sua tirinha e assim sucessivamente até que todos os envolvidos participem. Todos devem estar muito atentos às leituras para conseguirem identificar corretamente a expressão associada ao texto. **Quem se candidata a iniciar a brincadeira? Divirtam-se!!!!**

Estudantes, separem papel e caneta para ir anotando as dicas e simplificando as expressões.

2. Abaixo existem 3 polígonos com dimensões diferentes. É possível obter novas figuras a partir da junção deles. Vejamos alguns exemplos,



Fonte: elaborado para fins didáticos.

AULAS 1 E 2: UMA OUTRA FORMA DE ESCREVER NÚMEROS E EXPRESSÕES

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante e tirinhas cortadas do "Eu tenho... Quem tem?" (ANEXO 1).

INICIANDO

Professor, as atividades desta Sequência propõem estudos de importantes elementos da unidade temática Álgebra. Para as aulas 1 e 2, serão tratadas as expressões algébricas quadráticas, em sua forma desenvolvida e em sua forma fatorada, por exemplo: $x \cdot (2x + 12) = 2x^2 + 12x$. Sugerimos, para começar, que o Caderno do Estudante seja apresentado e que sejam entregues as tirinhas para a realização da dinâmica do **Eu tenho... Quem tem?**, que está no **ANEXO 1** desta Sequência de Atividades. É indispensável que você esteja atento para a quantidade de tirinhas, pois deve ser, no mínimo, igual à quantidade de estudantes ou duplas.

DESENVOLVENDO

A ideia é que a dinâmica **"Eu tenho...Quem tem?"** aconteça para uma introdução sobre a temática a ser estudada. Será uma retomada sobre o uso de expressões algébricas para representar situações diversas. Para a realização, cada estudante ou dupla deve receber uma tirinha do tipo **"Eu tenho... Quem tem?"**. Em cada uma delas há a indicação da expressão que o estudante tem e um questionamento do tipo "quem tem?". A prática deve começar escolhendo-se quem será a primeira pessoa a participar. É interessante incentivar que algum estudante se voluntarie para isso. Definindo-se quem vai iniciar, este deverá ler em voz alta o texto disponível na sua tirinha e, então, o estudante que estiver com a expressão que corresponde ao ***"Quem tem"*** associado à sentença que foi lida, deve sinalizar e, em seguida, ler também em voz alta a sua tirinha. Essas ações devem ser repetidas até que todos participem. Professor, se achar interessante, pode registrar na lousa as expressões algébricas que aparecem nas tirinhas. Ao final do **"Eu tenho... Quem tem?"** os estudantes, organizados em duplas, devem realizar as demais atividades do Caderno do Estudante, previstas para essa aula. Essas atividades abordam fatoração por meio da identificação do fator comum. É importante, professor, destacar as relações entre a expressão algébrica fatorada e as expressões desenvolvidas equivalentes.

a. Forneça uma expressão para se calcular o perímetro da:

Figura	Perímetro
Figura 1	$2 \cdot x + 2 \cdot (x + 6 + x + 6) = 2x + 4x + 24 = 6x + 24$
Figura 2	$2 \cdot 2x + 2 \cdot \ x + \quad = 4x + 2x + 12 = \ x + 12$

b. Escreva uma expressão que represente a área da:

Figura	Área
Figura 1	$x \cdot (2x + 12) = 2x^2 + 12x$
Figura 2	$2x \cdot (x + 6) = 2x^2 + 12x$

c. O perímetro da Figura 1 é igual ao da Figura 2? E o que acontece com as áreas dessas figuras, são iguais?

RESPOSTA: As figuras 1 e 2 são exemplos de figuras que têm perímetros diferentes e áreas iguais. Para justificar é necessário observar as expressões algébricas escritas nos itens a) e b).

3. Fatorar significa escrever números ou expressões algébricas na forma de um produto. Em se tratando de expressões algébricas, a fatoração pode ser iniciada com a identificação dos fatores comuns aos termos que formam a expressão para, então, explicitá-los como produto com os outros fatores. Por exemplo:

$$35 = 7 \cdot 5 = 7 \cdot (2 + 3) \qquad 2x^2 - 18x = 2x \cdot (x - 9)$$

Retome as expressões usadas para representar o perímetro e a área das Figuras 1 e 2 da Atividade 2. Identifique os fatores comuns aos termos em cada expressão e escreva-os em sua forma fatorada.

Figura	Forma fatorada do perímetro	Forma fatorada da área
Figura 1	$6x + 24 = 6 \cdot (x + 4)$	$2x^2 + 12x = 2x \cdot (x + 6)$
Figura 2	$6x + 12 = 6 \cdot (x + 2)$	$2x^2 + 12x = 2x \cdot (x + 6)$

FINALIZANDO

Consideramos importante a correção coletiva das atividades com o envolvimento ativo dos estudantes. Esse momento será crucial para a identificação de possíveis dificuldades sentidas durante a realização e dúvidas que tenham surgido, para esclarecê-las. Professor, cabe, nessa etapa, destacar que as propostas associam Álgebra e Geometria. Reflexões quanto à concepção de que as unidades temáticas não são independentes nem excludentes, sendo, por isso, possível lidar com situações em que estão interconectadas, podem enriquecer significativamente as discussões com os estudantes.

4. Fatore as seguintes expressões algébricas:

a. $2x^2 - 9x =$ $x \cdot (2x - 9)$

b. $24a^2 - 18a =$ $6a \cdot (4a - 3)$

c. $3y^2 + 6y =$ $3y \cdot (y + 2)$

d. $b + 21b^2 =$ $b \cdot (1 + 21b)$

5. Relacione as colunas:

a. $a \cdot (1 + 120a)$	(e) $5 \cdot (x^2 + 20)$
b. $-3a^2 + 21a$	(f) $x - 4x^2$
c. $2y \cdot (y - 8)$	(b) $3a \cdot (-a + 7)$
d. $-36 - 9y^2$	(d) $9 \cdot (-4 - y^2)$
e. $5x^2 + 100$	(c) $2y^2 - 16y$
f. $x \cdot (1 - 4x)$	(a) $a + 120a^2$

AULAS 3 E 4 - DOIS QUADRADOS INTERESSANTES

Objetivos das aulas:
- Reconhecer que as expressões $(x + a)^2$ e $x^2 + 2ax + a^2$ são equivalentes;
- Fatorar expressões do tipo $x^2 + 2ax + a^2$;
- Reconhecer que as expressões $(x - a)^2$ e $x^2 - 2ax + a^2$ são equivalentes;
- Fatorar expressões do tipo x2 – 2ax + a2;
- Relacionar expressões fatoradas a produtos notáveis com uma variável.

1. Em um triângulo retângulo, foi definido o Teorema de Pitágoras, que é: o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos. Usando **a** para a hipotenusa e **b** e **c** para os catetos, a expressão que representa esse Teorema é:

a. $a^2 = b^2 + c^2$

b. $a^2 = (b - c)^2$

c. $a^2 = b^2 + 2bc + c^2$

Alternativa a.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, para finalizar a correção, promova uma discussão sobre o enunciado correto do Teorema de Pitágoras, destacando que Juliano definiu de maneira equivocada.

AULAS 3 E 4: DOIS QUADRADOS INTERESSANTES

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Para continuar o estudo sobre as expressões algébricas e os processos de fatoração, sugerimos uma breve retomada sobre o que se discutiu na aula anterior, com destaque ao uso de expressões com incógnitas para representar contextos diversos e fatoração a partir da identificação dos fatores comuns. Para despertar o interesse e a participação ativa dos estudantes nas atividades, sugerimos que você desenvolva uma conversa associando os cálculos de área e perímetro a expressões com incógnitas, apresentando, inclusive, exemplos.

DESENVOLVENDO

A Atividade 1 pode ser feita de forma oral e coletiva. Ela traz alguns elementos sobre ideias que foram discutidas na aula anterior. É indispensável a participação dos estudantes, então, convidá-los para socializarem suas respostas na lousa pode ser interessante. Práticas dessa natureza contribuem com o desenvolvimento de habilidades relativas à comunicação e à argumentação. Após a correção, encaminhe a leitura em voz alta do texto introdutório da Atividade 2. A leitura já pode conter orientações para a realização. Em seguida, os estudantes, em duplas, terão mais repertório para resolver às demais atividades. Durante a realização, é pertinente o acompanhamento de perto, para isso, circular pela sala observando o envolvimento deles é uma boa ideia. Na resolução dessas atividades, o quadrado da soma e da diferença têm destaque, tanto em suas formas fatoradas quanto em suas expressões desenvolvidas. A correção pode ser feita com os estudantes registrando suas soluções na lousa.

FINALIZANDO

Por fim, para o encerramento da aula, sugerimos que indique aos estudantes que retomem toda a atividade, destacando os conceitos mais importantes e fazendo os seus registros pessoais sobre o que foi discutido em sala. Entendemos, professor, que os registros escritos por parte dos estudantes são práticas que devem fazer parte da sala de aula de matemática. Nesse sentido, apontamos para o seu olhar quanto a esse incentivo.

2. **Aplicando a propriedade distributiva em: $(x + a)^2$ e $(x - a)^2$, podemos concluir que os resultados têm algumas particularidades. Podemos generalizar cada caso. Vejamos:**

$$(x + a)^2 = (x + a) \cdot (x + a) = x^2 + ax + ax + a^2 = x^2 + 2ax + a^2$$

$$(x - a)^2 = (x - a) \cdot (x - a) = x^2 - ax - ax + a^2 = x^2 - 2ax + a^2$$

Usando a língua materna, podemos escrever: O quadrado da soma de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo, mais duas vezes o primeiro vezes o segundo termo, mais o quadrado do segundo termo. Além disso, o quadrado da diferença de dois termos corresponde ao quadrado do primeiro termo, menos duas vezes o primeiro vezes o segundo termo, mais o quadrado do segundo termo. Na igualdade $(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$, $(x + a)^2$ é a fatoração do trinômio $x^2 + 2ax + a^2$. Do mesmo modo, $(x - a)^2$ é a fatoração de $x^2 - 2ax + a^2$.

Entendeu? Agora é hora de aplicar o que aprendeu. Responda às questões seguintes que envolvem expressões algébricas:

a. Simplifique a expressão: $(x + 2)^2 + (x + 2) \cdot (x - 2) + (x - 2)^2$

RESPOSTA: $x^2 + 4x + 4 + x^2 - 4 + x^2 - 4x + 4 = 3x^2 + 4$.

b. Ao desenvolver o quadrado da diferença de dois termos $(a - b)^2$, que expressão obtemos?

RESPOSTA: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

3. **Desenvolva os produtos abaixo até a forma irredutível:**

a. $(x + 9)^2 =$ $x^2 + 9x + 9x + 81 = x^2 + 18x + 81$

b. $(3 - a)^2 =$ $9 - 3a - 3a + a^2 = 9 - 6a + a^2$

c. $(x + 7) \cdot (x - 7) =$ $x^2 - 7x + 7x - 49 = x^2 - 49$

d. $(x + 2y) \cdot (x - 2y) =$ $x^2 - 2xy + 2xy - 4y^2 = x^2 - 4y^2$

e. $(3y^2 - 2)^2 =$ $9y^4 - 6y^2 - 6y^2 + 4 = 9y^4 - 12y^2 + 4$

f. $(5 - m^3)^2 =$ $25 - 5m^3 - 5m^3 + m^6 = 25 - 10m^3 + m^6$

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, destaque que para desenvolver cada potência, basta aplicar a propriedade distributiva e, em seguida, somar os termos semelhantes.

4. Observe atentamente a expressão seguinte e, sem simplificá-la, identifique qual dos números abaixo faz com que essa expressão se torne zero e justifique sua resposta: $(x - 7) \cdot (x - 3) \cdot x \cdot (x^2 + 1)$

a. 1
b. 3
c. 5
d. -7
e. -3

RESPOSTA: Dentre as alternativas de respostas, a única que torna essa expressão igual a zero é a letra B, ou seja, $x = 3$. Vejamos o que ocorre quando substituimos x por 3:

$x - 3 = 3 - 3 = 0$.

Alternativa b.

5. Que termo devemos adicionar à expressão $4x^8 - 6x^4y + 9y^2$ para que ela represente o quadrado de uma soma?

a. $6x^4y$
b. $- 6x^4y$
c. $12x^4y$
d. $- 12x^4y$
e. $18x^4y$

RESPOSTA: Desenvolvendo o quadrado

$(2x^4 + 3y)^2 = 4x^8 + 6x^4y + 6x^4y + 9y^2 = 4x^8 + 12x^4y + 9y^2$. Dessa forma, para que a expressão indicada no enunciado represente o quadrado de uma soma, é necessário somar $18x^4y$.

Alternativa e.

6. Sendo $a^2 + b^2 = x$ e $ab = y$, então $(a + b)^2$ é igual a:

a. x^2
b. $x + y$
c. $x - 2y$
d. $x^2 + 2y$
e. $x + 2y$

RESPOSTA: Desenvolvendo o quadrado indicado, obtemos:

$(a + b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2$. Ao substituir os valores que o enunciado indica, ficamos com: $a^2 + b^2 + ab + ab = x + y + y = x + 2y$.

Alternativa e.

7. Qual alternativa representa a simplificação correta da expressão abaixo?

$$\frac{9x^2 + 27x}{9x}$$

a. $x + 3$
b. $x - 1$
c. 0
d. 3
e. 4

RESPOSTA: O fator comum a todos os termos da expressão é 9x, dessa forma, ividindo todos por 9x, obtemos $x + 3$.

Alternativa a.

AULAS 5 E 6: UMA IMPORTANTE DIFERENÇA

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

INICIANDO

A apresentação das atividades poderá acontecer através da leitura compartilhada do Caderno do Estudante. Nesse momento, cabe ressaltar que, até agora, os estudantes compreenderam o quadrado da soma e da diferença, na forma desenvolvida, na forma fatorada e as relações entre elas. Então, professor, converse sobre a continuidade de estudos relativos à Álgebra e que para as próximas duas aulas, eles tratarão da diferença entre dois quadrados. Além disso, nessa introdução, já pode ser indicado para os estudantes que a **Atividade 1** corresponde a uma investigação em que se relacionam apenas números.

DESENVOLVENDO

Para o desenvolvimento propriamente das atividades, apontamos a realização da investigação indicada na **Atividade 1**. Combine com a turma, professor, o tempo para essa etapa, de modo que, ao finalizar, haja um momento de discussão com apresentação dos possíveis resultados pensados pelos estudantes. Uma conversa informando que a forma fatorada de expressões pode facilitar os cálculos em diversas situações será bem-vinda. A **Atividade 2** será realizada em seguida. Também tem um caráter investigativo por meio do encaminhamento a partir de algumas ações. É de muita relevância que os estudantes, em suas duplas, discutam sobre as tarefas e se esforcem na busca pelas soluções, realizando, de fato, um trabalho colaborativo. Em seguida, proponha a leitura silenciosa com realização das próximas atividades. Juntamente com a correção, desenvolva a sistematização das ideias tratadas nas investigações realizadas nas atividades por meio de um diálogo.

AULAS 5 E 6 – UMA IMPORTANTE DIFERENÇA

Objetivos das aulas:
- Reconhecer que as expressões $(x - a) \cdot (x + a)$ e $x^2 - a^2$ são iguais;
- Fatorar exressões do tipo $x^2 - a^2$.

Já conhecemos alguns produtos notáveis, tanto na forma fatorada quanto na forma desenvolvida. Estudamos o quadrado da soma e o quadrado da diferença de dois termos. Para as próximas aulas, você vai realizar algumas investigações utilizando números para concluir sobre as relações que dizem respeito ao produto da soma pela diferença de dois termos. Articule-se bem com a sua dupla para realizar as ações propostas com mais facilidade. Agora, vamos às atividades!

1. Investigação: A partir de alguns processos de fatoração que estudamos, é possível resolver cálculos aparentemente trabalhosos de maneira rápida e eficiente. Pense sobre isso e determine o valor de:

$$4330^2 - 4329^2$$

Você encontrou uma maneira rápida para solucionar essa sentença? Em caso afirmativo, você terá facilidade para calcular os valores a seguir. Caso ainda não, continue tentando.

RESPOSTA PESSOAL: É uma questão subjetiva e, portanto, de resposta pessoal. Por essa razão, ressaltamos a importância de serem ouvidos os possíveis caminhos pensados pelos estudantes sem que um seja considerado mais correto do que outro, contudo, é interessante verificar se alguma dupla conseguiu apresentar a proposta: $(4330 + 4329).(4330 - 4329) = 8659 . 1 = 8659$.

a. $50^2 - 40^2 =$ $(50 + 40) \cdot (50 - 40) = 90 \cdot 10 = 900$

b. $299^2 - 1^2 =$ $(299 + 1) \cdot (299 - 1) = 300 \cdot 298 = 89400$

c. $343^2 - 342^2 =$ $(343 + 342) \cdot (343 - 342) = 685 \cdot 1 = 685$

2. *AÇÃO:* Leia com atenção e faça o que se pede.

a. Quanto é $8 \cdot 8$?

RESPOSTA: 64.

b. Realize o seguinte experimento:

Some 3 unidades a um dos fatores de 8 · 8;
subtraia 3 unidades ao outro fator;
multiplique os resultados.

RESPOSTA: $(8 + 3) \cdot (8 - 3) = 11 \cdot 5 = 55$.

c. Observe os resultados obtidos nos itens **a** e **b**. Relacione os dois com os números 8 e 3 e escreva um comentário com as suas conclusões.

RESPOSTA PESSOAL: O comentário dos estudantes deve incluir informações sobre as ideias do seguinte cálculo: $8^2 - 3^2 = 64 - 9 = 55$.

d. Será que aconteceria algo parecido se usássemos outros valores? Vamos testar?

	AÇÃO	RESULTADO OBTIDO
i)	$10 \cdot 10$	100
ii)	Some 2 unidades a um dos fatores de i).	$10 + 2 = 12$
iii)	Subtraia 2 unidades ao outro fator de i).	$10 - 2 = 8$
iv)	Multiplique os resultados de ii) e iii).	$12 \cdot 8 = 96$
	Compare os resultados i) e iv) e comente.	$10^2 - 2^2 = 100 - 4 = 96$

e. ***CONCLUSÃO:*** Reveja as ações realizadas nas Atividades 1 e 2. Atente para os detalhes, observe os resultados obtidos e os seus comentários. Agora, escreva uma breve explicação com as conclusões gerais a que você chegou.

RESPOSTA PESSOAL: O mais importante nessa questão é que os estudantes tenham alcançado a conclusão de que o produto da soma pela diferença entre dois valores representa a diferença entre os quadrados desses valores, assim, usando os números das questões 1 e 2, eles podem argumentar mostrando que: $(8 + 3) \cdot (8 - 3) = 8^2 - 3^2$ e que, de forma similar, $(10 + 2) \cdot (10 - 2) = 10^2 - 2^2$.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, encaminhe a discussão no sentido de mostrar que é possível generalizar essas ideias e usar incógnitas para representá-las.

FINALIZANDO

Por fim, ressaltamos a importância de a sistematização envolvendo as formas fatorada e desenvolvida da diferença de dois quadrados ser realizada com o envolvimento e empenho de todos os estudantes. Dessa forma, é possível identificar os que ainda apresentam fragilidades quanto aos objetos de conhecimento tratados e planejar possíveis estratégias em busca de esclarecer essas dúvidas. Isso com vistas ao desenvolvimento das habilidades previstas para essa Sequência de Atividades.

3. A diferença entre os quadrados de dois termos x e y pode também ser representada por:

a. $x^2 + y^2$
b. $x^2 - 2xy$
c. $(x + y) \cdot (x - y)$
d. $x \cdot (x + y)$
e. $y \cdot (y + x)$

RESPOSTA: Desenvolvendo a expressão fatorada, obtemos:
$(x + y) (x - y) = x^2 - xy + xy - y^2 = x^2 - y^2$. A expressão obtida é a diferença entre os quadrados de x e y.
Alternativa c.

4. É interessante que você tenha notado, a partir dos experimentos, das observações e em suas conclusões, que é possível generalizar os resultados alcançados nas Atividades 1 e 2. Podemos indicar que, o produto da soma pela diferença de dois termos corresponde à diferença entre os seus quadrados. Essa propriedade pode ser escrita em linguagem matemática do seguinte modo: $(x + a) \cdot (x - a) = x^2 - a^2$, de onde podemos concluir que o produto $(x + a) \cdot (x - a)$ é a fatoração da expressão $x^2 - a^2$, ou seja, essas expressões são equivalentes. Uma maneira de comprovar que essa igualdade é verdadeira é desenvolvendo esse produto, usando a propriedade distributiva. Vejamos:

$$(x + a) \cdot (x - a) = x^2 - ax + ax - a^2 = x^2 - a^2$$

Para aplicar esses conceitos, responda: Se $\boldsymbol{a - b = 5}$ e $\boldsymbol{a + b = 20}$, qual é o valor de $a^2 - b^2$?

RESPOSTA: $a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b) = 20 \cdot 5 = 100$.

5. Identifique, dentre as sentenças seguintes, a única alternativa que é falsa.

a. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
b. $a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$
c. $a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$
d. $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$
e. $a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a^2 - 2ab + b^2)$

Alternativa e.

AULAS 7 E 8 – E CONTINUAMOS FATORANDO...

Objetivos das aulas:
- Resolver fatorações do tipo $(bx + a)^2$, estabelecendo relações com a expressão algébrica $(bx)^2 + 2a(bx) + a^2$;
- Resolver fatorações do tipo $b \cdot (x + a) \cdot (x - a)$, estabelecendo relações com a expressão algébrica $bx^2 - ba^2$;
- Resolver situações-problema envolvendo fatoração do tipo $(x + a) \cdot (x - a)$;
- Resolver situações-problemas envolvendo fatoração do tipo $(x+a)^2$

As próximas atividades propõem a sistematização do que foi estudado durante as aulas com essa Sequência da Atividades. Para tanto, a Atividade 1 requer que você elabore um resumo sobre os principais produtos notáveis estudados, que poderá ser utilizado para a resolução das demais atividades. Sendo assim, leia com clareza os enunciados e busque resolvê-los utilizando os conhecimentos já desenvolvidos nas aulas anteriores.

Concentre-se e mãos à obra!

1. Como atividade de sistematização dessa Sequência, você irá produzir, em seu caderno, um resumo sobre os produtos notáveis estudados até agora. Registre, então, além das formas fatoradas indicadas a seguir, as formas desenvolvidas de todas elas. Esse pode ser um material de apoio e que poderá ser consultado durante as aulas.

$(x + a)^2$
$(bx + a)^2$
$(x - a)^2$
$(bx - a)^2$
$(x + a) \cdot (x - a)$
$b \cdot (x + a) \cdot (x - a)$

Fonte: elaborado para fins didáticos.

2. Desenvolva os produtos abaixo até a forma irredutível:

a. $(2x + 9)^2 =$ $4x^2 + 36x + 81$

b. $(x - 3y)^2 =$ $x^2 - 6xy + 9y^2$

c. $(2x + b) \cdot (2x - b) =$ $4x^2 - b^2$

d. $(4p + 5q)^2 =$ $16p^2 + 40pq + 25q^2$

e. $3 \cdot (7a + 1) \cdot (7a - 1) =$ $3 \cdot (49a^2 - 1) = 147a^2 - 3$

AULAS 7 E 8: E CONTINUAMOS FATORANDO...

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

INICIANDO

As atividades pensadas para as aulas 7 e 8 dessa Sequência têm duas grandes frentes: o caráter de retomada sobre os principais conceitos tratados até aqui quanto à fatoração e produtos notáveis e à aplicação de tais conceitos na resolução de problemas. Desse modo, sugerimos que o início seja por meio de um diálogo com informações sobre a proposta. Isso pode acontecer através da leitura compartilhada do texto introdutório do Caderno do Estudante.

DESENVOLVENDO

A título de sistematização, a **Atividade 1** indica a produção de um resumo sobre os produtos notáveis estudados. Essa produção implica retomar conhecimentos sobre as formas fatoradas e desenvolvidas dos produtos notáveis e poderá ser utilizada para consulta na resolução dos problemas que vêm em seguida e, por essa razão, sugerimos que fique registrado no caderno. As outras atividades poderão ser respondidas de maneira coletiva, disponibilizando-se tempo determinado para cada uma, com posterior discussão, visando a revisão sobre os estudos já realizados. Ressalte a importância da leitura atenciosa de cada enunciado para a resolução. As duplas deverão estar concentradas nessas resoluções e, em seguida, envolver-se na socialização para a turma.

FINALIZANDO

Por fim, ressaltamos que esse momento tem um importante papel quanto à verificação do desenvolvimento das habilidades assumidas para o trabalho com essa Sequência de Atividades. Nesse sentido, o encerramento, a partir da resolução das atividades propostas para as aulas 7 e 8 deverá se articular no sentido de sistematizar os conceitos estudados sobre produtos notáveis e processos de fatoração. Destacamos a relevância do envolvimento ativo dos estudantes nesses momentos.

3. A expressão $9x^2 + 12xy + 4y^2$ é um exemplo de trinômio quadrado perfeito. Isso quer dizer que a sua fatoração é o quadrado da soma de dois termos. Fatore corretamente esse trinômio.

RESPOSTA: $9x^2 + 12xy + 4y^2 = (3x)^2 + 2.3x.2y + (2y)^2 = (3x + 2y)^2$.

4. Pense sobre a equação: $x^2 + 6x + 9 = 0$. Ela é formada por um trinômio do 2º grau.

a. Fatorando esse trinômio, o que obtemos?

RESPOSTA: $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$.

b. Que valores numéricos a incógnita x pode assumir para que a igualdade se a verdadeira?

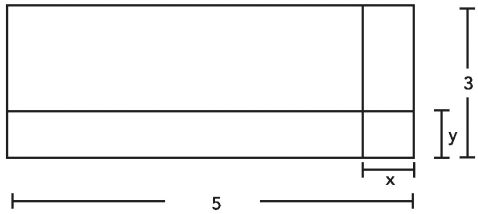
RESPOSTA: Apenas $x = -3$ zera essa sentença.

c. Faça o mesmo para $x^2 - 2x + 1 = 0$:

- Fatoração: $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$
- Valores que fazem a igualdade ser verdadeira: $x = 1$

ANOTAÇÕES

5. (ENEM 2012) Um forro retangular de tecido traz em sua etiqueta a informação de que encolherá após a primeira lavagem mantendo, entretanto, seu formato. A figura a seguir mostra as medidas originais do forro e o tamanho do encolhimento (x) no comprimento e (y) na largura. A expressão algébrica que representa a área do forro após ser lavado é $(5 - x)(3 - y)$.



Nestas condições, a área perdida do forro, após a primeira lavagem, será expressa por:

a. $2xy$
b. $15 - 3x$
c. $15 - 5y$
d. $-5y - 3x$
e. $5y + 3x - xy$

RESPOSTA: Desenvolvendo a expressão que representa a área do forro após ser lavado temos:

$15 - (5 - x) \cdot (3 - y) = 15 - 15 + 5y + 3x - xy = 5y + 3x - xy$.

Alternativa e.

ANOTAÇÕES

ANEXO 1 (PARA RECORTAR)

Eu tenho ... Quem tem?

