

APRENDER SEMPRE

8^o ANO DO ENSINO
FUNDAMENTAL

MATEMÁTICA

PROFESSOR



Governo do Estado de São Paulo

Governador
João Doria

Vice-Governador
Rodrigo Garcia

Secretário da Educação
Rossieli Soares da Silva

Secretário Executivo
Haroldo Corrêa Rocha

Chefe de Gabinete
Renilda Peres de Lima

Coordenador da Coordenadoria Pedagógica
Caetano Pansani Siqueira

Presidente da Fundação para o Desenvolvimento da Educação
Nourival Pantano Junior

APRESENTAÇÃO

A elaboração destas sequências de atividades foi motivada pela necessidade de oferecer um suporte adicional aos estudantes após o retorno às aulas presenciais para recuperar aprendizagens essenciais ao seu percurso educacional.

Considerando que diversas pesquisas evidenciam que longos períodos de suspensão de aulas presenciais comprometem o desenvolvimento cognitivo – e que os estudantes irão retornar em diferentes níveis de aprendizagem – a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (SEDUC-SP) desenvolveu um programa de recuperação para que todos os estudantes avancem, não deixando ninguém para trás.

Para atingir esse objetivo, além das sequências de atividades, haverá avaliações para diagnosticar e acompanhar a evolução da aprendizagem dos estudantes e direcionar o ensino às suas necessidades; e formações com foco no uso do resultado das avaliações e no desenvolvimento das atividades presentes neste material. Os materiais, as avaliações e as formações estão articulados entre si, fortalecendo o desenvolvimento das habilidades essenciais para o percurso educacional dos estudantes.

Essas **habilidades essenciais** foram selecionadas a partir de análises do Currículo Paulista do Ensino Fundamental, do Currículo Oficial vigente no Ensino Médio, dos resultados do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP 2019) e da Avaliação Diagnóstica de Entrada (ADE), em um trabalho conjunto entre as equipes curriculares de Língua Portuguesa e Matemática da Coordenadoria Pedagógica (COPED), os Professores Coordenadores do Núcleo Pedagógico (PCNPs) e os professores da rede. Por conta da importância da continuidade do trabalho de recuperação iniciado em 2020 nos anos seguintes, a matriz de habilidades do programa de recuperação foi elaborada considerando um ciclo de progressão das aprendizagens entre 2020 e 2021.

As sequências de atividades de Língua Portuguesa e Matemática contam com orientações didáticas para os professores, que auxiliarão no trabalho para o desenvolvimento das habilidades essenciais de cada ano/série, de forma articulada aos outros materiais disponibilizados. Para favorecer essa articulação, há indicações de como utilizar as sequências de atividades em conjunto com o São Paulo Faz Escola.

Cada professor, a partir da realidade vivida em seu contexto, poderá utilizar essas sequências de atividades para promover o desenvolvimento dos estudantes de forma adaptada às necessidades de cada turma e de cada um, com o objetivo de oferecer a todos, oportunidades de aprendizagem, não deixando ninguém para trás.

Desejamos a todos um excelente trabalho!

Coordenadoria Pedagógica – COPED

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Caro professor, nesta sequência de atividades falamos diretamente com você, que está aí, na sala de aula, no convívio direto com os estudantes, os quais terão oportunidade, nesse momento, de se envolver com atividades que possibilitem a retomada de conceitos, propriedades e procedimentos essenciais para o desenvolvimento de seus conhecimentos e capacidades matemáticas.

A Sequência de Atividades deve ser desenvolvida considerando os protocolos de higiene e distanciamento social, favorecendo a interação, o compartilhamento de conhecimentos e a colaboração. Além disso, as socializações das atividades por parte dos estudantes são percebidas aqui como oportunidades para o desenvolvimento de habilidades e competências que dizem respeito à cooperação, empatia, argumentação, comunicação, entre outras.

Vale ressaltar que os estudantes devem chegar ao final da sequência de atividades sendo capazes de reconhecer e aplicar conceitos, propriedades e procedimentos em contextos que envolvam **triângulos - sua construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos**.

As escolhas das habilidades foram feitas por meio das análises realizadas dos resultados de avaliações internas e externas (diagnóstica de entrada e SARESP), que revelaram fragilidades dos estudantes com relação à habilidade do 7º ano de "construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados, utilizar transferidor para medir os ângulos internos e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180° " (EF07MA24), pautada no documento "O Currículo Paulista: uma construção colaborativa".

Desejamos a você e aos nossos estudantes um ótimo trabalho!

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1 / 45 min	Condição de existência dos triângulos quanto às medidas dos lados
2 / 45 min	Condição de existência dos triângulos quanto às medidas dos lados
3 / 45 min	Soma das Medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer
4 / 45 min	Soma das Medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer
5 / 45 min	Construção de triângulos usando régua e compasso
6 / 45 min	Construção de triângulos usando régua e compasso
7 / 45 min	Resolução de problemas sobre a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo
8 / 45 min	Resolução de problemas sobre a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo

Sabemos que as atividades, por si só, não ensinam. Por isso, professor, a sua atuação é importante em cada uma das situações propostas aqui, cujo objetivo é recuperar as aprendizagens e desenvolver as habilidades esperadas para o 8º ano do Ensino Fundamental. Para isso, este caderno deverá servir como uma ferramenta que o auxiliará no processo de ensino, sendo necessário que você considere em seu replanejamento outras possibilidades de discussão e recursos para além daqueles sugeridos nesta Sequência de Atividades. Para ajudá-lo nessa ação, a Secretaria de Estado da Educação de São Paulo fornecerá, por meio do Centro de Mídias, formação continuada quinzenal acerca das Sequências Didáticas nos momentos das Aulas de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPCS). Desejamos a você e a nossos estudantes um ótimo trabalho.

Nome da Escola: _____

Nome do Estudante: _____

Data: ____/____/2020

Ano/Turma: _____



AULAS 1 E 2

CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA DOS TRIÂNGULOS QUANTO ÀS MEDIDAS DOS LADOS**OBJETIVO DA AULA**

- Reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados.
- Resolver problemas envolvendo a condição de existência dos triângulos quanto à medida dos lados.

ATIVIDADE**01****01** Siga as instruções do professor e resolva as questões:

- Você recebeu dois canudos. Corte cada um deles em três pedaços, de qualquer comprimento.
 - Com os pedaços de canudo que você obteve, monte dois triângulos.
 - Você conseguiu montar os dois triângulos?
- Corte um canudo em três pedaços, com comprimentos de 3 cm, 6 cm e 11 cm, respectivamente.
 - Monte um triângulo com esses pedaços.
 - O que você pode perceber?

Caso a) Resolução: Os alunos irão montar dois triângulos com pedaços de canudos que recortaram e colar na folha de atividade. No entanto, é possível que alguns alunos não consigam montar dois triângulos com os pedaços de canudo que cortaram.

Caso b) Resolução: Não é possível montar um triângulo com os lados medindo 3 cm, 6 cm e 11 cm, pois o pedaço de 11 cm é muito grande para encaixar na abertura entre os lados de 3 cm e 6 cm.

Devido aos protocolos de higiene e distanciamento social, a quantidade de estudantes frequentes diariamente poderá ser reduzida. Nesse sentido, é importante estabelecer e incentivar o trabalho colaborativo, além do diálogo entre pares, respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso perceba que não será possível o trabalho em duplas, instigue a sala a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar

MATERIAL NECESSÁRIO

Folha de papel A4 branca;

Canudinhos (de papel) ou palitos – pelo menos 3 por aluno;

Tesoura e cola;

Caderno do estudante com as atividades propostas.

INICIANDO

Caro professor, inicie essa aula apresentando aos estudantes o objetivo de “reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados, a partir da resolução de problemas”. É importante deixar claro o que se espera deles, ou seja, o que devem saber ao final desta aula. Para isso, registre o objetivo em um canto da lousa, o qual, no final da aula, será retomado para verificar se foi alcançado. Escrever o objetivo é importante para os estudantes porque eles devem saber o que estão fazendo e, desta forma, focar em alcançar esse objetivo.

Para essa aula, estão

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1 – 8º ANO DOS ANOS FINAIS ENSINO FUNDAMENTAL

AULA 1 E 2 – CONDIÇÃO DE EXISTÊNCIA DOS TRIÂNGULOS QUANTO ÀS MEDIDAS DOS LADOS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Para todas as atividades propostas neste bloco (Atividade 1, Atividade 2, Atividade 3, Atividade 4, Atividade 5 e Atividade 6), organize os estudantes em duplas produtivas.

previstas 6 atividades, nas quais será abordada a "condição de existência do triângulo" como objeto de conhecimento. Esse tema é muito importante para a formação de outros conceitos matemáticos que serão estudados posteriormente. Para a compreensão e o desenvolvimento das habilidades correspondentes ao tema desta sequência de aulas, alguns conhecimentos construídos anteriormente são necessários, tais como: reconhecimento da abertura do ângulo como grandeza associada às figuras geométricas, definição e caracterização de um triângulo, identificação das características dos triângulos e classificação em relação às medidas dos lados e dos ângulos. As atividades propostas seguem, gradualmente, diversos níveis de dificuldade à medida que avança o processo de desenvolvimento de cada etapa.

