GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
Secretaria da Educação

APRENDER SEMPRE

VOLUME 1 - PARTE 2

1ª À 3ª SÉRIE
ENSINO MÉDIO

MATEMÁTICA
2024

PROFESSOR

Governo do Estado de São Paulo

Governador
Tarcísio de Freitas

Secretário da Educação
Renato Feder

Secretário Executivo
Vinicius Mendonça Neiva

Chefe de Gabinete
Myrian Mara Kosloski Prado

Coordenadora da Coordenadoria Pedagógica
Bianka Teixeira de Andrade Silva

Presidente da Fundação para o Desenvolvimento da Educação
Jean Pierre Neto

APRESENTAÇÃO

Estas sequências de atividades foram elaboradas com o intuito de oferecer um suporte adicional aos estudantes, auxiliando-os no processo de recuperação e aprofundamento de aprendizagens essenciais para seu percurso educacional.

Com o intuito de favorecer a aprendizagem de todos os estudantes, não deixando ninguém para trás, serão oferecidas, além das sequências de atividades, avaliações diagnósticas e formativas para acompanhar a evolução da aprendizagem dos estudantes e direcionar o ensino às suas necessidades; e formações, com foco no uso do resultado das avaliações, em metodologias que favorecem a recuperação e aprofundamento da aprendizagem, e no desenvolvimento das atividades presentes neste material.

Os materiais, as avaliações e as formações do Programa de Recuperação e Aprofundamento estão articulados entre si, fortalecendo o desenvolvimento das habilidades essenciais para o percurso educacional dos estudantes.

Essas habilidades essenciais foram selecionadas a partir de análises do Currículo Paulista no Ensino Fundamental e na 1ª série do Ensino Médio, e do Currículo Oficial vigente na 3ª série do Ensino Médio, dos resultados de avaliações externas, diagnósticas e formativas realizadas pela SEDUC-SP, em um trabalho conjunto entre a equipes curriculares da Coordenadoria Pedagógica (COPED), PCNP e professores da rede. Considerando a importância da continuidade do trabalho de recuperação iniciado em 2020, a matriz de habilidades essenciais que serviu de base a este material, foi elaborado tendo em conta um ciclo de progressão das aprendizagens de 2020 a 2021.

As sequências de atividades contam com orientações didáticas que auxiliarão no trabalho para o desenvolvimento das habilidades essenciais de cada ano/série, de forma articulada aos demais materiais disponibilizados pela SEDUC.

Para favorecer esse entrelaçamento, há indicações de como utilizar as sequências de atividades juntamente com os materiais didáticos Currículo em Ação / São Paulo Faz Escola.

Cada professor, a partir de seu contexto, poderá utilizar essas sequências de atividades para promover o desenvolvimento dos estudantes, de acordo com as necessidades de cada um, com o objetivo de oferecer a todos oportunidades de aprendizagem, não deixando ninguém para trás.

Desejamos a todos um excelente trabalho!

Coordenadoria Pedagógica - Coped

ANOTAÇÕES

1ª SÉRIE

2º BIMESTRE

2º bimestre			ARTICULAÇÃO DE MATERIAIS
	Objetos de Conhecimento	Habilidades	
SA 5	Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.	**(EF07MA08)** Ler, compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.	**Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 7º ano** V.2, na Situação de Aprendizagem 1 ATIVIDADE 1 – COMPARAÇÃO DE FRAÇÕES ATIVIDADE 2 – PROBLEMAS DE RAZÃO ENTRE PARTES DE UMA GRANDEZA ATIVIDADE 3 – FLUXOGRAMA E PASSOS DE UM GRUPO DE PROBLEMAS
SA 6	Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero.	**(EF07MA27)** Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamento.	**Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 7º ano** V.4, na Situação de Aprendizagem 2 ATIVIDADE 3 – POLÍGONOS REGULARES E ÂNGULOS INTERNOS ATIVIDADE 4 – POLÍGONOS REGULARES: ÂNGULOS INTERNOS E EXTERNOS ATIVIDADE 5 – CONSTRUÇÃO DE LADRILHOS ATIVIDADE 6 – LADRILHAMENTO
SA 7	Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais.	**(EF09MA24*)** Identificar e calcular as relações de proporcionalidade dos segmentos determinados por retas paralelas cortadas sais (teorema de Tales).	**Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 9º ano** V.1, na Situação de Aprendizagem 5 ATIVIDADE 1 – RELAÇÕES ENTRE OS ÂNGULOS FORMADOS POR RETAS PARALELAS CORTADAS PELA RETA TRANSVERSAL. ATIVIDADE 2 – DEMONSTRAÇÃO DE ALGUMAS PROPRIEDADES ATIVIDADE 3 – O "X DA QUESTÃO"! V.1, na Situação de Aprendizagem 6 ATIVIDADE 1 – TIROLESA ATIVIDADE 2 – RAZÃO PARA VIDA E PARA MATEMÁTICA ATIVIDADE 3 – APROFUNDANDO O CONHECIMENTO EM RAZÃO ENTRE SEGMENTOS ATIVIDADE 4 – TEOREMA DE TALES – APLICAÇÃO
SA 8	Volume de prismas e cilindros.	**(EF09MA19)** Resolver e elaborar situações-problema que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas.	**Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 9º ano** V.4, na Situação de Aprendizagem 4 ATIVIDADE 1 – ESTUDO SOBRE PRISMAS E CILINDROS ATIVIDADE 2 – RESOLUÇÃO DE SITUAÇÕES-PROBLEMAS

1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 5

OLÁ, PROFESSOR!

Os estudantes deverão chegar ao final desta Sequência de Atividades (SA) com habilidades desenvolvidas de modo que consigam ler, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador. Sendo assim, esperamos que, ao final do estudo desta habilidade, os estudantes resolvam problemas envolvendo o significado de frações e que apliquem tais significados em diferentes contextos na Matemática, nas demais áreas do conhecimento e no cotidiano.

HABILIDADE: (EF07MA08) Ler, compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1 e 2 / 90 min	REVISANDO O SIGNIFICADO DE FRAÇÕES
3 e 4 / 90 min	OS DIVERSOS TIPOS DE FRAÇÕES
5 e 6 ª/ 90 min	FRAÇÃO: A IDEIA DE RAZÃO
7 e 8 / 90 min	RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO FRAÇÕES

Professor, para ajudá-lo nessa ação, a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo fornecerá, por meio do Centro de Mídias, formação continuada quinzenal acerca das Sequências de Atividades, nos momentos das Aulas de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPCs). Desejamos a você e a nossos estudantes um ótimo trabalho!

ANOTAÇÕES

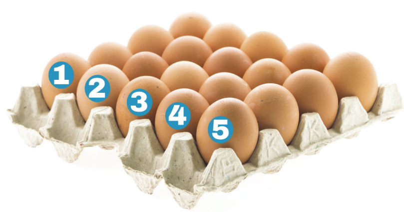
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 5

AULAS 01 E 02: REVISANDO O SIGNIFICADO DE FRAÇÃO

Objetivos das aulas:
- Reconhecer o significado de fração;
- Identificar fração com o significado de parte de inteiros;
- Relacionar frações pela equivalência;
- Comparar frações menores e maiores do que um inteiro.

Caro estudante, para o desenvolvimento das atividades, será necessário relembrar alguns significados de fração. Sendo assim, fique atento aos comentários e possíveis complementos que o professor fará no decorrer das aulas para superar possíveis dúvidas.

1. Uma bandeja contém 20 ovos.



Fonte: Elaborado para fins didáticos

a. Quantos ovos há em $\frac{1}{4}$ dessa bandeja?

Resolução:
$\frac{1}{4} \times \frac{20}{1} = \frac{20}{4} = 5$. Há, em $\frac{1}{4}$ dessa bandeja, cinco ovos. É oportuno trabalhar, a partir do contexto desta atividade, o significado de fração.

AULAS 01 E 02: REVISANDO O SIGNIFICADO DE FRAÇÃO

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize os estudantes em fileiras em formato de U ou em círculo.

MATERIAIS

Caderno do Estudante, calculadora e canetinhas para colorir.

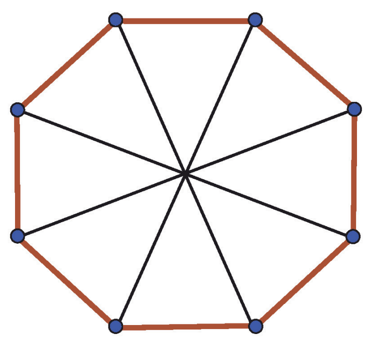
INICIANDO

Professor, para as aulas 1 e 2 desta Sequência de Atividades, primeiramente converse com os estudantes no sentido de diagnosticar o que eles reconhecem ou lembram sobre o significado de fração. Utilizando a lousa, verifique se os estudantes reconhecem: numerador, denominador, parte, todo, frações equivalentes e divisão de frações. Você pode utilizar uma maçã para mostrar a ideia de fração ou realizar uma atividade lúdica com a caixa de pizza. É interessante encaminhar a discussão no sentido de orientá-los quanto à importância do estudo dos números racionais e suas

b. Para fazer quatro pudins, foram usados $\frac{3}{4}$ dos ovos dessa bandeja. Quantos ovos foram usados?

Resolução:
$\frac{3}{4} \times \frac{20}{1} = \frac{60}{4} = 15$. Foram usados 15 ovos para fazer os quatro pudins.

2. Observe o octógono regular abaixo:



Fonte: Elaborado para fins didáticos

a. Considerando que o octógono é regular e está dividido em oito partes iguais, $\frac{3}{4}$ desse polígono equivale a quantas de suas partes?

Resolução:
Espera-se que o estudante utilize a estratégia $\frac{3}{4} \times \frac{8}{1} = \frac{24}{4} = 6$. Logo, $\frac{3}{4}$ do octógono equivale a seis partes. É oportuno, neste item, trabalhar o significado de parte de inteiros.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR Professor, o esperado é que o estudante pinte seis partes do octógono. É oportuno, nessa atividade, revisar o significado de parte e todo. Se necessário, apresente outros exemplos para aprofundar o significado de parte e todo das frações. É interessante, nesse item, trabalhar o significado de parte de inteiros.

diferentes representações (fracionária ou decimal). Por se tratar de estudantes do Ensino Médio, se achar pertinente, revisite, junto com a turma, os demais conjuntos de números que antecedem os números racionais (Naturais e Inteiros), através de um diagrama. Após essa breve conversa de introdução, os estudantes poderão receber o Caderno do Estudante, realizando, em seguida, a leitura coletiva de alguns conceitos sobre fração e as atividades propostas.

DESENVOLVENDO

Para desenvolver a atividade lúdica com a caixa de pizza, desenhe sete círculos na lousa, divididos em 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8 partes iguais. Divida os estudantes em sete grupos e dê uma embalagem de pizza para cada grupo. Peça que cada grupo escolha um dos círculos desenhados ou realize um sorteio para fazer tal distribuição. Em seguida, solicite que recortem a embalagem de pizza de acordo com as partes do círculo escolhido ou sorteado. Em cada parte cortada, peça que anotem a fração correspondente à fatia. No decorrer das discussões, o objetivo é explorar, de maneira lúdica, a ideia de parte e de todo. É oportuno, neste momento, observar possíveis dificuldades dos estudantes no conceito do todo e das partes de uma fração. Após a realização desse exercício lúdico, sugira que todos resolvam as atividades propostas nesta Sequência.

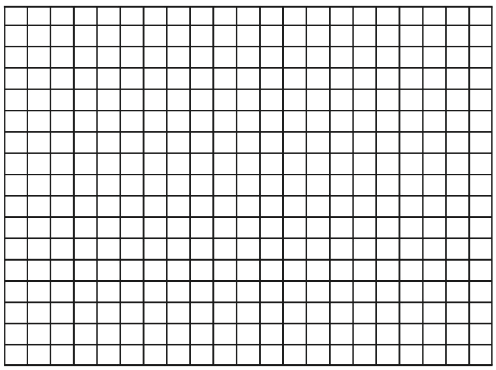
FINALIZANDO

Avalie as resoluções das atividades, identifique se houve dúvidas nas resoluções, analise as estratégias dos estudantes e as corrija, complementando com o que você, professor, achar pertinente. Se possível, convide as duplas para apresentarem suas respostas na lousa.

b. Utilize um lápis colorido e pinte as partes do octógono correspondentes à fração $\frac{3}{4}$.

Resolução:
O esperado é que o estudante pinte seis partes do octógono.

3. Dada a malha quadriculada abaixo:



Fonte: Elaborado para fins didáticos

a. Pinte de verde metade da malha.

Professor, o esperado é que o estudante pinte 50 quadradinhos, ou seja, metade do quadriculado.

b. Pinte de vermelho $\frac{3}{6}$ da malha.

A resposta esperada é que o estudante pinte de vermelho a outra metade do quadriculado.

c. Compare a parte pintada em verde com a parte pintada em vermelho e redija a conclusão encontrada.

Espera-se que os estudantes observem que as partes pintadas representam a mesma quantidade, e, portanto, são frações equivalentes.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, o objetivo do item b é trabalhar o significado de frações equivalentes. Discuta com os estudantes a definição de frações equivalentes e também os processos para simplificações de frações, faça exemplos na lousa e instigue os estudantes a participarem das discussões.

4. Verifique quais frações apresentadas nas alternativas a seguir são equivalentes à fração $\frac{5}{7}$.

a. $\frac{30}{42} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$ (são equivalentes)

b. $\frac{135}{185} = \frac{5}{7}$ (são equivalentes)

c. $\frac{500}{700} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$ (são equivalentes)

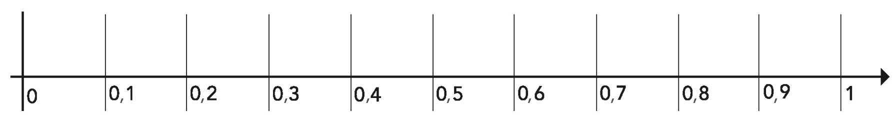
d. $\frac{75}{105} = \frac{27}{37}$ (não são equivalentes)

e. $\frac{20}{28} = \frac{15}{21} = \frac{5}{7}$ (são equivalentes)

f. $\frac{50}{78} = \frac{25}{39}$ (não são equivalentes)

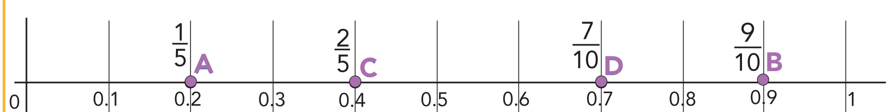
Simplificando as frações para verificar se são equivalentes.

5. Represente as frações $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{9}{10}$ e $\frac{7}{10}$ na reta numérica abaixo.



Fonte: Elaborado para fins didáticos

Resolução:



CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, o objetivo dessa atividade é comparar frações menores e maiores do que um inteiro. Discuta com os estudantes qual foi a relação que eles perceberam entre o numerador e o denominador da fração com o número inteiro um.

6. Utilizando os sinais de < (menor), > (maior) e = (igual), compare as frações abaixo:

a. $\frac{5}{4} < \frac{9}{7}$

b. $\frac{8}{9} < \frac{10}{7}$

c. $\frac{7}{3} > \frac{15}{7}$

d. $\frac{17}{7} < \frac{8}{3}$

e. $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$

f. $\frac{13}{7} > \frac{3}{7}$

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, é esperado que o estudante efetue as divisões do numerador pelo denominador de cada fração para observar qual delas é maior, menor ou igual. No momento da correção, você pode comparar as frações menores e maiores do que um inteiro. Se necessário, estenda a ideia apresentando outros exemplos.

7. (AAP, 2019) O Brasil já foi chamado de celeiro do mundo, graças à grande área de terra agricultável existente. Observe alguns dados de colheita:

I - Na cidade A, foram colhidas $\frac{12}{30}$ das sacas de café esperadas por hectare.

II - Na cidade B, foram colhidas $\frac{20}{40}$ das sacas de soja esperadas por hectare.

III - Na cidade C, foram colhidas $\frac{20}{50}$ das sacas de milho esperadas por hectare.

IV - Na cidade D, foram colhidas $\frac{25}{30}$ das sacas de algodão esperadas por hectare.

Assinale a alternativa que apresenta colheitas com frações equivalentes.

a. I e IV.

b. I e III.

c. II e III.

d. II e IV.

Resolução: Alternativa B. Professor, simplifique todas as frações postas nos itens

$$\mathrm{I} \rightarrow \frac{12}{30} = \frac{2}{5},\ \mathrm{II} \rightarrow \frac{20}{40} = \frac{1}{2},\ \mathrm{III} \rightarrow \frac{20}{50} = \frac{2}{5} \text{ e } \mathrm{IV} \rightarrow \frac{25}{30} = \frac{5}{6}.$$

A partir dos resultados das simplificações, reforce o significado de equivalência de frações.

8. (AAP, 2014) Oito pessoas entram em uma pizzaria e pedem três pizzas grandes, cada uma cortada em oito pedaços. Para as pizzas não esfriarem, solicitam ao garçom que traga uma pizza de cada vez e sirva sempre um pedaço para cada um. Que fração representa a quantidade de pedaços de pizza que cada uma das oito pessoas comeu?

a. $\frac{3}{24}$

b. $\frac{1}{24}$

c. $\frac{24}{3}$

d. $\frac{2}{24}$

Resposta: Alternativa A

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Atividade 1

Professor, nesta atividade, os estudantes devem observar uma seleção de frações para organizá-las na ordem crescente. Desse modo, é necessário que eles desenvolvam a operação de divisão do numerador pelo denominador para encontrar um número decimal e, assim, analisá-los e compará-los (se são maiores ou menores) e fazer a organização solicitada. Na seleção, são apresentadas frações próprias, impróprias e de número misto. Assim, recorde com os estudantes sobre a diferença entre esses diversos tipos de fração.

AULAS 03 E 04: OS DIVERSOS TIPOS DE FRAÇÕES

Objetivos das Aulas
- Reconhecer os diversos tipos de frações;
- Representar, comparar e ordenar frações própria, imprópria, mista e aparente na reta numérica.

Caro estudante, para o desenvolvimento das atividades, será necessário relembrar o conceito e os significados das frações próprias, impróprias e aparentes. Neste sentido, você deve ficar atento aos comentários e possíveis complementos que o professor fará ao decorrer das aulas. Seu/sua professor/professora irá sortear os ajudantes. Busque os nomes dos/das colegas na lista da turma e escreva aqui:

1. Podemos encontrar diversos tipos de frações, podendo ser classificadas como próprias, impróprias, mistas ou aparentes.

1) **Frações próprias:** são aquelas em que o numerador é menor que o denominador. São as frações com quantidades menores do que um inteiro, por exemplo: $\frac{3}{5}$.	2) **Frações impróprias:** são aquelas em que o numerador é maior que o denominador. São as frações com quantidade maior que um inteiro, por exemplo: $\frac{5}{3}$.
3) **Frações mistas:** são aquelas formadas por uma parte inteira e uma parte não inteira. É uma outra forma de escrever uma fração imprópria, por exemplo: $2\frac{3}{5} = \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{3}{5} = \frac{13}{5}$	4) **Frações aparentes:** são as frações em que o numerador é divisível pelo denominador, ou seja, o resto da divisão é zero, por exemplo: $\frac{9}{3} = 3$.

2. Considere as seguintes frações.

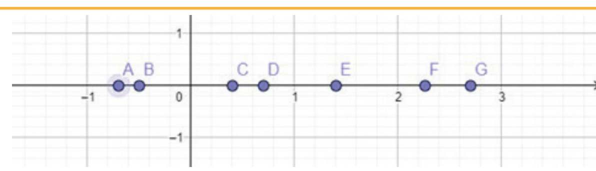
$\frac{5}{7}$ $\frac{7}{5}$ $2\frac{2}{3}$ $\frac{-5}{7}$ $\frac{-1}{2}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{9}{4}$

a. Disponha essas frações em ordem crescente.
b. Represente essas frações na reta numérica.

Para colocar na ordem crescente e depois representar na reta numérica essas frações, é necessário efetuar a operação de divisão entre numerador e denominador, para melhor observar a ordenação entre elas.

$$\frac{5}{7} = 0{,}7;\ \frac{7}{5} = 1{,}4;\ 2\frac{2}{3} = \frac{8}{3} = 2{,}7;\ -\frac{5}{7} = -0{,}7;\ -\frac{1}{2} = -0{,}5;\ \frac{4}{9} = 0$$

a) $A = -\frac{5}{7}; B = -\frac{1}{2}; C = \frac{4}{9}; D = \frac{5}{7}; E = \frac{7}{5}; F = \frac{9}{4}; G = 2\frac{2}{3}$



Fonte: elaborado para fins didáticos.

AULAS 03 E 04: OS DIVERSOS TIPOS DE FRAÇÕES

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Sugira que os estudantes formem duplas e organize as carteiras em fileiras em formato de U ou em círculo.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante e calculadora.

INICIANDO

Estão programadas, para estas aulas, atividades de cunho exploratório, ou seja, o objetivo é primeiramente observar as respostas dos estudantes sobre as características das frações quando sua razão é maior que um inteiro. Prossiga falando sobre os tipos de frações, representando-as, comparando-as e ordenando-as, utilizando suas diferentes representações. É oportuno explorar o significado de números decimais exatos, dízimas periódicas e números mistos em suas respectivas formas fracionárias (frações próprias, impróprias e aparentes) na reta numérica.

DESENVOLVENDO

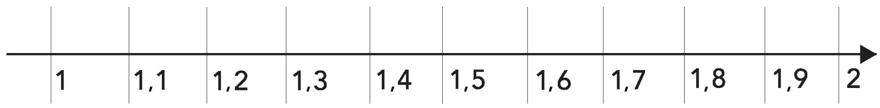
Mantenha a sala organizada. Solicite aos estudantes que, em duplas, analisem e resolvam as atividades das respectivas aulas. Circule pela sala, enquanto eles discutem e respondem as questões. Observe as discussões das duplas e, se necessário, oriente-as sobre possíveis dúvidas que surgirem. Pergunte: "Como vocês estão resolvendo?"; "Por que dessa forma?"; "O que vocês acham se..."; entre outros questionamentos que achar pertinente. É sempre bom desafiar a turma a investigar, levantar hipóteses e trocar estratégias para solucionar as situações propostas.

FINALIZANDO

Para finalizar a aula, verifique, com os estudantes, as respostas das atividades. Identifique se houve dúvidas nas resoluções e as corrija, complementando com o que você, professor, achar pertinente. Se possível, convide as duplas para apresentarem suas respostas na lousa.

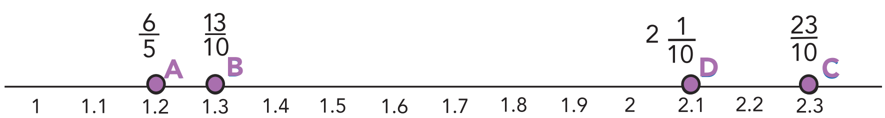
ANOTAÇÕES

2. Represente as frações $\frac{6}{5}, \frac{13}{10}, \frac{23}{10}$ e $2\frac{1}{10}$ na reta numérica abaixo.



Créditos: Elaborado para ins didáticos.

Resolução:



Agora é a sua vez!

3. Pense em uma fração imprópria e escreva 4 frações equivalentes a ela.

Possibilidade de resposta:
Fração imprópria: $\frac{7}{3}$

Frações equivalentes: $\frac{14}{6}; \frac{21}{9}; \frac{28}{12}; \frac{70}{30}$

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 2

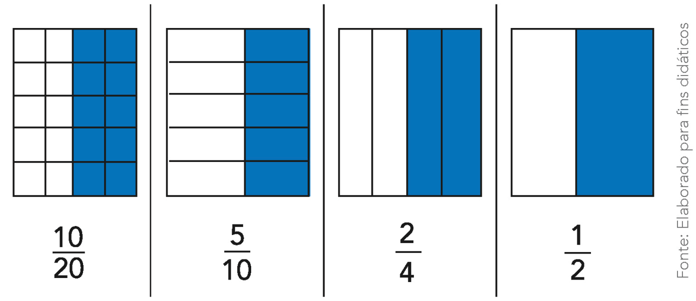
Professor, a reta está representada por números decimais maiores que um inteiro. Ao dividir as frações $\frac{6}{5}, \frac{13}{10}, \frac{23}{10}$ e $2\frac{1}{10}$, o estudante encontrará, respectivamente, os números 1,2; 1,3; 2,3 e 2,1. Sendo assim, você pode trabalhar, nessa atividade, o significado de comparação de frações, ao ordenar, na reta numérica, números decimais exatos e números mistos, a partir de suas representações na forma fracionária.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 4

Professor, você pode trabalhar as representações fracionária e decimal da figura, assim como retomar a ideia de equivalência e o significado lúdico das frações.

4. Nas figuras a seguir, a relação entre a parte azul e o todo da figura é sempre a mesma, mas ela pode ser representada por diferentes frações equivalentes.



Além das diferentes formas fracionárias equivalentes, há um número decimal que representa a relação entre a parte azul e a figura como um todo. Que número decimal é esse?

Resolução:
Todas as frações são equivalentes. Logo, $\frac{1}{2} = 0{,}5$.

ANOTAÇÕES

AULAS 05 E 06: FRAÇÃO - A IDEIA DE RAZÃO

Objetivos das aulas
- Identificar frações com representações do quociente;
- Compreender o significado de razão entre duas grandezas;
- Compreender a fração como uma ideia de razão.

Caro estudante, para o desenvolvimento das atividades, será necessário relembrar alguns conceitos de razão e grandezas. Sendo assim, fique atento aos comentários e possíveis complementos que o professor fará ao decorrer das aulas.

1. Dividindo 6 039 por 3, tem-se como quociente:

a. 213.

b. 313.

c. 2013.

d. 2033.

Resolução: Alternativa C

6 039 ÷ 3 = 2.013. Então, o quociente é 2.013.

Professor, o objetivo dessa atividade é retomar com os estudantes o significado de razão entre duas grandezas.

2. (AAP, 2018) Numa residência onde moram cinco pessoas, o proprietário verificou que, em 30 dias, houve um consumo de 315 kWh. O consumo médio diário de energia elétrica dessa família, em kWh, é:

a. 1890.

b. 1575.

c. 52,5.

d. 10,5.

Resolução: Alternativa D

315 ÷ 30 = 10,5

Nesse caso, 10,5 kWh é quociente. Professor, aproveite para reforçar o significado de quociente.

3. Para realizar um trabalho de matemática, a turma de Márcia foi dividida em grupos de 7 estudantes e cada grupo foi formado por 4 meninas e 3 meninos. Considerando essas informações, responda:

a. Qual a razão entre a quantidade de meninas e meninos? $\frac{4}{3}$

b. Qual a razão entre a quantidade de meninos e meninas? $\frac{3}{4}$

c. Qual a razão de meninas em relação a quantidade de participantes no grupo? $\frac{4}{7}$

d. Qual a razão de meninos em relação a quantidade de participantes no grupc $\frac{3}{7}$

AULAS 05 E 06: FRAÇÃO - A IDEIA DE RAZÃO

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Sugira que os estudantes formem duplas e organize as carteiras em fileiras em formato de U ou em círculo.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante, régua e calculadora.

INICIANDO

Nessas duas aulas, serão exploradas frações com representações do quociente (exato) de dois inteiros, a compreensão do significado de razão entre duas grandezas duas grandezas e a compreensão das frações como uma ideia de razão. Sendo assim, professor, tenha uma conversa com os estudantes sobre o que é uma razão e o que eles compreendem sobre o significado de grandezas. Você pode, neste momento, trabalhar de modo interdisciplinar, pois nas disciplinas de Física e Química talvez os estudantes já tenham estudado algumas grandezas. Após fazer as exemplificações, os estudantes poderão utilizar o Caderno de Atividades do estudante e resolver as atividades.

DESENVOLVENDO

Mantenha a sala organizada e solicite aos estudantes que, em duplas, analisem e respondam as atividades das respectivas aulas. Circule pela sala enquanto eles discutem e resolvem as atividades. Observe as discussões das duplas e, se necessário, oriente-as sobre possíveis dúvidas que surgirem. Pergunte: “Como vocês estão resolvendo?”; “Por que dessa forma?”; “O que vocês acham se...”; entre outros questionamentos que achar pertinente. É sempre bom desafiar a turma a investigar, levantar hipóteses e trocar estratégias para solucionar as situações propostas.

FINALIZANDO

Por fim, verifique as resoluções das atividades. Identifique se houve dúvidas nas resoluções e as corrija, complementando com o que você, professor, achar pertinente. Se possível, convide as duplas para apresentarem suas respostas na lousa.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, no Ensino Médio, talvez já seja familiar para o estudante trabalhar com o significado de razão entre duas grandezas. Neste sentido, aproveite as **Atividades 3 e 4** para fazer um breve diagnóstico e reforçar o significado de razão entre duas grandezas.

4. O objetivo desta próxima atividade é encontrar a fração como ideia de razão.

Créditos: pixabay.com

Ao jogar o dado qual a chance de sair:

Professor, o dado apresentado na figura possui as faces enumeradas de 1 a 20 (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20). Para resolver essa atividade, o estudante deve analisar caso a caso.

a. O número 20.

$\frac{1}{20}$ 120, pois só existe uma possibilidade de sair o número 20.

b. Números primos.

Os números primos compreendidos de 1 a 20 são: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19. Logo, são 8 números primos nesse intervalo.Professor, chame a atenção dos estudantes sobre o número 1, que não é primo. Discuta com os estudantes sobre esse tópico. $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

c. Múltiplos de 3.

Os números múltiplos de 3 compreendidos de 1 a 20 são: 3, 6, 9, 12,15, 18. Logo, são 6 números múltiplos de 3 nesse intervalo. $\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

d. Número compreendidos entre 5 e 12.

Os números compreendidos entre 5 e 12 são: 6, 7, 8, 9, 10, 11. Logo, são 6 números compreendidos entre 5 e 12. $\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

e. Números pares.

Os números pares de 1 a 20 são: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20. Logo, são 10 números pares de 1 a 20. $\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$

5. Duas amigas colecionam esmaltes antigos e somam um total de 270 tipos de esmaltes diferentes. Lara tem $\frac{1}{3}$ e Jéssica tem $\frac{2}{3}$ dos esmaltes.

Qual a razão entre a quantidade de esmalte que Lara e Jéssica possuem em relação ao total de esmaltes?

Para encontrar a razão entre a quantidade de esmalte que Lara e Jéssica possuem em relação ao total de esmaltes, primeiro é necessário encontrar a quantidade de esmalte que cada uma possui. Logo:

Esmaltes que Lara possui: $270 \cdot \frac{1}{3} = 90$

Esmaltes que Jéssica possui: $270 \cdot \frac{2}{3} = 180$

Razão entre a quantidade de esmalte que Lara possui com o total de esmalte: $\frac{90}{270} = \frac{1}{3}$

Razão entre a quantidade de esmalte que Jéssica possui com o total de esmalte: $\frac{180}{270} = \frac{2}{3}$

6. Observe a frase a seguir:

> A matemática é um instrumento poderoso nas mãos daqueles que a sabem usar.
>
> (Sir Calculus)

Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Considerando o total de letras que compõem essa frase, qual a chance de serem selecionadas:

Represente o resultado em forma de razão.

Professor, para representar as frações como ideia de razão, primeiro é necessário saber quantas letras compõem essa frase: 61 letras.

a. Vogais (contar as repetidas).

São 30 vogais, logo a razão é: $\frac{30}{61}$

b. Consoantes (contar as repetidas).

São 31 consoantes, logo a razão é: $\frac{31}{61}$

c. Letra a.

A letra a aparece 10 vezes, logo a razão é: $\frac{10}{61}$

d. Letra m.

São 6 letras m, logo a razão é: $\frac{6}{61}$

AULAS 07 E 08: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO FRAÇÕES

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

A dica é sempre trabalhar com duplas produtivas, organizando as carteiras em fileiras em formato de U ou em círculo.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante, régua e calculadora.

INICIANDO

Professor, estas aulas são uma continuidade dos conceitos estudados anteriormente. Logo, as atividades propostas exploram o cálculo da fração de uma quantidade, trabalham o significado introdutório de porcentagem e prosseguem com problemas que envolvem porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade ou de frações equivalentes, em diferentes contextos. Se você achar necessário, revise o significado de porcentagem e discuta a relação da porcentagem com as frações. Após fazer as exemplificações, os estudantes poderão receber os Cadernos de Atividades para resolvê-lo.

AULAS 07 E 08: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO FRAÇÕES

Objetivos das Aulas
- Ler, interpretar e resolver problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade;
- Ler, interpretar e resolver problemas que envolvam porcentagens, utilizando frações equivalentes, em diferentes contextos.

Para o desenvolvimento das atividades, será necessário relembrar alguns conceitos de fração. Fique atento aos comentários e possíveis complementos que o professor fará ao decorrer das aulas.

1. Represente as razões usando porcentagem:

a. $\frac{12}{100}$ 12%

b. $\frac{120}{100}$ 120%

c. $\frac{7}{100}$ 7%

d. $\frac{19}{100}$ 19%

e. $\frac{30}{100}$ 30%

f. $\frac{50}{100}$ 50%

2. Calcule:

a. 12% de R$ 300,00 =

b. 5% de R$ 80,00 =

c. 25% de R$ 500,00 =

d. 58% de R$ 860,00 =

Resolução:

a. $\frac{12}{100} \times \frac{300}{1} = \frac{3600}{100} = 36 \rightarrow \text{R\$ } 36{,}00$

b. $\frac{5}{100} \times \frac{80}{1} = \frac{400}{100} = 4 \rightarrow \text{R\$ } 4{,}00$

c. $\frac{25}{100} \times \frac{500}{1} = \frac{12\,500}{100} = 125 \rightarrow \text{R\$ } 125{,}00$

d. $\frac{58}{100} \times \frac{860}{1} = \frac{49\,880}{100} = 498{,}8 \rightarrow \text{R\$ } 498{,}80$

DESENVOLVENDO

Converse com a turma e verifique se os estudantes possuem alguma dúvida sobre os temas estudados nas aulas anteriores. Solicite às duplas que analisem e respondam as atividades das respectivas aulas. Circule pela sala enquanto os estudantes discutem e resolvem as atividades. Observe as discussões das duplas e, se necessário, oriente-as sobre possíveis dúvidas que surgirem. Pergunte: “Como vocês estão resolvendo?”; “Por que dessa forma?”; “O que vocês acham se...”; entre outros questionamentos que achar pertinente. É sempre bom desafiar a turma a investigar, levantar

3. Uma geladeira custa R$ 6 000,00. Para pagamento a prazo são acrescidos 16% de aumento. Qual é o preço para pagamento a prazo?

Resolução:
$\frac{16}{100} \times \frac{6\,000}{1} = \frac{96000}{100} = 960.$ Logo, somando 6000 + 960, o preço para pagamento a prazo é de R$ 6.960,00.

4. Um funcionário público recebe um salário de R$ 5 000,00 e tem descontos de 11% da Previdência Social e de 27% do Imposto de Renda. Quanto este funcionário recebe líquido, após os descontos?

Resolução:
$\frac{38}{100} \times \frac{5\,000}{1} = \frac{190.000}{100} = 1.900.$ Logo, subtraindo 5.000 - 1.900, o funcionário recebe, líquido, R$ 3.100,00.

5. Um litro de gasolina, que custava R$ 4,25, sofreu um aumento de 10%. Qual será o novo valor do litro de gasolina?

Resolução:
$\frac{10}{100} \times \frac{4{,}25}{1} = \frac{42{,}5}{100} = 0{,}425.$ Logo, somando 4,25 + 0,425, o novo preço da gasolina é de R$ 4, 67.

6. Calcule:

a. $\frac{3}{5}$ de 1000 corresponde a: 600

b. $\frac{3}{7}$ de 700 corresponde a: 300

c. $\frac{3}{4}$ de 120 corresponde a: 90

d. $\frac{5}{8}$ de 800 corresponde a: 500

Resolução:
Professor, o objetivo dessa atividade é mostrar estratégias para os estudantes calcularem fração de uma quantidade.

a. $\frac{3}{5} \cdot \frac{1\,000}{1} = \frac{3\,000}{5} = 600$

b. $\frac{3}{7} \cdot \frac{700}{1} = \frac{2100}{7} = 300$

c. $\frac{3}{4} \cdot \frac{1\,20}{1} = \frac{360}{4} = 90$

d. $\frac{5}{8} \cdot \frac{800}{1} = \frac{4000}{8} = 500$

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, o objetivo das **Atividades 3, 4 e 5** é desenvolver habilidades no estudante para resolver problemas envolvendo o significado de porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade ou de frações equivalentes, em diferentes contextos.

hipóteses e trocar estratégias para solucionar as situações propostas.

FINALIZANDO

Para finalizar a aula, verifique as resoluções das atividades. Identifique se houve dúvidas nas resoluções e as corrija, complementando com o que você, professor, achar pertinente. Se possível, convide as duplas para apresentarem suas respostas na lousa.

7. O salário mensal do Fábio é de R$ 7.600,00. Ele gasta $\frac{3}{5}$ para pagar o financiamento do seu apartamento. Quantos reais ainda sobram do salário de Fábio, após ele pagar o financiamento?

Resposta:

Professor, o objetivo dessa atividade é ler, interpretar e resolver problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade.

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{7\,600}{1} = \frac{22\,800}{5} = 4.560$$

$$7\,600 - 4\,560 = 3.040$$

Depois de pagar o financiamento do apartamento sobram para Fábio R$ 3 040,00.

8. (AAP, 2019) Para um jogador que chuta cinco vezes ao gol e acerta dois desses chutes, dizemos que o aproveitamento dele é de 2 em 5. Chamamos de razão essa comparação entre os gols e o total de chutes. As representações desse aproveitamento podem ser expressas por:

a. $\frac{2}{5}$ ou 40%.

b. $\frac{2}{5}$ ou 30%.

c. $\frac{5}{2}$ ou 25%.

d. $\frac{5}{2}$ ou 10%.

Resolução: Alternativa A

Uma possível estratégia é $\frac{2}{5}$ = 0,4 ou 40%.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

O problema tem como objetivo calcular a razão entre duas grandezas de mesma natureza ou de natureza distinta. Professor, verifique, através dos registros do aluno, se as estratégias utilizadas para a resolução do problema são pertinentes ou não.

ANOTAÇÕES

1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 6

OLÁ, PROFESSOR!

Os estudantes deverão chegar ao final desta Sequência de Atividades (SA) com habilidades desenvolvidas para resolverem situações-problema envolvendo o significado de ângulos internos e externos de polígonos regulares. Esperamos, também, que apliquem esses significados em diferentes contextos na Matemática, nas demais áreas do conhecimento e no cotidiano.

HABILIDADE: (EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos.

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1 e 2 / 90 min	Identificando pontos notáveis de polígonos
3 e 4 / 90 min	Soma das medidas de ângulos internos de polígonos
5 e 6 / 90 min	Cálculos das medidas de ângulos internos e externos de polígonos
7 e 8 / 90 min	Resolução de problemas com o significado de ângulos internos e externos de polígonos regulares

Professor(a), para ajudá-lo nessa ação, a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo fornecerá, por meio do Centro de Mídias, formação continuada quinzenal acerca das Sequências de Atividades. Tais formações acontecerão nos momentos das Aulas de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPCs). Desejamos a você e a nossos estudantes um ótimo trabalho!

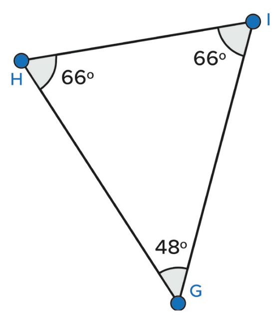
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 6

AULAS 01 E 02 - IDENTIFICANDO PONTOS NOTÁVEIS DE POLÍGONOS

Objetivos das aulas:
- Verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°;
- Calcular a medida de ângulos desconhecidos em triângulos, usando o fato de que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é igual a 180°;
- Verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um quadrilátero é 360°;
- Calcular medida de ângulos desconhecidos em quadriláteros, usando o fato da soma dos ângulos internos de qualquer quadrilátero ser igual a 360°.

Para o desenvolvimento das atividades, será necessário relembrar alguns significados importantes sobre ângulos, triângulos e quadriláteros. Fique atento aos comentários e possíveis complementos que o(a) professor(a) fará no decorrer das aulas.

1. Caro estudante, esta atividade é para relembrarmos algumas características do triângulo. Se, por acaso, você esqueceu de algum deles, é muito importante que converse com o(a) professor(a) ou com o seu grupo de amigos. Sendo assim, dado o triângulo a seguir, responda aos itens que seguem:



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

a. Quais são os vértices do triângulo?

Os vértices são G, H e I.

b. Defina o significado do objeto matemático ângulo.

É reunião de duas semirretas de mesma origem, não contidas numa mesma reta.

c. Quantos ângulos internos o triângulo possui?

Possui três ângulos internos.

AULAS 01 E 02 - IDENTIFICANDO PONTOS NOTÁVEIS DE POLÍGONOS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Sugira que os estudantes formem duplas e organize as carteiras em formato de U ou em círculo.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante, régua e canetinhas para colorir.

INICIANDO

Professor(a), para as aulas 1 e 2 desta sequência, primeiramente converse com os estudantes no sentido de diagnosticar o que eles reconhecem ou lembram sobre os pontos notáveis de um triângulo. Esse diagnóstico é importante para você continuar com o ensino dos objetivos propostos para essas aulas . Utilizando a lousa ou outro recurso didático que você achar pertinente, verifique se os estudantes reconhecem o vértice, segmento de reta e ângulos internos. Após essa breve conversa, estenda o discurso para a medida dos ângulos internos do triângulo e dos

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor(a), é esperado que os estudantes da 1ª série Ensino Médio já possuam significados desenvolvidos sobre esta habilidade. Sendo assim, explore, o quanto você achar necessário, os significados ligados aos objetivos destas aulas. Se você perceber que a turma possui domínio dos pontos notáveis do triângulo, você pode estender o diagnóstico à classificação do triângulo quanto aos lados, quanto aos ângulos, ângulo reto, obtuso e raso.

quadriláteros. Utilize as atividades propostas das aulas 1 e 2 para complementar os significados deficitários sobre os objetivos de aprendizagem.

DESENVOLVENDO

No decorrer das cinco atividades propostas para as aulas, prossiga verificando se os estudantes compreenderam que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180º e se, a partir da utilização deste significado, conseguem determinar, sem o uso de fórmulas, a medida dos ângulos desconhecidos de um triângulo. Utilizando os raciocínios análogos aos do triângulo, verifique, também, se os estudantes conseguem determinar a medida de ângulos desconhecidos em quadriláteros, usando o fato da soma dos ângulos internos de qualquer quadrilátero ser igual a 360º.

FINALIZANDO

Avalie as resoluções das atividades, identifique se houve dúvidas nas resoluções, analise bem as estratégias dos estudantes e as corrija. Faça uma síntese, junto aos estudantes, complementando com o que você, professor(a), achar pertinente. Se possível, convide as duplas para apresentarem suas respostas na lousa.

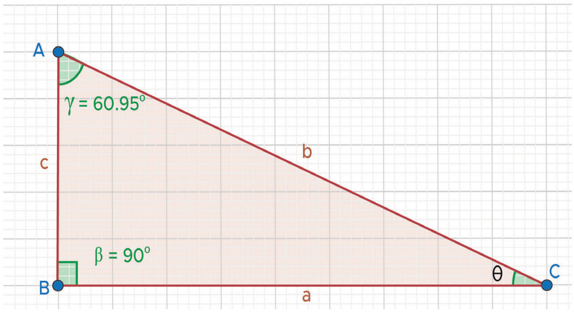
d. Qual é o valor da soma dos ângulos internos de um triângulo?

A soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é 180º. Professor(a), utilize a medida dos ângulos 66º + 66º + 48º = 180 e faça uma breve demonstração para os estudantes.

e. Qual é o valor do ângulo oposto ao lado $\overline{GH}$?

O valor do ângulo oposto ao lado $\overline{GH}$ é 66º. Professor(a), utilize a imagem e explore o significado de ângulo oposto.

2. A medida do ângulo θ (θ → ângulo theta), compreendido entre os segmentos $\overline{CA}$ e $\overline{CB}$ do triângulo ABC a seguir, é igual a:



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

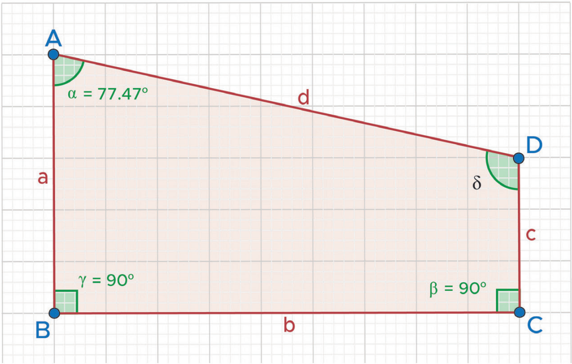
Resolução:

Considerando que o ângulo reto é igual a 90º e o ângulo compreendido entre os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ é 60,95º, uma possível estratégia é que o aluno some estes dois valores 90º + 60,95º = 150,95º e depois subtraia 180º – 150,95º = 29,05º.

Assim, o valor do ângulo compreendido entre os segmentos $\overline{AC}$ e $\overline{CB}$ é 29,05º.

retos, ângulos iguais, etc.

3. A soma dos ângulos internos de qualquer quadrilátero é igual a 360°. Observe os pontos notáveis do quadrilátero abaixo e determine a medida do ângulo $\hat{\delta}$. ($\hat{\delta}$ → ângulo delta)

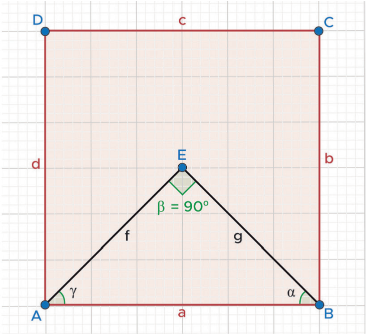


Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Resolução: Considerando que o quadrilátero possui dois ângulos retos e o ângulo α = 77,47°, uma possível estratégia é que o aluno some o valor dos três ângulos 90° + 90° + 77,47° = 257,47° e depois subtraia 360° - 257,47° = 102,53°. Assim, o valor do ângulo compreendido entre os segmentos $\overline{CD}$ e $\overline{DA}$ é 102,53°.

Por se tratar de estudantes do Ensino Médio, uma segunda possível solução é utilizar o raciocínio algébrico, nesse caso, a equação do 1° grau, 90° + 90° + 77,47° + x = 360°.

4. Analise o triângulo AEB, inscrito no quadrado ABCD, e determine a medida dos ângulos $\hat{\Upsilon}$ e α. ($\hat{\Upsilon}$ → ângulo gama, α →ângulo alfa)



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 4

Professor (a), quando um ângulo de um triângulo mede 90°, os outros 2 são iguais, então: 180°- 90°=90°, 90°/2=45°. Logo, a medida dos ângulos $\hat{\Upsilon}$ e $\hat{\alpha}$ são iguais, 45°. Nesse caso, temos um triângulo isósceles, pois as medidas dos ângulos $\hat{\Upsilon}$ e $\hat{\alpha}$ são iguais a 45° e possui um ângulo reto. Para incentivar os estudantes a explorarem o estudo dos ângulos internos nos triângulos equilátero e escaleno, pergunte a eles se é possível triângulos equilátero e escaleno possuírem ângulos

a. Se continuarmos com o prolongamento do segmento $\overline{BE}$ até o vértice D e $\overline{AE}$ até o vértice C, o quadrado seria dividido em quantos triângulos?

Em quatro.

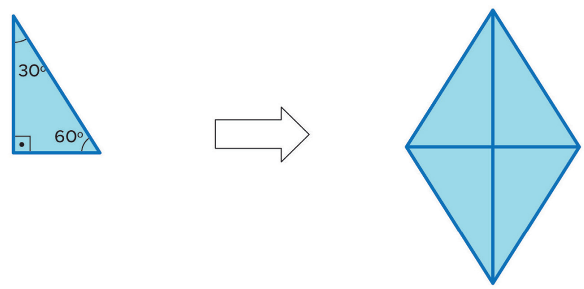
b. Qual é a classificação do triângulo ABC, de acordo com a medida dos lados?

Como os triângulos possuem dois lados iguais, no caso do triângulo AEB, os segmentos $\overline{BE}$ e $\overline{AE}$ possuem medidas iguais. Logo, o triângulo é isósceles.

c. Considerado o tipo dos triângulos internos ao quadrado ABCD, a medida dos ângulos $\hat{\Upsilon}$ e α é:

Quando um ângulo de um triângulo mede 90°, os outros 2 são iguais, então: 180°- 90°=90°, 90°/2=45°. Logo, a medida dos ângulos $\hat{\Upsilon}$ e $\hat{a}$ é igual a 45°.

5. (AAP, 2015 – Adaptado)



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Com quatro triângulos iguais ao da figura, Gustavo montou um losango. A soma das medidas dos ângulos internos do losango de Gustavo é:

Resolução:

Este problema trata de uma aplicação prática e o aluno pode resolver por meio da contagem dos quadradinhos que representam a unidade de medida ou pela percepção que a área do triângulo é metade da área do quadrado correspondente. A resposta esperada é 360°.

AULAS 03 E 04 - SOMA DAS MEDIDAS DE ÂNGULOS INTERNOS E EXTERNOS DE POLÍGONOS

Objetivos das aulas:

- Determinar a soma das medidas de ângulos internos de polígonos, tendo em vista que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é 180º;
- Investigar a soma das medidas dos ângulos externos de polígonos regulares;
- Resolver problemas envolvendo medidas de ângulos internos desconhecidos em polígonos.

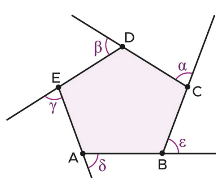
Para o desenvolvimento das atividades, será necessário relembrar alguns significados dos polígonos. Fique atento aos comentários e possíveis complementos que o(a) professor(a) fará no decorrer das aulas.

NOME DOS POLÍGONOS

Caro estudante, de acordo com o número n de lados, os polígonos recebem nomes específicos. Imaginamos que você já conhece alguns, mas vamos relembrar as classificações dos polígonos mais comuns:

Triângulo ou Trilátero → 3 lados
Quadrângulo ou Quadrilátero → 4 lados
Pentágono → 5 lados
Hexágono → 6 lados
Heptágono → 7 lados
Octógono → 8 lados
Eneágono → 9 lados
Decágono → 10 lados
Undecágono → 11 lados
Dodecágono → 12 lados
Pentadecágono → 15 lados
Icoságono → 20 lados

Em um polígono, o ângulo externo é formado por um lado e pelo prolongamento de um lado consecutivo a ele. Observe os ângulos externos da figura a seguir, indicados pelas letras gregas .α, β, γ, δ e ε ($\hat{\beta}$ → ângulo beta, $\hat{\varepsilon}$ → ângulo épsilon)



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

A soma dos ângulos externos de qualquer polígono regular é 360º.

AULAS 03 E 04 - SOMA DAS MEDIDAS DE ÂNGULOS INTERNOS E EXTERNOS DE POLÍGONOS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Sugira que os estudantes formem duplas e organize as carteiras em formato de U ou em círculo.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Estão programadas, para estas aulas, atividades de cunho exploratório, ou seja, o objetivo é observar as noções que o estudante tem sobre os polígonos regulares e seguir estendendo o significado da medida dos ângulos internos, externos e, também, da soma para polígonos diferentes do triângulo ou quadrado. A pesquisa proposta na **Atividade 1** deve ser bem explorada pelo professor(a), juntamente com os estudantes, pois desenvolverá subsídios cognitivos para a resolução das atividades posteriores a ela, por exemplo, desenvolver estratégias para determinar a medida dos ângulos internos de um polígono regular.

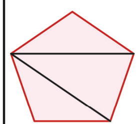
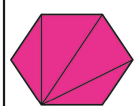
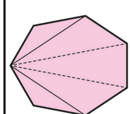
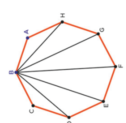
DESENVOLVENDO

Mantenha a sala organizada, solicite aos estudantes que, em duplas, analisem, pesquisem, dialoguem entre seus pares e resolvam as atividades das respectivas aulas. Circule pela sala, enquanto eles discutem e resolvem as atividades. Observe as discussões das duplas e, se necessário, oriente-as sobre possíveis dúvidas que surgirem. Pergunte: "como vocês estão resolvendo?", "por que dessa forma?", "o que vocês acham se...” e outros questionamentos que achar pertinente. É sempre bom desafiar a turma a investigar, levantar hipóteses e trocar estratégias para solucionar as situações propostas.

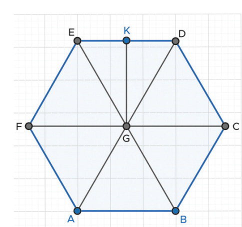
FINALIZANDO

Para finalizar as aulas, analise as resoluções das atividades, identifique se houve dúvidas nas resoluções, analise bem as estratégias dos estudantes e as corrija. Faça uma síntese, junto aos estudantes, complementando com o que você, professor(a), achar pertinente. Se possível, convide as duplas para apresentarem suas respostas na lousa.

1. Pesquise, calcule e anote, no quadro abaixo, a medida dos ângulos internos, externos e a soma dos ângulos internos dos polígonos regulares descritos no quadro a seguir.

Polígonos	Figura	Medida dos ângulos internos	Medida dos ângulos externos	Soma dos ângulos internos
Pentágono		II) Passo $A_i = 180 - A_e$ $A_i = 180 - 72$ $= 108°$. A_i = Ângulo interno.	I) Passo $A_e = \frac{360}{l}$ $A_e = \frac{360}{5} = 72°$. A_e = Ângulo externo.	Nº de lados 5 Três triângulos $S_i = 3 \times 180°$ $= 540°$. S_i = Soma dos ângulos internos.
Hexágono		II) Passo $A_i = 180 - A_e$ $A_i = 180 - 60$ $= 120°$.	I) Passo $A_e = \frac{360}{l}$ $A_e = \frac{360}{6} = 60°$.	Nº de lados 6 Quatro triângulos $S_i = 4 \times 180°$ $= 720°$.
Heptágono		II) Passo $A_i = 180 - A_e$ $A_i = 180 - 51{,}42°$ $= 128{,}58°$.	I) Passo $A_e = \frac{360}{l}$ $A_e = \frac{360}{7}$ $= 51{,}42°$.	Nº de lados 7 Cinco triângulos $S_i = 5 \times 180°$ $= 900°$.
Octógono		II) Passo $A_i = 180 - A_e$ $A_i = 180 - 45°$ $= 135°$.	I) Passo $A_e = \frac{360}{l}$ $A_e = \frac{360}{8} = 45°$.	Nº de lados 8 Seis triângulos $S_i = 6 \times 180°$ $= 1.080°$.

2. De acordo com os procedimentos para calcular a medida dos ângulos internos, externos e a soma dos ângulos externos apresentados por você na atividade 1, determine o que se pede nos itens a seguir:



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 1

Professor, esta habilidade não prevê o uso de fórmulas, mas, na pesquisa, podem aparecer fórmulas, uma vez que, por se tratar de estudantes do Ensino Médio, eles já podem possuir significados desenvolvidos sobre a habilidade em questão. Nesse caso, se você perceber que o nível de aprendizagem da turma está uniforme, pode

a. Ao traçarmos as diagonais dos vértices do hexágono, formaram-se seis triângulos equiláteros. Tomando como exemplo o triângulo formado pelos vértices GCD, qual é a medida dos ângulos compreendidos entre os seus lados?

Resolução: Por se tratar de um polígono regular, ao traçar as diagonais, formam-se 6 triângulos equiláteros. Logo, a resposta esperada é 60°.

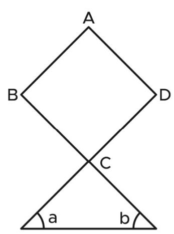
b. Considerando o trapézio formado pelos vértices FGKE, qual é a medida do ângulo compreendido entre os segmentos $\overline{FG}$ e $\overline{FE}$? Represente no seu caderno a imagem desse trapézio.

Resolução: Considerando que a soma dos ângulos internos de um quadrilátero é 360°, espera-se que o estudante determine que $\hat{G}$ = 90°, $\hat{K}$ = 90°, $\hat{E}$ = 120° e a medida do ângulo compreendido entre os segmentos $\overline{FG}$ e $\overline{FE}$ = 60°. Totalizando 360°.

c. Considerando o losango formado pelos vértices BCDG, qual é a medida do ângulo compreendido entre os segmentos $\overline{CD}$ e $\overline{CB}$? Represente no seu caderno a imagem desse losango.

Resolução: O esperado é que o estudante perceba que $\hat{G}$ = $\hat{C}$ = 120° e a medida do ângulo compreendido entre os segmentos $\overline{CD}$ e $\overline{CB}$ = 60°. Totalizando 360°.

3. (AAP, 2015 – Adaptado) Na figura abaixo, ABCD é um quadrado.



A soma dos ângulos â e $\hat{b}$ é igual a:

Resolução:
Professor(a), temos que a figura ABCD é um quadrado e todos os ângulos medem 90°. Note que o ângulo superior da figura de baixo mede 90°. Quando um ângulo de um triângulo mede 90°, os outros 2 são iguais, então: 180°- 90°=90°, 90°/2=45°. Cada ângulo mede 45°, a soma deles é igual a 90°.

ampliar os significados para o uso da fórmula. Se assim for, apresentamos as fórmulas, no quadro, para determinar as medidas dos ângulos internos, externos e a soma dos ângulos internos.