Eu tenho x. **Quem tem** o dobro do meu número?	**Eu tenho $3x^2$.** **Quem tem** a terça parte do meu número?
Eu tenho 2x. **Quem tem** o quadrado do meu número?	**Eu tenho $3x^2 + 5$.** **Quem tem** o meu número menos a raiz quadrada positiva de 25?
Eu tenho $4x^2$. **Quem tem** o meu número menos 1?	**Eu tenho x^2.** **Quem tem** o meu número mais x?
Eu tenho $4x^2 - 1$. **Quem tem** o dobro do meu número?	**Eu tenho $x^2 + x$.** **Quem tem** o meu número dividido por x?
Eu tenho $8x^2 – 2$. **Quem tem** o meu número mais 2?	**Eu tenho x + 1.** **Quem tem** o quadrado do meu número?
Eu tenho $8x^2$. **Quem tem** (1/4) do meu número?	**Eu tenho $x^2 + 2x + 1$.** **Quem tem** o meu número menos 1?
Eu tenho $2x^2$. **Quem tem** o meu número mais 3?	**Eu tenho $x^2 + 2x$.** **Quem tem** a forma fatorada do meu número?
Eu tenho $6x^2 + 9$. **Quem tem** o meu número mais o valor da área de um quadrado com lado medindo 1 unidade?	**Eu tenho x(x + 2).** **Quem tem** a letra que é a incógnita dessa expressão?
Eu tenho $2x^2 + 3$. **Quem tem** o triplo do meu número?	**Eu tenho $6x^2 + 10$.** **Quem tem** a metade do meu número?

Observação: É necessário que a quantidade de tirinhas seja, no mínimo, igual à quantidade de alunos/duplas da sala.

ANOTAÇÕES

2ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

OLÁ, PROFESSOR!

Os estudantes devem chegar ao final da Sequência de Atividades sendo capazes de reconhecer e aplicar conceitos, propriedades e procedimentos em contextos que envolvam Geometria - Trigonometria: razões trigonométricas nos triângulos retângulos; e resolução de triângulos não retângulos: Lei dos Senos e Lei dos Cossenos.

As escolhas das habilidades foram feitas por meio das análises realizadas dos resultados de avaliações internas e externas (diagnóstico de entrada e SARESP), que revelaram fragilidades dos estudantes com relação às habilidades: saber usar de modo sistemático relações métricas fundamentais entre os elementos de triângulos retângulos em diferentes contextos e conhecer algumas relações métricas fundamentais em triângulos não retângulos, especialmente a Lei dos Senos e a Lei dos Cossenos. (Currículo Vigente, 2020)

Aula/Tempo	TEMA DA AULA
1 e 2 / 90 min	Triângulos para medidas inacessíveis
3 e 4 / 90 min	Uma boa estratégia para a resolução de problemas
5 e 6 / 90 min	Para além dos triângulos retângulos
7 e 8 / 90 min	Ainda sobre triângulos quaisquer

Professor, para ajudá-lo nessa ação, a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo fornecerá, por meio do Centro de Mídias, formação continuada quinzenal acerca das Sequências de Atividades, nos momentos das Aulas de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPCs). Desejamos a você e a nossos estudantes um ótimo trabalho!

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, as atividades pensadas para esse caderno propõem o envolvimento dos estudantes em processos de resolução de problemas. Para todas as aulas, trazemos blocos de atividades abordando alguns conceitos relacionados à trigonometria. Assim, sugerimos que o foco seja a resolução desses problemas de maneira orientada às quais os estudantes podem vivenciar a realização das etapas de resolução de problemas pensadas por Polya (1995), a saber: compreender o problema, planejar sua resolução, executar o plano e examinar a solução.

ANOTAÇÕES

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

AULAS 1 E 2 – TRIÂNGULOS PARA MEDIDAS INACESSÍVEIS

Objetivo das aulas:

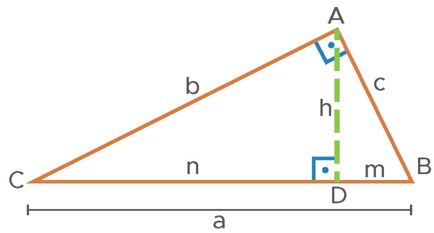
- Utilizar as relações métricas do triângulo retângulo na resolução de problemas.

Estudo dos triângulos retângulos

Desde os gregos, cálculos utilizando triângulos retângulos são realizados, em particular, para a determinação de medidas inacessíveis. Raio da terra, distância da terra à lua, largura de rios e altura de árvores, montanhas ou prédios são exemplos de situações em que tais aplicações são possíveis.

Cálculos com triângulos retângulos

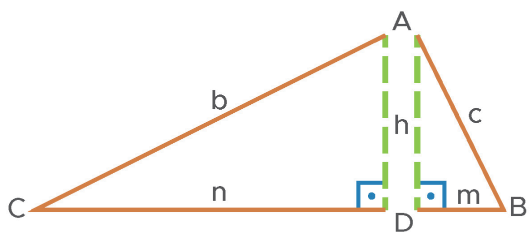
Dentre os cálculos envolvendo triângulos retângulos, existem algumas relações entre as medidas desse polígono que muito podem auxiliar na resolução de problemas. Observe a figura:



Fonte: Elaborado para fins didáticos

Nesse triângulo retângulo, temos que:

- a = hipotenusa (lado oposto ao ângulo reto);
- b, c = catetos (lados que formam o ângulo reto);
- m, n = projeções dos catetos;
- h = altura do triângulo referente à hipotenusa.



Fonte: Elaborado para fins didáticos

AULAS 1 E 2 – TRIÂNGULOS PARA MEDIDAS INACESSÍVEIS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Professor, espera-se que os estudantes já tenham estudado sobre triângulos retângulos em ano/série anterior. Assim, sugerimos que, para o início dessas aulas, haja uma conversa de retomada, destacando-se a importância desse polígono para diversos contextos da vida real, sobretudo o seu uso para garantir a rigidez em estruturas de portões, tetos de construções, base para móveis projetados, entre outras tantas. Questione, por exemplo, se eles entendem por que os triângulos são tão usados na construção civil e na produção de móveis por encomenda. Além disso, é pertinente verificar o que os estudantes lembram com relação aos cálculos com triângulos retângulos.

DESENVOLVENDO

Após essas discussões iniciais, promova a leitura coletiva dos textos introdutórios, que trazem informações sobre as relações métricas dos triângulos retângulos. Informe também que as atividades previstas para essas aulas são itens do SARESP e do ENEM que relacionam contextos que envolvem cálculos com triângulos retângulos, em particular, as suas relações métricas. Oriente que a leitura dos enunciados deve ser realizada com atenção para a compreensão do problema e a percepção dos dados referentes ao contexto. Ademais, que atentem para a relação métrica adequada para facilitar a resolução de cada problema. Propomos que as atividades para as aulas 1 e 2 sejam realizadas em dois blocos.

Para o primeiro bloco, os estudantes devem realizar as **Atividades de 1 a 4**. Depois de resolverem o referido bloco, disponibilize o momento para correção com participação dos estudantes, que poderão ir à lousa realizar seus cálculos e explicar seu raciocínio aos demais. Nesse momento, é importante o envolvimento de todos. Após essa etapa, promova a realização do segundo bloco, que consiste em solucionar as **Atividades de 5 a 7**. Nas duplas, os estudantes irão aplicar as relações métricas nos triângulos retângulos para buscar a solução de cada problema. Novamente, sugerimos o tempo para socialização das resoluções na lousa, que favorecerá o aumento do repertório matemático dos estudantes, bem como o desenvolvimento de habilidades de argumentação e comunicação.

A partir dos triângulos retângulos semelhantes ACD e ABD, temos as seguintes relações métricas:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{n} \Rightarrow b^2 = a \cdot n \qquad \frac{a}{c} = \frac{c}{m} \Rightarrow c^2 = a \cdot m$$

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{h} \Rightarrow a \cdot h = b \cdot c \qquad \frac{n}{h} = \frac{h}{m} \Rightarrow h^2 = m \cdot n$$

Além dessas, temos o Teorema de Pitágoras: $b^2 + c^2 = a^2$

1. (SARESP – 2011) Aninha foi visitar suas amigas. Ela dirigiu seu automóvel do ponto x, onde fica sua casa, até a casa de Rosali, no ponto y, percorrendo 12 km. Em seguida, ela dirigiu mais 9 km até a casa de Milena, no ponto z, conforme a figura. Quantos quilômetros Aninha teria percorrido, em linha reta, se fosse direto de sua casa para a casa de Milena?

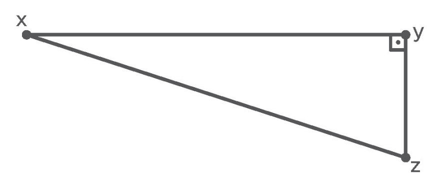
a. 36 km

b. 24 km

c. 15 km

d. 39 km

e. 21 km

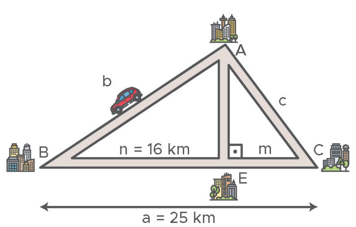


RESPOSTA: C

$$a^2 = 12^2 + 9^2 \Rightarrow a^2 = 144 + 81 \Rightarrow a = \sqrt{225} \Rightarrow a = 15$$

Logo, Aninha percorreria 15 km se tivesse ido direto até a casa de Milena.

2. (SARESP) Um motorista vai da cidade A até a cidade E passando pela cidade B, conforme mostra a figura. Quanto ele percorreu?



RESPOSTA:

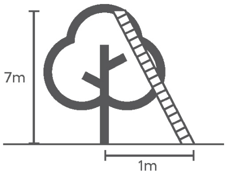
$$b^2 = a \cdot m \Rightarrow b^2 = 25 \cdot 16 \Rightarrow b = \sqrt{400} \Rightarrow b = 20$$

O motorista percorreu ao todo: 20 km + 16 km = 36 km

FINALIZANDO

Para finaliza , é interessante retomar o uso recorrente dos triângulos retângulos em contextos variados e, nesse sentido, destacar que problemas envolvendo esse tipo de polígono aparece com frequência em avaliações de larga escala. A conversa final pode ressaltar as relações métricas dos triângulos retângulos, com destaque ao Teorema de Pitágoras, já que é uma das mais usuais. Questione sobre tais relações para possibilitar que os estudantes sinalizem aprendizados, dúvidas e dificuldades

3. (SARESP - 2005) A altura de uma árvore é 7 m. Será fixada uma escada a 1 m de sua base para que um homem possa podar os seus galhos. Qual o menor comprimento que esta escada deverá ter?



a. $2\sqrt{2}$ m

b. $4\sqrt{2}$ m

c. $5\sqrt{2}$ m

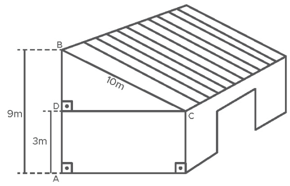
d. $7\sqrt{2}$ m

RESPOSTA: C

$$x^2 = 7^2 + 1^2 \Rightarrow x^2 = 49 + 1 \Rightarrow x = \sqrt{50} \Rightarrow x = \sqrt{2 \cdot 25} \Rightarrow x = 5\sqrt{2}$$

O menor comprimento que a escada deverá ter é de $5\sqrt{2}$ m.

4. (SARESP – 2013) Para sustentar o telhado de um galpão cuja parede tem 3 metros de altura, João colocou um conjunto de vigas, medindo, cada viga, 10 metros de comprimento. Na figura, uma delas aparece apoiada nos pontos B e C. A altura máxima do telhado, isto é, a distância AB é igual a 9 metros. Pode-se concluir que a medida CD da parede do galpão mede, em metros:



a. 6

b. 8

c. 10

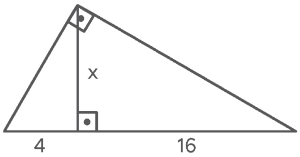
d. 12

RESPOSTA: B

$$10^2 = x^2 + 6^2 \Rightarrow x^2 = 100 - 36 \Rightarrow x^2 = \sqrt{64} \Rightarrow x = 8$$

A medida CD da parede do galpão mede 8 m.

5. A figura seguinte mostra um triângulo retângulo e informa as medidas de alguns de seus elementos. Observando com atenção os valores fornecidos, qual é o valor de x?



Fonte: Elaborado para fins didáticos

a. 10

b. 8

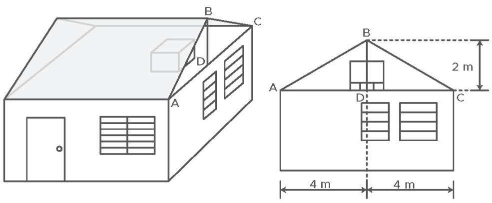
c. 6

d. 4

RESPOSTA: B $x^2 = n \cdot m \Rightarrow x^2 = 4 \cdot 16 \Rightarrow x = \sqrt{64} \Rightarrow x = 8$

6. (SARESP – 2010) Na casa ilustrada, a estrutura de madeira que sustenta o telhado apoia-se na laje. Devem-se dispor caibros (peças de madeira) na vertical, indo da laje ao ponto mais alto do telhado, como a peça BD da ilustração. Devido à presença da caixa d'água, essas peças são cortadas com dois metros de comprimento e postas a meia distância das extremidades A e C da laje. Assim, ABD é um triângulo retângulo de catetos quatro metros e dois metros.

O comprimento da peça de madeira com extremidades em A e em B é, aproximadamente, de



$\sqrt{2} \cong 1{,}41$ $\sqrt{3} \cong 1{,}73$ $\sqrt{5} \cong 2{,}24$

a. 5 metros.

b. 7,05 metros.

c. 5,19 metros.

d. 4,48 metros.

RESPOSTA: D

$x^2 = 2^2 + 4^2 \Rightarrow x^2 = 4 + 16 \Rightarrow x = \sqrt{20} \Rightarrow x = \sqrt{4 \cdot 5} \Rightarrow x = 2\sqrt{5} = 4 \cdot 2{,}24 \Rightarrow x = 4{,}48$

A peça de madeira que vai de A à B tem, aproximadamente, 4,48 m de comprimento.

7. (ENEM – 2006) Na figura que representa o projeto de uma escada com 5 degraus de mesma altura, o comprimento total do corrimão é igual a:

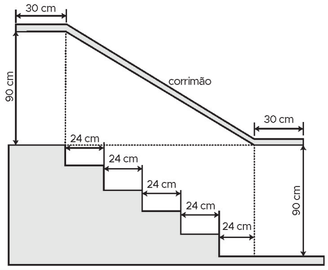
a. 1,8 m

b. 1,9 m

c. 2,0 m

d. 2,1 m

e. 2,2 m



RESPOSTA: D

$x^2 = 90^2 + 120^2 \Rightarrow x^2 = 8100 + 14400 \Rightarrow x = \sqrt{22500} \Rightarrow x = 150$

Dessa forma, a medida total do corrimão é: 30 + 150 + 30 = 210 cm = 2,1 m

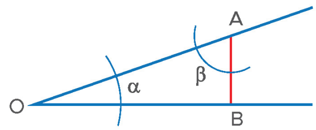
CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, consideramos interessante o incentivo ao uso da calculadora para as próximas atividades. No entanto, julgamos que esse uso deve ser orientado. Logo, sugerimos que proponha um momento de conversa sobre algumas teclas da calculadora, explicando a utilização adequada para o cálculo de raiz quadrada, potências, seno, cosseno e tangente, por exemplo.

AULAS 3 E 4 – UMA BOA ESTRATÉGIA PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Objetivo das aulas:
- Resolver situações-problema em contextos relacionados às razões trigonométricas nos triângulos retângulos.

Razões trigonométricas no triângulo retângulo



Por exemplo, para os arcos α e β, temos que:

$sen\alpha = \dfrac{cateto\ oposto\ a\ \alpha}{hipotenusa\ do\ triângulo} = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}$	$sen\beta = \dfrac{cateto\ oposto\ a\ \beta}{hipotenusa\ do\ triângulo} = \dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}$
$cos\alpha = \dfrac{cateto\ adjacente\ a\ \alpha}{hipotenusa\ do\ triângulo} = \dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}$	$cos\beta = \dfrac{cateto\ adjacente\ a\ \beta}{hipotenusa\ do\ triângulo} = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}$
$tg\alpha = \dfrac{cateto\ oposto\ a\ \alpha}{cateto\ adjacente\ a\ \alpha} = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{OB}}$	$tg\beta = \dfrac{cateto\ oposto\ a\ \beta}{cateto\ adjacente\ a\ \beta} = \dfrac{\overline{OB}}{\overline{AB}}$

Alguns valores aproximados para consulta

α	sen α	cos α	tg α
30°	0,50	0,87	0,58
37°	0,60	0,80	0,75
45°	0,71	0,71	1
60°	0,87	0,5	1,73

Fonte: Elaborado para fins didáticos

1. Pense sobre o problema seguinte:

Uma bolinha é solta no ponto mais alto de uma rampa, que tem inclinação de 30° e cuja distância até o solo é de 0,8 m. Sendo assim, qual é o comprimento que a bolinha percorre para chegar até o solo?

a. Quais são os dados fornecidos pelo enunciado?

RESPOSTA: O enunciado informa que:
- a bolinha sai do ponto mais alto da rampa;
- o ponto mais alto da rampa tem distância de 0,8 m até o solo , logo a bolinha está a uma altura de 0,8 m do chão.
- a rampa tem 30° de inclinação.

AULAS 3 E 4 – UMA BOA ESTRATÉGIA PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes dispostos em duplas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante e calculadora.

INICIANDO

Para as aulas 3 e 4, indicamos o início a partir da leitura e observação do texto introdutório que traz, de forma resumida, o conceito de seno, cosseno e tangente, além de alguns valores das razões trigonométricas de arcos que aparecem nas atividades. Além disso, professor, ressaltamos a importância do uso da calculadora para facilitar e tornar mais célere a resolução dos problemas. A ideia é dialogar com os estudantes sobre o uso desse recurso tecnológico e orientar a respeito do cálculo de raízes quadradas, potências, senos, cossenos e tangentes.

DESENVOLVENDO

Com essa introdução, os estudantes estarão cientes de que continuarão estudando sobre triângulos retângulos, especialmente para essas aulas sobre as razões trigonométricas na resolução de problemas. Além disso, poderão fazer uso da calculadora para a realização dos cálculos necessários. A **Atividade 1** foi pensada para ser realizada coletivamente. Diz respeito à aplicação das etapas sugeridas por Polya para resolver problemas. Propomos a leitura compartilhada do enunciado com ênfase ao problema apresentado e discussão oral sobre os itens a, b e c. Ressalte, professor, que cada item diz respeito a uma etapa pensada por Polya, e recomende que, para a resolução das demais atividades, a proposta é que se esforcem para utilizar essas etapas como método para a resolução de problemas.

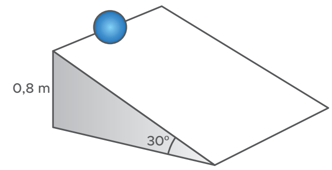
Todas as atividades podem ser resolvidas com o conceito de seno, cosseno ou tangente. Contudo, a leitura e a verificação dos dados são indispensáveis para identificar a que razão se remete o contexto. Além disso, representar cada situação através de uma figu a é uma excelente estratégia para facilitar o entendimento do problema. Oriente-os a utilizar adequadamente a calculadora. Consideramos que a resolução de cada atividade e explicação dos cálculos desenvolvidos na lousa são fatores de extrema relevância. À medida que essa prática for sendo realizada, questione os estudantes quanto às etapa: o entendimento do problema, os dados fornecidos pelo enunciado, a elaboração do plano a ser executado, a execução propriamente desse plano e a verificação final quanto ao resultado encontrado.

FINALIZANDO

O encerramento da aula pode acontecer com a fala de cada dupla apresentando uma síntese sobre o desenvolvimento da prática realizada. É interessante que sinalizem se as etapas favoreceram a resolução dos problemas e a organização do pensamento matemático, sobretudo quando se trata de problemas abordando trigonometria. Incentive que tais etapas sejam aplicadas não apenas em situações envolvendo triângulos, mas sim à problemas com os mais variados contextos. Os estudantes podem registrar em seu caderno uma proposta de passo a passo a ser concretizada no momento de resolução de problemas envolvendo as razões trigonométricas.

b. Represente o contexto por meio de uma figura.

RESPOSTA



c. Observe a figura que você fez e os dados percebidos no enunciado. Elabore e execute uma estratégia para solucionar o problema.

RESPOSTA: Para solucionar esse problema, é possível utilizar o conceito de seno de 30°, já que conhecemos o cateto oposto ao ângulo e queremos descobrir a hipotenusa desse triângulo. Assim, teremos:

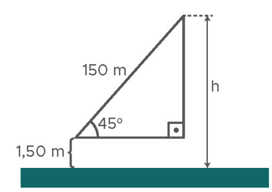
$$\boldsymbol{sen}30° = \frac{0{,}8}{\boldsymbol{x}} \Rightarrow \boldsymbol{x} = \frac{0{,}8}{0{,}5} \Rightarrow \boldsymbol{x} = 1{,}6$$

A bolinha irá percorrer 1,6 m para chegar ao solo.

Para resolver as próximas atividades, executar procedimentos semelhantes aos que foram realizados na atividade 1 é uma ótima ideia. Então, a proposta é que você leia cada problema com atenção para entendê-los, identifique os dados fornecidos, represente o contexto por meio de uma figura, planeje um método para resolução e aplique esse método. Para finalizar, verifique se o resultado faz sentido. Caso seja necessário, consulte os valores de seno, cosseno e tangente fornecidos no início das atividades previstas para essa aula.

2. (SARESP – 2012) Um jovem avista o topo de uma torre segundo um ângulo de 45°, conforme a ilustração. Sabe-se que a distância dos seus olhos ao topo da torre é 150 m e, ainda, que a distância dos seus olhos ao solo é 1,50 m. A altura h aproximada da torre é:

Considere: $\sqrt{2} \cong 1{,}4$.



a. 77 m.

b. 100 m.

c. 107 m.

d. 150 m.

e. 157 m.

RESPOSTA: C

$$sen45° = \frac{x}{150} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 150 \Rightarrow x = 75\sqrt{2} \Rightarrow x \cong 75 \cdot 1.4 \Rightarrow x \cong 105$$

A altura total da torre é: 1,50 + 105 = 106,5 ≅ 107 m

3. (AAP – 2016) Se a base de um triângulo retângulo mede 12 cm e o ângulo agudo da base tem 37°, quanto mede sua hipotenusa?

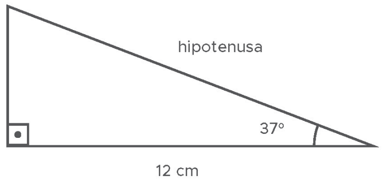
a. 7,2 cm

b. 9,6 cm

c. 15 cm

d. 16 cm

e. 20 cm



RESPOSTA: C

$$cos37° = \frac{12}{x} \Rightarrow x = \frac{12}{0{,}8} \Rightarrow x = 15$$

O triângulo citado tem hipotenusa medindo 15 cm.

4. (AAP - 2016) Para encontrar o comprimento de uma ponte que seria construída sobre um rio, um engenheiro colocou-se em uma das margens e marcou sobre o solo um ponto de onde avistava uma árvore na outra margem, de forma que a linha de visada ficou perpendicular à margem. Em seguida, caminhou 20 metros pela margem do rio, até parar em outro ponto, onde a linha de visada para a mesma árvore era agora de 30°, conforme se vê na figura a seguir. Qual será, aproximadamente, o comprimento da ponte?

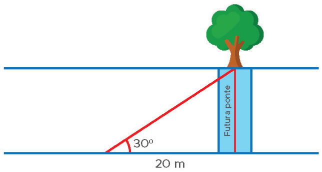
a. 12 m

b. 21 m

c. 23 m

d. 34 m

e. 40 m

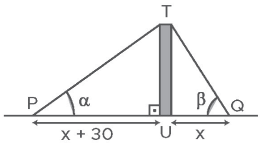


RESPOSTA: A

$$tg30° = \frac{x}{20} \Rightarrow x = 20 \cdot 0{,}58 \Rightarrow x = 11{,}6 \Rightarrow x \cong 12$$

A ponte terá, aproximadamente, 12 m.

5. (SARESP) Dois irmãos observam a torre reta TU em um terreno plano, conforme esquematizado na figura. Os seus ângulos de visão medem α e β, sendo tg α =1/3 e tg β =1/2. O irmão localizado no ponto P está 30 metros mais afastado do pé da torre do que o irmão localizado no ponto Q.



Desprezando as alturas dos irmãos, pode-se concluir que a altura da torre, em metros, é igual a:

a. 60

b. 40

c. 30

d. 20

e. 10

RESPOSTA: C

$$tg\alpha = \frac{h}{x+30} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{h}{x+30} \Rightarrow 3h = x + 30 \Rightarrow h = \frac{x+30}{3}$$

$$tg\beta = \frac{h}{x} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{x} \Rightarrow 2h = x \Rightarrow h = \frac{x}{2}$$

Igualando as duas sentenças que representam h em função de x, obtemos:

$$\frac{x+30}{3} = \frac{x}{2} \Rightarrow 3x = 2(x+30) \Rightarrow 3x = 2x + 60 \Rightarrow x = 60$$

Para calcular o valor de h, temos:

$$h = \frac{60}{2} \Rightarrow h = 30$$ **Portanto, a torre tem 30 m de altura.**

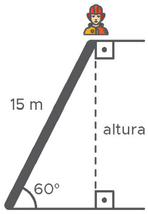
6. (SARESP) Um bombeiro sobe uma escada de 15 m de comprimento, que forma um ângulo de 60° com o solo. Usando 0,87 como valor aproximado de sen 60°, assinale a alternativa que mostra a altura aproximada que o bombeiro está do solo, quando chega ao topo escada.

a. 10,23 m

b. 12,14 m

c. 13,05 m

d. 14,55 m

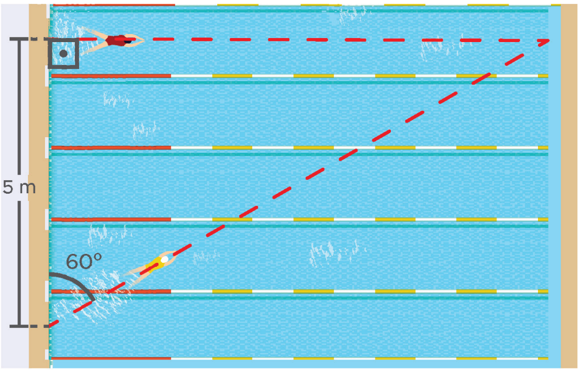


RESPOSTA: C

$$sen60° = \frac{x}{15} \Rightarrow x = 0{,}87 \cdot 15 \Rightarrow x = 13{,}05$$

O bombeiro está a cerca de 13,05 m do solo.

7. Dois nadadores profissionais resolveram fazer uma aposta que consiste em ver quem atinge primeiro o mesmo ponto no lado oposto de uma piscina, ambos saindo do mesmo lado e fazendo o trajeto uma única vez. O desafio é que o nadador A fará a travessia seguindo perpendicularmente, enquanto o atleta B seguirá a partir de um ângulo de 60°, como indicado na figura. Nessas condições, e imaginando que ambos nadam à mesma velocidade, qual dos dois deverá vencer o desafio? Justifique a sua resposta.



Fonte: Elaborado para fins didáticos

RESPOSTA:

$$\text{Nadador A: } tg60° = \frac{x}{5} \Rightarrow x = 1{,}73 \cdot 5 \Rightarrow x = 8{,}65\ m$$

$$\text{Nadador B: } cos60° = \frac{5}{x} \Rightarrow x = \frac{5}{0{,}5} \Rightarrow x = 10\ m$$

Os cálculos revelam que o nadador B precisará fazer um trajeto maior, então, se os dois atletas nadam à mesma velocidade, o nadador A vencerá o desafio.