DESENVOLVENDO

01 No primeiro momento, inicie a aula fazendo um aquecimento, instigando o surgimento de alguns conhecimentos prévios. Pergunte aos estudantes o que é um triângulo e quantos lados tem essa figura. Anote as respostas no quadro/lousa, retomando o conceito de triângulo e motivando a turma para a realização da atividade introdutória. Promova

momentos de troca de ideias entre os estudantes.

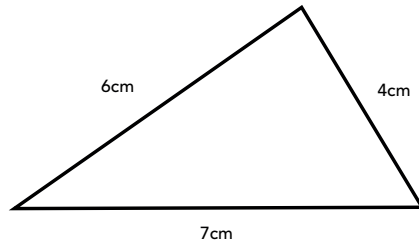
Discuta com a turma:

- O que é um triângulo? Quantos lados tem um triângulo?

- Todos concordam com a s canudos para cada dupla. Esta atividade permite retomar o conceito de triângulo e preparar os estudantes para as construções com material manipulável. Oriente-os a colar em uma folha os triângulos que conseguiram formar. Observe se algum deles não compreendeu o que é para fazer e ajude-o. A ideia principal é montar triângulos com canudinhos (que podem ser substituídos por palitos), observando

- c. Bruno está tentando montar um triângulo com pedaços de canudo medindo 4 cm, 6 cm e 7 cm. Renata acha que ele não vai conseguir, mas Mariana acredita que ele vai montar o triângulo. Qual das duas tem razão? Por quê?

Resolução: Observe que $7 < 4+6$; $4 < 6+7$; e $6 < 4+7$



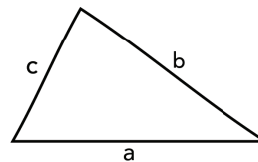
Conclusão: Mariana estava certa, pois pela condição de existência de triângulos, cada um dos lados deverá ter medida menor do que a soma das medidas dos outros dois lados.

02

Leia e analise a figura com atenção e responda:

Condição de existência de um triângulo:

Dados três segmentos de reta com medidas a , b e c , estes três segmentos de reta formarão um triângulo se, e somente se, forem satisfeitas as três sentenças a seguir:



$$a < b + c$$

$$b < a + c$$

$$c < a + b$$

Explique com suas palavras a condição acima descrita.

Resposta pessoal. Espera-se que os alunos digam que um triângulo poderá ser formado com os três segmentos se, e somente se, a medida de cada um dos lados for menor do que a soma das medidas dos outros dois lados.

03

- Leia a situação abaixo e responda as questões seguindo a orientação do professor.

Bia tem 4 palitos de medidas 4 cm, 9 cm, 15 cm e 20 cm. Sua tarefa é construir um triângulo utilizando três desses palitos.

- a. É possível Bia construir um triângulo usando os palitos de 4 cm, 9 cm e 15 cm? Por quê?



- b. Ajude Bia a escolher três palitos que lhe permitam realizar sua tarefa. Registre como pensou para fazer a escolha.

Resolução:

- a) Não, pois 15 é maior que $4 + 9$ e pela condição de existência do triângulo, cada um dos lados deve ter medida menor que a soma das medidas dos outros dois lados.
b) Apenas com os palitos 9 cm, 15 cm e 20 cm é possível formar um triângulo, pois $20 < 9 + 15$; $9 < 20 + 15$; e $15 < 20 + 9$, o que satisfaz a condição de existência dos triângulos.

04 Pense e responda às duas questões a seguir:

04

- a. Um triângulo possui dois lados de medidas 5 cm e 7 cm. Assinale a única medida possível para o terceiro lado.
- A. () 20 cm
B. () 17 cm
C. () 15 cm
D. (X) 10 cm

Resolução: A soma dos dois lados dados é $5 + 7 = 12$. Pela condição de existência de triângulos, a medida do terceiro lado deve ser menor que 12 cm. Logo a única medida possível é 10 cm.

- b. Em cada caso, verifique e escreva se existe ou não um triângulo cujos lados medem, respectivamente:
- A. 3 cm, 5 cm e 9 cm
B. 4 cm, 5 cm e 9 cm
C. 15 cm, 23 cm e 35 cm
D. 28 cm, 37 cm e 68 cm

Resolução:

- a) Como $3 < 5 + 9$; $5 < 3 + 9$; e $9 > 3 + 5$, então este triângulo não existe.
b) Como $4 < 5 + 9$; $5 < 4 + 9$; e $9 = 5 + 4$, então este triângulo não existe.
c) Como $15 < 23 + 35$; $23 < 15 + 35$; e $35 < 15 + 23$, então este triângulo existe.
d) Como $28 < 37 + 68$; $37 < 28 + 68$; e $68 > 37 + 28$, então este triângulo não existe.

a possibilidade ou impossibilidade de fazê-lo. Ao final, estimule a investigação de novas situações. Projete ou coloque as perguntas no quadro e espere que os estudantes coloquem no papel suas conclusões. Converse com eles sobre as ideias apresentadas.

Para concluir a atividade, promova um momento de discussão para que os estudantes reflitam sobre as ideias envolvidas e exponham o que observaram até o momento.

Discuta com a turma:

- Algum de vocês se deparou com pedaços que não formam um triângulo?
- É sempre possível montar triângulos dadas as medidas de três lados?

- Vamos investigar mais casos?

02

Inicialmente, resgate as ideias e conclusões a que chegaram os estudantes na atividade anterior. Converse com eles e informe-os que a próxima atividade será uma continuação da primeira, na qual terão a oportunidade de investigar mais casos semelhantes para verificar se eles compreenderam com clareza a condição de existência dos triângulos vista nas atividades anteriores.

Dando continuidade à atividade anterior, entregue outro canudo para os estudantes dispostos em duplas produtivas. Agora, eles deverão usar a régua para medir os pedaços. Peça que joguem a sobra no lixo para não se misturar com os outros pedaços e que cole a montagem na folha da atividade. É importante instigar os estudantes a pensarem e buscarem um modo de determinar uma condição de existência para o triângulo. Pode haver mais discussões neste momento, e sempre que surgirem conclusões diferentes, peça que venham até o quadro registrá-las. Em seguida, proponha uma discussão das soluções encontradas pelos estudantes:

Refleta com a turma:

- Vocês conseguiram montar o triângulo?
- Por que não foi possível?
- Por que vocês acham que este triângulo não fechou ou não deu certo?

Vá conduzindo a discussão para que percebam que se a medida de um lado for maior ou igual ao comprimento dos outros dois juntos, não será possível encaixar o terceiro lado, e não haver triângulo neste caso. Não se esqueça de comentar sobre o caso em que a medida do lado maior é igual à soma das medidas dos outros dois, pois neste caso também não será possível montar o triângulo.

Levante alguns questionamentos:

- O que você percebeu ao montar o triângulo?
- Quais diferenças você observa entre esta situação e a situação anterior?

Sem intervenção, permita que os estudantes respondam à questão. Solicite que leiam suas respostas e registre no quadro as que forem diferentes. Reflita com a turma sobre as respostas apresentadas, converse sobre a condição de existência vista anteriormente e verifique se todos compreenderam bem a ideia proposta.

Para encerrar, comente com a turma sobre qual foi a conclusão a que chegaram. Leve-os a perceber que nem sempre é possível construir um triângulo dadas as três medidas para os lados, mas que existe uma condição de existência dos triângulos: para construir um triângulo, é necessário que a medida de cada um de seus lados seja menor que a soma das medidas dos outros dois lados.

Neste momento, pode-se fazer uma sistematização das ideias discutidas e apresentadas nas etapas anteriores. Por meio da lousa ou projeção de slides, faça a leitura com eles da mensagem exposta e informe-os que esta é uma condição de existência do triângulo. Não se esqueça de explicar o significado do termo "condição de existência".

03

Retomando a atividade anterior, proponha uma nova situação para refletirem. Talvez seja necessário mostrar aos estudantes que a medida do lado maior também não pode ser igual à soma das medidas dos outros dois lados.

Neste momento, a ideia é usar três varetas de medidas 15 cm, 18 cm e 33 cm para mostrar que a medida do lado maior também não pode ser igual à soma das medidas dos outros dois lados. Apresente o caso à turma inteira ao mesmo tempo.

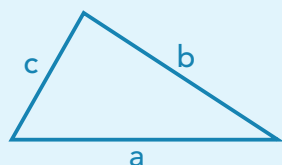
Reflita com a turma:

- Se a medida do lado maior for igual à soma das medidas dos outros dois lados, poderá existir um triângulo?
- Qual o significado do termo "condição de existência"?