AULAS 05 E 06 - CÁLCULOS DAS MEDIDAS DE ÂNGULOS INTERNOS DE POLÍGONOS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Sugira que os estudantes formem duplas e organize as carteiras em formato de U ou em círculo.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Nestas duas aulas, serão explorados os significados, desenvolvidos nas aulas anteriores, sobre ângulos internos e externos de triângulos e quadriláteros. Sendo assim, professor(a), faça uma retomada diagnóstica com os estudantes sobre o que já foi estudado nas aulas anteriores e verifique se ainda existem dúvidas sobre as medidas e soma de ângulos internos ou externos. Após efetuar exemplificações, os estudantes poderão utilizar o Caderno de Atividades do estudante e resolver as atividades.

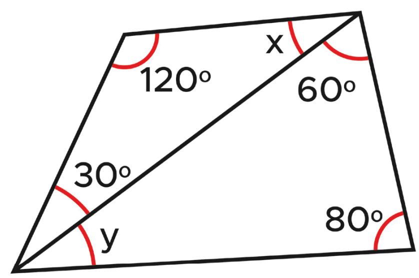
AULAS 05 E 06: CÁLCULOS DAS MEDIDAS DE ÂNGULOS INTERNOS DE POLÍGONOS

Objetivos das aulas:
- Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares;
- Resolver problemas envolvendo ângulos internos e externos de polígonos regulares.

Para o desenvolvimento das atividades, será necessário relembrar alguns significados sobre medida e soma de ângulos de polígonos. Fique atento aos comentários e possíveis complementos que o(a) professor(a) fará no decorrer das aulas.

1. Analise atenciosamente cada polígono a seguir e determine a medida de cada ângulo que falta na figura, neste caso, as medidas de x e y.

a.



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Resolução:Uma estratégia possível é que o estudante desenvolva o raciocínio dedutivo, sem o uso de fórmulas, considerando apenas o valor da soma dos ângulos internos do triângulo ou do quadrilátero.

$60^\circ + 80^\circ = 140^\circ$

$180^\circ - 140^\circ = 40^\circ \rightarrow y = 40^\circ$.

e

$120^\circ + 30^\circ = 150^\circ$

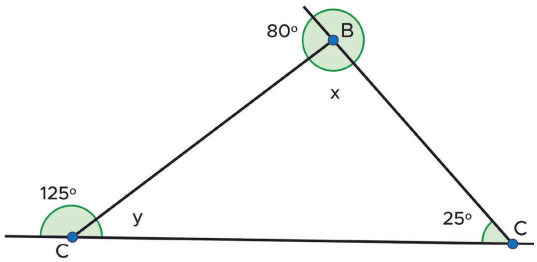
$180^\circ - 150^\circ = 30^\circ \rightarrow x = 30^\circ$.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 1

Professor, os exercícios a seguir podem ser resolvidos sem o uso de fórmulas, como reforçamos anteriormente. Por se tratar de alunos do Ensino Médio, é possível que

b.



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Resolução: Uma estratégia possível é que o estudante desenvolva o raciocínio dedutivo, sem o uso de fórmulas, considerando apenas o valor da soma dos ângulos internos e externo do triângulo. Nesse caso, o estudante pode desenvolver uma possível estratégia, a partir do significado do ângulo raso, que mede 180º.

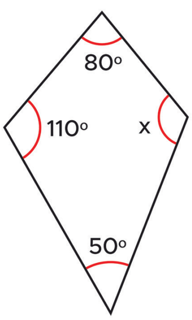
$x + 80° = 180°$

$x = 180 - 80 \rightarrow x = 100°$.

Logo, $y + 100° + 25° = 125°$

$180° - 125° = 55° \rightarrow y = 55°$.

c.



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Resolução:

Uma estratégia esperada é que o estudante desenvolva o raciocínio dedutivo, sem o uso de fórmulas, considerando apenas o valor da soma dos ângulos internos do quadrilátero, que é 360º.

$360° - 240° = 120°$.

DESENVOLVENDO

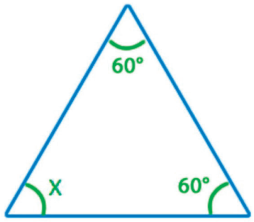
Mantenha a sala organizada e solicite aos estudantes que, em duplas, analisem, discutam entre pares e resolvam as atividades das respectivas aulas. Circule pela sala enquanto eles discutem e resolvem as atividades. Observe as discussões das duplas e, se necessário, oriente-os sobre possíveis dúvidas que surgirem. Pergunte: "como vocês estão resolvendo?", "por que dessa forma?", "o que vocês acham se..." e outros questionamentos que achar pertinente. É sempre bom desafiar a turma a investigar, levantar hipóteses e trocar estratégias para solucionar as situações propostas.

FINALIZANDO

Por fim, analise as resoluções das atividades, identifique se houve dúvidas nas resoluções, analise bem as estratégias dos estudantes e as corrija. Faça uma síntese, junto aos estudantes, complementando com o que você, professor, achar pertinente. Se possível, convide as duplas para apresentarem suas respostas na lousa.

mobilizem raciocínios algébricos para resolvê-los. Sendo assim, converse com os seus estudantes e firme contratos didáticos com eles, de modo que não prejudique os objetivos da habilidade em questão e o resultado seja a aprendizagem integral da mesma.

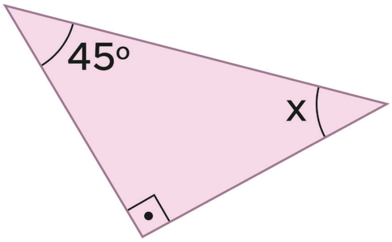
d.



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Resolução:
Uma estratégia esperada é que o estudante desenvolva o raciocínio dedutivo, sem o uso de fórmulas, considerando apenas o valor da soma dos ângulos internos do triângulo, que é 180°.
180° - 120° = 60°.

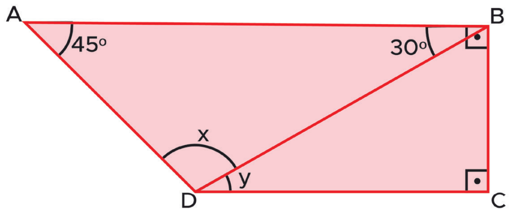
e.



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Resolução:
Uma estratégia esperada é que o estudante desenvolva o raciocínio dedutivo, sem o uso de fórmulas, considerando apenas o valor da soma dos ângulos internos do triângulo, que é 180°.
180° – 135° = 45°.

f.



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Resolução:

Uma possível estratégia é que o estudante utilize o significado da soma dos ângulos internos do triângulo e do quadrilátero:

I) Considerando o quadrilátero ADCB, os ângulos internos são Â= 45°, $\hat{B}$= 90°, Ĉ = 90°. Somando os três ângulos, obtemos 225°.

Fazendo 360° - 225° = 135° → $\hat{D}$ = 135°.

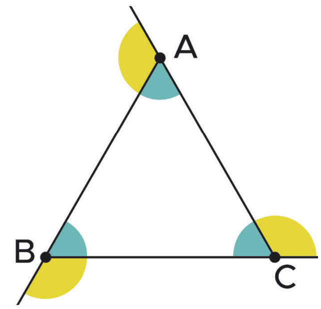
II) Considerando o triângulo ADB, podemos determinar o valor de x, fazendo 180° – 75° = 105° → x = 105°.

III) y: 150° + y = 180° => y = 180° – 150° = 30°

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor(a), o objetivo desta questão é verificar o significado desenvolvido pelo estudante sobre as propriedades dos triângulos, no que se refere aos seus ângulos internos e externos. Se achar necessário, trabalhe, juntamente com os estudantes, a ideia de que a soma dos ângulos externos de qualquer polígono convexo, independentemente da quantidade de lados, totaliza uma volta completo, ou seja, 360°.

2. (AAP, 2016 - Adaptado) No triângulo equilátero ABC, os ângulos indicados pela cor amarela são ângulos externos e os ângulos indicados pela cor azul são ângulos internos.



A soma dos ângulos externos indicados no triângulo ABC é:

Resoluções:

O enunciado do problema afirma que o triângulo é equilátero (regular). Nesse caso, espera-se que o estudante efetue a divisão de 360º por 3 (lados do triângulo) e determine a medida do ângulo externo 120º. Como o problema pede que determine-se a medida dos três ângulos, a resposta esperada é 360º.

Passo I – Determinar a medida de cada ângulo:

$\frac{360}{3} = 120^\circ$.

Passo II – Determinar a soma dos ângulos externos:

$120^\circ + 120^\circ + 120^\circ = 360^\circ$.

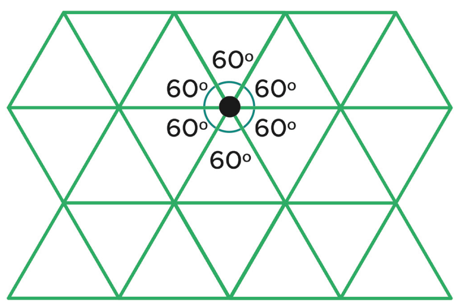
AULAS 07 E 08 - RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COM O SIGNIFICADO DE ÂNGULOS INTERNOS E EXTERNOS DE POLÍGONOS REGULARES

Objetivos das aulas:

- Identificar os polígonos usados na construção de mosaicos e ladrilhamentos;
- Calcular medidas de lados e ângulos internos de polígonos usados em mosaicos e ladrilhamentos;
- Reconhecer os ladrilhamentos que usam apenas polígonos regulares;
- Calcular medidas de lados e ângulos internos de polígonos regulares usados em mosaicos e ladrilhamentos.

Para o desenvolvimento das atividades, será necessário relembrar alguns significados sobre polígonos regulares e ficar atento aos comentários e possíveis complementos que o(a) professor(a) fará no decorrer das aulas.

1. Caro estudante, para obtermos um ladrilhamento é preciso que não ocorram falhas ou superposição de ladrilhos. Para que isso aconteça é necessário que a soma dos ângulos internos dos ladrilhos, em torno do vértice comum, seja igual a 360°, conforme mostra a imagem a seguir.



Fonte: Dias, C. C.; Sampaio J. C. V. Desafio geométrico: módulo I. Cuiabá, MT : Central de Texto, 2010, p. 50.

Sendo assim, aplicando o significado sobre ladrilhamento, é possível obter um ladrilho utilizando uma combinação de triângulos equiláteros, quadrados e hexágonos regulares?

Resolução:

Considerando que cada ângulo interno do triângulo equilátero mede 60, do quadrado mede 90 e do hexágono regular mede 120°, temos que a única combinação possível é 60° + 90° + 90° + 120° = 360°. Sendo assim, é possível o ladrilhamento utilizando um triângulo equilátero, dois quadrados e um hexágono.

AULAS 07 E 08 - RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COM O SIGNIFICADO DE ÂNGULOS INTERNOS E EXTERNOS DE POLÍGONOS REGULARES

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Sugira que os estudantes formem duplas e organize as carteiras em formato de U ou em círculo.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Professor(a), inicie a aula narrando sobre o que é um mosaico e suas características. Também, é oportuno citar exemplos do cotidiano: no acabamento de pisos ou fachadas de prédios, usa-se muito o significado de ladrilhamento. Após fazer as exemplificações, os estudantes poderão receber os Cadernos de Atividades para resolvê-las.

DESENVOLVENDO

Converse com a turma e verifique se os estudantes possuem alguma dúvida sobre os temas estudados nas aulas anteriores. Solicite às duplas que analisem e resolvam os

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

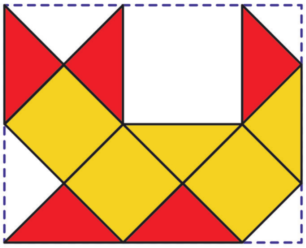
Professor(a), explore nesta atividade, juntamente com seus estudantes, os pressupostos matemáticos que estão por trás dos ladrilhamentos possíveis. Torne claro para os estudantes que em um ladrilhamento regular, a soma dos vários ângulos que se posicionam em torno de cada vértice é o ângulo de uma volta completa, ou seja, 360°.

problemas propostos para as respectivas aulas. Circule pela sala enquanto os estudantes discutem e resolvem as atividades. Observe as discussões das duplas e, se necessário, oriente-os sobre as possíveis dúvidas que surgirem. Pergunte: "como vocês estão resolvendo?", "por que dessa forma?", "o que vocês acham se..." e outros questionamentos que achar pertinente. É sempre bom desafiar a turma a investigar, levantar hipóteses e trocar estratégias para solucionar as situações propostas.

FINALIZANDO

Para finalizar a aula, analise as resoluções das atividades, identifique se houve dúvidas nas resoluções, analise bem as estratégias dos estudantes e as corrija. Faça uma síntese, junto aos estudantes, complementando com o que você, professor(a), achar pertinente. Se possível, convide as duplas para apresentarem suas respostas na lousa.

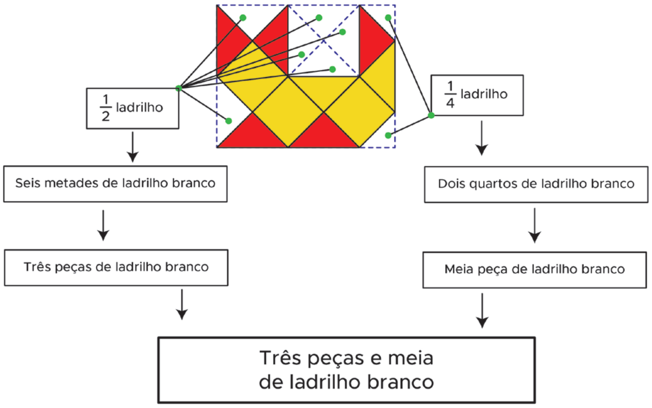
2. (AAP, 2016) No retângulo apresentado, a seguir, foi composta uma figura, utilizando peças de ladrilho no formato de quadrados, sendo quatro peças na cor amarela e duas peças e meia na cor vermelha.



Pretende-se completar os espaços vazios do retângulo com peças de ladrilho no formato de quadrados brancos de mesma medida dos coloridos. Então, serão utilizadas quantas peças brancas?

Resolução:

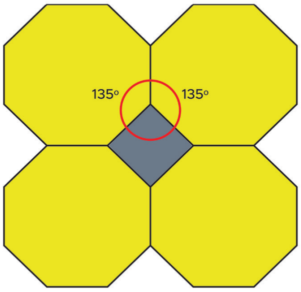
O objetivo desta questão é avaliar a compreensão do aluno quanto à pavimentação de superfícies e/ou ladrilhamento de planos. Espera-se que o estudante desenvolva estratégia a partir da composição e decomposição de figuras planas, assim como, a ideia de ângulos internos e externos de quadrados e triângulos isósceles.



Fonte: AAP, 2016.

A resposta esperada é três peças e meia de ladrilho branco.

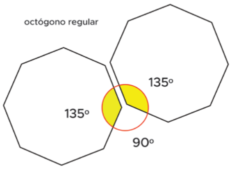
3. (AAP, 2019) Pietro pretende realizar uma reforma em sua casa. Em um dos ambientes, está planejando revestir as paredes com dois tipos de ladrilhos no formato de polígonos regulares, obtendo-se um encaixe perfeito. Os ladrilhos que escolheu são iguais aos da figura a seguir.



A medida do ângulo do polígono regular que se encaixa perfeitamente e está representado por α é:

Resolução: O problema tem como objetivo utilizar recursos matemáticos para resolver problemas envolvendo o ladrilhamento de planos. Os polígonos regulares, apresentados na figura, são um octógono e um quadrado. Para haver um encaixe perfeito dos polígonos regulares em torno de um vértice, é necessário que a soma das medidas dos ângulos, agrupados nele, seja igual a 360°.

Sabendo que a medida de cada ângulo interno do octógono é 135°, logo, para que se tenha um encaixe perfeito, é necessário ter um polígono com ângulos medindo 90°.



Fonte: AAP, 2019.

Professor(a), caso o estudante apresente dúvidas sobre a soma dos ângulos internos de um octógono regular, retorne para o quadro da atividade 1 das aulas 3 e 4, pois, nessa atividade, foram apresentadas uma pesquisa e estratégias de cálculo que propiciaram o desenvolvimento desse significado.

Passo I - A_e = Ângulo externo

I) Passo - $A_e = \frac{360}{l}$ $\quad A_e = \frac{360}{8} = 45° \rightarrow A_e = 45°$.

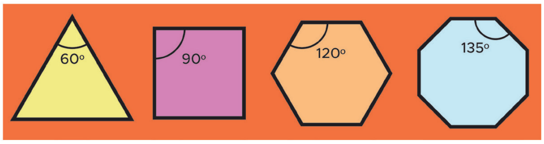
Passo II - A_I = Ângulo interno $A_I = 180 - A_e$

$A_I = 180 - 45° = 135° \rightarrow A_I = 135°$.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor(a), o problema pede para identificar quais dos quatro polígonos recobrem uma área sem sobrepor peças, de modo que exista um encaixe perfeito. Para isso, é preciso que o estudante trabalhe com o significado de ângulos internos e externos e, principalmente, com a ideia de sobreposição das figuras. Uma das estratégias esperadas, é que os estudantes reconheçam que a soma dos ângulos internos de um triângulo mede 180°, de um quadrilátero mede 360° e a dos ângulos externos mede 360°. Um segundo significado esperado, que seja explícito nesse problema pelos estudantes, é que a ideia principal do ladrilhamento, no plano com polígonos regulares, só é possível se, em torno de um ponto (vértice), conseguirmos agrupar ângulos que totalizem 360°. E é a partir dessas observações que o estudante deve efetuar suas visualizações e composições.

4. (AAP, 2019) Para ladrilhar a calçada da sua casa, Paulo pretende usar apenas um tipo de ladrilho. Fez uma pesquisa e descobriu que alguns modelos de ladrilhos, com formato de polígonos regulares, se encaixam perfeitamente entre si, sem sobreposição e sem recortes. Na loja de material de construção, encontrou as seguintes opções de ladrilhos regulares:



Para usar apenas um tipo de ladrilho, Paulo poderá escolher entre:

a. I ou II ou III ou IV.

b. II ou III.

c. I ou II ou III.

d. I ou II.

Resposta: Alternativa C

Para que não haja sobreposição e recortes dos polígonos, uma possível estratégia para eliminar os polígonos que não servem para o ladrilhamento da calçada é dividir a medida do ângulo externo de um polígono regular, 360°, com a medida do ângulo interno da figura. E, para que haja encaixe perfeito, deve ser considerado apenas o caso em que o quociente seja exato.

Figura I, temos 360° ÷ 60° = 8 (Quantidade de triângulos equiláteros em torno de um vértice); Figura II - 360°÷ 90° = 4 (Quantidade de quadrados em torno de um vértice); Figura III - 360°÷120° = 3 (Quantidade de hexágonos regulares em torno de um vértice); Figura IV - 360°÷ 135° = 2,6 (seria aproximadamente a quantidade de triângulos em torno de um vértice), ou seja, não cabe uma quantidade inteira de vezes. Logo, Paulo poderá escolher os ladrilhos I ou II, ou III.

ANOTAÇÕES

1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 7

OLÁ, PROFESSOR!

Os estudantes deverão chegar ao final desta Sequência de Atividades com habilidades desenvolvidas para resolverem situações-problemas envolvendo o significado do Teorema de Tales. Está relacionado ao Teorema de Tales os assuntos: significado de razão, proporção e equações. Sendo assim, espera-se que os estudantes potencializem os significados já desenvolvidos sobre estes objetos matemáticos e os apliquem dentro de diferentes contextos da própria Matemática. Esperamos, também, que apliquem esses significados nas demais áreas do conhecimento e no cotidiano.

HABILIDADE: (EF09MA24) Identificar e calcular as relações de proporcionalidade dos segmentos determinados por retas paralelas cortadas por transversais (Teorema de Tales).

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1 e 2 / 90 min	Proporcionalidade e o Teorema de Tales
3 e 4 / 90 min	Propriedades da proporcionalidade
5 e 6 / 90 min	Calculando medidas desconhecidas de segmentos de reta
7 e 8 / 90 min	Resolvendo problemas

Professor(a), para ajudá-lo nesta ação, a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo fornecerá, por meio do Centro de Mídias, formação continuada quinzenal acerca das Sequências de Atividades, nos momentos das Aulas de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPCs). Desejamos a você e a nossos estudantes um ótimo trabalho!

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 7

AULAS 01 E 02 - PROPORCIONALIDADE E O TEOREMA DE TALES

Objetivos das aulas:

- Reconhecer o significado de razão entre duas grandezas;
- Calcular a razão entre as medidas de dois segmentos de reta;
- Reconhecer os significados de proporcionalidade e de segmentos proporcionais;
- Calcular a medida de segmentos proporcionais.

Caro estudante, para o desenvolvimento das atividades, será necessário relembrar alguns significados de proporcionalidade. Sendo assim, fique atento aos comentários e possíveis complementos que o(a) professor(a) fará no decorrer das aulas para superar possíveis dúvidas.

1. Considerando que a escala (E) é a relação entre uma distância do mapa (d) e o seu valor na superfície real (D), em que $E = \frac{D}{d}$, resolva o problema abaixo.

(SARESP, 2016 – Adaptado) Um mapa foi feito na escala 1: 30.000.000 (lê-se "um para trinta milhões"). Essa notação representa a razão de proporcionalidade entre o desenho e o real, ou seja, cada unidade no desenho é, na realidade, 30 milhões de vezes maior. Utilizando uma régua, constatou-se que a distância do Rio de Janeiro a Brasília, nesse mapa, é de aproximadamente 4 cm. Assim, a distância real entre Rio de Janeiro e Brasília, nessa escala, é de:

Resolução:

Para iniciar a resolução, é esperado que o estudante saiba realizar as conversões das medidas de comprimento. Dessa forma, ao considerar a escala 1:30.000.000, o aluno deverá identificar que tal representação significa que cada um centímetro do mapa corresponde a 30.000.000 de centímetros na distância real.

Tem-se que:

$E = \frac{D}{d}$ **, em que E = escala, D = comprimento do desenho e d = comprimento real.**

É dado, no problema, que E = 1: 30.000.000 e D= 4 cm. Desse modo, com as unidades de medidas compatíveis em cm, busca-se a distância real (d) transformando o resultado em km, como pede o problema:

$1 / 30.000.000 = 4 / d \rightarrow d = 30.000.000 \cdot 4$ cm $\rightarrow d = 120.000.000$ cm

$\therefore d = 1.200.000$ m $= 1.200$ km.

2. Caro estudante, a atividade anterior foi uma aplicação prática do significado de razão entre duas grandezas. Nas atividades a seguir, você continuará utilizando o significado de razão e de proporção para resolução de problemas, mas agora considerando o Teorema de Tales, que terá seu conceito apresentado logo após esta atividade. Assim, reforçaremos o significado de razão e de proporção, através do Teorema. Converse com os seus colegas da classe e responda os itens a seguir:

AULAS 01 E 02 - PROPORCIONALIDADE E O TEOREMA DE TALES

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize os estudantes em fileiras em formato de U ou em círculo.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Professor(a), para as aulas 1 e 2 desta Sequência de Atividades, primeiramente converse com os estudantes no sentido de diagnosticar o que eles reconhecem ou o que lembram sobre o significado de razão entre duas grandezas. Após isso, discuta sobre o que é uma razão e verifique o que eles compreendem em relação ao significado de grandezas, podendo, neste momento, trabalhar de modo interdisciplinar, pois nas disciplinas de Física e Química talvez já tenha sido trabalhado o significado de algumas grandezas. Utilizando a lousa, verifique quais tipos de grandezas os estudantes reconhecem. Estenda o discurso falando sobre razão, quociente, proporção, reta e segmento de reta. Por se tratar de estudantes do Ensino Médio, esses temas já foram estudados anteriormente. O objetivo desta sequência é potencializar as lembranças dos estudantes sobre o tema em questão e apresentar novas abordagens para que, posteriormente, sirvam de base cognitiva para inserção de novos conceitos. Após essa breve conversa de introdução, os alunos poderão receber o Caderno do Estudante impresso, realizando, em seguida, a leitura coletiva de alguns conceitos sobre fração e resolvendo as atividades propostas.

DESENVOLVENDO

Professor(a), explore o significado do Teorema de Tales, estendendo o discurso para verificar o que os estudantes lembram sobre reta, segmento de reta, retas transversais e feixe de retas paralelas. No trabalho, através do Teorema de Tales, será utilizado o significado de razão entre dois segmentos de reta, assim como o cálculo de segmentos proporcionais. Dessa forma, explore, nesta atividade, todos esses significados. É oportuno, neste momento, observar possíveis dificuldades dos estudantes em relação ao conceito de proporcionalidade.

FINALIZANDO

Avalie as respostas das atividades, identifique se houve dúvidas nas resoluções, analise as estratégias dos estudantes e as corrija, complementando com o que você, professor(a), achar pertinente. Se possível, convide as duplas para apresentarem suas respostas na lousa.

a. Escreva o que você compreende sobre razão entre duas grandezas.

Resposta:

Professor(a), a razão entre duas grandezas de mesma espécie é o quociente indicado entre os números que medem essas grandezas, numa mesma unidade. Nessa perspectiva, analise a resposta do aluno e complemente com o que achar pertinente.

b. Escreva o que você compreende sobre o quociente de duas grandezas.

Resposta:

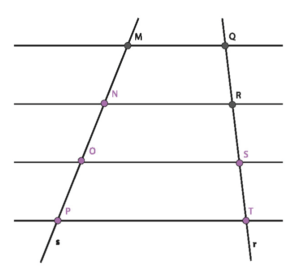
Professor(a), de maneira sucinta, podemos dizer que a razão é o quociente entre dois números. É nessa perspectiva que você deve analisar as respostas dos estudantes e complementar com o que você achar pertinente.

c. Sobre proporcionalidade, o que você compreende? Cite alguns exemplos, utilizando aplicações ou outros significados que você conheça.

Resposta:

Professor(a), proporção é a igualdade entre duas grandezas apresentadas em forma de razão. É nessa perspectiva que você deve analisar as respostas dos estudantes e complementar com o que você achar pertinente.

3. Caro estudante, um teorema é uma afirmação matemática que precisa ser demonstrada. Ao decorrer da Educação Básica, estudamos alguns teoremas, por exemplo, o Teorema de Tales. Utilizamos esse teorema para resolvermos problemas do cotidiano. A seguir, estudaremos seu significado e suas aplicações. Seu enunciado diz que: "Se duas retas são transversais de um feixe de paralelas, então a razão entre dois segmentos quaisquer de uma delas é igual à razão entre os respectivos segmentos correspondentes da outra". Veja o exemplo:



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

$$\frac{\overline{MN}}{\overline{NO}} = \frac{\overline{QR}}{\overline{RS}} \qquad \frac{\overline{MO}}{\overline{NP}} = \frac{\overline{QS}}{\overline{RT}}$$

Considerando que $\overline{MN} = 6$, $\overline{NO} = 9$, $\overline{OP} = 12$, $\overline{QR} = 8$, $\overline{RS} = 10$ e $\overline{ST} = 10$, determine a razão entre os segmentos:

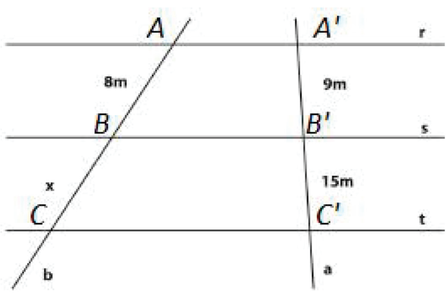
a. $\frac{\overline{MN}}{\overline{NO}}$ $\frac{\overline{MN}}{\overline{NO}} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

b. $\frac{\overline{QR}}{\overline{RS}}$ $\frac{\overline{QR}}{\overline{RS}} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

c. $\frac{\overline{MO}}{\overline{NP}}$ $\frac{\overline{MO}}{\overline{NP}} = \frac{15}{21} = \frac{5}{7}$

d. $\frac{\overline{QS}}{\overline{RT}}$ $\frac{\overline{QS}}{\overline{RT}} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$

4. Utilizando o significado do Teorema de Tales, determine a medida x da figura abaixo, sendo r//s//t.



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Resolução:

$\frac{8}{x} = \frac{9}{15} \rightarrow 120 = 9x \rightarrow x = \frac{120}{9} \rightarrow x = \frac{40}{3} m \text{ ou } x \cong 13{,}3\ m.$

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor(a), esta atividade é apenas uma introdução sobre o significado do Teorema de Tales. Nas próximas aulas, você terá mais atividades explorando esse tema. O objetivo aqui é você explorar, já a partir do significado do Teorema, os demais conteúdos matemáticos que são pré-requisitos para o desenvolvimento integral do significado do Teorema de Tales.

AULAS 03 E 04 - PROPRIEDADES DA PROPORCIONALIDADE

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Sugira que os estudantes formem duplas e organize as carteiras em fileiras em formato de U ou em círculo.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Estão programadas, para estas aulas, atividades de cunho investigativo sobre o significado de proporcionalidade, a fim de calcular a medida de triângulos e quadriláteros. Inicialmente, você deve observar o que os estudantes sabem sobre o tema em questão. Prossiga com a aula falando sobre as condições de semelhança entre triângulos e quadriláteros a partir dos ângulos ou lados. Apresente possíveis fórmulas e propriedades que achar necessário. Discuta sobre as propriedades da proporcionalidade para calcular a medida de lados em triângulos e quadriláteros semelhantes, mas antes talvez seja oportuno conversar com a turma sobre as condições de proporcionalidade quando:

✓ Os ângulos forem iguais;
✓ Os lados forem correspondentes proporcionais.
✓ Existir razão de semelhança igual entre dois lados correspondentes.

Durante a ra-zão de semelhança, podem ser observadas:

✓ Ampliação: quando a razão entre os lados correspondentes for maior que 1.
✓ Redução: quando a razão entre os lados correspondentes for menor que 1.

AULAS 03 E 04 - PROPRIEDADES DA PROPORCIONALIDADE

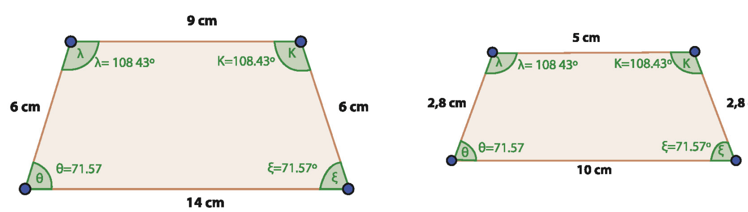
Objetivos das aulas:

- Aplicar as propriedades da proporcionalidade para calcular a medida de lados em triângulos semelhantes;
- Aplicar as propriedades da proporcionalidade para calcular a medida de lados em quadriláteros semelhantes;

Caro estudante, para o desenvolvimento das atividades, será necessário relembrar: estratégias de cálculo do quociente de uma razão, equação do 1º grau e condições de proporcionalidade entre triângulos e quadriláteros. Nesse sentido, você deve ficar atento aos comentários e possíveis complementos que o(a) professor(a) fará ao decorrer das aulas.

1. Consideramos que dois quadriláteros são semelhantes quando possuem lados correspondentes proporcionais e ângulos correspondentes congruentes. A partir desses significados, nos itens abaixo, verifique, em cada caso, se há semelhança entre os quadriláteros.

a.



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

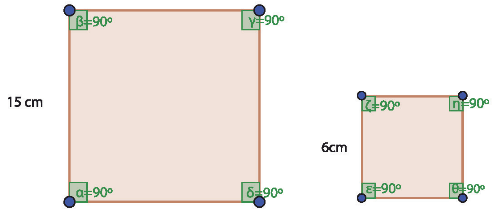
Resolução:

Espera-se que o estudante analise, primeiramente, a congruência dos ângulos. Nesses quadriláteros, os ângulos são congruentes. Seguindo a análise, o estudante deve verificar a razão de semelhança dos lados:

$\frac{9}{5} = 1{,}8 \qquad \frac{14}{10} = 1{,}4 \qquad \frac{6}{2{,}8} \cong 2{,}15$

Nesse caso, as razões entre as medidas dos lados são diferentes. Logo, os quadriláteros em questão não são semelhantes.

b.



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Resolução:

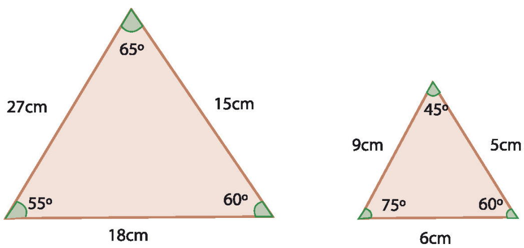
Nesse caso, verifica-se que os ângulos são congruentes e a razão de semelhança dos lados correspondentes é proporcional.

$\frac{15}{6} = \frac{5}{2} = 2{,}5$

Logo, os quadrados são semelhantes.

2. Dois triângulos são semelhantes quando dois lados correspondentes são proporcionais e todos os ângulos entre esses lados são congruentes. A partir desses significados, nos itens abaixo, verifique, em cada caso, a semelhança dos triângulos.

a.



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Resolução:

Nesse caso, verifica-se que os ângulos não são congruentes, mas que a razão de semelhança dos lados correspondentes é proporcional.

$\frac{27}{9} = 3$

$\frac{15}{5} = 3$

$\frac{18}{6} = 3$

Considerando que dois triângulos são semelhantes quando dois lados são proporcionais e os ângulos entre esses lados são congruentes, verifica-se que não há ângulos congruentes entre os lados. Sendo assim, os triângulos não são semelhantes.

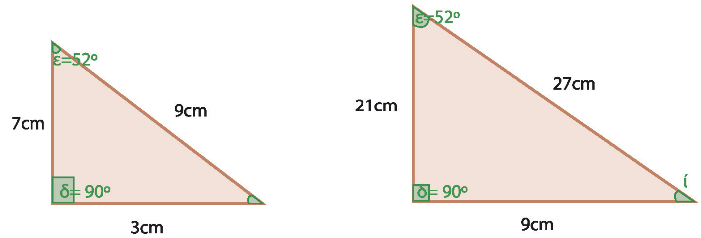
FINALIZANDO

Para finalizar a aula, verifique, com os estudantes, as respostas das atividades. Identifique se houve dúvidas nas resoluções e as corrija, complementando com o que você, professor(a), achar pertinente. Se possível, convide as duplas para apresentarem suas respostas na lousa.

DESENVOLVENDO

Mantenha a sala organizada. Solicite aos estudantes que, em duplas, analisem e respondam as atividades das respectivas aulas. Circule pela sala, enquanto eles discutem e resolvem as questões. Observe as discussões das duplas e, se necessário, oriente-as sobre possíveis dúvidas que surgirem. Pergunte: “Como vocês estão resolvendo?”; “Por que dessa forma?”; “O que vocês acham se...”; entre outros questionamentos que achar pertinente. É sempre bom desafiar a turma a investigar, levantar hipóteses e trocar estratégias para solucionar as situações propostas.

b.



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Resolução:

Espera-se que o estudante analise a congruência dos ângulos dos triângulos, seguido da verificação da razão de semelhança dos lados correspondentes dos triângulos. Verifica-se que os ângulos são congruentes e todos os lados são proporcionais, cuja razão é 3.

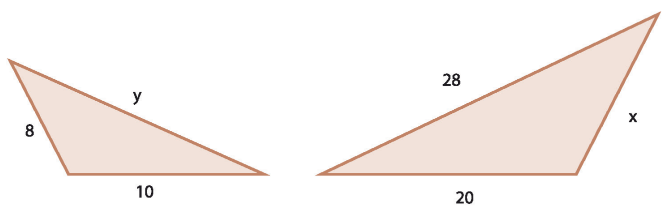
$$\frac{21}{7} = 3$$

$$\frac{27}{9} = 3$$

$$\frac{9}{3} = 3$$

Logo, os triângulos em questão são semelhantes.

3. Os triângulos ABC e PQR são semelhantes. Utilizando o significado da propriedade da proporcionalidade, aplicada na atividade 1, determine x e y



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Resolução: Professor(a), considerando que o enunciado do problema já afirma que os triângulos são semelhantes, espera-se que o estudante utilize a ideia de que os lados são correspondentes, verificando as medidas desconhecidas a partir da razão de semelhança dos triângulos e efetuando os cálculos.

$$\frac{x}{8} = \frac{20}{10} = \frac{28}{y}$$

i) $\frac{x}{8} = \frac{20}{10} \rightarrow 10x = 160 \rightarrow x = 16$

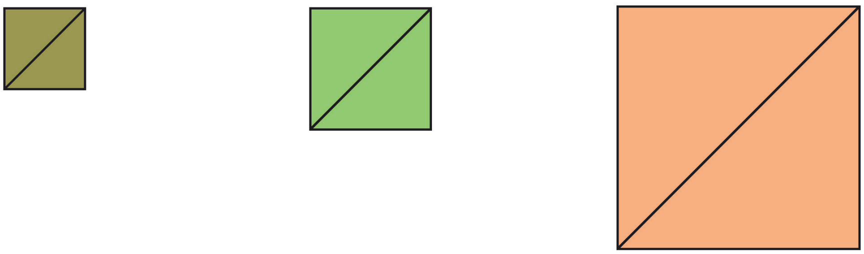
ii) $\frac{20}{10} = \frac{28}{y} \rightarrow 20y = 280 \rightarrow y = 14$

4. (AAP, 2016 – Adaptado) Na figura abaixo, estão representados três quadrados, seus lados (L1, L2 e L3) e as respectivas medidas de suas diagonais (D1, D2 e D3).

$L_1 = 2cm$
$D_1 = 2\sqrt{2}cm$

$L_2 = 3cm$
$D_2 = 3\sqrt{2}cm$

$L_3 = 6cm$
$D_3 = 6\sqrt{2}cm$



Calcule a razão entre as medidas da diagonal e do lado de cada quadrado correspondente.

Resolução:

A razão entre a diagonal e o lado de cada quadrado é dada por:

$\frac{D_1}{L_1} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$ $\frac{D_2}{L_2} = \frac{3\sqrt{2}}{3} = \sqrt{2}$ $\frac{D_3}{L_3} = \frac{6\sqrt{2}}{6} = \sqrt{2}$

Verifica-se que $\frac{D_1}{L_1} = \frac{D_2}{L_2} = \frac{D_3}{L_3} = \sqrt{2}$. **Logo, a razão entre as medidas da diagonal e do lado de cada quadrado correspondente é igual** $\sqrt{2}$.

AULAS 05 E 06 - CALCULANDO MEDIDAS DESCONHECIDAS DE SEGMENTOS DE RETA

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Sugira que os estudantes formem duplas e organize as carteiras em fileiras em formato de U ou em círculo.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 1

Professor(a), verifique se os estudantes possuem habilidades desenvolvidas para resolverem equações de 1º e 2º grau. Se achar necessário, faça uma breve retomada com a turma sobre esses objetos matemáticos, pois, sem o domínio dessas habilidades, os estudantes podem não obter sucesso na resolução das atividades que se seguem.

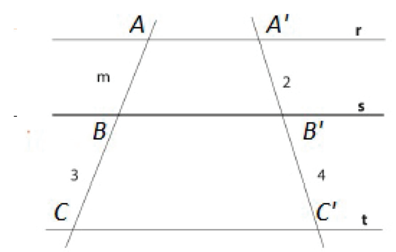
AULAS 05 E 06: CALCULANDO MEDIDAS DESCONHECIDAS DE SEGMENTOS DE RETA

Objetivos das aulas:
- Investigar relações de proporcionalidade entre segmentos de retas formados por retas paralelas cortadas por transversais (teorema de Tales);
- Calcular medidas desconhecidas de segmentos de reta determinados por retas paralelas cortadas por transversais, com o uso do teorema de Tales.

Caro estudante, para o desenvolvimento das atividades, será necessário relembrar o significado das equações de 1º e 2º grau. Sendo assim, fique atento aos comentários e possíveis complementos que o(a) professor(a) fará ao decorrer das aulas.

1. Caro estudante, utilizando o significado do Teorema de Tales, determine o valor de m em cada item abaixo, considerando que as retas r, s e t são paralelas.

a.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

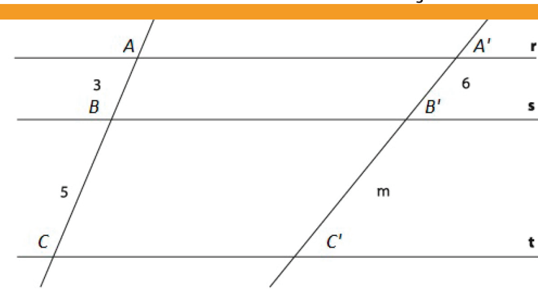
Resolução:

$\frac{m}{3} = \frac{2}{4} \rightarrow 4m = 6 \rightarrow m = \frac{6}{4} \rightarrow m = \frac{3}{2}.$

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor(a), tenha o cuidado de reforçar para os estudantes que, neste item, o valor m corresponde à medida do segmento de reta que está compreendido entre as retas paralelas r e s. Estenda essa observação aos demais itens que se seguem.

b.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

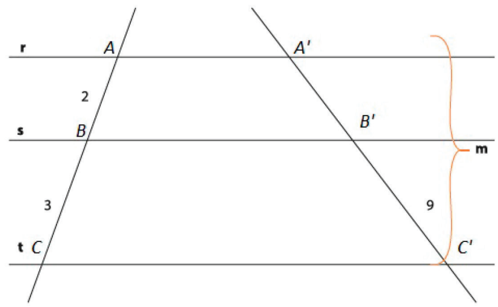
Resolução:

$\frac{3}{5} = \frac{6}{m} \rightarrow 3m = 30 \rightarrow m = \frac{30}{3} \rightarrow m = 10.$

INICIANDO

Nestas duas aulas, o trabalho será investigativo, realizando cálculo para achar medidas desconhecidas de segmentos de reta determinados por retas paralelas cortadas por transversais, com o uso do Teorema de Tales. Sendo assim, professor(a), tenha uma conversa com os estudantes sobre o que eles recordam em relação ao significado de equações e ao cálculo a partir da igualdade de proporções. Após fazer as exemplificações, os estudantes poderão utilizar o Caderno de Atividades e resolver as atividades propostas.

c.

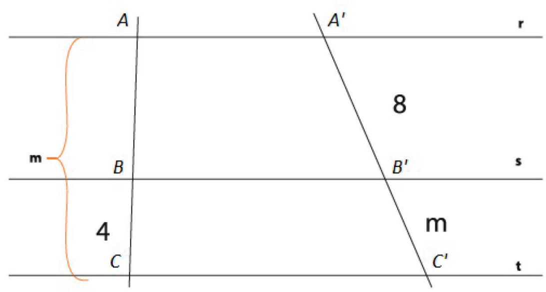


Fonte: elaborado para fins didáticos.

Resolução:

$\frac{3}{9} = \frac{5}{m} \rightarrow 3m = 45 \rightarrow m = \frac{45}{3} \rightarrow m = 15$

d.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Resolução:

$\frac{m}{8+m} = \frac{4}{m} \rightarrow m^2 = 4(8+m) \rightarrow m^2 = 32 + 4m \rightarrow m^2 - 4m - 32 = 0$

a = 1 b = - 4 c = - 32

$m = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(-32)}}{2(1)} \rightarrow m = \frac{4 \pm 12}{2} \rightarrow$ **Nesse caso, consideramos o valor positivo, logo** $m = \frac{16}{2} \rightarrow m = 8.$

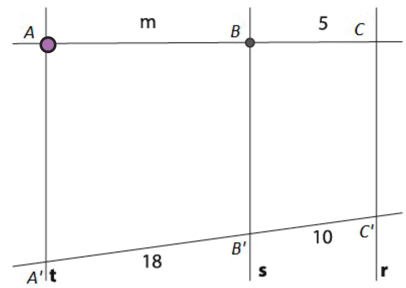
DESENVOLVENDO

Mantenha a sala organizada e solicite aos estudantes que, em duplas, analisem e respondam as atividades das respectivas aulas. Circule pela sala enquanto eles discutem e resolvem as questões. Observe as discussões das duplas e, se necessário, oriente-as sobre possíveis dúvidas que surgirem. Pergunte: "Como vocês estão resolvendo?"; "Por que dessa forma?"; "O que vocês acham se..."; entre outros questionamentos que achar pertinente. É sempre bom desafiar a turma a investigar, levantar hipóteses e trocar estratégias para solucionar as situações propostas.

FINALIZANDO

Por fim, verifique as resoluções das atividades. Identifique se houve dúvidas nas resoluções e as corrija, complementando com o que você, professor(a), achar pertinente. Se possível, convide as duplas para apresentarem suas respostas na lousa.

e.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

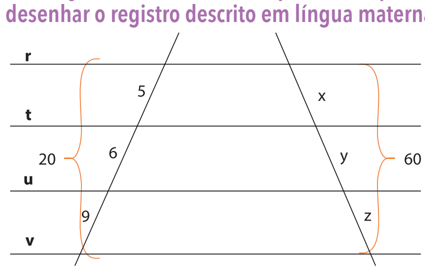
Resolução:

$\frac{m}{18} = \frac{5}{10} \rightarrow 10m = 90 \rightarrow m = 9$

Professor(a), converse com os estudantes que o Teorema de Tales pode ser aplicado também em quadriláteros.

2. (DOLCE & POMPEO, 2013, p.189) Um feixe de quatro retas paralelas determina sobre uma transversal três segmentos que medem 5 cm, 6 cm, e 9 cm, respectivamente. Determine os comprimentos dos segmentos que esse mesmo feixe determina sobre uma outra transversal, sabendo que o segmento compreendido entre a primeira e a quarta paralela mede 60 cm.
Fonte: DOLCE, O.; POMPEO, J. N. Fundamentos de matemática elementar, volume 9: geometria plana. 8ª. ed. São Paulo: Atual, 2013.

Resolução: Professor(a), o esperado é que o estudante esboce a representação abaixo, para desenhar o registro descrito em língua materna na atividade.



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

$$\frac{x}{5} = \frac{60}{20} \rightarrow 20x = 300 \rightarrow x = \frac{300}{20} \rightarrow x = 15\ cm$$

$$\frac{y}{6} = \frac{60}{20} \rightarrow 20y = 360 \rightarrow y = \frac{360}{20} \rightarrow y = 18\ cm$$

$$\frac{z}{9} = \frac{60}{20} \rightarrow 20z = 540 \rightarrow z = \frac{540}{20} \rightarrow z = 27\ cm$$

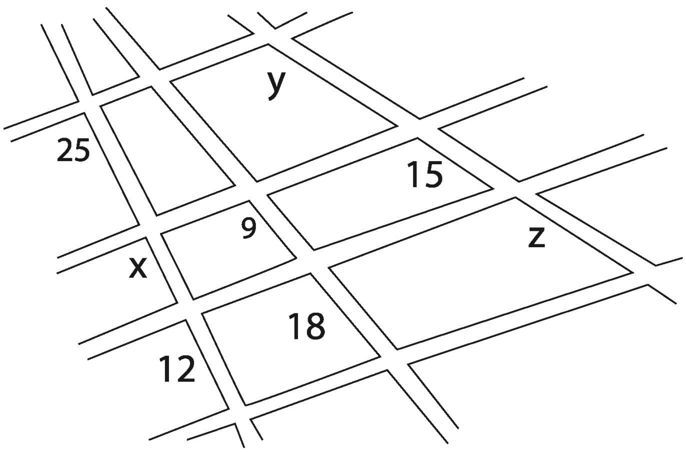
AULAS 07 E 08 - RESOLVENDO PROBLEMAS

Objetivos das aulas:

- Resolver problemas com aplicações do teorema de Tales em triângulos;
- Resolver problemas com aplicações do teorema de Tales em quadriláteros.

Para o desenvolvimento das atividades, será necessário relembrar todos os conceitos estudados nas aulas anteriores. O objetivo das atividades propostas para estas aulas é aplicar o significado do Teorema de Tales em resolução de problemas. Sendo assim, fique atento aos comentários e possíveis complementos que o(a) professor(a) fará ao decorrer das aulas.

1. (Uniasselvi, 2007) O mapa a seguir mostra quatro estradas paralelas que são cortadas por três avenidas transversais. Algumas das distâncias entre os cruzamentos dessas avenidas e estradas estão indicadas no mapa (em km), mas as outras precisam ser calculadas. Complete o mapa com as distancias que faltam.



Resolução:

i) $\frac{x}{12} = \frac{9}{18} \rightarrow 108 = 18x \rightarrow x = \frac{108}{18} \rightarrow x = 6$

ii) $\frac{25}{6} = \frac{y}{15} \rightarrow 6y = 375 \rightarrow y = \frac{375}{6} \rightarrow y = 62,5$

iii) $\frac{9}{18} = \frac{15}{z} \rightarrow 270 = 9z \rightarrow z = \frac{270}{9} \rightarrow z = 30$

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor(a), o objetivo desta atividade é calcular a medida de segmentos proporcionais utilizando o Teorema de Tales. Observe as possíveis dúvidas dos estudantes durante o processo de resolução e complemente com o que achar necessário.

AULAS 07 E 08 - RESOLVENDO PROBLEMAS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

A dica é sempre trabalhar com duplas produtivas, organizando as carteiras em fileiras em formato de U ou em círculo.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante

INICIANDO

Professor(a), esta aula é uma continuidade dos conceitos estudados anteriormente. Logo, as atividades propostas nestas aulas exploram o significado de proporcionalidade e o Teorema de Tales. Se você achar necessário, faça uma breve revisão com a turma sobre tais temas. Após fazer as exemplificações, os estudantes poderão receber os Cadernos de Atividades para resolver as questões propostas.

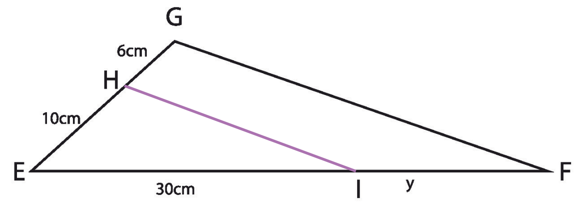
DESENVOLVENDO

Converse com a turma e verifique se os estudantes possuem alguma dúvida sobre os temas estudados nas aulas anteriores. Solicite às duplas que analisem e respondam as atividades das respectivas aulas. Circule pela sala enquanto os estudantes discutem e resolvem as questões. Observe as discussões das duplas e, se necessário, oriente-as sobre possíveis dúvidas que surgirem. Pergunte: "Como vocês estão resolvendo?"; "Por que dessa forma?"; "O que vocês acham se..."; entre outros questionamentos que achar pertinente. É sempre bom desafiar a turma a investigar, levantar hipóteses e trocar estratégias para solucionar as situações propostas.

FINALIZANDO

Para finalizar a aula, verifique as respostas das atividades. Identifique se houve dúvidas nas resoluções e as corrija, complementando com o que você, professor(a), achar pertinente. Se possível, convide as duplas para apresentarem suas respostas na lousa.

2. (AAP, 2018 – Adaptado) Na figura a seguir, temos GF//HI.



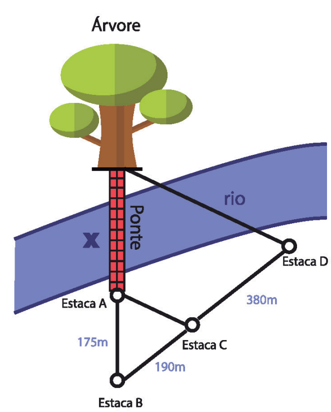
O valor de y no triângulo EFG, em centímetros, é igual a:

Resolução:
$$\frac{EH}{HG} = \frac{EI}{IF} \rightarrow \frac{10}{6} = \frac{30}{Y} \rightarrow 10y = 180 \rightarrow y = \frac{180}{10} \rightarrow y = 18$$

Logo, o valor de y no triângulo EFG em centímetros, é igual a 18 cm.

3. (AAP, 2014 – Adaptado) Para a Copa do Mundo no Brasil, em 2014, diversas obras de infraestrutura foram realizadas: a ponte sobre o rio Cuiabá, em Cuiabá – Mato Grosso é um bom exemplo. Essa ponte liga as cidades de Cuiabá e Várzea Grande (ambas em Mato Grosso). Para calcular seu comprimento, já que o rio é extenso e de grande vazão, o engenheiro utilizou um método muito conhecido em Matemática: o Teorema de Tales.

Observe o desenho



Através das proporções encontradas entre as estacas e a árvore, podemos considerar que o tamanho da ponte a ser construída, em metros, é de:

Resolução: $\frac{x}{175} = \frac{380}{190} \rightarrow 190x = 66.500 \rightarrow x = \frac{66.500}{190} \rightarrow x = 350$

Assim, o tamanho da ponte a ser construída, em metros, é de 350 m.

ANOTAÇÕES

1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 8

OLÁ, PROFESSOR!

Os estudantes deverão chegar ao final desta Sequência de Atividades com habilidades desenvolvidas para resolverem situações-problema envolvendo o significado de volume e capacidade de prismas retos de bases triangular, retangular, hexagonal e cilindros retos. Sendo assim, espera-se também que os estudantes reforcem o significado de área de figuras geométricas planas. Neste sentido, o estudante deve, ao final desta Sequência, potencializar os significados já desenvolvidos sobre estes objetos matemáticos e que consigam aplicá-los dentro de contextos da própria matemática, em áreas interligadas a ela e no cotidiano.

HABILIDADE: (EF09MA19) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos, inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas.

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1 e 2 / 90 min	Blocos retangulares
3 e 4 / 90 min	Volume do prisma reto
5 e 6 / 90 min	Volume do cilindro reto
7 e 8 / 90 min	Um pouco mais de prismas e cilindros

Professor(a), para ajudá-lo nessa ação, a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo fornecerá, por meio do Centro de Mídias, formação continuada quinzenal acerca das Sequências de Atividades, nos momentos das Aulas de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPCs). Desejamos a você e a nossos estudantes um ótimo trabalho!

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 8

AULAS 01 E 02 - BLOCOS RETANGULARES

Objetivos das aulas:

- Reconhecer as grandezas volume e capacidade, bem como suas principais unidades de medida, estabelecendo a sutil diferença entre elas;
- Estabelecer as transformações de unidades de medida entre múltiplos e submúltiplos da medida padrão de capacidade, o litro, e entre múltiplos e submúltiplos da medida padrão de volume, o metro cúbico;
- Estabelecer relações entre as medidas de capacidade e as medidas de volume;
- Resolver problemas envolvendo o cálculo de volume de sólidos formados por blocos retangulares, dadas as medidas de suas dimensões.

Caro estudante, para o desenvolvimento das atividades, será necessário relembrar os significados das figuras tridimensionais cubo e blocos retangulares. Sendo assim, fique atento aos comentários e possíveis complementos que o(a) professor(a) fará no decorrer das aulas para superar possíveis dúvidas sobre cálculo da medida do volume destas figuras.

1. Para transformar os múltiplos e submúltiplos do m^3, por exemplo, km^3 para hm^3 ou hm^3 para dam^3, basta multiplicar consecutivamente por 1000. No caso do mm^3 para cm^3 ou cm^3 para dm^3, basta dividir consecutivamente por 1000.

Nome	Símbolo	Valor
quilômetro cúbico	km^3	1.000.000.000 m^3
hectômetro cúbico	hm^3	1.000.000 m^3
decâmetro cúbico	dam^3	1.000 m^3
metro cúbico	m^3	1 m^3
decímetro cúbico	dm^3	0,001 m^3
centímetro cúbico	cm^3	0,000001 m^3
milímetro cúbico	mm^3	0,000000001 m^3

2. (Saep, 2015) Uma caixa de papelão será fabricada por uma indústria com as seguintes medidas: 40 cm de comprimento, 20 cm de largura e 15 cm de altura. Essa caixa irá armazenar doces que estão também em caixas menores, na forma de um bloco retangular com as dimensões medindo 8 cm de comprimento, 4 cm de largura e 3 cm de altura. Qual o número de caixas de doces necessárias para o preenchimento total da caixa fabricada?

Resolução:

Caixa de papelão: $V = a.b.c \rightarrow V = 40.20.15 \rightarrow V = 12.000\ cm^3$.

Caixa de doces: $V = a.b.c \rightarrow V = 8.4.3 \rightarrow V = 96\ cm^3$.

Dividindo 12 000 por 96 obtemos 125. Logo, o número de caixas de doces necessárias para o preenchimento total da caixa fabricada será 125.

AULAS 01 E 02 - BLOCOS RETANGULARES

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Sugira que os estudantes formem duplas e organize as carteiras em formato de U ou em círculo.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante, calculadora, régua e canetinhas para colorir.

INICIANDO

Professor(a), para as aulas 1 e 2 dessa Sequência de Atividades, primeiramente converse com os estudantes no sentido de diagnosticar o que eles reconhecem ou lembram sobre o significado de cubo e blocos retangulares. Utilizando a lousa, verifique se os estudantes reconhecem os elementos destas figuras espaciais, por exemplo, faces, arestas, base, etc. No decorrer das sequências de atividades você terá vários momentos e situações-problema propostos para trabalhar o significado de volume e capacidade, mas neste primeiro momento já se faz necessário verificar o significado que os estudantes têm desenvol-

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Na **Atividade 1** explore as transformações de unidades de medida entre múltiplos e submúltiplos da medida padrão de capacidade e entre múltiplos e submúltiplos da medida padrão de volume, o metro cúbico. Você pode estender esta atividade a outras transformações, como por exemplo, para litro.

vido sobre estas medidas. Apresente para eles uma fórmula para calcular o volume de blocos retangulares. É interessante diagnosticar o que eles lembram sobre o cálculo da área de figuras geométricas planas, pois é recorrente no cálculo da medida de volume de figuras tridimensionais o uso de modelos para determinar a área da base ou das laterais destas figuras. Após essa breve conversa introdutória, os estudantes poderão receber o Caderno do Estudante e realizar as atividades propostas.