AULAS 5 E 6 – PARA ALÉM DOS TRIÂNGULOS RETÂNGULOS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes dispostos em duplas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante e calculadora.

INICIANDO

Para essas aulas, o estudo da trigonometria contempla triângulos quaisquer, ou seja, vai além do uso de triângulos retângulos. Dessa forma, sugerimos que o início seja com uma conversa com os estudantes sinalizando que, embora os triângulos retângulos de fato apareçam com mais frequência nos problemas, há contextos em que outros tipos de triângulos são utilizados. Informe, professor, que nesses casos, a lei dos senos e a lei dos cossenos serão aplicadas. Relembre que eles poderão usar calculadora para os cálculos das atividades.

DESENVOLVENDO

Após a introdução, proponha a leitura da lei dos senos e converse com os estudantes sobre o exemplo que está apresentado. Ressalte que os valores de senos e cossenos indicados poderão ser consultados caso sejam necessários para a resolução das atividades. A proposta é que a resolução dos problemas aconteça nas duplas, para que seja possível a troca de experiências e o trabalho colaborativo. Aos estudantes, deve ser disponibilizado tempo especificame te para a resolução das questões.

Retome as etapas sugeridas por Polya e utilizadas nas aulas anteriores. Para cada uma das cinco situações encaminhadas, é possível alcançar o resultado utilizando valores fornecidos pelo enunciado na lei dos senos e realizando as operações corretamente. É importante destacar que essa lei estabelece que cada lado é proporcional ao seno do ângulo interno oposto a este lado, então é indispensável ter clareza sobre que lado se está considerando e observar a medida do ângulo interno, que é oposto ao referido lado. Destacamos que, para algumas atividades, pode ser necessário lembrar que a soma dos ângulos internos do triângulo é igual a 180°, sendo possível descobrir o valor

AULAS 5 E 6 – PARA ALÉM DOS TRIÂNGULOS RETÂNGULOS

Objetivo das aulas:
- Conhecer e aplicar a lei dos senos em situações-problemas de diferentes contextos.

Triângulos quaisquer

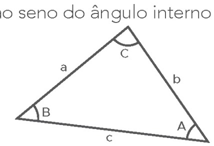
Até aqui, os problemas envolviam triângulos retângulos. Contudo, embora esse seja um triângulo muito usado em situações diversas, há contextos que são descritos por triângulos não retângulos.

Para as próximas atividades, utilizaremos a lei dos senos e a lei dos cossenos para resolver situações com triângulos quaisquer. Se achar necessário, use calculadora.

Lei dos senos

Em todo triângulo, a medida de cada lado é proporcional ao seno do ângulo interno oposto.

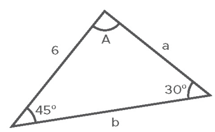
$$\frac{a}{sen\hat{A}} = \frac{b}{sen\hat{B}} = \frac{c}{sen\hat{C}}$$



Fonte: Elaborado para fins didáticos

Exemplo

Para calcular o valor do lado a do seguinte triângulo, podemos usar a lei dos senos.



Fonte: Elaborado para fins didáticos

$$\frac{a}{sen45°} = \frac{6}{sen30°} \Rightarrow \frac{a}{0,71} = \frac{6}{0,5} \Rightarrow a = \frac{6 \cdot 0,71}{0,5} \Rightarrow a = \frac{4,26}{0,5} \Rightarrow a = 8,52$$

Mais alguns valores aproximados para consulta

α	sen α	cos α
15°	0,26	0,97
28°	0,47	0,88
44°	0,69	0,72
57°	0,84	0,54
59°	0,86	0,51
64°	0,90	0,44
74°	0,96	0,28
105°	0,97	- 0,26
120°	0,87	- 0,5

Fonte: Elaborado para fins didáticos

1. (ENEM - 2007) Para se calcular a distância entre duas árvores, representadas pelos pontos A e B, situados em margens opostas de um rio, foi escolhido um ponto C arbitrário, na margem onde se localiza a árvore A. As medidas necessárias foram tomadas, e os resultados obtidos foram os seguintes: $AC = 70$ m, $A\hat{C}B = 74°$ e $B\hat{A}C = 62°$. Sendo cos 28° = 0,88, sen 74° = 0,96 e sen 44° = 0,70, podemos afirmar que a distância entre as árvores é:

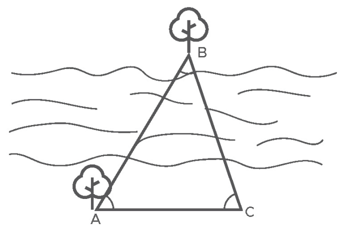
a. 48 metros

b. 78 metros

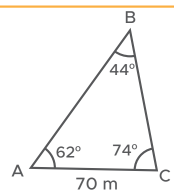
c. 85 metros

d. 96 metros

e. 102 metros



RESPOSTA: D

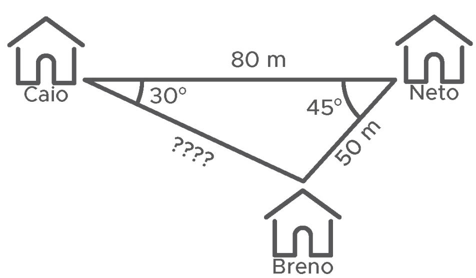


Utilizando a lei dos senos:

$$\frac{70}{sen44°} = \frac{x}{sen74°} \Rightarrow \frac{70}{0{,}7} = \frac{x}{0{,}96} \Rightarrow x = \frac{67{,}2}{0{,}7} \Rightarrow x = 96$$

A distância entre as árvores é de 96 m.

2. Neto e Caio são melhores amigos e moram na mesma rua. A distância entre as casas deles é de apenas 80 m. Tanto da casa de Neto, quanto da casa de Caio, é possível ver a casa de Breno, que fica em outra rua, numa parte mais alta do bairro. Da casa de Neto, o melhor ângulo para avistar a casa de Breno é de 45°, e da casa de Caio, é melhor vê-la a partir de um ângulo de 30°, como mostra a figura. Se a distância da casa de Neto até a de Breno é de cerca de 50 m, qual é a distância aproximada da casa de Caio até a casa de Breno?



Fonte: Elaborado para fins didáticos

de um desses ângulos internos. A correção pode ser com uma roda de conversa, em que as duplas expliquem o método utilizado para resolução e, caso haja divergências, possibilite que argumentem sobre o seu ponto de vista.

FINALIZANDO

A roda de conversa pode se estender para o momento de avaliação da aula, de modo que os estudantes verbalizem possíveis dúvidas. Oriente que as atividades realizadas nas aulas anteriores podem ser retomadas em momentos de estudo sobre problemas envolvendo medidas de triângulos.

RESPOSTA: Pela lei dos senos, temos que:

$$\frac{x}{sen45°} = \frac{50}{sen30°} \Rightarrow \frac{x}{0{,}71} \cong \frac{50}{0{,}5} \Rightarrow x \cong \frac{35{,}5}{0{,}5} \Rightarrow x \cong 71$$

A distância da casa de Caio até a casa de Breno é aproximadamente, 71 m.

3. Para a viabilização de grandes campeonatos desportivos em algum país, é comum a realização de obras nas cidades, principalmente para facilitar a mobilidade. Imagine que para uma dessas obras estava prevista a construção de uma ponte sobre um rio, interligando pontos em margens diferentes e indicados por R e S na figura. Para a determinação indireta da distância entre esses pontos, demarcou-se um terceiro ponto T, situado na mesma margem de S, a 30 m deste, e verificou-se as medidas dos ângulos TŜR = 57° e SR̂T = 64°. Nessas condições, qual deverá ser o comprimento aproximado dessa ponte, indicada pelo segmento RS?

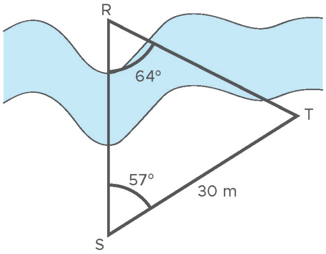
a. 26 m

b. 27 m

c. 28 m

d. 29 m

e. 30 m



Fonte: Elaborado para fins didáticos

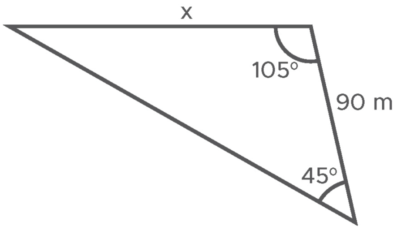
RESPOSTA D.

Pela lei dos senos, temos que:

$$\frac{30}{sen64°} = \frac{x}{sen59°} \Rightarrow \frac{30}{0{,}90} = \frac{x}{0{,}86} \Rightarrow x = \frac{25{,}8}{0{,}90} \Rightarrow x \cong 28{,}67$$

A ponte terá cerca de 28,67 m de comprimento, ou seja, o item "d" é o resultado mais próximo.

4. Determine o valor de x no triângulo a seguir.

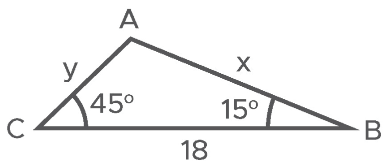


Fonte: Elaborado para fins didáticos

RESPOSTA: Ao utilizar a lei dos senos, ficamos com:

$$\frac{x}{sen45°} = \frac{90}{sen30°} \Rightarrow \frac{x}{0{,}71} = \frac{90}{0{,}5} \Rightarrow x = \frac{63{,}9}{0{,}5} \Rightarrow x = 127{,}8$$

5. A respeito de um terreno cujo formato é diferente do que costumeiramente se vê, sabe-se que ele tem forma triangular, com base medindo 18 m e os ângulos da base medindo 45° e 15°. Nessas condições, determine as medidas dos outros dois lados do triângulo que representa o terreno.



Fonte: Elaborado para fins didáticos

RESPOSTA: Com a lei dos senos, obtemos:

$$\frac{x}{sen45°} = \frac{18}{sen120°} \Rightarrow \frac{x}{0{,}71} = \frac{18}{0{,}87} \Rightarrow x = \frac{12{,}78}{0{,}87} \Rightarrow x \cong 14{,}69$$

$$\frac{y}{sen15°} = \frac{18}{sen120°} \Rightarrow \frac{y}{0{,}26} = \frac{18}{0{,}87} \Rightarrow y = \frac{4{,}68}{0{,}87} \Rightarrow y \cong 5{,}38$$

AULAS 7 E 8 – AINDA SOBRE TRIÂNGULOS QUAISQUER

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes dispostos em duplas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante e calculadora.

INICIANDO

Para começar a aula, sugerimos reforçar que continuaremos lidando com situações sobre triângulos não retângulos. É interessante retomar a lei dos senos, estudada na aula anterior e ressaltar que, para as próximas atividades, utilizaremos a lei dos cossenos.

DESENVOLVENDO

Professor, sugerimos a leitura dos textos introdutórios de forma coletiva e a resolução do exemplo na lousa. É importante ressaltar que a calculadora ainda poderá ser utilizada e que há valores de senos e cossenos também disponibilizados para consulta. As cinco atividades podem ser resolvidas em duplas, aplicando-se a lei dos cossenos. Após o tempo para resolução, sugerimos que as duplas troquem os seus registros entre si, a m de que haja socialização dos caminhos usados por cada uma. Caso sejam percebidas falhas ou diferentes formas de resolução, espera-se que sejam socializadas com toda a turma.

FINALIZANDO

Para nalizar, promova um momento de retomada dos conceitos envolvendo trigonometria que foram tratados durante essas aulas, e enfatize as estratégias para resolução de problemas que foram usadas e inspiradas nas ideias de Polya. Nesses momentos, os estudantes devem socializar os conhecimentos construídos a partir dessas aulas e indicar dúvidas e dificuldades enf entadas.

AULAS 7 E 8 – AINDA SOBRE TRIÂNGULOS QUAISQUER

Objetivo das aulas:
- Conhecer e aplicar a lei dos cossenos em situações-problemas de diferentes contextos.

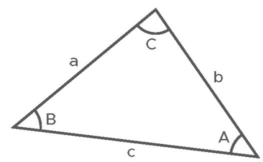
Lei dos cossenos

Num triângulo, o quadrado da medida de um lado é igual à soma dos quadrados das medidas dos outros dois, menos o dobro do produto das medidas desses dois lados pelo cosseno do ângulo oposto ao primeiro lado.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \hat{B}$$

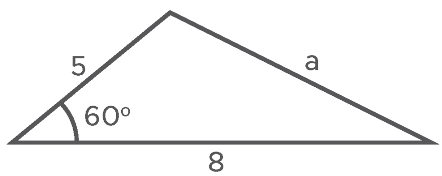
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \hat{C}$$



Fonte: Elaborado para fins didáticos

Exemplo

Qual é o valor da medida a no triângulo a seguir?



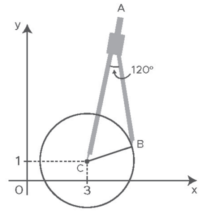
Fonte: Elaborado para fins didáticos

$a^2 = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \cos 60° \rightarrow a^2 = 25 + 64 - 80 \cdot 0,5 \rightarrow a = \sqrt{49} \rightarrow a = 7$

1. Um triângulo tem lados com 6 cm e 4 cm. Além disso, o ângulo interno formado por esses lados é de 60°. Qual é, então, a medida do lado desconhecido desse triângulo?

RESPOSTA: $x^2 = 4^2 + 6^2 - 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot cos60° \Rightarrow x^2 = 16 + 36 - 48 \cdot 0,5$
$\Rightarrow x = \sqrt{28} \Rightarrow x = 2\sqrt{7}$

2. (ENEM – 2017) Uma desenhista projetista deverá desenhar uma tampa de panela em forma circular. Para realizar esse desenho, ela dispõe, no momento, de apenas um compasso, cujo comprimento das hastes é de 10 cm, um transferidor e uma folha de papel com um plano cartesiano. Para esboçar o desenho dessa tampa, ela afastou as hastes do compasso, de forma que o ângulo formado por elas fosse de 120°. A ponta seca está representada pelo ponto C, a ponta do grafite está representada pelo ponto B e a cabeça do compasso está representada pelo ponto A, conforme a figura.



Após concluir o desenho, ela o encaminha para o setor de produção. Ao receber o desenho com a indicação do raio da tampa, verificará em qual intervalo este se encontra e decidirá o tipo de material a ser utilizado na sua fabricação, de acordo com os dados. Considere 1,7 como aproximação para $\sqrt{3}$. O tipo de material a ser utilizado pelo setor de produção será:

Tipo de material	Intervalo de valores de raio (cm)
15°	$0 < R \leq 5$
28°	$5 < R \leq 10$
44°	$10 < R \leq 15$
57°	$15 < R \leq 21$
59°	$21 < R \leq 40$

a. I.

b. II.

c. III.

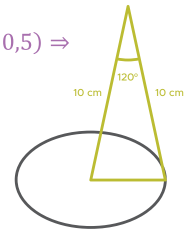
d. IV.

e. V.

RESPOSTA: D

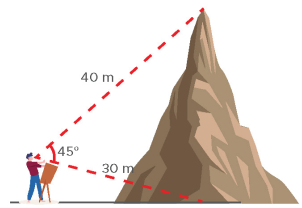
$$R^2 = 10^2 + 10^2 - 2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot cos120° \Rightarrow R^2 = 200 - 200 \cdot (-0{,}5) \Rightarrow$$

$$R^2 = 200 + 100 \Rightarrow R = \sqrt{300} \Rightarrow R = 10\sqrt{3} = 10 \cdot 1{,}7 = 17$$



O tipo de material a ser utilizado será o IV

3. Observe a figura que mostra um artista posicionado para pintar uma paisagem. Ele pretende destacar uma montanha em sua pintura como o ponto mais alto.



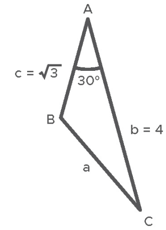
Fonte: Elaborado para fins didáticos

Calcule a altura dessa montanha, considerando as medidas indicadas na imagem fornecida.

RESPOSTA:

$$x^2 = 40^2 + 30^2 - 2 \cdot 40 \cdot 30 \cdot cos45° \Rightarrow x^2 = 1600 + 900 - 2400 \cdot (0{,}71) \Rightarrow$$
$$x^2 = 2500 - 1704 \Rightarrow x = \sqrt{796} \Rightarrow x \cong 28{,}21$$

4. Observando as medidas informadas para o seguinte triângulo, calcule o valor de a.



Fonte: Elaborado para fins didáticos

RESPOSTA:

$$a^2 = \sqrt{3}^2 + 4^2 - 2 \cdot \sqrt{3} \cdot 4 \cdot cos30° \Rightarrow a^2 = 3 + 16 - 8 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$\Rightarrow a^2 = 19 - 12 \Rightarrow a = \sqrt{7}$$

5. Quanto mede o lado AB de um triângulo em que $\overline{AC} = 10$ cm, $\overline{BC} = 16$ cm e $A\hat{C}B = 60°$?

RESPOSTA:

$$x^2 = 10^2 + 16^2 - 2 \cdot 10 \cdot 16 \cdot cos60° \Rightarrow x^2 = 100 + 256 - 320 \cdot 0{,}5$$
$$\Rightarrow x^2 = 356 - 160 \Rightarrow x = \sqrt{196} \Rightarrow x = 14$$

ANOTAÇÕES

ANOTAÇÕES

3ª SÉRIE

1º BIMESTRE

3ª série – Ensino Médio - Material Aprender Sempre - 2022			
1º bimestre			ARTICULAÇÃO DE MATERIAIS
	Objetos de Conhecimento	Habilidade	
SA 1	Potenciação e radiciação. Potências com expoentes negativos e fracionários.	**(EF08MA02)** Resolver e elaborar situações-problema usando a relação entre potenciação e radiciação, para representar uma raiz como potência de expoente fracionário. **(EF09MA03)** Efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários.	**Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 8º ano:** Vol. 1, na Situação de Aprendizagem 1 ATIVIDADE 3: ESTIMANDO RAIZ QUADRADA.
SA 2	Associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano. Sistema de equações de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano.	**(EF08MA07)** Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano. **(EF08MA08)** Resolver e elaborar situações-problema que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.	**Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 8º ano:** Vol. 3, na Situação de Aprendizagem 2 ATIVIDADE 3: RESULTADOS DE UMA EQUAÇÃO DE 1º GRAU COM DUAS VARIÁVEIS Situação de Aprendizagem 3, Atividade 1: Sistemas de duas equações com duas incógnitas. ATIVIDADE 2:PROBLEMAS COM SISTEMAS DE EQUAÇÕES DE 1º GRAU. ATIVIDADE 3: ANÁLISE DAS DIFERENTES RESOLUÇÕES GRÁFICAS DE SISTEMA
SA 3	Medida do comprimento da circunferência. Relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo.	**(EF07MA33)** Estabelecer o número π como a razão entre a medida de uma circunferência e seu diâmetro, para compreender e resolver problemas, inclusive os de natureza histórica. **(EF09MA11)** Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de softwares de geometria dinâmica.	**Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 7º ano:** Vol. 4, na Situação de Aprendizagem 5 ATIVIDADE 1: CIRCUNFERÊNCIA Caderno do 9º ano: Vol. 4, na Situação de Aprendizagem 1 ATIVIDADE 2: CIRCUNFERÊNCIA: ARCOS E ÂNGULOS ATIVIDADE 3: CONSTRUÇÃO DE ARCOS DE CIRCUNFERÊNCIA E ÂNGULO CENTRAL. ATIVIDADE 4: CIRCUNFERÊNCIA E ÂNGULOS INSCRITOS
SA 4	Distância entre pontos no plano cartesiano.	**(EF09MA16)** Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano.	**Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 9º ano:** Vol. 3, na Situação de Aprendizagem 3 ATIVIDADE 1: PONTO MÉDIO ATIVIDADE 2: PONTO MÉDIO APLICAÇÕES

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

OLÁ, PROFESSOR!

Nessa Sequência de Atividades, falamos diretamente com você, que está aí na sala de aula, no convívio direto com os estudantes. Estes terão oportunidade, nesse momento, de se envolver com atividades que possibilitam a reto-mada de conceitos, propriedades e procedimentos essenciais em Matemática.

A Sequência de Atividades deve ser desenvolvida favorecendo a interação, o compartilhamento de conhecimentos e a colaboração. Além disso, as socializações das atividades, por parte dos estudantes, são percebidas aqui como oportunidades de desenvolver habilidades e competências que dizem respeito à cooperação, à empatia, à argumentação, à comunicação, entre outras.

Vale ressaltar que os estudantes devem chegar ao final dessa Sequência de Atividades sendo capazes de reconhecer e aplicar conceitos, propriedades e procedimentos em contextos que envolvam potenciação e radiciação.

As escolhas das habilidades foram feitas por meio das análises realizadas dos resultados de avaliações internas e externas (diagnóstico de entrada e SARESP) que revelaram fragilidades dos estudantes com relação às habilidades:

(EF08MA02) Resolver e elaborar situações-problema usando a relação entre potenciação e radiciação, para representar uma raiz como potência de expoente fracionário e (EF09MA03) Efetuar cálculos com números reais, inclusive potências com expoentes fracionários.

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1 e 2 / 90 min	De onde vem isso?
3 e 4 / 90 min	Qualquer semelhança é mera coincidência
5 e 6 / 90 min	Casas, gatos e ratos
7 e 8 / 90 min	Hora da retomada: propriedades da potenciação.

Sabemos que as atividades por si só não ensinam. Por isso, professor, a sua atuação é tão importante em cada uma das situações propostas aqui. O objetivo delas é recuperar as aprendizagens e desenvolver as habilidades esperadas para a 3ª Série do Ensino Médio. Para isso, esse caderno deverá servir como uma ferramenta adicional que o auxiliará no processo de ensino, sendo necessário, portanto, que você considere em seu replanejamento, outras possibilidades de discussão e recursos para além daqueles sugeridos nessa Sequência de Atividades Para ajudá-lo nessa ação, a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo fornecerá, por meio do Centro de Mídias, formação continuada quinzenal acerca das Sequências de Atividades. Tais formações acontecerão nos momentos das Aulas de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPCs). Desejamos a você e a nossos estudantes um ótimo trabalho!

AULAS 1 E 2 – DE ONDE VEM ISSO?

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes dispostos em duplas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante, recursos para exibição de vídeo, folha de sulfite para o painel de soluções.

INICIANDO

Professor, para as Aulas 1 e 2 dessa Sequência, sugerimos que, em uma conversa inicial, retome com os estudantes os conhecimentos sobre os cálculos de potências. Consideramos que este é um objeto de conhecimento que eles já estudaram. Contudo, é sempre válido revisitar. Essa pode ser uma breve introdução para relembrar aos estudantes a definição de potência como produto de fatores iguais e apresentar o Caderno do Estudante.

DESENVOLVENDO

Após a retomada sobre potências e a entrega do Caderno do Estudante, é o momento de exibição do vídeo **Tudo que você sempre quis perguntar**. Professor, indicamos a importância da organização do recurso para exibição do vídeo com antecedência. São cerca de 10 minutos. Sugerimos que o parágrafo introdutório do **Caderno do Estudante** seja lido antes, no sentido de orientar os estudantes quanto ao contexto do vídeo. Caso considere pertinente, re-

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

Para as atividades iniciais dessa Sequência, vocês irão assistir ao vídeo ***Tudo que você sempre quis perguntar***[1].

Nele, Luciano e o professor Rubão conversam sobre alguns questionamentos relacionados a temas da Matemática que costumeiramente aguçam a curiosidade dos estudantes. A partir das informações tratadas no vídeo e dos seus conhecimentos sobre cálculos de potências e raízes, leia atentamente as Atividades e responda cada uma.

AULAS 1 E 2 – DE ONDE VEM ISSO?

OBJETIVOS DAS AULAS:

- Identificar a potência como representação do produto repetitivo de um mesmo fator;
- Calcular potências de expoentes positivos ou negativos;
- Calcular potências de números decimais (de representação finita);
- Realizar operações de potenciação com potências de expoente fracionário.

1. **Em Matemática, potência é a representação de produtos de fatores iguais.**

Base: é o fator que se repete de acordo com o expoente. ← a^b → **Expoente:** indica quantas vezes a base se repete no produto.

Fonte: Elaborado para fins didáticos

Por exemplo, $2^3 = 2{\cdot}2{\cdot}2 = 8$; onde 2 é a base e 3 é o expoente da potência. Dentre as propriedades das potências, destacamos:

$a^b \cdot a^c = a^{b+c}$ $\qquad a^b : a^c = a^{b-c}$ $\qquad (a^b)^c = a^{b \cdot c}$

Estudantes, agora vamos assistir ao vídeo *Tudo que você sempre quis perguntar*, prestem bastante atenção e depois vamos às atividades.

De acordo com o vídeo, responda:

a. Por que $2^0 = 1$?

A propriedade fundamental das potências garante que $a^b \cdot a^c = a^{b+c}$. Usando essa propriedade e fazendo $b = 0$, temos que: $a^0 \cdot a^c = a^{0+c} = a^c$, ou seja, $a^0 \cdot a^c = a^c$, contudo, para que o produto entre um número e outro forneça como resultado o próprio número, esse outro número deve ser igual a 1. Assim, $a^0 = 1$, o que mostra que, de acordo com a propriedade fundamental da potência, todo número real elevado a zero é igual a 1, logo, $2^0 = 1$.

[1] COSTA, M. G.; BERCHARA, M.; FIRER, M. **Tudo que você sempre quis perguntar**. Matemática Multimídia, UNICAMP. Campinas. Disponível em: <https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1186>. Acesso em: 06 ago. 2020.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, pode ser interessante discutir com os estudantes sobre o caso de quando a base é zero. Nesse contexto, é importante reforçar que a Propriedade Fundamental da Potência é válida quando a base é um número diferente de zero e instigar que os estudantes pensem sobre o caso em que $a = 0$. Solicite que observem que $\mathbf{a^0 = a^b \cdot a^{-b}}$, o que corresponde a $\mathbf{a^0 = (a^b)/(a^{b})}$. Além disso, essa divisão é igual a 1 se $\mathbf{a \neq 0}$ e **0/0** se $\mathbf{a = 0}$. No entanto, 0/0 é uma expressão indeterminada. Portanto, a deve ser diferente de zero.

b. Por que $3^{-5} = \frac{1}{3^5}$?

Utilizando potências com expoente negativo, ocorre: $a^m \cdot a{\cdot}\bullet = a^m{+}!{-}nl = a^m{-}n.$ Dessa forma, teríamos: $(3^5),(J^{-5}) = 3^{5.5} = 3^{\circ} = 1$. Seguindo essa mesma ideia,(a"),(a·") =1, então, dividindo ambos os lados da sentença por a", ficamos com: ((a")•(a·"))/(a") =1/(a"). Logo, a·•=1/(a") e, portanto, $J^{-5} = 1/(3^5)$.

2. E o que acontece quando a base ou o expoente são iguais a 1? Por exemplo, qual é o valor de 2020^1? E quanto vale 1^{2020}?

Quando a base é igual a 1, o resultado da potência é igual a 1. Quando o expoente é 1, a potência é a própria base.

$2020^1 = 2020$ $\qquad$ $1^{2020} = 1$

3. Há diferença entre -5^3 e -5^2? E com as potências $(-5)^3$ e $(-5)^2$, o que acontece? Escreva um breve comentário explicando as suas ideias.