Apresente à turma:

- Condição de existência de um triângulo:

Um triângulo existe se, e somente se, a medida de cada um de seus lados for menor que a soma dos outros dois.



$$a < b + c$$

$$b < a + c$$

$$c < a + b$$

04

Nessa atividade, há um grau de dificuldade maior, pois exige mais reflexão por parte do estudante, ao mesmo tempo em que ele é instigado a mobilizar e aplicar o que conseguiu compreender até o momento a partir das atividades anteriores. É uma oportunidade de verificar a aprendizagem e se há dificuldades ou dúvidas. Distribua a atividade para as duplas e solicite que tentem resolver a partir do que foi discutido em momentos anteriores.

[illegible]

05

Solicite que respondam individualmente à

atividade, fazendo intervenções que julgar necessárias.

FINALIZANDO

Para complementar a sistematização do bloco de aulas, apresente uma síntese das ideias centrais, tais como os conceitos matemáticos, os procedimentos aplicados e as propriedades matemáticas que foram discutidas ao longo das atividades, aproveitando e valorizando as respostas, comentários e estratégias empregados pelos estudantes na resolução das questões e problemas propostos. Essas ideias contribuirão para o fortalecimento e consolidação dos conhecimentos que serão abordados nas próximas aulas.

AULA 3 E 4 – SOMA DAS MEDIDAS DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO QUALQUER

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Sugerimos a formação de grupos menores para o trabalho coletivo.

ATIVIDADE 1 – Organizar a turma em trios.

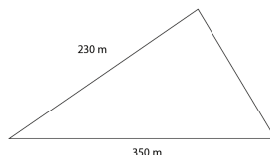
ATIVIDADE 2 – Organizar a turma em formato de U (estudantes respondem individualmente).

ATIVIDADE 3 – Organizar a turma em trios.

05

05

Beto deseja cercar um terreno triangular que tem dois lados, um medindo 230 metros e outro 350 metros, como no desenho abaixo. Um metro de cerca custa R\$ 13,00 e Beto dispõe de R\$16 000,00. Como Beto pode ter certeza de que este valor será suficiente para comprar a quantidade necessária para cercar todo o terreno conhecendo apenas as medidas de dois de seus lados?



Resolução:

Vemos que a soma das medidas dos dois lados conhecidos é $230 + 350 = 580$. Então, pela condição de existência dos triângulos, a medida do terceiro lado deverá ser menor que 580 metros. Isto significa que a medida do perímetro do terreno será menor que $230 + 350 + 580 = 1160$. Sabendo que um metro de cerca custa R\$ 13,00, o valor necessário para cercar todo o terreno será menor que $1160 \times 13 = 15080$. Assim, é possível ter certeza de que os R\$16000,00 disponíveis serão suficientes para comprar toda a cerca necessária, já que o valor total certamente será menor que R\$15 080,00.

AULAS 3 E 4

SOMA DAS MEDIDAS DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO QUALQUER

OBJETIVO DA AULA

- Verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer é 180° .
- Descobrir a principal relação envolvendo a medida dos ângulos internos de um triângulo qualquer.

ATIVIDADE



01

01 Leia a atividade e siga as instruções do(a) professor(a):

Desenhe um triângulo qualquer e meça os seus ângulos internos com o auxílio de um transferidor.

ATIVIDADE 4 – Organizar a turma em formato de U.

ATIVIDADE 5 E 6 – Organizar os estudantes em duplas.

Devido aos protocolos de higiene e distanciamento social, a quantidade de estudantes frequentes diariamente poderá ser reduzida. Nesse sentido, é importante estabelecer e incentivar o trabalho colaborativo, além do diálogo entre pares, respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso perceba que não será possível o trabalho em duplas, instigue a sala a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.



- Escreva as medidas dos três ângulos verificadas por você:

Resposta pessoal.

- Determine e registre a soma das medidas desses ângulos:

Resposta pessoal.

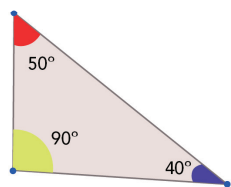
- Agora, compare a medida da soma que você determinou com as medidas das somas de seus colegas de grupo.
- O que você percebeu em relação aos resultados obtidos? Escreva a conclusão do grupo em seu caderno.

Resolução: Percebe-se que as somas são iguais ou próximas a 180° . Podemos obter somas próximas a 180° por vários motivos. Por exemplo, um aluno que tenha obtido as medidas 55° , 70° e 50° , cuja soma é 175° , pode não ter percebido medidas entre os múltiplos de 5° do transferidor. Cabe ao professor ficar atento e fazer as intervenções necessárias. Neste caso, após as intervenções, ele poderá notar que as medidas são 57° , 72° e 51° , que somam 180° .

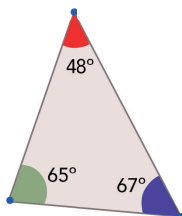
02**02**

Os triângulos a seguir estão com as medidas dos seus três ângulos internos informados. Que tipo de relação podemos estabelecer entre as medidas dos ângulos internos de cada triângulo?

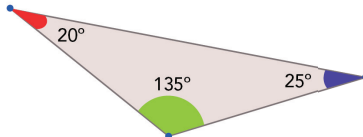
a.



b.



c.



Resolução: É bem provável que o estudante inicie a exploração das relações através da adição, que é a operação mais natural ao indivíduo. Porém, o estudante pode tentar outras hipóteses. Por exemplo, no triângulo retângulo, tem-se que $50^\circ + 40^\circ = 90^\circ$. Logo pode ocorrer do estudante tentar utilizar esta hipótese para os demais triângulos.

a) $50^\circ + 90^\circ + 40^\circ = 180^\circ$ b) $48^\circ + 65^\circ + 67^\circ = 180^\circ$ c) $20^\circ + 135^\circ + 25^\circ = 180^\circ$

03**03**

Que tal fazermos uma investigação matemática? Vamos realizar uma atividade experimental que poderá nos ajudar. Siga as instruções:

- Desenhe um triângulo qualquer na folha que você recebeu;

MATERIAL NECESSÁRIO:

- Folha de papel A4 branca;
- Lápis de cor;
- Transferidor;
- Triângulo grande recortado em cartolina feito pelo(a) professor(a), com os ângulos pintados com cores diferentes (marcados com as letras a, b e g);
- Transferidor de madeira para o(a) professor(a);
- Caderno do Estudante com as atividades.

INICIANDO

Professor(a), inicie essa aula apresentando os objetivos de "verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer é 180° " e "descobrir a principal relação envolvendo a medida dos ângulos internos de um ângulo qualquer" aos estudantes. É importante deixar claro o que se espera deles, ou seja, o que devem saber ao final desta aula. Para isso, registre o objetivo em um canto da lousa, o qual, no final da aula, será retomado para verificar se foi alcançado. Nas aulas 3 e 4, será abordado o objeto de conhecimento "soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer". Para desenvolver a habilidade correspondente a este tema, são necessários alguns conhecimentos prévios, tais como: classificação de ângulo, reconhecimento da medida de um ângulo utilizando um transferidor, associação da abertura do ângulo a um número real e reconhecimento dos elementos de um triângulo (vértice, lados e ângulos). As atividades propostas seguem, gradualmente, níveis diferentes de complexidade à medida que vão avançando no desenvolvimento e na construção dos conceitos matemáticos envolvidos.

DESENVOLVENDO

01

Inicie a aula questionando a turma a respeito

do que entendem por ângulo interno de um triângulo. Para isso, desenhe um triângulo na lousa e peça para algum estudante marcar seus ângulos internos. Nesta atividade, o estudante poderá comparar a sua resposta com a dos outros. A ideia é fazer o estudante perceber que há uma regularidade na soma dos ângulos internos de um triângulo, estimulando-o a uma investigação sobre o tema.

Questionamento inicial para a turma:

- Como podemos encontrar as medidas desses ângulos?

No momento seguinte, organize a sala em grupos de três estudantes. Peça que iniciem a Atividade 1. Circule entre os grupos e auxilie no uso do transferidor, se for necessário. Peça aos estudantes que têm mais facilidade para apoiarem os colegas do grupo nesta tarefa. É provável que a soma dos ângulos não dê exatamente 180° . Não se preocupe com isto, pois os instrumentos de medida possuem suas limitações. Esta atividade possibilita, experimentalmente, ao estudante perceber que a soma dos ângulos internos é ou aproximadamente 180° . Após os grupos fazerem essa experiência, promova um momento de troca e socialização de ideias.

Discuta com a turma:

- O que vocês notaram?
- Alguém obteve soma menor que 170° ? Alguém

- Pinte os três ângulos com cores diferentes e nomeie-os com as letras gregas α , β e γ ;
- A partir de um dos vértices do triângulo, faça uma dobradura, de modo que este vértice seja levado ao lado oposto em que ele se encontra no triângulo. Note que esta dobradura deverá marcar o triângulo com um segmento de reta paralelo ao lado para o qual o vértice será levado.