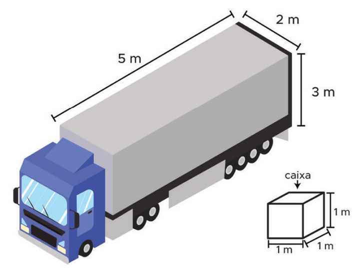
DESENVOLVENDO

Mantenha a sala organizada, solicite aos estudantes que, em duplas, analisem e resolvam as atividades das respectivas aulas. Circule pela sala enquanto eles discutem e resolvem as atividades. Observe as discussões das duplas e, se necessário, oriente-as sobre possíveis dúvidas que surgirem. Pergunte: "como vocês estão resolvendo?", "por que dessa forma?", "o que vocês acham se..." e outros questionamentos que achar pertinente. É sempre bom desafiar a turma a investigar, levantar hipóteses e trocar estratégias para solucionar as situações propostas.

FINALIZANDO

Avalie as resoluções das atividades, identifique se houve dúvidas nas resoluções, analise bem as estratégias ou fórmulas utilizadas e as corrija, complementando com o que você, professor(a), achar pertinente. Se possível, convide as duplas para apresentarem suas respostas na lousa.

3. A família de Michel irá se mudar e para transportar a mudança contrataram um caminhão baú, cujas medidas das dimensões estão explícitas na figura abaixo. Os utensílios serão guardados em uma caixa menor com formato de cubo, cujas medidas também estão representadas na imagem a seguir.



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

A partir dos dados do problema, determine:

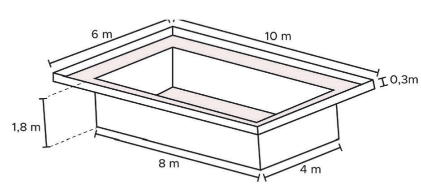
a. A quantidade máxima de caixas que a família de Michel poderá levar em uma viagem nesse caminhão.

Resolução:
Capacidade do caminhão baú: $V = a.b.c \rightarrow V = 2.3.5 \rightarrow V = 30\ m^3$
Como a medida das arestas do cubo (da caixa menor) é 1m, o volume será $1m^3$, logo, a quantidade máxima de caixas que a família de Michel poderá levar em uma viagem nesse caminhão é 30.

b. Utilizando esta situação-problema como exemplo, reflita, a partir do baú do caminhão e das caixinhas menores e justifique, escrevendo no espaço abaixo, o que você compreende sobre volume e capacidade.

Comentários: As respostas esperadas devem compartilhar com os significados de que volume é todo o lugar no espaço que um objeto tridimensional ocupa, já a capacidade é aquilo que o objeto tridimensional consegue transportar. Explore bem a diferença entre volume e capacidade citando outros exemplos. Tome como exemplos caixas de suco, de leite etc.

4. Thiago instalou uma piscina de fibra em sua casa. As dimensões internas dessa piscina encontram-se representadas no desenho abaixo.



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Para encher essa piscina até a sua capacidade máxima, Thiago precisará de quantos litros de água?

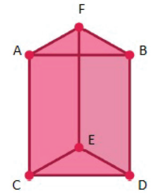
Resolução:
Calculando o volume da profundidade:
$V = a.b.c \rightarrow V = 1,8.8.4 \rightarrow V = 57,6\ m^3$.
Calculando o volume das bordas da piscina:
$V = a.b.c \rightarrow V = 0,3.10.6 \rightarrow V = 18\ m^3$.
Somando os dois volumes obtemos 75, 6 m^3. Considerando que 1 m^3 equivale a 1000 litros ou a um milhão de centímetros cúbicos, 75, 6 m^3 .1000 = 75.600 litros de água. Logo, para encher a piscina até a sua capacidade máxima, Thiago precisará de 75. 600 litros de água.

AULAS 03 E 04 - VOLUME DO PRISMA RETO

Objetivos das aulas:
- Construir fórmulas para o cálculo de volume de prismas retos de base triangular;
- Resolver problemas envolvendo o cálculo de volume de prismas retos de base triangular;
- Construir fórmulas para o cálculo de volume de prismas retos de base quadrangular;
- Resolver problemas envolvendo o cálculo de volume de prismas retos de base quadrangular.

Caro estudante, para o desenvolvimento das atividades, será necessário relembrar os elementos de um prisma reto de bases triangular e quadrangular. Neste sentido, você deve ficar atento aos comentários e possíveis complementos que o(a) professor(a) fará ao decorrer das aulas.

1. Caro estudante, os prismas são sólidos geométricos formado por faces laterais, as quais são paralelogramos que possuem duas bases poligonais congruentes e paralelas. Nesta atividade vamos explorar alguns conceitos da geometria plana, a partir de um prisma reto e associá-los ao significado dos prismas retos. A partir desta retomada, pretende-se que você construa modelos para calcular o volume de prisma de base triangular, neste caso triângulo equilátero.



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

A partir das observações do prisma reto de base triangular, determine:

a. A quantidade vértices, arestas e faces.

6 vértices, 9 arestas e 5 faces.

AULAS 03 E 04 -VOLUME DO PRISMA RETO

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Sugira que os estudantes formem duplas e organize as carteiras em formato de U ou em círculo.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante, régua e calculadora

INICIANDO

Estão programadas para estas aulas atividades de cunho exploratório sobre o significado do volume do prisma reto de base triangular e quadrangular. Discuta com os estudantes o conceito, fale sobre as diferentes bases que um prisma reto pode ter e juntos explorem estratégias para desenvolver modelos para calcular o volume de prismas com base triangular e quadrangular. Uma possível linha de raciocínio para desenvolver os modelos prescritos nos objetivos destas aulas é iniciar a partir dos modelos já conhecidos pelos estudantes, neste caso, o modelo para calcular o volume do cubo ou blocos retangulares. Comumente que se usa o modelo $V = l^3$ para determinar a medida do volume de um cubo e $V = a \times b \times c$ para calcular a medida do volume de um bloco retangular. Explore nestes modelos de que, ao iniciar o cálculo utilizando uma das fórmulas $V = l^3$ ou $V = a \times b \times c$, multiplicando $l \times l$ ou $a \times b$, estamos calculando a área da base do cubo ou do bloco retangular. A partir da análise dos elementos do prisma (vértices, arestas e faces), utilize o raciocínio apresentado acima, faça possíveis analogias e incentive os estudantes a desenvolverem estratégias para construir modelos válidos para calcular o volume de prismas reto de bases triangular e quadrangular.

DESENVOLVENDO

Mantenha a sala organizada, solicite aos estudantes que, em duplas, analisem e resolvam as atividades das respectivas aulas. Circule pela sala, enquanto eles discutem e resolvem as atividades. Observe as discussões das duplas e, se necessário, oriente-as sobre possíveis dúvidas que surgirem. Pergunte: "como vocês estão resolvendo?", "por que dessa forma?", "o que vocês acham se..." e outros questionamentos que achar pertinente para incentivá-los a explorar as atividades. É sempre bom desafiar a turma a investigar, levantar hipóteses e trocar estratégias para solucionar as situações propostas.

FINALIZANDO

Para finalizar a aula, verifique, com os estudantes, as resoluções das atividades. Identifique se houve dúvidas nas resoluções e as corrija, complementando com o que você, professor(a), achar pertinente. Se possível, convide as duplas para apresentarem suas respostas na lousa.

b. O nome dos polígonos das faces.

3 retângulos e 2 triângulos equiláteros.

c. Uma fórmula para calcular a área da base, neste caso do triângulo equilátero.

$$A = \frac{l^2 . \sqrt{3}}{4}.$$

d. Uma fórmula para calcular a área da face, neste caso do retângulo.

A = b × h.

e. Uma fórmula para calcular a área total do prisma.

$$A_{Total} = 2 \times \frac{l^2 . \sqrt{3}}{4} + 3 \times (b \times h) \text{ ou } A_{Total} = A_{lateral} + 2 \times A_{base}.$$

f. O significado de área e volume.

Área é um valor numérico positivo de uma região limitada, no caso do prisma em questão o estudante pode responder que é a parte superficial do prisma. O volume é a medida que quantifica o espaço ocupado por um corpo ou a capacidade que este corpo tem de comportar alguma substância.

g. Nas atividades das aulas 1 e 2 você calculou a medida do volume do cubo e de blocos retangular, anote aqui o modelo que você usou para efetuar os cálculos.

Comentários:

Comumente usa-se o modelo $V = l^3$ para determinar a medida do volume de um cubo e $V = a \times b \times c$ para calcular a medida do volume de um bloco retangular.

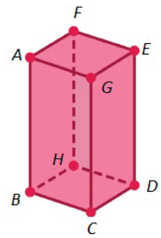
Explore nestes dois modelos a ideia de que ao iniciar o cálculo utilizando uma das fórmulas $V = l^3$ ou V = = $a \times b \times c$, multiplicando $l \times l$ ou $a \times b$, estamos calculando a área da base do cubo ou do bloco retangular.

O objetivo deste item é que você, professor(a), inicie um raciocínio lógico de modo que os oriente a desenvolver um modelo para calcular o volume de um prisma reto de base triangular. Acreditamos que, por exemplo, se for explorado a ideia que $V = l^2 \times l$, onde l^2 é a área da base e l é entendido como a altura, o aluno pode fazer analogias e reescrever a fórmula $V = l^3 \rightarrow V = l^2 \times l$ em $V = A_{base} \times h$. Justi ique que para representar a altura normalmente nos livros didáticos e outros manuscritos matemáticos utilizamos a letra h .

h. A partir do significado do modelo que você utilizou para calcular o volume de um bloco retangular ou cubo, nas aulas 1 e 2, faça analogias e determine um modelo para calcular o volume de um prisma reto de base triangular.

Espera-se que o estudante, a partir da exploração feita nos itens anteriores, reconheça que o polígono da base do prisma reto é um triângulo equilátero e a sua respectiva fórmula para calcular a área é $A_{base} = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$ neste sentido, o modelo esperado é $V = A_{base} \times h$.

2. **O sólido geométrico apresentado abaixo é um prisma reto de base quadrada. Vamos explorar nele os mesmos elementos que exploramos no prisma reto de base triangular.**



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

A partir das observações do prisma reto de base quadrangular, determine:

a. A quantidade vértices, arestas e faces.

8 vértices, 12 arestas e 6 faces.

b. O nome dos polígonos das faces.

2 quadrados e 4 retângulos.

c. Uma fórmula para calcular a área da base, neste caso do quadrado.

$A = l^2$

d. Uma fórmula para calcular a área da face, neste caso do retângulo.

$A = b \times h$.

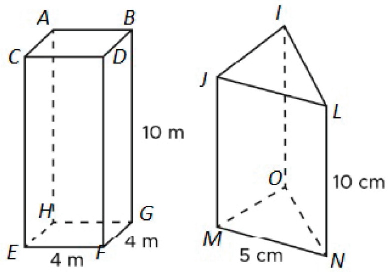
e. Uma fórmula para calcular a área total do prisma.

$A_{Total} = 2 \times (l^2) + 4 \times (b \times h)$ ou $A_{Total} = A_{lateral} + 2 \times A_{base}$

f. Uma fórmula para calcular o volume de um prisma reto de base quadrangular.

Idem às orientações da atividade anterior. $V = A_{base} \times h$.

3. Dados os prismas retos de base triangular (triângulo equilátero) e quadrangular, calcule a área lateral, a área da base, área total e o volume.



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Soluções:

Área da base do prisma reto de base quadrangular: $A_{base} = l^2 \rightarrow A = 4^2 \rightarrow A = 16$ m².

Área lateral do prisma reto de base quadrangular: $A_{lateral} = b \times h \rightarrow A = 4 \times 10 \rightarrow A = 40$ m².

Área total do prisma reto de base quadrangular: $A_{total} = A_{base} + A_{lateral} = 16 + 40 = 56$ m².

Volume do prisma reto de base quadrangular: $V = A_{base} \times h \rightarrow V = 16 \times 10 \rightarrow V = 160$ m³.

Área da base do prisma reto de base triangular:

$$A_{base} = \frac{l^2\sqrt{3}}{4} \rightarrow A = \frac{5^2\sqrt{3}}{4} \rightarrow A = \frac{25\sqrt{3}}{4}\, cm^2.$$

Área lateral do prisma reto de base triangular: $A_{lateral} = 3\ (b \times h) \rightarrow A = 3(5 \times 10) \rightarrow A = 150$ cm².

Área total do prisma reto de base triangular:

$$A_{total} = 2 \times A_{base} + A_{lateral} = 2\left(\frac{25\sqrt{3}}{4}\right) + 150 \rightarrow A_{total} \cong 171{,}64 \text{ cm}^2.$$

Volume do prisma reto de base triangular:

$$V = A_{base} \times h \rightarrow V = \left(\frac{25\sqrt{3}}{4}\right) \times 10 \rightarrow V \cong 108{,}2\ cm^3.$$

4. (AAP, 2015) Um restaurante oferece suco para seus clientes em copos com formato de prisma, cuja base e um quadrado de área 0,25 dm².

Sabendo que 1 dm³ = 1 litro, se a altura de cada copo é 1,2 dm, então a quantidade de copos equivalente a uma jarra com 1,8 litro é:

a. 7

b. 6

c. 5

d. 4

Resolução: Alternativa B

$V = l^2 \times h \rightarrow V = 0{,}25\ dm^2 \times 1{,}2\ dm \rightarrow V = 0{,}3\ dm^3$.

Para determinarmos a quantidade de copos equivalente a uma jarra com 1,8 litro basta dividir 1,8 por 0,3. O resultado é 6 copos.

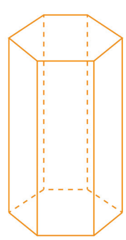
AULAS 05 E 06: VOLUME DO CILINDRO RETO

Objetivos das aulas:

- Determinar a expressão algébrica para calcular o volume de um prisma reto de base hexagonal regular;
- Resolver problema envolvendo a comparação de volumes de dois prismas, cujas bases são diferentes;
- Construir a expressão algébrica para calcular o volume de um cilindro reto;
- Resolver situações-problema que envolvam medidas de volumes de cilindros retos.

Caro estudante, para o desenvolvimento das atividades a seguir, será necessário relembrar alguns significados dos prismas retos, já vistos nas aulas anterior. Sendo assim, fique atento aos comentários e possíveis complementos que o(a) professor(a) fará ao decorrer das aulas.

1. O sólido geométrico apresentado abaixo é um prisma reto de base hexagonal regular. Vamos explorar nele os mesmos elementos que exploramos nos prismas retos de bases triangular e quadrangular nas atividades 1 e 2 das aulas 3 e 4.



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

A partir das observações do prisma reto de base hexagonal regular, determine:

INICIANDO

Para estas aulas o objetivo é continuar explorando o significado do prisma reto, agora com base hexagonal, efetuar comparações de volumes de dois prismas e apresentar estratégias para que os estudantes calculem a medida do volume de um cilindro reto. Os raciocínios que serão desenvolvidos nestas aulas não se distanciam das aulas anteriores. Se perceber que os estudantes não possuem dúvidas, inicie de imediato o trabalho nas atividades propostas para as aulas. Após fazer as exemplificações, os estudantes poderão utilizar o Caderno de Atividades do estudante e resolver as atividades.

AULAS 05 E 06 - VOLUME DO CILINDRO RETO

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Sugira que os estudantes formem duplas e organize as carteiras em formato de U ou em círculo.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante, régua e calculadora.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor(a), em relação às **Atividades 1 e 3** repito aqui o já escrito anteriormente, você deve questionar e verificar demais modelos apresentados pelos estudantes, ouça os argumentos e os corrija ou complemente os raciocínios pertinentes, de modo que seus estudantes não fiquem com dúvidas a respeito do modelo em questão e se você conhecer outras analogias pertinentes a este objetivo, apresente para eles.

DESENVOLVENDO

Mantenha a sala organizada e solicite aos estudantes que, em duplas, analisem e resolvam as atividades das respectivas aulas. Circule pela sala enquanto eles discutem e resolvam as atividades. Observe as discussões das duplas e, se necessário, oriente-os sobre possíveis dúvidas que surgirem. Pergunte: "como vocês estão resolvendo?", "por que dessa forma?", "o que vocês acham se..." e outros questionamentos que achar pertinente. É sempre bom desafiar a turma a investigar, levantar hipóteses e trocar estratégias para solucionar as situações propostas.

FINALIZANDO

Por fim, verifique as resoluções das atividades. Identifique se houve dúvidas nas resoluções e as corrija, complementando com o que você, professor(a), achar pertinente. Se possível, convide as duplas para apresentarem suas respostas na lousa.

a. A quantidade vértices, arestas e faces.

12 vértices, 18 arestas e 8 faces.

b. O nome dos polígonos das faces laterais e da base.

6 retângulos e 2 hexágonos.

c. Com um lápis, trace as diagonais no hexágono e anote o nome da figura que você formou.

Considerando que o hexágono é regular, formaram-se 6 triângulos equiláteros.

d. Agora, determine uma expressão algébrica para calcular a área da face da base, neste caso do hexágono.

Espera-se que o estudante perceba que, por se tratar de 6 triângulos equiláteros, ele pode calcular a área de um triângulo e multiplicar por 6, $A = 6 \times \frac{l^2 . \sqrt{3}}{4}$.

e. Uma expressão algébrica para calcular a área de todas as faces do prisma.

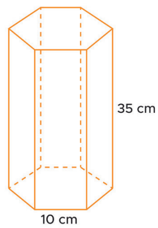
$A_{Total} = 2(\frac{l^2 . \sqrt{3}}{4}) + 6 \times (b \times h)$ ou $A_{Total} = 2 \times A_{base} + 6 \times A_{lateral}$

f. A partir das estratégias desenvolvidas por você para determinar uma expressão algébrica para calcular o volume de um prisma reto de base triangular, se possível, faça analogias e determine uma expressão algébrica para calcular o volume de um prisma reto de base hexagonal regular.

Resposta:

Espera-se que o estudante, a partir da exploração feita no prisma reto de base hexagonal em questão, nos itens anteriores, reconheça que o polígono da base é formado pela junção de 6 triângulos equiláteros. Neste sentido, espera-se que o estudante determine o modelo argumentando que pode calcular a área de um triângulo, $A = \frac{l^2 . \sqrt{3}}{4}$, e em seguida multiplicar o valor por 6. Como o estudante já conhece a expressão algébrica para calcular a área do triângulo, pois foi utilizada nas aulas 3 e 4, talvez esta analogia seja a mais convincente para ele. Logo, o modelo esperado para calcular o volume de um prisma reto de base hexagonal é $V = A_{base} \times h$.

2. Dado o prisma reto de base hexagonal regular abaixo, calcule a medida do seu volume.



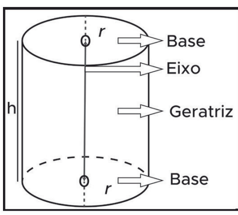
Fonte: Elaborado para fins didáticos.

$$V = A_b \, . h \rightarrow V = 6 \times \frac{l^2 \sqrt{3}}{4} \times 35 \rightarrow V = 150\sqrt{3} \times 35 \rightarrow$$

$$V = 5.250\sqrt{3} \, cm^3.$$

3. Caro estudante, observe os elementos de um cilindro reto descritos na figura a seguir.

Fonte: Elaborado para fins didáticos.



Base: círculos paralelos de raio e centro;

Geratriz: seguimentos paralelos aos centros com extremidades nas circunferências (g=h);

Eixo: reta no centro de uma base ligando a outra;

Altura: distância entre os planos das bases ;

Superfície lateral: reunião de todas as geratrizes.

A partir das observações do prisma reto de base hexagonal, determine:

a. Uma expressão algébrica para calcular a área do círculo.

$A = \pi \times r^2$.

b. Planifique a superfície do cilindro e observe qual figura se formará.

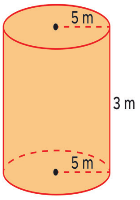
A planificação será composta de um retângulo e 2 círculos.

c. A partir das estratégias desenvolvidas por você para determinar uma expressão algébrica para calcular o volume de um prisma reto de bases triangular, quadrangular e hexagonal, nas atividades anteriores, faça analogias entre as diferentes expressões algébricas e, se possível, determine uma expressão algébrica para calcular a medida do volume de um cilindro.

Resposta:

Espera-se que o estudante, a partir da exploração feita no cilindro e as analogias em relação aos modelos já desenvolvidos e aplicados nos prismas retos de base triangular, quadrangular e hexagonal, reconheçam que o modelo a ser desenvolvido para calcular o volume do cilindro é semelhante ao que ele já vinha utilizando para calcular a medida do volume dos prismas, $V = A_{base} \times h$. Neste caso a alteração esperada que o estudante faça é notar que $A_{base} \rightarrow A_{círculo} = \pi \times r^2$ e chegue à conclusão do modelo esperado, que é $V_{cilindro} = \pi \times r^2 \times h$.

4. Dado o cilindro, calcule a área lateral, a área da base, área total e o volume. (Considere o valor de π = 3, 14)



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Resoluções:

Calculando a área lateral: Professor(a), comente com os estudantes que ao planificar a superfície do cilindro temos um retângulo e 2 círculos.

Nos interessa, neste caso, as dimensões do retângulo, que são: h = 3 cm e $b = 2 \times \pi \times r$ (comprimento da circunferência da base).

$A_l = 2 \times \pi \times r \times h \rightarrow A_l = 2 \times 3{,}14 \times 5 \times 3 \rightarrow A_l = 94{,}2\ m^2$ ou $A_l = 30\pi\ m^2$.

Calculando a área da base:

$A_b = \pi \times r^2 \rightarrow A_b = 3{,}14 \times (5)^2 \rightarrow A_b = 78{,}5\ m^2$.

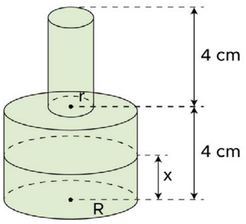
Calculando a área total:

$A_{total} = 2 \times A_b + A_l \rightarrow A_{total} = 2 \times 78{,}5 + 94{,}2 \rightarrow A_{total} = 251{,}2\ m^2$.

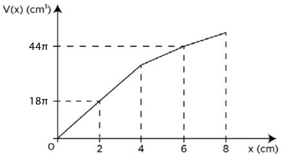
Calculando a medida do volume:

$V_{cilindro} = \pi \times r^2 \times h \rightarrow V = 3{,}14 . 5^2 . 3 \rightarrow V = 235{,}5\ m^3$.

5. (ENEM, 2013) Uma garrafa de vidro tem a forma de dois cilindros sobrepostos. Os cilindros têm a mesma altura 4 cm e raios das bases R e r, respectivamente.



Se o volume V(x) de um líquido que atinge uma altura x da garrafa se expressa segundo o gráfico a seguir, quais os valores de R e de r?



Considerando o volume de um cilindro de raio R e altura H, $V = \pi \cdot R^2 \cdot H$.

I) Considerando o gráfico, para x = 2, temos $V = 18\pi$. Logo,

$V = \pi \cdot R^2 \cdot H$

$18\pi = \pi \cdot R^2 \cdot 2$

$\frac{18\pi}{2\pi} = R^2$

$R^2 = 9$

$R = 3$

II) Para encher o primeiro cilindro completamente, H = 4

$V = \pi \cdot 3^2 \cdot 4$

$V = 36\pi$

III) A partir do gráfico, para x = 6, temos $V = 44\pi$. Para calcular o volume do cilindro menor, precisamos considerar o volume total do cilindro maior e sua altura. Logo,

$44\pi = 36\pi + \pi \cdot R^2 \cdot (6 - 4)$

$\frac{8\pi}{2\pi} = R^2$

$R^2 = 4$

$R = 2$

AULAS 07 E 08 - UM POUCO MAIS DE PRISMAS E CILINDROS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

A dica é sempre trabalhar com duplas produtivas, organizando as carteiras em formato de U ou em círculo.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante, régua e calculadora.

INICIANDO

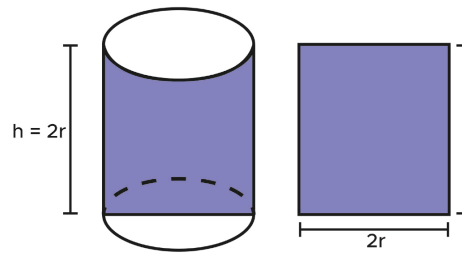
Professor(a), esta aula é uma continuidade dos conceitos estudados anteriormente. As atividades propostas são exploratórias, com cálculos analíticos do volume do prisma e buscam avaliar a capacidade de síntese e aplicação dos significados desenvolvidos sobre cilindros retos equiláteros aplicados em resolução de problemas.

AULAS 07 E 08 - UM POUCO MAIS DE PRISMAS E CILINDROS

Objetivos das aulas:
- Determinar a expressão algébrica para calcular o volume de um cilindro equilátero;
- Resolver problemas envolvendo cilindros equiláteros.

Para o desenvolvimento das atividades, será necessário relembrar alguns conceitos estudados anteriormente sobre cilindros retos, fique atento aos comentários e possíveis complementos que o(a) professor(a) fará ao decorrer das aulas.

1. Caro estudante, o cilindro equilátero é um cilindro cuja seção meridiana é um quadrado, conforme apresentado na figura abaixo.



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

A partir das observações do cilindro equilátero, determine:

a. Ao observar a planificação da superfície do cilindro equilátero, o que você percebeu de diferente em relação aos elementos do cilindro reto?

Espera-se que o estudante observe que no caso do cilindro equilátero tem-se g = h = 2r.

b. A partir das estratégias desenvolvidas por você para determinar um modelo para calcular o volume de cilindros retos nas atividades 3 e 4, das aulas 5 e 6, efetue analogias e determine um modelo válido para calcular o volume de um cilindro equilátero.

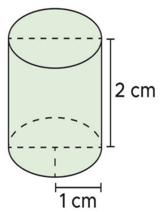
Resposta esperada:
Professor(a), nesta fase é esperado que o estudante já possua o significado desenvolvido de que o volume de um cilindro é o produto da área da base pela medida da altura, $V_{cilindro} = \pi \times r^2 \times h$. Neste caso, espera-se que as análises dos estudantes cheguem à conclusão de que o modelo para calcular a medida do volume de um cilindro equilátero é o mesmo utilizado para calcular o volume de um cilindro reto.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor(a), abra um parêntese neste ponto para discutir com os seus estudantes o significado de geratrizes. As geratrizes são os segmentos com uma extremidade em um ponto da circunferência de centro O e raio r e a outra no ponto correspondente da circunferência de centro O′ e raio r. Se achar necessário, apresente uma outra imagem cujo foco seja a visualização das geratrizes.

2. Determine o volume dos cilindros abaixo:

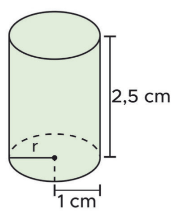
a. cilindro equilátero



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Resolução:
$V = 3{,}14 \cdot 1^2 \cdot 2 \rightarrow V = 6{,}28\ cm^3$.

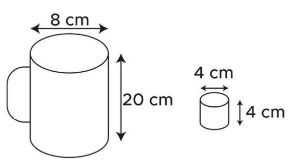
b. cilindro reto



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Resolução:
$V = 3{,}14 \cdot 1^2 \cdot 2{,}5 \rightarrow V = 7{,}85\ cm^3$.

3. (ENEM, 2010) Dona Maria, diarista na casa da família Teixeira, precisa fazer café para servir as vinte pessoas que se encontram numa reunião na sala. Para fazer o café, Dona Maria dispõe de uma leiteira cilíndrica e copinhos plásticos, também cilíndricos.



Com o objetivo de não desperdiçar café, a diarista deseja colocar a quantidade mínima de água na leiteira para encher os vinte copinhos pela metade. Para que isso ocorra, Dona Maria deverá

a. encher a leiteira até a metade, pois ela tem um volume 20 vezes maior que o volume do copo.

b. encher a leiteira toda de água, pois ela tem um volume 20 vezes maior que o volume do copo.

c. encher a leiteira toda de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.

d. encher duas leiteiras de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.

e. encher cinco leiteiras de água, pois ela tem um volume 10 vezes maior que o volume do copo.

Resposta: Alternativa B

Comentários: Professor, explore neste problema a redução e ampliação de volume de cilindros retos. Espera-se que os estudantes apresentem os cálculos: O volume do copinho plástico é $V = \pi \cdot 2^2 \cdot 4 \rightarrow V = 50{,}24\ cm^3$. O volume da leiteira é $V = \pi \cdot 4^2 \cdot 20 \rightarrow V = 1.004{,}8\ cm^3$. (Volume da leiteira) ÷ (volume do copinho) = 1.004,8/20,24 = 20. Assim, dona Maria deverá encher a leiteira toda de água, pois ela tem um volume 20 vezes maior que o volume do copo.

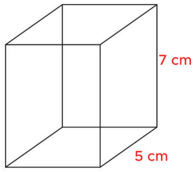
DESENVOLVENDO

Converse com a turma e verifique se os estudantes possuem alguma dúvida sobre os temas estudados nas aulas anteriores. Solicite às duplas que analisem e resolvam as atividades das respectivas aulas. Circule pela sala enquanto os estudantes discutem e resolvem as atividades. Observe as discussões das duplas e, se necessário, oriente-os sobre as possíveis dúvidas que surgirem. Pergunte: “como vocês estão resolvendo?”, “por que dessa forma?”, “o que vocês acham se...” e outros questionamentos que achar pertinente. É sempre bom desafiar a turma a investigar, levantar hipóteses e trocar estratégias para solucionar as situações propostas.

FINALIZANDO

Para finalizar a aula, verifique as resoluções das atividades. Identifique se houve dúvidas nas resoluções e as corrija, complementando com o que você, professor(a), achar pertinente. Se possível, convide as duplas para apresentarem suas respostas na lousa.

4. Emília comprou um porta joias para presentear a sua amiga Fabiana. O porta joias tem um formato de cilindro e possui um volume de 126,6 cm^3. Emília vai enviar o porta joias para Fabiana por uma transportadora e comprou uma caixa de papelão no formato de um prisma regular de base quadrada de modo que restou um espaço interno apenas entre a lateral do porta joias e a face da caixa. Neste espaço vazio Emília pretende preencher com algodão para fixar o porta joias dentro da caixa e suavizar os possíveis impactos durante a viagem.



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Considerando os dados do problema, verifique qual a medida do espaço vazio que restará entre a lateral do porta joias e a face interna da caixa.

Resoluções:

A base é um quadrado, $A = l^2 \rightarrow A = 5^2 \rightarrow A = 25\ cm^2$

Volume da caixa, $V = A_{base} \cdot h \rightarrow V = 25 \cdot 7 \rightarrow V = 175\ cm^3$

Subtraindo a medida do volume da caixa da medida da porta joia: $175\ cm^3 - 126{,}6\ cm^3 = 48{,}4\ cm^3$.

ANOTAÇÕES

ANOTAÇÕES

2ª SÉRIE

2º BIMESTRE

2º bimestre			ARTICULAÇÃO DE MATERIAIS
	Objetos de Conhecimento	**Habilidades**	
SA 5	Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais.	**(EF07MA17)** Resolver e elaborar situações-problema que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.	**Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 7º ano** V.3, na Situação de Aprendizagem 4 ATIVIDADE 1 – RELAÇÕES DE INTERDEPENDÊNCIA
SA 6	Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais.	**(EF09MA24*)** Identificar e calcular as relações de proporcionalidade dos segmentos determinados por retas paralelas cortadas transversais (teorema de Tales).	**Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 9º ano** V.1, na Situação de Aprendizagem 5 ATIVIDADE 1 – RELAÇÕES ENTRE OS ÂNGULOS FORMADOS POR RETAS PARALELAS CORTADAS PELA RETA TRANSVERSAL. ATIVIDADE 2 – DEMONSTRAÇÃO DE ALGUMAS PROPRIEDADES ATIVIDADE 3 – O "X DA QUESTÃO" V.1, na Situação de Aprendizagem 6 ATIVIDADE 1 – TIROLESA ATIVIDADE 2 – RAZÃO PARA VIDA E PARA MATEMÁTICA ATIVIDADE 3 – APROFUNDANDO O CONHECIMENTO EM RAZÃO ENTRE SEGMENTOS ATIVIDADE 4 – TEOREMA DE TALES – APLICAÇÃO

2ª SÉRIE - ENSINO MÉDIO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 5

OLÁ, PROFESSOR!

Nesta Sequência de Atividades (SA), falamos diretamente com você, que está aí, na sala de aula, no convívio direto com os estudantes que terão oportunidade, nesse momento, de se envolver com atividades que possibilitam a retomada de conceitos, propriedades e procedimentos essenciais para o desenvolvimento de seus conhecimentos e capacidades em matemática.

A Sequência de Atividades deve ser desenvolvida tendo como visão o protagonismo do estudante, fazendo parte da sua aprendizagem. Além disso, as socializações das atividades, por parte dos estudantes, são percebidas aqui como oportunidades de serem desenvolvidas habilidades e competências que dizem respeito à cooperação, à empatia, à argumentação e à comunicação, entre outras.

Vale ressaltar que os estudantes devem chegar ao final da Sequência de Atividades sendo capazes de reconhecer e aplicar conceitos, propriedades e procedimentos em contextos que contemplem problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais.

As escolhas das habilidades foram feitas por meio das análises realizadas dos resultados de avaliações internas e externas (diagnóstico de entrada e SARESP), que revelaram fragilidades dos estudantes, com relação à habilidade:

(EF07MA17) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1 e 2/ 90 min	Como variam as grandezas
3 e 4/ 90 min	Grandezas diretamente proporcionais em problemas
5 e 6/ 90 min	Ainda sobre proporcionalidade
7 e 8/ 90 min	Pensando sobre a proporcionalidade inversa

Sabemos que as atividades por si só não ensinam. Por isso, professor, a sua atuação é tão importante em cada uma das situações propostas aqui, cujo objetivo é recuperar as aprendizagens e desenvolver as habilidades esperadas para a 2ª série do Ensino Médio. Para isso, este caderno deverá servir como mais uma ferramenta que o auxiliará no processo de ensino, sendo necessário, portanto, que você considere, em seu replanejamento, outras possibilidades de discussão e recursos, para além daqueles sugeridos nesta Sequência de Atividades. Para ajudá-lo nessa ação, a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo fornecerá, por meio do Centro de Mídias, formação continuada quinzenal acerca das Sequências de Atividades, nos momentos das Aulas de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPCs). Desejamos a você e a nossos estudantes um ótimo trabalho!

ANOTAÇÕES

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 5

AULAS 01 E 02 - COMO VARIAM AS GRANDEZAS

Objetivos das aulas:
- Reconhecer uma proporcionalidade direta na relação entre duas grandezas;
- Identificar a proporcionalidade direta entre duas grandezas;
- Determinar o valor de grandezas diretamente proporcionais, por meio da regra de três.

Algumas ciências baseiam-se na medição, outras são mais voltadas às descrições e classificações. Para alguns profissionais, medir é uma ação corriqueira. Todos temos alguma ideia sobre a que se refere o ato de medir. Um comerciante poderá sentir dificuldade em vender seus produtos se não realizar medições. Um estilista poderá ter problemas em desenvolver os seus projetos se não realizar algumas medições. Um profissional de Recursos Humanos costuma realizar o controle das horas de trabalho realizadas pelos seus subordinados. Um analista de sistemas poderá sentir dificuldades se não conferir a capacidade de armazenamento de sua máquina. São variadas as situações que envolvem medições.

Existem diferentes coisas que podem ser medidas e todas elas são chamadas de grandezas. Então, a massa que o comerciante precisa verificar para vender seus produtos, os comprimentos que o estilista precisa conferir para fazer as suas produções, o tempo de trabalho que o profissional de RH acompanha e a capacidade de armazenamento de computadores, são exemplos de grandezas. Para cada um deles, é possível utilizar um instrumento de medida adequado.

Medir, na prática, é comparar uma quantidade de uma grandeza com outra quantidade da mesma grandeza que se denomina como unidade de medida. As unidades de medida podem ser padronizadas ou não. Quilograma (kg), metro (m), horas (h) e *gigabytes* (gb) são exemplos de unidades padronizadas, enquanto, palmos e pés não têm um padrão.

No nosso dia a dia, nos deparamos constantemente com algumas grandezas. Umas são mais comuns do que outras, no entanto, todas são úteis dependendo do contexto. Pensando nisso, responda:

1. Para um pedreiro, quais grandezas são indispensáveis?

RESPOSTA PESSOAL. Professor, a resposta é pessoal, mas dentre tantas possibilidades, o estudante pode citar: comprimento, tempo, altura, massa, ângulo, largura, área, capacidade, temperatura, etc.

2. Um professor utiliza alguma grandeza em seu trabalho? Qual?

RESPOSTA PESSOAL: Professor, a resposta é pessoal, mas dentre tantas possibilidades, o estudante pode citar: tempo, pontuação, idade, quantidade de faltas, quantidade de alunos, etc.

AULAS 01 E 02 – COMO VARIAM AS GRANDEZAS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas produtivas.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Professor, sugerimos que a etapa inicial seja a apresentação do Caderno do Estudante um diálogo sobre as ideias centrais das atividades dessa Sequência. É interessante incentivar um resgate sobre proporcionalidade, já que é uma temática estudada em anos anteriores e cujos problemas costumeiramente aparecem em exames e em situações reais.

DESENVOLVENDO

A leitura coletiva do texto introdutório da Sequência é um excelente ponto de partida e, se for realizado com reflexões acerca das ideias apresentadas, ficará significativamente mais rica. As **Atividades 1, 2, 3, 4 e 5** objetivam proporcionar sobre discussões as grandezas relacionadas a algumas profissões. Esse tipo de atividade pode aproximar a Matemática à vida cotidiana e, sobretudo, entendê-la como ciência humana. A **Atividade 6** trata da variação entre grandezas. Sugerimos que seja realizada de maneira compartilhada, iniciando com a leitura coletiva das situações e posterior reflexões quanto à variação entre grandezas. As **Atividades 7 e 8** incluem elementos teóricos em seus enunciados. Consideramos pertinente a leitura coletiva com discussões a respeito dos conceitos tratados. Em seguida, é possível disponibilizar tempo para a resolução dos questionamentos e correção. Professor, incentive que os estudantes utilizem regra de três na resolução antes mesmo de apresentar algum exemplo. A proposta consiste em permitir que eles atuem de forma autônoma nesse momento. A última atividade prevista para esse dia é um item do SARESP que envolve grandezas diretamente proporcionais. Possibilite que os estudantes resolvam nas duplas e socializem os caminhos que utilizaram para solucioná-lo.

FINALIZANDO

A finalização da aula pode ocorrer com uma conversa com os estudantes sobre as conclusões acerca dos conceitos estudados. Ressalte a importância da regra de três para resolver problemas em que ocorre proporcionalidade entre grandezas em diversas áreas do conhecimento. Nesse momento, você poderá perceber possíveis dúvidas e dificuldades que os estudantes tenham enfrentado.

3. Que tipo de grandezas são mais utilizadas na profissão de médico?

RESPOSTA PESSOAL: Professor, a resposta é pessoal, mas dentre tantas possibilidades, o estudante pode citar: idade, altura, peso, batimentos cardíacos, tempo, entre outras.

4. Você consegue identificar alguma grandeza relacionada à profissão de um jogador de futebol?

RESPOSTA PESSOAL: Professor, a resposta é pessoal, mas dentre tantas possibilidades, o estudante pode citar: velocidade, tempo, distância, quantidade de gols, quantidade de pontos, altura, etc.

5. E nós, como cidadãos comuns, nos deparamos com muitas grandezas em nossa vida. Identifique algumas delas descrevendo a situação em que é utilizada.

RESPOSTA PESSOAL: Professor, a resposta é pessoal, mas dentre tantas possibilidades, o estudante pode citar: tempo e relacionar com o trabalho; idade e relacionar com valor a pagar por plano de saúde; altura e relacionar com acompanhamento do crescimento de crianças, entre outros.

6. Existem grandezas que, quando relacionadas com outras, apresentam uma variação que merece ser estudada com atenção já que, percebendo-se como uma delas varia, é possível prever a variação da outra através de leis matemáticas.

a. Veja as situações descritas a seguir e indique as duas grandezas que estão se relacionando em cada caso:

SITUAÇÃO I

Comprei 4 canetas a R$ 5,50 cada uma. No total, quanto eu paguei?

GRANDEZA 1: Quantidade de canetas.

GRANDEZA 2: Valor total a pagar.

SITUAÇÃO II

Com 1 litro de combustível certo automóvel percorre 9 km. Quantos litros são necessários para esse mesmo automóvel percorrer 270 km?

GRANDEZA 1: Quantidade de combustível.

GRANDEZA 2: Distância percorrida.

b. Pense sobre as situações apresentadas na alternativa "a" e responda: de que maneira as grandezas se relacionam, ou seja, o que ocorre com uma delas quando a outra aumenta? O que acontece com uma quando a outra diminui?

Nas duas situações, quando uma grandeza aumenta a outra aumenta proporcionalmente, do mesmo modo, se uma reduzir, a outra reduzirá à mesma proporção.

7. **A sentença matemática indicada pela igualdade entre duas razões recebe o nome de proporção. Cada elemento de uma proporção é denominado termo dessa proporção sendo que o 1º e o 4º termos são chamados de extremos e o 2º e o 3º são os meios. De acordo com a propriedade fundamental, em uma proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios. Essa propriedade pode ser colocada em prática na verificação da proporcionalidade, realizando uma operação denominada multiplicação cruzada.**

$$\frac{4}{6} = \frac{10}{15} \Rightarrow 4 \cdot 15 = 6 \cdot 10 \Rightarrow 60 = 60$$

Nesse exemplo, 4 e 15 são os extremos, enquanto, 6 e 10 são os meios.

As proporções são muito utilizadas na resolução de situações problemas envolvendo variados contextos. Na regra de três, a proporcionalidade é usada no intuito de calcular um valor com base nos três valores estabelecidos pelo problema, desde que esses sejam proporcionais. Acompanhe os exemplos:

a. Num mapa, a distância Rio-Bahia, que é cerca de 1 600 km, está representada por 24 cm. A quantos centímetros corresponde, nesse mapa, a distância São Paulo-Natal, que é de aproximadamente 3 000 km?

Nesse mapa, a distância São Paulo-Natal seria representada com um comprimento de 45 cm.

$$\frac{1600}{3000} = \frac{24}{x} \Rightarrow 1600 \cdot x = 24 \cdot 3000 \Rightarrow x = \frac{72\,000}{1600} \Rightarrow x = 45$$

b. Em uma prova de valor 6, Cristina obteve a nota 4,8. Se o valor da prova fosse 10, qual seria a nota obtida por Cristina?

Se a prova fosse valendo 10, Cristina teria tirado nota 8,0.

$$\frac{6}{10} = \frac{4{,}8}{x} \Rightarrow 6 \cdot x = 4{,}8 \cdot 10 \Rightarrow x = \frac{48}{6} \Rightarrow x = 8$$

c. Quero ampliar uma foto 3 x 4 (3 cm de largura e 4 cm de comprimento) de forma que a nova foto tenha 10,5 cm de largura. Qual será o comprimento da foto ampliada de modo que não haja deformação da imagem?

Para não haver deformação na imagem, o comprimento da foto deverá ser de 14 cm.

$$\frac{3}{4} = \frac{10{,}5}{x} \Rightarrow 3 \cdot x = 4 \cdot 10{,}5 \Rightarrow x = \frac{42}{3} \Rightarrow x = 14$$

8. **Grandezas diretamente proporcionais** são aquelas em que a variação de uma provoca a variação da outra, numa mesma razão. Se uma dobra a outra dobra, se uma triplica a outra triplica, se uma é dividida à metade, a outra também é dividida à metade e assim por diante. Vejamos a seguinte situação:

Se três cadernos custam R$ 35,00, o preço de seis, desses mesmos cadernos, será R$ 70,00. Observe que se dobramos a quantidade de cadernos também dobramos o valor a ser pago por eles.

a. Complete o quadro abaixo com os valores corretos

Quantidade de cadernos	Preço total a pagar (R$)
3	**35,00**
6	**70,00**
12	**140,00**
24	**280,00**

b. É possível garantir que as grandezas **quantidade de cadernos** e **preço total a pagar** são diretamente proporcionais? Justifique a sua resposta.

Sim. Quando a quantidade de cadernos aumenta, o preço total a pagar também aumenta, à mesma medida, se reduzirmos a quantidade de cadernos, o valor também será menor, à mesma razão e, por isso, dizemos que elas são grandezas diretamente proporcionais.

9. (SARESP-2014) Uma máquina fabrica 5 peças a cada 6 segundos. Mantendo esse ritmo de produção, quantas peças serão produzidas em 1 minuto?

a. 20.
b. 40.
c. 50.
d. 60.

RESPOSTA: C.

Em 1 minuto (60 segundos) serão produzidas 50 peças.

$$\frac{5}{x} = \frac{6}{60} \Rightarrow 6 \cdot x = 5 \cdot 60 \Rightarrow x = \frac{300}{6} \Rightarrow x = 50$$

AULAS 03 E 04 - GRANDEZAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS EM PROBLEMAS

Objetivos das aulas:
- Resolver situações-problema que envolvam variação de proporcionalidade direta entre duas grandezas com ou sem a aplicação de regra de três;
- Representar a relação de proporcionalidade direta entre duas grandezas por uma relação algébrica;
- Elaborar problemas que envolvam o conceito de proporcionalidade direta entre duas grandezas.

1. Ana e Bia colecionam canetas coloridas porque gostam de usar diferentes cores em seus cadernos. Na semana passada, elas compraram uma caixa com 12 unidades. Como não tinham a mesma quantidade de dinheiro disponível para essa compra, Ana pagou R$ 6,00 e Bia pagou R$ 12,00 e combinaram que a divisão das canetas seria proporcional ao valor que cada uma pagou. De acordo com essas condições, responda:

a. Considerando o contexto e o combinado que as amigas fizeram entre si, podemos dizer que Ana e Bia receberam a mesma quantidade de canetas? Justifique a sua resposta.

Não. Já que Ana e Bia pagaram valores diferentes e combinaram que a quantidade de canetas que cada uma receberia seria proporcional ao valor pago, elas não receberam a mesma quantidade de canetas. Bia recebeu o dobro da quantidade de Ana porque pagou o dobro do valor.

b. Com quantas canetas Ana ficou? E Bia, quantas canetas recebeu? Explique detalhadamente as suas respostas.

Ana ficou com 4 canetas e Bia com 8. Como Ana pagou R$ 6,00 e Bia pagou o dobro, Bia deverá receber o dobro da quantidade de canetas de Ana. Então, temos que:
Para Ana: dividindo o total de canetas da caixa por 3, já que ela pagou um terço do valor total, ocorre: 12 : 3 = 4 canetas.
Para Bia: basta dobrar a quantidade de canetas que Ana recebeu, 2·4=8.
Proporcionalmente, as canetas ficaram divididas assim:
Ana = 4/12, isso significa que, das 12 canetas, Ana ficou com 4.
Bia = 8/12, isso significa que, das 12 canetas, Bia ficou com 8.

AULAS 03 E 04 – GRANDEZAS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS EM PROBLEMAS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes dispostos em duplas produtivas.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Para o início das aulas, sugerimos um diálogo com apresentação das atividades que serão desenvolvidas no dia de hoje. Ressalte, professor, que embora a regra de três seja muito utilizada em situações relacionadas a proporcionalidade, é possível resolver problemas envolvendo essa ideia por outros caminhos.

DESENVOLVENDO

Após as discussões iniciais, proponha a realização das **Atividades 1 e 2** destacando que a opção é não usar regra de três. Possibilite momento de socialização, com apresentação oral de alguns estudantes, explicitando os caminhos que utilizaram para solucionar os problemas. Convém uma conversa sobre essas atividades e reflexões sobre o fato de serem situações possíveis de ocorrerem no dia a dia. Além disso, explore a ideia de dividir em partes proporcionais. A **Atividade 3** é um problema do SARESP que será solucionado facilmente utilizando-se regra de três direta. A particularidade da **Atividade 4** diz respeito à transformação da unidade de medida de tempo que é indispensável para a resolução adequada. Discuta sobre esse cuidado quanto a observar as unidades de medidas envolvidas em um problema. A **Atividade 5** possibilita discutir sobre a constante de proporcionalidade, em se tratando de proporcionalidade direta, e, sobretudo, a sua representação por meio de uma expressão algébrica. A atividade final prevista para essa aula é a elaboração de um problema envolvendo grandezas diretamente proporcionais. Cada dupla deverá solucionar o problema elaborado por outra e socializar com a turma.

FINALIZANDO

O encerramento da aula pode acontecer com a fala de cada dupla apresentando possíveis dificuldades ou dúvidas vivenciadas no intuito de esclarecê-las.

2. Observe a situação: *Em um banco, constatou-se que um operador de caixa leva, em média, 5 minutos para atender a 3 clientes. Mantendo-se as mesmas condições, qual é o tempo que esse funcionário vai levar para atender 36 clientes?* De acordo com as variáveis desse problema, faça o que se pede:

a. Quais são as grandezas envolvidas?

Quantidade de clientes atendidos e tempo (em minutos).

b. Utilize as grandezas para preencher a tabela adequadamente.

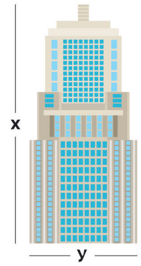
Quantidade de clientes	Tempo (em minutos)
3 clientes	5 min
6 clientes	10 min
9 clientes	15 min
12 clientes	20 min
36 clientes	60 min

c. Analise os resultados e responda: há proporcionalidade entre as grandezas? Justifique sua resposta.

Sim, as grandezas quantidade de clientes atendidos e tempo são diretamente proporcionais porque se uma cresce a outra cresce à mesma proporção; se uma reduz, a outra reduz à mesma proporção também.

3. (SARESP-2013) O edifício da foto abaixo foi construído em Taipei e é um dos dez mais altos do mundo. Sua altura real é de 509 metros. Se, na foto, a medida da altura x do prédio for de 14 cm e a medida de y for de 5 cm, a medida real aproximada de y será de:

a. 110 m.
b. 130 m.
c. 150 m.
d. 180 m.
e. 200 m.



RESPOSTA: D.

Para que a foto não seja uma imagem deformada do edifício, as medidas reais devem ser diretamente proporcionais às medidas da foto. Dessa forma, temos:

Medidas reais (em metros)	Medidas na foto (em centímetros)
509	14
y	5

A partir dessas informações, teremos, então:

$$\frac{509}{y} = \frac{14}{5} \Rightarrow 14 \cdot y = 5 \cdot 509 \Rightarrow y = \frac{2545}{14} \Rightarrow y \cong 181{,}79$$

Logo, a medida de y é de aproximadamente 180 m e, portanto, a resposta é a alternativa d.

4. Uma torneira goteja 7 vezes a cada 30 segundos. Quanto ela deve gotejar em 60 minutos?

Em 60 minutos, que equivalem a 3 600 segundos, essa torneira vai gotejar 840 vezes.

$$\frac{7}{x} = \frac{30}{3600} \Rightarrow 30 \cdot x = 7 \cdot 3600 \Rightarrow x = \frac{25200}{30} \Rightarrow x = 840$$

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, a título de exemplo, podemos ter o problema: Alguns anúncios promocionais de supermercados indicam que o pacote com 5 kg de arroz custa, aproximadamente, R$ 30,00. Nesse caso, qual é valor de 1 kg desse arroz?

$$\frac{5}{1} = \frac{30}{x} \Rightarrow 5 \cdot x = 1 \cdot 30 \Rightarrow$$

$$x = \frac{30}{5} \Rightarrow x = 6$$

Nesse caso, 1 kg do arroz custa R$ 6,00.

5. O número irracional π é a constante de proporcionalidade entre o comprimento **C** de uma circunferência e o seu diâmetro **d**. Isso significa dizer que **C** é diretamente proporcional a **d**. Assim, a expressão que indica corretamente essa proporcionalidade é:

a. $C \cdot d = \pi$

b. $C \cdot \pi = d$

c. $\frac{C}{d} = \pi$

d. $\frac{d}{C} = \pi$

RESPOSTA: C.

Professor, discuta com os alunos que π é a constante de proporcionalidade entre as grandezas comprimento da circunferência e seu diâmetro e destaque que elas são grandezas diretamente proporcionais. Generalize que em casos envolvendo a proporcionalidade direta, ocorre que a razão entre a primeira e a segunda é um valor constante denominado constante de proporcionalidade.

6. Pense a respeito dos conceitos estudados sobre: grandezas, proporcionalidade, constante de proporcionalidade e grandezas diretamente proporcionais. Use a criatividade e, juntamente com o seu colega de dupla, elabore um problema que seja possível solucionar a partir desses conceitos. Se achar conveniente, consulte as atividades desenvolvidas nas aulas. Após a elaboração, troque o seu problema com a dupla vizinha e resolva. Para finalizar, socialize o problema e a sua resolução com a turma, seguindo as orientações do professor.

RESPOSTA PESSOAL.

ANOTAÇÕES

AULAS 05 E 06 - AINDA SOBRE PROPORCIONALIDADE

Objetivos das aulas:
- Reconhecer uma proporcionalidade inversa na relação entre duas grandezas;
- Estabelecer a propriedade fundamental da proporcionalidade inversa entre duas grandezas;
- Determinar o valor de grandezas inversamente proporcionais, com o modelo da regra de três.

1. Numa gráfica, 8 máquinas de mesmo rendimento imprimem um certo número de cópias em 10 horas. Imagine que 3 delas apresentaram algum defeito e pararam de funcionar e responda:

a. Quais são as grandezas envolvidas nesse contexto?

As grandezas envolvidas nesse contexto são: quantidade de máquinas funcionando e tempo para retirar as cópias (em horas).

b. O que ocorre com o tempo para finalizar o mesmo número de cópias, se, de fato, essas 3 máquinas pararem de funcionar?

Por causa das máquinas com defeito, as outras vão precisar de mais tempo para realizar o mesmo trabalho.

c. Há proporcionalidade entre as grandezas que estão relacionadas no problema? Justifique.

Sim, as grandezas quantidade de máquinas funcionando e tempo para retirar as cópias são inversamente proporcionais porque aumentando a quantidade de máquinas o tempo necessário para desenvolver o mesmo trabalho é proporcionalmente menor. Por outro lado, se menos máquinas estiverem trabalhando, será necessário mais tempo para o serviço, de maneira proporcional.

AULAS 05 E 06 – UM OUTRO TIPO DE PROPORCIONALIDADE

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes dispostos em duplas produtivas.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Professor, para essa aula há a proposição de cinco atividades que tratam da proporcionalidade inversa. Então, o início da aula pode ser realizado com um diálogo de retomada sobre as atividades já realizadas e discussão sobre as particularidades no uso da regra de três em se tratando desse tipo de proporcionalidade.

DESENVOLVENDO

As **Atividades 1, 2 e 3** podem ser realizadas de maneira compartilhada. Promova a leitura coletiva dos enunciados com tempo para resolução e apresentação das soluções das duplas. É indispensável discutir sobre como ocorrem as variações entre grandezas inversamente proporcionais. Solicite que os estudantes citem outros exemplos de pares de grandezas que se comportam dessa maneira. A **Atividade 4** apresenta elementos teóricos, então a leitura atenciosa é importante. Para inalizar, a **Atividade 5** aborda a constante de proporcionalidade inversa. Sugerimos que essa também seja realizada de forma compartilhada, com leitura coletiva e discussões a respeito.

FINALIZANDO

Por fim, disponibilize tempo para que os estudantes sinalizem possíveis dificuldades enfrentadas no decorrer dessas atividades e retome as discussões realizadas para buscar solucionar.

d. De acordo com o contexto descrito no enunciado, em quanto tempo as máquinas restantes realizarão o mesmo número de cópias?

Os dados do problema podem ser organizados da seguinte forma:

Quantidade de máquinas funcionando	Tempo para retirar as cópias (em horas)
8	10
5	x

Como as grandezas quantidade de máquinas funcionando e tempo para retirar as cópias são inversamente proporcionais, é necessário inverter uma das razões que formam a proporção e, então, realizar o cálculo:

$$\frac{8}{5} = \frac{x}{10} \Rightarrow 5 \cdot x = 8 \cdot 10 \Rightarrow x = \frac{80}{5} \Rightarrow x = 16$$

Desse modo, com apenas 5 máquinas funcionando, serão necessárias 16 horas para a realização do mesmo serviço.

2. Um piloto de fórmula 1 gastou 2 minutos para dar uma volta num circuito à velocidade média de 210 km/h. Quanto tempo o piloto gastaria para percorrer o circuito à velocidade média de 140 km/h?

As grandezas tempo e velocidade são inversamente proporcionais, então, invertendo uma das razões, teremos:

$$\frac{2}{x} = \frac{140}{210} \Rightarrow 140 \cdot x = 2 \cdot 210 \Rightarrow x = \frac{420}{140} \Rightarrow x = 3$$

Então, reduzindo a velocidade para 140 km/h, o corredor gastaria 3 minutos para dar uma volta nesse circuito, ou seja, precisaria de mais tempo.

3. Um livro possui 240 páginas e cada página tem 40 linhas. Qual seria o número de páginas desse livro se fossem colocadas apenas 30 linhas em cada página?