Entre -5^3 e -5^2 há diferença quanto aos resultados das potências, embora ambos sejam negativos: $-5^3 = -5{\cdot}5{\cdot}5 = -125$ e $-5^2 = -5{\cdot}5 = -25$

Para $(-5)^3$ e $(-5)^2$, teremos um resultado positivo e um negativo: $(-5)^3 = (-5){\cdot}(-5){\cdot}(-5) = -125$; $(-5)^2 = (-5){\cdot}(-5) = 25$.

4. Se a base for um número decimal, há alguma particularidade? Explique e calcule:

a. $0{,}9^2 =$ 0,81

b. $0{,}01^3 =$ 0,000001

c. $0{,}14^3 =$ 0,002744

d. $2{,}5^2 =$ 6,25

Professor, quando a base for um número decimal, podemos representá-la como uma fração.

comende que registrem partes importantes do vídeo. Após a exibição, disponibilize tempo para que as duplas resolvam as atividades. Consideramos indispensável o acompanhamento da resolução por parte dos estudantes, de modo a garantir que se envolvam efetivamente. Professor, lembre-se de incentivar a participação de todos durante a realização das atividades. Ao final da resolução de todas, proponha o momento de correção coletiva, com discussão dos caminhos usados para resolver cada situação.

FINALIZANDO

Para finalizar a aula, sugerimos que a **Atividade 6** seja concluída com um painel de soluções. A proposta é que cada dupla registre, em uma folha separada, o detalhamento de sua resolução e exponha à turma, com a explicação da estratégia que usou para solucionar o problema, aumentando o repertório matemático dos estudantes. Nesse momento, habilidades que dizem respeito à argumentação e comunicação, por meio de conhecimentos matemáticos, estão em destaque. Além disso, valores ligados à ética e respeito com a voz do próximo, também, são trabalhados.

5. É possível escrever potências como radicais. Isso acontece quando os expoentes estão na forma de fração. Veja:

$a^{b/c} = \sqrt[c]{a^b}$		
$a^{1/2} = \sqrt{a}$	$a^{1/3} = \sqrt[3]{a}$	$a^{4/6} = \sqrt[6]{a^4}$

Sendo assim, explique: como $\sqrt[4]{2^8}$ pode ser escrito no formato de potência de base 2? Qual é o valor da potência obtida?

O radical pode ser escrito na forma de potência com expoente fracionário:

$$2^{\frac{8}{4}} = 2^2 = 4$$

6. **PAINEL DE SOLUÇÕES:** Para finalizar as Aulas 1 e 2 dessa Sequência, você deverá solucionar o problema seguinte. Leia o enunciado com atenção, escolha a estratégia que julgar mais conveniente para resolvê-lo e registre, em detalhes, a sua solução no local indicado pelo professor. Por fim, socialize a sua resolução com a turma. Esteja atento aos caminhos usados pelos seus colegas para resolver o problema proposto.

Um homem passeava um dia pela rua, quando encontrou um jovem que conheceu há pouco tempo. O jovem propôs o seguinte negócio: iria lhe pagar R$ 1.000,00 a cada dia, durante 15 dias; em contrapartida, o homem daria ao jovem R$ 1,00 no primeiro dia, R$ 2,00 no segundo dia, R$ 4,00 no terceiro dia e assim sucessivamente, dobrando o valor dia a dia, até completar os 15 dias. Quem sairia ganhando mais dinheiro, caso a proposta fosse aceita pelo homem?

Se o homem receber R$ 1.000,00 por dia, após o período de 15 dias ele terá R$ 15.000,00. No entanto, o jovem sugeriu receber, do homem, sempre o dobro do valor recebido no dia anterior. Então, no primeiro dia ele receberia R$ 1,00; no segundo dia R$ 2,00; no terceiro dia R$ 4,00 e assim seria até o décimo quinto dia. As quantias recebidas pelo jovem podem ser escritas da seguinte maneira:

Dia	1	2	3	4	5	6	...	14	15
Quantia	$2^0 = 1$	$2^1 = 2$	$2^2 = 4$	$2^3 = 8$	$2^4 = 16$	$2^5 = 32$	...	$2^{13} = 8.192$	$2^{14} = 16\ 384$

No total, ele receberia o valor de RS 16 384 e, como o homem iria receber RS 15 000,00, o jovem sairia ganhando muito mais dinheiro.

AULAS 3 E 4 – QUALQUER SEMELHANÇA É MERA COINCIDÊNCIA

OBJETIVO DAS AULAS:

- Aplicar os conhecimentos das propriedades e operações com números reais.

1. O vídeo ***Breve Relato do Fim***[2] apresenta uma história fictícia em um futuro distante que deixa o planeta Terra em apuros. É o relato do esforço do capitão Éder para salvar a humanidade. Ele baseia-se em conhecimentos matemáticos para buscar a salvação do nosso planeta. Assista ao vídeo e responda às questões seguintes:

a. Em que ano aconteceu a história relatada?

2537

b. Qual é o problema que eles estão tentando resolver? É possível solucioná-lo?

Infecções por meio de um vírus que se instala no cérebro dos humanos e é o responsável por tornar os humanos violentos e protagonistas de uma destruição implacável. A cura é possível.

c. O que causa a doença a que eles se referem?

Um vírus.

[2] DINIZ, M. A.; ANNUNCIATO, A.; OLIVEIRA, S.R. de. **Breve Relato do Fim.** Matemática Multimídia, UNICAMP. Campinas. Disponível em: https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1057. Acesso em: 06 ago. 2020.

AULAS 3 E 4 – QUALQUER SEMELHANÇA É MERA COINCIDÊNCIA

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante e recursos para exibição de vídeo.

INICIANDO

A aula pode ser iniciada com a leitura coletiva do enunciado da atividade 1, com posterior exibição do vídeo **Breve Relato do Fim** (DINIZ, M. A.; ANNUNCIATO, A.; OLIVEIRA, S.R. de. Breve Relato do Fim. Matemática Multimídia, UNICAMP. Campinas. Disponível em: **https://www.youtube.com/watch?v=PR3qYQb2FdM** Acesso em: 06 ago. 2020). O vídeo tem cerca de 11 minutos e traz uma situação fictícia ocorrida no ano de 2537, quando um vírus ameaça a vida da humanidade. Então, destaque a atenção com que os estudantes devem assisti-lo.

DESENVOLVENDO

Com os estudantes organizados em duplas, oriente a resolução da **Atividade 1**, a partir da exibição do vídeo. A correção pode ocorrer de maneira coletiva, com incentivo da participação de toda a turma. Nesse momento, já é interessante destacar a importância do conhecimento matemático para a resolução de problemas de contexto mundial, como o que aparece no vídeo. Após essa correção, encaminhe a resolução das **Atividades 2 e 3**. Recorra a discussões sobre fatores sociais envolvidos em contextos como esses e relacione a situação fictícia do ***Breve Relato do Fim*** com a situação real em que estamos vivendo frente ao novo coronavírus. Durante a correção das atividades, possibilite reflexões sobre a importância de estudos científicos para a busca por uma solução contra o vírus, bem como os cuidados que cada indivíduo deve ter para contribuir com a redução dos índices de transmissão.

d. Em que lugares podem ser encontradas as substâncias para a formação dos anticorpos?

Na quarta lua de Isrinor e no planetoide Veganória.

e. Quais as principais diferenças entre vírus e bactérias?

São várias: os vírus são organismos bem menores do que as bactérias e bem mais simples, são acelulares, enquanto as bactérias são unicelulares. Os vírus são parasitas e nada fazem sem um hospedeiro, enquanto as bactérias se reproduzem rapidamente a partir de uma pequena quantidade de material orgânico.

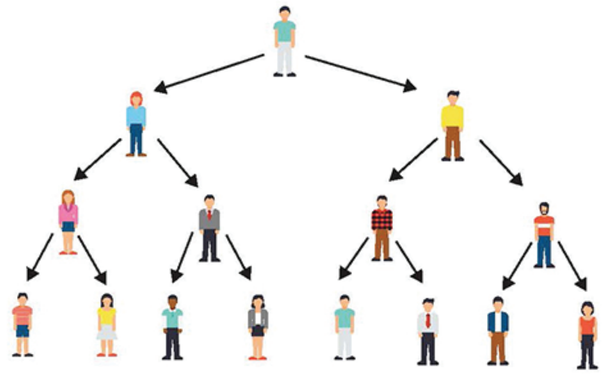
f. Para refletir: o texto abaixo traz várias informações sobre a situação que acontece no ***Breve Relato do Fim***. Leia e discuta com os colegas de sala.

O vídeo fala da importância de se calcular o ritmo de propagação do vírus e que, no contexto relatado, o aumento dos casos de contaminação estava em ritmo exponencial. Isso significa que o crescimento estava muito rápido com o passar do tempo. Na história, os personagens citam alguns exemplos de situações que podem ser descritas através de uma função exponencial: a reprodução de bactérias, o crescimento de uma dívida sobre juros compostos, o crescimento da indústria do setor de informática no século 21. Informam, também, que para uma função ser considerada exponencial, a variável dependente deve aparecer no expoente.

A análise de Elana mostra que, no dia 12, a população contaminada era de 67,38 mil e conclui que se ultrapassasse 75 mil, seria quase impossível reverter o quadro. Para estudar cientificamente a situação, ela calcula as razões entre a população contaminada pelo vírus entre os dias 12 e 13, 13 e 14, obtendo: 1,026. Esse valor revela um crescimento constante por meio de uma função exponencial de base 1,026, a partir das quais é possível prever a população contaminada pelo vírus em qualquer dia, caso sejam mantidas as condições iniciais. Com essa função, verificar quando a população contaminada chegaria aos 75 mil seria fácil.

Esses estudos possibilitariam a tomada de decisão em relação a resolver essa situação tão séria, com embasamento matemático. A população humana estaria a salvo!!!!!!

2. Se pensarmos que, em certa região, o fator de contaminação está igual a 2, significa que cada contaminado pode transmitir para outras 2 pessoas. Assim, veja a simulação de transmissão representada no diagrama.



Fonte: Elaborado para fins didáticos

Esse diagrama é uma representação. A partir dela, é possível imaginar a quantidade de contaminados em alguma localidade em que o fator de contaminação está igual a 2. Nessas condições e considerando que cada linha indica um dia, expresse os números na tabela abaixo:

Dia	Quantidade de contaminados por dia
1	1
2	2
3	4
4	8

a. Que operação pode ser utilizada para representar a quantidade de contaminados por dia?

Potenciação.

FINALIZANDO

A finalização poderá ser feita com as discussões propostas. Se possível, promova debates em conjunto com outros componentes curriculares. O professor de Biologia pode contribuir com estudos sobre vírus e bactérias, os professores de História, Geografia e Sociologia podem possibilitar discussões com reflexões sobre temáticas associadas à situação atual do Brasil diante do enfrentamento ao coronavírus. O professor de Língua Portuguesa pode articular alguma produção textual sobre o tema. Caso concretize essas ideias, é interessante planejar momentos de socialização dos estudos e de possíveis produções dos estudantes.

b. Represente, na coluna indicada, a quantidade de contaminados por meio de potência.

Dia	Quantidade de contaminados por dia	Representação na forma de potência
1	1	2^0
2	2	2^1
3	4	2^2
4	8	2^3

3. A situação que acontece no vídeo é fictícia, contudo, em 2020, vivemos algo parecido com a história contada lá. A humanidade teve dificuldades em controlar o aumento dos índices de contaminação da população por um vírus que até então era desconhecido. A partir dessas ideias, responda:

a. De que vírus estamos falando nesse texto introdutório?

O novo coronavírus.

b. Já existe uma solução definitiva?

RESPOSTA PESSOAL

c. Quais ações foram concretizadas por cada indivíduo para contribuir com o controle dos índices de contaminação?

Evitar o contato com pessoas contaminadas. Para isso, é importante manter-se em isolamento social e, se for necessário sair de casa, usar máscara. A higiene com as mãos é indispensável, deve-se lavar, com cuidado, usando água e sabão ou usar álcool em gel.

AULAS 5 E 6 – CASAS, GATOS E RATOS

OBJETIVOS DAS AULAS:

- Relacionar a potenciação e a radiciação por meio da transformação de potências de expoente fracionário em radiciações e das radiciações em potências de expoente fracionário;
- Representar a potenciação com expoentes fracionários sob a forma de radiciação;
- Resolver e elaborar situações-problema em que há potências com expoente fracionário e radiciações;
- Aplicar as propriedades de potência com expoente fracionário.

1. O problema 79 do papiro de Rhind apresenta os curiosos dados:

Casas	7
Gatos	49
Ratos	343
Espigas de trigo	2401
Hectares de grãos	16807
	19607

Fonte: Andrade (2017)

a. A figura acima apresenta o problema 79 do papiro de Rhind. Nele são dispostos dados numéricos sem uma contextualização. Pense sobre esses dados numéricos e elabore um enunciado capaz de transformá-los em um problema com contexto.

RESPOSTA PESSOAL: Professor, esperamos que os estudantes sejam criativos nessa elaboração e que utilizem contextos dos mais variados. A título de exemplo, podemos pensar no seguinte enunciado que faz uso de uma adaptação dos dados: Em uma pequena rua há 7 casas e, em cada casa, estavam 7 gatos. Cada gato comeu 7 ratos e cada rato comeu 7 espigas de milho. Sabendo que cada espiga de milho ocupa 7 hectares de grãos, quantos hectares de grãos existem nessa situação?

b. Resolva o problema que você elaborou e escreva uma resposta completa e adequada para essa questão. Para isso, informe que operações devem ser realizadas para obter o valor 19607 indicado.

RESPOSTA PESSOAL:
Para calcular a quantidade total de hectares, basta determinar o valor de 7^5= 16807. Para obter o valor 19607 basta somar os valores de todas as linhas: 7 + 49 + 343 +2401 + 16807 = 19607.

AULAS 5 E 6 – CASAS, GATOS E RATOS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA
Estudantes organizados em duplas.

MATERIAL NECESSÁRIO
Caderno do Estudante.

INICIANDO
A apresentação da proposta de atividade poderá ser por meio da leitura coletiva do Caderno do Estudante. Nesse momento, ressalte que a História da Matemática tem muito a contribuir com o estudo dessa área do conhecimento em diversos aspectos, por exemplo, fornecendo problemas interessantes para a sala de aula. Informe que, para as atividades de hoje, os estudantes terão acesso a um problema histórico, a partir do qual farão alguns procedimentos.

DESENVOLVENDO

Depois da leitura do Caderno do Estudante, oriente a turma a resolver a **Atividade 1**. Os estudantes deverão ser criativos para a elaboração de um enunciado que faça sentido para os dados numéricos disponibilizados no problema 79 do papiro de Rhind. Os cálculos envolvidos estão relacionados a potências de base 7. Propicie um momento de discussão, sobre as questões, em que alguns estudantes socializem suas respostas. Em seguida, oriente a resolução das demais atividades. Tratam de potências com expoente na forma fracionária. Disponibilize tempo para a resolução atenciosa, bem como para a sua verificação que deverá contemplar cálculos e propriedades de potências com expoente fracionário. Reforce a importância da atividade que solicita a elaboração de enunciado e ressalte que os estudantes poderão utilizar o jogo, citado na **Atividade 2**, em outras ocasiões e para outros estudos também.

c. Observe os números que aparecem em cada linha da imagem. Que regularidade você consegue notar em relação a esses valores?

Cada linha mostra o resultado de uma potência de base sete:
$7^1 = 7$; $7^2 = 49$ $7^3 = 343$; $7^4 = 2401$; $7^5 = 16807$

d. Se organizarmos uma sequência com os valores numéricos apresentados na imagem e mantivermos a mesma regularidade, qual será o sexto (6º) elemento dessa sequência? Preencha a tabela abaixo com os elementos da sequência.

1º elemento	2º elemento	3º elemento	4º elemento	5º elemento	6º elemento
7	49	343	2401	16807	117649

2. Dois colegas de classe conversaram sobre potenciação em uma aula de Matemática. Eles criaram um jogo, chamado de ***VERDADEIRO OU FALSO***, para revisarem os principais conceitos e cálculos com potências. O jogo consiste em informar uma sentença sobre o assunto e o outro colega a classifica como verdadeira ou falsa, mas precisa justificar a sua resposta. Em uma rodada, cada jogador pode marcar dois (2) pontos: 1 se acertar o verdadeiro ou falso e 1 se acertar a justificativa. Vence quem tiver mais pontos ao final das cinco (5) rodadas. Veja as sentenças que um grupo de estudantes criou, informe se são verdadeiras ou falsas e justifique.

Sentença 1	Sentença 2	Sentença 3	Sentença 4	Sentença 5
$\sqrt[3]{5^6} = 25$	$\sqrt[n]{x} = x^{1/n}$	$\sqrt[5]{2^{10}} = 8$	$\sqrt[3]{9} = 3^{2/3}$	$5^{3/2} = \sqrt{125}$

Sentença 1: VERDADEIRA porque $\sqrt[3]{5^6} = 5^{6/3} = 5^2 = 25$

Sentença 2: VERDADEIRA porque $\sqrt[n]{x} = x^{1/n}$

Sentença 3: FALSA porque $\sqrt[5]{2^{10}} = 2^{10/5} = 2^2 = 4$

Sentença 4: VERDADEIRA porque $\sqrt[3]{9} = 9^{1/3} = 3^{2/3}$

Sentença 5: VERDADEIRA porque $5^{3/2} = \sqrt[2]{5^3} = \sqrt{125}$

3. A afirmação abaixo foi realizada por um estudante como resolução de uma questão de prova de Matemática. Durante a correção, o professor identificou algumas falhas conceituais e levou para a sala de aula para que a sua turma identificasse os erros e respondesse à questão corretamente. Agora é a sua vez, observe a resolução que foi feita, identifique as possíveis falhas conceituais que o professor percebeu e efetue os cálculos corretos.

$$\sqrt[3]{10^8} \cdot \sqrt[4]{10^3} = 100$$

Os estudantes deverão perceber que a falha pode ter acontecido com a aplicação inadequada das propriedades das potências: no produto de potências de mesma base, devemos repetir a base e somar os expoentes, no entanto, para o resultado 100, os expoentes foram multiplicados.

$$10^{\frac{8}{3}} \cdot 10^{\frac{3}{4}} = 10^{\frac{8}{3} \cdot \frac{3}{4}} = 10^{\frac{8}{4}} = 10^2 = 100$$

A resolução correta seria: $\sqrt[3]{10^8} \cdot \sqrt[4]{10^3} = 10^{\frac{8}{3}} \cdot 10^{\frac{3}{4}} = 10^{\frac{8}{3}+\frac{3}{4}} = 10^{\frac{8}{4}} = 10^{\frac{32+9}{12}} = 10^{\frac{41}{12}}$

4. Para determinar o valor de 9^4, basta multiplicar a base 9 por ela mesma 4 vezes, como indica o expoente. Assim, temos $9^4 = 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 6561$. E, se quisermos calcular o valor de $9^{\frac{1}{2}}$, é prático escrever a potência na forma de raiz e o cálculo fica simples: $9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3$. Então, usando essas ideias, determine uma maneira prática de mostrar que $64^{\frac{2}{3}} = 16$.

Professor, a resposta é pessoal, já que os estudantes podem indicar algumas maneiras possíveis para esse cálculo. É interessante atentar para o uso das propriedades das potências e dos radicais. Uma possível resposta pode ser:

$$64^{2/3} = \sqrt[3]{64^2} = \sqrt[3]{64} \cdot \sqrt[3]{64} = 4 \cdot 4 = 16$$

5. Você e o seu colega de dupla devem, cada um, elaborar uma questão envolvendo cálculo de potência com expoente fracionário para que um solucione a do outro. Após a resolução, devolva a questão para quem elaborou corrigi-la. Discutam as questões, dando atenção ao método que cada um usou para resolvê-la.

DICA: Vocês podem retomar às atividades anteriores, dessa Sequência, para que se inspirem na elaboração da sua questão.

RESPOSTA PESSOAL: utilizando as propriedades das potências e dos radicais, determine o valor de $\sqrt{1024}$

$$\sqrt{1024} = \sqrt{2^{10}} = 2^{10/2} = 2^5 = 32$$

FINALIZANDO

Atente para o incentivo à participação de todos os estudantes durante as correções das atividades. Dessa forma, é possível identificar os que ainda apresentam fragilidades quanto aos objetos de conhecimento tratados, para planejar possíveis estratégias em busca de esclarecer essas dúvidas.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, você pode sugerir que os estudantes pesquisem problemas contextualizados envolvendo potências com expoente fracionário. Situações sobre educação financeira ou controle da população de vírus ou bactérias, por exemplo, são muito comuns. Para essa atividade, que será resolvida em sala de aula, os estudantes podem pensar em um caso que, não necessariamente, relaciona contextos reais, por exemplo: utilizando as propriedades das potências e dos radicais, determine o valor de $\sqrt{1024}$.

AULAS 7 E 8 – HORA DA RETOMADA

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

INICIANDO

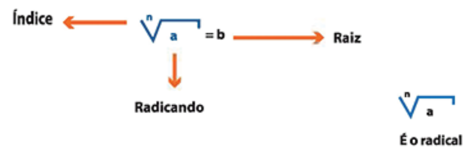
Para essas aulas, trazemos uma atividade que aborda, de maneira sistematizada, as propriedades dos radicais e uma retomada sobre alguns dos principais conceitos tratados no decorrer dessa Sequência. Assim, professor, o início pode ser por meio de um diálogo com informações sobre a proposta. Além disso, consideramos interessante esclarecimentos quanto às atividades que serão desenvolvidas nas aulas desse dia e isso poderá ocorrer à medida que se realize a leitura coletiva do **Caderno do Estudante**.

AULAS 7 E 8 – HORA DA RETOMADA: PROPRIEDADES DA POTENCIAÇÃO

OBJETIVOS DAS AULAS:

- Aplicar os conhecimentos das propriedades das operações com radicais;
- Racionalizar expressões envolvendo operações com radicais;
- Revisar os principais tópicos estudados nessa Sequência de Atividades.

1. A radiciação é a operação inversa da potenciação. Pelo que estudamos até agora, podemos interpretá-la como consequência da potenciação, na qual buscamos determinar a base quando conhecemos o expoente e o valor da potência.



$$\sqrt[n]{a} = b \quad \leftrightarrow \quad b^n = a \ (n>0)$$

Por exemplo, $\sqrt[3]{8} = 2$, porque $2^3 = 2 . 2 . 2 = 8$. Nesse caso, no radical, 8 é o radicando, 3 é o índice e 2 é a raiz. Na potência, 2 é a base, 3 é o expoente e 8 é a potência propriamente. Dentre as propriedades dos radicais, temos:

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} . \sqrt[n]{b} \qquad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

2. Os radicais $\sqrt{1024}$ e $\sqrt[10]{1024}$ não são iguais, mas e as raízes deles, são iguais? Justifique.

As raízes não são iguais $\sqrt{1024} = \sqrt{2^{10}} = 2^5 = 32$

$\sqrt[10]{1024} = \sqrt[10]{2^{10}} = 2$

3. Decomponha o radicando em fatores primos e calcule as raízes:

a. $\sqrt{625} = \sqrt{5^4} = 5^2 = 25$

b. $\sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2$

c. $\sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$

d. $\sqrt{196} = \sqrt{2^2 \cdot 7^2} = 2 \cdot 7 = 14$

e. $\sqrt{169} = \sqrt{13^2} = 13$

f. $\sqrt[3]{\frac{27}{1000}} = \sqrt[3]{\frac{3^3}{10^3}} = \frac{3}{10}$

4. Utilize as propriedades para simplificar:

a. $\sqrt[5]{2^5 \cdot x^5} = 2 \cdot x = 2x$

b. $\sqrt[6]{a^{12} \cdot b^6} = a^2 \cdot b = a^2b$

c. $\sqrt{\frac{5^4}{7^8}} = \frac{5^2}{7^4} = \frac{25}{2401}$

5. Na Matemática é comum não usar o formato de frações com radical no denominador. Por essa razão, quando isso acontece é possível racionalizá-las. Racionalizar, na prática, significa retirar o radical do denominador. Vejamos um exemplo: $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Agora, racionalize as frações abaixo:

a. $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{9}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

b. $\frac{a}{\sqrt[3]{b}} = \frac{a}{\sqrt[3]{b}} \cdot \frac{\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{b^2}} = \frac{a \cdot \sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{b^3}} = \frac{a\sqrt[3]{b^2}}{b}$

c. $\frac{-8}{\sqrt{7}+\sqrt{2}} = \frac{-8}{\sqrt{7}+\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{7}-\sqrt{2}}{\sqrt{7}-\sqrt{2}} = \frac{-8 \cdot (\sqrt{7}-\sqrt{2})}{\sqrt{7^2}-\sqrt{2^2}} = \frac{-8(\sqrt{7}-\sqrt{2})}{5}$

6. Em um programa de condicionamento físico, uma pessoa deve correr durante 7 dias. A cada dia deve percorrer uma distância igual ao dobro do dia anterior. Comecei o programa na segunda-feira, correndo 100 m. Seguindo esse programa, no total, quantos metros correrei em 7 dias?

100 + 200 + 400 + 800 + 1600 + 3200 + 6400 = 12 700m ao final dos 7 dias.

7. Na segunda-feira, 10 pessoas ficaram sabendo de uma notícia. Na terça-feira, cada uma contou a notícia para outras 10 e estas, na quarta-feira, contaram para outras 10. Nenhuma dessas pessoas sabia da notícia antes. Quantas pessoas ficaram sabendo da notícia na quarta-feira?

Na quarta-feira, ficaram sabendo, no total, $10 + 10^2 + 10^3 = 1\,110$ pessoas.

8. Um restaurante oferece três tipos de salada, três tipos de carne e três tipos de sobremesa. Quantas refeições diferentes podem ser oferecidas, se cada uma deve conter apenas uma salada, apenas um tipo de carne e somente uma sobremesa?

Podem ser oferecidas $3^3 = 27$ refeições desse tipo.

DESENVOLVENDO

Com a leitura do Caderno, os estudantes poderão realizar as **Atividades de 1 a 5**, que versam sobre os radicais. Sugerimos que sejam respondidas de maneira coletiva, disponibilizando-se tempo determinado para cada uma, com posterior discussão. Finalizada essa etapa, os estudantes, organizados em duplas, estarão envolvidos com as demais atividades. Estas trazem questionamentos em que eles precisarão resgatar os estudos, principalmente, sobre as potências. Caso considerem necessário, poderão consultar as atividades anteriores dessa Sequência. A verificação poderá acontecer por meio da resolução na lousa, com a participação dos estudantes.

FINALIZANDO

Por fim, ressaltamos que esse encontro tem um importante papel quanto à verificação do desenvolvimento das habilidades assumidas para o trabalho com essa Sequência de Atividades. Nesse sentido, o encerramento, a partir da resolução das questões propostas para as Aulas 7 e 8, deverá se articular no sentido de sistematizar os conceitos estudados sobre potências e radicais. Destacamos a relevância do envolvimento ativo dos estudantes nesses momentos.

9. Uma feira de livros foi instalada num prédio de 3 andares. Cada andar foi dividido em 3 setores. Compondo cada setor havia 3 estandes e, em cada um deles, trabalhariam 3 pessoas que foram identificadas por um crachá. Quantos crachás foram confeccionados?

Foram confeccionados, no total, $3^4 = 81$ crachás.