Resolução

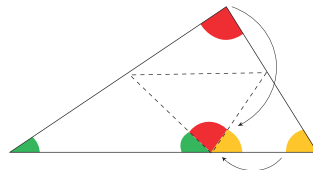


Imagem da primeira dobradura
Fonte: equipe pedagógica

- Em seguida, por meio de dobraduras, leve os outros dois vértices ao ponto em que se encontra o primeiro vértice. Note que as dobraduras efetuadas marcarão segmentos perpendiculares ao lado em que o primeiro vértice foi levado.

Resolução

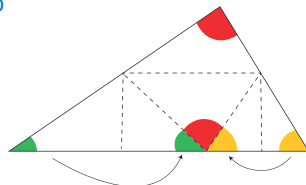


Imagem das outras duas dobraduras
Fonte: equipe pedagógica

Ao reunir os três vértices no mesmo ponto, verifica-se que se forma um ângulo raso, o que levará a que os estudantes validem a afirmação: a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é igual a 180° . Esta atividade é apenas um experimento que mostra que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° , e temos uma verificação deste fato, sendo α , β e γ as medidas dos ângulos internos de um triângulo ABC.

04

04

Rafaela quer construir triângulos e está pensando nas medidas que utilizará para os ângulos internos de cada um.

- a. 30° , 50° e 80°
- b. 42° , 65° e 93°
- c. 43° , 65° e 72°
- d. 21° , 49° e 110°

Verifique com qual(is) dos grupos de medidas de ângulos acima seria possível construir seus triângulos.

Resolução:

a) 30° , 50° e 80° - A soma das medidas dos ângulos é $30^\circ + 50^\circ + 80^\circ = 160^\circ$. Portanto, não é possível construir um triângulo com essas medidas de ângulos internos.

obteve soma maior que 190° ?

- Quem obteve a soma igual a 180° ?
- Quem obteve a soma próxima a 180° ?
- Será apenas coincidência?

02

Orienta que os estudantes iniciem a atividade proposta e aguarde até que finalizem o seu desenvolvimento. É importante, neste momento, o estudante perceber que a soma dos ângulos internos é 180° , nos três triângulos, verificando indícios de que esta propriedade possa valer para todos os triângulos.



b) 42° , 65° e 93° - A soma das medidas dos ângulos é $42^\circ + 65^\circ + 93^\circ = 200^\circ$. Portanto, não é possível construir um triângulo com essas medidas de ângulos internos. Observe nesta questão que o estudante poderia pensar da seguinte forma: $40^\circ + 60^\circ + 90^\circ = 190^\circ$, já percebendo que a soma ultrapassou 180° .

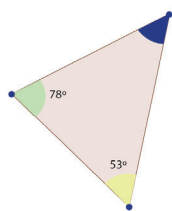
c) 43° , 65° e 72° - A soma das medidas dos ângulos é $43^\circ + 65^\circ + 72^\circ = 180^\circ$. Portanto, é possível construir um triângulo com essas medidas de ângulos internos. O estudante poderia fazer também: $(40^\circ + 60^\circ + 70^\circ) + (3 + 5 + 2) = 180^\circ$.

d) 21° , 49° e 110° - A soma das medidas dos ângulos é $21^\circ + 49^\circ + 110^\circ = 180^\circ$. Portanto, é possível construir um triângulo com essas medidas de ângulos internos. Da mesma forma que o item anterior, o estudante poderia pensar na seguinte soma: $(20^\circ + 40^\circ + 110^\circ) + (1 + 9) = 180^\circ$.

05

05

A lição de casa de André era medir os ângulos internos do triângulo abaixo e marcar suas medidas. André mediu dois destes ângulos e deixou o terceiro para medir no dia seguinte. Ao amanhecer, foi terminar sua lição, mas não encontrou seu transferidor. Ajude André a descobrir a medida do terceiro ângulo.



Possíveis resoluções:

I) Calcular a medida do suplemento da soma dos dois ângulos conhecidos:

$$78^\circ + 53^\circ = 131^\circ$$

$$180^\circ - 131^\circ = 49^\circ$$

Portanto, a medida do terceiro ângulo é 49° . Verificando: $78^\circ + 53^\circ + 49^\circ = 180^\circ$.

II) Denominar a medida desconhecida de "x" e resolver a equação: $x + 78^\circ + 53^\circ = 180^\circ$

$$x + 131^\circ = 180^\circ$$

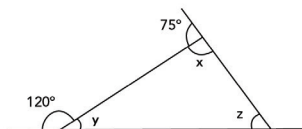
$$x + 131^\circ - 131^\circ = 180^\circ - 131^\circ$$

$$x = 49^\circ$$

06

06

1. Observe o triângulo a seguir:



Discuta com a turma:

- O que vocês notaram?
- Vocês acham que podemos tirar alguma conclusão a respeito disto?
- Será que podemos afirmar que esta soma se repete para todos os triângulos?
- Como podemos ter a certeza de que acontece para todos os triângulos?
- É possível testar com infinitos triângulos?

Explique que, para verificar se a soma dos ângulos internos é a mesma, qualquer que seja o triângulo dado, nós vamos descobrir a soma das medidas dos ângulos internos de

um triângulo sem conhecer as medidas de cada um dos ângulos. É importante motivar os estudantes para a descoberta de uma nova propriedade dos triângulos.

SUGESTÃO: Com algum software de geometria dinâmica (Geogebra, por exemplo), é possível mostrar que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo sempre será equivalente a 180° , usando uma ferramenta que alterna, em tempo real, as medidas dos lados deste triângulo.

Questionamento para turma:

- Vocês acham que é possível descobrir a soma sem conhecer as medidas?

03

Nesta etapa, é interessante propor e explorar

uma atividade de investigação. Entregue uma folha impressa com a descrição da atividade para cada trio, para que desenhem o triângulo. Deixe que desenvolvam a atividade e circule pelos grupos para orientar no que for necessário. Leve um triângulo grande confeccionado em cartolina com os vértices marcados para mostrar para a sala a forma de recortar e unir os vértices. Este momento permite levar os estudantes a descobrirem uma nova propriedade dos triângulos através de uma atividade experimental. Em seguida, proponha a exposição das soluções encontradas por meio da atividade.



Refleta com a turma:

- Que ângulo formou com a união dos três?
- Quantos graus tem esse novo ângulo?
- Por que podemos afirmar que a soma dos três ângulos é 180° ?

Discussão das Soluções

Anote as respostas dadas pelos estudantes no quadro. Esta atividade permite fazer com que eles cheguem juntos à definição da propriedade da soma dos ângulos internos de um triângulo. É importante que os estudantes verifiquem que os três ângulos internos formam um ângulo raso e concluam que a soma de suas medidas é 180° . Durante esta atividade, espera-se que o estudante observe o ângulo formado e estabeleça uma propriedade em relação à soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer.

Discuta com a turma:

- Que propriedades podemos estabelecer em relação à soma dos ângulos internos?
- Podemos concluir que pode ser verdadeiro para qualquer triângulo? Por quê?

Professor, esclareça aos seus estudantes que podemos fazer uma demonstração validando o Teorema que afirma que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é equivalente a 180° . No entanto, tal demonstração não será feita neste momento. O que fizemos

Assinale a alternativa que indica as medidas dos ângulos x, y e z, respectivamente.

- a. 80° , 75° e 25°
- b. 90° , 60° e 30°
- c. 105° , 60° e 15°
- d. 120° , 40° e 20°

Resolução:

Inicialmente, percebemos que o ângulo x e o de 75° formam, juntos, um ângulo raso que equivale a 180° . Desse modo:

$$X + 75 = 180 \quad X = 180 - 75 \quad X = 105^\circ$$

O ângulo x e o de 120° somados, assim como os outros dois acima, formam um ângulo de 180° .

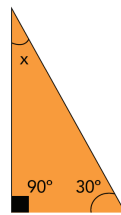
$$Y + 120 = 180 \quad Y = 180 - 120 \quad Y = 60^\circ$$

Agora que conhecemos X e Y, podemos realizar a soma dos ângulos internos, que equivale a 180° , a fim de descobrir o valor da incógnita Z.

$$X + Y + Z = 180 \quad 105 + 60 + Z = 180 \quad Z = 180 - 165 \quad Z = 15^\circ$$

Logo, a alternativa é a letra C.

2. Observe o triângulo a seguir:



A medida do ângulo x é:

- a. 60°
- b. 70°
- c. 75°
- d. 85°

Resolução:

Uma vez que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° , temos que:

$$90 + 30 + X = 180 \quad 120 + X = 180 \quad X = 180 - 120 \quad X = 60^\circ$$

aqui foi apenas uma da veracidade desta afirmação.

Neste momento, as ideias apresentadas nas atividades anteriores serão sistematizadas. Escreva no quadro, faça a leitura com eles oralmente e informe-os sobre o Teorema da soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer.

Discuta com a turma:

- Qual o significado do termo "teorema"?
- É possível que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo seja 120° e 280° ? Por quê?