Quantidade de páginas e quantidade de linhas, nesse contexto, são inversamente proporcionais, então, invertendo uma das razões da proporção, ficamos com

$$\frac{240}{x} = \frac{30}{40} \Rightarrow 30 \cdot x = 40 \cdot 240 \Rightarrow x = \frac{9600}{30} \Rightarrow x = 320$$

Se fossem colocadas apenas 30 linhas em cada página, seriam necessárias 320 páginas para distribuir todo o conteúdo do livro.

4. **Duas grandezas são inversamente proporcionais quando o produto entre elas é uma constante não nula, chamada de constante de proporcionalidade. Elas se relacionam de maneira inversa, ou seja, se uma das grandezas dobra, a outra reduz à metade, se triplicarmos uma delas a outra vai reduzir à terça parte. A velocidade e o tempo são exemplos de grandezas inversas, pois se aumentarmos a velocidade, o tempo é reduzido proporcionalmente, e se diminuímos a velocidade, o tempo aumenta na mesma proporção.**

(AAP 2019 - Adaptada) Analise as afirmações e classifique-as em Verdadeira (V) ou Falsa (F):

a. (V) A quantidade de questões erradas em uma prova (prova formada por questões de mesmo valor) e a nota obtida são grandezas inversamente proporcionais.

b. (V) A massa de uma pessoa e a sua idade são grandezas que não envolvem proporcionalidade.

c. (F) A quantidade de litros de combustível e o valor pago são grandezas inversamente proporcionais.

d. (F) A velocidade de um automóvel e o tempo gasto em um determinado percurso são grandezas diretamente proporcionais.

5. **Veja a situação:** ***Para paginar um livro com 45 linhas em cada página são necessárias 280 páginas. Deseja-se disponibilizar apenas 30 linhas por página.***

a. Quais são as grandezas envolvidas nesse contexto? Elas são direta ou inversamente proporcionais? Por que?

As grandezas envolvidas nesse contexto são: quantidade de páginas e quantidade de linhas por página.
Elas são inversamente proporcionais porque quanto menos linhas em cada página uma maior quantidade de páginas é necessária para compor o livro e se aumentarmos a quantidade de linhas por página, proporcionalmente reduziremos o total de páginas do livro.

b. Qual é a constante de proporcionalidade entre as grandezas envolvidas? Explique.

A constante de proporcionalidade, nesse problema, é:

$$45 \cdot 280 = 12\,600$$

AULAS 07 E 08 – PENSANDO SOBRE A PROPORCIONALIDADE INVERSA

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes dispostos em duplas produtivas.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Professor, para as últimas aulas dessa Sequência de Atividade, ainda estudaremos sobre proporcionalidade inversa. Iniciar por uma conversa relacionando grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais pode ser uma boa ideia.

DESENVOLVENDO

A **Atividade 1** apresenta um problema já solucionado por um estudante para que as duplas verifiquem a adequação da resolução. Permita que as duplas argumentem sobre a pertinência ou não da resolução apresentada. As **Atividades 2, 3 e 4** podem ser solucionadas nas duplas e, se necessário, os estudantes podem consultar as atividades das aulas anteriores para que sigam de exemplos. Na **Atividade 5**, há discussões sobre a constante de proporcionalidade inversa. Para a **Atividade 6** propomos a elaboração de um problema envolvendo grandezas inversamente proporcionais. Inicie conversando sobre a importância de serem criativos e que esse tipo de atividade contribui com o desenvolvimento de habilidades que dizem respeito à comunicação e argumentação.

AULAS 07 E 08 - PENSANDO SOBRE A PROPORCIONALIDADE INVERSA

Objetivos das aulas:
- Resolver situações-problema que envolvam variação de proporcionalidade inversa entre duas grandezas com ou sem a aplicação de regra de três;
- Representar a relação de proporcionalidade inversa entre duas grandezas por uma relação algébrica;
- Elaborar problemas que envolvam o conceito de proporcionalidade inversa entre duas grandezas.

1. Um aluno do Ensino Médio estava estudando para a sua avaliação bimestral de Matemática quando se deparou com a seguinte questão:

"Um homem percorre uma via de determinada distância com uma bicicleta. Sabendo-se que com a velocidade de 5 km/h, ele demora 6 horas, quanto tempo este homem gastará com sua bicicleta para percorrer esta mesma distância com uma velocidade 3 km/h?"

Ele leu o problema e o resolveu da seguinte maneira:

Velocidade (em km/h)	Tempo (em horas)
5 km/h	6 h
3 km/h	x h

$$\Rightarrow \frac{5}{3}=\frac{6}{x} \Rightarrow 5\cdot x = 3\cdot 6 \Rightarrow 5x = 18 \Rightarrow x = \frac{18}{5} \Rightarrow x = 3{,}6$$

Para concluir, o aluno forneceu a resposta: **"Assim, à velocidade de 3 km/h, o homem percorrerá essa distância em 3,6 horas."**

O que você considera: a solução desse aluno está correta? Justifique sua resposta.

A solução não está correta porque o aluno considerou que o problema envolve proporcionalidade direta, no entanto, as grandezas velocidade e tempo são inversamente proporcionais. A resolução adequada seria:

$$\frac{5}{3} = \frac{x}{6} \Rightarrow 3\cdot x = 5\cdot 6 \Rightarrow x = \frac{30}{3} \Rightarrow x = 10$$

Significa que, se o homem reduzir a velocidade de 5 km/h para 3 km/h, ele gastará mais tempo para percorrer a mesma distância, 10 horas.

FINALIZANDO

Por fim, promova um momento de socialização. Esse momento deve acontecer com discussões sobre as questões elaboradas pelas duplas e suas respectivas resoluções. Ouvir os argumentos com atenção é muito importante e uma interessante oportunidade para os estudantes explicitarem a organização de seus pensamentos frente à cada problema. Além disso, falar sobre como articularam o trabalho colaborativo na dupla é válido. Caso sejam indicadas dúvidas, professor, busque esclarecê-las. A

2. Um prêmio em dinheiro será distribuído entre os funcionários de uma empresa, como bônus de final de ano. Inicialmente, seriam R$ 50.000,00 divididos igualmente entre os 20 funcionários. Acontece que, às vésperas da confraternização, houve o anúncio de que 5 dos funcionários mais antigos receberiam o valor dobrado. Dessa forma, se essa alteração acontecer, quanto receberá cada colaborador dessa empresa?

Se o prêmio fosse dividido igualmente entre os 20 funcionários, cada um receberia a quantia de R$ 2.500,00. Como 5 funcionários receberão o valor em dobro, é como se a divisão acontecesse entre 25 pessoas e, dessa forma, o prêmio de cada um será proporcionalmente menor, de modo que o prêmio individual seria de R$ 2.000,00. Portanto, teríamos, 15 funcionários recebendo R$ 2.000,00 cada e 5, recebendo R$ 4.000,00 cada um. Utilizando regra de três podemos fazer:

$$\frac{2\,500}{x} = \frac{25}{20} \Rightarrow 25 \cdot x = 20 \cdot 2\,500 \Rightarrow x = \frac{50\,000}{25} \Rightarrow x = 2\,000$$

3. Observe a informação a seguir:

"Para construir a cobertura de uma quadra de basquete, 25 operários levaram 48 dias. Se fosse construída uma cobertura idêntica em outra quadra e fossem contratados 30 operários com a mesma capacidade de produção, em quantos dias a cobertura estaria pronta?"

a. Quais as grandezas envolvidas nessa situação? Há proporcionalidade entre as grandezas? Justifique sua resposta.

Esse contexto relaciona as grandezas: quantidade de operários e tempo (em dias).

Sim, as grandezas quantidade de operários e tempo são inversamente proporcionais, já que, quanto menor a quantidade de operários, proporcionalmente maior será o tempo necessário para a construção da cobertura da quadra. Por outro lado, se tivermos mais operários trabalhando, teremos um tempo proporcionalmente reduzido.

b. Se desejassem fazer uma cobertura semelhante a essa com apenas 30 operários o que deveria acontecer? Por quê?

$$\frac{25}{30} = \frac{x}{48} \Rightarrow 30 \cdot x = 25 \cdot 48 \Rightarrow y = \frac{1\,200}{30} \Rightarrow x = 40$$

Para realizar o mesmo serviço em apenas 30 dias, serão necessários 40 operários trabalhando.

socialização dos caminhos usados para resolver os problemas é uma importante ferramenta para aumentar o repertório matemático dos estudantes.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, para a **Atividade 6**, uma possibilidade de problema pode ser: Uma turma de estudantes se organizou para realizar um trabalho em grupo. Júnior, Anike e Fernanda combinaram de fazer juntos. Com muito estudo, desenvolveram o trabalho no decorrer de 4 dias. Uma outra atividade em grupo foi encaminhada, mas, agora, Nicole também está participando. Se esse novo grupo realizar essa outra atividade no mesmo ritmo que o primeiro, quanto tempo será necessário para inalizar?

$$\frac{3}{4} = \frac{x}{4} \Rightarrow 4 \cdot x = 4 \cdot 3 \Rightarrow$$

$$x = \frac{12}{4} \Rightarrow x = 3 \text{ dias.}$$

4. Para paginar um livro com 45 linhas em cada página são necessárias 280 páginas. Se colocarmos 30 linhas em cada página, quantas páginas serão necessárias para garantir o mesmo livro?

$$\frac{45}{30} = \frac{x}{280} \Rightarrow 30 \cdot x = 45 \cdot 280 \Rightarrow x = \frac{12\,600}{30} \Rightarrow x = 420$$

Se cada página contiver apenas 30 linhas, o livro terá 420 páginas.

5. Para encher um tanque são necessários 30 recipientes de 6 litros cada um. Se forem usados recipientes com 3 litros cada, quantos serão necessários para encher o mesmo tanque? Qual é a razão de proporcionalidade entre as grandezas quantidade de recipientes e capacidade (em litros)? Represente-a por meio de uma expressão algébrica.

Como as grandezas são inversamente proporcionais, teremos que:

$$\frac{30}{x} = \frac{3}{6} \Rightarrow 3 \cdot x = 6 \cdot 30 \Rightarrow x = \frac{180}{3} \Rightarrow x = 60$$

Ou seja, serão necessários 60 recipientes (R) com 3 litros (C) cada. A razão de proporcionalidade (K) entre as grandezas quantidade de recipientes e capacidade é 180 e, de maneira generalizada, pode ser expressa por: $R \cdot C = k$

6. Pense sobre os conceitos estudados sobre grandezas, proporcionalidade, constante de proporcionalidade, proporcionalidade inversa. Seja criativo e, na sua dupla, elabore um problema que seja possível solucionar a partir desses conceitos. Consulte as atividades desenvolvidas nas aulas, se considerar necessário. Após a elaboração, troque o seu problema com a dupla vizinha e resolva. Para finalizar, siga as orientações do professor e socialize o problema e a sua resolução com a turma.

ANOTAÇÕES

ANOTAÇÕES

ANOTAÇÕES

2ª SÉRIE - ENSINO MÉDIO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 6

OLÁ, PROFESSOR!

Vale ressaltar que os estudantes devem chegar ao final da Sequência de Atividades (SA) sendo capazes de reconhecer e aplicar conceitos, propriedades e procedimentos em contextos que envolvam problemas relacionadas às retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais.

As escolhas das habilidades foram feitas por meio das análises realizadas dos resultados de avaliações internas e externas (diagnóstico de entrada e SARESP) que revelaram fragilidades dos estudantes com relação à habilidade:

(EF09MA24*) Identificar e calcular as relações de proporcionalidade dos segmentos determinados por retas paralelas cortadas por transversais (Teorema de Tales).

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1 e 2/90 min	Proporcionalidade em segmentos de retas
3 e 4/90 min	Apenas semelhantes
5 e 6/90 min	Um teorema para relações de proporcionalidade
7 e 8/90 min	Teorema de Tales em triângulos e quadriláteros

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 6

AULAS 01 E 02 - PROPORCIONALIDADE EM SEGMENTOS DE RETAS

Objetivos das aulas:
- Reconhecer o conceito de razão entre duas grandezas;
- Calcular a razão entre as medidas de dois segmentos de reta;
- Reconhecer os conceitos de proporcionalidade e de segmentos proporcionais;
- Calcular a medida de segmentos proporcionais.

1. De acordo com o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE, São Paulo é o município mais populoso do Brasil, com cerca de 12.325.232 habitantes, seguido pelo Rio de Janeiro, com aproximadamente 6.747.815 habitantes. A densidade demográfica é uma grandeza obtida pela razão entre a quantidade de habitantes e a área territorial da localidade considerada e nos informa quão povoado é esse local.

Observe as informações referentes aos municípios de São Paulo e Rio de Janeiro. Com esses dados, determine a densidade demográfica de ambos e escreva um breve comentário comparando os resultados obtidos.

Município	População	Área (em km²)	Densidade demográfica
São Paulo	12.325.232	1.521,110	8.102,79 hab/km²
Rio de Janeiro	6.747.815	1.200,329	5.621,64 hab/km²

São Paulo: $\frac{12\ 325\ 232}{1\ 521{,}110} \cong 8\ 102{,}79\ hab/km^2$

Rio de Janeiro: $\frac{6\ 747\ 815}{1\ 200{,}329} \cong 5\ 621{,}64\ hab/km^2$

A densidade demográfica de São Paulo é bem maior do que a do Rio de Janeiro; isso significa que a cidade é mais povoada. Em outras palavras, há mais habitantes por km² em São Paulo do que no Rio de Janeiro.

Chamamos de razão entre dois segmentos de reta a razão entre as medidas desses segmentos, desde que estejam na mesma unidade de medida.

AULAS 01 E 02 – PROPORCIONALIDADE EM SEGMENTOS DE RETAS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante e calculadora.

INICIANDO

Professor, sugerimos que na etapa inicial apresente o Caderno do Estudante e dialogue sobre as ideias centrais das atividades dessa Sequência. Indicamos que conversar sobre a ideia de razão entre dois números pode ser um bom ponto de partida, com posterior discussão sobre proporcionalidade. Também, cabe informar aos estudantes que eles poderão utilizar calculadora na realização das atividades.

DESENVOLVENDO

A atividade inicial traz o conceito de densidade demográfica. É pertinente entendê-la como uma razão. Essa, foi a opção para desenvolvermos o estudo sobre razão entre duas grandezas e chegarmos à ideia de razão entre dois segmentos de reta. Para a **Atividade 1**, discussões sobre conceitos de localidade populosa e povoada podem alcançar conclusões a partir dos resultados matemáticos obtidos com os cálculos das densidades demográficas solicitadas. No intuito de enriquecer tais discussões, o professor de Geografia tem muito a contribuir, podendo-se promover uma aula conjunta com esse componente curricular. As reflexões quanto à **Atividade 2** devem caminhar no sentido de se entender o significado da razão entre as distâncias consideradas, no caso, explicitar que a razão solicitada informa o quão maior é a distância do município de São Paulo até Brasília em relação à distância desse mesmo município até o Rio de Janeiro. Para a **Atividade 3**, a imagem que mostra uma tela de um software de geometria dinâmica pode ser explorada no intuito de se observar as informações disponibilizadas tanto na janela de álgebra, quanto na janela de visualização geométrica. Para as **Atividades 4 e 5**, a ideia de proporcionalidade aparece inserida em contextos. Sugerimos que a realização inicie com a leitura coletiva dos enunciados e com discussões orais sobre cada situação para percepção das razões e proporções envolvidas. A efetivação dos cálculos pode ser feita nas duplas, mas socializações sobre os caminhos utilizados devem fazer parte da vivência dos estudantes.

FINALIZANDO

Consideramos que a finalização pode acontecer por meio de uma conversa sobre a importância de se compreender a proporcionalidade, já que é um conceito que pode ser usado para lidar com diversas problemáticas do cotidiano e que é recorrente em situações-problema em exames. Permita, professor, que os estudantes sinalizem possíveis dúvidas e dificuldades que tenham enfrentado, buscando esclarecer todas elas.

Entre as aplicações práticas de razões especiais, aparece a Escola, que é a aplicação da razão entre duas grandezas, a distância do mapa e o seu valor na superfície real. Resumindo, escala é a comparação entre o comprimento observado no desenho e o comprimento real correspondente, ambos na mesma unidade de medida. Veja:

$$Escala = \frac{Comprimento\ do\ desenho}{Comprimento\ real}$$

Exemplo: em um mapa, um comprimento de 10 *km* está representado por 20 *cm*. Qual a escala usada para fazer esse mapa? (lembre-se de deixar os comprimentos em uma mesma unidade de medida).

$$10\text{ km} = 1\,000\,000\text{ cm} \qquad \textbf{Escala} = \frac{20}{1\,000\,000} = \frac{1}{50\,000}$$

Isso significa que cada 1 cm medido no desenho é igual a 50 000 cm no tamanho real.

2. Estima-se que, em linha reta, a distância da cidade de São Paulo até o Rio de Janeiro é de aproximadamente 430 km, enquanto até Brasília tem-se cerca de 873 km.

Considerando que a distância representada no mapa entre as cidades de São Paulo e Rio de Janeiro é de 20 cm, responda:

a. A escala entre a cidade de São Paulo e Rio de Janeiro:

A razão é de aproximadamente $\frac{1}{2}$. Significa que a distância do Rio de Janeiro até São Paulo é mais ou menos a metade da distância até Brasília.

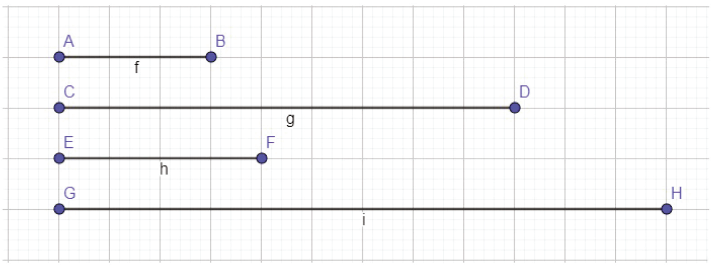
$$\frac{430}{873} \cong \frac{1}{2}$$

b. Considerando a mesma escala entre São Paulo e Brasília, qual será o comprimento representado no desenho para a distância entre essas duas cidades.

Chamamos de razão entre dois segmentos de reta a razão entre as medidas desses segmentos, desde que estejam na mesma unidade de medida.

3. Dizemos que segmentos são proporcionais quando suas medidas definem uma proporção. Dessa forma, se tivermos quatro segmentos, estes serão considerados proporcionais se a razão entre os comprimentos de dois deles for numericamente igual à razão entre os comprimentos dos outros dois. Lembre-se que a razão entre dois segmentos de reta corresponde ao quociente entre as suas dimensões, desde que indicadas na mesma unidade de medida.

Vejamos os exemplos:



Créditos: elaborado para fins didáticos.

Observe os segmentos de reta AB, CD, EF e GH desenhados na malha quadriculada. Considere que cada quadrado tem 1 unidade de lado e verifique se, nessa ordem, são segmentos proporcionais, ou seja, se as razões entre cada par de segmentos são iguais.

$$\frac{3}{9} = \frac{4}{12} \Rightarrow 3 \cdot 12 = 9 \cdot 4 \Rightarrow 36 = 36$$

Os segmentos AB, CD, EF e GH são proporcionais, já que, na ordem estabelecida, as medidas de seus comprimentos definem uma p oporção.

4. *EntregaBem* é uma empresa brasileira de transportes. Em 2020, por causa do período de pandemia do Coronavírus, a quantidade de entregas mensais realizadas pela *EntregaBem* aumentou significativamente. Diante desse contexto, os proprietários optaram por expandir os locais de alcance da sua empresa. Já havia na rota disponibilidade para entrega em localidades a 400 km e 700 km de distância da unidade sede. De maneira ousada, resolveram acessar também locais a 1.200 km, e estão planejando mais uma ampliação com uma condição: que a nova distância seja proporcional a essas três opções que já existem. Sendo assim, qual será a nova distância que atenda à proporcionalidade descrita no enunciado, sabendo que a razão de proporcionalidade é $\frac{1}{3}$.

$$\frac{400}{700} = \frac{1\,200}{x} \Rightarrow 400 \cdot x = 700 \cdot 1\,200 \Rightarrow x = \frac{840\,000}{400} \Rightarrow x = 2\,100$$

A menor distância possível que irá compor as possibilidades de distâncias da empresa, desde que todas formem uma proporção, é de 2 100 km.

5. Sílvia resolveu voltar a realizar atividade física. A opção foi voltar a pedalar, já que essa tinha sido uma experiência que fez parte de sua infância e adolescência e ela só tinha ótimas lembranças desse período. Após muito pensar e planejar, fez o primeiro teste, pedalando por 3 km. Sentiu-se cansada, mas concluiu que essa era uma prática que a fazia feliz. Na segunda oportunidade, Sílvia pedalou por uma distância de 5 km e, na terceira vez, percorreu uma distância de 6 km. Considerando que Sílvia realizou ainda uma quarta pedalada e que os quatro trajetos têm medidas proporcionais, na ordem em que foram citados, qual é a distância que ela cumpriu na quarta vez que pedalou?

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{x} \Rightarrow 3 \cdot x = 5 \cdot 6 \Rightarrow x = \frac{30}{3} \Rightarrow x = 10$$

Para que os comprimentos das pedaladas realizadas por Sílvia formem uma proporção, na quarta vez, ela deverá pedalar 10 km.

AULAS 03 E 04 - APENAS SEMELHANTES

Objetivos das aulas:
- Aplicar as propriedades da proporcionalidade para calcular a medida de lados em triângulos semelhantes;
- Aplicar as propriedades da proporcionalidade para calcular a medida de lados em quadriláteros semelhantes.

1. Você irá assistir ao vídeo ***Quadra poliesportiva***[1], que será exibido pelo professor. Esteja atento aos conceitos e ideias apresentadas no vídeo e, em seguida, escreva comentários sobre os seguintes pontos:

a. Maquete

Maquetes são representações proporcionais do espaço.

b. Semelhança entre figuras

Duas figu as são semelhantes quando têm os ângulos correspondentes com mesma medida e as medidas dos lados são proporcionais.

c. Razão de semelhança

É a razão que representa a proporção entre medidas. Informa o quão uma figu a semelhante a outra é maior ou menor do que ela.

d. Escala

É a razão entre a medida do desenho e a medida real de uma imagem.

1 M3 Matemática Multimídia. Quadra poliesportiva. 2012. Disponível em: <https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1163>. Acesso em: 05 out. 2020.

AULAS 03 E 04 – APENAS SEMELHANTES

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante e recursos para exibição de vídeo.

INICIANDO

As atividades podem ser iniciadas com a leitura compartilhada de todas as propostas previstas para esse dia. Os estudantes deverão notar que, para todas as atividades, há a necessidade da observação cuidadosa das figuras.

DESENVOLVENDO

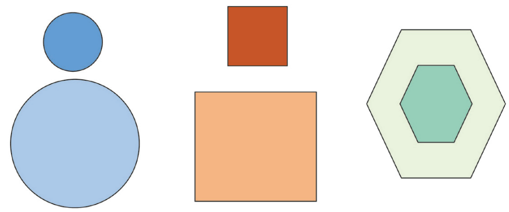
Após as discussões iniciais e a leitura do material, exiba o vídeo **Quadra poliesportiva** (M3 Matemática Multimídia. Quadra poliesportiva. 2012. Disponível em: https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1163. Acesso em: 05 out. 2020.). Para isso, é indispensável que a verificação dos recursos disponíveis para essa exibição seja feita com antecedência. O vídeo apresenta discussões sobre ideias associadas à proporcionalidade, como noção de semelhança de figuras, razão, proporção e escala. A **Atividade 1** do Caderno do Estudante solicita que eles registrem alguns conceitos tratados na película. Se achar conveniente, professor, proponha a elaboração da maquete com a representação das quadras poliesportivas, por exemplo, utilizando materiais recicláveis. Os professores de

Educação Física e de Arte podem colaborar, e há a possibilidade de socializar com a escola toda em um evento mais global, discutindo-se ideias como qualidade de vida e esporte, associação entre diferentes áreas do conhecimento, entre outros. Para concluir a **Atividade 1**, encaminhe a discussão com a participação oral dos estudantes sobre suas respostas. A **Atividade 2** será desenvolvida a partir da leitura dos conceitos apresentados no enunciado e também da observação das figuras disponibilizadas. Os questionamentos também podem ser respondidos de forma compartilhada com toda a turma. A proposta prevê conclusões relativas à ideia de que quadrados são semelhantes e que o mesmo ocorre com círculos. Para finalizar, a sequência propõe a resolução de um item do ENEM que requer relacionar triângulos semelhantes para determinar um valor desconhecido.

FINALIZANDO

Por fim, é interessante propiciar um momento de socialização sobre a resolução da última atividade de maneira que cada dupla seja incentivada a compartilhar o seu modo de organização do pensamento e, também, apresentar possíveis dificuldades ou dúvidas vivenciadas, no intuito de esclarecê-las.

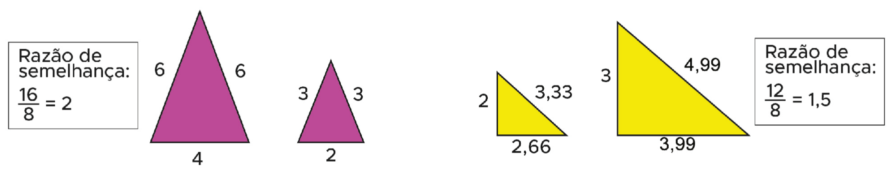
2. Dizemos que polígonos são semelhantes quando têm os ângulos correspondentes congruentes e os lados correspondentes proporcionais. Essas propriedades garantem que os polígonos semelhantes tenham formatos iguais, mesmo com medidas diferentes.



Créditos: elaborado para fins didáticos.

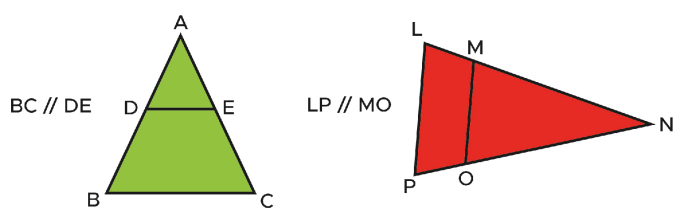
Observe que os pares de figuras semelhantes nos exemplos têm, de fato, o mesmo formato, embora com medidas diferentes. Em particular, quando temos interesse em verificar a semelhança entre triângulos, é suficiente que pelo menos uma dessas condições seja atendida, isto é, basta que os ângulos correspondentes sejam congruentes ou que os lados correspondentes sejam proporcionais. Além disso, valem as propriedades:

- Quando dois triângulos são semelhantes, a razão entre dois dos lados correspondentes é a razão de semelhança que equivale também à razão dos perímetros desses triângulos.



Créditos: elaborado para fins didáticos.

- Toda paralela a um lado de um triângulo que intercepta os outros dois lados em pontos distintos determina um novo triângulo semelhante ao primeiro.



Créditos: elaborado para fins didáticos.

A partir das ideias sobre polígonos semelhantes apresentadas, responda:

a. O que podemos dizer sobre a semelhança entre círculos? Explique.

Círculos são sempre semelhantes, o que varia é a razão de semelhança entre os seus comprimentos.

b. E com relação aos quadrados, é possível concluir algo em relação à semelhança?

Quadrados são sempre semelhantes, o que varia é a razão de semelhança entre os seus lados.

AULAS 05 E 06 – UM TEOREMA PARA RELAÇÕES DE PROPORCIONALIDADE

Objetivos das aulas:

- Investigar relações de proporcionalidade entre segmentos de retas formados por retas paralelas cortadas por transversais (Teorema de Tales);
- Calcular medidas desconhecidas de segmentos de reta determinados por retas paralelas cortadas por transversais com o uso do Teorema de Tales.

1. Dentre o legado que o filósofo, matemático e astrônomo grego Tales de Mileto deixou, há um importante enunciado que utiliza fundamentos da geometria associados à ideia de proporcionalidade. Denominado como Teorema de Tales, relaciona segmentos correspondentes de duas retas transversais quando estas são cortadas por retas paralelas. O Teorema de Tales é enunciado como:

Se duas retas são transversais e cortam um feixe de paralelas, então a razão entre dois segmentos quaisquer de uma delas é igual à razão entre os respectivos segmentos correspondentes da outra, ou seja, um feixe de paralelas determina, sobre duas transversais, segmentos proporcionais.

AULAS 05 E 06 – UM TEOREMA PARA RELAÇÕES DE PROPORCIONALIDADE

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

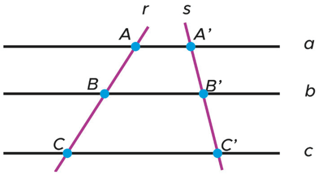
INICIANDO

Para essas aulas, professor, há a indicação de cinco atividades que abordam situações que contemplam a ideia de proporcionalidade. Dessa forma, o início pode ser com um momento de diálogo, sinalizando que esta temática já vem sendo trabalhada.

DESENVOLVENDO

As atividades previstas para essas aulas trazem situações que envolvem proporcionalidade para serem solucionadas com o uso do Teorema de Tales. A sugestão é que a leitura dos enunciados aconteça de maneira coletiva para, em seguida, se disponibilizar tempo para a realização de cada atividade. Propomos a resolução em duplas para que seja uma etapa de discussão e reflexão sobre os contextos, com trabalho colaborativo para que os estudantes se auxiliem mutuamente. A **Atividade 1** apresenta elementos teóricos, com o enunciado do Teorema de Tales e questionamentos a respeito. As **Atividades 2, 3, 4 e 5** são de aplicação desse teorema.

Note que, na figura, as retas r e s são transversais que cortam as paralelas a, b e c. Essas intersecções definem segmentos marcados pelas extremidades A, B, C, A', B' e C', em que A' é o correspondente de A, B' é correspondente ao ponto B e C' corresponde à extremidade C. Agora, reflita sobre esses entes geométricos indicados na figura e suas relações e responda:



Créditos: elaborado para fins didáticos.

a. Qual segmento é o correspondente ao AB?

O segmento A'B'.

b. Qual é o correspondente ao segmento BC?

O segmento B'C'.

c. De acordo com o que diz o Teorema de Tales, que proporção podemos garantir nessa figura?

Uma das proporções que podemos garantir através do Teorema de Tales é: $\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$

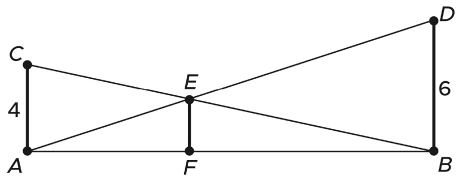
d. Se considerarmos que o segmento AB tem 10 unidades de comprimento, que BC mede 16 unidades e que A'B' tem 8 unidades de comprimento, qual é a medida do segmento B'C'?

$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'} \Rightarrow \frac{10}{16} = \frac{8}{x} \Rightarrow 10 \cdot x = 16 \cdot 8 \Rightarrow x = 12{,}8$ **unidades de comprimento.**

FINALIZANDO

A finalização das ações desse dia deve oportunizar aos estudantes que explicitem as dificuldades enfrentadas no decorrer da realização das atividades, no intuito de se retomar os pontos de fragilidades em busca de esclarecimentos.

2. (ENEM - 2013) O dono de um sítio pretende colocar uma haste de sustentação para melhor irmar dois postes de comprimentos iguais a 6 m e 4 m. A figura representa a situação real na qual os postes são descritos pelos segmentos AC e BD e a haste é representada pelo segmento EF, todos perpendiculares ao solo, que é indicado pelo segmento de reta AB. Os segmentos AD e BC representam cabos de aço que serão instalados.



Qual deve ser o valor do comprimento da haste EF?

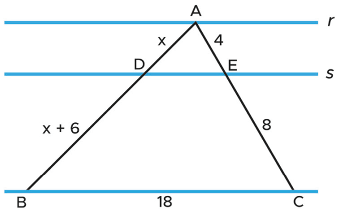
a. 1 m
b. 2 m
c. 2,4 m
d. 3 m
e. $2\sqrt{6}$ m

RESPOSTA: C.
Pela semelhança entre os triângulos AEF e ADB e BEF e BCA, temos: $\frac{EF}{6}=\frac{AF}{AB}$ **e** $\frac{EF}{4}=\frac{FB}{AB}$.
Somando essas igualdades, ficamos com:

$$\frac{EF}{6}+\frac{EF}{4}=\frac{AF}{AB}+\frac{FB}{AB}\Rightarrow\frac{EF}{6}+\frac{EF}{4}=1\Rightarrow 2EF+3EF=12\Rightarrow EF=\frac{12}{5}$$

$$\therefore EF=2{,}4\text{m}$$

3. Podemos pensar sobre o Teorema de Tales a partir de uma figura como a que aparece a seguir:



Créditos: elaborado para fins didáticos.

Note que temos o triângulo ABC e duas outras retas r e s paralelas à base BC. Os lados AB e AC são segmentos transversais ao feixe de paralelas. Desse modo, na figura, temos a delimitação de segmentos a partir das intersecções das retas transversais com as paralelas. Nessas condições, faça o que se pede:

a. De acordo com o Teorema de Tales, que proporção podemos escrever a partir dos dados dessa figura?

$$\frac{x}{x+6}=\frac{4}{8}$$

b. Determine o valor de x da figura.

$$\frac{x}{x+6} = \frac{4}{8} \Rightarrow 8 \cdot x = 4 \cdot (x+6) \Rightarrow 8x - 4x = 24 \Rightarrow x = 6$$

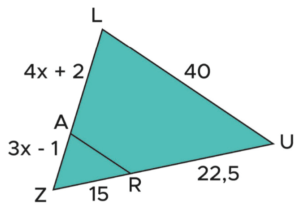
c. Quais as relações entre os triângulos ABC e ADE?

De acordo com o Teorema de Tales, retas paralelas cortadas por transversas delimitam segmentos proporcionais e, portanto, os triângulos ABC e ADE são semelhantes.

d. É verdade que o triângulo ABC é escaleno? Justifique a sua resposta.

Os lados do triângulo ABC são: 6 + 12 = 18, 4 + 8 = 12 e 18 unidades, logo é um triângulo isósceles e não escaleno, já que tem dois lados com a mesma medida.

4. Determine o perímetro do triângulo LUZ, considerando as medidas indicadas na figura e sabendo que os segmentos LU e AR são paralelos.

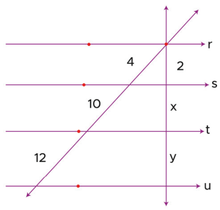


Créditos: elaborado para fins didáticos.

$$\frac{15}{3x-1} = \frac{22{,}5}{4x+2} \Rightarrow 15 \cdot (4x+2) = 22{,}5 \cdot (3x-1) \Rightarrow 60x + 30 = 67{,}5x - 22{,}5 \Rightarrow$$
$$67{,}5x - 60x = 30 + 22{,}5 \Rightarrow x = \frac{52{,}5}{7{,}5} \Rightarrow x = 7.$$

Se x = 7, o perímetro do triângulo LUZ é igual a: 40 + 22,5 + 15 + 21 - 1 + 28 + 2 = 127,5 unidades.

5. A figura a seguir mostra retas transversais cortadas por um feixe de retas paralelas e, sendo assim, alguns segmentos de retas são definidos. Analise com atenção e determine os valores desconhecidos.

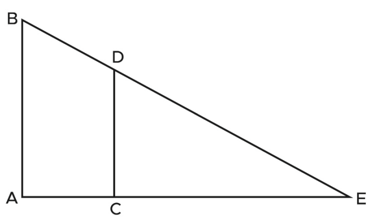


Créditos: elaborado para fins didáticos.

$$\frac{4}{2} = \frac{10}{x} \Rightarrow 4 \cdot x = 10 \cdot 2 \Rightarrow x = 5$$

$$\frac{4}{2} = \frac{12}{y} \Rightarrow 4 \cdot y = 12 \cdot 2 \Rightarrow x = 6$$

6. A figura seguinte mostra os triângulos ABE e CDE. Os segmentos de retas AB e CD são paralelos. Sendo assim, responda:



Créditos: elaborado para fins didáticos.

a. Os triângulos ABE e CDE são semelhantes? Justifique a sua resposta.

Sim, porque, pelo Teorema de Tales, as transversais BE e AE cortam as retas paralelas AB e DC, delimitando segmentos proporcionais.

b. Se AB = 136 cm, CE = 75 cm e CD = 50 cm, quanto mede o segmento AE?

$$\frac{136}{AE} = \frac{50}{75} \Rightarrow 50 \cdot AE = 136 \cdot 75 \Rightarrow AE = \frac{10200}{50} \Rightarrow AE = 204\ cm$$

AULAS 07 E 08 – TEOREMA DE TALES EM TRIÂNGULOS E QUADRILÁTEROS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Professor, para as últimas aulas dessa Sequência, ainda estudaremos sobre proporcionalidade. É interessante retomar os estudos já realizados sobre o tema com discussões quanto às ideias centrais, como conceito de razão e proporção, Teorema de Tales, figuras semelhantes, razão de semelhança, entre outros.

DESENVOLVENDO

As quatro atividades propostas para essas aulas finais são itens de exames realizados em anos anteriores. São questões do ENEM e do SARESP cuja resolução relaciona o Teorema de Tales em situações com triângulos e quadriláteros. Envolver os estudantes na realização desse tipo de problema faz parte da vivência, sobretudo, no Ensino Médio. A sugestão é que os estudantes tenham um momento inicial para realização das questões individualmente e, em seguida, retornem às duplas para discutirem as suas realizações. Para aumentar o repertório matemático desses estudantes, o trabalho colaborativo é bastante importante. Propomos que a correção das questões ocorra com a participação ativa dos estudantes, respondendo na lousa e apresentando para a turma a sua forma de organização do pensamento para a resolução de cada item.

FINALIZANDO

Por fim, promova um momento de socialização, com ênfase aos diferentes caminhos utilizados por cada dupla. Ouvir os argumentos com atenção é muito importante. Além disso, falar sobre como articularam o trabalho colaborativo na dupla é válido. Caso sejam indicadas dúvidas, professor, busque esclarecê-las.

AULAS 07 E 08 – TEOREMA DE TALES EM TRIÂNGULOS E QUADRILÁTEROS

Objetivos das aulas:
- Resolver problemas com aplicações do Teorema de Tales em triângulos;
- Resolver problemas com aplicações do Teorema de Tales em quadriláteros.

1. (ENEM - 2009) A rampa de um hospital tem, na sua parte mais elevada, uma altura de 2,2 metros. Um paciente, ao caminhar sobre a rampa, percebe que se deslocou 3,2 metros e alcançou uma altura de 0,8 metros. A distância em metros que o paciente ainda deve caminhar para atingir o ponto mais alto da rampa é:

a. 1,16 m
b. 3,0 m
c. 5,4 m
d. 5,6 m
e. 7,04 m

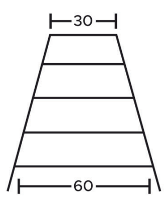
RESPOSTA: D.

$$\frac{2{,}2}{0{,}8} = \frac{x}{3{,}2} \Rightarrow 0{,}8 \cdot x = 2{,}2 \cdot 3{,}2 \Rightarrow x = \frac{7{,}04}{0{,}8} \Rightarrow x = 8{,}8$$

Para saber quanto falta para caminhar, temos:

8,8 – 3,2 = 5,6 m

2. (ENEM - 2000) Um marceneiro deseja construir uma escada trapezoidal com 5 degraus, de forma que o mais baixo e o mais alto tenham larguras respectivamente iguais a 60 cm e a 30 cm, conforme a figura. Os degraus serão obtidos cortando-se uma peça linear de madeira cujo comprimento mínimo, em centímetros, deve ser:



a. 144
b. 180
c. 210
d. 225
e. 240

RESPOSTA: D.

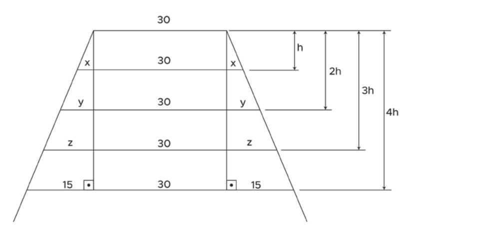
$$\frac{x}{15} = \frac{h}{4h} \Rightarrow 4 \cdot x = 15 \Rightarrow x = \frac{15}{4} \Rightarrow x = 3{,}75$$

$$\frac{y}{15} = \frac{2h}{4h} \Rightarrow 4 \cdot y = 15 \cdot 2 \Rightarrow y = \frac{30}{4} \Rightarrow y = 7{,}5$$

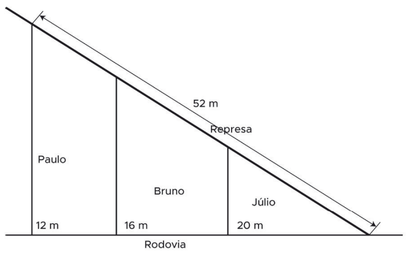
$$\frac{z}{15} = \frac{3h}{4h} \Rightarrow 4 \cdot z = 15 \cdot 3 \Rightarrow z = \frac{45}{4} \Rightarrow z = 11{,}25$$

O comprimento mínimo necessário será:

$$2 \cdot x + 2 \cdot y + 2 \cdot z + 2 \cdot 15 + 5 \cdot 30 = 225 \text{ cm}$$



3. (SARESP – 2008) Tio Paulo, tio Bruno e tio Júlio têm sítios vizinhos. Os sítios são delimitados, na frente, pela rodovia, e atrás, pela represa. Eles sabem que os três sítios tomam 52 m da margem da represa. A frente do sítio do tio Paulo tem 12 m, do tio Bruno, 16 m e do tio Júlio, 20 m. Qual dos sítios pega a maior parte dos 52 m da margem da represa?



a. Tio Bruno

b. Tio Paulo

c. Tio Júlio

d. Os três têm fundos de mesma medida.

RESPOSTA: C.

$$\frac{48}{52}=\frac{20}{x}\Rightarrow x=\frac{1\,040}{48}\Rightarrow x=21{,}666\ldots$$

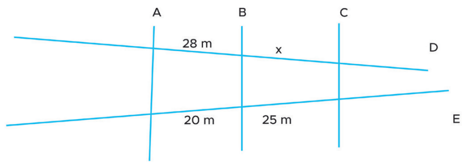
$$\frac{48}{52}=\frac{16}{x}\Rightarrow x=\frac{832}{48}\Rightarrow x=17{,}333\ldots$$

$$\frac{48}{52}=\frac{12}{x}\Rightarrow x=\frac{624}{48}\Rightarrow x=13$$

Logo, o sítio que pega a maior parte dos 52 m da margem da represa é o de tio Júlio.

4. (SARESP – 2013) O desenho a seguir representa uma quadra fiscal da Prefeitura, representando as ruas A, B, C, D e E. As medidas abaixo representam os lotes que têm frente para rua E e para rua D. A medida de x, representado na figura, vale em metros:

(Considerar: A//B//C)



a. 26.

b. 28.

c. 30.

d. 35.

RESPOSTA: D.

$$\frac{28}{20}=\frac{x}{25}\Rightarrow 20\cdot x=28\cdot 25\Rightarrow x=\frac{700}{20}\Rightarrow x=35$$

ANOTAÇÕES

ANOTAÇÕES

2ª SÉRIE - ENSINO MÉDIO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 7

OLÁ, PROFESSOR!

Vale ressaltar que os estudantes devem chegar ao final da Sequência de Atividades (SA) sendo capazes de reconhecer e aplicar conceitos, propriedades e procedimentos em contextos com situações problemas envolvendo equivalência de expressões algébricas: identificação da regularidade de uma sequência numérica.

As escolhas das habilidades foram feitas por meio das análises realizadas dos resultados de avaliações internas e externas (diagnóstico de entrada e SARESP) que revelaram fragilidades dos estudantes em relação à habilidade:

(EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1 e 2/90 min	Expressões que representam sequências numéricas
3 e 4/90 min	Ideia de expressões equivalentes
5 e 6/90 min	Mais expressões equivalentes
7 e 8/90 min	Sobre algumas técnicas de fatoração

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 7

AULAS 01 E 02 – EXPRESSÕES QUE REPRESENTAM SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS

Objetivos das aulas:
- Estabelecer uma lei de formação para uma sequência numérica por meio da regularidade observada nos termos da sequência;
- Reconhecer diferentes expressões algébricas que descrevem uma mesma sequência numérica por meio da substituição de valores numéricos iguais.

1. A ideia de sequência aparece em diversas situações da vida cotidiana, como ao se detalhar as ações desenvolvidas durante um dia, na ordem dos horários de aulas diárias da escola, na lista classificatória do resultado de uma competição, na sequência dos dias da semana, nas fases da lua, nas estações do ano, entre outras tantas.

Temos, ainda, aquelas em que os termos são números e, por isso, são chamadas de sequências numéricas. Os números naturais não nulos, por exemplo, podem ser vistos como uma sequência numérica infinita, cujo primeiro termo (ou elemento) é 1 e um termo tem uma unidade a mais do que o anterior. Podemos representá-los assim: (1, 2, 3, 4, 5, ...).

Para sequências numéricas, é possível escrever uma expressão algébrica que descreve as propriedades de seus termos e que também permite determinar qualquer termo da sequência conhecendo-se, antecipadamente, alguma informação. Essa expressão algébrica é chamada de lei de associação ou lei de formação da sequência.

Quanto aos números naturais diferentes de zero, temos que o primeiro elemento é 1, e podemos escrever: $a_n = a_{n-1} + 1$. Nesse caso, temos que n indica a ordem (ou posição) do termo dentro da sequência numérica e a_n é um termo qualquer da sequência. Essa lei atende a todos os elementos dessa sequência, a partir do segundo. Para os naturais, ocorre que os três primeiros termos são:

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = a_{2-1} + 1 = a_1 + 1 = 1 + 1 = 2$$

$$a_3 = a_{3-1} + 1 = a_2 + 1 = 2 + 1 = 3$$

Com essas informações, observe atenciosamente as sequências numéricas abaixo e escreva a lei de formação de cada uma delas a partir da observação da regularidade existente.

a. (5, 10, 15, 20, 25, ...)

b. (2, 6, 18, 54, 162, ...)

a. $a_n = 5 \cdot n$ e $a_1 = 5$

b. $a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$

AULAS 01 E 02 – EXPRESSÕES QUE REPRESENTAM SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Para o início, consideramos conveniente que os estudantes observem as atividades contidas neste caderno para esse bloco de aulas. A primeira atividade traz um texto introdutório sobre a ideia de sequências. Sendo assim, propomos que seja feita uma leitura compartilhada, incluindo solicitação de exemplos com situações reais, vindos dos estudantes, sejam com sequências não numéricas ou numéricas.

DESENVOLVENDO

A leitura coletiva do texto introdutório da **Atividade 1** é um excelente ponto de partida e, para o fechamento das ideias abordadas, podem ocorrer as resoluções e a correção dos itens a e b. A **Atividade 2** reforça a noção de sequência numérica, apresentando-a para que seja analisada e se forneçam informações como o primeiro termo, a regularidade e a lei de formação. Para a **Atividade 3**, que é um item do ENEM, os estudantes irão observar uma sequência de figuras, buscando a sua regularidade e, a partir dessa percepção, estabelecendo a regra de formação entre os elementos da sequência numérica formada pela quantidade de canudos necessários para formar cada figura. As **Atividades 4 e 5** abordam o conceito de expressões algébricas equivalentes. Para solucioná-las, os estudantes devem realizar operações básicas, como aplicação da propriedade distributiva e adição de termos semelhantes. Nesse momento, pode ser necessário revisitar essas ideias estudadas em anos escolares anteriores.

FINALIZANDO

Por fim, promova uma conversa com os estudantes sobre as conclusões acerca dos conceitos estudados. É uma oportunidade de sistematizar as ideias tratadas nas atividades, e também identificar dúvidas e dificuldades que os estudantes possam ter vivenciado.

2. Considere a sequência a seguir, em que estão escritos apenas os seus quatro primeiros elementos. Analise com atenção tal sequência e preencha a tabela com as informações pedidas.

3 6 9 12

Fonte: Elaborada para fins didáticos

Por que esta pode ser chamada de sequência numérica?	**Porque seus elementos são números.**
Qual é o primeiro termo dessa sequência?	**3.**
Qual é a regularidade que existe entre os seus elementos?	**Cada termo é calculado multiplicando a posição por 3.**
Escreva a lei de formação dessa sequência.	$a_n = 3 \cdot n$ e $a_1 = 3$

3. (ENEM – 2010) Uma professora realizou uma atividade com seus alunos utilizando canudos de refrigerante para montar figuras, onde cada lado foi representado por um canudo. A quantidade de canudos (C) de cada figura depende da quantidade de quadrados (Q) que formam cada figura. A estrutura de formação das figuras está representada a seguir:

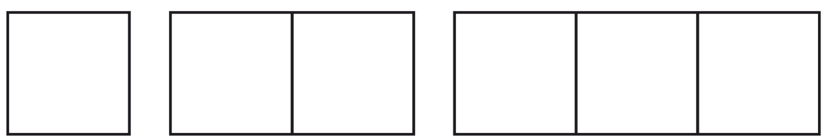


FIGURA I FIGURA II FIGURA III

Fonte: ENEM (2010)

Que expressão fornece a quantidade de canudos em função da quantidade de quadrados de cada figura?

a. C = 4Q.
b. C = 3Q + 1.
c. C = 4Q – 1.35.
d. C = Q + 3.
e. C = 4Q – 2.

RESPOSTA: B.
Para formar o primeiro quadrado, são necessários 1+ 3 = 1 + 1·3 = 4 canudos. Para continuar a figu a com o segundo quadrado, é preciso, no total, 1 + 3 + 3 = 1 + 2·3 = 7; continuando, são 1 + 3 + 3+ 3 = 1 + 3·3 = 10, e assim por diante. Dessa forma, para calcular a quantidade total de canudos, basta fazer: C = 1 + Q·3 que pode ser escrito como C = 3Q + 1.

4. A sequência de números: (3, 5, 7, 9, 11, ...) pode ser descrita como sendo a sequência dos números ímpares maiores do que 1. Observe a regularidade entre os elementos dessa sequência e faça o que é pedido:

a. Escreva a lei de formação capaz de descrever todos os elementos dessa sequência.

Observando os elementos da sequência e considerando que n indica a posição do elemento e T_n representa qualquer elemento da sequência, temos:

$T_1 = 2 \cdot 1 + 1 = 3$ $T_2 = 2 \cdot 2 + 1 = 5$ $T_3 = 2 \cdot 3 + 1 = 7$

$T_4 = 2 \cdot 4 + 1 = 9$ $T_5 = 2 \cdot 5 + 1 = 11$

Desse modo, generalizando, temos a lei de formação $T_n = 2n + 1$, que é capaz de descrever todos os elementos da citada sequência.

b. Pense sobre a sentença abaixo:

$$T_n = 2 \cdot (n - 1) + 3$$

Podemos afirmar que essa sentença é uma lei de formação para a sequência apresentada no enunciado? Justifique.

Sim. Desenvolvendo essa expressão, teremos:

$$T_n = 2 \cdot (n - 1) + 3 = 2 \cdot n - 2 \cdot 1 + 3 = 2n - 2 + 3 = 2n + 1$$

Isso significa que as expressões $2 \cdot (n - 1) + 3$ e $2n + 1$ são equivalentes e, portanto, ambas são leis de formação da sequência considerada.

5. Considere as seguintes expressões algébricas:

$$E = 6 \cdot (x + 1) - 2 \qquad E = 6x + 4$$

Tais expressões são equivalentes?

Essas expressões são equivalentes. Para conferir:

$$E = 6 \cdot (x + 1) - 2 = 6 \cdot x + 6 \cdot 1 - 2 = 6x + 6 - 2 = 6x + 4$$

AULAS 03 E 04 – IDEIA DE EXPRESSÕES EQUIVALENTES

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes dispostos em duplas.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

INICIANDO

O início da sequência pode ser com a leitura silenciosa das seis atividades pensadas para essas aulas. Após esse momento, questione se os estudantes reconhecem algum tema daqueles identificados nos enunciados. Reforce que vão estudar sobre expressões algébricas equivalentes a partir de algumas que eles já devem ter aprendido em sua trajetória escolar.

DESENVOLVENDO

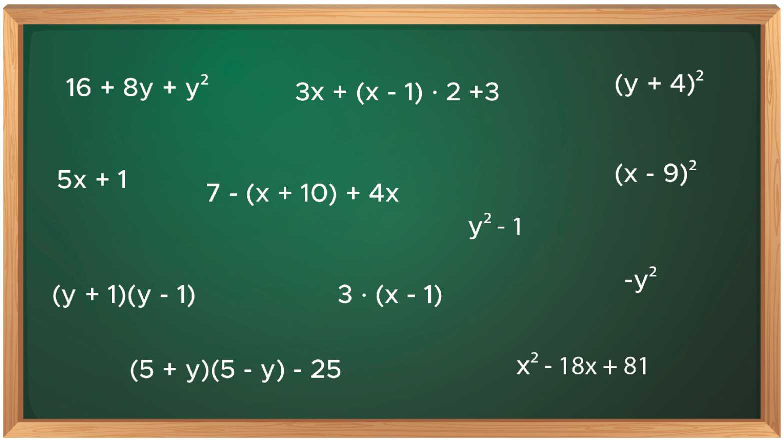
Após essa conversa inicial, disponibilize tempo para a realização das **Atividades 1, 2 e 3**. Estas apresentam pares de expressões equivalentes relacionadas ao quadrado da soma, da diferença e do produto da soma pela diferença. Promova uma correção com participação dos estudantes. É sempre interessante permitir que eles vão à lousa para registrarem e explicarem os seus cálculos. Em seguida, propomos o tempo para a realização das **Atividades 4, 5 e 6**, que tratam especificamente do produto da soma pela diferença de dois termos, com espaços para discussões e reflexões a respeito.

AULAS 03 E 04 – IDEIA DE EXPRESSÕES EQUIVALENTES

Objetivos das aulas:

- Aplicar as propriedades das operações básicas, como a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição ou em relação à subtração, e a redução de termos semelhantes para obter expressões algébricas equivalentes;
- Estabelecer a equivalência entre a expressão algébrica obtida com o produto da soma pela diferença entre dois termos e a expressão algébrica obtida pela diferença entre os quadrados dos mesmos termos;
- Verificar a equivalência de expressões algébricas pelo produto notável da soma pela diferença entre dois termos.

1. Verifique as expressões algébricas a seguir. Há alguns pares de expressões equivalentes. Identifique-os.



Fonte: Elaborada para fins didáticos

Existem pares de expressões equivalentes, vejamos:

$\mathbf{3x + (x - 1) \cdot 2 + 3} = 3x + 2x - 2 + 3 = \mathbf{5x + 1}$

$\mathbf{(y + 4)^2} = (y + 4) \cdot (y + 4) = y^2 + 4 \cdot y + 4 \cdot y + 16 = \mathbf{y^2 + 8y + 16}$

$\mathbf{7 - (x + 10) + 4x} = 7 - x - 10 + 4x = 3x - 3 = \mathbf{3 \cdot (x - 1)}$

$\mathbf{(x - 9)^2} = (x - 9) \cdot (x - 9) = x^2 - 9 \cdot x - 9 \cdot x + 81 = \mathbf{x^2 - 18x + 81}$

$\mathbf{(y + 1)(y - 1)} = y^2 - 1 \cdot y + 1 \cdot y - 1 = \mathbf{y^2 - 1}$

$\mathbf{(5 + y)(5 - y) - 25} = 25 - 5 \cdot y + 5 \cdot y - y^2 - 25 = \mathbf{- y^2}$

FINALIZANDO

O encerramento da aula pode acontecer com a fala de cada dupla, apresentando possíveis dificuldades, ou dúvidas vivenciadas, no intuito de esclarecê-las.

2. Observe o resultado final que foi obtido a partir do desenvolvimento das potências indicadas. Confira se está correto e justifique a sua resposta.

$$\boxed{(4\boldsymbol{m} + 1)^2 - (\boldsymbol{m} + 2)^2 = 15\boldsymbol{m}^2 + 5\boldsymbol{m} - 4}$$

Ao desenvolver as potências, obtemos:

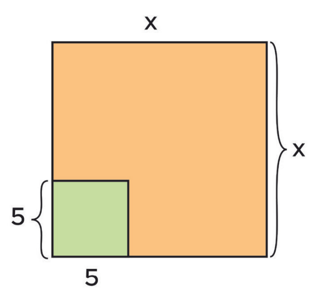
$$(4m + 1)^2 - (m + 2)^2 =$$

$$(4m + 1) \cdot (4m + 1) - (m + 2) \cdot (m + 2) =$$

$$16m^2 + 4m + 4m + 1 - m^2 - 2m - 2m - 4 = 15\boldsymbol{m}^2 + 4\boldsymbol{m} - 3$$

Logo, o resultado mostrado inicialmente não está certo. O que temos corretamente são as expressões equivalentes: $(4m + 1)^2 - (m + 2)^2$ e $15m^2 + 4m - 3$.

3. (AAP – 2015 Adaptada) De um quadrado de lado x, com x > 5, é extraído um quadrado de lado 5 cm, conforme indica a figura. Qual é a expressão que representa a área da região restante?



Fonte: AAP (2015)

A área do quadrado inicial é x^2 e a área do quadrado que foi retirado é 5^2. Desse modo, a área restante pode ser escrita como: $x^2 - 5^2$, cuja forma fatorada é $(x + 5) \cdot (x - 5)$.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, no momento da verificação da atividade 3, ressalte que as expressões $x^2 - 5^2$ e $(x + 5) \cdot (x - 5)$ são equivalentes.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, destaque que, para a atividade 6, novamente será usada a diferença entre dois quadrados cuja fatoração é o produto da soma pela diferença desses dois termos. Essa representação pode ser feita pela igualdade entre as seguintes expressões equivalentes: $x^2 - y^2 = (x + y) \cdot (x - y)$.