10. Veja o comentário que um aluno do 9º ano de uma escola fez: "Já calculei 8^4. Deu 4 096". Utilizando esse resultado é fácil determinar o valor de 2^{12}? Explique a sua resposta.

Sim, basta reescrever a potência 8^4 na forma de $(2^3)^4 = 2^{12} = 4096$.

11. Qual é o número maior:

a. 22^2 ou 2^{22}? RESPOSTA: 2^{22} é bem maior do que 22^2.

b. $(2^2)^3$ ou 2^{2^3} RESPOSTA: 2^8 é maior do que 2^6.

12. Calcule o valor de $5^{400} : 5^{397}$.

$5^{400-397} = 5^3 = 125$.

13. Represente na forma de potência:

Sentença	Potência
O dobro de 2^{10}	$2 \cdot 2^{10} = 2^{11}$
O quádruplo de 2^{10}	$2^2 \cdot 2^{10} = 2^{12}$
O quadrado de 2^{10}	$(2^{10})^2 = 2^{20}$
O cubo de 2^{10}	$(2^{10})^3 = 2^{30}$
A metade de 2^{10}	$\frac{2^{10}}{2} = 2^9$

14. Sabendo que $29^2 = 841$, quanto vale

a. $2{,}9^2$? 8,41

b. $0{,}29^2$? 0, 0841

IMAGENS E ILUSTRAÇÕES
pixabay.com - freepik.com

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Os estudantes devem chegar ao final da Sequência de Atividades sendo capazes de reconhecer e aplicar conceitos, propriedades e procedimentos em contextos que envolvam associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano e sistema de equações de 1º grau: resolução algébrica e representação no plano cartesiano.

HABILIDADES: (EF08MA07) Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano; e (EF08MA08) Resolver e elaborar situações-problema que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1 e 2 / 90 min	**Um pouco de história para estudar Álgebra**
3 e 4 / 90 min	**Diferentes representações para contextos iguais**
5 e 6 / 90 min	**Ainda sobre as diferentes representações**
7 e 8 / 90 min	**Elaborar e solucionar problemas**

ANOTAÇÕES

ANOTAÇÕES

ANOTAÇÕES

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

AULAS 1 E 2 – UM POUCO DE HISTÓRIA PARA ESTUDAR ÁLGEBRA

OBJETIVOS DAS AULAS:

- Conhecer um pouco a história do uso de equações e expressões numéricas;
- Conhecer as operações básicas envolvendo expressões algébricas com uma variável;
- Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica.

1. **Para a realização desta atividade, você deverá ler com atenção o texto abaixo, que traz informações históricas quanto a uma importante ideia estudada em Matemática. Se achar necessário, você poderá utilizar calculadora.**

A utilização das equações ganha destaque a partir da necessidade de escrita com símbolos e letras. No final do século XVI, o francês François Viète, foi o primeiro a usar as equações em seus estudos e pesquisas, e também o primeiro a estudar as propriedades das equações por meio de expressões do tipo $ax + b = 0$, sendo chamado de pai da Álgebra. Com isso, os objetos de estudo da Matemática deixaram de ser somente problemas numéricos e passaram a envolver as expressões algébricas, dando vida às equações, quando começaram a ser interpretadas como as entendemos hoje. Na atualidade, as equações são usadas, por exemplo, para determinar o lucro de uma empresa, calcular a taxa de uma aplicação financeira, fazer a previsão do tempo, entre outros.

E, devido à evolução dos estudos das equações, podemos utilizar variáveis (letras) para representar o valor desconhecido, ou seja, o que se pretende descobrir em uma equação. Estude mais sobre o surgimento das equações e expressões algébricas e traga para discussão com o professor e os colegas.

Fonte: adaptado de Matematiquês.
Disponível em: http://matematiques.com.br/conteudo.php?id=582. Acesso em: 11 out. 21.

Historiadores acreditam que os números disponíveis na *Plimpton 322* correspondem a medidas de dois dos lados de triângulos retângulos. Concordando com essa informação, vejamos um quadro com alguns valores numéricos que formam ternos pitagóricos, em que as colunas **b** e **c** são números indicados na *Plimpton 322* e, em particular, a coluna **c** mostra a medida do maior lado de um triângulo retângulo.

	a	*b*	*c*
Linha 1	120	119	169
Linha 2		3367	
Linha 3	4800		
Linha 4	13500	12709	18541
Linha 5		161	289
Linha 6	2700		3229
Linha 7	90	56	

Fonte: Andrade (2017) - Adaptada

AULAS 1 E 2 – UM POUCO DE HISTÓRIA PARA ESTUDAR ÁLGEBRA

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes dispostos em duplas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante e calculadora.

INICIANDO

Professor, propomos que a etapa inicial envolva a apresentação do Caderno do Estudante e um diálogo sobre a importância da História da Matemática como rica fonte de problemas para o estudo de diversos conceitos matemáticos. Consideramos relevante dar visibilidade às potencialidades do uso da História da Matemática em sala de aula, sobretudo na Educação Básica. Converse com os estudantes, também, sobre a utilização da calculadora para essas atividades.

DESENVOLVENDO

Feita a entrega do Caderno do Estudante, é o momento da leitura do texto introdutório da **Atividade 1**, que pode ser realizada de forma compartilhada. Converse com a turma sobre as ideias discorridas no texto e resgate o conhecimento deles sobre o Teorema de Pitágoras, a partir do exemplo apresentado. Recomende que usem a calculadora. Proponha discussão das questões com a participação dos estudantes, socializando suas resoluções. Eles podem registrá-las na lousa ou fazê-las de forma oral. As **Atividades 2 e 3** tratam das operações com expressões algébricas. É interessante começar com a leitura oral compartilhada e verificação detalhada do exemplo. Disponibilize tempo para a finalização das resoluções.

Utilizando o Teorema de Pitágoras, podemos conferir que as medidas são lados de triângulos retângulos. Por exemplo, a partir dos valores da Linha 1, teremos:

$$120^2 + 119^2 = 169^2 \rightarrow 14400 + 14161 = 28561$$

a. Assim, a partir desses dados, escreva uma expressão algébrica que representa uma relação entre os lados de triângulos retângulos:

Para a Linha 2	Para a Linha 3
$a^2 + 3367^2 = c^2$	$4800^2 + b^2 = c^2$

b. Se na Linha 2 acontecer a = 3456, qual será o valor de c?

$a^2 + 3367^2 = c^2$
$3456^2 + 3367^2 = c^2$
$c = 4825$

c. E na Linha 3, qual será o valor de b, se c = 6649?

$4800^2 + b^2 = c^2$
$4800^2 + b^2 = 6649^2$
$b = 4601$

d. O que acontece de diferente nas linhas 5, 6 e 7 em relação às linhas 2 e 3?

Nas linhas 5, 6 e 7 há apenas um valor desconhecido em cada uma. Já nas linhas 2 e 3, existem dois valores desconhecidos em cada.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, essa questão, em particular, é uma interessante oportunidade de se refletir sobre a ideia de incógnita e variável. Sugerimos que ressalte que ambas são valores desconhecidos, mas que nem toda incógnita é variável.

e. Escreva uma expressão algébrica que representa uma relação entre os lados de triângulos retângulos:

Para a Linha 5	Para a Linha 6	Para a Linha 3
$a^2 + 161^2 = 289^2$	$2\,700^2 + b^2 = 3\,229^2$	$90^2 + 56^2 = c^2$

Linha 5: $a^2 + 161^2 = 289^2$ $a = 240$

Linha 6: $2\,700^2 + b^2 = 3\,229^2$ $b = 1\,771$

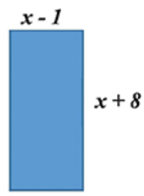
Linha 7: $90^2 + 56^2 = c^2$ $c = 106$

2. Para simplificar uma expressão algébrica, é necessário realizar todas as operações indicadas. Por exemplo, se desejarmos simplificar ao máximo a expressão $3.(5x^2 - 1) - (2x^2 - x + 3)$, aplicamos a propriedade distributiva e somamos os termos semelhantes: $3 \cdot 5x^2 + 3.(-1) - 2x^2 + x - 3 = 15x^2 - 3 - 2x^2 + x - 3 = 13x^2 + x - 6$. Agora é a sua vez! Simplifique ao máximo a expressão:

$$E = 3 \cdot (x^2 - 2x) - 2 \cdot (6x^2 - 3).$$

Ao aplicar a propriedade distributiva e realizar as adições com os termos semelhantes, obtemos: $E = -9x^2 - 6x + 6$

3. Observe a figura e responda:



Fonte: Elaborado para fins didáticos

a. Que expressão algébrica representa a área desse polígono?

$(x - 1) \cdot (x + 8) = x^2 + 7x - 8$

FINALIZANDO

Para finalizar a aula, pode-se fazer uma retomada por meio de diálogo com a turma, reforçando-se os conceitos matemáticos abordados. Nesse momento, é indispensável o incentivo quanto à participação e envolvimento dos estudantes, para que sejam capazes de se comunicar a partir de argumentos matemáticos, bem como sinalizar possíveis dificuldades quanto aos conceitos vistos.

b. Forneça uma expressão para se calcular o perímetro desse retângulo.

$2.(x - 1) + 2.(x + 8) = 2x - 2 + 2x + 16 = 4x + 14$

c. Para x igual a 6, determine:

- O valor da área da figura:

$6^2 + 7.6 - 8 = 70\ u^2$

- A medida do seu perímetro:

$4 \cdot 6 + 14 = 24 + 14 = 38\ u$

ANOTAÇÕES

AULAS 3 E 4: GRÁFICO DE UMA EQUAÇÃO DE 1º GRAU COM DUAS VARIÁVEIS

OBJETIVOS DAS AULAS:

- Modelar uma situação-problema por meio de uma expressão algébrica;
- Representar, no plano de coordenadas cartesiano, gráficos com equações do 1° grau com duas variáveis;
- Identificar relações enrte coeficientes de uma equação da forma y = ax + b com propriedades geométricas da reta que representa essa equação no plano cartesiano.

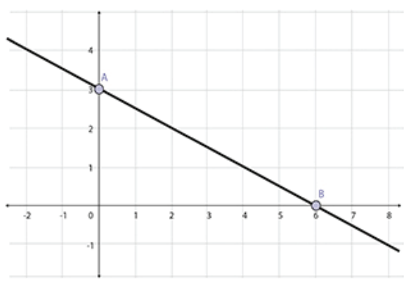
Uma equação do 1° grau com duas variáveis possui infinitas soluções que podem ser representadas por um par ordenado (x,y). Com o mínimo de dois pares ordenados, podemos representá-los graficamente em um plano cartesiano, determinando, através da reta que os une, o conjunto das soluções dessa equação.

Exemplo:

$x + 2y = 6$, para encontrarmos os pares ordenados, atribuímos valores para x e encontramos o valor de y.

Para $x = 0$, temos: $2y = 6 \rightarrow y = 3$, logo (0,3) é o par ordenado.

Para $y = 0$, temos $x = 6$, logo (6,0) é um par ordenado.



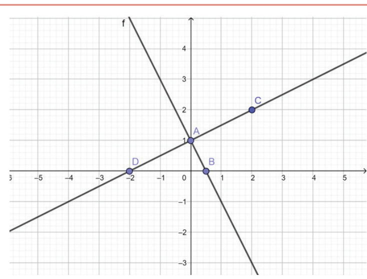
Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Unimos os pontos A e B, determinando a reta r, que contém todos os pontos soluções da equação.

1. Represente em um mesmo sistema de coordenadas cartesiano as seguintes equações lineares com dua: variáveis:

I: 2x + y = 1

II: -x + 2y = 2



Fonte: elaborado para fins didáticos.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

O lucro pode ser calculado subtraindo o custo da receita. Teremos, então, a sentença: 40L-30L-300 = 1200, através da qual calculamos que L= 150, em que L é o valor de cada livro.

AULAS 3 E 4 – DIFERENTES REPRESENTAÇÕES PARA CONTEXTOS IGUAIS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes dispostos em duplas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante, malha quadriculada (ANEXO 1) e régua.

INICIANDO

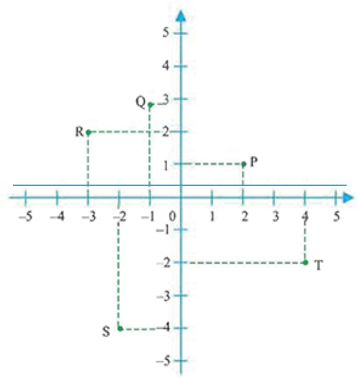
Professor, para essa aula, os estudantes irão se deparar com situações-problemas cujas atenções se voltam para o uso de representações aritméticas, algébricas e geométricas de equações do 1 º grau com duas variáveis. Desse modo, a conversa inicial deve motivá-los à leitura criteriosa do texto introdutório sobre a equação do 1º grau com duas variáveis que possui infinitas soluções, podendo ser representadas por um par ordenado (x,y). Com o mínimo de dois pares ordenados, podemos representá-los graficamente em um plano cartesiano, determinando, através da reta que os une, o conjunto das soluções dessa equação.

DESENVOLVENDO

A leitura dos problemas pode acontecer de forma coletiva, discutindo-se o ponto chave de cada atividade com toda a turma. É de suma importância esclarecer sobre as diferentes formas de representar uma mesma situação. Incentive os estudantes a perceberem que as atividades relacionam a representação aritmética com a álgebra; a **Atividade 1** representa graficamente duas equações lineares do 1º grau com duas variáveis; e que as **Atividades 2 e 3** indicam representações no plano cartesiano. Para essas últimas, caso considerem interessante, eles poderão usar a malha quadriculada (ANEXO 1) e régua. Reforce que é indispensável se envolverem efetivamente na realização das questões, em duplas. Disponibilize tempo para a resolução dos problemas.

2. (SARESP 2013) Num jogo de conquista de território, é usado um tabuleiro com o eixo das ordenadas e abscissas como base para o começo do jogo.

Duas equipes são formadas (equipe 1 e equipe 2). Cada equipe recebe 5 cartas com as coordenadas geométricas para o posicionamento de suas peças. As peças da equipe 1 estão representadas no plano cartesiano pelos pontos P, Q, R, S, e T. As coordenadas P, Q, R, S e T da equipe 1 são, respectivamente:



Fonte: Elaborado para fins didáticos

a. (2, 1); (1, 3); (3, 2); (– 2, – 3) e (4, 2).

b. (2, 1); (– 1, 3); (– 3, 2); (– 2, – 4) e (4, – 2).

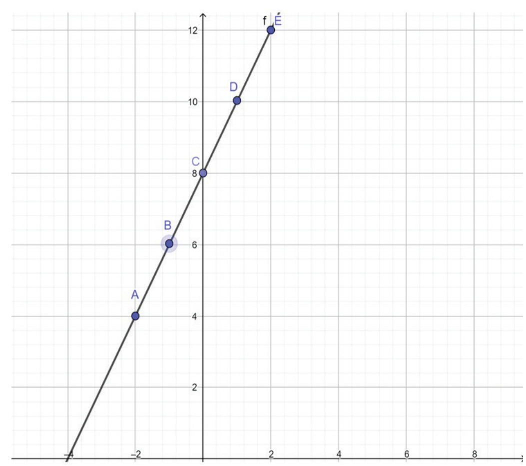
c. (1, 2); (– 1, – 3); (3, 2); (2, 3) e (– 4, 2).

d. (2, 1); (1, – 3); (– 3, 2); (– 2, – 3) e (4, – 2).

e. (1, 2); (– 1, 3); (3, 2); (2, – 3) e (4, 2).

5. Construa, no plano cartesiano a seguir, o gráfico da equação $-2x + y = 8$. Para isso, nesta atividade vamos encontrar 5 pares ordenados e traçá-los no sistema de coordenadas cartesiano. Ao demarcar os pares ordenados, a qual conclusão você chegou?

X	Y	(X, Y)
-2	4	(-2,4)
-1	5	(-1,6)
0	8	(0,8)
1	10	(1,10)
2	12	(2,12)



Espera-se que o estudante perceba que não são necessários mais que dois pontos para traçar uma reta no plano cartesiano e que a reta representa a solução da equação linear de 1ª grau com duas variáveis.

Fonte: Elaborado para fins didáticos

FINALIZANDO

Por fim, a etapa de fechamento das ações do dia pode acontecer com a verificação das resoluções de cada dupla, de maneira coletiva. É uma interessante oportunidade de os estudantes explicitarem a organização de seus pensamentos frente a cada problema. Além disso, é válido falarem sobre como articularam o trabalho colaborativo em pares. Caso sejam indicadas dúvidas, professor, busque esclarecê-las. A socialização dos caminhos usados para resolver os problemas é uma importante ferramenta para aumentar o repertório matemático dos estudantes.

AULAS 5 E 6: AINDA SOBRE AS DIFERENTES REPRESENTAÇÕES

OBJETIVOS DAS AULAS:

- Expressar o ponto de uma reta traçada no plano cartesiano por meio de uma equação da forma y = ax + b;
- Representar um sistema de duas equações de 1 ° grau por retas no plano cartesiano;
- Utilizar sistemas de equações do 1 ° grau em situações-problemas contextualizadas.

O sistema de equações lineares de 1° grau com duas variáveis é a associação entre duas equações com duas variáveis.

Exemplo: Na frutaria do senhor Jonas, entre os produtos que são vendidos, estão a banana e o abacate. Veja o preço unitário de cada uma dessas frutas.

Itens	Valor (em reais)
Melão (x)	2,00
Abacate (y)	5,00

Em um dia da semana Jonas vendeu 30 frutas e arrecadou R$ 90,00. Encontre o sistema de equações que representam essa situação e represente-o graficamente.

a. Sistema: $\begin{cases} x + y = 30\ (I) \\ 2x + 5y = 90\ (II) \end{cases}$

b. Representar graficamente: I: $x + y = 30$, para $x = 0$, $y = 30$; para $y = 0$, $x = 30$. Pares ordenados: (0,30) e (30,0); II: $2x + 5y = 90$, para $x = 0$, $y = 18$; para $y = 0$, $x = 45$. Pares ordenados: (0,18) e (45,0).

Fonte: Elaborado para fins didáticos.

A reta I, em vermelho e a reta II, em azul, representam graficamente o sistema de equação linear de 1° grau com duas variáveis. O ponto E, é a intersecção das duas retas e representa a solução do sistema linear.

y = (-x/30) + 16

Pra que nenhum consumidor deseje comprar, o livro deverá assumir o preço de R$ 16,00.

1. (SARESP - 2010) Num campeonato de futebol, os times ganham 3 pontos em cada vitória, 1 ponto por empate e O ponto por derrota. O time Cruzadão participou de 50 jogos e fez 54 pontos, tendo perdido 12 jogos. Chame de v o número de jogos que Cruzadão venceu; d o número de jogos em que foi derrotado; e e os jogos em que houve empate. Assinale a alternativa que mostra corretamente o sistema de equações que representa essa situação.

a. $\begin{cases} v + e = 50 \\ 3v + 1e = 54 \end{cases}$

b. $\boxed{\begin{cases} v + e + 12 = 50 \\ 3v + 1e = 54 \end{cases}}$

c. $\begin{cases} v + e + d = 54 \\ 3v + e + 0d = 50 \end{cases}$

d. $\begin{cases} v + e + 0{,}12 = 50 \\ 3v + 1e = 54 \end{cases}$

e. $\begin{cases} v + e + 0d = 50 \\ 3v + 1e + d = 54 \end{cases}$

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

A leitura do enunciado revela que o time Cruzadão participou de 50 jogos, logo temos que v + e + 12 = 50. Os 54 pontos foram obtidos da seguinte maneira: 3v + e = 54. Assim, temos o sistema indicado na letra B.

AULAS 5 E 6 – AINDA SOBRE AS DIFERENTES REPRESENTAÇÕES

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes dispostos em duplas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno de Atividades, malha quadriculada (ANEXO 1) e régua.

INICIANDO

Professor, para essa aula há a proposição de cinco atividades que também tratam das representações aritméticas, algébricas e geométricas de contextos. Então, o início pode ser com um diálogo de retomada sobre as atividades já realizadas com essa abordagem. Promova a leitura dirigida dos enunciados.

DESENVOLVENDO

No decorrer da aula, motive os estudantes a se envolverem ativamente na resolução dos problemas, bem como na participação durante as correções. Consideramos pertinente que as situações sejam lidas, interpretadas e resolvidas coletivamente. Convide algum estudante para a leitura em voz alta dos enunciados. Discuta com a turma os contextos e ressalte as relações entre as representações aritmética, algébrica e geométrica.

As **Atividades 1 e 2** podem ser realizadas com leitura e resolvidas de forma oral e compartilhada. Para a **Atividade 3**, é possível o uso de régua e de malha quadriculada (ANEXO 1). As discussões sobre ela devem caminhar no sentido de analisar e relacionar as formas algébrica e geométrica de retas, com vistas à verificação sobre serem paralelas ou concorrentes. A **Atividade 4** requer a resolução do sistema de equações. Aqui, os estudantes podem escolher o método que irão usar. A última atividade prevista para essa aula também recorre ao uso da malha quadriculada para representação geométrica de um sistema de equações. Professor, é muito importante acompanhar o andamento das resoluções das questões. Para isso, então, circular pela sala para observar de perto é uma boa ideia.

2. Em competições do tipo "tiro ao alvo", a pontuação depende do local em que o competidor acerta o alvo. Imagine uma situação em que existem apenas duas regiões possíveis para pontuar: A e B. Cris marcou 17 pontos ao lançar três flechas, das quais acertou uma na região A e duas na região B. Sua adversária, Kate, conseguiu 22 pontos lançando a mesma quantidade de flechas que Cris, mas acertando uma na região B e duas na região A. Considerando o desempenho das duas atletas, qual é o sistema de equações que representa mais adequadamente a pontuação de Cris e Kate?

Fonte: Elaborado para fins didáticos

a. $\begin{cases} A+B=17 \\ A+B=22 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 2A+B=17 \\ 2B+A=22 \end{cases}$

c. $\begin{cases} A+B=17 \\ 2A+2B=22 \end{cases}$

d. $\begin{cases} A+2B=17 \\ B+2A=22 \end{cases}$

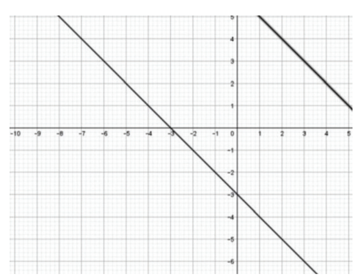
e. $\begin{cases} A+B=17 \\ 2A+B=22 \end{cases}$

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

De acordo com a leitura da situação descrita, podemos representar a pontuação de Cris e de Kate por meio de equações que compõem o sistema indicado no item D.

3. As retas x + y + 3 = 0 e x + y - 6 = 0 são paralelas. Use a malha quadriculada (**ANEXO 1**) e régua para representar r e s no mesmo plano cartesiano.

Cada estudante pode escolher os valores de x que tiver interesse, contudo, o esboço dos gráficos deve ficar dessa forma:



4. Determine o ponto de intersecção entre as retas cujas representações algébricas são: r: 2x + y - 3 = 0 e s: 4x - 3y + 9 = 0.

Podemos resolver o sistema usando o método da adição:

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \quad \cdot(-2) \\ 4x - 3y = -9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4x - 2y = -6 \\ 4x - 3y = -9 \end{cases}$$

$$-5y = -15 \Rightarrow y = 3$$

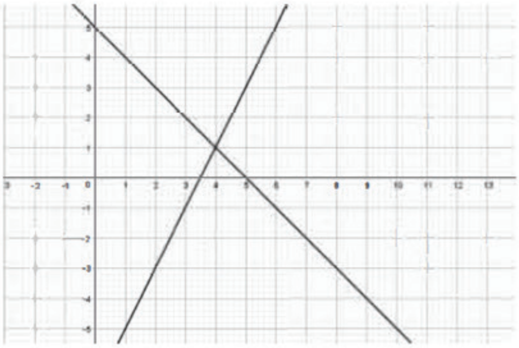
Substituindo o valor de y, obtemos: $2x + 3 = 3 \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0$

Portanto, essas retas se interceptam no ponto (0, 3).

5. Observe as representações algébricas seguintes: r: x + y – 5 = 0 e s: 2x - y - 7 = 0. Estude as duas, represente-as no plano e conclua: elas correspondem a retas paralelas ou concorrentes? Você poderá usar a malha quadriculada (ANEXO 1) e régua.

Ao escolherem os valores de x e calcularem seus respectivos valores de y, os estudantes irão marcar os pontos no plano, obtendo a figura seguinte, às quais revela que:

As retas são concorrentes e se cruzam no ponto (4, 1).



FINALIZANDO

Para finalizar a aula, é possível promover um diálogo sobre as diferentes formas de representação de contextos. Indique que as representações aritméticas, algébricas e geométricas podem ser usadas nas mais variadas situações e ressalte a importância de relacioná-las. Estimule as falas dos estudantes para esclarecimento de dúvidas e possíveis dificuldades que tenham enfrentado durante a realização das atividades.

AULAS 7 E 8 – ELABORAR E SOLUCIONAR PROBLEMAS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes dispostos em duplas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante, malha quadriculada (ANEXO 1) e régua.

INICIANDO

Professor, para as últimas aulas desta Sequência, trazemos duas atividades. O início pode ser com a leitura oral de ambas e uma conversa com informações quanto à elaboração do problema proposto pela **Atividade 2**.

DESENVOLVENDO

Para a **Atividade 1**, a proposta é que os estudantes solucionem o sistema de equações utilizando procedimentos diversos. Dessa forma, professor, sugerimos que incentive que usem cálculo mental para buscar a solução, que apliquem procedimentos algébricos e também que utilizem a representação geométrica para conferir o resultado. Para essa última opção, eles poderão recorrer à malha quadriculada contida no **ANEXO 1**. Promova um momento de socialização das diferentes maneiras de resolver problema, com reflexões a respeito. A **Atividade 2** solicita a elaboração de um problema. Na prática, oriente que cada dupla deve criar um contexto que seja possível modelar por meio de um sistema

AULAS 7 E 8 – ELABORAR E SOLUCIONAR PROBLEMAS

OBJETIVOS DAS AULAS

- Resolver sistemas de duas equações de 1° grau por diferentes estratégias (mental, processo algébrico, geométrico);
- Elaborar problemas que envolvam sistemas de equações de 1° grau;
- Utilizar sistemas de equações de 1° grau para resolver situações-problema em contexto.

1. Discuta sobre a situação seguinte com seu colega de dupla. Após isso, solucione o sistema usando cálculo mental, procedimentos algébricos e através da representação geométrica.

(SARESP - 2012) Considere o seguinte sistema: $\begin{cases} x = 3y \\ y + x = 40 \end{cases}$

Então, os valores de x e y são, respectivamente:

a. 10 e 30.
b. 3 e 40.
c. 20 e 3.
d. 30 e 10.

Fazendo x = 3y na segunda equação, ficamos com y + 3y = 40, pela qual calculamos que y = 10. Substituindo esse valor na primeira equação, temos com x = 30.

2. Agora é a sua vez! Seja criativo e, juntamente com o seu colega de dupla, elabore um problema que seja possível solucionar usando um sistema de equações. Após a elaboração, troque o seu problema com a dupla vizinha e o resolva. Para finalizar, socialize com a turma o seu entendimento sobre o problema elaborado pela outra dupla, e também o caminho que usou para resolvê-lo.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Um exemplo de problema pode ser: Em alguns clubes, os ingressos têm valores diferentes para adultos e crianças.