ANOTAÇÕES

que mobilizar os conhecimentos apreendidos até o momento. Por outro lado, poderão surgir diversas estratégias de resolução por parte dos estudantes, sendo interessante o compartilhamento entre todos, dando visibilidade às ideias e raciocínios.

06

Ainda organizados em duplas,

proponha aos estudantes resolverem a atividade na perspectiva de resolução de problemas, estimulando a interação e a criatividade na busca de estratégias para encontrar a solução para o problema. Após resolverem, solicite que compartilhem as estratégias empregadas e as soluções encontradas, comparando as semelhanças e diferenças entre elas.

FINALIZANDO

Professor, para complementar a sistematização do bloco de aulas, apresente uma síntese das ideias centrais, tais como os conceitos matemáticos, os procedimentos aplicados e as propriedades matemáticas descobertas que foram discutidas ao longo do desenvolvimento das atividades, aproveitando e valorizando as respostas, comentários e estratégias empregados pelos estudantes na resolução das questões e problemas propostos. Essas ideias servirão de alicerce para a compreensão, construção e consolidação de novos

- É possível que um triângulo tenha 2 ângulos retos? Por quê?

04

Em seguida, solicite que, individualmente, os estudantes leiam a atividade e tentem resolver utilizando estratégias pessoais. Este é um momento para o professor avaliar se a turma conseguiu compreender o conteúdo proposto. No final, registre as soluções no quadro. Verifique se eles aplicam os conhecimentos adquiridos numa situação semelhante.

05

Proponha a formação de duplas. Esta atividade exige um esforço maior dos estudantes, pois se trata de uma situação em outro contexto, no qual eles teriam

conhecimentos que serão
abordados na próxima aula.

ANOTAÇÕES

AULA 5 E 6 - CONSTRUÇÃO DE TRIÂNGULOS USANDO RÉGUA E COMPASSO

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organizar a turma em forma de U.

ATIVIDADE 1 – Organizar a turma em formato de U.

ATIVIDADE 2 – Organizar a turma em duplas.

ATIVIDADE 3 – Organizar a turma em duplas.



AULAS 5 E 6

CONSTRUÇÃO DE TRIÂNGULOS USANDO RÉGUA E COMPASSO

OBJETIVO DA AULA

- Construir triângulos usando régua e compasso.

ATIVIDADE



01

01 Analise e resolva as situações A e B, conforme as instruções do(a) professor(a).

Situação A:

Pedro quer desenhar um triângulo com lados medindo 6 cm, 4 cm e 8 cm, mas não está conseguindo. Usando apenas uma régua, tente desenhar este triângulo para ajudar Pedro.

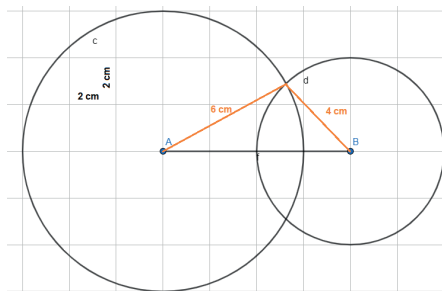
Situação B:

Para ajudar Pedro, agora você poderá contar com uma régua e um compasso. Pense em como o compasso poderia auxiliá-lo a desenhar um triângulo com lados medindo 6 cm, 4 cm e 8 cm.

Compare as duas situações A e B e responda:

- Você conseguiu desenhar o triângulo com as medidas propostas na situação A? Justifique sua resposta. **Resposta pessoal.**
- Como o compasso ajudou na construção do triângulo na situação B?

Resposta: Tomando-se um dos segmentos que define algum dos lados do triângulo como base, a partir de cada uma de suas extremidades, traçamos uma circunferência de raio correspondente à medida de cada um dos outros dois lados do triângulo que queremos construir. Caso as circunferências se interceptem em dois pontos - necessariamente localizados em lados simetricamente opostos à reta suporte que passa pelo segmento definido como base -, cada um desses dois pontos poderá definir o terceiro vértice do triângulo que queremos construir.



Devido aos protocolos de higiene e distanciamento social, a quantidade de estudantes frequentes diariamente poderá ser reduzida. Nesse sentido, é importante estabelecer e incentivar o trabalho colaborativo, além do diálogo entre pares, respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso perceba que não será possível o trabalho em duplas, instigue a sala a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.

MATERIAL NECESSÁRIO

- Atividades impressas em folhas;

- Régua;
- Compasso.

INICIANDO

Caro professor, inicie essa aula apresentando o objetivo de "construir triângulos, usando régua e compasso" aos estudantes. É importante deixar claro o que se espera deles, ou seja, o que devem saber ao final desta aula. Para isto, registre o objetivo em um canto da lousa, o qual, no final da aula, será retomado para verificar se foi alcançado. Escrever o objetivo é importante para os estudantes porque eles devem saber o que estão fazendo e desta forma, focar em alcançar esse objetivo.

Nas aulas 5 e 6, será abordado o objeto de conhecimento "construção de triângulos usando régua e compasso". Para desenvolver a habilidade correspondente a este tema, um dos conhecimentos prévios necessários é a verificação da condição de existência de um triângulo para alcançar a aprendizagem desejada. As atividades propostas nestas aulas visam o desenvolvimento do reconhecimento dos passos para a construção de um triângulo, utilizando régua e compasso.

Inicialmente, de modo a resgatar as ideias das aulas anteriores, questione se o estudante já pensou em construir um triângulo utilizando régua e compasso. À primeira vista, isso pode parecer uma



tarefa difícil, mas, com o auxílio de um algoritmo, o estudante pode perceber como se torna mais simples o processo de construção.

DESENVOLVENDO

01

O objetivo da Atividade 1 é conduzir o

estudante a perceber a dificuldade em desenhar um triângulo conhecendo as medidas de seus lados utilizando apenas régua e, em vista dessa dificuldade, incentivá-los e prepará-los para a construção de um procedimento mais adequado na próxima atividade. Propomos os seguintes procedimentos: sugira que os estudantes resolvam individualmente a Atividade 1. Enquanto eles resolvem a atividade, caminhe pela sala verificando se os estudantes estão fazendo o uso correto da régua e se não estão alterando as medidas para que os lados se encaixem. Fique atento para a maneira que cada estudante tentará resolver a situação. A expectativa é que esta atividade leve o estudante a perceber que desenhar um triângulo conhecendo somente as medidas dos três lados fazendo uso apenas de uma régua, desconhecendo as medidas de seus ângulos, é uma tarefa complexa.

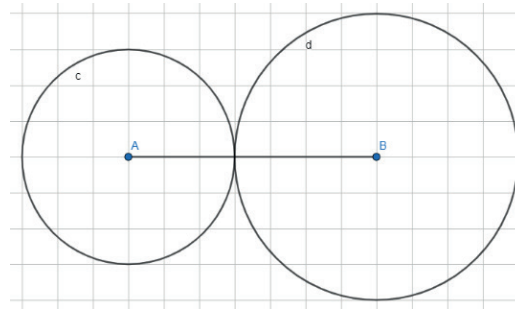
Em seguida, apresente a seguinte situação:

SITUAÇÃO A

Pedro quer desenhar um triângulo com lados medindo 6 cm, 4 cm e 8 cm,

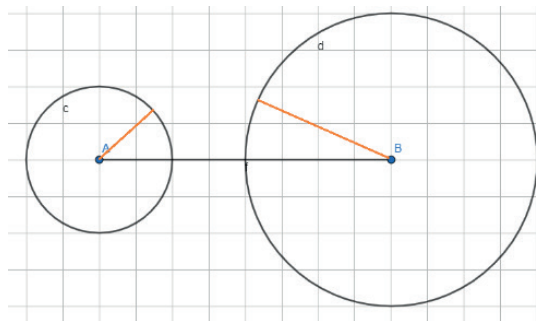
- c. Construa, com régua e compasso, um triângulo com lados medindo 7 cm, 3 cm, e 4 cm. Utilize o lado de 7 cm como base. O que você observou? A senhora de 65 anos é mais rápida que o jovem de 20 anos.

Resposta: Como as medidas fornecidas para os lados do triângulo não satisfazem a condição de existência de triângulos, não é possível construir o triângulo com as características dadas. Quando traçamos duas circunferências de raios 3 cm e 4 cm, respectivamente, a partir de cada uma das extremidades do segmento definido como base do triângulo (o segmento de 7 cm), verificamos que as circunferências se interceptam em um único ponto, o que não nos permite identificar o terceiro vértice do triângulo.



- d. Agora construa, com régua e compasso, outro triângulo de lados medindo 8 cm, 2 cm e 4 cm. Utilize para a base o lado de 8 cm. O que você observou?

Resposta: As medidas para os lados do triângulo também não satisfazem a condição de existência de triângulo. Assim, a construção não será possível com régua e compasso. Quando traçamos duas circunferências de raios 2 cm e 4 cm, respectivamente, a partir de cada uma das extremidades do segmento definido como base do triângulo (o segmento de 8 cm), verificamos que as circunferências não se interceptam, o que não nos permite identificar o terceiro vértice do triângulo.



mas não está conseguindo. Usando apenas uma régua, tente desenhar este triângulo para ajudar Pedro.