Sugerimos, ainda, que proponha aos estudantes pensarem sobre os valores de x e y para esse caso. Permita que realizem tentativas, mas que expliquem para a turma todas as tentativas feitas, inclusive aquelas em que não chegaram aos valores corretos.

OBS: Para esse caso, os números adequados são 10 e 1.

4. Qual é a forma fatorada de $25x^2 - 81$?

a. $(5x + 9) \cdot (5x - 9)$

b. $5x + 9$

c. $5x - 9$

d. $(5x + 9) - (5x - 9)$

Agora, reflita: o que significa dizer que essa expressão é a forma fatorada da outra? Elas são equivalentes? Explique.

RESPOSTA: A.

Dizer que uma expressão é a forma fatorada de outra significa que é uma outra forma de escrever essa primeira, em particular, por meio de fatores, ou seja, na forma de multiplicação. Além disso, formas fatoradas são expressões equivalentes à original, isto é, equivalem-se entre si e, então, podem representar um mesmo contexto. Nessa atividade, temos que $25x^2 - 81$ tem como fatoração a sentença $(5x + 9) \cdot (5x - 9)$. Logo, são expressões equivalentes e, portanto $25x^2 - 81 = (5x + 9) \cdot (5x - 9)$.

5. Para o caso em que $x + y = 9$ e $x - y = 5$, quanto vale $x^2 - y^2$?

A forma fatorada de $x^2 - y^2$ é $(x + y) \cdot (x - y)$, então, temos que:

$$x^2 - y^2 = (x + y) \cdot (x - y) = 9 \cdot 5 = 45$$

6. Se $x + y = 11$ e $x^2 - y^2 = 99$, qual é o valor de $x - y$?

Como $x^2 - y^2 = (x + y) \cdot (x - y)$, **teremos:**

$$x^2 - y^2 = (x + y) \cdot (x - y) \Rightarrow 99 = 11 \cdot (x - y) \Rightarrow (x - y) = \frac{99}{11} \therefore (x - y) = 9$$

AULAS 05 E 06 – MAIS EXPRESSÕES EQUIVALENTES

Objetivos das aulas:
- Estabelecer a equivalência entre a expressão algébrica obtida com o quadrado da soma entre dois termos;
- Estabelecer a equivalência entre a expressão algébrica obtida com o quadrado da diferença entre dois termos.

1. (SARESP- 2015) A expressão algébrica que representa a situação "o quadrado da soma de dois números, mais 5 unidades" é:

a. $x + y + 5^2$

b. $(x + y + 5)^2$

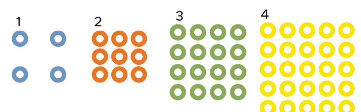
c. $(x + y)^2 + 5$

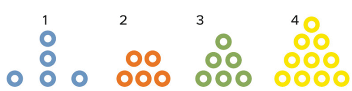
d. $x^2 + y + 5^2$

RESPOSTA: C
a) A soma de dois números com o quadrado de 5.
b) O quadrado da soma entre dois números mais 5 unidades.
c) O quadrado da soma de dois números, mais 5 unidades.
d) A soma do quadrado de um número, com outro número, com o quadrado de 5.

2. (AAP – 2015) A sequência de figuras que representa a expressão matemática $(n + 1)^2$, utilizando $n = 1, n = 2, n = 3$ e $n = 4$, é:

a.


b.


c.


d.


RESPOSTA: B
Para $n = 1$: $(1 + 1)^2 = 2^2 = 4$.
Para $n = 2$: $(2 + 1)^2 = 3^2 = 9$.
Para $n = 3$: $(3 + 1)^2 = 4^2 = 16$.
Para $n = 4$: $(4 + 1)^2 = 5^2 = 25$.

AULAS 05 E 06 – MAIS EXPRESSÕES EQUIVALENTES

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes dispostos em duplas.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

INICIANDO

As atividades para essas aulas são dedicadas ao estudo de expressões algébricas equivalentes, em especial aquelas que abordam o quadrado da soma e da diferença de dois termos. O início da aula pode ser com resgate do que foi estudado na aula anterior e breve diálogo com as relações entre os tópicos dessa aula e a diferença de dois quadrados.

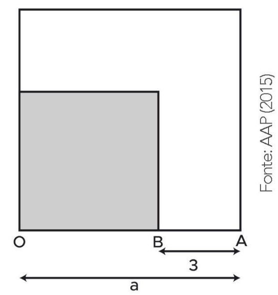
DESENVOLVENDO

Após o resgate inicial e com os estudantes em duplas, reserve tempo para a realização das **Atividades de 1 a 6** e posterior correção com a participação ativa dos estudantes. A **Atividade 1** apresenta a ideia de quadrado da soma de dois termos sem necessariamente desenvolvê-lo. A **Atividade 2** também envolve quadrado da soma de dois termos, mas a partir de sequências de figuras. Já a **Atividade 3** apresenta o quadrado da diferença. Para solucioná-la, é necessário partir da forma reduzida para a forma desenvolvida. A **Atividade 4** requer o desenvolvimento do quadrado da soma e da diferença de dois termos. As **Atividades 5 e 6** apresentam a ideia de expressões algébricas equivalentes. Elas podem ser utilizadas para sistematização dos conceitos de equivalência de expressões a partir do uso das representações do quadrado da soma e da diferença entre dois termos, bem como do produto da soma pela diferença. É importante que, enquanto os alunos resolvem as atividades, você, professor, circule pela sala para entender os processos que os estudantes estão fazendo para desenvolverem as respostas. Se necessário, intervenha para ajudá-los.

FINALIZANDO

A finalização pode acontecer com a correção das atividades na lousa com a participação dos estudantes. Incentive-os a explicarem os procedimentos utilizados para resolverem as atividades e, se necessário, interfira para tirar dúvidas ou corrigir algo que, por ventura, os estudantes não consigam resolver corretamente. Importante, também, fazer a sistematização dos conceitos discutidos nas aulas a partir de uma retomada oral sobre expressões algébricas equivalentes associadas ao quadrado da soma e da diferença de dois termos. É possível solicitar que os estudantes façam registro escrito das principais ideias estudadas e socializem com a turma, a fim de verificar o que aprenderam. Nesse momento, professor, é importante estar atento aos sinais dos estudantes em relação às dúvidas e às dificuldades que possam ter sentido, com vistas a solucioná-las.

3. (AAP – 2015) Na figura a seguir, estão representados dois quadrados de lados AO e OB.



A expressão algébrica que representa a área do quadrado de lado OB é:

a. $a^2 + 6a + 9$
b. $a^2 - 6a + 9$
c. $a^2 - 9$
d. $a^2 - 3$

RESPOSTA: B.
A área do quadrado de lado OB pode ser representada por $(a-3)^2$ que, quando desenvolvida, fica

$$(a-3)^2 = \boldsymbol{a}^2 - 6\boldsymbol{a} + 9$$

4. (AAP – 2015) Sabendo que $xy = 12$, quanto vale $(x-y)^2 - (x+y)^2$?

$$(x-y)^2 - (x+y)^2 = x^2 - 2xy + y^2 - x^2 - 2xy - y^2 = -4xy = -4 \cdot 12 = -48$$

5. Veja o cálculo realizado por um estudante:

$$39^2 = (30+9)^2 = 30^2 + 2 \cdot 30 \cdot 9 + 9^2 = 900 + 540 + 81 = 1521$$

a. Faz sentido o que foi feito? Explique.

Sim. Faz sentido e ele desenvolveu o quadrado da soma de dois termos corretamente.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, na **Atividade 5**, promova uma discussão, enriquecendo os estudos sobre expressões equivalentes, destacando que, nessa atividade, utilizou-se o quadrado da soma e quadrado da diferença de dois números para calcular uma potência de expoente 2.

b. E se o estudante resolvesse usar

$$39^2 = (40 - 1)^2$$

O que iria acontecer?

Também chegaria ao resultado correto:

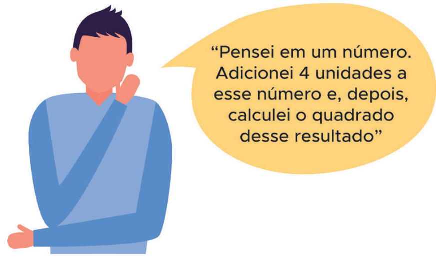
$$39^2 = (40-1)^2 = 40^2 - 2 \cdot 40 \cdot 1 + 1^2 = 1\,600 - 80 + 1 = 1\,521$$

c. Consiga uma estratégia semelhante para o cálculo de $79 \cdot 81$.

Como $x^2 - y^2 = (x+y) \cdot (x-y)$**, teremos:**

$$79 \cdot 81 = (80-1) \cdot (80+1) = 80^2 - 1^2 = 6\,400 - 1 = 6\,399$$

6. Em um jogo de adivinhação, um participante disse:



Fonte: Elaborado para fins didáticos

a. Que expressão algébrica poderia generalizar essas etapas que o estudante pensou?

$$(x+4)^2$$

b. Se alguém disser que pensou inicialmente no número 1, qual é o resultado final encontrado?

$$(x+4)^2 = (1+4)^2 = 5^2 = \mathbf{25}$$

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, a **Atividade 6** é mais uma oportunidade para destacar a ideia de expressões equivalentes, sobretudo, nesse caso, as formas fatorada e desenvolvida do quadrado da soma de dois termos.

c. Pense um pouco sobre a sentença: $x^2 + 8x + 16$. Qual é o valor numérico dessa expressão algébrica, para $x = 1$?

$$x^2 + 8x + 16 = 1^2 + 8 \cdot 1 + 16 = 1 + 8 + 16 = \mathbf{25}.$$

d. Compare os resultados dos itens b e c. A que conclusões você chegou? Comente.

Nos dois itens, chegamos ao mesmo resultado, 25. Isso significa que as duas expressões usadas são equivalentes, isto é:

$$(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$$

AULAS 07 E 08 – SOBRE ALGUMAS TÉCNICAS DE FATORAÇÃO

Objetivos das aulas:
- Estabelecer expressões algébricas equivalentes por meio de fatoração por fator comum;
- Estabelecer expressões algébricas equivalentes por meio de fatoração por agrupamento;
- Verificar a equivalência de expressões algébricas por fatoração, por fator comum ou agrupamento;
- Estabelecer expressões algébricas equivalentes por meio de fatoração por trinômio quadrado perfeito;
- Verificar a equivalência de expressões algébricas por fatoração por trinômio quadrado perfeito.

1. (SARESP – 2015) A simplificação de $\left(\frac{9x^2+6x+1}{9x^2-1}\right)$ é:

a. $\frac{(3x-1)}{(3x-1)}$

b. $\frac{(3x+1)}{(3x+1)}$

c. $\frac{(3x+1)}{(3x-1)}$

d. $\frac{(3x-1)}{(3x+1)}$

RESPOSTA: C.

$$\left(\frac{9x^2 + 6x + 1}{9x^2 - 1}\right) = \frac{(3x+1)\cdot(3x+1)}{(3x+1)\cdot(3x-1)} = \frac{(3x+1)}{(3x-1)}$$

AULAS 07 E 08 – SOBRE ALGUMAS TÉCNICAS DE FATORAÇÃO

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes dispostos em duplas.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

INICIANDO

As atividades para as aulas 7 e 8 solicitam conhecimentos quanto a processos de fatoração de expressões algébricas. A princípio, sugerimos a leitura compartilhada de todas as atividades para um olhar mais amplo dos estudantes frente às situações que irão resolver. Pode ser que eles sinalizem que fatoração por fator comum, agrupamento e do trinômio quadrado perfeito já tenham sido estudados em anos anteriores. Caso isso aconteça, é interessante uma conversa a respeito do que ainda lembram sobre o assunto.

DESENVOLVENDO

As **Atividades 1 e 2** remetem à fatoração do quadrado da soma, diferença de dois quadrados, fator comum, trinômio quadrado perfeito e, também, processos de simplificação. A **Atividade 3** trata de expressões algébricas para representar área de figuras geométrica, para as quais também é solicitada a verificação da equivalência entre tais sentenças. Para a **Atividade 4**, o processo de fatoração ocorre com expressões numéricas. Para a **Atividade 5**, propomos a resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatoração. A **Atividade 6** traz a fatoração por agrupamento. Para as **Atividades 7 e 8**, além da fatoração, há o cálculo do valor numérico de expressões algébricas, partindo-se de valores indicados previamente. Tanto a atividade 5 quanto a atividade 6 podem ser resolvidas de outras formas. É interessante deixar os

2. (SARESP – 2015) A equação $(x-3)\cdot(x-2)=0$ é a forma fatorada de:

a. $x^2-6=0$

b. $x^2-5x+6=0$

c. $x^2+5x-6=0$

d. $2x-5=0$

RESPOSTA: B.

$$(x-3)\cdot(x-2)=0 \Rightarrow x^2-2\cdot x-3\cdot x+2\cdot 3=0$$
$$\Rightarrow x^2-5x+6=0$$

3. Observe os retângulos:

Fonte: Elaborada para fins didáticos

a. Que expressão representa a área do retângulo azul?

$a\cdot c$

b. E do retângulo laranja?

$b\cdot c$

c. Escreva uma expressão que corresponda à área das duas figuras juntas.

A área das duas figu as juntas é: $a\cdot c+b\cdot c$.

estudantes experimentarem e descobrirem as outras formas de resolver esse tipo de atividade, chegando ao mesmo resultado. Durante o processo de desenvolvimento das atividades, é muito importante a participação e a troca de estratégias de soluções por parte de todos os estudantes.

FINALIZANDO

Para finalizar, faça a correção das atividades na lousa com a participação dos estudantes. Incentive-os a explicarem os procedimentos utilizados para resolverem as atividades e, se necessário, interfira para tirar dúvidas ou corrigir algo que, por ventura, os estudantes não conseguiram resolver corretamente. Por fim, promova um momento de sistematização do que foi discutido nessa Sequência de Atividades e observe se os estudantes assimilaram todos os tópicos estudados. Caso algum estudante ainda tenha dúvidas, tire mais um tempo das aulas para aprimoramento dos conhecimentos. Isso deve acontecer com discussões sobre os conceitos abordados nessas aulas.

d. Veja a figura abaixo e escreva uma expressão algébrica que indique a área retangular total.

Fonte: Elaborada para fins didáticos

$$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot \boldsymbol{c}$$

e. Agora, compare as expressões do item c e do item d. O que você percebe? Comente.

Os itens c e d solicitam soma das áreas do retângulo azul com o retângulo laranja. Então, as expressões, embora estejam escritas de forma diferentes, representam o mesmo contexto e, por essa razão, dizemos que elas são equivalentes. Portanto:

$$a\cdot c+b\cdot c=(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot \boldsymbol{c}$$

4. Observe o procedimento de cálculo que foi utilizado a seguir. Depois conclua, está correto? Justifique sua resposta.

$$\frac{282+705}{3}=\frac{3\cdot(94+235)}{3}=94+235=329$$

Sim, está correto. Utilizou-se fatoração, colocando-se em evidência o fator comum a 282 e 705, que é o 3, seguida de simplificação com a divisão do numerador e do denominador por 3 e, por fim somou-se os resultados obtidos, alcançando-se o valor final de 329

5. Utilizando processos de fatoração, é possível resolver equações polinomiais do 2º grau. Veja o exemplo:

$$x^2 - 10x = 0$$
$$x \cdot (x - 10) = 0$$
$$x' = 0$$
$$x - 10 = 0 \Rightarrow x'' = 10$$

Desse modo, quais são os valores de x que satisfazem a igualdade $2x^2 + 18x = 0$?

Os valores de x que satisfazem essa igualdade são 0 e - 9.

$$2x^2 + 18x = 0$$
$$2x \cdot (x + 9) = 0$$
$$x' = 0$$
$$x + 9 = 0 \Rightarrow x'' = -9$$

6. Veja a expressão algébrica $3ax + 2b^2 + b^2x + 6a$. Que sentença é obtida quando se simplifica, ao máximo, essa expressão?

$$3ax + 2b^2 + b^2x + 6a = 3a \cdot (x + 2) + b^2 \cdot (x + 2) = (\boldsymbol{x} + 2) \cdot (3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}^2)$$

7. Se $y = -2$ e $r + s + t = 16$, quanto vale $ry + sy + ty$?

Simplificando a sentença e substituindo os valo es, ocorre:

$$ry + sy + ty = y \cdot (r + s + t) = -2 \cdot 16 = -32$$

8. Para $x + 3y = 21$, qual é o valor de $x^2 + 6xy + 9y^2$?

Reescrevendo a sentença na forma de produto notável, fica

$$x^2 + 6xy + 9y^2 = (x + 3y)^2 = 21^2 = \mathbf{441}$$

ANOTAÇÕES

ANOTAÇÕES

2ª SÉRIE - ENSINO MÉDIO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 8

OLÁ, PROFESSOR!

Vale ressaltar que os estudantes devem chegar ao final da Sequência de Atividades (SA) sendo capazes de reconhecer e aplicar conceitos, propriedades e procedimentos em contextos com problemas envolvendo necessidade dos números reais para medir qualquer segmento de reta e dos números irracionais, com o reconhecimento e localização na reta numérica.

As escolhas das habilidades foram feitas por meio das análises realizadas dos resultados de avaliações internas e externas (diagnóstico de entrada e SARESP), que revelaram fragilidades dos estudantes com relação à habilidade:

(EF09MA02) Reconhecer um número irracional como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica, e estimar a localização de alguns deles na reta numérica.

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1 e 2/90 min	Sobre os decimais finitos ou infinitos
3 e 4/90 min	Racional ou irracional?
5 e 6/90 min	Números irracionais em medições e raízes
7 e 8/90 min	Frações com denominadores irracionais

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 8

AULAS 01 E 02 – SOBRE OS DECIMAIS FINITOS OU INFINITOS

Objetivos das aulas:

- Identificar um número racional pela sua expansão decimal finita ou infinita periódica;
- Associar a expansão decimal finita ou infinita periódica de um número racional à sua respectiva forma fracionária;
- Identificar a localização de números racionais na reta numérica;
- Resolver problemas envolvendo arredondamentos de números decimais finitos, infinitos periódicos e infinitos não periódicos.

1. (ENEM - 2015) Deseja-se comprar lentes para óculos. As lentes devem ter espessuras mais próximas possíveis da medida 3 mm. No estoque de uma loja, há lentes de espessuras: 3,10 mm; 3,021 mm; 2,96 mm; 2,099 mm e 3,07 mm. Se as lentes forem adquiridas nessa loja, a espessura escolhida será, em milímetros, de

a. 2,099.
b. 2,96.
c. 3,021.
d. 3,07.
e. 3,10.

RESPOSTA: C.

Dentre os números que estão disponíveis, o mais próximo de 3 é o 3,021. Para conferir:

3,10 - 3 = 0,1   3 - 2,96 = 0,04   3,07 - 3 = 0,07
3,021 - 3 = 0,021   3 - 2,099 = 0,901

2. (ENEM - 2017) Uma pessoa ganhou uma pulseira formada por pérolas esféricas, na qual faltava uma das pérolas. A figura indica a posição em que estaria faltando esta pérola.

Ela levou a joia a um joalheiro que verificou que a medida do diâmetro dessas pérolas era 4 milímetros. Em seu estoque, as pérolas do mesmo tipo e formato, disponíveis para reposição, tinham diâmetros iguais a: 4,025 mm; 4,100 mm; 3,970 mm; 4,080 mm e 3,099 mm. O joalheiro, então, colocou na pulseira a pérola cujo diâmetro era o mais próximo do diâmetro das pérolas originais. A pérola colocada na pulseira pelo joalheiro tem diâmetro, em milímetro, igual a

a. 3,099
b. 3,970
c. 4,025
d. 4,080
e. 4,100

RESPOSTA: C.

Dos números fornecidos nas alternativas, o 4,025 é o que está mais próximo de 4. Para conferir:

4,025 - 4 = 0,025   4 - 3,970 = 0,03
4,100 - 4 = 0,100   4,080 - 4 = 0,08   4 - 3,099 = 0,901

AULAS 01 E 02 – SOBRE OS DECIMAIS FINITOS OU INFINITOS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Professor, sugerimos que a etapa inicial seja a apresentação do Caderno do Estudante e um diálogo sobre as ideias centrais das atividades desta Sequência. Consideramos pertinente que haja uma conversa sobre os números que já foram estudados em anos anteriores, destacando-se os números naturais, inteiros e decimais. Se for conveniente, já é possível, nesse momento, relacioná-los, relembrando de suas principais características.

DESENVOLVENDO

As **Atividades 1, 2 e 3** são itens do ENEM e do SARESP, que relacionam números racionais. A leitura dos enunciados pode ser feita de maneira coletiva, com tempo, em seguida, para as respostas. A **Atividade 4**, professor, faz referências às anteriores e requer que os estudantes pensem sobre a representação na forma de fração desses números racionais. É interessante que se ressalte as diferentes formas de escrever o mesmo número, sobretudo, tratando das frações decimais que são necessárias para esses casos. Há, ainda, uma atividade que diz respeito à representação na reta numérica. A sugestão é que a imagem da reta numérica seja feita na lousa com convite para que os estudantes participem de modo ativo, indo fazer os seus registros nela. Para finalizar, as **Atividades 7 e 8** apresentam números irracionais. A proposta é que se discutam o reconhecimento desses números e os relacionem com os números racionais.

FINALIZANDO

A finalização das aulas pode ocorrer por meio de uma conversa com os estudantes sobre as conclusões acerca dos conceitos estudados, com espaço para que indiquem possíveis dúvidas e dificuldades que tenham enfrentado. Possibilitar momentos para que os estudantes oralizem as características sobre os tipos de números envolvidos nas atividades desenvolvidas é uma boa forma de sistematizar o que foi estudado.

3. (SARESP - 2014) Estou planejando uma viagem de automóvel. O consumo do veículo é de 10 km/L e o preço do combustível é de R$ 2,00. Se a distância que irei percorrer é de 420 km e o pedágio custa R$ 67,10, o valor que gastarei só para ir é

a. R$ 96,25.

b. R$ 102,75.

c. R$ 136,40.

d. R$ 151,10.

RESPOSTA: D.
Como o carro consome 10 km/L, para percorrer 420 km serão necessários 42 L, sendo assim, como o combustível custa R$ 2,00, serão gastos R$ 84,00 somados ao custo do pedágio e, portanto, o gasto total será R$ 151,10. Para conferir:
$2 \cdot 42 + 67{,}10 = 84 + 67{,}10 = 151{,}10$

4. **Refletindo um pouco a respeito das atividades 1, 2 e 3:** Observe os valores numéricos que aparecem nos enunciados desses itens do ENEM e do SARESP e que estão dispostos no quadro abaixo.

3	**3,10**	**3,021**	**2,96**	**2,099**	**3,07**
4	**4,025**	**4,100**	**3,970**	**4,080**	**3,099**
	10		**2,00**	**420**	
67,10	**96,25**	**102,75**		**136,40**	**151,10**

a. A que conjunto numérico pertencem os números representados no quadro acima?

Números naturais (inteiros positivos) e números decimais finitos.

b. Perceba que, dos números que estão nesses enunciados, alguns são inteiros positivos e outros têm uma quantidade finita de casas decimais. Represente todos esses números racionais na forma de fração.

3	**3,10**	**3,021**	**2,96**	**2,099**	**3,07**
4	**4,025**	**4,100**	**3,970**	**4,080**	**3,099**
	10		**2,00**	**420**	
67,10	**96,25**	**102,75**		**136,40**	**151,10**

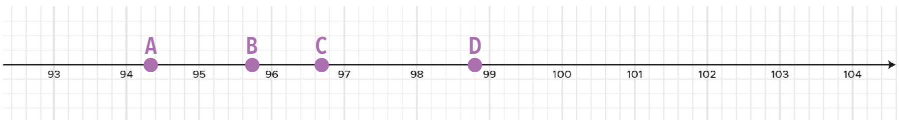
$\frac{3}{1}$	$\frac{310}{100}$	$\frac{3\,021}{1\,000}$	$\frac{296}{100}$	$\frac{2\,099}{1\,000}$	$\frac{307}{100}$
$\frac{4}{1}$	$\frac{4\,025}{1\,000}$	$\frac{4\,100}{1\,000}$	$\frac{3\,970}{1\,000}$	$\frac{4\,080}{1\,000}$	$\frac{3\,099}{1\,000}$
	$\frac{10}{1}$		$\frac{200}{100}$	$\frac{420}{1}$	
$\frac{6\,710}{100}$	$\frac{9\,625}{100}$	$\frac{10\,275}{100}$	$\frac{13\,640}{100}$	$\frac{15\,110}{100}$	

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, caso considere necessário, converse com os estudantes sobre as frações decimais, contudo, não antecipe informações, incentive que eles relembrem como escrever decimais finitos em forma de fração ou que realizem tentativas até alcançarem os resultados.

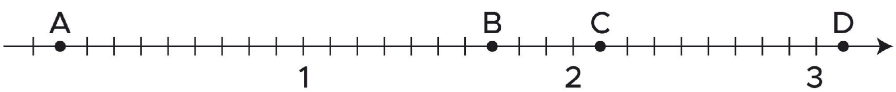
5. Frequências do rádio: as estações de rádio são marcadas de acordo com frequências, medidas em mega-hertz (MHz). Nos municípios do estado do Rio Grande do Norte, há algumas estações de rádio funcionando ativamente há décadas. Veja, no quadro abaixo, as frequências de algumas delas e represente-as na reta numérica indicada.

Frequência	94,3 MHz	95,8 MHz	96,7 MHz	98,8 MHz



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

6. (SARESP – 2014) Observe a reta métrica a seguir.



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Os pontos A, B, C e D marcados na reta numérica representam os números

a. 0,1 1,6 2,0 3,1.
b. 0,1 1,6 2,0 3,0.
c. 0,1 1,7 2,1 3,0.
d. 0,1 1,7 2,1 3,1.

RESPOSTA: D.
Para responder corretamente, basta observar o posicionamento de cada ponto na reta. Nesse caso, teremos: A = 0,1; B = 1,7; C = 2,1 e D = 3,1.

7. (SARESP – 2008) Um exemplo de número irracional é:

a. 3,12121212...
b. 3,501501501...
c. 3,321321321...
d. 3,290291292293...

RESPOSTA: D.
Dentre os quatro números disponíveis nas alternativas, o único que é decimal infinito e não periódico é 3,290291292293... e, por isso, apenas este é irracional.

Números racionais são aqueles que podem ser escritos na forma de $\frac{a}{b}$, com $a \in z$, $b \in z$ e $b \neq 0$. Os números que atendem a essa definição são inteiros, decimais finitos ou decimais infinitos periódicos. Os números que não apresentam essa propriedade, ou seja, àqueles que são decimais infinitos e não periódicos, são chamados de números irracionais.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, para a **Atividade 6**, sugerimos que converse com os estudantes sobre a escala utilizada na reta numérica. É importante notarem que o espaço entre cada par de traços marcados corresponde a um décimo de uma unidade.

AULAS 03 E 04 – RACIONAL OU IRRACIONAL?

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes dispostos em duplas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante e calculadora.

INICIANDO

Para o início das atividades previstas para este dia, é pertinente destacar que continuaremos estudando sobre números racionais e irracionais. Pode-se solicitar que os estudantes manuseiem o Caderno do Estudante, observando as atividades que irão realizar.

DESENVOLVENDO

Após esse momento inicial, proponha a realização da **Atividade 1**. Ela relaciona o número π, a partir da razão entre o comprimento de uma circunferência e o seu diâmetro. Pensamos que o uso da calculadora irá contribuir para o andamento da atividade. Tanto para essa quanto para a **Atividade 2**, são abordadas ideias de aproximação de números decimais. A de número 2, em particular, envolve o conceito de número irracional. A correção deve ser realizada a partir da apresentação oral das respostas que os estudantes pensaram. Para a **Atividade 3**, professor, ressalte a representação na forma de raiz dos números irracionais. Dedique tempo para a leitura do texto associado à essa atividade. As **Atividades 4 e 5** também relacionam números decimais finitos e infinitos, periódicos e não periódicos, cujas localizações são solicitadas na reta numerada da **Atividade 6**.

FINALIZANDO

O encerramento da aula pode acontecer com a fala de cada dupla apresentando possíveis dificuldades ou dúvidas vivenciadas, no intuito de esclarecê-las.

8. (ENEM - 2014) Um estudante se cadastrou numa rede social na internet que exibe o índice de popularidade do usuário. Esse índice é a razão entre o número de admiradores do usuário e o número de pessoas que visitam seu perfil na rede. Ao acessar seu perfil hoje, o estudante descobriu que seu índice de popularidade é 0,3121212... O índice revela que as quantidades relativas de admiradores do estudante e pessoas que visitam seu perfil são

a. 103 em cada 330.
b. 104 em cada 333.
c. 104 em cada 3.333.
d. 139 em cada 330.
e. 1.039 em cada 3.330.

RESPOSTA: A.
Realizando as divisões indicadas, teremos:

$$\frac{103}{330} = 0{,}3121212\ldots \qquad \frac{104}{333} = 0{,}312312312\ldots$$

$$\frac{104}{3\,333} = 0{,}031203120312\ldots \qquad \frac{139}{330} = 0{,}4212121\ldots$$

$$\frac{1\,039}{3\,330} = 0{,}3120120120\ldots$$

AULAS 03 E 04 – RACIONAL OU IRRACIONAL?

Objetivos das aulas:
- Reconhecer um número irracional como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica;
- Classificar uma expansão decimal infinita como número racional ou número irracional;
- Aproximar o valor de um número irracional aos valores de números inteiros e racionais;
- Estimar a localização de números irracionais na reta numérica.

1. Comprimento da circunferência: a razão entre o comprimento de uma circunferência e o seu diâmetro, nessa ordem, é um valor constante muito conhecido. Utilize calculadora para preencher o quadro corretamente:

Comprimento da circunferência (C)	12 cm	46 cm	78 cm
Diâmetro da circunferência (d)	3,8 cm	14,5 cm	25 cm
Razão entre comprimento e o diâmetro da circunferência	3,1578947368	3,1724137931	3,12

a. Observe os resultados obtidos. São iguais? Comente.

Os resultados não são iguais, mas são valores próximos.

A razão entre o comprimento e o diâmetro de qualquer circunferência é um valor constante. Trata-se de π, que é um número irracional pois é um decimal infinito não periódico.

$$\pi = 3{,}14159265358979323846...$$

b. Em alguns exames, para facilitar os cálculos, é recomendado que faça uma aproximação do valor de π. Às vezes, a orientação é que se aproxime ao número inteiro mais próximo e, em outras ocasiões, a indicação é que se deve usar o número racional com apenas uma casa decimal e que seja o mais apropriado. Nessas situações, escreva as aproximações sugeridas para essa constante.

- Número inteiro mais próximo: 3.
- Número racional com apenas uma casa decimal: 3,1.

2. Em uma atividade avaliativa, um professor, pensando em facilitar os cálculos, sugeriu que seus estudantes usassem o arredondamento:

$$\pi = \frac{22}{7}$$

O que você acha, faz sentido a sugestão do professor? Houve algum erro nessa tentativa de facilitar os cálculos? Explique a sua resposta.

O número é irracional, ou seja, é um número decimal infinito e não periódico e, sendo assim, não é possível escrevê-lo na forma de fração.

3. Use a calculadora para determinar o valor de:

a. $\sqrt{2}$
b. $\sqrt{3}$
c. $\sqrt{21}$

$\sqrt{2} = 1{,}414213562 ...$
$\sqrt{3} = 1{,}73205080 ...$
$\sqrt{21} = 4{,}582575694 ...$

Note que em todos os casos, os resultados são números com infinitas casas decimais e não periódicos, ou seja, são números irracionais. Outros exemplos são: 0,202002000...; 81,56789101112...; 6,83716294301458...

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, para a **Atividade 1**, converse com os estudantes sobre a proximidade entre os valores 3,1578947368; 3,1724137931 e 3,12. Se necessário, realize os arredondamentos de 3,1578947368 para 3,16, e de 3,1724137931 para 3,17, e discuta sobre a diferença entre tais valores: 3,17 – 3,16 = 0,01 (apenas um centésimo de diferença); 3,17 – 3,12 = 0,05 (apenas cinco centésimos de diferença); 3,16 – 3,12 = 0,04 (apenas quatro centésimos de diferença). Caso ache interessante, represente-os na reta numérica para que percebam a proximidade entre eles.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, converse com os estudantes sobre as informações:

- Os números naturais, inteiros, decimais finitos ou infinitos periódicos são racionais.
- Os números decimais infinitos e não periódicos são irracionais.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, ao lado confira a atividade 5 detalhada:

a) O conjunto dos números naturais é um subconjunto do conjunto dos números inteiros.

b) Por exemplo, ao somar o número irracional $2\sqrt{5}$ com o irracional $-2\sqrt{5}$, obtemos zero, que é racional: $(2\sqrt{5}) + (-2\sqrt{5}) = 0$.

c) Todo número decimal infinito periódico pode ser escrito na forma de fração e, por definição, é um número racional.

d) Todo número decimal finito pode ser escrito na forma de uma fração decimal, logo, é um número racional.

e) A afirmação é falsa porque a soma de dois números irracionais pode ser racional. Exemplo: $(-3\sqrt{8}) + (3\sqrt{8}) = 0$.

f) Por definição, os números irracionais são decimais infinitos.

g) Falso, já que as dízimas periódicas têm representação decimal infinita e são números racionais.

CURIOSIDADE: A união entre o conjunto dos números racionais com o conjunto dos números irracionais é o conjunto dos números reais. Como todo número natural também é número inteiro e todo inteiro é racional, podemos concluir que os naturais e os inteiros são números reais.

Racional ou irracional?

- Todo **número inteiro também** é número racional, no entanto, existem números racionais que não são inteiros, como $\frac{1}{9}, \frac{17}{2}, -\frac{3}{10}$.
- Todo **número racional** é também número real, contudo, existem ainda aqueles números reais que não são racionais. Esses são chamados de **números irracionais**.

4. Os números dispostos abaixo podem ser classificados como racionais ou irracionais, a partir de algumas de suas propriedades. Observe-os e reescreva cada um no quadro correspondente.

5,2	$\frac{2}{10}$	0, 123456789...		-1
$\sqrt{29}$	671,00239745...	π	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	
-1000,99	0		88,2121212121...	

NÚMEROS RACIONAIS

-1   5,2   0 $\frac{2}{10}$ -1 000,99   88,2121212121...

NÚMEROS IRRACIONAIS

π 0, 123456789.. $\sqrt{29}$ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 671,00239745...

5. Analise as afirmações e classifique-as em verdadeira (V) ou falsa (F):

a. (V) Todo número natural é também número inteiro.

b. (V) A soma de dois números irracionais pode ser racional.

c. (V) Se a representação decimal infinita de um número é periódica, então esse número é racional.

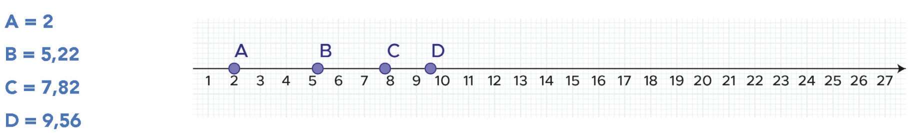
d. (V) Se a representação decimal de um número é finita, então esse número é racional.

e. (F) A soma de dois números irracionais é irracional.

f. (V) Todo número irracional tem uma representação decimal infinita.

g. (F) Todo número racional tem uma representação decimal finita.

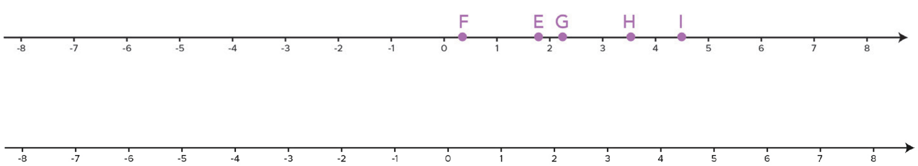
6. A reta real é um instrumento usado para o registro da localização de números reais. Nela, os números são dispostos em ordem crescente sobre uma linha reta. Quanto mais à direita estiver posicionado um número, maior ele é. A reta facilita bastante o trabalho quando nos deparamos com números não inteiros. Vejamos as marcações de alguns exemplos em um software de geometria dinâmica.



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

a. Observe os números que correspondem aos pontos A, B, C e D. A que conjunto numérico pertencem?

O ponto A corresponde a um número inteiro e os demais são números racionais não inteiros.



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

ANOTAÇÕES

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, converse com os estudantes sobre softwares de geometria dinâmica. Ressalte que permitem estudo de diversos conteúdos matemáticos, em especial, as funções em suas representações aritméticas, algébricas e geométricas.
Se tiver a possibilidade, recomende que os estudantes acessem o site www.geogebra.org e naveguem on-line ou baixem o software para uso.

AULAS 05 E 06 - NÚMEROS IRRACIONAIS EM MEDIÇÕES E RAÍZES

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes dispostos em duplas.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

INICIANDO

O início da aula pode ocorrer por meio de um diálogo, informando aos estudantes que desenvolverão atividades em que os números irracionais estarão relacionados a medições e ao cálculo de raízes.

DESENVOLVENDO

A **Atividade 1** apresenta um contexto e solicita que os estudantes o representem na forma de figura. Incentive que as duplas sejam criativas e informe que poderão utilizar os cálculos que julgarem necessários para a solução. A **Atividade 2** é uma proposta de investigação, especificamente sobre medidas de lados e área de quadrados. Para essa proposta, as duplas deverão, de fato, garantir o trabalho colaborativo que muito contribuirá com todas as análises. É indispensável que, na correção, os estudantes participem de forma oral, explicitando os caminhos que usaram para resolver cada questionamento. As **Atividades 3, 4, 5, 6 e 7** propõem cálculos de raízes e devem ser realizadas sem a utilização de calculadora. Para as duas últimas, as ideias mais presentes são de aproximação e estimativas. Permita que os estudantes tenham tempo para realizar testes e verificações.

FINALIZANDO

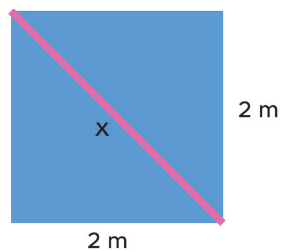
Finalize com uma síntese sobre os conceitos que foram tratados nas aulas, incentivando a participação dos estudantes, a fim de identificar dificuldades que enfrentaram no decorrer da realização das atividades. Retome as discussões realizadas para buscar solucionar as dúvidas.

AULAS 05 E 06 – NÚMEROS IRRACIONAIS EM MEDIÇÕES E RAÍZES

Objetivos das aulas:
- Compreender que existem problemas, especialmente alguns vinculados à geometria e medidas cujas soluções são dadas por números irracionais;
- Reconhecer números irracionais em situações de medição;
- Efetuar cálculos simples com valores aproximados de radicais.

1. Na casa da família Duarte, há um portão de madeira com 2 m de comprimento e 2 m de altura. Com o passar do tempo, a família tem percebido que o portão tem iniciado um processo de deformação. Para resolver a situação, pensaram em acrescentar uma barra na diagonal. Para garantir o controle desse problema, qual deve ser o comprimento dessa barra? Faça um esboço desse portão e represente a barra que será acrescentada nele. Além disso, justifique a sua resposta.

Uma representação possível para esse portão com a barra lateral é:



A barra, nessa posição, faz com que sejam formados dois triângulos, que é uma figu a rígida e, portanto, vai garantir que o portão não seja mais deformado.

Utilizando o teorema de Pitágoras, temos que: $x^2 = 2^2 + 2^2 \Rightarrow x = \sqrt{8} \therefore x = 2\sqrt{2}$

2. **Investigações com quadrados:** qual é a área de um quadrado que tem 5 cm de lado? E se o lado for igual a 12 cm, quanto vale a área?

O quadrado com 5 cm de lado tem área igual a 25 cm². Se o lado mede 12 cm, então a área será 144 cm².

a. Perguntas como essas são muito comuns quando se estuda cálculo de área das principais figuras planas. Mas, e se pensarmos no processo inverso, ou seja, como calcular a medida do lado de um quadrado quando se conhece a sua área?

Basta calcular a raiz quadrada da área, obtendo, assim, a medida do lado do quadrado.

b. Determine a medida do lado do quadrado cuja área é igual a:

- 16 cm²: **o lado mede 4 cm.**
- 0,81 cm²: **o lado desse quadrado tem 0,9 cm.**
- $\frac{4}{36}$ cm²: **esse quadrado tem lado com $\frac{2}{6}$ cm.**

c. E se o quadrado tiver área igual a 2 cm², quanto mede o lado desse polígono?

Se o quadrado tiver 2 cm² de área, a medida do seu lado será $\sqrt{2}$ cm.

d. Sendo a área igual a 48 cm², qual deve ser a medida do lado desse quadrado?

Um quadrado com área igual a 48 cm² tem lado medindo:

$$\sqrt{48} = \sqrt{3 \cdot 16} = 4\sqrt{3}$$

e. Que tipo de números são os resultados dos itens c e d?

São números irracionais.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, a proposta da **Atividade 7** é que os estudantes façam estimativas, também utilizando tentativas. A atividade anterior poderá contribuir com a organização do pensamento. Desse modo, se considerar pertinente, discuta que:

- os números mais próximos de 20, que têm raiz quadrada exata, são 16 e 25, logo, $\sqrt{20}$ é um número entre 4 e 5;
- os números mais próximos de 30, que têm raiz quadrada exata, são 25 e 36, logo, $\sqrt{30}$ é um número entre 5 e 6;
- os números mais próximos de 40, que têm raiz quadrada exata, são 36 e 49, logo, $\sqrt{40}$ é um número entre 6 e 7;
- os números mais próximos de 50, que têm raiz quadrada exata, são 49 e 64, logo, $\sqrt{50}$ é um número entre 7 e 8.

Incentive que realizem tentativas.

CALCULANDO RAÍZES

3. Você sabe qual é a raiz quadrada de 9. Então, sem usar calculadora, como faria para determinar o valor da raiz quadrada de 900?

Uma opção para calcular a raiz de 900 seria:

$$\sqrt{900} = \sqrt{9 \cdot 100} = 3 \cdot 10 = 30.$$

4. Qual é o valor da expressão $\sqrt[3]{27} - \sqrt{49}$?

$$\sqrt[3]{27} - \sqrt{49} = 3 - 7 = -4.$$

5. Veja como Heloísa fez para determinar o valor da raiz quadrada de 144:

$$\sqrt{144} = \sqrt{4 \cdot 36} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{36} = 2 \cdot 6 = 12$$

Agora é a sua vez, pense em algo parecido com o que Heloísa fez e calcule, sem usar calculadora, a raiz quadrada de 225.

$$\sqrt{225} = \sqrt{9 \cdot 25} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{25} = 3 \cdot 5 = 15.$$

ESTIMATIVAS

6. Calcule o valor aproximado da raiz quadrada de 70. Explique os procedimentos que você usou.

A resposta é pessoal, mas o raciocínio pode ser no sentido de explicar que os números mais próximos de 70, que têm raiz quadrada exata, são 64 e 81, logo, $\sqrt{70}$ é um número entre 8 e 9. Como 70 é mais próximo de 64 do que de 81, concluímos que $\sqrt{70}$ é um número menor do que 8,5. Fazendo tentativas, temos que: $8{,}1^2 = 65{,}61$; $8{,}2^2 = 67{,}24$; $8{,}3^2 = 68{,}89$; $8{,}4^2 = 70{,}56$. Desse modo, podemos dizer que a raiz quadrada de 70 é aproximadamente 8,4.

7. Utilize valores aproximados e números decimais com apenas uma casa para determine o valor da soma abaixo:

$$\sqrt{20} + \sqrt{40} + \sqrt{30} + \sqrt{50}$$

Por meio de estimativas e tentativas, observamos que:

$$\sqrt{20} + \sqrt{30} + \sqrt{40} + \sqrt{50} = 4{,}5 + 5{,}5 + 6{,}3 + 7{,}1 = 23{,}4.$$

AULAS 07 E 08 – FRAÇÕES COM DENOMINADORES IRRACIONAIS

Objetivos das aulas:
- Reconhecer frações cujos denominadores são números irracionais;
- Estabelecer técnica da racionalização de denominadores em expressões com frações cujos denominadores são números irracionais;
- Efetuar cálculos envolvendo expressões com frações cujos denominadores são números irracionais.

1. Observe os números seguintes: $\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{7}}$.

a. O que esses números têm em comum?

São todos frações em que o denominador é um número irracional.

AULAS 07 E 08 – FRAÇÕES COM DENOMINADORES IRRACIONAIS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes dispostos em duplas.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Professor, para as últimas aulas desta Sequência, ainda estudaremos sobre os números irracionais, sobretudo, situações em que estes aparecem em frações.

DESENVOLVENDO

A **Atividade 1** traz frações em que os denominadores são números irracionais. Discuta com os estudantes sobre esse tipo particular de escrita e apresente que, em geral, costuma-se evitar que os denominadores de frações sejam números em forma de radicais. Retome essa ideia na **Atividade 2**, tratando de procedimentos para racionalizar esses denominadores. As atividades 3, 4 e 5 são situações em contexto em que os números irracionais aparecem em medições com triângulo e trapézio. É conveniente retomar o cálculo de área desses polígonos, além de reforçar sobre o resultado final na forma de uma fração com o denominador racionalizado. Permita que duplas apresentem a forma como resolveram cada problema.

FINALIZANDO

Professor, caso sejam indicadas dúvidas, busque esclarecê-las. A socialização dos caminhos usados para resolver os problemas é uma importante ferramenta para aumentar o repertório matemático dos estudantes.

b. Você concorda que eles são exemplos de números irracionais?

Sim.

2. Costuma-se evitar que frações tenham denominadores escritos na forma de radical. Para isso, utiliza-se um procedimento chamado de racionalização de denominadores. Veja um exemplo:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Dessa forma, racionalize os denominadores nos seguintes casos:

a. $\frac{3}{\sqrt{5}}$

$$= \frac{3}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

b. $-\frac{10}{\sqrt{2}}$

$$= -\frac{10}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = -\frac{10\sqrt{2}}{2} = -5\sqrt{2}$$

c. $\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{7}}$

$$= \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{91}}{7}$$

3. Um triângulo escaleno não retângulo, com 15 cm² de área, tem base medindo $2\sqrt{5}$ cm. Nessas condições, quanto mede a altura desse triângulo em relação à base?

A partir do cálculo da área do triângulo, temos:

$$15 = \frac{2\sqrt{5} \cdot h}{2} \Rightarrow 2\sqrt{5}h = 30 \Rightarrow h = \frac{30}{2\sqrt{5}} = \frac{15}{\sqrt{5}}$$

Racionalizando o denominador, obtemos:

$$h = \frac{15}{\sqrt{5}} = \frac{15}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{15\sqrt{5}}{\sqrt{25}} = \frac{15\sqrt{5}}{5} = 3\sqrt{5}\text{ cm.}$$

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, na **Atividade 3**, se considerar que é necessário, retome com a turma o cálculo da área do triângulo: $A = \frac{b \cdot h}{2}$.

4. As bases de um trapézio têm $12\sqrt{3}$ cm e $8\sqrt{3}$ cm. Sabendo que a área desse polígono é de 50 cm², determine a medida de sua altura.

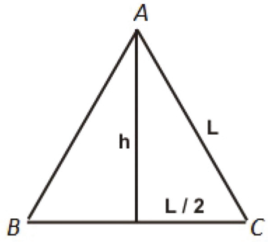
A partir do cálculo da área do trapézio, temos:

$$50 = \frac{(12\sqrt{3} + 8\sqrt{3}) \cdot h}{2} \Rightarrow 20\sqrt{3}h = 100 \Rightarrow h = \frac{100}{20\sqrt{3}} \Rightarrow h = \frac{5}{\sqrt{3}}.$$

Racionalizando o denominador, obtemos:

$$h = \frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{3} \text{ cm.}$$

5. Uma estudante do Ensino Médio informou para um colega que conseguiria representar a medida da altura de qualquer triângulo equilátero por meio de uma expressão algébrica. O colega duvidou e disse que só acreditaria se ela realizasse todas as operações detalhadamente na sua frente. A menina aceitou o desafio, mas informou que ela realizaria os cálculos e ele teria que explicar cada passo. Feitos esses combinados, a garota fez os seguintes registros:



$$l^2 = h^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2$$

$$h^2 = l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2$$

$$h^2 = l^2 - \frac{l^2}{4}$$

$$h^2 = \frac{4l^2 - l^2}{4} = \frac{3l^2}{4}$$

$$h = \sqrt{\frac{3l^2}{4}}$$

$$h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$

a. Observe todas as etapas que a menina seguiu e descreva o passo a passo que o colega deve ter explicado para ela.

A partir do cálculo que a menina realizou, ocorre que:

$l^2 = h^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 \Rightarrow$ para um triângulo equilátero de lado l e altura h, usou-se o teorema de Pitágoras para o triângulo retângulo cujos catetos são h e $\frac{l}{2}$ e a hipotenusa é l;

$h^2 = l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2 \Rightarrow$ isolou o termo h^2; $h^2 = l^2 - \frac{l^2}{4} \Rightarrow$ calculou o valor da potência $\left(\frac{l}{2}\right)^2$;

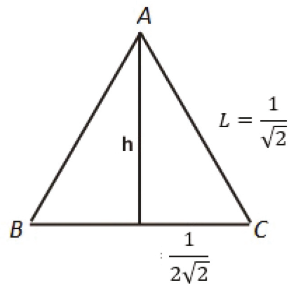
$h^2 = \frac{4l^2 - l^2}{4} \Rightarrow h^2 = \frac{3l^2}{4} \Rightarrow$ realizou a soma das frações (agrupando os termos semelhantes);

$h = \sqrt{\frac{3l^2}{4}} \Rightarrow$ isolou o h; $h = \frac{l\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$ calculou as raízes quadradas indicadas.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Novamente, professor, na **Atividade 4**, sugerimos que, se for conveniente, retome com os estudantes o cálculo da área do trapézio: $A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$.

b. Determine o valor da altura do triângulo equilátero cujo lado mede: $l = \frac{1}{\sqrt{2}}$.
Forneça o resultado por meio de uma fração racionalizada.



A partir da expressão algébrica encontrada, teremos:

$$h = \frac{l\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = \frac{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}}{2} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{6}}{4}$$

ANOTAÇÕES

ANOTAÇÕES

3ª SÉRIE

2º BIMESTRE

2º bimestre			ARTICULAÇÃO DE MATERIAIS
	Objetos de Conhecimento	Habilidades	
SA 5	Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas.	**(EF06MA21)** Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.	**Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 6º ano**: V.4, na Situação de Aprendizagem 4 ATIVIDADE 2 – AMPLIAÇÃO E REDUÇÃO DE FIGURAS
SA 6	Relações métricas no triângulo retângulo. Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração.	**(EF09MA14)** Resolver e elaborar situações-problema de aplicação do teorema de Pitágoras.	**Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 9º ano**: V.3, na Situação de Aprendizagem 1 ATIVIDADE 1 – UM TRIÂNGULO FAMOSO ATIVIDADE 2 – TEOREMA DE PITÁGORAS ATIVIDADE 3 – TERNAS PITAGÓRICAS ATIVIDADE 5 – RELAÇÕES MÉTRICAS ATIVIDADE 6 – OUTRAS RELAÇÕES MÉTRICAS E APLICAÇÃO **Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do 9º ano**: V.3, na Situação de Aprendizagem 2 ATIVIDADE 1 – APLICAÇÃO DO TEOREMA DE PITÁGORAS
SA 7	Pirâmide e Cone	Saber identificar propriedades características, calcular relações métricas fundamentais (comprimentos, áreas e volumes) de sólidos como a pirâmide e cone, utilizando-as em diferentes contextos (Currículo Vigente E M - 2ª e 3ª série)	**Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno da 2ª série** : Volume 4 – 2020 Tema 1: Prismas: Uma forma de ocupar espaço Tema 2: Cilindros, Cones e Esferas Cilindro: Uma mudança de base
SA 8	Equações Algébricas	Conhecer as relações entre os coeficientes e as raízes de uma equação algébrica (Currículo Vigente E. M - 2ª e 3ª série)	**Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno da 3ª série:** Volume 2 – 2020 Tema 2: Das fórmulas à análise quantitativa – Coeficientes e raízes

3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 5

OLÁ, PROFESSOR!

Nesta Sequência de Atividades, falamos diretamente com você, que está aí, na sala de aula, no convívio direto com os estudantes, os quais, nesse momento, terão oportunidade de se envolver com atividades que possibilitam a retomada de conceitos, propriedades e procedimentos essenciais para o desenvolvimento de seus conhecimentos e capacidades em Matemática.

A Sequência de Atividades deve ser desenvolvida tendo como visão o protagonismo do estudante, fazendo parte da sua aprendizagem. Além disso, as socializações das atividades entre os estudantes são percebidas aqui como oportunidades de desenvolver habilidades e competências que dizem respeito à cooperação, à empatia, à argumentação e à comunicação, entre outras.

Vale ressaltar que os estudantes devem chegar ao final da Sequência de Atividades sendo capazes de reconhecer e aplicar conceitos, propriedades e procedimentos que envolvam a construção de figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução.

HABILIDADE: (EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais.

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1 e 2 / 90 min	Descobrindo figuras semelhantes
3 e 4 / 90 min	Ampliando e reduzindo figuras
5 e 6 / 90 min	Semelhança de figuras planas no plano cartesiano
7 e 8 / 90 min	Investigando a razão entre os perímetros e as áreas de figuras semelhantes

Sabemos que as atividades por si só não ensinam. Por isso, Professor, a sua atuação é muito importante em cada uma das situações propostas aqui, cujo objetivo é recuperar as aprendizagens e desenvolver as habilidades esperadas para a 3ª série do Ensino Médio. Para isso, esta Sequência de Atividades deverá servir como uma ferramenta de auxílio no processo de ensino, sendo necessário, portanto, que você considere em seu replanejamento outras possibilidades de discussão e recursos para além das sugeridas nesta Sequência de Atividades. Desejamos a você e aos nossos estudantes um ótimo trabalho!

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 5

AULAS 01 E 02 – DESCOBRINDO FIGURAS SEMELHANTES

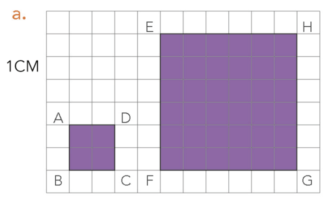
Objetivos das aulas:

- Classificar figuras poligonais que tenham lados correspondentes proporcionais e ângulos correspondentes congruentes;
- Identificar figuras poligonais semelhantes em malhas quadriculadas, por meio da comparação de lados e ângulos correspondentes, verificando a proporcionalidade entre os lados e a congruência entre os ângulos;
- Determinar as medidas de lados e ângulos desconhecidos em pares de figuras poligonais semelhantes, a partir da medida de lados e ângulos correspondentes e da razão de semelhança entre as figuras.

Na etapa inicial das próximas atividades você deverá colocar a mão na massa para medir segmentos e ângulos em algumas figuras! Você também será convidado a observar algumas figuras em malhas quadriculadas para indicar se elas são ou não semelhantes. Vamos lá?

1. **Observe os pares de figuras nas malhas quadriculadas abaixo. Com o uso de um transferidor, meça seus ângulos e dê a medida de seus lados, sabendo que os lados dos quadradinhos medem 1 cm. Quais as relações entre as medidas das figuras menores e as medidas das figuras maiores em cada caso?**

a.



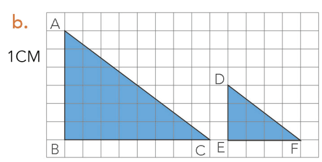
Fonte: elaborado para fins didáticos.

Quadrado menor: os quatro lados medem 2 cm e os quatro ângulos medem 90°.

Quadrado maior: os quatro lados medem 6 cm e os quatro ângulos medem 90°.

Os ângulos têm as mesmas medidas e as medidas dos lados da figura maior são o triplo das medidas dos lados da figura menor.

b.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Triângulo maior: $\hat{A} \cong 54°$, $\hat{B} = 90°$, $\hat{C} \cong 36°$. $\overline{AB} = 6\ cm$, $\overline{BC} = 8\ cm$ e $\overline{CA} = 10\ cm$.

Triângulo menor: $\hat{D} = 54°$, $\hat{E} = 90°$ e $\hat{F} = 36°$. $\overline{DE} = 3\ cm$, $\overline{EF} = 4\ cm$, $\overline{FD} = 5\ cm$.

Os ângulos correspondentes têm a mesma medida e as medidas dos lados do triângulo maior são o dobro das medidas dos lados do triângulo menor.

c. Complete as lacunas com base nas observações realizadas: são chamadas de figuras **semelhantes** aquelas que possuem todos os ângulos correspondentes com medidas **iguais** e todos os lados correspondentes com medidas **proporcionais.**

AULAS 01 E 02 – DESCOBRINDO FIGURAS SEMELHANTES

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas produtivas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Para o estudante: Caderno do Estudante, caderno, lápis, borracha, transferidor e régua.

INICIANDO

Professor, para as Aulas 1 e 2 desta Sequência, disponibilize as medidas para que eles possam analisá-las e tirar suas conclusões. É interessante que as imagens sejam projetadas, desenhadas na lousa ou impressas em tamanho grande para que os alunos possam observá-las em uma escala maior. Realize uma correção coletiva. Recomenda-se que seja feita uma introdução do assunto, trazendo alguma aplicação do conceito de semelhança, como ampliação e redução de imagens.