No Clube Dia Feliz, o ingresso para um adulto costumava ser R$ 50,00, e para uma criança, era metade desse valor. Mas, por causa da pandemia, o clube re-solveu oferecer uma promoção para os seus clientes. O ingresso para cada adulto sairia por apenas R$15,00, e para uma criança, ficaria R$10,00. Calcule o número de adultos nesse clube em um dia em que a quantidade de crianças excede em 5 a quantidade de adultos e a arrecadação, apenas com os ingressos, foi de R$550,00.

IMAGENS E ILUSTRAÇÕES
pixabay.com - freepik.com

ANEXO 1

de equações. Com o enunciado pensado e escrito, as duplas da sala devem trocar seus problemas entre si, para que uma resolva o problema da outra.

FINALIZANDO

Por fim, promova um momento de socialização. Este momento deve conter discussões sobre as questões elaboradas pelas duplas e suas respectivas resoluções. Ouvir os argumentos com atenção é muito importante. É uma interessante oportunidade de os estudantes explicitarem a organização de seus pensamentos frente a cada problema. Além disso, falar sobre como articularam o trabalho colaborativo na dupla é válido. Caso sejam indicadas dúvidas, busque esclarecê-las. A socialização dos caminhos usados para resolver os problemas é uma importante ferramenta para aumentar o repertório matemático dos estudantes.

ANOTAÇÕES

ANOTAÇÕES

ANOTAÇÕES

OLÁ, PROFESSOR!

Vale ressaltar que os estudantes devem chegar ao final da Sequência de Atividades sendo capazes de compreender a origem do número π e a sua importância para o cálculo do perímetro de uma circunferência ou parte dela. Além disso, esperamos que o aluno saiba distinguir, com clareza, ângulos inscritos de ângulos centrais e identificá-los no dia a dia, e que sejam capazes de efetuar cálculos matemáticos para determinar suas medidas e relações.

As escolhas das habilidades foram feitas por meio de análises dos resultados de avaliações internas e externas (diagnóstico de entrada e SARESP), que revelaram fragilidades dos estudantes com relação a: **(EF07MA33) Estabelecer o número π como a razão entre a medida de uma circunferência e seu diâmetro, para compreender e resolver problemas, inclusive os de natureza histórica; e (EF09MA11) Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de softwares de geometria dinâmica.**

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1 e 2 / 90 min	De onde veio o número π?
3 e 4 / 90 min	Construindo ângulos inscritos e ângulos centrais
5 e 6 / 90 min	Circunferência e suas partes
7 e 8 / 90 min	Teoria e prática

AULAS 1 E 2 - DE ONDE VEIO O NÚMERO π?

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

No primeiro momento, cada estudante deverá realizar sua atividade sozinho. Portanto, deixe as fileiras da sala em disposição tradicional.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante, barbante, tampas circulares (de embalagens de achocolatado, refrigerante, etc.), **CD/DVD** e régua graduada.

INICIANDO

Caro professor, as atividades desta Sequência propõem uma contextualização histórica do surgimento do número π. Nas as aulas 1 e 2, serão tratados a compreensão e a construção do número π por meio de razões, o cálculo de perímetro e de arcos. Sugerimos, para começar, que o **Caderno do Estudante** seja apresentado e que seja lida a contextualização histórica do surgimento do número π. É indispensável que se atente para fazer um diagnóstico do conhecimento dos estudantes sobre esse tema. Ressalte que não existia representação decimal dos números como temos hoje. As frações foram geradas por razões, as quais surgiram comparando-se uma grandeza com outra. Lembrando ainda que não havia unidades de medidas bem definidas.

Comente sobre polegada, pés e jarda. Mostre aos estudantes que pessoas diferentes têm tamanhos de mãos diferentes, e terão, consequentemente, polegadas, pés e jardas diferentes.

Cite ainda as razões trigonométricas do triângulo retângulo: seno, cosseno e tangente. Tratam-se de razões comparativas dos lados do triângulo e cada uma tem o seu objetivo. Nesses casos, não há unidade de medida definida. A tangente, por exemplo, mostra a taxa de variação de subida de uma rampa. Outra forma de apresentar essa ideia seria assim: posicione-se a uma distância de um estudante qualquer e estime a distância entre vocês dois. Questione aos alunos sobre quantos iguais a você seriam necessários para medir a distância entre você e o estudante. Nesse caso, você seria a unidade de medida.

DESENVOLVENDO

Professor, estimule os estudantes para participarem da construção do significado matemático do número π, do cálculo de perímetro e de arcos. O uso de objetos circulares diversos é fundamental, então distribua-os a fim de representar situações diversas. Para a realização, cada estudante ou dupla deve receber vários desses objetos. É importante incentivar que alguns estudantes se voluntariem para apresentar os resultados obtidos. Definindo-se quem vai iniciar, este deverá compartilhar em voz alta suas conclusões, enquanto os demais comparam com suas próprias anotações. Essas ações devem ser repetidas até que todos participem. Professor, se achar necessário, pode registrar na lousa os resultados lidos. Ao final, os estudantes, organizados em duplas produtivas, devem realizar as **Atividades 2, 3** e **4** do Caderno do Estudante, as quais abordam cálculo de perímetro e medidas de arcos.

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

AULAS 1 E 2 - DE ONDE VEIO O NÚMERO π?

OBJETIVOS DAS AULAS:
- Relacionar o comprimento da circunferência à medida de π;
- Comparar o comprimento de circunferências com seus diferentes diâmetros;
- Resolver situações-problema que envolvam comprimento de uma circunferência;
- Resolver situações-problema que envolvam comprimento de uma circunferência e ângulos.

1. Usem os objetos circulares que trouxeram de casa para preencher a tabela abaixo:

Objeto	Comprimento da Circunferência	Diâmetro	Razão entre Comprimento e Diâmetro
Tampa de Achocolatado	32,6	10,2	3,19

a. Escreva a forma decimal de cada razão que obteve.

Resposta pessoal. $\left(\dfrac{32,6}{10,2} = 3,19\right)$

b. Compare os resultados com a razão 22/7.

Resposta pessoal. Resposta esperada: Todos os resultados se aproximam da fração $\frac{22}{7}$, cuja aproximação decimal é 3,14.

c. A partir do item b elabore um parágrafo explicando que regularidade você percebeu.

Resposta pessoal. Resposta esperada: Não importa se a circunferência é grande, média ou pequena, a razão entre perímetro e diâmetro, respectivamente, sempre tende a, aproximadamente, 3,1.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, diga aos estudantes que um grego (que a história infelizmente não guardou o nome) calculou a razão entre o comprimento e o diâmetro de circunferências variadas – grandes, médias ou pequenas. O resultado era sempre o mesmo: $\frac{22}{7}$, aproximadamente 3,14 na escrita numérica atual.
É preciso orientar os estudantes sobre como obter a medida do perímetro da circunferência usando o barbante e a régua. Depois de concluir o preenchimento da tabela, é importante interpretar os dados registrados, fazendo uma observação cuidadosa, antes de começar a responder os comandos.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, o objetivo da atividade 2 é mostrar que, a partir da razão $\pi = \frac{Perímetro}{Diâmetro}$, podemos montar uma fórmula para calcular o perímetro de qualquer circunferência, desde que saibamos previamente a medida de seu raio. Na letra b, use a divisão euclidiana para falar do resto. Por que o resto é zero? E se o resto não fosse igual a 0? Mostre que o quociente indica a quantidade de voltas dadas pela roda da moto e que o resto equivale a quantos metros a roda andou da 4ª volta. Mude o valor do raio da praça caso queira provocar uma discussão sobre isso.

FINALIZANDO

Consideramos importante a correção coletiva das atividades, com o envolvimento ativo dos estudantes. Esse momento será fundamental para a identificação de possíveis dúvidas e dificuldades percebidas durante a realização, no intuito de esclarecê-las. Professor, nessa etapa cabe destacar que, inicialmente, calcularemos o número π por meio de uma razão, mas que ele não é uma razão, pois se trata de um número irracional. Refletir sobre a concepção de que as unidades temáticas não são independentes nem excludentes e que, por essa razão, é possível lidar com situações em que estão interconectadas, pode enriquecer significativamente as discussões.

Para finalizar, faça as seguintes perguntas para estudantes escolhidos aleatoriamente:

1) Como surgiu o π?
2) Como podemos calcular o comprimento de uma circunferência?
3) É possível calcular o comprimento de parte dela?

A partir das respostas dadas pelos estudantes, você poderá avaliar, de forma simples, se os objetivos foram alcançados.

d. Qual é o valor de π?

O valor de π é a razão entre o comprimento da circunferência e o seu diâmetro. Esse número é, aproximadamente, 3,14.

e. Troque a sua tabela com a de um colega ao lado e analise os resultados obtidos por ele. Escreva um parágrafo explicando o que você percebeu observando as duas tabelas, a sua e a do seu colega.

Resposta pessoal.

2. Um motociclista começa a girar em torno de uma praça, observando a bela estátua do patrono de uma cidadezinha do interior de Goiás, que está no centro da praça. Anestesiado com a sua beleza, dá exatamente três voltas completas. Supondo que a praça tenha o desenho de uma circunferência perfeita, com raio de 14 m, e que o pneu da moto tenha 70 cm de diâmetro, responda: (Utilize $\pi \cong \frac{22}{7}$.)

a. Quantos metros esse motociclista andou enquanto admirava a bela estátua?

Resolução: Uma volta tem comprimento $2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot 14 = 88$. Logo, 3 voltas totalizam $88 \cdot 3 = 264$ m.

b. Quantas voltas, aproximadamente, a roda dianteira da moto fez durante o trajeto?

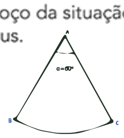
Resolução: Uma volta da roda dianteira da motocicleta tem comprimento $2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot 35 = 220\text{cm} = 2{,}2\text{m}$. Logo, o número de voltas será $\frac{264}{22} = 120$.

3. Vitor encontrou, no porão de sua casa, um relógio de pêndulo que foi do seu avô, Miguel. Nunca tinha visto um pessoalmente. Usando uma régua, concluiu que o comprimento do pêndulo era de 30 cm. Em seguida, puxou o pêndulo e, durante o seu movimento, verificou que suas posições extremas formavam um ângulo de 60°.

Fonte: Elaborado para fins didáticos

a. Faça um esboço da situação e determine, na figura, o ângulo entre suas posições extremas em graus.

Resolução:



b. Determine o comprimento do arco que a extremidade do pêndulo descreve. Use π=3,1.

Resolução: Vamos fazer uma regra de 3 simples.

$$\frac{360°}{60°} = \frac{2.\pi.30}{x} \Rightarrow 360°x = 3600°.\pi \Rightarrow x = \frac{3600}{360}.\pi \Rightarrow x = 10.3{,}1 \Rightarrow x = 31\ cm.$$

Portanto, o comprimento do arco será de 31 cm.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, veja a atividade 3. Nela vamos mostrar aos estudantes que é possível determinar perímetro de arcos de circunferência. Ajude os estudantes a concluírem que, se o pêndulo desse uma volta completa em torno de seu eixo, descreveria uma circunferência completa. Mostre que a caixa impede que isso aconteça. Desta forma, é possível observar apenas o comprimento do arco, e não do perímetro completo da circunferência.

4. Considere um relógio de ponteiros como o da figura ao lado. Esse tipo de relógio é dividido em doze partes congruentes, logo, cada parte equivale a um ângulo de $\frac{360°}{12} = 30°$. O ponteiro dos minutos (o maior) anda 30° a cada 5 minutos, enquanto o ponteiro das horas (o menor) anda 30° em uma hora. Considere que o ponteiro maior meça 10 cm, e que o ponteiro menor tenha 6 cm. Determine:

Fonte: Elaborado para fins didáticos

a. A distância percorrida pela extremidade do ponteiro maior depois de se passarem 60 minutos. (Use $\pi \cong 3$.)

Resolução: Analisando o que foi dito no texto concluímos que o ponteiro maior dará uma volta completa em uma circunferência de raio 10 cm, no período de 60 minutos. Logo, a extremidade do ponteiro maior irá deslocar $2.\pi.r=2.3.10=60$ cm.

b. A distância percorrida pela extremidade do ponteiro menor depois de se passarem 120 minutos. (Use $\pi \cong 3$.)

Resolução: Em 120 minutos, ou seja, duas hora, o ponteiro menor irá deslocar 30° + 30° = 60°. Como 60° representa $\frac{1}{6}$ de uma volta completa então a extremidade do ponteiro irá deslocar $\frac{1}{6}$ do comprimento de uma circunferência de raio 6 cm.

Logo, o ponteiro irá percorrer $\frac{1}{6}.2.3.6=6$ cm.

AULAS 3 E 4 - CONSTRUINDO ÂNGULOS INSCRITOS E ÂNGULOS CENTRAIS

OBJETIVOS DAS AULAS:

- Identificar ângulos na circunferência: inscritos e centrais;
- Diferenciar circunferência e círculo;
- Compreender a diferença entre circunferência e círculo, estabelecendo os ângulos centrais e inscritos na circunferência;
- Discutir as relações de um polígono inscrito na circunferência e as medidas de seus ângulos;
- Diferenciar ângulo inscrito de ângulo central;
- Estabelecer relações entre as medidas dos ângulos central e inscrito estabelecidos no mesmo arco da circunferência;
- Determinar medidas de ângulos por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais.

1. Com o uso do GeoGebra, podemos construir circunferências de forma muito simples.

- Abra o Aplicativo;
- Clique sobre o botão;
- No menu que irá surgir, escolha **Círculo: Centro & Raio;**
- Escolha uma posição para o centro e digite 5 para o raio, quando for pedido;
- Clique no botão de pontos A do menu e, em seguida, marque dois pontos B e C sobre a circunferência;
- Agora, vamos medir o ângulo central BÂC com o GeoGebra, clicando no botão e selecionando os pontos C, A e B, nesta ordem. Anote o ângulo central exibido em um papel;

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Na atividade 4, vamos verificar se o estudante compreendeu os conceitos de comprimento de uma circunferência e de um arco. Dê um tempinho para os alunos tentarem sozinhos, sem orientação sua. Ao final, se eles não conseguirem acertar o gabarito, faça a conclusão do exercício no quadro, tirando todas as dúvidas.

AULAS 3 E 4 - CONSTRUINDO ÂNGULOS INSCRITOS E ÂNGULOS CENTRAIS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas produtivas.

MATERIAL NECESSÁRIO

Nessa aula, faremos uso de um *software* de geometria chamado GeoGebra. Caso a escola tenha um laboratório de informática, verifique, com o responsável pelo laboratório, se o aplicativo está disponível nas máquinas. Caso não esteja, peça, com antecedência, que a instalação seja providenciada, a partir do site Geogebra.org, disponível em: <https://www.geogebra.org/download?lang=pt>. Professor, se a opção anterior não for possível, você pode instalar o programa em seu computador pessoal e, com o uso de *datashow*, executar a atividade com os estudantes. Se não for viável nenhuma das possibilidades anteriores, podemos tentar o método tradicional: régua, compasso e transferidor.

INICIANDO

Caro professor, dando sequência ao que fizemos nas aulas 1 e 2, você deve iniciar a aula relembrando o que é ângulo central e o que é ângulo inscrito (ETIM lat. *inscrīptus*, a, *um* 'escrito em ou sobre'). Falar sobre a origem desta palavra pode ser útil na compreensão do conceito matemático. Nas aulas

3 e 4, iremos diferenciar ângulos centrais de ângulos inscritos. É de suma importância mostrar que existe uma relação entre esses dois ângulos. Sugerimos, para começar, que o Caderno do Estudante seja apresentado. É indispensável que se atente para fazer um diagnóstico do conhecimento dos estudantes sobre o tema.

DESENVOLVENDO

Professor, na **Atividade 1**, trabalharemos, de forma experimental, os conceitos e propriedades de ângulos inscritos e centrais. O estudante terá a oportunidade de ver, na prática, que os livros ilustram. A ideia é a visualização dinâmica da geometria por meio do uso do GeoGebra. Devemos explorar a concretização do abstrato via *software.*

Na **Atividade 2** questione os estudantes quanto à diferença do ângulo inscrito e do ângulo central. Faça perguntas como: "Quando fazemos o giro sugerido na atividade, criamos um ângulo central ou um ângulo inscrito?"; "Teria como esse giro criar um ângulo inscrito?".

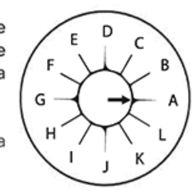
O objetivo da **Atividade 3** é mostrar ao estudante que o ângulo central é sempre maior que o ângulo inscrito de um mesmo arco.

7. Selecione agora um ponto D da circunferência que não esteja no arco $\widehat{BC}$. Note que o ângulo $C\hat{D}B$ é inscrito referente ao arco $\widehat{BC}$;
8. Meça o ângulo $C\hat{D}B$ como foi descrito no passo 6 e anote no papel. Existe relação entre as medidas de $C\hat{D}B$ e de $B\hat{A}C$?
9. Selecione um outro ponto na circunferência com as mesmas condições do ponto D. O GeoGebra automaticamente o chamará de ponto E. Como no paço 6, determine a medida do ângulo $B\hat{E}C$. O que você descobriu?
10. Escolha um novo ponto F, com as mesmas condições de D. O que você descobriu?
11. Por fim, clique no botão . Mova o ponto B para uma nova posição na circunferência, de modo que os pontos D, E e F não pertençam ao arco $C\hat{D}B$. O que aconteceu?

Redija um parágrafo contando as conclusões você obteve.

Resolução: Resposta pessoal. Esperamos que ao final dessa atividade o estudante possa concluir que ângulos inscritos têm medida igual metade do ângulo central referente ao mesmo arco e que ângulos inscritos diferentes são congruentes.

2. O dispositivo de segurança de um cofre tem o formato da figura ao lado, onde as 12 letras A, B, ..., L estão igualmente espaçadas, ou seja, o ângulo central entre duas letras vizinhas é o mesmo. A posição inicial da seta, quando o cofre se encontra fechado, é a indicada.



Fonte: Elaborado para fins didáticos

Para abrir o cofre, são necessárias três operações (o segredo), girando o disco menor a partir da posição indicada pela seta, de acordo com as seguintes instruções:

1) 120° no sentido anti-horário;
2) 270° no sentido horário;
3) 135° no sentido anti-horário.

Pode-se, então, afirmar corretamente que o cofre será aberto quando a seta estiver

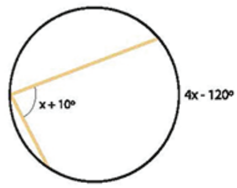
a. no ponto médio entre L e A.
b. na posição B.
c. na posição K.
d. em algum ponto entre J e K.
e. na posição H.

Alternativa A. Resolução: Depois do primeiro movimento o ponteiro irá parar alinhado com a letra E. Após o segundo movimento o ponteiro irá estar alinhado com a letra H. Finalmente, após o último movimento, o ponteiro irá parar entre as letras L e A, exatamente no meio, entre as duas.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, na atividade 2, questione os alunos quanto ao giro citado. Quando fazemos o giro sugerido na atividade, criamos um ângulo central ou um ângulo inscrito? Teria como esse giro criar um ângulo inscrito?

3. Em uma circunferência, um ângulo inscrito de medida x + 10° determina um arco de medida 4x – 120°. Calcule, em graus, o valor da incógnita x.



Resolução: Sabendo que o ângulo inscrito tem medida igual a metade da medida do ângulo central referente ao mesmo arco, temos:

$$x + 10° = \frac{1}{2}(4x - 120°)$$
$$x + 10° = 2x - 60°$$
$$x = 70°$$

4. Vamos construir um hexágono regular usando o GeoGebra? Vamos lá!

Siga as instruções:

1. Clique no botão e, no menu suspenso, selecione **Polígono Regular**;
2. Selecione dois pontos próximos, A e B. Em seguida, determine a quantidade de lados do polígono regular, digitando 6 para o hexágono.

Agora, vamos construir a circunferência circunscrita nesse hexágono:

1. Clique no botão A e selecione o menu suspenso **Ponto Médio ou Centro**;
2. Clique no interior do hexágono para que apareça o seu centro;
3. Clique no botão e selecione o menu suspenso **Círculo dados Centro e Um de seus Pontos**;
4. Selecione o ponto G (centro) e qualquer vértice do hexágono.

Pronto! Temos uma circunferência circunscrita em um hexágono regular.

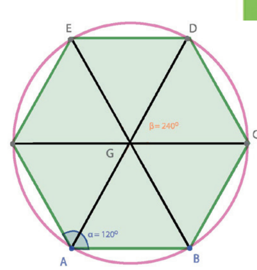
Agora, responda:

a. Qual é o valor do ângulo central referente a cada arco determinado por vértices consecutivos?

Resolução: $\frac{360°}{6} = 60°$

b. Elabore um plano utilizando os conhecimentos de ângulo central e ângulo inscrito, para determinar a medida de cada ângulo interno do hexágono regular.

Em um hexágono regular, temos 6 triângulos equiláteros inscritos. Assim, cada ângulo interno do triângulo possui 60°. Portanto, em um hexágono regular, cada ângulo interno possui 120°.



FINALIZANDO

Durante a aula, circule pela sala para atender dúvidas pontuais, caso surjam. Esta é uma forma de avaliar se tudo correu bem e se os objetivos foram alcançados, já que, na maior parte da atividade, os estudantes estarão construindo os conceitos com o uso de software.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Caso não esteja disponível o software livre Geogebra, esta atividade pode ser feita de forma manual, com régua, compasso e transferidor.

AULAS 5 E 6 - CIRCUNFERÊNCIA E SUAS PARTES

ORGANIZAÇÃO DA TURMA
Estudantes organizados em duplas produtivas.

MATERIAL NECESSÁRIO
Caderno do Estudante.

INICIANDO
Professor, chegou a hora de verificar se os conceitos que foram aprendidos nas aulas anteriores podem ser levados para o campo da abstração e auxiliarem o estudante a resolver problemas de geometria, até mesmo de situações de um cotidiano não muito distante de nossa realidade. A ideia é unir os aprendizados e aplicá-los na resolução de problemas.

AULAS 5 E 6 - CIRCUNFERÊNCIA E SUAS PARTES

OBJETIVOS DAS AULAS:
- Compreender o conceito de arco de circunferência;
- Compreender a relação entre as medidas do ângulo central e ângulo inscrito em uma mesma circunferência e no mesmo arco;
- Reconhecer ângulos centrais em uma circunferência e aplicar em situações cotidianas;
- Reconhecer a amplitude de uma circunferência completa e de uma semicircunferência;
- Comparar as relações de ângulos inscritos e centrais na circunferência para a solução de situações-problemas.

1. Seja a o menor ângulo formado pelos ponteiros da hora e dos minutos às 8h 20min. Podemos afirmar que a

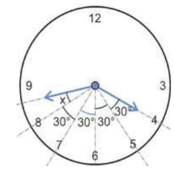
a. está entre *80°* e *90°*.

b. é maior que *120°*.

c. está entre *100°* e *120°*.

d. é menor que *90°*.

e. está entre *90°* e *100°*.



Alternativa B. Resolução: O menor ângulo formado pelos ponteiros do relógio será 4·30°+x, portanto, maior que 120°.

2. Determine a medida do menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio quando ele marca:

a. 3 horas.

b. 7 horas e 20 minutos.

c. 8 horas e 50 minutos.

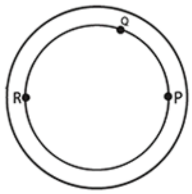
Resolução:

a. $x=30°.3=90°$

b. $x=30°.3+20.0,5°=100°$

c. $x=30°+10.0,5°=35°$

3. (ENEM – PPL-2019) Uma pista circular delimitada por duas circunferências concêntricas foi construída. Na circunferência interna dessa pista, de raio *0,3 km*, serão colocados aparelhos de ginástica localizados nos pontos *P*, *Q* e *R*, conforme a figura.



Fonte: Elaborado para fins didáticos

O segmento RP é um diâmetro dessa circunferência interna, e o ângulo $P\hat{R}Q$ tem medida igual a $\frac{\pi}{5}$ radianos.

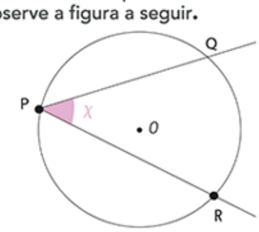
Para uma pessoa ir do ponto *P* ao ponto *Q* andando pela circunferência interna no sentido anti-horário, ela percorrerá uma distância, em quilômetro, igual a

a. $0{,}009\pi$. b. $0{,}03\pi$. c. $0{,}06\pi$. d. $\boxed{0{,}12\pi}$. e. $0{,}18\pi$.

Resolução:

Desde que $P\hat{R}Q$ é inscrito, podemos concluir que o menor arco PQ corresponde a $\frac{2\pi}{5}rad$. Portanto, a resposta é igual a $\frac{2\pi}{5} \cdot 0{,}3 = 0{,}12\pi km$.

4. Um ângulo é conhecido como inscrito quando o seu vértice for um ponto da circunferência. Quando isso ocorre, a amplitude do arco é igual à metade da medida do ângulo.
Observe a figura a seguir.



Fonte: Elaborado para fins didáticos

O arco $\widehat{QR}$ mede 122°, logo a medida do ângulo inscrito $Q\hat{P}R$ é:

Resolução: *540°:360°=1,5 voltas 900°:360°=2,5 voltas*

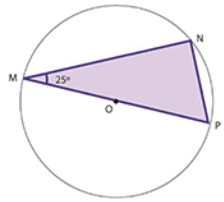
DESENVOLVENDO

Professor, a ideia é dar dinâmica para os estudantes para participarem da construção do significado matemático da medida dos ângulos central e inscrito, do cálculo de perímetro e de arcos. É interessante incentivar que alguns estudantes se voluntariem para apresentar os resultados obtidos. Definindo-se quem vai iniciar, este deverá compartilhar em voz alta suas conclusões, enquanto os demais comparam com suas próprias anotações. Essas ações devem ser repetidas até que todos participem. Professor, se achar interessante, pode registrar na lousa os resultados lidos. Ao final, os estudantes, organizados em duplas produtivas, devem realizar as atividades 2, 3 e 4 do Caderno do Estudante, as quais abordam cálculo do perímetro e medidas de arcos. Conduza a resolução de cada atividade por meio de perguntas e respostas.

FINALIZANDO

Durante a aula, circule pela sala para atender dúvidas pontuais, caso surjam. Esta é uma forma de avaliar se tudo ocorreu bem e se os objetivos foram alcançados, já que, na maior parte da atividade, os estudantes estarão construindo os conceitos com o uso de *software*.

5. Observe a figura a seguir.



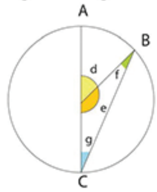
Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Os ângulos $M\hat{N}P$ e $M\hat{P}N$ valem respectivamente:

a. 90° e 25°
b. 90° e 65°
c. 180° e 90°
d. 180° e 25°

Observando os dados, temos que o arco MP mede 180° e *N* é inscrito, ele corresponde a metade de 180°, logo *N*=90°.

6. Observe a figura a seguir.



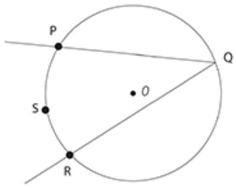
Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Como o arco BC mede 140°, determine as medidas de:

a. d.
b. e.
c. f.
d. g.

Como o arco BC, logo e=140. e + d =180 $\rightarrow$ d = 40;
f e g são iguais e medem 20° cada.