Discuta com a turma:

- Vocês conseguiram desenhar o triângulo com as medidas dadas? Foi difícil?
- Qual foi a dificuldade encontrada?
- Que informação faltou para que vocês conseguissem mais facilmente?
- Se pudessem usar outro instrumento, além da régua, para facilitar a tarefa, que instrumento acham que poderia ser mais útil?



CONVERSANDO COM O PROFESSOR DISCUSSÃO DA SOLUÇÃO

Depois que os estudantes explorarem suas soluções, apresente a eles o passo a passo da construção para se obter o triângulo. Nesse momento, é importante retomar os passos seguidos para a construção do triângulo e compreender o porquê da utilização desses passos e do compasso para esta construção.

Refleta com a turma:

- Como a construção usando o compasso ajudou na obtenção do triângulo?
- Sempre será possível usar estes procedimentos para a construção de triângulos a partir das medidas de seus três lados?

Professor(a), para encerrar esta atividade, retome as atividades anteriores e faça uma sistematização, de modo que o estudante compreenda quais são os procedimentos que ajudam na construção de um triângulo. Descreva com eles o passo a passo para a construção com régua e compasso de um triângulo qualquer, sendo conhecidas as medidas de seus três lados.

Construção de um triângulo $\triangle ABC$ qualquer, cujos lados são determinados pelos segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{CA}$, todos de medidas conhecidas:

1º Traça-se o segmento $\overline{AB}$, cujo comprimento corresponde à medida de um dos lados do triângulo.

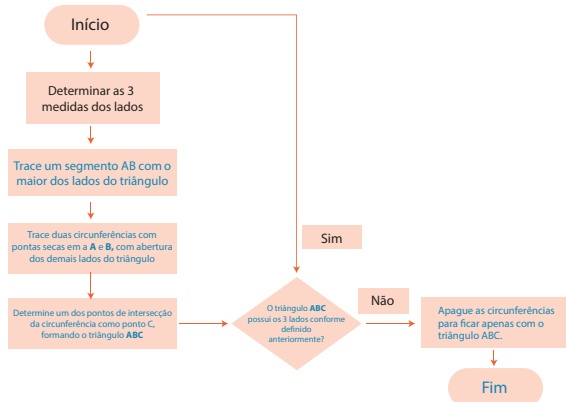
2º Com o compasso, posiciona-se a ponta seca em A e, com abertura com medida correspondente ao segmento $\overline{BC}$, traça-se uma circunferência C_1 .

3º Novamente com o compasso, agora posiciona-se a ponta seca em B e, com abertura de medida correspondente ao segmento $\overline{CA}$, traça-se uma circunferência C_2 .

4º Se $C_1 \cap C_2 = \{P_1, P_2\}$, tais que P_1 e P_2 são pontos, pode-se assumir qualquer um desses pontos como sendo C, o terceiro vértice do triângulo $\triangle ABC$.

5º Traçam-se os segmentos $\overline{BC}$ e $\overline{CA}$.

6º Apagam-se as circunferências C_1 e C_2 , destacando-se apenas o triângulo $\triangle ABC$.



Professor, aparentemente esta atividade anterior se mostra fácil. Porém, quando o estudante tentar, ele vai perceber que desenhar os lados nas posições corretas é muito difícil. É importante que, neste momento, o professor esteja atento para questioná-lo sobre qual informação faltou para sabermos as posições corretas dos lados. Espera-se que o aluno responda que faltaram as medidas dos ângulos. Com estas medidas e um transferidor, o triângulo seria construído facilmente. Vale ressaltar que este triângulo é único, pois dadas as medidas dos lados, existe um único triângulo que as possui. Sem as medidas dos ângulos, o estudante traçará a medida do primeiro lado. Os desenhos dos outros dois lados serão feitos através de tentativas, apagando o desenho quando estes não

forem desenhados de tal forma a coincidir, duas a duas, as extremidades dos segmentos que definem os lados do triângulo. Assim, por tentativa e erro, os estudantes deverão encontrar a amplitude dos ângulos que definem as posições dos outros dois lados, a partir do primeiro que foi desenhado.

Dando continuidade, distribua os compassos para os estudantes. Dê um tempo para que eles tentem desenhar os triângulos usando este instrumento. É importante deixá-los usar sua criatividade na busca de soluções.

Refleta com a turma:

- O que poderia ser feito primeiro no desenho?
- Em que parte do desenho houve mais dificuldade?
- Como o uso do compasso poderia auxiliar neste momento?
- Para que serve o compasso?

Após as discussões propostas na atividade anterior, sugira que os estudantes continuem o desenho do triângulo. Caminhe pela sala e observe, questione e conduza o desenvolvimento da atividade, para que todos se envolvam. Chame à lousa os estudantes que você observou que podem trazer contribuições para a aprendizagem dos outros, não necessariamente aqueles que a fizeram corretamente. Peça que exponham para a turma o modo como resolveram.

Vamos pensar sobre a situação a seguir:

Para ajudar Pedro, agora você poderá contar com uma régua e um compasso. Pense em como o compasso poderia auxiliá-lo a desenhar um triângulo com lados medindo 6 cm, 4 cm e 8 cm.

- O que poderia ser feito primeiro no desenho?

- De que forma o traçado de circunferências e arcos de circunferência pode estar associado à construção de triângulos?

[illegible]



02

02 Resolva esta atividade em uma folha sulfite que seu(sua) professor(a) lhe entregará.

João deseja cercar um terreno triangular cujos lados medem 17 m, 9 m e 10 m, mas antes, deseja fazer uma planta baixa (representação) do terreno. Mostre a João como ele pode resolver este problema facilmente usando régua e compasso. (utilize a escala 1 m = 0,5 cm)

Resolução:

Professor(a), oriente os alunos a tomarem atenção à escala adotada para construção da planta baixa do terreno. Como a escala é 1 m : 0,5 cm, os lados do triângulo expressos na medida real por 17 m, 9 m e 10 m, deverão ser representados na planta baixa por segmentos de medidas dadas por 8,5 cm, 4,5 cm e 5 cm, respectivamente. Oriente os estudantes a construírem o triângulo com régua e compasso, conforme o passo a passo descrito na atividade anterior.

1° Traça-se o segmento $\overline{AB}$, cujo comprimento corresponde à medida de um dos lados do triângulo, por exemplo 8,5 cm (17 m).

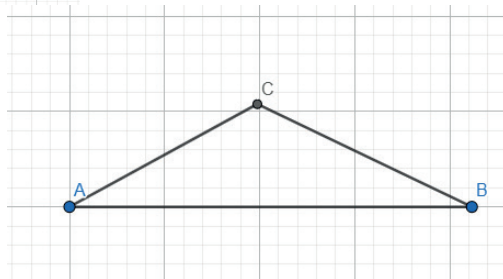
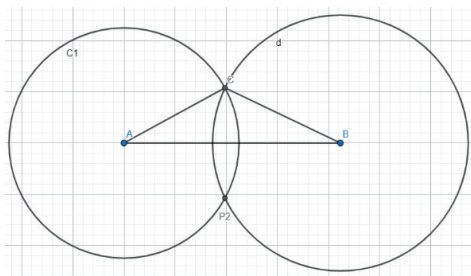
2° Com o compasso, posiciona-se a ponta seca em A e, com abertura de medida correspondente ao segmento $\overline{BC}$, por exemplo 4,5 cm (9m), traça-se uma circunferência C_1 .

3° Novamente com o compasso, agora posiciona-se a ponta seca em B e, com abertura de medida correspondente ao segmento $\overline{CA}$, por exemplo 5 cm (10m), traça-se uma circunferência C_2 .

4° Se $C_1 \cap C_2 = \{P_1, P_2\}$, tais que P_1 e P_2 são pontos, pode-se assumir qualquer um desses pontos como sendo C, o terceiro vértice do triângulo $\triangle ABC$.

5° Traçam-se os segmentos $\overline{BC}$ e $\overline{CA}$.

6° Apagam-se as circunferências C_1 e C_2 , destacando-se apenas o triângulo $\triangle ABC$.



02

Solicite que os estudantes resolvam a atividade em dupla, utilizando uma folha sulfite que você deverá entregar para cada uma. Esta atividade apresenta uma abordagem do tipo aberta, pois oferece ao estudante a possibilidade de desenvolver a capacidade de realizar tentativas, estabelecer hipóteses, testar e validar seus resultados no processo de construção do conceito matemático envolvido. Nesse momento, é possível verificar se eles conseguem aplicar os conhecimentos desenvolvidos. Professor, deixe a dupla livre para tentar resolver esta questão. Estimule a criatividade na escolha das estratégias de resolução e solicite que os estudantes compartilhem entre os colegas da turma, trocando ideias.