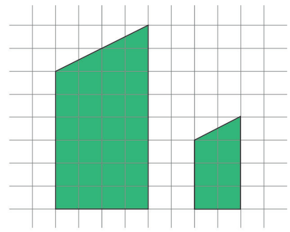
DESENVOLVENDO

Sugere-se que para as aulas 1 e 2 os estudantes estejam organizados em duplas para que possam discutir os exercícios e, posteriormente, socializar as respostas com a turma. Para começar, eles deverão fazer uso da régua e do transferidor na **Ativida-**

de 1, medindo lados e ângulos dos pares de figuras e completando posteriormente as lacunas com o que pôde ser observado. É interessante que ao final de cada item seja feita uma correção coletiva, para confrontar os resultados e conclusões obtidos por cada dupla. Sendo assim, antes de iniciar a **Atividade 2**, realize a correção da **Atividade 1** para consolidar o conceito de figuras semelhantes. Na **Atividade 2** são apresentados alguns pares de figuras em malhas quadriculadas. Os estudantes deverão observar as figuras e contar os quadradinhos para concluir se elas são ou não semelhantes. Deve-se atentar, também, para os ângulos das figuras, tendo em vista que somente a proporcionalidade dos lados não é suficiente para definir a semelhança. Na **Atividade 3** é introduzido o conceito de razão de semelhança. Os estudantes deverão concluir que, ao fazer a divisão das medidas dos lados correspondentes, o valor obtido é sempre o mesmo. Note que podem surgir termos como "dobro" ou "metade", que devem ser trabalhados, preferencialmente, na forma numérica para fixar o conceito de razão. É importante ressaltar, também, que ao fazer a divisão das medidas dos lados, os divisores devem ser medidas da mesma figura, valendo o mesmo para os dividendos. Nas **Atividades 4 e 5** será necessário calcular a razão de semelhança para encontrar as medidas desconhecidas das figuras semelhantes a partir das medidas dadas. Realize, primeiramente, a correção coletiva do valor encontrado para a razão para que, posteriormente, os estudantes possam calcular as medidas dos lados.

2. Observe as figuras representadas nas malhas quadriculadas. Sabendo que os lados dos quadradinhos medem 1 cm e com base no que foi concluído no item 1), decida se são semelhantes ou não.

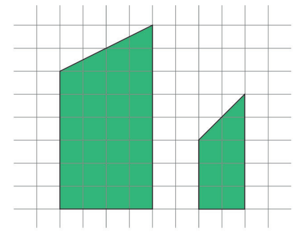
a.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

São semelhantes.

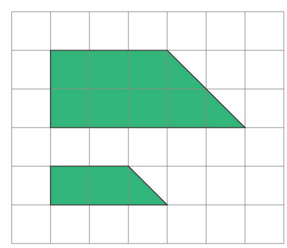
b.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Não são semelhantes.

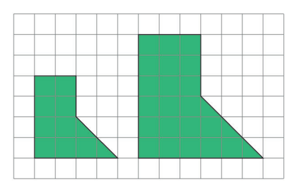
c.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Não são semelhantes.

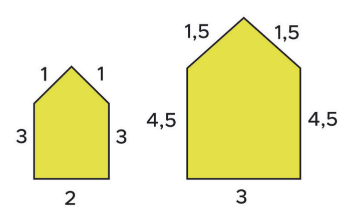
d.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

São semelhantes.

3. Observe as figuras semelhantes abaixo e faça o que se pede.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

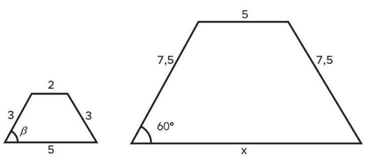
a. Faça a divisão das medidas dos lados correspondentes. O que você pode dizer sobre os valores encontrados?

$\frac{3}{2} = \frac{4,5}{3} = \frac{1,5}{1} = 1,5$. Os valores encontrados nas divisões são iguais.

b. Complete as lacunas com base nas observações realizadas: quando duas figuras são semelhantes, ao determinar a razão das medidas dos lados correspondentes obtemos valores **iguais** . Este valor obtido é chamado razão de **semelhança.**

4. Sabendo que os pares de figuras abaixo são semelhantes, determine as medidas desconhecidas dos lados e dos ângulos. Dica: note que é necessário calcular a razão de semelhança para encontrar os valores dos lados desconhecidos.

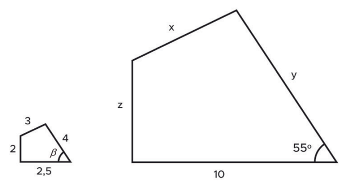
a. Determine β e x.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

$\beta = 60°$ e x = 12,5. Razão de semelhança: 2,5

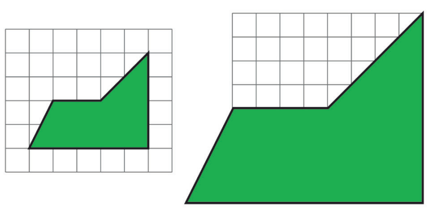
b. Determine β, x, y e z.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

$\beta = 55°$, x = 12, y = 16 e z = 8. Razão de semelhança: 4.

5. As duas figuras abaixo são semelhantes e os lados dos quadradinhos medem 1 cm. Determine o valor de x, que corresponde a medida de um dos lados da segunda figura. Observe que este lado está situado numa região apagada da malha quadriculada.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

A medida de x é 10 cm, uma vez que olhando para o pedaço da malha existente na segunda figura, é possível inferir que a razão de proporção é $\frac{4}{2} = 2$.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, neste item é interessante ressaltar que conhecendo a medida de apenas um lado da figura maior e sabendo que as duas são semelhantes, é possível encontrar a razão de semelhança.

FINALIZANDO

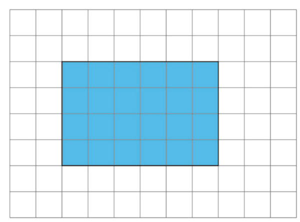
Para finalizar a aula, os itens que foram abordados na atividade podem ser retomados, isto é, o conceito de semelhança entre figuras e a razão de semelhança apresentando a forma generalizada: $k = \frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \cdots$, onde a, a', b e b' representam as medidas dos lados das figuras e k representa a razão de semelhança. É interessante incentivar a participação dos estudantes de modo que eles ajudem na construção desta "fórmula" para que possíveis dúvidas sobre o conceito sejam esclarecidas.

AULAS 03 E 04 – AMPLIANDO E REDUZINDO FIGURAS

Objetivos das aulas:
- Reconhecer que figuras planas, em situações de ampliação ou redução, são semelhantes às figuras planas originais;
- Determinar a ampliação de uma figura plana em malha quadriculada;
- Determinar a redução de uma figura plana em malha quadriculada;
- Estabelecer a razão de semelhança entre figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas.

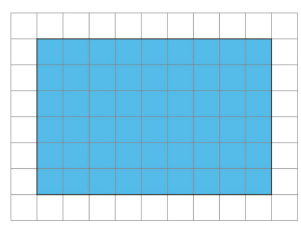
Recordando: na aula passada vimos que para encontrar a razão de semelhança k entre duas figuras, é necessário dividir as medidas dos lados correspondentes, ou seja, $k = \frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \cdots$, onde a, a', b e b' representam as medidas dos lados das figuras. Será necessário utilizar a razão de semelhança nesta atividade!

1. **Observe a figura na malha quadriculada abaixo, cujos lados dos quadradinhos medem 1 cm:**



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Ao ampliá-la, obteve-se a seguinte figura:



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Dizemos que a segunda figura é uma **ampliação** da primeira.

a. A figura original e sua ampliação são semelhantes? Justifique.

Sim, pois seus ângulos têm as mesmas medidas e as medidas dos lados foram ampliadas na razão 1,5.

AULAS 03 E 04 – AMPLIANDO E REDUZINDO FIGURAS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas produtivas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante, lápis, borracha, régua e caderno.

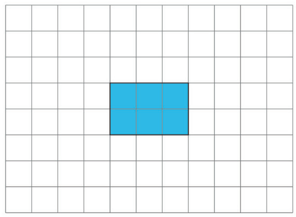
INICIANDO

Para continuar o estudo sobre semelhança de figuras planas, sugerimos que seja retomado o conceito de semelhança e de razão de semelhança, visto nas Aulas 1 e 2. O foco das Aulas 3 e 4 será a ampliação e a redução de figuras utilizando a malha quadriculada. É interessante que os estudantes sejam organizados em duplas para que possam discutir entre si durante a realização da atividade e, posteriormente, possam socializar o raciocínio utilizado e as respostas dadas, durante uma correção coletiva. Sugere-se que antes de iniciar as atividades, após a retomada dos conceitos vistos, haja uma conversa com os estudantes para que eles possam relembrar os conceitos de ampliação e redução. É possível trabalhar com imagens ou fotos para enfatizar a importância de que as figuras ampliadas ou reduzidas sejam semelhantes às originais, isto é, que as proporções das medidas sejam mantidas e os ângulos permaneçam inalterados. Caso seja possível, sugere-se que as imagens contidas nas atividades sejam projetadas, desenhadas na lousa ou impressas em tamanho maior para que os estudantes possam observá-las em escala maior para discutir coletivamente.

DESENVOLVENDO

É interessante que seja dado um tempo para que as duplas possam ler a **Atividade 1** e, após a leitura, peça que respondam os itens "a", "b", "c" e "d". Sugere-se que seja feita uma socialização das respostas para que estas sejam discutidas em uma correção coletiva, antes de iniciar a **Atividade 2**. Nas **Atividades 2** e **3**, as duplas deverão decidir quais são as figuras que representam, corretamente, a ampliação ou

b. Observe agora a terceira figura, que é uma **redução** da primeira:



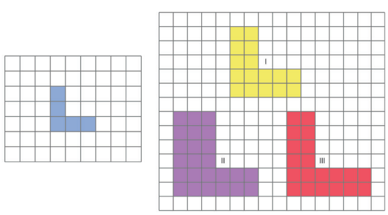
Fonte: elaborado para fins didáticos.

c. A figura original e sua redução são semelhantes? Justifique.

Sim, pois seus ângulos têm as mesmas medidas e as medidas dos lados da redução correspondem a metade das medidas dos lados da figura original.

d. Complete a lacuna com base nas observações realizadas: ampliar ou reduzir uma figura produz uma figura **semelhante** à original.

2. Considere as figuras nas malhas quadriculadas abaixo, cujos lados dos quadradinhos medem 1 cm.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

a. Qual é a figura na malha quadriculada da direita que representa uma ampliação da figura na malha da esquerda?

A figura que representa uma ampliação é a III.

b. Qual é a razão de semelhança entre as medidas das áreas da figura original e da sua ampliação?

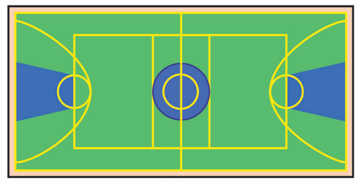
A razão de semelhança é 4.

a redução das figuras dadas, sabendo que a figura ampliada ou reduzida deve ser semelhante à figura original. Na **Atividade 2** é necessário, também, que os estudantes relembrem como se faz o cálculo da razão de semelhança. Além de verificar a resposta correta, é importante que eles justifiquem o motivo de as outras imagens apresentadas não serem ampliações ou reduções. Isso pode ser feito retomando o conceito de semelhança de figuras e, também, pelas imagens ficarem "deformadas", caso não sejam mantidas a proporção dos lados e a medida dos ângulos. Após ter compreendido o que é necessário para ampliar ou reduzir uma figura com o uso da malha quadriculada, a partir dos exemplos ao longo das **Atividades 1, 2 e 3**, os estudantes poderão colocar isso em prática ampliando e reduzindo figuras nas **Atividades 4 e 5**. É interessante que as duplas socializem os resultados em uma correção coletiva, pois em algumas figuras não é tão imediato perceber a razão de semelhança.

FINALIZANDO

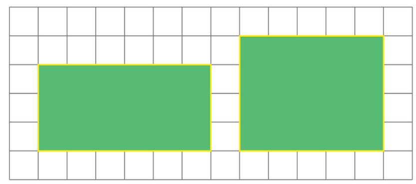
Após a socialização dos resultados obtidos nas duas últimas atividades, a finalização da aula pode ser feita com a retomada dos principais tópicos que foram abordados: ampliação e redução de figuras utilizando a malha quadriculada. Além disso, pode-se reforçar a importância de que ao fazer uma ampliação ou redução, deve-se respeitar o fato de que elas devem ser semelhantes à figura original, para que esta não fique "deformada".

3. A professora de Júlia e Carlos pediu para que eles fizessem um desenho da quadra da escola para expor na reunião de pais. As medidas originais da quadra estão na figura a seguir:



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Sabendo que o desenho deve ser uma redução e considerando que os lados dos quadradinhos da malha abaixo representam 500 cm da medida original, qual das reduções abaixo está correta?

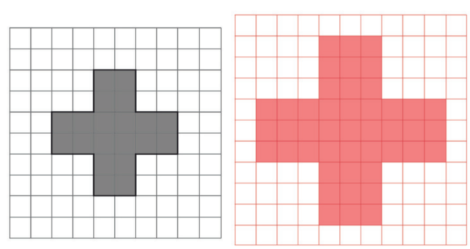


Fonte: elaborado para fins didáticos.

A redução correta é a de Júlia, pois $6 \cdot 500 = 3\,000$ cm = 30 m e $3 \cdot 500 = 1\,500$ cm = 15 m.

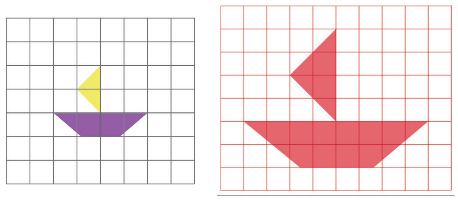
4. Agora é sua vez! Amplie as figuras abaixo nas malhas quadriculadas de acordo com a razão de semelhança dada:

a. Razão de semelhança: 1,5



Fonte: elaborado para ins didáticos.

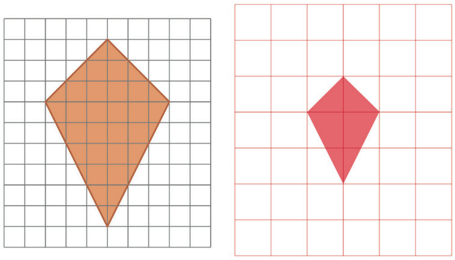
b. Razão de semelhança: 2



Fonte: elaborado para fins didáticos.

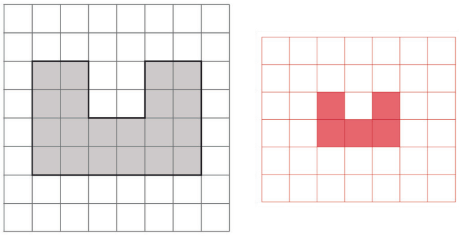
5. **Agora, chegou a hora de reduzir figuras na malha quadriculada! Atente-se para a razão de semelhança dada e reduza as figuras abaixo:**

a. Razão de semelhança: 3.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

b. Razão de semelhança: 2.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

AULAS 05 E 06 – SEMELHANÇA DE FGURAS PLANAS NO PLANO CARTESIANO

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes com as carteiras organizadas em "U".

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante, lápis, borracha, régua e caderno.

INICIANDO

Professor, antes de iniciar a **Atividade 1**, é interessante relembrar com a turma o que é um plano cartesiano, o que são pares ordenados e coordenadas de um ponto, bem como a importância de respeitar a ordem das coordenadas. Sugere-se também que seja projetado, se possível, ou desenhado na lousa um plano cartesiano quadriculado para que os estudantes relembrem como marcar pontos no plano. Eles podem ser convidados a marcar os pontos para que haja uma interação entre a turma. Como a sugestão é de que a discussão seja coletiva, recomenda-se que os alunos estejam com as carteiras organizadas em "U".

DESENVOLVENDO

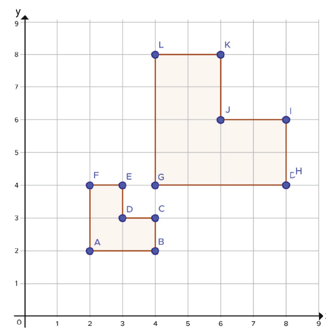
O item 1) da **Atividade 1** propõe a observação de figuras no plano cartesiano e a identificação de suas coordenadas. Se possível, projete ou imprima essas figuras para que os alunos possam observá-las em escala maior. A partir da observação, eles devem concluir que as figuras são semelhantes. Para o cálculo da razão de semelhança, será necessário fazer uma subtração das coordenadas para obter a medida dos lados correspondentes de cada igura. Lembrando que basta conhecer o valor de um dos lados correspondentes de cada figura para realizar o cálculo. Sugere-se que a cada item seja feita a correção coletiva, para que os estudantes possam socializar o raciocínio utilizado e as respostas obtidas. Com os itens d) e e) os estudantes deverão chegar à conclusão do que é necessário fazer com as coordenadas dos vértices de uma figura, para ampliá-la ou reduzi-la num plano cartesiano, completando as lacunas do item "f" as partir das observações realizadas. Dada a importância dessa conclusão para o seguimento da atividade, sugere-se também que seja feita uma correção coletiva logo após o término da realização des-

AULAS 05 E 06 – SEMELHANÇA DE FIGURAS PLANAS NO PLANO CARTESIANO

Objetivos das aulas:
- Representar figuras planas no plano cartesiano, a partir das coordenadas de seus vértices;
- Efetuar operações com pares ordenados no plano cartesiano, tais como, multiplicação de um par ordenado por um número natural, soma e diferença de pares ordenados;
- Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução no plano cartesiano;
- Investigar figuras planas semelhantes no plano cartesiano.

Para a realização desta atividade, você deverá relembrar como se utiliza um plano cartesiano para representar figuras. Prepare-se e mãos à obra!

1. Observe as figuras no plano cartesiano abaixo:



Fonte: elaborado para fins didáticos.

a. Dê as coordenadas dos vértices das duas figuras.

Figura menor: A(2,2), B(4,2), C(4,3), D(3,3), E(3,4) e F(2,4).
Figura maior: G(4,4), H(8,4), I(8,6), J(6,6), K(6,8) e L(4,8).

b. Você pode afirmar que elas são semelhantes? Como você chegou a essa conclusão?

Sim, pois seus ângulos são os mesmos e suas medidas são proporcionais.

c. Se você respondeu sim no item "b", calcule a razão de semelhança. Lembre-se que, para encontrá-la, é preciso fazer a divisão das medidas dos lados correspondentes das figuras.

Razão de semelhança: $\frac{4}{2} = 2$. As medidas dos lados podem ser obtidas a partir da subtração das coordenadas dos vértices de cada um.

d. Note que, a figura maior é uma ampliação da figura menor. O que você faria com as coordenadas da figura menor para ampliá-la com uma razão de semelhança igual a 3?

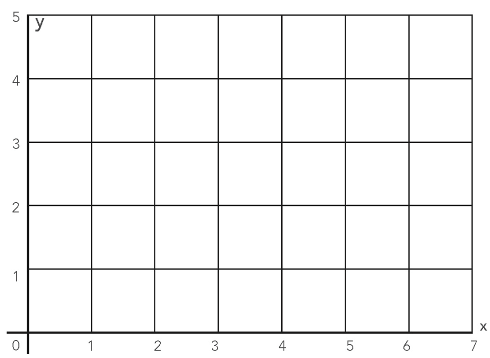
Multiplicaria as coordenadas por 3.

e. Se conhecêssemos apenas as coordenadas dos pontos G, H, I, J, K e L, e soubéssemos que a figura menor é uma redução da maior, com razão de semelhança igual a 2, o que você faria para encontrar as coordenadas dos pontos A, B, C, D, E e F?

Dividiria as coordenadas por 2.

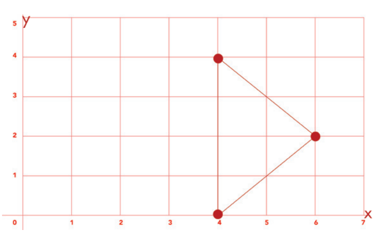
f. Complete as lacunas com base nas observações realizadas: para ampliar uma figura num plano cartesiano, basta **multiplicar** as coordenadas dos vértices pelo valor da razão. Para reduzir uma figura num plano cartesiano, basta **dividir** as coordenadas dos vértices pelo valor da razão.

2. Considere o 1º quadrante do plano cartesiano representado a seguir para responder essa atividade.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

a. Represente, no plano cartesiano, os seguintes pontos: A(4,0), B(6,2) e C(4,4) e em seguida, una-os para obter uma figura.



te ítem. Na **Atividade 2**, os estudantes deverão marcar pontos no plano cartesiano para obter uma figura que será, posteriormente, ampliada e reduzida a partir de razões de semelhança dadas. Na **Atividade 3** são apresentadas apenas as coordenadas dos pontos de uma figura e duas outras figuras num plano cartesiano para que o estudante identifique qual das duas é semelhante a primeira, dizendo se é uma ampliação ou uma redução.

FINALIZANDO

Para concluir, propomos a socialização das ampliações e reduções feitas no item 2) e as respostas dadas no item 3) para uma correção coletiva, bem como a retomada dos tópicos abordados para verificação da existência de dúvidas e fixação dos conceitos estudados.

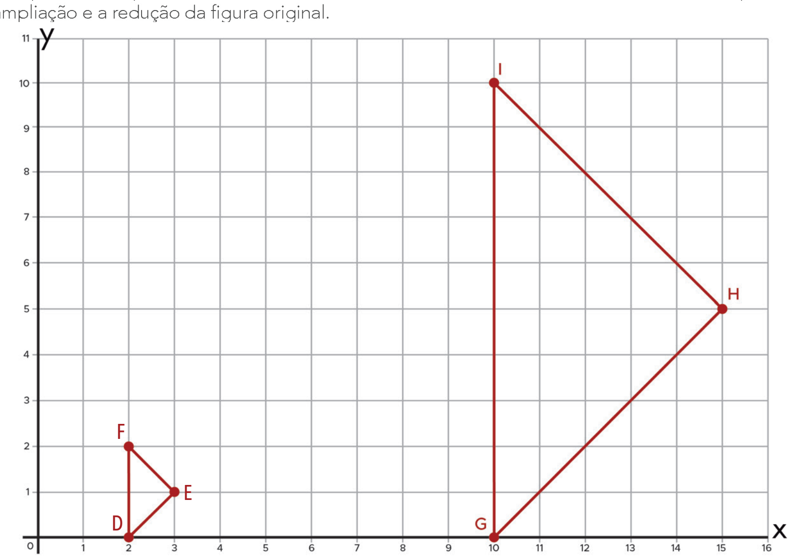
b. Suponha que a figura encontrada no item "a" seja submetida a uma redução com razão de semelhança 2. Dê as coordenadas para a figura reduzida.

D(2,0), E(3,1) e F(2,2).

c. Encontre as coordenadas de uma figura que é a ampliação da figura encontrada no item "a" com razão de semelhança 2,5.

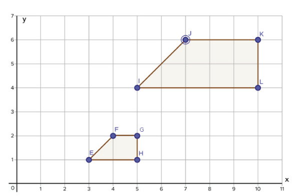
G(10,0), H(15,5) e I(10,10).

d. Represente no plano cartesiano as coordenadas encontradas nos itens "b" e "c" e una-as para encontrar a ampliação e a redução da figura original.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

3. Considere uma figura cujos vértices são A(6,2), B(8,4), C(10,4) e D(10,2). Qual das figuras representadas no plano cartesiano abaixo é semelhante a ela? É uma ampliação ou redução?



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Figura da esquerda. Redução.

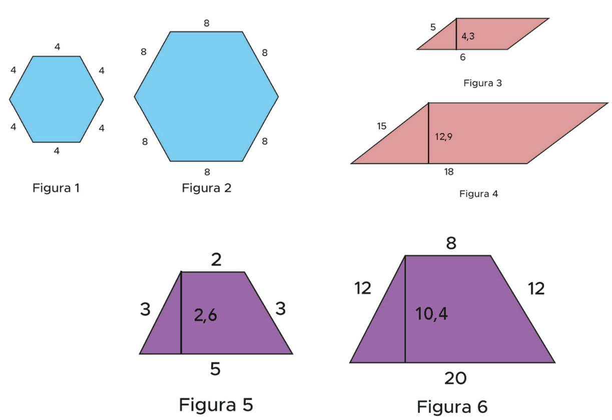
AULAS 07 E 08 – INVESTIGANDO A RAZÃO ENTRE OS PERÍMETROS E AS ÁREAS DE FIGURAS SEMELHANTES

Objetivos das aulas:

- Investigar a relação entre a razão de semelhança estabelecida entre figuras semelhantes e a razão das medidas de seus respectivos perímetros;
- Calcular a medida do perímetro de uma figura ampliada ou reduzida, a partir do perímetro da figura original e da razão de semelhança estabelecida entre essas figuras;
- Investigar a relação entre a razão de semelhança estabelecida entre figuras semelhantes e a razão das medidas de suas respectivas áreas;
- Calcular a medida da área de uma figura ampliada ou reduzida, a partir da área da figura original e da razão de semelhança estabelecida entre essas figuras.

As atividades 1 a 3 propõem a descoberta da razão entre os perímetros de figuras semelhantes e também da razão entre suas áreas. Nas atividade 4 a 9, algumas questões de múltipla escolha são propostas para que você possa sistematizar tudo que foi visto sobre semelhança de figuras planas. Concentre-se e vamos lá!

1. **Observe os pares de figuras semelhantes abaixo, cujas medidas estão indicadas em centímetros:**



Fonte: elaborado para fins didáticos.

AULAS 07 E 08 – INVESTIGANDO A RAZÃO ENTRE OS PERÍMETROS E AS ÁREAS DE FIGURAS SEMELHANTES

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em trios.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante, lápis, borracha e caderno.

INICIANDO

Professor, antes de iniciar as atividades é interessante relembrar com a turma como se calcula o perímetro e a área de um paralelogramo, de um hexágono regular e de um trapézio, pois tais conceitos serão necessários na resolução da **Atividade 1.**

Recomenda-se relembrar também como se calcula a razão de semelhança, uma vez que, nas Aulas 5 e 6, isso foi pouco abordado.

DESENVOLVENDO

Para o desenvolvimento das **Atividades 1 a 3,** é interessante que seja dado um tempo para que os trios possam ler e resolver cada item, sendo as respostas socializadas e corrigidas coletivamente ao final de cada um. Na **Atividade 1**, o exercício será de preencher o quadro com os valores dos pares de figuras dadas e também com a razão de semelhança e as razões entre os perímetros e entre as áreas destas figuras. É interessante ressaltar, que no item "b", as três razões devem ser calculadas na mesma ordem, ou seja, partindo das medidas da maior figura para as da menor figura ou vice-versa. Assim, não haverá divergências quanto aos valores obtidos na hora de comparar as razões entre os perímetros e as áreas dos pares de figuras. Na **Atividade 2**, o valor da razão de semelhança dos pares de figuras deverão ser encontradas a partir das medidas de área ou perímetro, utilizando as mesmas relações obtidas na **Atividade 1.** Já na **Atividade 3,** eles deverão encontrar a razão entre as medidas dos perímetros e as medidas das áreas dos pares de figuras semelhantes, sem calcular os perímetros e as áreas, conhecendo somente a medida de um dos lados correspondentes de cada figura. No segundo momento da aula, ainda em trios peça aos estudantes que resolvam as questões de múltipla escolha. A correção poderá ser feita coletivamente.

FINALIZANDO

Por fim, é importante ressaltar que a verificação do desenvolvimento das habilidades assumidas para o trabalho com essa Sequência de Atividades pode se feita nesse encontro, pois, para resolver as atividades propostas será necessário relembrar e utilizar tudo que foi visto sobre semelhança de figuras planas. Dessa forma, é importante que os estudantes participem, ativamente, desse momento.

a. Complete o quadro abaixo com os valores dos perímetros e das áreas das seis figuras, sabendo que as alturas dos paralelogramos representados nas figuras 3 e 4 são 4,3 cm e 12,9 cm, respectivamente, e as dos trapézios representados nas figuras 5 e 6 são 2,6 cm e 10,4 cm, respectivamente:

Figuras	Perímetro	Área
Figura 1	$6 \cdot 4 = 24$ cm	$6 \cdot \frac{4^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 24 \cdot \sqrt{3}\ cm^2$
Figura 2	$6 \cdot 8 = 48$ cm	$6 \cdot \frac{8^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 96 \cdot \sqrt{3}\ cm^2$
Figura 3	$6 + 6 + 5 + 5 = 22$ cm	$6 \cdot 4{,}3 = 25{,}8\ cm^2$
Figura 4	$15 + 15 + 18 + 18 = 66$ cm	$18 \cdot 12{,}9 = 232{,}2\ cm^2$
Figura 5	$3 + 3 + 5 + 2 = 13$ cm	$\frac{(5+2) \cdot 2{,}6}{2} = 9{,}1\ cm^2$
Figura 6	$12 + 12 + 20 + 8 = 52$ cm	$\frac{(20+8) \cdot 10{,}4}{2} = 145{,}6\ cm^2$

b. Agora, complete o quadro abaixo com a razão de semelhança, a razão entre os perímetros e a razão entre as áreas das figuras observadas. Lembre-se que, para encontrar a razão de semelhança é preciso fazer a divisão das medidas dos lados correspondentes das figuras. Dica: calcule as três razões na mesma ordem, ou seja, partindo das medidas da maior figura para as da menor figura ou vice-versa.

Figuras	Razão de semelhança	Razão entre os perímetros	Razão entre as áreas
Figuras 1 e 2	$\frac{8}{4} = 2$	$\frac{48}{24} = 2$	$\frac{96 \cdot \sqrt{3}}{24 \cdot \sqrt{3}} = 4$
Figuras 3 e 4	$\frac{18}{6} = 3$	$\frac{66}{22} = 3$	$\frac{232}{25{,}8} \cong 9$
Figuras 5 e 6	$\frac{8}{2} = 4$	$\frac{52}{13} = 4$	$\frac{145{,}6}{9{,}1} = 16$

c. Complete as lacunas com base nas observações realizadas a partir dos resultados do segundo quadro: quando duas figuras são semelhantes, a razão entre seus perímetros é igual a razão de semelhança e a razão entre suas áreas é o quadrado da razão de semelhança.

2. Encontre a razão de semelhança entre os pares de figuras semelhantes a partir dos valores de suas áreas ou perímetros:

a. Áreas: 972 m² e 12 m².

$\frac{972}{12} = 81$. **A razão de semelhança é 9.**

b. Perímetros: 32,5 m e 13 m.

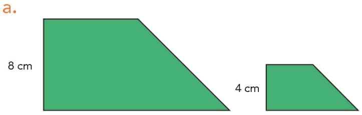
$\frac{32,5}{13} = 2,5$. **A razão de semelhança é 2,5.**

c. Áreas: 252 m² e 7 m².

$\frac{252}{7} = 36$. **A razão de semelhança é 6.**

3. Dê a razão entre as medidas dos perímetros e as medidas das áreas dos pares de figuras semelhantes abaixo, conhecendo somente a medida de um dos lados correspondentes de cada figura.

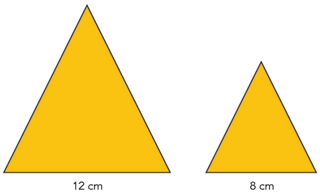
a.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

A razão de semelhança é 2. Logo, a razão entre os perímetros é 2 e a razão entre as áreas é 4.

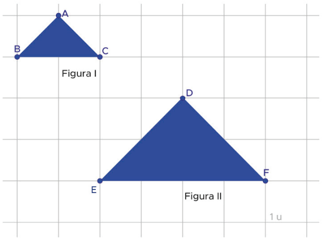
b.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

A razão de semelhança é 1,5. Logo, a razão entre os perímetros é 1,5 e a razão entre as áreas é 2,25.

4. (AAP) Observe as figuras a seguir:



A figura II foi obtida a partir da figura I. Então, o perímetro da figura II em relação à figura I, ficou:

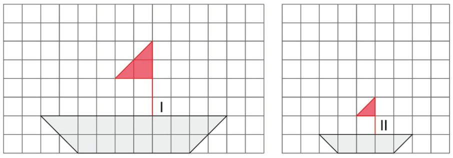
a. reduzido à metade b. inalterado. c. duplicado d. quadruplicado.

Resposta: Alternativa C

Contando os quadradinhos da malha percebe-se que a razão de semelhança entre as figuras é 2. Logo, a razão entre os perímetros é 2, isto é, o perímetro foi duplicado.

5. (AAP) Observe as figuras desenhadas nas malhas quadriculadas a seguir:

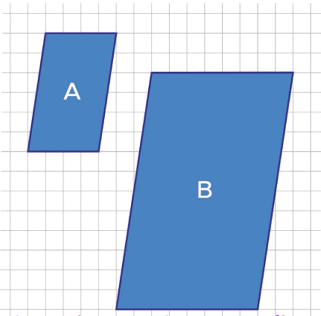
Resposta: Alternativa B
A Figura 1 é uma ampliação da Figura 2. Logo, foi feita uma multiplicação dos lados da Figura 2 para obtê-la.



As medidas de comprimento da Figura 1 foram obtidas a partir das medidas de comprimento correspondentes na Figura 2, fazendo uma:

a. subtração. b. multiplicação. c. divisão. d. adição.

6. (SARESP - Adaptado) Na imagem a seguir, a Figura B é uma ampliação da Figura A.



Para esta transformação podemos afirmar que:

a. o perímetro de B se manteve o mesmo de A, e os ângulos internos correspondentes dobraram de valor.

b. o perímetro de B passou a ser o triplo do perímetro de A, e os ângulos internos correspondentes não se alteraram.

c. o perímetro de B passou a ser o dobro do perímetro de A, e os ângulos internos correspondentes não se alteraram.

d. o perímetro de B passou a ser o dobro do perímetro de A, e os ângulos internos correspondentes também dobraram de valor.

Resposta: Alternativa C

Se a Figura B é uma ampliação da Figura A, significa que elas são semelhantes. Contando os quadradinhos da malha, obtém-se que a razão de semelhança é 2. Portanto, o perímetro de B passou a ser o dobro do perímetro de A. Da definição de semelhança, os ângulos internos correspondentes têm as mesmas medidas, ou seja, eles não se alteram ao se fazer uma ampliação.

7. (SARESP) As Figuras I e II são semelhantes e a razão entre seus lados é 2.

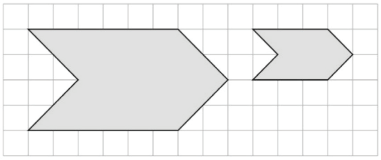


Fig. I Fig. II

Pode-se concluir que as razões entre os perímetros e entre as áreas das Figuras I e II são, respectivamente:

a. 2 e 2. b. 2 e 4. c. 2 e 8. d. 4 e 4.

Resposta: Alternativa B

Se a razão de semelhança é 2, a razão entre os perímetros é 2 e a razão entre as áreas é $2^2 = 4$.

ANOTAÇÕES

ANOTAÇÕES

3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 6

OLÁ, PROFESSOR!

Nesta Sequência de Atividades, falamos diretamente com você que está aí, na sala de aula, no convívio direto com os estudantes, os quais terão a oportunidade de se envolverem com atividades que possibilitam a retomada de conceitos, propriedades e procedimentos essenciais para o desenvolvimento de seus conhecimentos e capacidades em matemática.

A Sequência de Atividades deve ser desenvolvida tendo como visão o protagonismo do estudante, fazendo parte da sua aprendizagem. Além disso, as socializações das atividades, por parte dos estudantes, são percebidas aqui como oportunidades de desenvolver habilidades e competências que dizem respeito à cooperação, à empatia, à argumentação, à comunicação, entre outras. Além disso, as socializações das atividades, por parte dos estudantes, são percebidas aqui como oportunidades de desenvolver habilidades e competências que dizem respeito à cooperação, à empatia, à argumentação, à comunicação, entre outras.

Vale ressaltar que os estudantes devem chegar ao final da Sequência de Atividades sendo capazes de reconhecer e aplicar conceitos, propriedades e procedimentos na resolução e elaboração de situações-problema de aplicação do teorema de Pitágoras por meio de verificações experimentais e demonstrativas.

HABILIDADE: (EF09MA14) Resolver e elaborar situações-problema de aplicação do teorema de Pitágoras.

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1 e 2 / 90 min	Estudo do triângulo retângulo
3 e 4 / 90 min	Estudo do triângulo retângulo no plano cartesiano e aplicação do teorema de Pitágoras
5 e 6 / 90 min	Cálculo da diagonal do prisma
7 e 8 / 90 min	Aplicação do teorema de Pitágoras

Sabemos que as atividades por si só não ensinam. Por isso, Professor, a sua atuação é tão importante em cada uma das situações propostas aqui, cujo objetivo é recuperar as aprendizagens e desenvolver as habilidades esperadas para a 3ª série do Ensino Médio. Para isso, este caderno deverá servir como mais uma ferramenta que o auxiliará no processo de ensino, sendo necessário, portanto, que você considere, em seu replanejamento, outras possibilidades de discussão e recursos, para além daqueles sugeridos nesta Sequência de Atividades. Desejamos a você e a nossos estudantes um ótimo trabalho!

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 6

AULAS 01 E 02 - ESTUDO DO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Objetivos das aulas:
- Identificar os elementos do triângulo retângulo, associando cada um à sua medida;
- Estabelecer relações métricas no triângulo retângulo a partir da semelhança de triângulos, envolvendo os catetos, suas respectivas projeções na hipotenusa, a hipotenusa e altura relativa à hipotenusa;
- Investigar verificações experimentais e demonstrações do teorema de Pitágoras.

1. (SARESP) Um motorista vai da cidade A até a cidade E, passando pela cidade B, conforme mostra a figura.

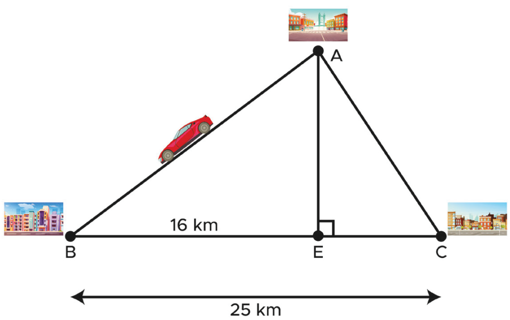
Ele percorreu:

a. 41 km

b. 15 km

c. 9 km

d. 36 km



Fonte: elaborado para ins didáticos.

Resposta: alternativa D

Professor, para a resolução desta questão usa-se a relação b² = a · m

$b^2 = 25 \cdot 16b^2 = 400b = \sqrt{400}b = 20\ km$

Logo a distância de A até E, passando por B é 36 km.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Na **Atividade 1**, sugerimos que discuta com os estudantes as outras relações métricas do triângulo retângulo, revisando o conteúdo.

AULAS 01 E 02 - ESTUDO DO TRIÂNGULO RETÂNGULO

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas produtivas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante, quebra-cabeça **(ANEXO 1)**, canetinhas para colorir, cola, tesoura sem ponta e régua.

INICIANDO

Professor, com as carteiras organizadas em duplas produtivas, é interessante começar uma conversa com os estudantes informando que, nas próximas aulas, estudarão sobre triângulo retângulo, com o destaque de que as atividades iniciais requerem observação de algumas figuras desse triângulo e anotação dos seus elementos e relações. É interessante encaminhar a discussão no sentido de orientá-los quanto à importância do estudo do triângulo retângulo para o desenvolvimento de habilidades que dizem respeito à aplicação do teorema de Pitágoras, bem como pelo recorrente uso deste em diversas situações, como por exemplo, a logística e o desenvolvimento cotidiano no setor de transportes. Após essa breve introdução, os estudantes poderão receber o caderno do estudante e realizar a leitura coletiva das questões.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

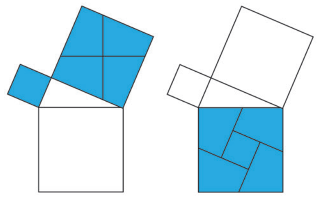
Na **Atividade 2** comente que devido a um recorte impreciso pode ser que as peças não se encaixem perfeitamente.

DESENVOLVENDO

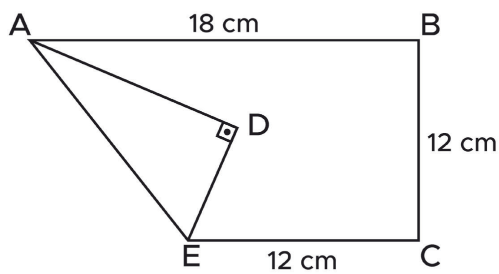
Para começar, pode-se definir um triângulo como sendo uma figura geométrica plana formada por três pontos não colineares, que são chamados de vértice. Retome o conceito de aresta e comente que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo sempre será 180°. Os estudantes terão a oportunidade de relembrar os tipos de triângulo e estudar um caso particular, o triângulo retângulo. Aproveite este momento, professor, para comentar sobre a presença de um ângulo medindo 90°, chamado de ângulo reto, cujo lado oposto a ele recebe o nome de hipotenusa e os outros dois lados são denominados catetos. Oriente os estudantes a desenharem um triângulo retângulo traçando a altura relativa à sua hipotenusa. Com isso, é possível estabelecer suas relações métricas utilizando o conceito de semelhança. Essas relações contribuirão para resolver a **Atividade 1** do Caderno do Estudante e, portanto, os alunos já estarão prontos para respondê-la. Para a **Atividade 2**, oriente os estudantes sobre o uso da canetinha para pintar, da tesoura sem ponta e cola para a montagem do quebra-cabeça a partir das peças que estão no **ANEXO 1** dessa Sequência de Atividades. Com o quebra-cabeça montado, é possível realizar uma boa discussão sobre a relação entre as áreas dos quadrados. Será um momento pertinente para demonstrar o teorema de Pitágoras de forma empírica para, posteriormente, generalizar a sua fórmula. Os estudantes terão a oportunidade de argumentar sobre suas ideias, percepções e conhecimentos sobre o assunto. A discussão até chegar à fórmula generalizada do teorema de Pitágoras contribuirá para a realização da **Atividade 3**, que diz respeito à aplicação do desse teorema. A proposta consiste em utilizar o teorema na arte do

2. Utilizando o quebra-cabeça do **ANEXO 1**, use as peças para montar os dois quadrados menores e, em seguida, tente montar o quadrado maior utilizando as mesmas peças. Qual relação é possível estabelecer entre as áreas das figuras?

Em suas possíveis respostas, os estudantes podem perceber que a soma das áreas dos quadrados menores é a mesma que a área do quadrado maior. Utilize esse momento para instigá-los sobre o que é área e como podemos representá-la, conduzindo-os a deduzir a fórmula de Pitágoras



3. (ENEM 2019) Construir figuras de diversos tipos, apenas dobrando e cortando papel, sem cola e sem tesoura, é a arte do origami (*ori* = dobrar; *kami* = papel), que tem um significado altamente simbólico no Japão. A base do origami é o conhecimento do mundo por base do tato. Uma jovem resolveu construir um cisne com a técnica do origami, utilizando uma folha de papel de 18 cm por 12 cm. Assim, começou por dobrar a folha conforme a figura.



Após essa primeira dobradura, a medida do segmento $\overline{AE}$ é

a. $2\sqrt{22}$ cm

b. $6\sqrt{3}$ cm

c. 12 cm

d. $6\sqrt{5}$ cm

e. $12\sqrt{2}$ cm

Resposta: alternativa D.

Como $\overline{AD}$ e $\overline{BC}$ são alturas da folha, $\overline{AD}$ = 12 cm. Quando a folha não está dobrada, $\overline{DC}$ = 18 cm. Logo, $\overline{DE}$ = 6 cm.

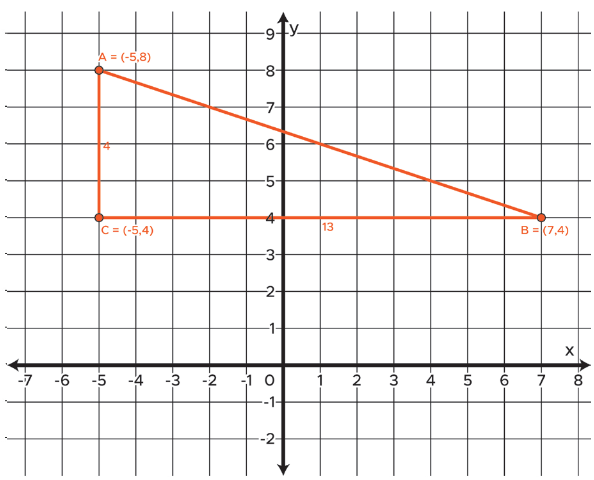
Aplicando o teorema de Pitágoras no triangulo ADE, temos:

$$AE^2 = 12^2 + 6^2 \rightarrow AE^2 = 144 + 36 \rightarrow AE^2 = 180 \rightarrow AE = 6\sqrt{5}cm$$

AULAS 03 E 04 - ESTUDO DO TRIÂNGULO RETÂNGULO NO PLANO CARTESIANO E APLICAÇÃO DO TEOREMA DE PITÁGORAS

Objetivos das aulas:
- Reconhecer conceitos relacionados a localização de um ponto no plano cartesiano através de "desloca-mentos" horizontais e verticais, bem como localizar pontos a partir de um ponto dado;
- Aplicar o teorema de Pitágoras para calcular a distância entre dois pontos no plano cartesiano;
- Aplicar o teorema de Pitágoras para calcular a medida da altura de triângulos equiláteros em situações-problema;
- Aplicar o teorema de Pitágoras para calcular a medida da diagonal de um quadrado em situações-problema.

1. Localize os pontos A = (-5, 8) e B = (7, 4) no plano cartesiano e calcule a distância entre eles.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

AC = 4
BC = 13

Vamos construir um triângulo retângulo no qual a hipotenusa é a distância entre os pontos A e B para depois aplicar o teorema de Pitágoras.

$$d^2 = 13^2 + 4^2 d^2 = 169 + 16 d^2 = 185 d = \sqrt{185}$$

$$d \cong 13{,}60$$

origami. Se necessário, pode-se usar uma folha de papel retangular para reproduzir a dobradura apresentada no desenho da **Atividade 3** para melhor compreensão por parte dos estudantes.

FINALIZANDO

Para finalizar a aula, propomos a correção coletiva da **Atividade 1**. O incentivo à participação de todos os estudantes é muito importante. Dessa forma, será possível identificar os que ainda apresentam fragilidades quanto aos objetos de conhecimento tratados, permitindo planejar possíveis estratégias para o esclarecimento de dúvidas.

AULAS 03 E 04 – ESTUDO DO TRIÂNGULO RETÂNGULO NO PLANO CARTESIANO E APLICAÇÃO DO TEOREMA DE PITÁGORAS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas produtivas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Para o estudante: Caderno do Estudante e régua.

INICIANDO

Para continuar o estudo sobre triângulo retângulo, sugerimos que haja uma breve retomada sobre o que se discutiu na aula anterior. Professor, relembre à turma sobre o teorema de Pitágoras. Na busca por despertar o interesse e o envolvimento de forma ativa dos estudantes nas atividades, sugerimos que desenvolva uma conversa associando o conceito do teorema a algumas aplicações em que ele pode ser usado.

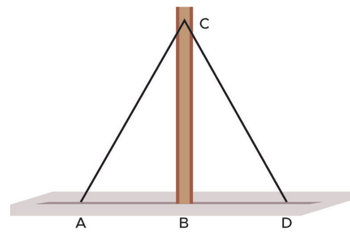
DESENVOLVIMENTO

Com os estudantes organizados em duplas produtivas, relembre sobre o plano cartesiano comentando sobre a nomenclatura dos eixos, as partes negativas e positivas de cada um dos eixos e que o ponto (0, 0) é considerado a origem do plano cartesiano. Professor, oriente os estudantes que para escrever e localizar as coordenadas de um ponto no plano cartesiano, primeiro analisamos o valor da abscissa e depois o valor da ordenada, pois existe uma ordem em relação às coordenadas cartesianas. Localizados os pontos no plano cartesiano, para calcular a distância entre eles pode-se utilizar o teorema de Pitágoras, mas para isto, é preciso construir um triângulo retângulo no qual essa distância entre os pontos seja a hipotenusa do triângulo. Esse conteúdo corresponde à **Atividade 1** prevista para as aulas 3 e 4 do Caderno do Estudante e, portanto, os estudantes já poderão respondê-la. A **Atividade 2** diz respeito à aplicação do teorema de Pitágoras para o cálculo da altura do triângulo equilátero. Professor, sugerimos que peça para os estudantes resolverem a **Atividade 2** aplicando o teorema de Pitágoras para depois generalizar a medida dos lados e deduzir a fórmula da altura de um triângulo equilátero. Esse conteúdo também corresponde à **Atividade 3**, e portanto, os estudantes já poderão respondê-la.

FINALIZANDO

A finalização poderá ser feita com a elaboração de um resumo dos conteúdos vistos nas aulas 3 e 4. Consideramos que essa etapa assumirá um papel importante no processo de aprendizagem, pois permitirá que os estudantes sintetizem seus conhecimentos.

2. Um poste vertical é preso a dois fios de cabo de aço fixos no chão de um terreno plano horizontal. Sabendo que o comprimento dos fios é de 30 m, e que a distância entre eles relativa ao chão também é de 30 m, calcule o comprimento do poste.

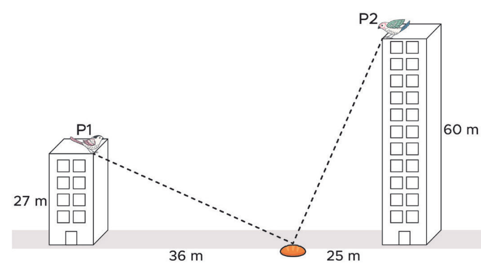


Fonte: Matemática EF II.

Temos uma representação de um triângulo equilátero no qual o comprimento do poste é a altura (h) do triângulo.

$$30^2 = h^2 + 15^2 \rightarrow 900 = h^2 + 225 \rightarrow h^2 = 900 - 225 \rightarrow h^2 = 675 \rightarrow h = 15\sqrt{3}m$$

3. (AAP 2013) Dois pássaros, identificados por P1 e P2, encontram-se no alto de dois prédios e enxergam um pedaço de pão no chão. Eles partem no mesmo instante em direção ao pão, voando em linha reta e à mesma velocidade.



Considerando as medidas indicadas na figura, qual pássaro será o primeiro a alcançar o pão? E a que distância do pão estará o outro pássaro neste momento?

a. P1 e 20 m

b. P1 e 11 m

c. P2 e 20 m

d. P2 e 11 m

Resposta: Alternativa A

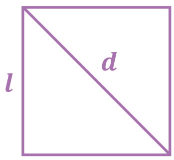
Usando o teorema de Pitágoras vamos calcular a distância de P1 e P2 até o pão. Para isso, chamaremos a distância P1 de x e a P2 de y.

$$x^2 = 27^2 + 36^2$$
$$x^2 = 729 + 1296$$
$$x^2 = 2025$$
$$x = 45$$

$$y^2 = 25^2 + 60^2$$
$$y^2 = 625 + 3600$$
$$y^2 = 4225$$
$$y^2 = 65$$

Portanto podemos concluir que o pássaro que chegará primeiro é o P1, enquanto o outro ainda estará a uma distância de 20 m, pois 65 – 45 = 20 m.

4. Utilize o teorema de Pitágoras para deduzir a fórmula da diagonal do quadrado.



$$d^2 = l^2 + l^2$$
$$d^2 = 2 \cdot l^2$$
$$d = \sqrt{2 \cdot l^2}$$
$$d = l\sqrt{2}$$

5. Carlos está ajudando seu avô a construir um galinheiro no sítio da família. Na entrada do galinheiro, haverá um portão feito com tiras de madeira. O portão terá 0,90 m de comprimento e de largura. Porém, para sustentar essas tiras de madeira, será preciso colocar um reforço diagonal no portão. Qual deve ser o comprimento da madeira que Carlos colocará para reforçar o portão?

Professor, o intuito dessa questão é que o estudante reconheça que trata do cálculo da diagonal de um quadrado e, portanto, não há necessidade de utilizar o teorema de Pitágoras, bastando utilizar a fórmula da diagonal do quadrado, deduzida na questão anterior.

$$d^2 = 2 \cdot 0{,}9^2$$
$$d = \sqrt{2 \cdot 0{,}9^2}$$
$$d = 0{,}9 \cdot \sqrt{2}\ m$$

ANOTAÇÕES

AULAS 05 E 06 – CÁLCULO DA DIAGONAL DO PRISMA

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas produtivas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Para o aluno: Caderno do Estudante.

INICIANDO

Sugerimos que comente com os estudantes que é possível utilizar o teorema de Pitágoras em diversas situações, inclusive para deduzir algumas fórmulas. Professor, se possível, leve para aula embalagens/objetos em formato de cubo e paralelepípedo reto retângulo. Como exemplos, sugerimos: caixa de creme dental e caixa de presente no formato cubo. Faça uma breve retomada sobre as características para um sólido ser classificado como prisma: aresta, face, vértice, diagonal da base e diagonal do prisma.

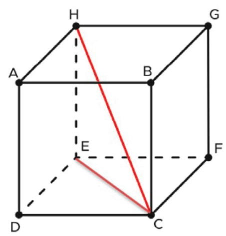
DESENVOLVENDO

Após relembrar algumas propriedades dos prismas e com os estudantes organizados em duplas produtivas, pode-se questionar como é possível calcular a medida da diagonal de um cubo e de um paralelepípedo reto retângulo aplicando o teorema de Pitágoras. Se necessário, relembre a fórmula da diagonal do quadrado.

AULAS 05 E 06 - CÁLCULO DA DIAGONAL DO PRISMA

Objetivos das aulas:
- Utilizar o teorema de Pitágoras para deduzir a medida das diagonais de um cubo, em função da medida do lado;
- Utilizar o teorema de Pitágoras para deduzir a medida das diagonais de um paralelepípedo, em função da medida dos lados;
- Resolver e elaborar situações-problema de aplicação do teorema de Pitágoras no cálculo do comprimento das diagonais do cubo e do paralelepípedo.

1. O cubo a seguir tem as arestas medindo 5 cm. Determine a medida da diagonal desse cubo.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Para calcular a medida da diagonal, vamos construir um triângulo retângulo que tem a distância CH como hipotenusa e os catetos sendo a altura do cubo e a diagonal da base, indicada por d.

Calculando a diagonal da base:

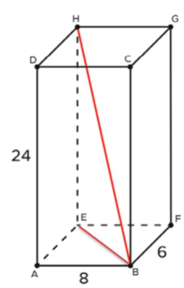
$$d^2 = 2 \cdot l^2 \rightarrow d^2 = 2 \cdot 5^2 \rightarrow d^2 = 50$$

Calculando a distância CH:

$$CH^2 = 5^2 + d^2$$
$$CH^2 = 25 + 50$$
$$CH^2 = 75$$
$$CH = 5\sqrt{3}$$

Portanto a medida da diagonal do cubo é $5\sqrt{3}$ cm.

2. Uma caixa tem o formato de um paralelepípedo reto retângulo com 8 cm de comprimento, 6 de profundidade e 24 de altura, conforme a figura a seguir. Encontre a medida do segmento $\overline{BH}$, também chamada diagonal do prisma.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Para calcular a medida da diagonal, vamos construir um triângulo retângulo que tem a distância BH como hipotenusa e os catetos sendo a altura do prisma e a diagonal da base, indicada por *d*.

Calculando a diagonal da base:

$$d^2 = 8^2 + 6^2 d^2 = 64 + 36 d^2 = 100$$

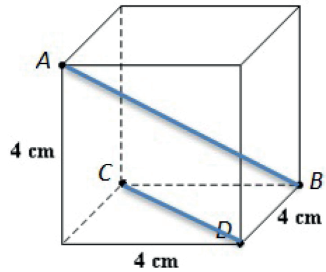
Calculando a distância BH:

$$BH^2 = 24^2 + d^2$$
$$BH^2 = 576 + 100$$
$$BH^2 = 676$$
$$BH = 26$$

Portanto a medida da diagonal do prisma é 26 cm.

Recomendamos que disponibilize um tempo combinado previamente para os estudantes resolverem a **Atividade 1** do **Caderno do Estudante**. É importante que os estudantes façam os registros das suas resoluções e compartilhem no momento da correção. Professor aproveite para deduzir a medida da diagonal do cubo em função da medida do lado. Questione os estudantes sobre qual era a medida da aresta e qual foi o resultado final. Com isso, espera-se que eles percebam a relação entre a medida do lado e o cálculo da diagonal do cubo. Professor, sugerimos que faça o mesmo com a **Atividade 2.** No momento da correção, chame atenção para a medida dos lados do paralelepípedo e instigue os estudantes a perceberem qual é a relação com o resulta-

3. Observe a figura a seguir.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Calcule as diagonais AB e CD:

Cálculo da diagonal AB:

$$D_{AB} = \sqrt{4^2 + 4^2 + 4^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}\ \text{cm}$$

Cálculo da diagonal CD:

$$CD^2 = 4^2 + 4^2 \rightarrow CD = \sqrt{2 \cdot 4^2} = 4\sqrt{2}\ \text{cm}$$

Para o cálculo da diagonal lateral, utiliza-se o Teorema de Pitágoras, onde AB será a hipotenusa e os catetos serão um dos lados do quadrado e a diagonal menor:

Logo: $D^2 = a^2 + (a^2 + a^2)$ --> $D = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2}$

do da diagonal. Aproveite o momento para deduzir a medida da diagonal do paralelepípedo em função da medida dos lados.