7. Observe a figura a seguir.



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

O ângulo $P\hat{Q}R$ mede 76° logo pode-se dizer que o arco PR mede:

Como a medida de um ângulo inscrito é a metade da medida do seu correspondente ângulo central e, logo, a metade da medida angular do arco por eles definido.
$PR=2{\cdot}76=152°$.

AULAS 7 E 8 - TEORIA E PRÁTICA

OBJETIVOS DAS AULAS:
- Aplicar a relação de ângulos inscritos e centrais para solucionar uma situação-problema de Geometria;
- Resolver uma situação-problema utilizando as relações de ângulos centrais e inscritos na circunferência.

1. Observe a figura. Suponha que as medidas dos ângulos $P\hat{S}Q$, $Q\hat{S}R$ e $S\hat{P}R$, assinalados na figura, sejam 45°, 18° e 38°, respectivamente. Determine a medida do ângulo PQS, em graus.

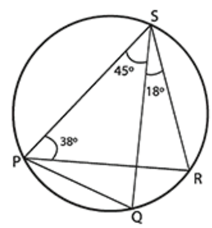
Resolução:

No ΔPRS temos: $38° + 63° + m(P\hat{R}S) = 180°$

$m(P\hat{R}S) = 79°$

Como os ângulos $P\hat{R}S$ e $P\hat{Q}S$ são inscritos, referentes ao mesmo arco, portanto congruentes.

Logo: $m(P\hat{Q}S) = 79°$



Fonte: Elaborado para fins didáticos

2. Determine a medida do ângulo x, em graus, na figura a seguir.

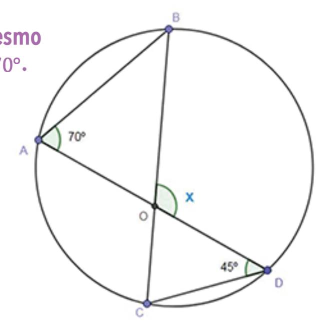
Resolução:

Como os ângulos $B\hat{C}D$ e $B\hat{A}C$ são inscritos, referentes ao mesmo arco, portanto congruentes, ou seja $m(B\hat{C}D) = m(B\hat{A}C) = 70°$.

No ΔOCD temos: $m(C\hat{O}D) + 70° + 45° = 180°$

$m(C\hat{O}D) = 65°$

Portanto, $x=80°$.



Fonte: Elaborado para fins didáticos

AULAS 7 E 8 - TEORIA E PRÁTICA

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas produtivas.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante impresso.

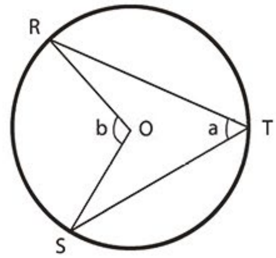
INICIANDO

Caro professor, as atividades desta Sequência propõem uma abordagem mais técnica do círculo e suas partes. Para as aulas 7 e 8, serão tratadas a compreensão e construção de todos os conceitos de círculo em atividades mais complexas, que exploram a criatividade. Sugerimos, para começar, que o Caderno do Estudante seja apresentado e lido com os estudantes. Reforce sobre a importância de ter persistência no processo de investigação do exercício de geometria. Tudo que precisamos para resolver as atividades estará descrito na figura ou no enunciado.

DESENVOLVENDO

Professor, a ideia é motivar os estudantes a participarem da construção do significado matemático da medida dos ângulos central e inscrito, do cálculo de perímetro e de arcos. É importante incentivar que alguns estudantes se voluntariem para apresentar os resultados obtidos. Definindo-se quem vai iniciar, este deverá compartilhar em voz alta suas conclusões, enquanto os demais comparam com suas próprias anotações. Essas ações devem ser repetidas até que todos participem. Professor, se achar necessário, pode registrar na lousa os resultados lidos. Ao final, os estudantes, organizados em duplas produtivas, devem realizar as atividades 2, 3 e 4 do **Caderno do Estudante**, as quais abordam cálculo do perímetro e medidas de arcos. Conduza a resolução de cada atividade por meio de perguntas e respostas.

3. (IFCE – 2012) Na figura abaixo, **R**, **S** e **T** são pontos sobre a circunferência de centro **O**. Se ***x*** é o número real, tal que a = **5x** e ***b*** = **3x + 42°** são as medidas dos ângulos **R$\hat{T}$S** e **R$\hat{O}$S**, respectivamente, pode-se dizer que:



a. $a = 30°$ e $b = 60°$.

b. $a = 80°$ e $b = 40°$.

c. $a = 60°$ e $b = 30°$.

d. $a = 40°$ e $b = 80°$.

e. $a = 30°$ e $b = 80°$.

Resolução: [A]

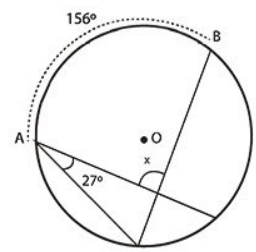
De acordo com as propriedades do ângulo inscrito, pode-se escrever que:

$$b = 2.a$$
$$3x + 42° = 2.5x$$
$$7x = 42°$$
$$x = 6°$$

Logo, $a = 5.6° = 30°$

$b = 3.6° + 42° = 60°.$

4. Na figura da circunferência de centro O, se o ângulo agudo $\hat{A}$ mede *27°* e o arco $\widehat{AB}$ mede *156°*, então qual será a medida do ângulo indicado por x?

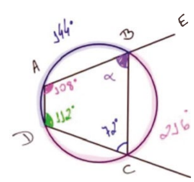


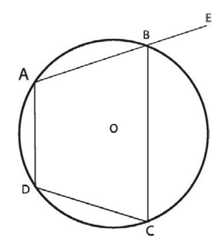
Fonte: Elaborado para fins didáticos

Resolução:

Se o arco AB mede *156°*, então o ângulo inscrito a este mede *78°*. Como a soma dos ângulos internos de um triângulo é *180°*, pode-se concluir que o ângulo complementar a x, que pertencente ao triângulo formado pelas retas com vértice em A, vale *75°*. Logo, *x=105°*.

5. Na figura, tem-se $(B\hat{A}D) = 108°$ e $(A\hat{D}C) = 112°$. Qual é a medida de $E\hat{B}C$?



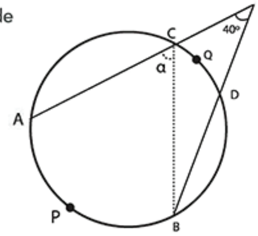


Fonte: Elaborado para fins didáticos

Observe a figura acima.

Sabendo que o ângulo central é o dobro do ângulo inscrito referente ao mesmo arco, podemos concluir que, como $(D\hat{A}B) = 108°$ seu respectivo ângulo central terá medida de 216°. Sendo assim, o replemento vale 144° e, portanto, $m(D\hat{C}B) = 72°$. Como no quadrilátero a soma dos ângulos internos é sempre 360° concluímos que $m(C\hat{B}A) = 68°$. Finalmente, temos que $m(E\hat{B}C) = 112°$, pois $E\hat{B}C$ e $C\hat{B}A$ são suplementares.

6. Se a soma das medidas dos arcos $\widehat{APB}$ e $\widehat{CQD}$ é 160°, então o ângulo a mede



Fonte: Elaborado para fins didáticos

$\boxed{\text{a. } 60°.}$ b. 65°. c. 70°. d. 75°. e. 80°.

Resolução:

Por hipótese, $m(\widehat{CQD}) + m(\widehat{APB}) = 160°$.

Logo: $2\alpha + m(\widehat{CQD}) = 160°$

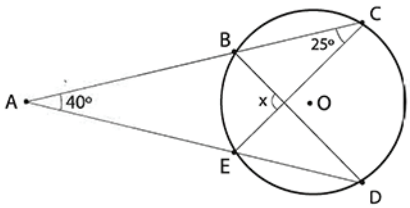
Isto implica que: $m(\widehat{CQD}) = 160° - 2\alpha$

Como $C\hat{B}D$ é inscrito, temos $m(C\hat{B}D) = \dfrac{160° - 2\alpha}{2}$.

Pelo teorema do ângulo externo, temos:

$$\frac{160° - 2\alpha}{2} + 40° = \alpha$$
$$160° - 2\alpha + 80° = 2\alpha$$
$$4\alpha = 240°$$
$$\alpha = 60°$$

7. Considere a figura abaixo.



Fonte: Elaborado para fins didáticos

A medida x do ângulo assinalado é:

$\boxed{\text{a. } 90°.}$ b. 85°. c. 80°. d. 75°. e. 70°.

Resolução: [A]

Note que $m(B\hat{D}A) = m(E\hat{C}A) = 25°$. Deste modo, como a soma dos ângulos internos de um triângulo sempre é 180°, no ΔABD teremos $m(A\hat{B}D) = 115°$. No Δ*AEC* teremos *m(AÊC)=115°*.

Finalmente, num quadrilátero a soma dos ângulos internos é sempre 360°. Sendo assim:

115°+115°+40°+x=360°

x=90°

ANOTAÇÕES

FINALIZANDO

Durante a aula, circule pela sala para atender dúvidas pontuais, caso surjam. Esta é uma forma de avaliar se os objetivos foram alcançados já que, na maior parte da atividade, os estudantes estarão construindo os conceitos com o uso de *software*.

ANOTAÇÕES

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

OLÁ, PROFESSOR!

Nesta Sequência de Atividades, falamos diretamente com você que está aí, na sala de aula, no convívio direto com os estudantes. Estes terão oportunidade, nesse momento, de se envolver com atividades que possibilitam a reto-mada de conceitos, propriedades e procedimentos essenciais para o desenvolvimento de seus conhecimentos e capacidades em Matemática.

A Sequência de Atividades deve ser desenvolvida favorecendo a interação, o compartilhamento de conhecimentos e a colaboração. Além disso, as socializações das atividades, por parte dos estudantes, são percebidas como oportunidades de serem desenvolvidas habilidades e competências que dizem respeito à cooperação, à empatia, à argumentação e à comunicação, entre outras.

Vale ressaltar que os estudantes devem chegar ao final da Sequência de Atividades sendo capazes de representar pontos no plano cartesiano e, também, identificá-los, associando aos respectivos pares ordenados de números. Além disso, o estudante deve conseguir calcular as coordenadas de pontos médicos, compreender, em situações-problema de um sistema de orientação cartesiana, a necessidade desse cálculo e entender que podemos aplicar esse conhecimento em situações corri-queiras do dia-a-dia. Por fim, o aluno deve conseguir calcular analiticamente o perímetro e a área de figuras planas dispostas em um sistema de coordenadas ortogonal qualquer.

As escolhas das habilidades foram feitas por meio das análises realizadas dos resultados de avaliações internas e externas (diagnóstico de entrada e SARESP) que revelaram fragilidades dos estudantes com relação à habilidade: (EF09MA 16) Deter-minar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano.

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1 e 2 / 90 min	Distâncias.
3 e 4 / 90 min	No meio do caminho tem um ponto médio.
5 e 6 / 90 min	Perímetro de figuras planas.
7 e 8 / 90 min	Área de figuras planas.

Caríssimo, os exercícios, que aqui apresentamos, trazem um pedacinho da realidade do aluno, através de situações-problema, sem deixar de lado a necessidade de uma pitadinha de ciência. Vale ressaltar que a Geometria Analítica também é responsável por resolver problemas do cotidiano e muito eficiente para resolver problemas da própria Matemática, como dentro da Geometria Plana. Trazemos problemas que inspiram aventuras de piratas que você, professor, pode fantasiá-las junto com seus alunos, tornando, assim, a aula mais lúdica e apaixonante. Teremos exercícios técnicos? Também! O objetivo deles é exercitar as habilidades e ferramentas analíticas que foram trabalhadas na teoria. Que sua aula seja maravilhosa, professor!

ANOTAÇÕES

ANOTAÇÕES

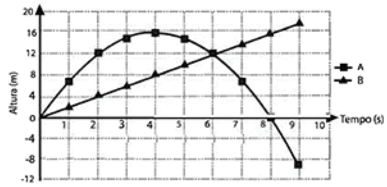
ANOTAÇÕES

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4

AULAS 1 E 2 – DISTÂNCIAS

OBJETIVOS DAS AULAS:
- Representar pontos no plano cartesiano;
- Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano;
- Calcular a distância entre dois pontos;
- Analisar as coordenadas dos pontos em um plano cartesiano e determinar a distância entre eles.

1. (ENEM-2016-Adaptado) Para uma feira de ciências, dois projéteis de foguetes, A e B, estão sendo construídos para serem lançados. O planejamento é que eles sejam lançados juntos, com o objetivo de o projétil B interceptar o A quando esse alcançar sua altura máxima. Para que isso aconteça, um dos projéteis descreverá uma trajetória parabólica, enquanto o outro irá descrever uma trajetória supostamente retilínea.



O gráfico mostra as alturas alcançadas por esses projéteis, em função do tempo, nas simulações realizadas.

A partir do que foi dito e da análise do gráfico, determine:

a. Os pares ordenados com coordenadas inteiras do foguete A que representam sua altura de acordo com o tempo. A seguir, interprete o significado de cada ponto.

Resolução:
(2,12) – em dois segundos o foguete alcançou 12 metros de altura.
(4,16) – em 4 segundos o foguete alcançou 16 metros de altura.
(6,12) – em 6 segundos o foguete alcançou 12 metros de altura, outra vez.
(8,0) – o foguete atinge o solo em 8 segundos.

b. Os pares ordenados com coordenadas inteiras do foguete B que representam sua altura de acordo com o tempo. A seguir, interprete o significado de cada ponto.

Resolução:
(2,4) – em dois segundos o foguete alcançou 4 metros de altura.
(4,8) – em 4 segundos o foguete alcançou 8 metros de altura.
(6,12) – em 6 segundos o foguete alcançou 12 metros de altura.
(8,16) – em 8 segundos o foguete alcançou 16 metros de altura.

AULAS 1 E 2 – DISTÂNCIAS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Cada aluno deverá, no primeiro momento, realizar sua atividade sozinho. Portanto, deixe a sala em disposição tradicional.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Caro professor, para as Aulas 1 e 2, dessa Sequência de Atividades, sugerimos que, em uma conversa inicial, retome os conhecimentos dos estudantes sobre a importância de se estabelecer um sistema de coordenadas. Consideramos que esse é um objeto de conhecimento que eles já estudaram, contudo, é sempre válido revisitar. Essa pode ser uma breve introdução para relembrar aos estudantes a definição e o uso do sistema de coordenadas na geometria analítica.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Na atividade 1, temos a representação do espaço tempo do lançamento de dois foguetes. É hora de explorar o significado de cada eixo e compreender o par ordenado retirado desse sistema de orientação. O par ordenado (t,d) indica que, após t segundos, o foguete A ou B encontra-se a d metros de altura com relação ao solo. Não deixe de citar Pitágoras como ferramenta auxiliar para o cálculo de distância entre dois pontos no plano cartesiano.
Comente o significado da intersecção das duas trajetórias: O ponto de intersecção seria o instante t em que os dois foguetes estão a uma mesma altura d. Professor, a conclusão da atividade 01 deve ser conduzida, por você, com cuidado para que os estudantes internalizem o conceito de localização do ponto na Geometria Analítica.

DESENVOLVENDO

Feita a retomada sobre sistemas de coordenadas e a entrega do Caderno do Estudante é o momento de fazer questionamentos, para os estudantes, sobre o sistema de coordenadas que eles têm em mente. Professor, aproveite esse momento para falar da necessidade de duas referências:
uma horizontal e uma vertical, e o quanto isso é importante para nos localizarmos. Caso considere pertinente, recomende que os estudantes registrem partes importantes da conversa. Após o diálogo inicial, disponibilize tempo para resolução das questões. Consideramos indispensável o acompanhamento da resolução por parte dos estudantes, de modo a garantir que se envolvam efetivamente. Lembre-se, professor, de incentivar a participação de todos durante a realização das atividades. Ao final da resolução de todas as questões, proponha o momento de correção coletiva com discussão dos caminhos que os estudantes usaram para resolver cada situação.

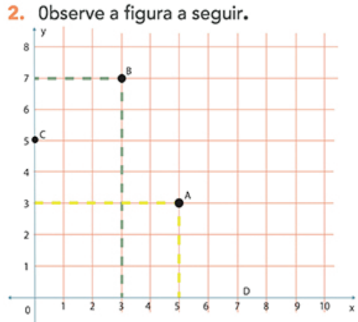
c. Com base nessas simulações, observou-se que a trajetória do projétil B deveria ser alterada para que o objetivo fosse alcançado. Por qual ponto a trajetória do projétil B deveria passar, com certeza?

Resolução: Para que a trajetória do foguete B encontre o foguete A em seu ponto máximo, o foguete B certamente, deve passar pelo ponto (4,16).

d. Sabendo o que o objetivo proposto foi alcançado, qual é a distância entre a origem do sistema cartesiano e o ponto de máximo atingido pelos foguetes A e B.

Resolução: $d = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = \sqrt{(4-0)^2 + (16-0)^2} = \sqrt{16+256} = \sqrt{272}$

2. Observe a figura a seguir.



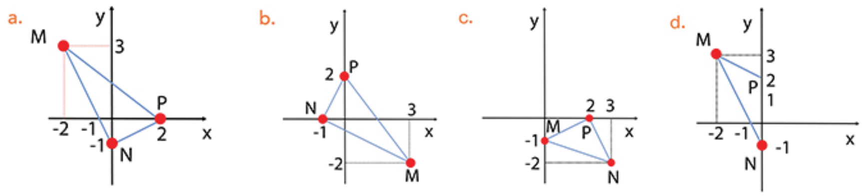
Fonte: Elaborado para fins didáticos

Analisando os dados apresentados no gráfico, é correto o que se afirma em:

a. o ponto C tem abscissa 5.
b. o ponto A tem abscissa 3 e ordenada 5.
c. o ponto D é representado pelo par ordenado (0,7).
d. o ponto C é representado pelo par ordenado (0,5).

Alternativa d.
a. o ponto C tem abscissa 0.
b. o ponto A tem abscissa 5 e ordenada 3.
c. o ponto D é representado pelo par ordenado (7,0).
d. o ponto C é representado pelo par ordenado (0,5).

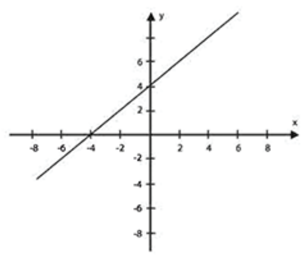
3. (Saresp) Representando no plano cartesiano os pontos M(-2, 3), N(0,-1) e P(2,0), obtém-se o triângulo MNP da figura



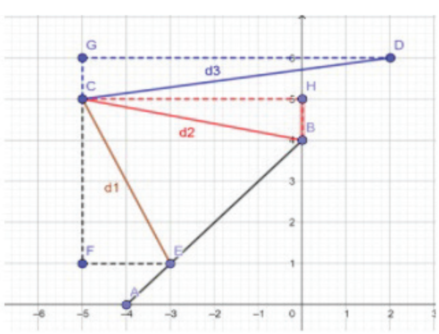
a) M(-2,3); N(0,-1) e P(2,0);
b) M(3,-2); N(-1,0) e P(0,2);
c) M(0,-1); N(3,-2) e P(2,0);
d) M(-2,3); N(0,-1) e P(0,2).

Alternativa a.

4. (ENEM – 2011 – Adaptado) Um bairro de uma cidade foi planejado em uma região plana, com ruas paralelas e perpendiculares, delimitando quadras de mesmo tamanho. No plano de coordenadas cartesianas seguinte, esse bairro localiza-se no segundo quadrante e as distâncias nos eixos são dadas em quilômetros. A reta de equação, descrita no gráfico, representa o planejamento do percurso da linha do metrô subterrâneo que atravessará o bairro e outras regiões da cidade. No ponto P=(-5,5), localiza-se um hospital público. A comunidade solicitou, ao comitê de planejamento, que fosse prevista uma estação do metrô de modo que sua distância ao hospital, medida em linha reta, não fosse maior que 5 km.



Desejando atender ao pedido da comunidade, o comitê argumentou corretamente que isso poderia ser satisfeito, pois já estava prevista a construção de uma estação em algum dos pontos (0,4), (-3,1) e (2,6). Qual desses pontos seria o mais conveniente para ser instalada a estação do metrô? Justifique sua resposta.



Para o calculo da distância entre dois pontos sem usar a fórmula, nesta atividade utilizamos a interpretação algébrica e o uso do teorema de Pitágoras para encontrar as distâncias.

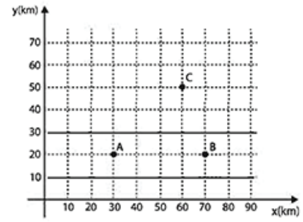
$$d1^2 = 2^2 + 4^2 = 20 \rightarrow d1 = \sqrt{20} < 5$$
$$d2^2 = 1^2 + 5^2 = 26 \rightarrow d1 = \sqrt{26} > 5$$
$$d3^2 = 1^2 + 7^2 = 50 \rightarrow d1 = \sqrt{50} > 5$$

Logo, o ponto (-3,1) atende as condições do problema.

FINALIZANDO

Para finalizar a aula, sugerimos que as questões 6 e 7 sejam concluídas com um painel de soluções. A proposta é que cada aluno registre, em uma folha separada, o detalhamento de sua resolução e exponha à turma, com a explicação da estratégia que usou para solucionar o problema, aumentando o repertório matemático dos estudantes. Nesse momento, habilidades que dizem respeito à argumentação e comunicação, por meio de conhecimentos matemáticos, estão em destaque. Além disso, valores ligados à ética e respeito com a voz do próximo, também, são trabalhados.

5. (ENEM – 2013 – Adaptado) Nos últimos anos, a televisão tem passado por uma verdadeira revolução em termos de qualidade de imagem, som e interatividade com o telespectador. Essa transformação se deve à conversão do sinal analógico para o sinal digital. Entretanto, muitas cidades ainda não contam com essa nova tecnologia. Buscando levar esses benefícios a três cidades, uma emissora de televisão pretende construir uma nova torre de transmissão que envie sinal às antenas A, B e C, já existentes nessas cidades. As localizações das antenas estão representadas no plano cartesiano:

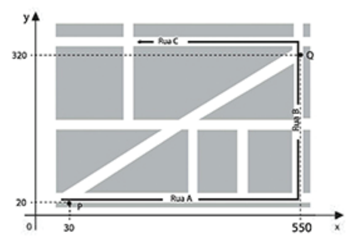


A torre deve estar situada em um local equidistante das três antenas.

Elabore uma estratégia eficiente para determinar as coordenadas do local adequado para a construção dessa torre. Tente fazer isso sem fazer uso de nenhuma fórmula.

Resolução: Resposta pessoal. Esperamos que o estudante encontre, pela análise do plano cartesiano, o ponto (50,30). De fato, partindo do ponto (50,30) e deslocando pelos traços pontilhados do plano cartesiano, sempre andaremos 3 unidades de 10 km para alcançar quaisquer um dos pontos A, B e C.

6. (ENEM – 2015) Devido ao aumento do fluxo de passageiros, uma empresa de transporte coletivo urbano está fazendo estudos para a implantação de um novo ponto de parada em uma determinada rota. A figura mostra o percurso, indicado pelas setas, realizado por um ônibus nessa rota e a localização de dois de seus atuais pontos de parada, representados por *P* e *Q*.



Os estudos indicam que o novo ponto *T* deverá ser instalado, nesse percurso, entre as paradas já existentes *P* e *Q*, de modo que as distâncias percorridas pelo ônibus, entre os pontos *P* e *T* e entre os pontos *T* e *Q*, sejam iguais.

De acordo com os dados, determine as coordenadas do novo ponto de parada. Justifique sua resposta.

Resolução: A distância entre os pontos P e Q no percurso indicado é igual a

$$(550-30)+(320-20)=820.$$

Logo, a distância entre T e os pontos P e Q deverá ser de $\frac{820}{2}=410.$ **Portanto, como** $30+410=440<550$, **segue-se que** $T=(440,\ 20)$.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, a ideia da atividade 5 é resolver um problema de distância entre dois pontos, usando a criatividade e não a fórmula. Será que o conceito de distância está bem definido na cabecinha do nosso estudante? Vamos descobrir isso na atividade. É hora de corrigir alguma falha, caso ela apareça.

AULAS 3 E 4 – NO MEIO DO CAMINHO TEM UM PONTO MÉDIO.

OBJETIVO DAS AULAS:

- Calcular o ponto médio em um segmento de reta no plano cartesiano.

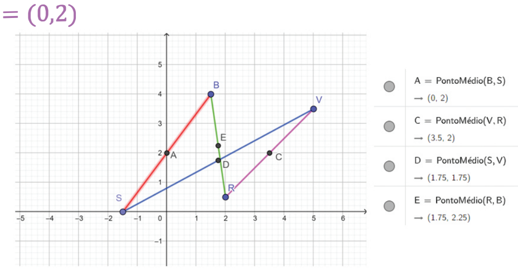
1. Observe o mapa da região Sudeste.

Imagem adaptada para fins didático.

Considere o Trópico de Capricórnio como o eixo das abscissas e o meridiano de 45° como o eixo das ordenadas. Neste sistema cartesiano, as coordenadas das cidades de São Paulo, Rio de Janeiro, Belo Horizonte e Vitória são, respectivamente, $S\left(-\frac{3}{2},0\right), R\left(2,\frac{1}{2}\right), B\left(\frac{3}{2},4\right)$ e $V\left(5,\frac{7}{2}\right)$. Todas as medidas estão em centímetros. Determine o ponto médio entre as cidades:

a. São Paulo e Belo Horizonte.

Resolução: $\left(\frac{X_S+X_B}{2},\frac{Y_S+Y_B}{2}\right)=\left(\frac{-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}}{2},\frac{0+4}{2}\right)=(0{,}2)$



Professor, a habilidade solicita a não utilização de fórmulas para encontrar o ponto médio, logo uma excelente opção é utilizar a geometria para localizar o ponto médio, utilize um software da sua escolha.

b. Rio de Janeiro e Vitória.

Resolução: $\left(\frac{X_R+X_V}{2},\frac{Y_R+Y_V}{2}\right)=\left(\frac{2+5}{2},\frac{\frac{1}{2}+\frac{7}{2}}{2}\right)=\left(\frac{7}{2},2\right)$

AULAS 3 E 4 – NO MEIO DO CAMINHO TEM UM PONTO MÉDIO.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Professor, dando sequência ao que fizemos nas **Aulas 1 e 2**, você precisa lembrar aos estudantes que precisamos utilizar a geometria para realizar as representações gráficas e encontrar os valores procurados, tendo em vista que a habilidade solicita o não uso das fórmulas de ponto médio e distância entre dois pontos

DESENVOLVENDO

Feita a retomada sobre sistemas de coordenadas e a entrega do Caderno do Estudante, vamos retomar o conceito de ponto médio e, além disso, os conceitos que podem ser construídos usando o ponto médio como matéria-prima. Um exemplo disso seria a ceviana mediana. Professor, ressalte a necessidade de determinação do ponto médio e os conceitos que o seguem em um sistema de localização. A Geometria Analítica não está apenas nos livros, ela está presente no nosso dia a dia mesmo quando não percebemos. Ela é responsável pela elucidação de problemas, tanto do nosso cotidiano quanto da própria Matemática.

Após o diálogo inicial, disponibilize tempo para que as duplas resolvam as questões. Consideramos indispensável o acompanhamento da resolução por parte dos estudantes, de modo a garantir que se envolvam efetivamente. Lembre-se, professor, de incentivar a participação de todos durante a realização das atividades.

c. São Paulo e Vitória.