03

Neste momento, proponha a resolução da Atividade 3, que apresenta uma abordagem do tipo aberta, oferecendo ao estudante buscar diferentes possibilidades de resolvê-la ao mesmo tempo em que mobiliza os conhecimentos prévios necessários para a construção do conceito matemático envolvido. Entregue a folha com a atividade e circule na sala, observando atentamente o processo de resolução entre os estudantes e a interação entre eles.

FINALIZANDO

Professor, para complementar, sugerimos o link para acessar o vídeo que apresenta o passo a passo para construção de um triângulo utilizando régua e compasso sendo dada a medida dos lados.

Khan Academy Brasil.
Construção de triângulo.
2018. Disponível em:
<<https://youtu.be/TpCj5J3YDuk>>. Acesso em:
02 jul. 2020.

Neste momento, o estudante pode experimentar outro caminho para aprender como construir um triângulo utilizando apenas régua e compasso. O nosso ponto de partida é que já temos as medidas de cada aresta desse triângulo. Então, vamos lembrar que o propósito da aula não é usar a régua como um instrumento de medição. Nesse vídeo, observa-se como utilizar o compasso

03

03 Leia atentamente o texto abaixo e encontre uma solução para a situação:

Na ilha da Fantasia, onde mora o Capitão Fantástico, existem dois lugares que ele gosta de visitar: A Cachoeira das Águas Claras e a O Coqueiro da Soneca. Esses dois lugares e a Caverna Misteriosa, onde mora o capitão, formam um triângulo. Todos os dias, Capitão Fantástico sai da Caverna da Misteriosa, dá 12 passos em linha reta até chegar na Cachoeira das Águas Claras, onde toma banho, sai da cachoeira, dá 8 passos em linha reta e descansa no Coqueiro da Soneca. Depois, com mais 15 passos também em linha reta, retorna para sua caverna. Faça o desenho dos lugares que o capitão frequenta e da trajetória que ele faz todos os dias. Para isso, utilize régua, compasso e 1 cm para cada passo.

Resolução: O estudante poderá escolher o ponto de onde deseja começar o desenho. Pode, por exemplo, desenhar primeiro a Caverna Misteriosa e, a partir desta, com o auxílio da régua, traçar um segmento de 12 cm para qualquer direção. Na extremidade deste segmento, desenhar a Cachoeira das Águas Claras. Para desenhar o próximo caminho, deverá observar que, se continuar 8 passos para frente em linha reta até a Coqueiro da Soneca, ao voltar para a caverna terá que andar 20 passos, o que é impossível já que o enunciado diz que a distância entre estes dois locais é de 15 passos. E se der 8 passos para trás, no mesmo caminho em que veio, ao voltar para a caverna, andará apenas 4 passos, o que também é impossível, já que deverá andar 15 passos. Logo, o Coqueiro da Soneca só poderá se encontrar em outra direção, acima ou abaixo, do primeiro segmento traçado. Para localizar o ponto exato, uma estratégia é o estudante usar o compasso, abrindo o mesmo sobre a régua para obter 8 cm e desenhar, com esta abertura, uma circunferência com centro na cachoeira. Em seguida, fazer uma abertura de 15 cm e, com a ponta seca na caverna, traçar outra circunferência. Em um dos pontos em que ambas se cruzam (há dois pontos de intersecção, o aluno poderá escolher o que está acima ou o que está abaixo do primeiro segmento), deverá desenhar o Coqueiro da Soneca e o caminho que liga este à caverna.

para transferir essas medidas. A régua vai ajudar a traçar as retas. Então, apesar dessa construção no vídeo ser feita através de um software, o estudante vai usar o lápis, a régua e o compasso.



AULAS 7 E 8

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS SOBRE A SOMA DAS MEDIDAS DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO

OBJETIVO DA AULA

- Resolver problemas envolvendo a condição de existência dos triângulos quanto a soma das medidas dos seus ângulos internos.
- Resolver problemas utilizando argumentos matemáticos com base nas propriedades dos triângulos.

ATIVIDADE



01

01

Vamos relembrar uma importante propriedade. Para isto, calcule a soma das medidas dos ângulos internos dos triângulos a seguir.

a.



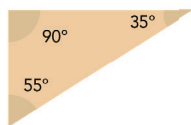
Resolução:

a) $42^\circ + 120^\circ + 18^\circ = 180^\circ$

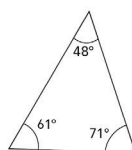
b) $90^\circ + 55^\circ + 35^\circ = 180^\circ$

c) $48^\circ + 61^\circ + 71^\circ = 180^\circ$

b.



c.

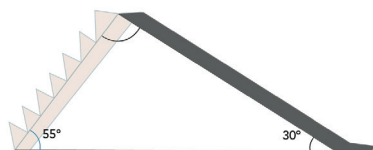


02

02

Leia atentamente as situações apresentadas a seguir e resolva cada uma delas.

1. No brinquedo a seguir, qual é a medida do ângulo entre a escada e o escorregador? Justifique sua resposta utilizando argumentos matemáticos.



Resolução:

A medida do ângulo entre a escada e o escorregador é 95° , porque $180^\circ - (55^\circ + 30^\circ) = 95^\circ$

ATIVIDADE 3 – Organize a turma em grupos pequenos.

ATIVIDADE 4 – Organizar a turma em arranjos de duplas.

Devido aos protocolos de higiene e distanciamento social, a quantidade de estudantes frequentes diariamente poderá ser reduzida. Nesse sentido, é importante estabelecer e incentivar o trabalho colaborativo, além do diálogo entre pares, respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso perceba que não será possível o trabalho em duplas, instigue a sala a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.

MATERIAL NECESSÁRIO

- Atividades impressas em folhas;
- Régua e compasso.

INICIANDO

Caro professor, inicie essa aula apresentando os objetivos “resolver problemas envolvendo a condição de existência dos triângulos quanto a soma das medidas dos seus ângulos internos” e “resolver problemas utilizando argumentos matemáticos com base nas propriedades dos triângulos” aos estudantes. É importante deixar claro o que se espera deles, ou seja, o que devem saber ao final desta aula. Para isto, registre o objetivo em um canto da lousa, o qual, no final da aula, será retomado para verificar se foi alcançado. Escrever o

AULA 7 E 8 – RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS SOBRE A SOMA DAS MEDIDAS DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

ATIVIDADE 1 - Organizar a turma em forma de semicírculo.

ATIVIDADE 2 – Organize a turma em grupos pequenos.

Trabalho em duplas, instigue a sala a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.

objetivo é importante para os estudantes porque eles devem saber o que estão fazendo e, desta forma, focar em alcançar esse objetivo.

Professor, neste bloco de aulas, será abordado o tema “**resolução de problemas sobre a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo**”. Para desenvolver a habilidade correspondente a este tema, são necessários todos os conhecimentos prévios apreendidos durante as atividades anteriores, tais como: reconhecimento a medida de todos os ângulos internos de um triângulo com um transferidor, identificação da soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer, verificação da condição de existência de um triângulo usando três segmentos dados, uma régua e um compasso e construção de triângulo, usando régua e compasso.

As atividades propostas nesta sequência de aulas visam a mobilização dos conceitos construídos nas aulas anteriores, bem como a aplicação de conhecimentos na resolução de problemas, instigando o estudante a fazer tentativas, levantar hipóteses, testar essas hipóteses e validar seus resultados. Estas são atitudes esperadas na prática da resolução de problemas em diversos contextos para construção do conhecimento.

DESENVOLVENDO

01 Compartilhe o objetivo da aula com os estudantes antes de aplicar a atividade proposta. Comente que eles vão relembrar uma propriedade importante dos triângulos. Entregue uma folha de atividade para cada um e espere que resolvam, individualmente.

O objetivo desta atividade é resolver problemas utilizando conhecimento adquirido sobre a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer. Nesta atividade, inicialmente, faça a leitura das questões oralmente, estimulando os estudantes a continuarem na resolução dos próximos problemas. Circule pela sala, observando a estratégia de cada grupo na resolução. Em seguida, solicite que escolham um representante do grupo para apresentar suas estratégias na lousa aos demais colegas. É interessante identificar e convidar também alguns que erraram, pois seus erros poderão contribuir muito para a aprendizagem da turma. Nesse momento, é importante mostrar aos estudantes a importância da tentativa e do erro na resolução de um problema.

Após a apresentação das estratégias de cada grupo, provoque uma discussão a partir de alguns questionamentos, oferecendo a oportunidade para refletirem e exporem seus pensamentos.

Informe que, nesta aula, vamos utilizar uma propriedade muito importante dos triângulos. Para relembrar esta propriedade, solicite que cada estudante calcule a soma das medidas dos ângulos internos dos triângulos na folha de atividade.

Discuta com a turma:

- Qual foi a soma encontrada para cada triângulo?
- Alguém já sabia o resultado antes de realizar a soma? Como?
- Qual é a propriedade dos triângulos tratada aqui?