FINALIZANDO

A finalização poderá ser feita com a elaboração de um mapa conceitual dos conteúdos vistos nas aulas 5 e 6. Consideramos que essa etapa assumirá um papel importante no processo de aprendizagem, pois permitirá que os estudantes sintetizem seus conhecimentos. Solicite que algum estudante compartilhe o seu mapa conceitual, expondo-o na lousa. Dessa forma, será possível identificar os que ainda apresentam fragilidades quanto aos objetos de conhecimento tratados para planejar possíveis estratégias em busca de esclarecer essas dúvidas.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Após os estudantes elaborarem a situação-problema da **Atividade 3**, peça para que eles troquem entre si para que um possa resolver a questão que o outro elaborou. Escolha algumas situações-problemas para resolver com toda a turma utilizando o quadro e, em seguida, promova uma discussão sobre o enunciado e se ele atendeu o que foi solicitado. Com isso, espera-se que eles possam refletir sobre a ação de elaborar um problema.

AULAS 07 E 08 – APLICAÇÃO DO TEOREMA DE PITÁGORAS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas produtivas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Para essas atividades, propomos uma retomada sobre os principais conceitos tratados no decorrer dessa Sequência de Atividades. Desse modo, sugerimos três atividades que serão aplicados os estudos já realizados. Assim, professor, o início pode ser por meio de um diálogo com informações sobre a proposta. Além disso, consideramos interessante esclarecimentos quanto às atividades que serão desenvolvidas nas aulas desse dia. Isso poderá ocorrer à medida que se realize a leitura coletiva do Caderno do Estudante.

DESENVOLVENDO

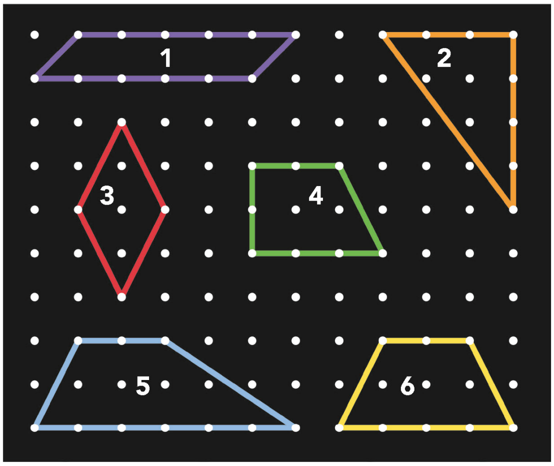
Com a leitura do Caderno, os estudantes deverão ter clareza que, para responderem às questões, eles precisarão resgatar o reconhecimento sobre relações métricas no triângulo retângulo utilizando o teorema de Pitágoras. Caso considerem necessário, é possível consultar o resumo e o mapa conceitual que foram produzidos nas aulas iniciais dessa Sequência. As **Atividades 1, 2 e 3**

AULAS 07 E 08 – APLICAÇÃO DO TEOREMA DE PITÁGORAS

Objetivos das aulas:
- Utilizar o teorema de Pitágoras para determinar o perímetro de triângulos e quadriláteros no Geoplano, no plano cartesiano e em malhas quadriculadas;
- Determinar a distância da linha do horizonte a partir da aplicação do teorema de Pitágoras e do conhecimento sobre circunferência.

As próximas atividades propõem a sistematização do que foi estudado sobre as figuras espaciais. Sendo assim, leia com clareza os enunciados e busque resgatar os conhecimentos já desenvolvidos nas aulas anteriores. A partir da atividade 4, você irá se deparar com oito questões que são itens do ENEM e do SARESP. Concentre-se e mãos à obra!

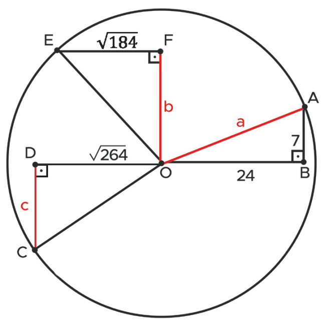
1. Considerando que a distância entre dois pontos é de 1 unidade de medida, determine o perímetro das figuras a seguir.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Figura	1	2	3	4	5	6
Perímetro	$10+2\sqrt{2}$	12	$4\sqrt{5}$	$7+\sqrt{5}$	$8+\sqrt{5}+\sqrt{13}$	$6+2\sqrt{5}$

2. Determine a medida de $\overline{AO}$, $\overline{FO}$, $\overline{CD}$.



Fonte: elaborado para ins didáticos.

$$a^2 = 24^2 + 7^2$$
$$a^2 = 576 + 49$$
$$a^2 = 625$$
$$a = 25$$

Como $\overline{EO} = 25$, então

$$25^2 = b^2 + \left(\sqrt{184}\right)^2$$
$$625 = b^2 + 184$$
$$b^2 = 625 - 184$$
$$b^2 = 441$$
$$b = 21$$

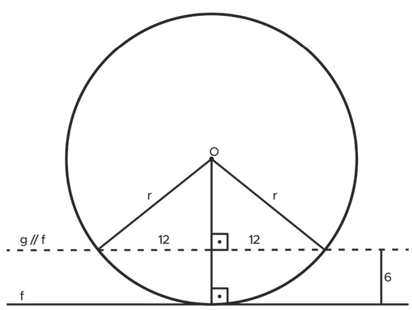
Como $\overline{CO} = 25$, então

$$25^2 = c^2 + \left(\sqrt{264}\right)^2$$
$$625 = c^2 + 264$$
$$c^2 = 625 - 264$$
$$c^2 = 361$$
$$c = 19$$

Portanto

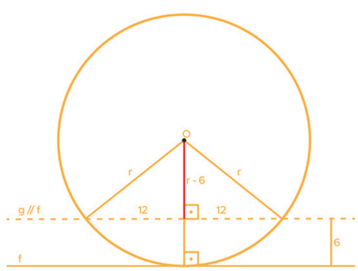
$$\overline{AO} = 25, \overline{FO} = 21 \ e \ \overline{CD} = 19$$

3. Determine o raio da circunferência a seguir.



Fonte: elaborado para ins didáticos.

$$r^2 = 12^2 + (r-6)^2$$
$$r^2 = 144 + r^2 - 12r + 36$$
$$= 12r = 180 \rightarrow r = 15$$



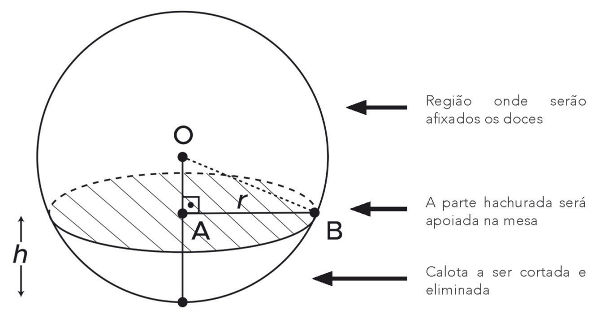
atividades poderão ser respondidas de maneira coletiva, disponibilizando-se tempo determinado para cada questão, com posterior discussão sobre cada uma. Destacamos que o principal olhar é para uma retomada sobre o teorema de Pitágoras e suas aplicações. Em especial, para a **Atividade 1**, sugerimos que relembre o conceito de perímetro de triângulos e quadriláteros. Para o segundo momento da aula, as duplas deverão se envolver com as **Atividades de 4 a 11** que são compostas por itens inéditos e itens do ENEM, SARESP e AAP. A correção poderá atentar para a leitura atenciosa de cada item.

FINALIZANDO

Por fim, ressaltamos que esse encontro tem um importante papel quanto à verificação do desenvolvimento das habilidades assumidas para o trabalho com essa Sequência de Atividades. Nesse sentido, o encerramento, a partir da resolução das questões propostas para as aulas 7 e 8, deverá ser articulado no sentido de sistematizar os conceitos estudados sobre o triângulo retângulo. Destacamos a relevância do envolvimento ativo dos estudantes nesses momentos.

ATIVIDADE 2: Algumas questões

4. (Enem - 2017) Para decorar uma mesa de festa infantil, um chefe de cozinha usará um melão esférico com diâmetro medindo 10 cm, o qual servirá de suporte para espetar diversos doces. Ele irá retirar uma calota esférica do melão, conforme ilustra a figura, e, para garantir a estabilidade deste suporte, dificultando que o melão role sobre a mesa, o chefe fará o corte de modo que o raio r da seção circular de corte seja de pelo menos 3 cm. Por outro lado, o chefe desejará dispor da maior área possível da região em que serão fixados os doces.



Para atingir todos os seus objetivos, o chefe deverá cortar a calota do melão numa altura h, em centímetros, igual a:

a. $5-\sqrt{\frac{91}{2}}$
b. $10-\sqrt{91}$
c. 1
d. 4
e. 5

Resposta: alternativa c

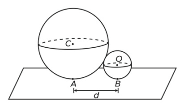
Observando a figura, é possível identificar que a altura h pode ser encontrada diminuindo-se a medida do segmento $\overline{OA}$ da medida do raio da esfera R.

O raio da esfera R é igual a metade do seu diâmetro, que neste caso é igual a 5 cm, pois o diâmetro é igual a 10 cm. Para encontrar a medida do segmento $\overline{OA}$ iremos considerar o triângulo OAB e aplicar o teorema de Pitágoras.

$$5^2 = 3^2 + x^2$$
$$25 = 9 + x^2$$
$$x^2 = 16$$
$$x = 4$$

Assim, x = 4 cm e, para calcular a altura (h), temos:
h = R - x
h = 5 - 4
h = 1

5. (Enem - 2016 - 2ª aplicação) A bocha é um esporte jogado em canchas, que são terrenos planos e nivelados, limitados por tablados perimétricos de madeira. O objetivo desse esporte é lançar bochas, que são bolas feitas de um material sintético, de maneira a situá-las o mais perto possível do bolim, que é uma bola menor feita, preferencialmente, de aço, previamente lançada. A Figura 1 ilustra uma bocha e um bolim que foram jogados em uma cancha. Suponha que um jogador tenha lançado uma bocha, de raio 5 cm, que tenha ficado encostada no bolim, de raio 2 cm, conforme ilustra a figura a figura 2.

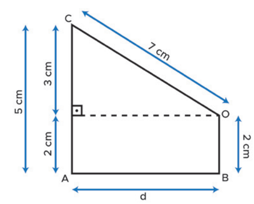


Considere o ponto C como o centro da bocha, e o ponto O como o centro do bolim. Sabe-se que A e B são os pontos em que a bocha e o bolim, respectivamente, tocam o chão da cancha, e que a distância entre A e B é igual a d. Nessas condições, qual a razão entre d e o raio do bolim?

a. 1
b. $2\sqrt{2}$
c. $\sqrt{5}$
d. 2
e. $\sqrt{10}$

Resposta: Alternativa E

Para calcular a medida da distância d entre os pontos A e B iremos unir os pontos formando o trapézio ACOB, cuja algumas medidas é possível demarcar conforme o enunciado. Observe a figura abaixo



Ao dividir o trapézio, obtemos um retângulo e um triângulo retângulo. Note, ainda, que a medida da hipotenusa é a medida da soma dos dois raios, ou seja, mede 7 cm, e a linha tracejada tem a mesma medida que o segmento $\overline{AB}$; *sendo assim, basta aplicar o teorema de Pitágoras.*

$$7^2 = 3^2 + d^2 \rightarrow d^2 = 49 - 9 \rightarrow d = \sqrt{40} \rightarrow d = 2\sqrt{10}$$

Portanto, a razão entre ambos é $\sqrt{10}$**, pois** $\dfrac{2\sqrt{10}}{2} = \sqrt{10}$

6. (Enem 2014) Diariamente, uma residência consome 20 160 Wh. Essa residência possui 100 células solares retangulares (dispositivos capazes de converter a luz solar em energia elétrica) de dimensões 6 cm x 8 cm. Cada uma das tais células produz, ao longo do dia, 24 Wh por centímetro de diagonal. O proprietário dessa residência quer produzir, por dia, exatamente a mesma quantidade de energia que sua casa consome.

Qual deve ser a ação desse proprietário para que ele atinja o seu objetivo?

a. Retirar 16 células.
b. Retirar 40 células.
c. Acrescentar 5 células.
d. Acrescentar 20 células.
e. Acrescentar 40 células.

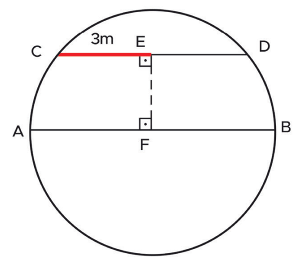
Resposta: Alternativa A

Note que para solucionarmos o problema devemos encontrar a medida da diagonal do retângulo ara isso vamos utilizar o teorema de Pitágoras, como na imagem a seguir.

$$d^2 = 6^2 + 8^2$$
$$d^2 = 36 + 64$$
$$d^2 = 100$$
$$d = 10$$

Ao todo tem 100 células dessas, então 240 x 100 = 24.000 Wh. Contudo, ele precisa de 20.160 Wh, então sobraram 24000 – 20160 = 3840 Wh. Se dividimos 3840 por 240 teremos a quantidade que deve ser retirada de células. Logo, deve-se retirar 16 células.

7. Marcos possui em sua empresa um tanque cilíndrico cujo topo mede 8 metros de diâmetro e 4 metros de profundidade. Sabendo que o círculo abaixo representa o topo no tanque, encontre a medida do segmento $\overline{EF}$. Note que F é o centro da circunferência e que os segmentos $\overline{CD}$ e $\overline{AB}$ e são paralelos.



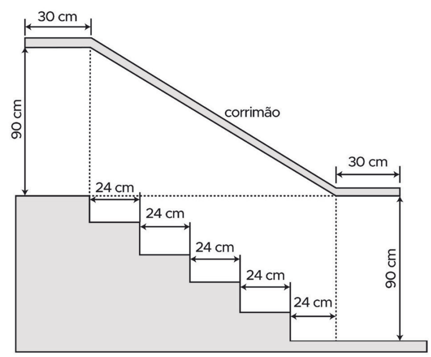
Fonte: elaborado para ins didáticos.

Professor, nesta questão é necessário que o estudante reconheça que o triângulo CFE é um triângulo retângulo, sendo o segmento $\overline{EF}$ um dos catetos desse triângulo. Portanto, a medida do segmento poderá ser calculada utilizando o teorema de Pitágoras.

$$4^2 = 3^2 + \overline{EF^2} \rightarrow \overline{EF^2} = 16 - 9 \rightarrow \overline{EF^2} = 7$$

Logo a medida de é aproximadamente 2,65.

8. (Enem 2006) Na figura abaixo, que representa o projeto de uma escada com 5 degraus de mesma altura, o comprimento total do corrimão é igual a:



a. 1,8 m.

b. 1,9 m.

c. 2,0 m.

d. 2,1 m.

e. 2,2 m.

Resposta: Alternativa D

A imagem da escada é formada por um triângulo retângulo cujos catetos medem 90 cm e 120 cm, uma vez que a medida desse cateto é dada pelas somas da largura de cada degrau. Assim, usaremos o teorema de Pitágoras para descobrir a medida da hipotenusa que chamaremos de h.

$h^2 = 90^2 + 120^2$

$h^2 = 8100 + 14400$

$h^2 = 22500$

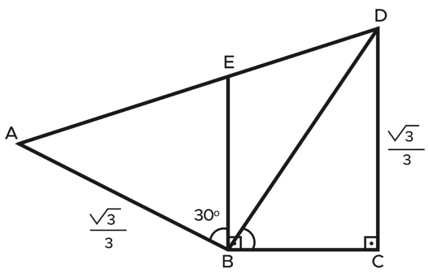
$h = 150$ cm

Logo, 150 cm + 30 cm +30 cm = 210 cm, que transformando em metros teremos 2,1 m.

9. Paula mora no bairro Juca Floriano e sua escola fica localizada no bairro Constantina. Na figura abaixo, a casa de Paula é representada pelo ponto A, e para concluir uma pesquisa, ela necessita descobrir a medida de $\overline{AD}$, onde D é a sua escola. Sabendo que Paula conhece apenas as medidas e graus representados na imagem, *encontre a medida de $\overline{AD}$ em Km.*

Dados: 4/3= 1,3 e 1/3 = 0,3.

A medida do segmento BC é igual a 1 e o segmento BE é perpendicular ao segmento AD.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Nesta questão é necessário que o estudante reconheça que o triângulo BDC é um triângulo retângulo para calcular a medida do segmento $\overline{BD}$. Através do teorema de Pitágoras vamos determinar a medida de BD. Mas como $\overline{BD}$ faz parte do triângulo ADB, ele será utilizado para encontrar $\overline{AD}$, portanto, encontraremos apenas $\overline{BD}^2$

$$\overline{BD^2} = 1^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 \rightarrow \overline{BD^2} = 1 + \frac{3}{9} \rightarrow \overline{BD^2} = \frac{4}{3} = 1{,}3\,\text{km}$$

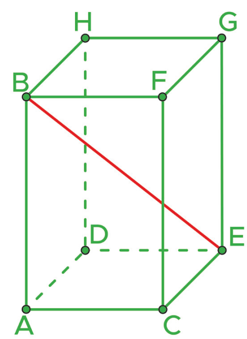
Calculemos, então, a medida do ângulo $\widehat{DBC}$. Para isso, note que no triângulo BDC, temos o cateto oposto e o adjacente. Logo, usaremos a tangente.

$$Tg(\alpha) = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{1} = \frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow \alpha = 30º$$

Como o ângulo EBC = 90º e α = 30º, então o ângulo EBD = 60º; o que nos mostra diretamente que o ângulo ABD = 90º. Portanto, para encontrar $\overline{AD}$ nos resta usar o teorema de Pitágoras novamente.

$$AD^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 + (1{,}3)^2 \rightarrow AD^2 = \frac{1}{3} + 1{,}69 \rightarrow AD^2 = 0{,}3 + 1{,}69 \rightarrow AD^2 = 1{,}99\ \text{km}$$

10. A igura abaixo é um bloco retangular de base quadrada, onde sua altura mede 8 cm e o lado de sua base mede 4 cm. Qual a medida da diagonal $\overline{BE}$ deste bloco retangular?



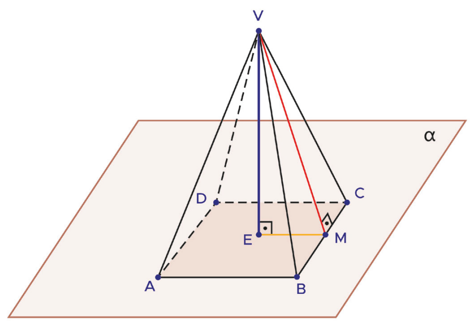
Fonte: elaborado para ins didáticos.

Professor, nesta questão estudante pode inicialmente determinar a medida do segmento $\overline{AE}$ utilizando o teorema de Pitágoras para conseguir formar o triângulo retângulo BAE, de modo a obter a medida da diagonal $\overline{BE}$, também utilizando o teorema de Pitágoras, sendo $\overline{AE}$ e $\overline{BA}$ os catetos e $\overline{BE}$ a hipotenusa que terá medida igual a $4\sqrt{6}$.

$$\overline{AE^2} = \overline{AC^2} + \overline{BE^2}$$
$$\overline{AE^2} = 4^2 + 4^2$$
$$\overline{AE^2} = 16 + 16$$
$$\overline{AE^2} = 32$$
$$\overline{AE} = 4\sqrt{2}\text{ cm}$$

$$\overline{BE^2} = \overline{AE^2} + \overline{BA^2}$$
$$\overline{BE^2} = \left(\frac{4}{\sqrt{2}}\right)^2 + 8^2$$
$$\overline{BE^2} = 32 + 64$$
$$\overline{BE^2} = 96$$
$$\overline{BE} = 4\sqrt{6}\text{ cm}$$

11. A pirâmide abaixo possui uma base quadrada com medida de 8 cm. Sabendo que a medida de $\overline{VC}$ é de 10 cm, encontre a altura $\overline{VE}$ da pirâmide.



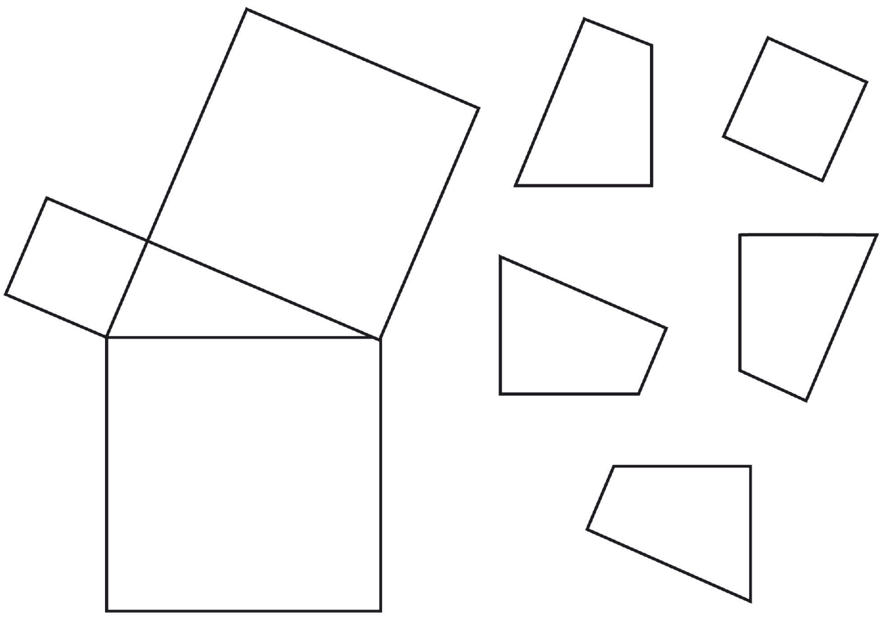
Fonte: elaborado para ins didáticos.

Professor, nesta questão o estudante pode inicialmente calcular a medida de $\overline{VM}$, utilizando o teorema de Pitágoras. Em seguida, poderá utilizá-lo novamente para encontrar $\overline{VE}$, que terá medida igual a $2\sqrt{17}$ cm

$$\overline{VC^2} = \overline{VM^2} + \overline{MC^2}$$
$$\overline{10^2} = \overline{VM^2} + 4^2$$
$$\overline{VM^2} = 100 - 16$$
$$\overline{VM^2} = 84$$
$$\overline{VM} = 2\sqrt{21}\text{ cm}$$

$$VM^2 = \overline{VE^2} + \overline{EM^2}$$
$$\left(\frac{2}{\sqrt{21}}\right)^2 = \overline{VE^2} + 4^2$$
$$\overline{VE^2} = 84 - 16$$
$$\overline{VE^2} = 68$$
$$\overline{VE} = 2\sqrt{17}\text{ cm}$$

ANEXO 1 (PARA RECORTAR)



ANOTAÇÕES

ANOTAÇÕES

ANOTAÇÕES

3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 7

OLÁ, PROFESSOR!

Nesta Sequência de Atividades, falamos diretamente com você, que está aí, na sala de aula, no convívio direto com os estudantes, os quais terão oportunidade, nesse momento, de se envolverem com atividades que possibilitam a retomada de conceitos, propriedades e procedimentos essenciais para o desenvolvimento de seus conhecimentos e capacidades em matemática.

As socializações das atividades, por parte dos estudantes, são percebidas aqui como oportunidades de serem desenvolvidas habilidades e competências que dizem respeito à cooperação, à empatia, à argumentação, à comunicação, entre outras.

Vale ressaltar que os estudantes devem chegar ao final da Sequência de Atividades sendo capazes de reconhecer e aplicar conceitos, propriedades e procedimentos vinculados a sólidos como pirâmide e cone, em diferentes contextos.

HABILIDADE: Saber identificar propriedades características, calcular relações métricas fundamentais (comprimentos, áreas e volumes) de sólidos como a pirâmide e cone, utilizando-as em diferentes contextos.

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1 e 2 / 90 min	Pirâmides
3 e 4 / 90 min	Tetraedro regular
5 e 6 / 90 min	Cone
7 e 8 / 90 min	Pirâmide e cone: razão de semelhança

Sabemos que as atividades por si só não ensinam. Por isso, professor, a sua atuação é tão importante em cada uma das situações propostas aqui, cujo objetivo é recuperar as aprendizagens e desenvolver as habilidades esperadas para a 3ª série do Ensino Médio. Para isso, este caderno deverá servir como mais uma ferramenta que o auxiliará no processo de ensino, sendo necessário, portanto, que você considere, em seu replanejamento, outras possibilidades de discussão e recursos, para além daqueles sugeridos nesta Sequência de Atividades. Para ajudá-lo nessa ação, a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo fornecerá, por meio do Centro de Mídias, formação continuada quinzenal acerca das Sequências de Atividades, nos momentos das Aulas de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPCs). Desejamos a você e a nossos estudantes um ótimo trabalho!

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 7

AULAS 01 E 02 - PIRÂMIDES

Objetivos das aulas:

- Reconhecer o conceito de pirâmide, seus elementos, suas planificações e suas classificações;
- Identificar pirâmides regulares e suas características, como a notável relação envolvendo seus apótemas e altura;
- Estabelecer expressões para o cálculo de área da base, área lateral, área total e volume de pirâmides;
- Resolver problemas envolvendo o cálculo de superfícies e/ou do volume de uma pirâmide.

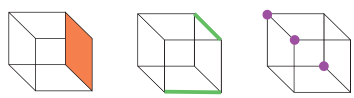
A etapa inicial das próximas atividades será de observação e registro. Você deverá observar os objetos que estão disponibilizados no anexo 1, do seu caderno, para preencher o quadro.

1. Escreva a definição de face, aresta e vértice.

Face: superfícies planas que constituem um sólido.

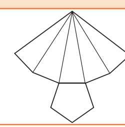
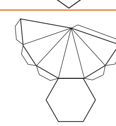
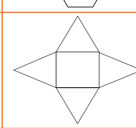
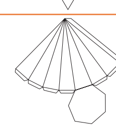
Aresta: segmento de reta gerado pela intersecção de duas faces.

Vértice: ponto de encontro de duas arestas.



Fonte: Matemática Cinco

2. Complete o quadro a seguir:

Sólido geométrico	Número de bases	Número de arestas	Número de vértices	Número de faces laterais	Planificação
Pirâmide de base pentagonal	1	10	6	5	
Pirâmide de base hexagonal	1	12	7	6	
Pirâmide de base quadrada	1	8	5	4	
Pirâmide de base heptagonal	1	14	8	7	

AULAS 01 E 02 - PIRÂMIDES

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em fileira em formato de U ou em círculo.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante.

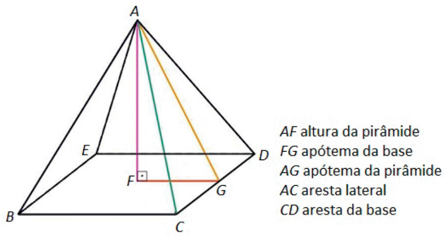
INICIANDO

Professor, para as aulas 1 e 2 desta Sequência, é necessário que se disponibilizem embalagens/objetos em formatos variados de pirâmides. Se considerar mais conveniente, você poderá produzir as embalagens para usar nas aulas. Com as carteiras organizadas em fileira em formato de U ou em círculo, é interessante começar uma conversa com os estudantes informando que, nas próximas aulas, estudarão pirâmide e cone, com o destaque de que as atividades iniciais requerem observação de algumas figuras e anotação das principais características percebidas. É interessante encaminhar a discussão no sentido de orientá-los quanto à importância do estudo das formas para o desenvolvimento de habilidades que dizem respeito à noção espacial. Após essa breve introdução, os estudantes poderão receber o Caderno do Estudante.

DESENVOLVENDO

Para começar, as embalagens/objetos poderão ser disponibilizadas em uma mesa posicionada ao centro da sala, com a orientação de que os estudantes terão alguns minutos (a combinar) para observar as embalagens/objetos e registrarem, no quadro indicado na **Atividade 1** do Caderno do Estudante, as características pedidas de cada peça. A cada 2 ou 3 minutos, professor, sugerimos que mude a posição de todas as peças para permitir a percepção das diferentes faces. Lembre-se de dispor de folhas de cartolina, ou papel *kraft*, ou papel madeira e piloto para escrever neles. Finalizando o tempo total combinado, será o momento de os estudantes informarem as anotações feitas a partir da observação das embalagens/objetos. Para garantir os registros das observações dos estudantes, sugerimos as anotações, em cartolinas, ou papel *kraft*, ou papel madeira, das informações apresentadas por eles, produzindo-se um cartaz que poderá ficar fixado na sala de aula. Além das anotações, você poderá convidar algum estudante para desenhar, no cartaz, representações das figuras que observaram nessa aula.

3. Observe a figura a seguir:



Fonte: Elaborado para fins didáticos.

Observe a imagem, relembre os comentários do professor e, se necessário, pesquise para responder as alternativas a seguir:

a. Apótema da base:

segmento de reta que liga a projeção ortogonal do vértice da pirâmide em sua base ao ponto médio de qualquer aresta da base.

b. Apótema da pirâmide:

a medida da altura da face lateral.

c. Aresta lateral:

segmentos de reta que têm um extremo no vértice da pirâmide e outro extremo um em vértice do polígono situado na base.

d. Área da base:

medida relativa à base da pirâmide, que pode ser um polígono qualquer

e. Área lateral:

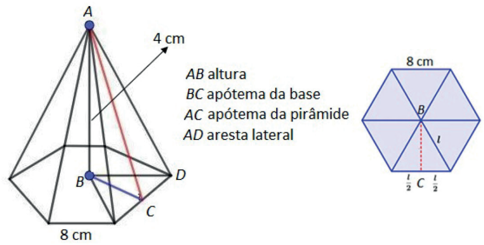
medida relativa à soma de todas as faces laterais.

f. Área total:

medida relativa à sua superfície e que é obtida pela soma da área da base e de todas as faces laterais.

Reflita sobre apótema da base, lateral, apótema da área da pirâmide, base, que os estudantes observem com atenção esses elementos em cada figura estudada. Esses registros contribuirão para as respostas da **Atividade 2** do **Caderno do Estudante** e, portanto, eles já poderão respondê-la. Reflita que o cálculo da área da base depende do formato da base da pirâmide, portanto não existe uma expressão única. Para orientações quanto à **Atividade 3**, sugerimos que demonstre que o volume de um prisma triangular é três vezes maior que o volume de uma pirâmide triangular. Os estudantes deverão calcular o volume da pirâmide em questão.

4. Observe a figura a seguir e calcule o que se pede.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

a. Apótema da base:

$$l^2 = BC^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2$$

$$l^2 = BC^2 + \frac{l^2}{4} \rightarrow BC^2 + \frac{l^2}{4} = l^2 \rightarrow BC^2 = l^2 - \frac{l^2}{4}$$

$$BC^2 = \frac{3l^2}{4} \rightarrow BC = \frac{l\sqrt{3}}{4} \rightarrow BC = \frac{8\cdot\sqrt{3}}{4} = 2\sqrt{3}$$

b. Apótema da pirâmide:

$$AD^2 = AB^2 + BD^2$$
$$AD^2 = 4^2 + 8^2$$
$$AD^2 = 80 \rightarrow AD = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}\ cm.$$

c. Aresta lateral:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$
$$AC^2 = 4^2 + (4\sqrt{3})^2$$
$$AC^2 = 16 + 16 \cdot 3$$
$$AC^2 = 64$$
$$AC = 8\ cm.$$

FINALIZANDO

Para finalizar a aula, a retomada da síntese que está no cartaz é uma boa opção. Incentive a participação dos estudantes de modo que possíveis dúvidas sejam esclarecidas, com a recomendação de que verifiquem suas respostas da **Atividade 1** do **Caderno do Estudante** e informem se há alguma dúvida a ser sanada.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Durante a aula, pode-se mostrar que o volume da pirâmide triangular é um terço do volume do prisma, pois essa informação será importante para a resolução desta atividade.

AULAS 03 E 04 - TETRAEDRO REGULAR

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas produtivas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Para o estudante: Caderno do Estudante.

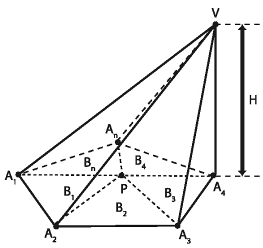
INICIANDO

Para continuar o estudo de pirâmide, sugerimos que faça uma breve retomada sobre o que se discutiu nas aulas anteriores. Professor, relembre as planificações a que tiveram acesso na **Atividade 1** do **Caderno do Estudante** e discuta sobre o uso delas para a montagem de figuras tridimensionais. Na busca por despertar o interesse e o envolvimento dos estudantes de forma ativa nas atividades, sugerimos que desenvolva uma conversa associando as formas geométricas apresentadas a objetos que fazem parte do dia a dia.

5. Considere uma pirâmide de base qualquer em que:

- V é o vértice da pirâmide;
- A1, A2, A3, ..., An são os vértices do polígono da base;
- B1, B2, B3, ..., Bn são as áreas do triângulo que compõe a base.

Verifique que o volume de uma pirâmide qualquer é um terço da área da base multiplicado pela sua altura.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Note que todas as pirâmides VA_1A_2P, VA_2A_3P, ... $VA_nA_{n+1}P$ têm a mesma altura H, e que a soma das áreas dos triângulos que compõe a base é igual a área da base ($B_1 + B_2 + ... + B_n = A_b$). Sendo V_1, V_2, ... V_n o volume dessas respectivas pirâmides, temos que:

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot B_1 \cdot H, V_2 = \frac{1}{3} \cdot B_2 \cdot H, \dots V_n = \frac{1}{3} \cdot B_n \cdot H$$

Somando todos esses volumes temos:

$$V_p = \frac{1}{3} \cdot B_1 \cdot H + \frac{1}{3} \cdot B_2 \cdot H + \cdots + \quad V_n = \frac{1}{3} \cdot B_n \cdot H$$

$$V_p = \frac{1}{3} \cdot H \cdot (B_1 + B_2 + B_n)$$

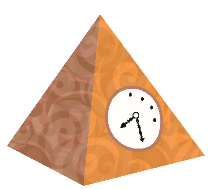
Logo, $V_p = \frac{1}{3} \cdot H \cdot A_b$

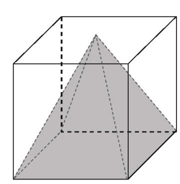
6. Calcule o volume da pirâmide quadrada cuja aresta da base mede 13 cm e a altura mede 9 cm. Faça no seu caderno o desenho da pirâmide com essas dimensões, antes de resolver a atividade.

$$V = \frac{A_b \cdot h}{3} = 507\ cm^3$$

Professor, faça o desenho da figura na lousa para que os estudantes entendam como calcular o volume.

7. Clarissa possui um objeto de decoração com o formato de uma pirâmide regular de base quadrada e quer guardá-lo em uma caixa no formato de um cubo, de modo que a pirâmide fique inscrita no cubo. Sabendo que o volume da pirâmide é 72 cm³, calcule o volume do cubo e a medida da sua aresta.





Fonte: elaborado para fins didáticos.

O volume da pirâmide é calculado pela expressão:

$$V_p = \frac{A_b \cdot h}{3}$$

Como ela está inscrita no cubo, as medidas da altura e da aresta da base são iguais às medidas das arestas do cubo. Logo, podemos escrever o volume da pirâmide como:

$$V_p = \frac{x^2 \cdot x}{3} \rightarrow V_p = \frac{x^3}{3} \rightarrow 3 \cdot V_p = x^3$$

Já o volume do cubo é calculado pela expressão: $V_c = A_b \cdot h$

$$V_c = x^2 \cdot x \rightarrow V_c = x^3$$

Comparando a expressão do volume da pirâmide com a do cubo, podemos notar que o volume o cubo é 3 vezes maior que o volume da pirâmide: $V_c = 3 \cdot V_p$

Se o volume da pirâmide é 72 cm³, então o volume do cubo será de: $V_c = 3 \cdot 72 V_c = 216\ cm^3$

E, portanto, a medida da aresta será: $x^3 = 216 x = \sqrt[3]{216} x = 6cm$

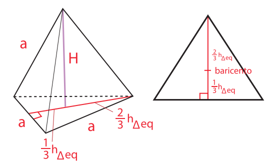
CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, se preciso, relembre o cálculo do volume da pirâmide e comente que as medidas da altura e da aresta da base são iguais às medidas da aresta do cubo pelo fato de a pirâmide estar inscrita no cubo. Para calcular a medida da aresta é preciso calcular e comparar o volume da pirâmide com o volume do cubo, concluindo que o volume do cubo é 3 vezes maior que o volume da pirâmide.

AULAS 03 E 04 - TETRAEDRO REGULAR

Objetivos da aulas:
- Estabelecer as relações métricas fundamentais de um tetraedro regular para expressar sua altura, sua área total e seu volume;
- Resolver problemas envolvendo o cálculo da área total do tetraedro regular;
- Resolver problemas envolvendo o cálculo de volume do tetraedro regular.

1. Um tetraedro regular possui quatro faces, cada uma delas com o formato de um triângulo equilátero e, portanto, para calcular a área total devemos calcular a área do triângulo equilátero. Para calcular a altura do tetraedro vamos precisar calcular a altura do triângulo equilátero (face do tetraedro) e utilizar o conceito de baricentro em um triângulo equilátero, em que se divide o segmento na razão 2 : 1. Com essas informações, deduza as expressões da área total, altura e volume do tetraedro de aresta a .



A área total do tetraedro é quatro vezes a área do triângulo equilátero.

$$A_T = 4 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$$

Para a altura, devemos lembrar a propriedade do baricentro, que divide o segmento na razão 2:1.

$$a^2 = H^2 + \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 \rightarrow a^2 = H^2 + \frac{a^2}{3} \rightarrow 3a^2 = 3H^2 + a^2 \rightarrow 2a^2 = 3H^2 \rightarrow H^2 = \frac{2a^2}{3}$$

$$H = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

O volume de qualquer pirâmide é a multiplicação da área da base pela altura dividido por três.

$$V = \frac{A_b \cdot h}{3} \rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^{2\sqrt{3}}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} \rightarrow V = \frac{a^2\sqrt{18}}{36} \rightarrow V = \frac{a^2\sqrt{2}}{12}$$

2. Calcule a área total e o volume do tetraedro de aresta 10 cm.

$$A_T = a^2\sqrt{3} = 100\sqrt{3}\ cm^2$$

$$V = \frac{a^2\sqrt{2}}{12} = \frac{100\sqrt{2}}{12} = \frac{25\sqrt{2}}{3}\ cm^3$$

3. Uma empresa de perfumes resolveu inovar no formato do frasco e o fez em formato de um tetraedro regular. Sabendo que o volume da embalagem é de 4,23 cm³, calcule a medida da aresta. (Use $\sqrt{2} = 1{,}41$)

$$V = \frac{a^2\sqrt{2}}{12}$$

$$4{,}23 = \frac{a^2 \cdot 1{,}41}{12}$$

$$50{,}76 = a^2 \cdot 1{,}41a^2 = 36a = 6cm$$

Portanto, a aresta do tetraedro deve ser de 6 cm.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Comente que o tetraedro tem todas as faces triangulares regulares, portanto, possui quatro triângulos equiláteros. Sendo assim, é preciso relembrar as fórmulas da área e da altura do triângulo equilátero. Para calcular a altura do tetraedro, deve-se relembrar o conceito de baricentro, que divide a altura do triângulo equilátero na razão 2:1, para depois aplicar o Teorema de Pitágoras. Após calcular a área total e a altura, ambas em função da aresta a, solicite aos estudantes para calcularem o volume do tetraedro.

DESENVOLVENDO

Com os estudantes organizados em duplas produtivas, se possível, utilize um projetor e um o *software* de geometria dinâmica para mostrar aos estudantes a planificação e a montagem do tetraedro regular. Uma alternativa é levar um tetraedro regular montado e mostrar sua planificação. É importante comentar que o tetraedro é um caso particular da pirâmide, no qual as quatro faces são regiões triangulares congruentes e equiláteras e, por essa razão, qualquer uma das quatro faces pode ser considerada base. Para a realização da **Atividade 1** prevista para as aulas 3 e 4 do Caderno do Estudante é preciso relembrar alguns conceitos importante da geometria plana, referentes ao triângulo equilátero, como a expressão da altura e da área em função do lado. Além disso, sugerimos que relembre o conceito de baricentro, explicando que ele divide o segmento na razão dois para um. Com essas orientações, os estudantes poderão responder às **Atividades 2 e 3** do **Caderno do Estudante**.

FINALIZANDO

A finalização poderá ser feita com a elaboração de um resumo dos conteúdos vistos nas aulas 3 e 4. Consideramos que essa etapa assumirá um papel importante no processo de aprendizagem, pois permitirá que os estudantes sintetizem seus conhecimentos.

AULAS 05 E 06 - CONE

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em fileira em formato de U ou em círculo.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Para as aulas 5 e 6 desta Sequência, é necessário disponibilizar embalagens/objetos em formato de cone, como chapéu de aniversário. Se considerar mais conveniente, você poderá produzir as embalagens para usar nas aulas. Com as carteiras organizadas em fileira em formato de U ou em círculo, é interessante começar uma conversa, informando que eles estudarão as características do cone, e as expressões dos cálculos da área e do volume. Após essa breve introdução, os estudantes poderão receber o Caderno do Estudante e realizar a leitura das questões.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

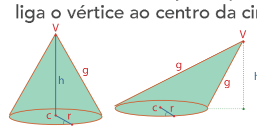
Professor, para a resolução desta atividade, devemos relembrar como calcular a área do setor circular e, junto com os estudantes, concluir porque R = g.

Ao analisarmos a planificação do cone, obtemos um círculo, que é a base, e um setor, que é a superfície lateral do cone. Se prolongarmos o setor, teremos um círculo maior de raio R, que coincide com a geratriz do cone.

AULAS 05 E 06 - CONE

Objetivos das aulas:
- Reconhecer o conceito de cone, seus elementos, planificações e classificações;
- Associar o cone circular reto ao sólido gerado pela rotação de um triângulo retângulo em torno de um de seus catetos, bem como reconhecer a notável relação envolvendo o raio da base, a altura e a geratriz de um cone circular reto;
- Estabelecer expressões para o cálculo de área de base, área lateral, área total e volume de um cone circular reto;
- Resolver problemas envolvendo o cálculo da área da base e/ou da superfície um cone circular reto;
- Resolver problemas envolvendo o cálculo do volume de um cone circular reto.

1. O cone é um corpo redondo ou sólido de revolução por ter um círculo como base e por ser construído a partir da rotação de um triângulo. O **Cone reto** é quando o vértice e o centro do círculo formam um ângulo reto, ou seja, a altura desse cone é o segmento que liga o vértice do cone e o centro do círculo da base. O **Cone oblíquo** é quando o vértice não está alinhado com o centro da base; logo, o segmento que liga o vértice ao centro da circunferência não é mais a altura, como acontece no cone reto.



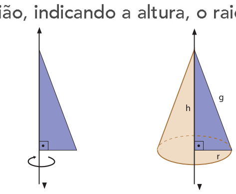
Fonte: elaborado para fins didáticos.

Onde:
h é a altura
g é a geratriz
c é o centro da circunferência r é o raio

Para as atividades a seguir, pode-se utilizar o **ANEXO 2**.

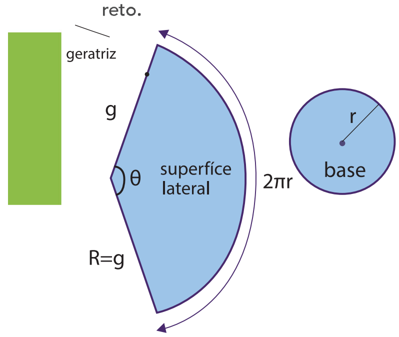
2. O cone reto pode ser obtido girando uma região triangular em torno de um eixo. Por esse motivo, ele pode ser chamado de cone de revolução. Desenhe essa região, indicando a altura, o raio da base e a geratriz.

Um cone reto pode ser obtido girando uma região triangular cujo contorno é um triângulo retângulo em torno de uma reta que contém um dos catetos.



Fonte: Reforçando Matemática

3. Deduza as expressões da área da base, da área lateral, da área total e do volume de um cone circular reto.



Fonte: Proenem

A área da base do cone é a área de um círculo.
$A_b = \pi \cdot r^2$

Para calcular a área da superfície lateral, devemos fazer a relação da razão entre a área do setor pela área do círculo, sendo igual à razão da superfície lateral pelo comprimento da circunferência, em que $l = 2\pi R$ e R = g.

$$\frac{A_{setor}}{\pi R^2} = \frac{l}{2\pi R} \rightarrow A_l = \frac{2\pi r}{2\pi g} \cdot \pi g^2 = \pi r g$$

A área total será a soma da área da base com a área lateral.

$$A_T = A_b + A_l A_T = \pi r^2 + \pi r g A_T = \pi r(r+g)$$

O volume do cone é: $V = \dfrac{A_b \cdot h}{3} = \dfrac{\pi r^2 \cdot h}{3}$

DESENVOLVENDO

Para começar, as embalagens/objetos poderão ser disponibilizadas em uma mesa posicionada ao centro da sala, com a orientação de que os estudantes terão alguns minutos (a combinar) para observar as embalagens/objetos. Professor, sugerimos que peça aos estudantes para falarem as características que observaram e as anote na lousa. Nesse momento, instigue-os de modo que eles percebam que o cone pode

4. Sabendo que um cone reto tem 10 cm de altura e que o diâmetro da base é de 16 cm, faça o desenho desse cone reto, indicando sua altura e seu raio, e calcule a medida da sua geratriz, da área lateral, da área total e do volume.

Medida de geratriz:

$$g^2 = 10^2 + 8^2$$
$$g^2 = 100 + 64$$
$$g = 2\sqrt{41}$$

Área lateral:

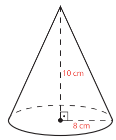
$$A_l = \pi r g$$
$$A_l = \pi \cdot 8 \cdot 2\sqrt{41}$$
$$A_l = 16\pi\sqrt{41}\ cm$$

Área total:

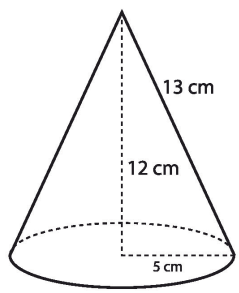
$$A_T = \pi r(r + g)$$
$$A_T = \pi 8\left(8 + 2\sqrt{41}\right)$$
$$A_T = 64\pi + 16\pi\sqrt{41}$$

Volume:

$$V = \frac{A_b \cdot h}{3}$$
$$V = \frac{\pi 8^2 \cdot 10}{3}$$
$$V = \frac{640\pi}{3}\ cm^3$$



5. Dado o cone a seguir, verifique o que se pede. (Use $\pi = 3$)



Fonte: elaborado para fins didáticos.

De acordo com a ilustração, temos:
h = 12 cm
g = 13 cm
r = 5 cm.

a. A área da base é 75 cm².

A área da base do cone é calculada através da área do círculo:

$$A_b = \pi \cdot r^2 \rightarrow A_b = 3 \cdot 5^2 \rightarrow A_b = 3 \cdot 25 \rightarrow A_b = 75\ cm^2$$

b. A área lateral é 195 cm².

A área lateral é calculada por:

$$A_l = \pi \cdot r \cdot g \rightarrow A_l = 3 \cdot 5 \cdot 13 \rightarrow A_l = 195\ cm^2$$

c. O volume é 300 cm².

O volume do cone é um terço do produto da área da base pela altura:

$$V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{75 \cdot 12}{3} = 300\ cm^3$$

ser obtido girando uma região triangular em torno de uma reta. Essa análise ajudará a resolver a **Atividade 1** do **Caderno do Estudante** e, portanto, eles já poderão respondê-la. Professor, para a realização das **Atividades 2 e 3** prevista para as aulas 5 e 6 do **Caderno do Estudante**, é preciso relembrar alguns conceitos importantes da geometria plana sobre círculo e setor circular, como a expressão da área do círculo em função do raio e a expressão da área do setor circular em função do raio. Além disso, sugerimos que demonstre que um cilindro com a mesma altura e a área da base de um cone tem um volume três vezes maior que o volume do cone.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, comente que a ilustração não está em escala.

FINALIZANDO

A finalização poderá ser feita com a elaboração de um resumo dos conteúdos vistos nas aulas 5 e 6. Consideramos que essa etapa assumirá um papel importante no processo de aprendizagem, pois permitirá que os estudantes sintetizem seus conhecimentos. Incentive a participação de todos os estudantes. Dessa forma é possível identificar os que apresentam fragilidades quanto aos objetos de conhecimento tratados, para planejar possíveis estratégias em busca de esclarecer essas dúvidas.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, esta atividade é sobre o Princípio de Cavalieri, em que dois sólidos que possuem mesma altura e bases com áreas iguais, e que qualquer corte realizado em ambos por um mesmo plano resulta em seções cujas áreas estão sempre na mesma razão; então, os volumes dos sólidos também estão nessa mesma razão.

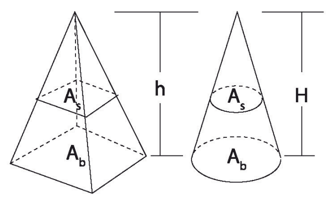
CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, comente com os estudantes que a ilustração não está em escala e, se necessário, chame a atenção de que a altura da pirâmide seccionada será h–2.

AULAS 07 E 08 - PIRÂMIDE E CONE: RAZÃO DE SEMELHANÇA

Objetivos das aulas:
- Reconhecer pirâmides semelhantes e aplicar razões de semelhança (entre elementos lineares, entre áreas e entre volumes) na resolução de problemas;
- Reconhecer cones semelhantes e aplicar razões de semelhança (entre elementos lineares, entre áreas e entre volumes) na resolução de problemas.

1. Na figura a seguir, a pirâmide e o cone possuem área da base e altura iguais. Além disso, ambos são seccionados por um mesmo plano. Com essas informações, deduza a razão de semelhança entre elementos lineares, entre áreas e entre volumes da pirâmide e do cone.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Para determinarmos a razão de semelhança, tanto a pirâmide quanto o cone devem ser seccionados paralelos à base. Sendo assim, podemos estabelecer as seguintes relações, em que k é uma constante:

$$\frac{h}{H} = k \quad \frac{A_s}{A_b} = k^2$$

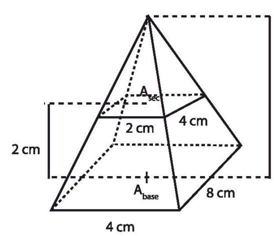
Para os volumes, vamos chamar de V_1 o volume da pirâmide e do cone maior e de V_2 o volume da pirâmide e do cone menor.

$$\frac{V_2}{V_1} = k^3$$

Com essas três relações, temos que:

$$\frac{A_s}{A_b} = \left(\frac{h}{H}\right)^2 \ e \ \frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{h}{H}\right)^3$$

2. Dada a pirâmide a seguir, verifique o que se pede.



Fonte: elaborado para fins didáticos.

a. A área da base é 32 cm².

Para calcular a área da base de uma pirâmide de base retangular, devemos multiplicar as medidas do comprimento e da largura. Assim, temos:

$A_b = 4 \cdot 8$

$A_b = 32 \text{ cm}^2$

AULAS 07 E 08 - PIRÂMIDE E CONE: RAZÃO DE SEMELHANÇA

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas produtivas.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Para essas atividades, propomos uma retomada dos principais conceitos tratados no decorrer desta Sequência de Atividades. Além disso, com os estudantes organizados em duplas produtivas, é interessante começar uma conversa, informando que eles estudarão razões de semelhança entre elementos lineares, entre áreas e entre volumes de pirâmide e cone. Após essa breve introdução, os estudantes poderão receber o **Caderno do Estudante** impresso e realizar a leitura coletiva das questões.

DESENVOLVENDO

Com a leitura do Caderno, os estudantes deverão ter clareza de que, para responderem às questões das **Atividades 1, 2 e 3**, eles precisarão resgatar o reconhecimento sobre pirâmide e cone. Na **Atividade 1** do **Caderno do Estudante**, é preciso lembrar que a razão de semelhança, seja em figura plana ou espacial, é uma constante. Professor,

b. A secção feita a 2 cm da base tem área 8 cm².

Para calcular a área da base da pirâmide seccionada, também devemos multiplicar as medidas do comprimento e da largura. Assim, temos:

$A_{sec} = 2 \cdot 4$

$A_{sec} = 8\ cm^2$

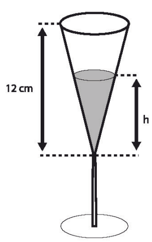
c. A altura da pirâmide é 4 cm.

Para calcular a altura da pirâmide, vamos usar o Princípio de Cavalieri. Vamos expressar a altura da pirâmide seccionada como h – 2. Assim, temos.

$$\frac{A_b}{A_{sec}} = \frac{h^2}{(h-2)^2} \to \frac{32}{8} = \frac{h^2}{(h-2)^2} \to 4 = \frac{h^2}{(h-2)^2} \to 2 = \frac{h}{h-2} \to 2h - 4 = hh = 4$$

Logo, a altura da pirâmide é 4 cm.

3. Uma taça com vinho tem formato de cone reto. Bebendo metade do vinho, qual será a altura do líquido, sabendo que a taça cheia tem 12 cm de altura?



Fonte: elaborado para fins didáticos.

Temos:

V = volume do cone maior;

v = volume do cone menor;

H = altura do cone maior;

h = altura do cone menor.

Pelo enunciado, temos que v = V/2, logo

$$\frac{V}{\frac{V}{2}} = \left(\frac{H}{h}\right)^3$$

$$2h^3 = 1728 \to h^3 = \frac{1728}{2} \to h = \sqrt[8]{864} \to h \cong 9{,}52\ cm$$

comente que, se for uma razão de semelhança linear, será uma constante simples; se for entre áreas, a constante deverá ser elevada ao quadrado; e se for entre volumes, a constante deverá ser elevada ao cubo. Com essas informações, os estudantes poderão resolver todas as questões da **Atividade 1 do Caderno do Estudante**. Para o segundo momento da aula, as duplas deverão se envolver com as questões de 4 a 9, que são itens do ENEM e do SARESP. A correção poderá se focar para a leitura atenciosa de cada item e a observação cuidadosa das figuras como fatores indispensáveis quando nos deparamos com questões de geometria. Conversar com os estudantes sobre o fato de que itens envolvendo geometria aparecem com frequência nos exames em larga escala pode ser pertinente.

FINALIZANDO

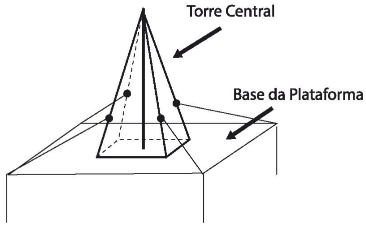
Por fim, ressaltamos que esse encontro tem um importante papel quanto à verificação do desenvolvimento das habilidades assumidas para o trabalho com esta Sequência de Atividades. Nesse sentido, o encerramento, a partir das resoluções das questões propostas para as aulas 7 e 8, deverá se articular no sentido de sistematizar os conceitos estudados sobre pirâmides e cones. Destacamos a relevância do envolvimento ativo dos estudantes nesses momentos.

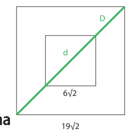
CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Professor, comente com os estudantes que a ilustração da atividade é apenas uma representatividade e não está em escala.

Para efetuarmos a resolução, vamos desenhar uma ilustração bidimensional, com base na tridimensional situada no enunciado da questão.

4. (ENEM – 2010) Devido aos fortes ventos, uma empresa exploradora de petróleo resolveu reforçar a segurança de suas plataformas marítimas, colocando cabos de aço para melhor afixar a torre central. Considere que os cabos ficarão perfeitamente esticados e terão uma extremidade no ponto médio das arestas laterais da torre central (pirâmide quadrangular regular) e a outra no vértice da base da plataforma (que é um quadrado de lados paralelos aos lados da base da torre central e centro coincidente com o centro da base da pirâmide), como sugere a ilustração.





Alternativa D.

Diagonal da base da plataforma:

$$D = l\sqrt{2} = 19\sqrt{2}\cdot\sqrt{2} = 19\ \cdot 2 = 38\,m$$

Diagonal da torre central:

$$d = l\sqrt{2} = 6\sqrt{2}\cdot\sqrt{2} = 6\cdot 2 = 12\,m$$

Se a altura e a aresta da base da torre central medem, respectivamente, 24 m e **$6\sqrt{2}$** m, e o lado da base da plataforma mede **$19\sqrt{2}$** m, então, a medida, em metros, de cada cabo será igual a:

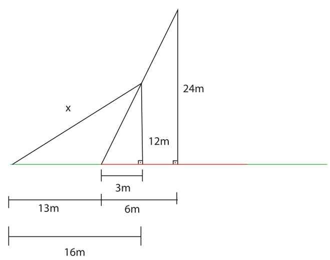
a. $\sqrt{288}$

b. $\sqrt{313}$

c. $\sqrt{328}$

d. $\sqrt{400}$

e. $\sqrt{505}$



Agora vamos representar as diagonais D e d, a altura e o cabo (x) em uma figura bidimensional, para calcularmos a medida do cabo.

$$x^2 = 16^2 + 12^2$$
$$x^2 = 256 + 144$$
$$x^2 = 400$$
$$x = \sqrt{400}$$

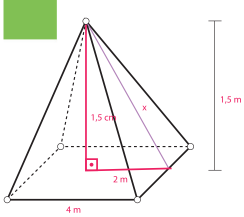
5. (SARESP - 2010) Um cliente encomendou, a uma fábrica de barracas de camping, 300 barracas com a forma de uma pirâmide quadrangular, com 4 m de arestas da base e 1,5 m de altura. Sabendo que o chão de cada barraca deve ser forrado e considerando que não haja nenhum desperdício de lona na confecção das barracas, quantos metros quadrados de lona serão necessários para confeccionar a encomenda?