Resolução: $\left(\frac{X_S+X_V}{2}, \frac{Y_S+Y_V}{2}\right) = \left(\frac{-\frac{3}{2}+5}{2}, \frac{0+\frac{7}{2}}{2}\right) = \left(\frac{\frac{7}{2}}{2}, \frac{\frac{7}{2}}{2}\right) = \left(\frac{7}{4}, \frac{7}{4}\right)$

d. Rio de Janeiro e Belo Horizonte.

Resolução: $\left(\frac{X_R+X_B}{2}, \frac{Y_R+Y_B}{2}\right) = \left(\frac{2+\frac{3}{2}}{2}, \frac{\frac{1}{2}+4}{2}\right) = \left(\frac{\frac{7}{2}}{2}, \frac{\frac{9}{2}}{2}\right) = \left(\frac{7}{4}, \frac{9}{4}\right)$.

2. Considere o triângulo ABC, onde A (2, 3), B (10, 9) e C (10, 3) representam as coordenadas dos seus vértices no plano cartesiano.

a. Esboce um plano cartesiano com esses pontos, com o eixo das abscissas e o eixo das ordenadas.

Resolução:

Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Utilizando a geometria e a álgebra, com uso de software da sua preferência.

b. $M(6,6)$;

c. $CM^2 = 3^2 + 4^2 = \sqrt{25} = 5$

d. $AM^2 = 3^2 + 4^2 = \sqrt{25} = 5$

e. $BM^2 = 3^2 + 4^2 = \sqrt{25} = 5$

b. Determine as coordenadas do ponto M, que é o ponto médio do lado AB.

Resolução: $M = \left(\frac{2+10}{2}, \frac{3+9}{2}\right) = (6,6)$.

c. Calcule a medida do segmento cujos extremos são os pontos M e C.

Resolução: $d(M,C) = \sqrt{(10-6)^2 + (3-6)^2} = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = \sqrt{16+9} = 5$

d. Calcule a medida do segmento cujos extremos são os pontos A e M.

Resolução: $d(M,A) = \sqrt{(2-6)^2 + (3-6)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-3)^2} = \sqrt{16+9} = 5$

Ao final da resolução de todas as questões, proponha o momento de correção coletiva com discussão dos caminhos que os estudantes usaram para resolver cada situação. Não esqueça de aguçar o instinto investigativo no estudante durante as atividades dessa aula.

e. Calcule a medida do segmento cujos extremos são os pontos B e M.

Resolução: $d(M,B) = \sqrt{(10-6)^2+(9-6)^2} = \sqrt{4^2+3^2} = \sqrt{16+9} = 5$

f. Que propriedade do triângulo retângulo podemos observar ao concluir os itens anteriores? Faça o esboço de tudo que você encontrou em um plano cartesiano para entender melhor.

Resolução: O triângulo ABC é retângulo em C. O ponto M é equidistante dos três vértices. Note ainda que a mediana relativa a hipotenusa tem comprimento igual a metade do comprimento da hipotenusa.

3. Foi utilizado o plano cartesiano para a representação de um pavimento de lojas. A loja A está localizada no ponto *A(1;2)*. No ponto médio, entre a loja A e a loja B, está o sanitário *S*, localizado no ponto *S(5;10)*.

Determine as coordenadas do ponto de localização da loja B.

Professor, a habilidade solicita a não utilização de fórmulas para encontrar o ponto médio, logo uma excelente opção é utilizar a geometria para localizar o ponto médio, utilize um software da sua escolha.

A loja está localizado no ponto B(9,18).

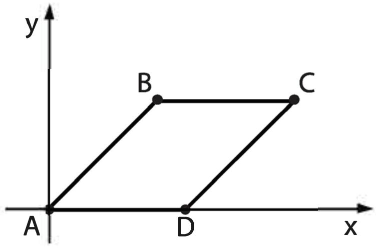
Fonte: Elaborado para fins didáticos.

4. O método analítico em Geometria é uma ferramenta muito utilizada em estudo de coordenadas. Para fazer uma aplicação desse método, um professor lançou o seguinte desafio aos seus alunos: Teriam de construir, em sistema de coordenadas, a figura de um paralelogramo ABCD, cujo ponto A está na origem; o ponto D(5,0) e a diagonal maior com extremidade estão no ponto C(9,4).

Com base nas informações, faça o esboço, em sistema de coordenadas, da figura que representa o paralelogramo. Em seguida, determine as coordenadas do ponto B.

Resolução:

Note que o lado AD do paralelogramo tem 5 unidades. Como os lados opostos do paralelogramo são paralelos e congruentes, o ponto B terá mesma ordenada de C e sua abscissa é 5 unidades menor que a abscissa de C. Deste modo, temos que B(4,4).



Fonte: o Autor

FINALIZANDO

Professor, sugiro que, durante a aula, você circule pela sala para atender dúvidas pontuais, caso surjam. Essa é uma forma de avaliar a interação dos estudantes, bem como se os objetivos foram alcançados. Isso porque, na maior parte da atividade, os estudantes estarão construindo os conceitos e fazendo cálculos e podem precisar da sua ajuda. Conceda um tempo maior para que os estudantes trabalhem a atividade 03.

AULAS 5 E 6 – PERÍMETRO DE FIGURAS PLANAS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas.

MATERIAL NECESSÁRIO

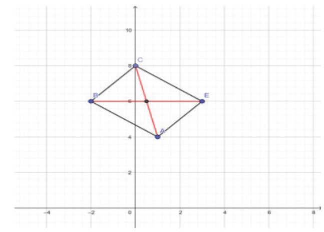
Caderno do Estudante.

INICIANDO

Professor, chegou a hora de colocar em prática o cálculo do perímetro de figuras planas, a partir das coordenadas de seus vértices em um sistema de localização. Reforce com os estudantes que, com essa técnica, podemos calcular o perímetro de uma chácara, lote, fazenda, etc. Para isso, basta ter um GPS, papel e caneta.
Mão--na-massa!

5. Em um paralelogramo, as coordenadas de três vértices consecutivos são, respectivamente, (1, 4), (–2, 6) e (0, 8). Faça um esboço dessa situação e determine as coordenadas do quarto vértice deste paralelogramo. (Dica: As diagonais de um paralelogramo se encontram no ponto médio.)

Com a utilização de software e com os dados do problemas encontramos o outro vértice do paralelogramo E(3,6)



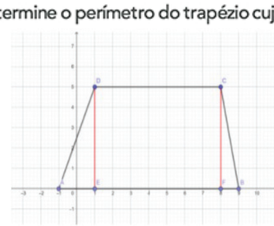
Fonte: Elaborado para fins didáticos.

AULAS 5 E 6 – PERÍMETRO DE FIGURAS PLANAS

OBJETIVO DAS AULAS:
- Calcular o perímetro de figuras planas com o auxílio do plano cartesiano.

1. A palavra "perímetro" vem da combinação de dois elementos gregos: o primeiro, *perí*, significa "em torno de", e o segundo, *metron*, significa "medida".

Determine o perímetro do trapézio cujos vértices consecutivos têm coordenadas A (–1, 0), B (9, 0), C (8, 5) e D (1, 5).



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Para encontrar o perímetro utilizamos um software para representar os lados da figura geométrica.

$$DC = 7\ u.c.$$
$$AB = 10\ u.c.$$
$$AD^2 = 2^2 + 5^2 = \sqrt{29}\ u.c$$
$$BC^2 = 1^2 + 5^2 = \sqrt{26}\ u.c$$
$$P = 7 + 10 + \sqrt{29} + \sqrt{26} = 17 + \sqrt{29} + \sqrt{26}$$

2. Dicionário:

- O triângulo equilátero possui **todos os lados congruentes**, isto é, todos os lados do triângulo possuem a mesma medida.
- O triângulo isósceles possui, pelo menos, **dois lados congruentes**, ou seja, possui dois lados iguais e um diferente.
- O triângulo escaleno possui **todos os seus lados diferentes**, ou seja, cada lado tem uma medida diferente.

Considere o triângulo de vértices A (7,3), B (-4,3) e C (-4,-2).

a. Classifique-o quanto aos lados.

Resolução: $d(A,B) = \sqrt{(-4-7)^2 + (3-3)^2} = 11$

$$d(B,C) = \sqrt{(-4+4)^2 + (-2-3)^2} = 5$$

$$d(A,C) = \sqrt{(7+4)^2 + (3+2)^2} = \sqrt{11^2 + 5^2} = \sqrt{121 + 25} = \sqrt{146}$$

Logo, o triângulo é escaleno.

Professor com representação gráfica, pode encontrar as dimensões dos lados analisando a figura. Veja resposta 2b.

b. O ΔABC é retângulo?

Resolução:

$$d(A,B) = \sqrt{(-4-7)^2 + (3-3)^2} = 11$$

$$d(B,C) = \sqrt{(-4+4)^2 + (-2-3)^2} = 5$$

$$d(A,C) = \sqrt{(7+4)^2 + (3+2)^2} = \sqrt{11^2 + 5^2} = \sqrt{121+25} = \sqrt{146}$$ **; é o maior lado do triângulo.**

Vamos verificar o teorema de Pitágoras.

$$(\sqrt{146})^2 = 11^2 + 5^2$$
$$146 = 121 + 25$$
$$146 = 146$$

Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Portanto, o triângulo é retângulo.

3. Considere o triângulo cujos vértices são $A\,(2{,}0), B\,(-1,\sqrt{3})$ e $C\,(-1,-\sqrt{3})$.

a. O ΔABC é equilátero? Justifique sua resposta.

Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Portanto o triângulo é equilátero

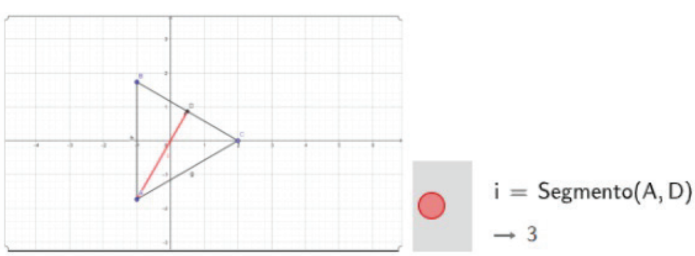
b. Determine a medida de uma mediana qualquer do triângulo ABC.

Resolução:
Determinando as coordenadas do ponto médio de BC:

$$M = \left(\frac{-1+(-1)}{2}, \frac{\sqrt{3}+(-\sqrt{3})}{2}\right) = (-1{,}0)$$

Logo:

$$d(A,M) = \sqrt{(2+1)^2 + (0-0)^2} = 3$$



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

DESENVOLVENDO

Nessa aula, sugiro que o professor deixe que os estudantes pensem 5 minutos (use o cronômetro do celular para não perder o tempo) na atividade 01 e discutam entre si (dupla). O objetivo é chegar em um acordo. Nesses 5 minutos, você não deve auxiliar, de forma alguma, nem responder perguntas teóricas. Passado o tempo estipulado, resolva o exercício, para todos os estudantes, no quadro, pedindo dicas do que fazer. Como assim? Pergunte: qual dupla conseguiu responder corretamente? O que vocês fizeram? Deixe que compartilhem as ideias com a turma toda. Em seguida, siga o mesmo roteiro com as atividades posteriores. Mantenha o padrão em todas as atividades:

- 5 minutos para pensarem sozinhos;
- Perguntas para identificar quem conseguiu fazer;
- Compartilhar entre os estudantes as respostas bem sucedidas;
- Finalizar, no quadro, a resolução do exercício.

Procedendo dessa forma, você já será capaz de identificar falhas e corrigi-las.

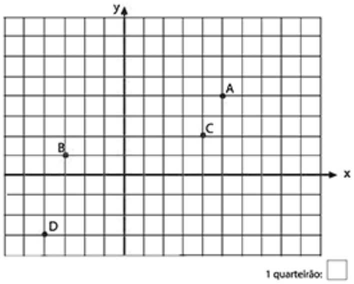
FINALIZANDO

Professor, sugerimos que, durante a aula, você circule pela sala para atender dúvidas pontuais, caso surjam. Essa é uma forma de avaliar a interação dos estudantes, bem como se os objetivos foram alcançados. Para finalizar a aula, sugerimos que cada dupla registre, em uma folha separada, o detalhamento de sua resolução e troque-a com alguma dupla vizinha, com a explicação da estratégia que usou para solucionar os problemas, aumentando o repertório matemático dos estudantes. Nesse momento, contrastar estratégias pode organizar conceitos que ainda estejam difusos.

4. Considere que os quarteirões de um bairro tenham sido desenhados no sistema cartesiano sendo, a origem, o cruzamento das duas ruas mais movimentadas desse bairro. Nesse desenho, as ruas têm suas larguras desconsideradas, todos os quarteirões são quadrados de mesma área e a medida de seu lado é a unidade do sistema.

A seguir, há uma representação dessa situação, em que os pontos A, B, C e D representam estabelecimentos comerciais desse bairro.

Suponha que Vitor tenha saído do estabelecimento A para o estabelecimento B. Quando estava no estabelecimento B, lembrou que devia comprar um presente para sua mãe no estabelecimento C. De C, foi para D e, finalmente, lembrou que tinha esquecido o celular no estabelecimento A e voltou para buscá-lo.



Fonte: Elaborado para fins didáticos

a. Qual é a distância total percorrida por Vitor?

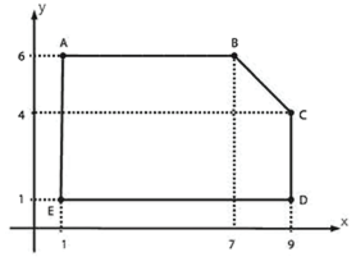
Resolução:
Anotando as coordenadas dos estabelecimentos temos: A(5,4); B(-3,1); C(4,2) e D(-4,-3).

Professor, utilize a forma geométrica para representar a figura e encontrar a distância percorrida por Vitor.

b. Qual seria o caminho mais curto que Vitor deveria percorrer para visitar todas as lojas?

Resolução:
Observando os pontos no gráfico conclui-se que:
Vitor deveria ir de A para C, de C para B e depois de B para D.

5. (ENEM – 2014 – 2º Aplicação) Um construtor pretende murar um terreno e, para isso, precisa calcular o seu perímetro. O terreno está representado no plano cartesiano, conforme a figura, no qual foi usada a escala 1:500. Use 2,8 como aproximação para $\sqrt{8}$.



De acordo com essas informações, o perímetro do terreno, em metros, é:

a. 110.

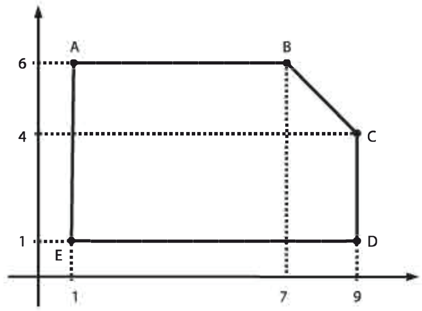
b. 120.

c. 124.

d. 130.

e. 144.

Resolução:
Considere a figura.



Fonte: o Autor

Dada a escala de 1:500 e sendo as coordenadas em centímetros, podemos concluir que cada centímetro na figura corresponde a 5 metros. Assim, queremos calcular o valor de

$$5 \cdot (d(A,\ B) + d(B,\ C) + d(C,\ D) + d(D,\ E) + d(E,\ A)).$$

É fácil ver que *d(A, B)=6cm, d(C, D)=3cm, d(D, E)=8cm e d(E, A)=5cm.* **Além disso, temos**

$$d(B,\ C) = \sqrt{(9-7)^2 + (4-6)^2} = \sqrt{8} \cong 2{,}8cm.$$

Utilize teorema de Pitágoras para encontrar a medida do segmento BC.

Portanto, o resultado é

$5 \cdot (6+2{,}8+3+8+5) = 124\ m.$

AULAS 7 E 8 – ÁREA DE FIGURAS PLANAS.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Essa aula tem uma dinâmica muito parecida com a da aula anterior. O cálculo de área e de perímetro de figuras planas andam juntas. São assuntos bem técnicos e são dependentes das coordenadas dos pontos no sistema de localização. Na prática, são bem úteis com o uso de um GPS, papel e caneta. Nessa aula, cobraremos atividades que exigem um pouco de criatividade associada a conceitos que foram trabalhados nas aulas anteriores. Enfatize o processo de investigação. Não adianta saber um monte de fórmulas, se não soubermos onde e quando usá-las. Tudo que precisamos para resolver as atividades está descrito na figura ou no enunciado. Incentive seu estudante a ser persistente, essa não é uma qualidade útil apenas para matemática, ela é importante para a vida.

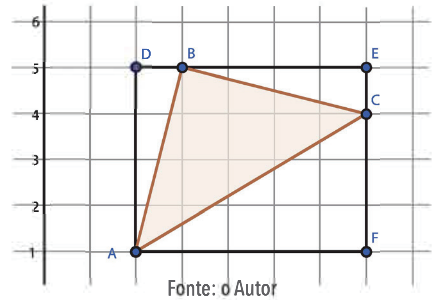
AULAS 7 E 8 – ÁREA DE FIGURAS PLANAS

OBJETIVO DAS AULAS:

- Calcular a área de figuras planas com o auxílio do plano cartesiano.

1. Para medir a área de uma fazenda de forma triangular, um agrimensor, utilizando um sistema de localização por satélite, encontrou como vértices, desse triângulo, os pontos A (2,1), B (3,5) e C (7,4) do plano cartesiano, com as medidas em km. Determine a área dessa fazenda, em km².

Resolução: Observe os pontos colocados no plano cartesiano.



Fonte: o Autor

A área do triângulo será calculada fazendo a área do retângulo menos a área dos triângulos ABD, AFC e BCE:

$$A = 5.4 - \frac{1.4}{2} - \frac{4.1}{2} - \frac{5.3}{2} = \frac{17}{2}\,u.a.$$

2. Em um sistema de coordenadas polares, P = *(6,6)* e Q = (12, 0) são dois vértices adjacentes de um quadrado. Com apenas essas informações, é possível calcular a área desse quadrado? Se for possível, determine essa área. (Justifique sua resposta.)

Resolução:

Sim, pois para calcular a área de um quadrado é preciso apenas da medida de seu lado, que neste caso é:

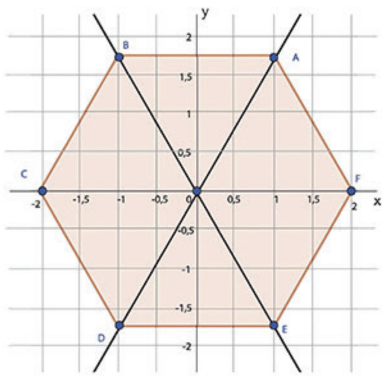
$$l = \sqrt{(12-6)^2 + (6-0)^2} = \sqrt{36+36} = \sqrt{72}$$

$$A = l^2 = 72\,u.a.$$

3. A figura representa, em um sistema ortogonal de coordenadas, uma circunferência com centro na origem do sistema e, os pontos A, B, C, D, E e F (2,0), correspondem aos vértices de um hexágono regular inscrito na circunferência.

Nessas condições, determine:

a. As coordenadas dos vértices A, B, C, D e E.



Fonte: Elaborado para fins didáticos

A$(1;\ \sqrt{3})$, pois a altura do triângulo equilátero será $\frac{l\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$;

B$(-1, \sqrt{3})$, pois é simétrico ao ponto A em relação ao eixo y;

C(-2,0), analisando o plano cartesiano;

D$(-1, -\sqrt{3})$, pois é simétrico ao ponto B em relação ao eixo x;

E$(1, -\sqrt{3})$, pois é simétrico ao ponto A em relação ao eixo x.

b. Determine a área do hexágono ABCDEF.

Resolução:

O Hexágono Regular é formado por 6 triângulos equiláteros. Precisamos então calcular a área do triângulo OAF e multiplicá—la por seis.

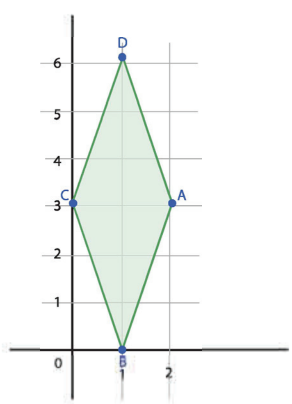
Portanto: $A_{\Delta OAF} = \frac{1}{2}|2\sqrt{3}| = \sqrt{3}$ u.a..

Finalmente, a área do hexágono ABCDEF será $6\sqrt{3}$ u.a.

4. Qual é a medida da área e do perímetro do losango cujos vértices são: A (2,3); B (1,0); C (0,3) e D (1,6)?

Utilize $\sqrt{10} = 3{,}2$.

Resolução:



Fonte: o Autor

Cálculo da área: $\frac{1}{2}.(2.3.2) = 6\ u.a.$

Cálculo do perímetro:

$$2p = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = 4.\overline{AB} = 4.\sqrt{1+9} = 4.\sqrt{10} = 4\ .\ 3{,}2 = 12{,}8\ u.c.$$

DESENVOLVENDO

Nessa aula, vamos continuar com a mesma estratégia das Aulas 5 e 6, devido ao trabalho braçal que as atividades podem exigir. Deixe que os estudantes pensem 5 minutos (use o cronômetro do celular para não perder o tempo) na atividade 01 e discutam entre si (dupla). O objetivo é chegar em um acordo. Nesses 5 minutos, você não deve auxiliar, de forma alguma, nem responder perguntas teóricas. Passado o tempo estipulado, resolva o exercício, para todos os estudantes, no quadro, pedindo dicas do que fazer. Como assim? Pergunte: qual dupla conseguiu responder corretamente? O que vocês fizeram? Deixe que compartilhem as ideias com a turma toda. Em seguida, siga o mesmo roteiro com as atividades posteriores. Mantenha o padrão em todas as atividades:

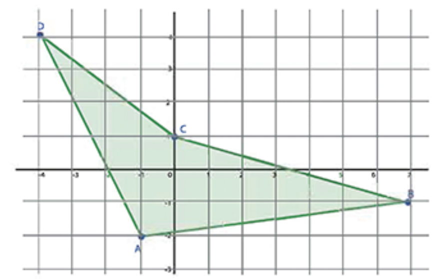
- 5 minutos para pensarem sozinhos;
- Perguntas para identificar quem conseguiu fazer;
- Compartilhar entre os estudantes as respostas bem sucedidas;
- Finalizar no quadro a resolução do exercício.

Procedendo dessa forma, você já será capaz de identificar falhas e corrigi-las.

FINALIZANDO

Professor, sugiro que, durante a aula, você circule pela sala para atender dúvidas pontuais, caso surjam. Tendo em vista que essas atividades são mais técnicas, peça aos estudantes para anotarem apenas a resposta de cada atividade, para que sejam comparadas com as respostas dos demais estudantes. Caso haja respostas divergentes, você deve ir ao quadro resolvê-lo. Desse modo, falhas poderão ser detectadas e reparadas.

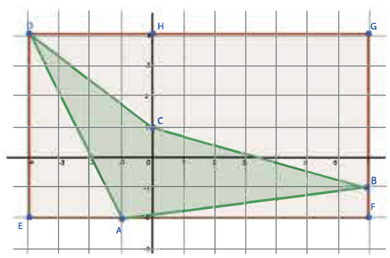
5. João é um professor de Matemática e deseja comprar uma pequena área em frente à sua casa. O preço do m² dessa área é R$ 1.000,00. Para determinar o preço que iria pagar pela área, João projetou-a sobre um plano cartesiano, conforme a figura abaixo.



Fonte: Elaborado para fins didáticos

Sabendo que as medidas em "x" e "y" são dadas em metros, qual será o preço da área?

Resolução:



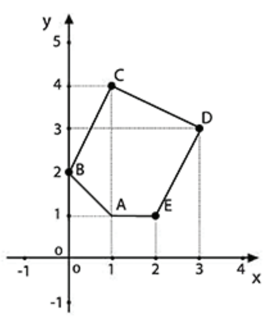
Fonte: o Autor

A área deste quadrilátero pode ser calculada fazendo a área do retângulo EFGD menos os triângulos ADE, CHD, AFB e menos o trapézio CHGB. Assim, teremos:

$$11.6-\frac{1}{2}3.6-\frac{1}{2}4.3-\frac{1}{2}8.1-\frac{1}{2}(3+5)7=19m^2$$

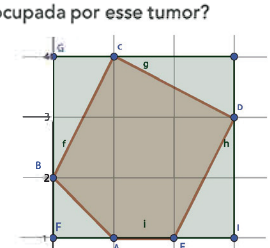
Como cada metro quadrado vale R$ 1.000,00 o valor total da área será R$ 19.000,00.

6. (USF – 2015) Por meio de uma radiografia, identificou-se um tumor no pulmão de um paciente. Para estimar o tamanho desse tumor, tomou-se um polígono, de forma aproximada, e calculou-se a área. O polígono está representado no plano cartesiano a seguir.



Qual é a área ocupada por esse tumor?

Resolução:



Fonte: o Autor

Para calcular a área total do tumor faremos a área do retângulo FGHI menos a área dos triângulos ABF, EID, BGC e CHD. Assim, teremos:

$$3.3-\frac{1}{2}1.1-\frac{1}{2}.1.2-\frac{1}{2}2.1-\frac{1}{2}.2.1=\frac{11}{2}u.a.$$

ANOTAÇÕES

ANOTAÇÕES

COORDENADORIA PEDAGÓGICA
Bianka Teixeira de Andrade Silva

DIRETOR DO CENTRO DE ENSINO MÉDIO
Vitor Emanuel Maia Ferreira

EQUIPE TÉCNICA DE MATEMÁTICA - ENSINO MÉDIO
Ana Almeida
Otavio Yamanaka
Roberta Mastrochirico
Sandra Lopes

EQUIPE DE ELABORAÇÃO
Raph Gomes Alves
Camila Naufel
Elisa Rodrigues Alves
Isadora Lutterbach Ferreira Guimaraes
Tatiane Valéria Rogério de Carvalho
Estela Choi
Giovanna Ferreira Reggio
Lilian Avrichir
Luísa Schalch
Marlon Marcelo
Veridiana Rodrigues Silva Santana
Vanuse Ribeiro
Abadia de Lourdes Cunha
Ábia Felicio
Aldair Neto
Alexsander Sampaio
Ana Luísa Rodrigues
Beatriz Kux
Camila Valcanover
Cleo Santos
Eliel Constantino da Silva
Evandro Rios
Everton Santos
Francisco Clébio de Figueiredo
Francisco de Oliveira
Gisele Campos
Gracivane Pessoa
José Cícero dos Santos
Julia Lidiane Lima Amorim
Lidemberg Rocha de Oliveira
Luciana V. Andrade
Marlene Faria
Paula Carvalho
Regina Melo
Rosana Magni
Sheilla André
Vitor Braga

REVISÃO DE LÍNGUA
Aleksandro Nunes
Aline Lopes Ohkawa
Rodrigo Luiz Pakulski Vianna
Vozes da Educação

PROJETO GRÁFICO E DIAGRAMAÇÃO
André Coruja
Sâmella Arruda
Alice Brito
Amanda Pontes
Ana Gabriella Carvalho
Cristall Hannah Boaventura
Emano Luna
Julliana Oliveira
Kamilly Lourdes
Lucas Nóbrega
Perazzo Freire
Rayane Patrício
Wellington Costa

SUPORTE A IMAGEM
Lays da Silva Amaro
Otávio Coutinho
Wilker Mad

GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
Secretaria da Educação