Para forrar toda a pirâmide, precisamos calcular a área total.

Primeiro vamos calcular a área da base: $A_b = l^2 A_b = 4^2 A_b = 16\ m^2$

Agora vamos calcular a apótema da pirâmide, aplicando o Teorema de Pitágoras, para depois calcular a área lateral:

$$x^2 = 2^2 + 1{,}5^2 \to x^2 = 4 + 2{,}25 \to x^2 = 6{,}25 \to x = \sqrt{6{,}25} \to x = 2{,}5\ \text{m}$$



Logo, a área lateral será:

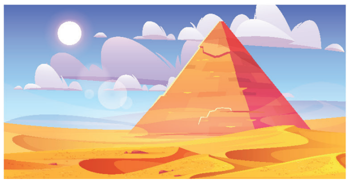
$$A_l = 4\cdot\frac{4\cdot 2{,}5}{2} \to A_l = 2\cdot 4\cdot 2{,}5 \to A_l = 20\ m^2$$

Como são 300 barracas, devemos multiplicar a área total por 300:

$$36\cdot 300 = 10\ 800\ m^2$$

Resposta: Para confeccionar a encomenda serão necessários 10.800 m² de lona.

6. (ENEM - 2016) A figura mostra a pirâmide de Quéops, também conhecida como a Grande Pirâmide. Esse é o monumento mais pesado que já foi construído pelo homem da Antiguidade. Possui aproximadamente 2,3 milhões de blocos de rocha, cada um pesando, em média, 2,5 toneladas. Considere que a pirâmide de Quéops seja regular, sua base seja um quadrado com lados medindo 214 m, as faces laterais sejam triângulos isósceles congruentes, e suas arestas laterais meçam 204 m. O valor mais aproximado para a altura da pirâmide de Quéops, em metro, é



Fonte: freepik.com

a. 97,0.

b. 136,8.

c. 173,7.

d. 189,3.

e. 240,0.

Alternativa B.

Medida da apótema da pirâmide:

$p^2 + 107^2 = 204^2$

$p^2 = 204^2 - 107^2 \quad (I)$

A altura da pirâmide:

$h^2 + 107^2 = p^2 \quad (II)$

Substituindo (II) em (I), temos:

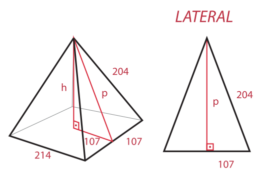
$h^2 + 107^2 = 204^2 - 107^2 \rightarrow h^2 + 107^2 + 107^2 = 204^2 \rightarrow h^2 + 2.107^2 = 204^2$

$h^2 = 204^2 - 2.107^2 \rightarrow h^2 = (200 + 4)^2 \cdot (100 + 7)^2 \cdot 2$

$h^2 = 40000 + 1600 + 16 - (10000 + 1400 + 49) \cdot 2$

$h^2 = 41616 - 22898$

$h^2 = 18718 \rightarrow h = \sqrt{18718} \rightarrow h = 136,81$ m



7. (ENEM - 2009) Uma fábrica produz velas de parafina em forma de pirâmide quadrangular regular com 19 cm de altura e 6 cm de aresta da base. Essas velas são formadas por 4 blocos de mesma altura — 3 troncos de pirâmide de bases paralelas e 1 pirâmide na parte superior —, espaçados de 1 cm entre eles, sendo que a base superior de cada bloco é igual à base inferior do bloco sobreposto, com uma haste de ferro passando pelo centro de cada bloco, unindo-os, conforme a figura.

Se o dono da fábrica resolver diversificar o modelo, retirando a pirâmide da parte superior, que tem 1,5 cm de aresta na base, mas mantendo o mesmo molde, quanto ele passará a gastar com parafina para fabricar uma vela?

a. 156 cm3.

b. 189 cm3.

c. 192 cm3.

d. 216 cm3.

e. 540 cm3

Alternativa B.

Pirâmide maior:
Aresta da base = 6 cm
Altura = 16 cm

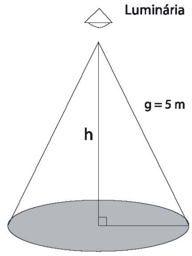
Pirâmide menor:
Aresta da base = 1,5 cm
Altura = 4 cm

$V_{maior} = \frac{6^2 \cdot 16}{3} = 192\ cm^3 \quad V_{menor} = \frac{1,5^2 \cdot 4}{3} = 3\ cm^3$

O volume de parafina gasto na nova vela corresponde à subtração do volume da pirâmide maior pelo volume da pirâmide menor.

192 - 3 = 189 cm

8. (ENEM - 2010) Um arquiteto está fazendo um projeto de iluminação de ambiente e necessita saber a altura em que deverá instalar a luminária ilustrada na figura.



Sabendo-se que a luminária deverá iluminar uma área circular de 28,26 m^2, considerando $\pi \cong 3{,}14$, a altura h será igual a

a. 3 m.
b. 4 m.
c. 5 m.
d. 9 m.
e. 16 m.

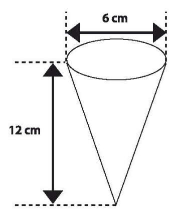
Alternativa B

$$28{,}26 = 3{,}14 \cdot r^2 \rightarrow r^2 = \frac{28{,}26}{3{,}14} \rightarrow r^2 = 9 \rightarrow r = 3\text{m}^2$$

Para calcular h temos:

$$5^2 = 3^2 + h^2 \rightarrow h^2 = 25 - 9 \rightarrow h^2 = 16 \rightarrow h = 4\text{m}$$

9. (SARESP - 2013) Uma indústria fabrica casquinhas para sorvetes na forma de cone, com 6 cm de diâmetro na base e 12 cm de altura, conforme a figura.



O volume do cone é equivalente a 1/3 do volume de um cilindro de mesmas dimensões

Alternativa A.

Se a altura desse cone for reduzida em 2 cm e o diâmetro da base for mantido o mesmo, o novo volume, em relação ao volume inicial, será reduzido em:

a. 1/6.
b. 1/3.
c. 1/2.
d. 2/3.
e. 5/6.

Cone 1

$$V_1 = \frac{3^2\pi \cdot 12}{3} = 36\pi cm^3$$

Cone 2

$$V_2 = \frac{3^2\pi \cdot 10}{3} = 30\pi cm^3$$

Portanto, houve uma redução de 6π cm³ que, comparado com o volume inicial, resulta na fração 6π cm³ que, comparado com o volume inicial, resulta na fração

$$\frac{6\pi}{36\pi} = \frac{1}{6}$$

ANEXO 1

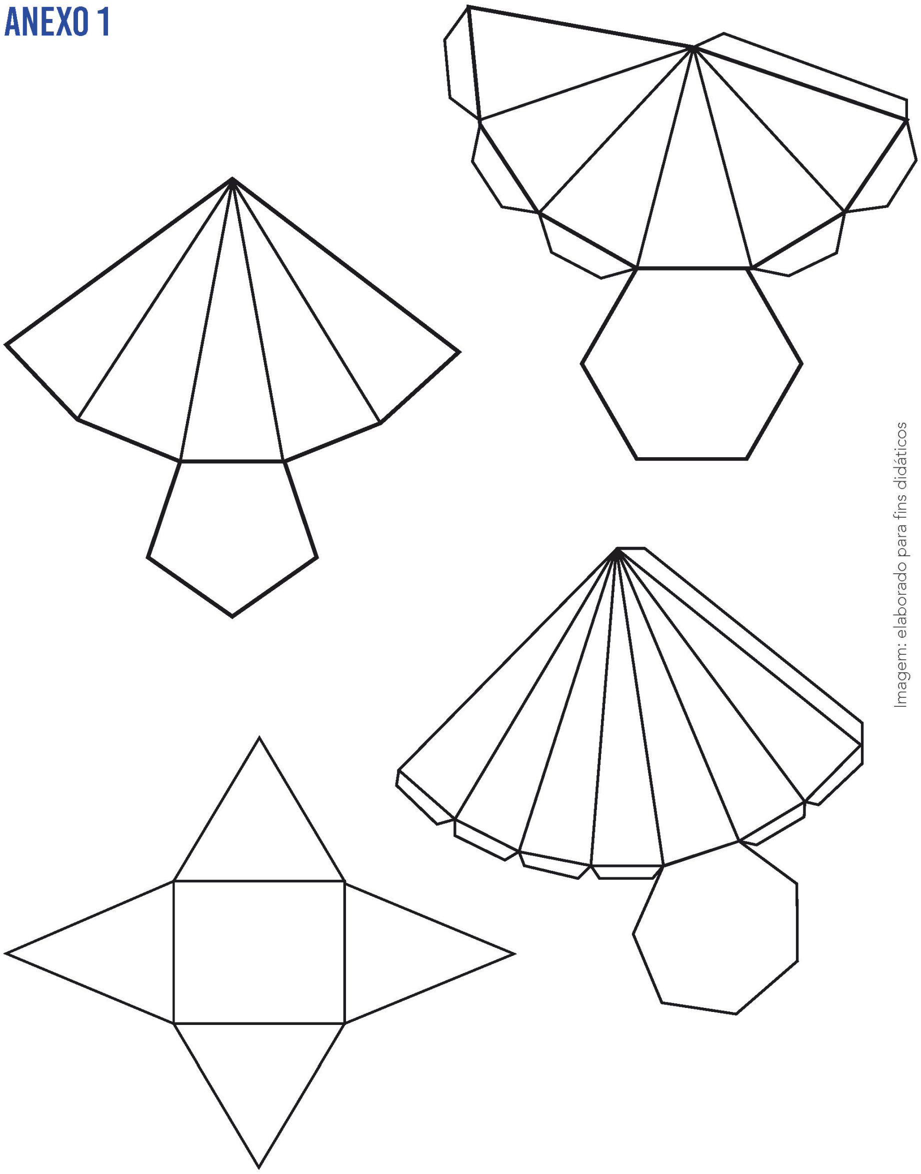
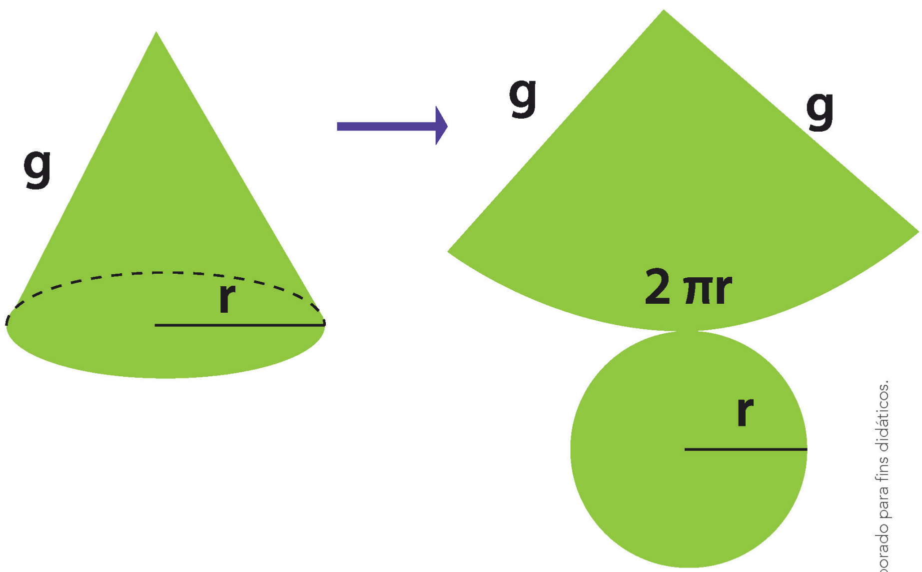


Imagem: elaborado para fins didáticos

ANOTAÇÕES

ANEXO 2



Fonte: elaborado para fins didáticos.

ANOTAÇÕES

ANOTAÇÕES

3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 8

OLÁ, PROFESSOR!

Nesta Sequência de Atividades, falamos diretamente com você que está aí, na sala de aula, no convívio direto com os estudantes, os quais terão oportunidade de se envolverem com atividades que possibilitam a retomada de conceitos, propriedades e procedimentos essenciais para o desenvolvimento de seus conhecimentos e capacidades em matemática.

A Sequência de Atividades deve ser desenvolvida tendo como visão o protagonismo do estudante, fazendo parte da sua aprendizagem. Além disso, as socializações das atividades por parte dos estudantes, são percebidas aqui como oportunidades para o desenvolvimento de habilidades e competências que dizem respeito à cooperação, à empatia, à argumentação, à comunicação, entre outras.

Vale ressaltar que os estudantes devem chegar ao final da Sequência de Atividades sendo capazes de reconhecer e aplicar conceitos, propriedades e procedimentos que envolvam as relações entre os coeficientes e as raízes de uma equação algébrica.

HABILIDADE: Conhecer as relações entre os coeficientes e as raízes de uma equação algébrica.

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1 e 2 / 90 min	Reconhecendo equações algébricas e suas raízes
3 e 4 / 90 min	Resolvendo equações algébricas de 1º e 2º graus
5 e 6 / 90 min	Relações das raízes de uma equação do 2º grau com seus coeficientes e com outra maneira de escrevê-la
7 e 8 / 90 min	Reescrevendo uma equação de 2º grau em função de suas raízes e do coeficiente do termo de maior grau

Sabemos que as atividades por si só não ensinam. Por isso, Professor a sua atuação é tão importante em cada uma das situações propostas aqui, cujo objetivo é recuperar as aprendizagens e desenvolver as habilidades esperadas para a 3ª série do Ensino Médio. Para isso, este caderno deverá servir como mais uma ferramenta que o auxiliará no processo de ensino, sendo necessário, portanto, que você considere, em seu replanejamento, outras possibilidades de discussão e recursos para além daqueles sugeridos nesta Sequência de Atividades. Para ajudá-lo nessa ação, a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo fornecerá, por meio do Centro de Mídias, formação continuada quinzenal acerca das Sequências de Atividades nos momentos das Aulas de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPCs). Desejamos a você e a nossos estudantes um ótimo trabalho!

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 8

AULAS 01 E 02 - RECONHECENDO EQUAÇÕES ALGÉBRICAS E SUAS RAÍZES

Objetivos das aulas:
- Reconhecer o conjunto solução de uma equação algébrica como o conjunto de todas as suas raízes;
- Aplicar o cálculo do valor numérico, para verificar se um dado número "r" é ou não raiz de uma equação algébrica;
- Reconhecer o significado da multiplicidade de uma raiz.

Seu (sua) professor(a) te mostrou o que são equações algébricas e como podemos utilizá-las para resolver problemas. Nestas atividades, você será convidado a reconhecê-las e verificar soluções para cada uma delas. Reúna-se em grupo para discutir e responder às questões a seguir.

1. Observe as equações abaixo e decida quais são equações algébricas. Justifique.

a. $x + y = 3$ b. $x^2 + 2x - 1 = 0$ c. $x.y - z = 0$ d. $5\sqrt{x} + 2x = 1$

e. $5x^{\frac{1}{2}} + 2x = 1$ f. $x^3 + \frac{1}{4}x = 3$ g. $2x^{-1} = -\frac{1}{3}$ h. $-x^2 + 4 = 0$

As equações b), f) e h) são equações algébricas, pois, além da incógnita x estar sujeita a operações matemáticas, elas apresentam expoentes que são números inteiros positivos.

2. A partir do que foi observado e discutido no item 1), complete o texto a seguir que trata da caracterização de uma equação algébrica:

Uma equação algébrica, também chamada de equação polinomial, tem uma incógnita(s), com a(s) qual(is) podem ser efetuadas operações algébricas, como adição, subtração, multiplicação, divisão e elevação a uma potência. Esta potência é sempre um número do conjunto dos naturais, diferente de zero. A maior potência de x presente na equação representa o grau do polinômio. Os números que acompanham a(s) incógnita(s) são chamados coeficientes. Resolver uma equação algébrica significa encontrar seu conjunto solução, que são os valores de x que tornam a equação verdadeira. Esses valores são as raízes da equação.

3. Uma maneira de sabermos se um número é solução de uma equação algébrica é substituí-lo no lugar do x e verificar se a equação continua sendo verdadeira. Verifique se os números dados são solução de cada equação:

a. $2x^2 - 4x - 16 = 0$

Para $x = 0 \rightarrow 2\_\_\_^2 - 4\_\_\_ - 16 = 0$

Para $x = -2 \rightarrow 2\_\_\_^2 - 4\_\_\_ - 16 = 0$

Para $x = 4 \rightarrow 2\_\_\_^2 - 4\_\_\_ - 16 = 0$

$2 \cdot 0^2 - 4 \cdot 0 - 16 = 0 \rightarrow -16 \neq 0$. Não é a solução.

$2 \cdot (-2)^2 - 4 \cdot (-2) - 16 = 0 \rightarrow 0 = 0$. É a solução.

$2 \cdot 4^2 - 4 \cdot 4 - 16 = 0 \rightarrow 0 = 0$. É a solução.

AULAS 01 E 02 – RECONHECENDO EQUAÇÕES ALGÉBRICAS E SUAS RAÍZES

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes em trios ou grupos de quatro pessoas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Para o estudante: Caderno do Estudante, caderno, lápis e borracha.

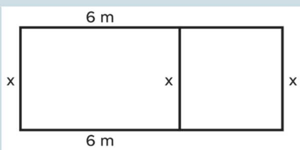
INICIANDO

Professor, para as aulas 1 e 2 dessa Sequência é necessário que os estudantes se reúnam em trios ou grupos de quatro pessoas para que haja uma discussão acerca das questões a serem respondidas. É interessante iniciar uma conversa com os estudantes informando que nas próximas aulas estudarão as equações algébricas, onde serão trabalhados exemplos de problemas envolvendo-as. É interessante exemplificar para que eles percebam a importância do estudo dessas equações para a resolução de problemas presentes no dia a dia. Após essa breve introdução, os estudantes poderão receber o Caderno do Estudante e realizar a leitura das questões. Sugestão de problema para exemplificar o uso de equações algébricas: João quer dividir um terreno retangular de 55 m² em dois terrenos menores, de forma que um

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

Pode-se fazer também $x^2 - 12x + 36 = 0$ antes de resolver.

deles seja um quadrado e o outro um retângulo cujo lado maior deve medir 6 m. Quais as possíveis dimensões que esses terrenos podem ter?



A área do terreno quadrado é x^2 e a do terreno retangular é $6x$. Sendo assim, temos $x^2 + 6x = 55$, a área total do terreno inicial. Essa equação é um exemplo de equação algébrica ou polinomial. Encontrar uma solução para o problema é encontrar uma solução desta equação.

DESENVOLVIMENTO

Para começar, após a apresentação do tema da aula e do exemplo, os alunos deverão observar e discutir em seus grupos as equações dadas na **Atividade 1**, e decidir quais delas são equações algébricas, tendo como base o que foi visto no exemplo. Após o tempo combinado para a discussão, indicamos que sejam feitos questionamentos para que a turma possa justificar o raciocínio utilizado ao responder a questão. A partir das justificativas, será possível preencher as lacunas da **Atividade 2**. Sugerimos que isso seja feito em parceria com você professor pois alguns itens deverão ser relembrados, como, por exemplo, o grau do polinômio e o termo "raiz", que representa os elementos do conjunto solução. Na **Atividade 3**, após uma breve explicação sobre como verificar se um número é solução da equação, os alunos deverão colocá-la em prática. Na **Atividade 4** será introduzido um modo de encontrar raízes para uma equação de 2º grau da forma onde $ax^2 + bx + c = 0$ $a = 1$ observando as relações existentes entre seus coeficientes e suas raízes: o coeficiente b é o oposto da soma de suas raízes ($x_1 + x_2 = -b$), e o coeficiente c é o produto de

222| MATEMÁTICA

b. $x^2 - 12x = -36$

Para $x = 0$ → ___² − 12___ + 36 = 0

Para $x = 6$ → ___² − 12___ + 36 = 0

Para $x = -6$ → ___² − 12___ + 36 = 0

Para $x = 0 \to 0^2 - 12 \cdot 0 = -36 \to 0 = -36$. Não é a solução

Para $x = 1 \to 1^2 - 12 \cdot 1 = -36 \to -11 = -36$. Não é a solução.

Para $x = 6 \to 6^2 - 12 \cdot 6 = -36 \to 36 - 72 = -36 \to -36 = -36$. É a solução.

4. Um modo de encontrar raízes para uma equação de 2º grau da forma $ax^2 + bx + c = 0$, onde $a = 1$, é observando as relações existentes entre seus coeficientes e suas raízes. Considere a equação $x^2 - 3x + 2 = 0$. Seus coeficientes são $a = 1$, $b = -3$ e $c = 2$ e ela tem como raízes $x_1 = 1$ e $x_2 = 2$.

a. Qual é a soma de suas raízes?

$x_1 + x_2 = 1 + 2 = 3$.

b. Como podemos relacionar o valor encontrado no item a) com o valor do coeficiente b?

O valor encontrado é o oposto do valor do coeficiente b.

c. Qual é o produto de suas raízes?

$x_1 \cdot x_2 = 1 \cdot 2 = 2$

d. Como podemos relacionar o valor encontrado no item c) com o valor do coeficiente c?

O valor encontrado é igual ao valor do coeficiente c.

e. Complete as lacunas com o que você observou: quando uma equação de 2º grau da forma $ax^2 + bx + c = 0$ tem $a = 1$, o coeficiente b é o oposto da soma de suas raízes e o coeficiente c é o produto de suas raízes

5. Encontre as raízes das equações dadas a partir do que foi observado no item 4.

a. $x^2 - 4x + 3 = 0$

O coeficiente b é -4 e o coeficiente c é 3. Assim, a soma das raízes é 4 e o produto é 3. Logo, $x_1 = 1$ e $x_2 = 3$.

b. $x^2 - 6x + 8 = 0$

O coeficiente b é -6 e o coeficiente c é 8. Assim, a soma das raízes é 6 e o produto é 8. Logo, $x_1 = 2$ e $x_2 = 4$.

6. Encontre as raízes da equação $x^2 - 6x + 9 = 0$. O que você pode dizer dos valores encontrados?

Neste caso, $b = -6$ e $c = 9$. Assim, a soma das raízes é 6 e o produto é 9. Logo, $x_1 = 3$ e $x_2 = 3$. Os alunos deverão perceber que $x = 3$ é raiz da equação "duas vezes". Assim, o conceito de multiplicidade de raiz pode ser abordado.

AULAS 03 E 04 - RESOLVENDO EQUAÇÕES ALGÉBRICAS DE 1º E 2º GRAUS

Objetivos das aulas:
- Calcular a raiz de uma equação algébrica do 1° grau;
- Resolver problemas que possam ser representados por equações algébricas do 1° grau, em situações diversas;
- Reconhecer equações algébricas do 2º grau e seus coeficientes;
- Associar o valor obtido pelo discriminante em equações algébricas do 2º grau com a quantidade de raízes reais;
- Aplicar a fórmula de *Bháskara* para resolver equações algébricas do 2º grau.

Na aula passada, foi visto o que é uma equação algébrica e como verificar se um número é ou não sua raiz. Agora, serão apresentadas a você formas de calcular suas raízes, dependendo do grau da equação.

1. Escreva as equações algébricas de 1° grau que representam as situações abaixo e responda o que se pede:

a. Luiza é 6 anos mais velha que sua irmã Júlia. Neste ano, Luiza tem o triplo da idade de Júlia. Quais as idades das duas irmãs?

Sendo J a idade de Júlia e L a de Luiza, temos $L = J + 6$ e $L = 3J$. Logo $J + 6 = 3J \rightarrow 2J = 6 \rightarrow J = 3$. Assim, Júlia tem 3 anos e Luiza 9.

b. O preço para a produção de determinada peça em uma indústria é R$ 13,00. Quantas peças é possível produzir com R$ 182,00?

Sendo x o número de peças produzidas, temos que $13x = 182 \rightarrow x = 14$. Logo, é possível produzir 14 peças.

suas raízes ($x_1 . x_2 = c$), que nada mais são do que um caso particular das relações de Girard, a serem abordadas em sua forma geral posteriormente. Na **Atividade 5**, eles deverão utilizar as relações vistas no item 4 para encontrar as raízes de duas equações dadas. Na **Atividade 6**, eles deverão fazer isso novamente, mas dessa vez será uma equação que tem uma raiz de multiplicidade dois. Sendo assim, pode-se formalizar o conceito de multiplicidade de uma raiz.

FINALIZANDO

Para finalizar a aula, sugere-se uma retomada de tudo que foi visto. Incentive a participação dos estudantes de modo que possíveis dúvidas sejam esclarecidas, com a recomendação de que verifiquem suas respostas da **Atividade 1** do Caderno do Estudante.

AULAS 03 E 04 – RESOLVENDO EQUAÇÕES ALGÉBRICAS DE 1º E 2º GRAUS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes com as carteiras organizadas em U.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Para o estudante: Caderno do Estudante, caderno, lápis e borracha.

INICIANDO

Para continuar o estudo das equações algébricas, sugerimos que haja uma breve retomada sobre o que foi discutido na aula anterior, relembrando a turma sobre as características de uma equação algébrica e suas raízes. É interessante ter uma conversa antes do início do desenvolvimento da aula para que os estudantes possam entender que o assunto será a resolução de equações algébricas e que o foco será nas de 1º e 2º graus, evidenciando que existem equações de graus maiores. Sugerimos que seja relembrado com eles a forma de resolver essas equações, principalmente sobre o uso da fórmula de *Bháskara* quando a equação é de 2º grau. A sugestão de organizar as carteiras em U é para facilitar a discussão durante a realização da atividade.

DESENVOLVENDO

Com os estudantes organizados com as carteiras em U, sugere-se que seja dado um tempo para que eles leiam o enunciado da **Atividade 1** e compreendam o que é pedido. Será necessário que eles escrevam as equações algébricas de 1º grau que representam cada problema dado. É interessante que você professor, após o tempo combinado, leia o enunciado junto com eles para que possa verificar o que cada um entendeu e também as equações que cada um escreveu, uma vez que o trânsito entre as representações (em português e em linguagem matemática) não é tão simples e pode haver divergências no entendimento. Se os estudantes escreverem equações diferentes para o mesmo problema, é possível realizar uma discussão para que haja um melhor entendimento no momento de fazer esse trânsito. Na **Atividade 2**, é interessante evidenciar que todas as equações dadas na tabela estão no formato $p(x) = 0$ Note que alguns coeficientes já estão presentes no quadro, para servir de exemplo para o preenchimento. Sugere-se relembrar com eles a relação entre o valor do discriminante e a quantidade de raízes reais. É interessante que você professor faça o quadro na lousa e complete-o a partir das respostas dos alunos, estimulando sua partici-

c. A avó de Lucas lhe deu dinheiro em seu aniversário e o menino decidiu comemorar com seus amigos no cinema. Ele gastou um terço do que ganhou no ingresso e mais R$30,00 em lanches e doces. Sabendo que ele gastou todo o presente que sua vó lhe deu, comprando os ingressos e as comidas, quantos reais Lucas ganhou de sua avó?

Temos que $x = \frac{1}{3}x + 30 \rightarrow 3x = x + 90 \rightarrow 2x = 90 \rightarrow x = 45.$

Portanto, Lucas ganhou R$45,00.

2. **Assim como foi feito anteriormente com equações algébricas de 1º grau, escreva as equações de 2º grau que representam as situações abaixo, respondendo o que se pede. Dica: lembre-se que para encontrar as raízes de uma equação de 2º grau é preciso utilizar a fórmula de Bháskara** $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$**, onde** $\Delta = b^2 - 4ac$.

a. Um terreno retangular de área 507 m² tem como medida de um de seus lados o triplo da medida do outro. Quais são as suas dimensões?

Temos que um lado do terreno mede x **e o outro mede** $3x$**. Sendo assim, a sua área é dada por** $3x^2$**. Logo,** $3x^2 = 507 \rightarrow x^2 = 169 \rightarrow x = 13$ **ou** $x = -13$**. Como** x **representa uma medida, a resposta é** $x = 13$**. Assim, as dimensões do terreno são 13m e 3 · 13 = 39m.**

b. Após a professora dar as notas das provas de matemática, Pedro, que tirou 7, perguntou à Joana qual havia sido a sua nota. Joana respondeu que o dobro do quadrado da sua nota menos a nota de Pedro é igual a 65. Qual é a nota de Joana?

A nota de Joana é dada por $2x^2 - 7 = 65 \rightarrow 2x^2 = 72 \rightarrow x^2 = 36 \rightarrow x = 6$ **ou** $x = -6$**. Como** x **representa uma idade, a resposta é** $x = 6$**. Logo, a nota de Joana foi 6.**

3. **Agora que você já relembrou a fórmula de Bháskara, vamos olhar com mais detalhes para o significado do valor do discriminante:**

a. Preencha as três primeiras colunas do quadro abaixo distinguindo os coeficientes a, b e c das equações dadas. Em seguida, calcule o discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$ para cada uma delas, completando as colunas restantes com os valores encontrado e dizendo se eles são maiores, menores ou iguais a zero.

$ax^2 + bx + c = 0$	a	b	c	$\Delta = b^2 - 4ac$	Complete com >, < ou =
$7x^2 + 3x + 4 = 0$	7	3	4	−103	Δ < 0
$2x^2 - \frac{1}{3} = 0$	2	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{8}{3}$	Δ > 0
$x^2 - 6x + 19 = 0$	1	−6	19	−40	Δ < 0
$x^2 + 8x + 16 = 0$	1	8	16	0	Δ = 0
$-x^2 - 5x = 0$	−1	−5	0	25	Δ > 0

b. Utilizando a fórmula de Bháskara $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ encontre as raízes das equações do item a. Note que algumas delas não possuem raízes reais.

- $7x^2 + 3x + 4 = 0$ tem $\Delta < 0$: não possui raiz real.
- $2x^2 - \frac{1}{3} = 0$: $\Delta = \frac{8}{3}$, logo, $x = \frac{0 \pm \sqrt{\frac{8}{3}}}{4} = \pm\frac{\sqrt{6}}{6}$
- $x^2 - 6x + 19 = 0$ tem $\Delta < 0$: não possui raiz real.
- $x^2 + 8x + 16 = 0$: $\Delta = 0$, logo, $x = -\frac{8}{2} = -4$. São duas raízes iguais.
- $-x^2 - 5x = 0$: , logo, $x = \frac{5 \pm 5}{-2} \rightarrow x = 0$ ou $x = \frac{10}{-2} = -5$.

c. Com base nos cálculos feitos no item b), complete o quadro a seguir com o número de raízes reais que cada equação possui:

$ax^2 + bx + c = 0$	Número de raízes reais
$7x^2 + 3x + 4 = 0$	$\nexists$
$2x^2 - \frac{1}{3} = 0$	2
$x^2 - 6x + 19 = 0$	$\nexists$
$x^2 + 8x + 16 = 0$	2
$-x^2 - 5x = 0$	2

d. Comparando a última coluna do quadro do item a) com a última coluna do quadro do item c), o que você pode concluir quanto à relação entre o valor do discriminante ($\Delta < 0$, $\Delta > 0$ ou $\Delta = 0$) e o número de raízes reais de uma equação de 2º grau?

O aluno deve concluir que se $\Delta < 0$, não existem raízes reais, se $\Delta > 0$, existem duas raízes reais e se $\Delta = 0$, as duas raízes são iguais, recordando o conceito de multiplicidade.

pação, podendo, inclusive, pedir que eles possam ir até a lousa registrá-las. O cálculo das raízes de cada equação que tem discriminante maior ou igual à zero pode ser feito individualmente, e os resultados podem ser socializados posteriormente. Após estarem familiarizados com o procedimento de resolução de equações de 2º grau, tendo feito passo a passo para completar o quadro, os estudantes devem ir para a **Atividade 3**, que é parecido com a **Atividade 1**, mas que agora envolve equações de 2º grau. Sugere-se também socializar e discutir as equações obtidas por cada um para verificar se houve o entendimento e se o trânsito entre representações ocorreu de forma correta. A resolução também deve ser feita utilizando a fórmula de *Bháskara*.

FINALIZANDO

A finalização poderá ser feita com a sintetização do que foi visto na aula, desde a forma de resolver uma equação algébrica de 1º grau, até a fórmula de *Bháskara*, evidenciando as relações entre o valor do discriminante e a existência ou não de raízes reais, bem como a quantidade das mesmas.

AULAS 05 E 06 – RELAÇÕES DAS RAÍZES DE UMA EQUAÇÃO DO 2º GRAU COM SEUS COEFICIENTES E COM OUTRA MANEIRA DE ESCREVÊ-LA

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Estudantes organizados em duplas.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Para o estudante: Caderno do Estudante, caderno, lápis e borracha.

INICIANDO

Antes da apresentação da proposta de atividade acontecer, é interessante relembrar aos estudantes o que foi visto na aula anterior, pois nesta aula será necessário utilizar novamente a fórmula de *Bháskara* para o cálculo de raízes de equações de 2º grau. Será necessário, também, relembrar que nas aulas 1 e 2 foi apresentado um modo de encontrar raízes para uma equação de 2º grau da forma $ax^2+bx+c=0$, onde $a=1$, observando as relações existentes entre seus coeficientes e suas raízes (o coeficiente b é o oposto da soma de suas raízes $(x_1+x_2=-b)$ e o coeficiente c é o produto de suas raízes $(x_1.x_2=c)$, pois nesta aula serão apresentadas as relações de Girard, que são essas relações entre coeficientes e raízes para qualquer valor do coeficiente a. Sugere-se que os

AULAS 05 E 06 - RELAÇÕES DAS RAÍZES DE UMA EQUAÇÃO DO 2º GRAU COM SEUS COEFICIENTES E COM OUTRA MANEIRA DE ESCREVÊ-LA

Objetivos das aulas:
- Conhecer as relações entre os coeficientes e as raízes das equações do 2º grau;
- Relacionar as raízes de uma equação algébrica com sua decomposição em fatores do 1º grau.

Nas aulas 1 e 2 foi apresentado um modo de encontrar raízes para uma equação de 2º grau da forma $ax^2+bx+c=0$, onde $a=1$, observando as relações existentes entre seus coeficientes e suas raízes: o coeficiente b é o oposto da soma de suas raízes $(x_1+x_2=-b)$ e o coeficiente c é o produto de suas raízes $(x_1 \cdot x_2=c)$. Nestas atividades, você será convidado a perceber que existem relações desse tipo para equações com coeficiente a de qualquer valor. Também será abordada uma forma de reescrever uma equação algébrica a partir das raízes e do valor do coeficiente do termo de maior grau. Para isso, reúna-se com sua dupla para discutir e responder às questões a seguir.

Agora, vamos às atividades!

1. Dada a equação de 2º grau $2x^2-2x-4=0$, responda o que se pede:

a. Quais são os coeficientes a, b e c dessa equação?

$a=2, b=-2$ e $c=-4.$

b. Quais são as raízes dessa equação? Dica: utilize a fórmula de Bháskara para calculá-las.

Utilizando *Bháskara*, tem-se $\Delta=(-2)^2-4.2.(-4)=4+32=36.$

Assim, $x=\dfrac{-(-2)\pm\sqrt{36}}{2\cdot 2}=\dfrac{2\pm 6}{4}$ e então $x=\dfrac{8}{4}=2$ e $x=\dfrac{-4}{4}=-1$

c. Qual o valor da soma das duas raízes?

$-1+2=1$

d. Calcule $-\dfrac{b}{a}$. O que você pode afirmar sobre o valor encontrado e o valor da soma das duas raízes obtido no item c)?

$-\dfrac{(-2)}{2}=\dfrac{2}{2}=1.$ O valor encontrado é igual ao valor da soma das raízes.

e. Qual o valor do produto das duas raízes?

$(-1)\cdot 2=-2.$

estudantes sejam divididos em duplas para que possam discutir entre si cada item antes de socializar com a turma, uma vez que tanto o item 1) quanto o item 4) pretendem levá-los a fazer generalizações, primeiro das relações de Girard, e depois da escrita de uma equação algébrica de 2º grau como um produto de fatores de 1º grau.

DESENVOLVENDO

Recomenda-se que seja dado um tempo para as duplas responderem os itens a), b) e c) da **Atividade 1**, e que as respostas sejam socializadas e corrigidas coletivamente antes de iniciar o item d), para evitar que haja divergências nas respostas. Como o item d) é um passo importante na generalização das relações de Girard, sugere-se que ele

f. Calcule $\frac{c}{a}$. O que você pode afirmar sobre o valor encontrado e o valor do produto das duas raízes obtido no item e)?

$\frac{-4}{2} = -2$. **O valor encontrado é igual ao valor do produto das raízes.**

g. Complete as lacunas com o que foi observado nos itens anteriores:

O valor da soma das duas raízes reais de uma equação algébrica de 2º grau é igual a: $-\frac{b}{a}$

O valor do produto das duas raízes reais de uma equação algébrica de 2º grau é igual a: $\frac{c}{a}$

As relações que você encontrou entre os coeficientes de uma equação algébrica de 2º grau e suas raízes são chamadas **relações de Girard**. Com elas é possível calcular a soma e o produto das raízes de uma equação de 2ª grau sem precisar conhecê-las.

2. Calcule a soma e o produto das raízes de $2x^2 - 6x + 7 = 0$ utilizando as relações de Girard. Note que não é preciso encontrar as raízes para calcular o que se pede.

Temos $a = 2, b = -6$ **e** $c = 7$. **Assim, a soma das raízes é** $-\frac{b}{a} = -\frac{(-6)}{2} = \frac{6}{2} = 3$ **e o produto é** $\frac{c}{a} = \frac{7}{2} = 3{,}5$.

3. A equação $mx^2 - 3x - 18 = 0$, onde m é um número real, tem como raízes -2 e 3. Utilize as relações de Girard para encontrar o valor de m.

Temos $a = m, b = -3$ **e** $c = -18$. **A soma das raízes, que é** $-2 + 3 = 1$**, é dada por**
$-\frac{b}{a} = -\frac{(-3)}{m} = \frac{3}{m} = 1 \Rightarrow m = 3$.

É possível resolver também usando a relação para o produto das raízes.

Estamos acostumados a ver as equações algébricas de 2º grau escritas na forma $ax^2 + bx + c = 0$. Mas, existe outra forma de escrevê-las que é equivalente a essa que conhecemos. No exercício a seguir, você será convidado a conhecê-la.

seja socializado também assim que todos tiverem terminado de respondê-lo, abrindo caminho para uma discussão. Os itens e) e f) podem ser respondidos em sequência, uma vez que os valores das raízes e dos coeficientes já terão sido socializados e corrigidos, e assim não haverá divergências quanto a isso. O item f) também é um passo importante na generalização das relações, então, assim como para o item d), sugere-se que ele seja socializado quando todos tiverem terminado de responder. Após todos esses passos, os estudantes deverão completar as lacunas do item g) com as relações observadas. É interessante que o texto final seja lido para a turma, pois ele o formaliza o que foi encontrado, mostrando a finalidade dessas relações. As **Atividade 2 e 3** podem ser lidas junto com a turma e pode ser dado um tempo para que as duplas as resolvam. Ao final do tempo combina-do, recomenda-se que as respostas e raciocínios sejam socializados para que seja verificado se eles entenderam como devem ser usadas as relações de Girard. É interessante, principalmente na atividade 2, enfatizar que não é necessário encontrar os valores das raízes para que sejam calculados sua soma e seu produto. Antes de iniciar a atividade 4, sugere-se que seja discutido com os alunos quais as formas mais comuns de escrever uma equação de 2º grau, e que neste item uma nova forma será apresentada. É interessante que você leia e discuta cada item para que os estudantes sejam guiados à generalização da escrita de uma equação algébrica como um produto de fatores de 1º grau. Neste momento serão trabalhadas apenas equações de 2º grau, mas você poderá comentar que essa forma de escrever também serve para equações de maior grau.

FINALIZANDO

Para concluir, propomos que sejam retomadas as relações de Girard e a generalização da escrita de uma equação algébrica de 2º grau como um produto de fatores de 1º grau, pois principalmente a segunda parte será necessária na aula seguinte.

4. O retângulo abaixo tem como dimensões x+1 e x-3, que são expressões de 1° grau.

Fonte: elaborado para fins didáticos.

A expressão para o cálculo da área de um retângulo é dada pelo produto da base pela altura. No retângulo em questão. ela é dada por:

$$(x+1)\cdot(x-3) = x^2 - 2x - 3.$$

a. A área de uma figura plana nunca pode ser zero, porque se fosse, não existiria figura. Para quais valores de x teríamos a área desse retângulo igual à zero?

Espera-se que o estudante iguale à zero a expressão dada e a resolva por *Bháskara*, encontrando x = −1 e x = 3. Logo, os valores de x devem ser diferentes de − 1 e 3.

b. Como você pode relacionar os valores encontrados no item a) com as medidas dos lados do retângulo dado? Note que estes valores que você encontrou são as raízes da equação $x^2 - 2x - 3 = 0$.

Espera-se que o estudante conclua que a medida de cada lado é x menos as raízes encontradas. Você pode reescrever x+1 como x − (−1) para facilitar a visualização.
Sendo assim, podemos concluir que é possível escrever $x^2 - 2x - 3$ em função de suas raízes, isto é, como um produto de dois fatores de 1° grau: (x − (−1)) · (x −3).

c. Como seria a expressão para o cálculo da área de um retângulo de forma que ela seja o dobro da área do retângulo da imagem?

$2.(x+1).(x-3) = 2.(x^2-2x-3) = 2x^2-4x-6$ **. Note que a área desse novo retângulo também será zero se x = −1 ou x = 3.**

d. O que aconteceu com o valor do coeficiente a de $x^2 - 2x - 3$ quando ele foi multiplicado por 2?

O valor do coeficiente a passou a ser 2, que é o mesmo valor pelo qual a expressão da área foi multiplicada. Podemos, então, generalizar e dizer que sendo x_1 e x_2 as raízes da equação algébrica de 2° grau $ax^2 + bx + c = 0$, podemos reescrever $ax^2 + bx + c$ como $a\cdot(x - x_1)\cdot(x - x_2)$, que é um produto de fatores de 1° grau.

AULAS 07 E 08 – REESCREVENDO UMA EQUAÇÃO DE 2º GRAU EM FUNÇÃO DE SUAS RAÍZES E DO COEFICIENTE DO TERMO DE MAIOR GRAU

Objetivos das aulas:
- Obter a decomposição de uma equação do 2º grau em fatores do 1º grau;
- Obter a expressão algébrica de um polinômio a partir do conhecimento do coeficiente do termo de maior grau e de suas raízes.

Na primeira atividade, você deverá relembrar o que foi visto na aula anterior sobre a possibilidade de reescrever uma equação algébrica de 2º grau como um produto de fatores de 1º grau a partir de suas raízes e do coeficiente do termo de maior grau. Nas atividades a seguir, estão reunidas questões retiradas do ENEM, AAP e SARESP. Concentre-se, pois para resolvê-las será preciso relembrar tudo que você viu sobre equações algébricas!

1. Recordando: na aula passada foi visto que, sendo x_1 e x_2 as raízes da equação algébrica de 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, então $ax^2 + bx + c = 0$ pode ser reescrita (ou decomposta) como um produto de fatores de 1º grau. Este produto pode ser obtido da seguinte forma: primeiro, dividimos a equação inteira por a (note que isso é possível, pois $a \neq 0$). Assim, obtemos:

$$x^2 + \frac{b}{a} \cdot x + \frac{c}{a} = 0$$

Das relações de Girard, temos que $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ e $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$. Então, podemos escrever a equação como:

$$x^2 - (x_1 + x_2) \cdot x + x_1 \cdot x_2 = 0 \Rightarrow x^2 - x \cdot x_1 - x \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2 = 0$$

Colocando x e x_2 em evidência, chegamos em:

$$x \cdot (x - x_1) - x_2 \cdot (x - x_1) = 0$$

Colocando $x - x_1$ em evidência, obtemos:

$$(x - x_1) \cdot (x - x_2) = 0$$

Multiplicando novamente por a, lembrando que no início fizemos a divisão por este número, chegamos em:

$$a.(x - x_1) \cdot (x - x_2) = 0$$

AULAS 07 E 08 – REESCREVENDO UMA EQUAÇÃO DE 2º GRAU EM FUNÇÃO DE SUAS RAÍZES E DO COEFICIENTE DO TERMO DE MAIOR GRAU

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Primeiro, estudantes com as carteiras organizadas em U. Depois, em duplas ou trios.

MATERIAIS NECESSÁRIOS

Para o estudante: Caderno do Estudante, caderno, lápis e borracha.

INICIANDO

Para essas atividades, propomos que seja relembrado inicialmente o que foi visto na aula anterior sobre a possibilidade de reescrever uma equação algébrica de 2º grau como um produto de fatores de 1º grau a partir de suas raízes e do coeficiente do termo de maior grau, inclusive mostrando como isso pode ser feito. Além disso, consideramos interessante que já no início da aula seja evidenciado que ao final serão resolvidos exercícios sobre esse assunto que estiveram presente no ENEM, AAP e SARESP. Sugere-se que inicialmente os estudantes organizem as carteiras em U para que seja mais fácil realizar discussões com a turma toda.

DESENVOLVENDO

O professor poderá fazer a leitura das **Atividades 1 e 2** juntamente com a turma e dar um tempo para que individualmente eles possam resolver, socializando as respostas e raciocínios, fazendo uma correção coletiva. Para o segundo momento da aula, referente a **Atividade 4 a 12**, é interessante que os estudantes sejam organizados em duplas ou trios para que possam discutir e responder às questões retiradas do ENEM, AAP e SARESP. Para resolvê-las, será necessário relembrar alguns conceitos anteriores, como área e perímetro de figuras planas, além dos conceitos de equações algébricas estudados nesta Sequência de Atividades. A correção poderá ser feita também coletivamente, pedindo para que cada grupo explique o raciocínio utilizado para chegar à resposta.

FINALIZANDO

Por fim, é importante ressaltar que nessa aula a verificação do desenvolvimento das habilidades assumidas para o trabalho com essa Sequência de Atividades pode ser feita. Para resolver as atividades propostas, será necessário relembrar e utilizar todos os conceitos estudados sobre equações algébricas. Dessa forma, é importante que haja engajamento dos estudantes nesse momento.

2. Encontre as raízes das equações dadas e as reescreva da forma $a.(x - x_1)\cdot(x - x_2)$:

a. $x^2 + 7x + 6 = 0$

As raízes são -1 e -6. Logo, podemos escrever $x^2 + 7x + 6$ como $(x+1)\cdot(x+6)$.

b. $3x^2 + 6x - 24 = 0$

As raízes são 2 e -4. Logo, podemos escrever $3x^2 + 6x - 24$ como $3\cdot(x-2)\cdot(x+4)$.

c. $x^2 - 12x + 36 = 0$

A raiz 6 é de multiplicidade 2. Logo, podemos escrever $x^2 - 12x + 36$ como $(x-6)\cdot(x-6) = (x-6)^2$.

d. $2x^2 - 12x + 16 = 0$

As raízes são 2 e 4. Logo, podemos escrever $2x^2 - 12x + 16$ como $2\cdot(x-2)\cdot(x-4)$.

3. Encontre as equações algébricas cujos valores das raízes e do coeficiente do termo de maior grau a são dados:

a. $a = 2$, $x_1 = -5$ e $x_2 = 1$

$2\cdot(x+5)\cdot(x-1) = x^2 + 4x - 5$

b. $a = -1$, $x_1 = 2$ e $x_2 = 3$

$(-1)\cdot(x-2)\cdot(x-3) = -x^2 + 5x - 6$

c. $a = 3$, $x_1 = x_2 = -2$

$3\cdot\big(x-(-2)\big)\cdot\big(x-(-2)\big) = 3\cdot(x+2)^2 = 3\cdot(x^2+4x+4) = x^2 + 4x + 4$

d. $a = 1$, $x_1 = 1$ e $x_2 = 3$

$(x-1)\cdot(x-3) = x^2 - 4x + 3 = 0$

4. (SARESP) Se hoje a soma da idade de Thiago com a sua metade e o seu triplo corresponde a noventa e nove anos, então sua idade atual é:

a. 28 anos aproximadamente.

b. 16 anos e meio.

c. 22 anos.

d. 54 anos.

Resposta: Alternativa C

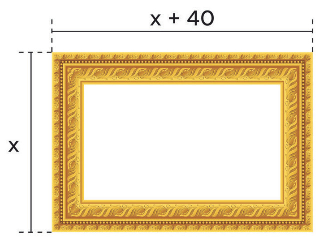
Sendo x a idade atual de Thiago, a sua metade é $\frac{x}{2}$ e seu triplo é $3x$.

Logo, temos:

$$x + \frac{x}{2} + 3x = 99 \rightarrow \frac{2x + x + 6x}{2} = 99 \rightarrow$$

$$9x = 2.99 = 198 \rightarrow x = 22$$

5. (AAP) No espelho abaixo foram aplicados 2m de moldura. Sabendo-se que após a colocação da moldura, o seu comprimento é 40cm maior que a largura, as dimensões da moldura deverão ser iguais a:



a. 19cm e 59 cm.

b. 80cm e 120cm.

c. 30cm e 70cm.

d. 19,5cm e 59,5cm.

Resposta: Alternativa C

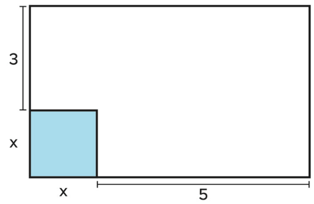
O perímetro do espelho com moldura é 2 m que equivale a 200 cm.

Logo, $200 = x + x + (x + 40) + (x + 40) = 4x + 80$.

Assim, $4x = 200 - 80 = 120 \Rightarrow x = \frac{120}{4} = 30\ cm$

Então as dimensões são 30 cm e 30 + 40 = 70 cm.

6. (SARESP) O retângulo representado na igura tem 35m² de área.



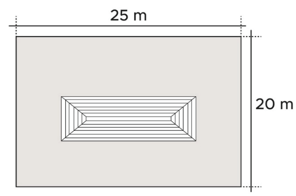
A **área do quadrado sombreado** é, em m², igual a:

a. 3
b. 4
c. 9
d. 16
e. 18

Resposta: Alternativa B

A medida da base do retângulo é $x+5$ e da altura é $x+3$. Assim, a sua área é $(x+5)\cdot(x+3)=35 \Rightarrow x^2+8x+15=35 \Rightarrow x^2+8x-20=0$. Resolvendo por *Bháskara*, obtemos $\Delta=144$, $x_1=2$ e $x_2=-10$. Como x é uma medida, o valor de $_2$ não convém. Logo, $x=2\ m$. Assim, a área do quadrado é $x^2=2^2=4\ m^2$.

7. (AAP) Uma casa no formato retangular foi construída em um terreno também retangular, conforme mostra a figura. Na área restante do terreno foi plantado 260m² de grama. Sabe-se que o comprimento da casa é 8 metros maior que a largura.



Pode-se dizer que a medida do perímetro da casa é um número compreendido entre:

a. 32m e 42m.
b. 42m e 52m.
c. 62m e 72m.
d. 72m e 82m

Resposta: Alternativa C

A área do terreno é grama + área da casa = $25\cdot20=500\ m^2$. Assim, $500\ m^2 = 260\ m^2$ de $260+x\cdot(x+8)=260+x^2+8x \Rightarrow x^2+8x=500-260=240 \Rightarrow x^2+8x-240=0$. Resolvendo por *Bháskara*, obtemos $\Delta=1024$, $x_1=12$ e $x_2=-20$. Como x é uma medida, o valor de x_2 não convém. Assim, $x=12\ m$ e as dimensões da casa são $12\ m$ e $12+8=20m$. Logo, o perímetro é $12+12+20+20=64\ m$, que é um número entre $62\ m$ e $72\ m$

8. (ENEM) Sabendo que as raízes de uma equação são $x_1 = 3$ e $x_2 = -7$, a equação que pode ser formada a partir delas é:

a. $x^2 + 3x - 7 = 0$

b. $x^2 + 3x - 10 = 0$

c. $x^2 - 7x + 3 = 0$

d. $x^2 - 4x + 21 = 0$

e. $x^2 + 4x - 21 = 0$

Resposta: Alternativa E

$$(x - x_1) \cdot (x - x_2) = (x - 3) \cdot (x + 7) = x^2 + 4x - 21$$

9. (AAP) O perímetro de um piso retangular de cerâmica mede 14m e sua área, 12m². Assinale a alternativa que mostra a equação cujas raízes são as medidas (comprimento e largura) do piso.

a. $3x^2 + 12x + 21 = 0$

b. $3x^2 - 12x + 28 = 0$

c. $x^2 - 7x + 12 = 0$

d. $x^2 + 2x + 16 = 0$

Resposta: Alternativa C

Sendo x_1 e x_2 as dimensões do piso, temos que seu perímetro é $2.x_1 + 2.x_2 = 14$, e assim, $x_1 + x_2 = 7$. A área do piso é $x_1.x_2 = 12$. Conhecemos, então, a soma e o produto das raízes. Utilizando as relações de Girard, temos que $x_1 + x_2 = 7 = -\frac{b}{a}$ e $x_1.x_2 = 12 = \frac{c}{a}$. Considerando $a = 1$, temos $b = -7$ e $c = 12$. Logo, a equação é $x^2 - 7x + 12 = 0$

10. (AAP) Se você multiplicar um número real x por ele mesmo e, do resultado, subtrair 12, você vai obter o quádruplo do número x. Qual é esse número?

a. x = 7 ou -12.

b. x = 4 ou -12.

c. x = 12 ou -12.

d. x= 6 ou -2.

Resposta: Alternativa D

A equação que representa a situação dada é $^2 - 12 = 4x \Rightarrow x^2 - 4x - 12 = 0$. Resolvendo por *Bháskara*, obtemos $\Delta = 64$, $x_1 = 6$ e $x_2 = -2$.

11. (AAP) Sabe-se que a soma das raízes de uma equação do tipo $ax^2 + bx + c = 0$ é dada por $r_1 + r_2 = -\frac{b}{a}$, e o produto por $r_1 \cdot r_2 = \frac{c}{a}$. Seja a equação $x^2 + 6x + 8 = 0$, a soma e o produto de suas raízes são, respectivamente:

a. -6 e 8.
b. 6 e -8.
c. 14 e 48.
d. -1 e 6.

Resposta: Alternativa A

$a = 1, b = 6$ e $c = 8$.

Assim, $r_1 + r_2 = -\frac{6}{1} = -6$ e $r_1 \cdot r_2 = \frac{8}{1} = 8$

12. (AAP) A forma fatorada da equação $x^2 - 10x + 24 = 0$ é:

a. $(x + 4) \cdot (x - 6) = 0$
b. $(x - 4) \cdot (x + 6) = 0$
c. $(x + 4) \cdot (x + 6) = 0$
d. $(x - 4) \cdot (x - 6) = 0$

Resposta: Alternativa D

Resolvendo por *Bháskara*, temos $\Delta = 4$, $x_1 = 4$ e $x_2 = 6$.

Logo, $x^2 - 10x + 24 = (x - 4) \cdot (x - 6)$.

COORDENADORIA PEDAGÓGICA
Bianka Teixeira de Andrade Silva

DIRETOR DO CENTRO DE ENSINO MÉDIO
Vitor Emanuel Maia Ferreira

EQUIPE TÉCNICA DE MATEMÁTICA - ENSINO MÉDIO
Ana Almeida
Otavio Yamanaka
Roberta Mastrochirico
Sandra Lopes

EQUIPE DE ELABORAÇÃO
Raph Gomes Alves
Camila Naufel
Elisa Rodrigues Alves
Isadora Lutterbach Ferreira Guimaraes
Tatiane Valéria Rogério de Carvalho
Estela Choi
Giovanna Ferreira Reggio
Lilian Avrichir
Luísa Schalch
Marlon Marcelo
Veridiana Rodrigues Silva Santana
Vanuse Ribeiro
Abadia de Lourdes Cunha
Ábia Felicio
Aldair Neto
Alexsander Sampaio
Ana Luísa Rodrigues
Beatriz Kux
Camila Valcanover
Cleo Santos
Eliel Constantino da Silva
Evandro Rios
Everton Santos
Francisco Clébio de Figueiredo
Francisco de Oliveira
Gisele Campos
Gracivane Pessoa
José Cícero dos Santos
Julia Lidiane Lima Amorim
Lidemberg Rocha de Oliveira
Luciana V. Andrade
Marlene Faria
Paula Carvalho
Regina Melo
Rosana Magni
Sheilla André
Vitor Braga

REVISÃO DE LÍNGUA
Aleksandro Nunes
Aline Lopes Ohkawa
Rodrigo Luiz Pakulski Vianna
Vozes da Educação

PROJETO GRÁFICO E DIAGRAMAÇÃO
André Coruja
Sâmella Arruda
Alice Brito
Amanda Pontes
Ana Gabriella Carvalho
Cristall Hannah Boaventura
Emano Luna
Julliana Oliveira
Kamilly Lourdes
Lucas Nóbrega
Perazzo Freire
Rayane Patrício
Wellington Costa

SUPORTE A IMAGEM
Lays da Silva Amaro
Otávio Coutinho
Wilker Mad

GOVERNO DO ESTADO DE SÃO PAULO
Secretaria da Educação