Solicite ao estudante que registre em seu caderno a propriedade dos triângulos que ele lembrou na atividade anterior. Espera-se que ele possa enunciar o Teorema da soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo qualquer.

Refleta com a turma:

- É possível saber a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo sem efetuar esta soma? O que nos permite fazer isto?

- Podemos afirmar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo do qual não conhecemos as medidas de seus ângulos é 180° ? O que nos permite fazer esta afirmação?

02 Distribua uma folha com os problemas para cada grupo. Dê um tempo para que eles leiam e pensem sobre o primeiro problema apresentado. Caminhe pela sala, observando o raciocínio de cada um. Questione os estudantes que não estão conseguindo resolver o problema, a fim de que percebam que erros estão cometendo e o que estão deixando de observar. Tente identificar resoluções que possam contribuir para a aprendizagem da turma, corretas ou não, e convide estes alunos para mostrar para a classe seus erros e acertos e as formas diferentes de resolver a questão.

Solicite aos outros estudantes que verifiquem se cometeram erros semelhantes aos apresentados e incentive-os a opinar, expondo suas ideias. Incentive os estudantes que foram até a lousa, pedindo que coloquem seus nomes abaixo das suas

ANOTAÇÕES

- Que argumento matemático pode ser usado na resolução do problema?

- Como os dados apresentados poderão contribuir para a sua resolução?

- Como podemos representar esta resolução usando uma única expressão?

Discussão das soluções:
Depois que os estudantes compartilharem suas estratégias de resolução, se for possível, apresente na lousa outras estratégias para que eles possam comparar com as suas. Neste momento, é interessante aplicar a estratégia painel de soluções.

resoluções. Peça aos demais que corrijam suas respostas e que coloquem em seu caderno o nome do aluno responsável pela resposta correta. Esta é uma excelente oportunidade para a socialização das diversas estratégias utilizadas.

Acompanhe o desenvolvimento da Atividade 2, apresentando as situações 1 e 2, observando e fazendo as intervenções necessárias.

Em seguida, discuta com a turma a resolução do primeiro problema:

- O que o problema quer saber?

- Quais foram os dados fornecidos?

03

Entregue a folha com a atividade 3 e oriente os estudantes para se guiarem nos dois problemas apresentados na atividade anterior. A ideia é levá-los a analisar as soluções encontradas por alguns personagens e compará-las, identificando as semelhanças e diferenças, quando houver. Em seguida, promova um momento de reflexão.

Refleta com a turma:

- As resoluções de Bruno e de Cristina podem ser consideradas iguais?

- Porque Bruno dividiu 140° por 2?

- Existe outra forma de Cristina representar esta situação algebricamente?

- Quais são as diferenças entre as estratégias apresentadas e a que vocês fizeram?

Em seguida, discuta com a turma sobre a resolução do segundo problema:

- O que o problema quer saber?

- Quais foram os dados fornecidos?

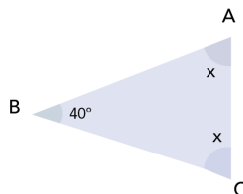
- O que é um triângulo isósceles? Que propriedades do triângulo isósceles ajudará a resolver este problema?

- Que outra propriedade dos triângulos deve ser usada para resolver este problema?

- Como os dados apresentados poderão contribuir para a resolução?

Para encerrar, depois que os estudantes compartilhem suas

2. O triângulo ABC é isósceles de base AC. As medidas dos ângulos da base marcados com x são desconhecidas. Escreva como você explicaria a um colega como determinar a medida desses ângulos.



Resposta pessoal esperada:

A soma dos ângulos do triângulo ABC é igual a 180° . Um dos ângulos tem medida igual a 40° . $180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$. Os dois ângulos identificados por x têm a mesma medida. 140° dividido por 2 é igual a 70° . Logo, a medida de x é igual a 70° .

03

- 03 Com base na atividade anterior, vamos observar as soluções apresentadas por Bruno e Cristina para o primeiro problema:

Estudante	Problema 1	Problema 2
Bruno	$55^\circ + 30^\circ = 85^\circ$ $180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$	$180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$ $140^\circ : 2 = 70^\circ$
Cristina	$x + 55^\circ + 30^\circ = 180^\circ$ $x + 85^\circ = 180^\circ$ $x = 180^\circ - 85^\circ$ $x = 95^\circ$	$40^\circ + x + x = 180^\circ$ $40^\circ + 2x = 180^\circ$ $40^\circ + 2x - 40^\circ = 180^\circ - 40^\circ$ $2x = 140^\circ$ $2x : 2 = 140^\circ : 2$ $x = 70^\circ$

Agora, responda:

- Quais são as semelhanças entre as duas resoluções?
- Quais são as diferenças entre as duas resoluções?
- Existem outras maneiras de resolver?

Resolução:
Resposta pessoal

estratégias de resolução, proponha um painel de soluções em que eles possam comparar suas resoluções entre si e com as apresentadas pela atividade anteriormente, permitindo reconhecer e ter acesso a outras possibilidades de estratégias de resolução.

Discuta com a turma:

- Quais são as semelhanças entre as duas resoluções?
- Quais são as diferenças entre as duas resoluções?
- Algum de vocês resolveu de forma semelhante?
- Alguém possui uma resolução diferente das expostas?



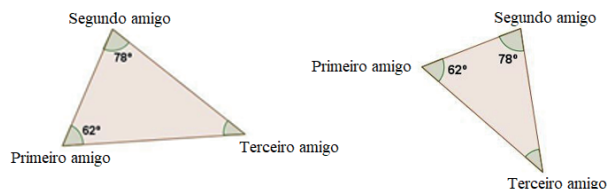
04

04

Três amigos encontram-se em pontos diferentes, não alinhados, de uma praça. O primeiro avista os outros dois sob um ângulo de 62° . O segundo avista os outros dois sob um ângulo de 78° .

- Faça um esquema para representar tal situação.
- Sob qual ângulo o terceiro amigo irá avistar os outros dois? Registre os procedimentos utilizados.

Resolução:



I) Existem diversas maneiras de se fazer um esquema para esta situação. Dois possíveis esquemas estão representados abaixo.

II) Sabemos que a soma dos três ângulos internos de um triângulo é sempre 180° . Portanto, para descobrir a medida do ângulo que o terceiro amigo avista os outros dois, basta somar as medidas dos dois ângulos dados e subtrair esta soma de 180° .

$$62^\circ + 78^\circ = 140^\circ$$

$$180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

Logo, o valor da medida procurada é 40° .

Ou, utilizando uma única expressão:

$$\text{Sendo } x \text{ a medida do ângulo procurado, } x = 180^\circ - (62^\circ + 78^\circ). x = 180^\circ - 140^\circ x = 40^\circ$$

Se os alunos já aprenderam a resolver equações simples do primeiro grau, você poderá optar pela resolução algébrica:

$$\text{Chamando a medida do ângulo procurado de } x, \text{ temos: } 55^\circ + 30^\circ + x = 180^\circ$$

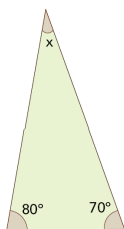
$$85^\circ + x = 180^\circ$$

$$85^\circ + x - 85^\circ = 180^\circ - 85^\circ$$

$$x = 95^\circ$$

05 Observe o triângulo a seguir:

- Observe o triângulo a seguir:



Qual é a medida do ângulo x desse triângulo?

- 120°
- 90°
- 60°
- 30°

estão desenvolvendo o que foi proposto. Esse é um momento para você avaliar se todos os estudantes conseguiram avançar no conteúdo proposto. Ao final, reserve um tempo para o registro das soluções na lousa. O objetivo desta atividade é verificar se o estudante consegue aplicar o conhecimento do Teorema da soma dos ângulos dos internos de um triângulo qualquer na resolução de um problema.

- Existem outras maneiras de resolver?
- Quais são as diferenças entre as estratégias apresentadas e a que vocês fizeram?
- Vocês concordam com as resoluções apresentadas?

04

Resgate as principais ideias abordadas na atividade anterior, buscando fazer um breve resumo sobre o que foi estudado, levantando perguntas sobre o que os estudantes compreenderam e se ainda há dúvidas a respeito.

Distribua a folha de Atividade 4 para cada dupla de estudantes, solicitando que leiam e tentem resolver usando suas próprias ideias. Circule para verificar como os estudantes



FINALIZANDO

Professor, para complementar a sistematização deste bloco de aulas, apresente uma síntese das ideias centrais, tais como os conceitos matemáticos, os procedimentos aplicados, as propriedades matemáticas descobertas que foram discutidas ao longo do desenvolvimento das atividades, aproveitando e valorizando as respostas, comentários e estratégias empregados pelos estudantes na resolução das questões e problemas propostos. Essas ideias servirão de alicerce para a compreensão, construção e consolidação de novos conhecimentos que serão abordados na próxima aula.

Resolução: alternativa D.

Para resolver essa questão, basta usar a soma dos ângulos internos de um triângulo.

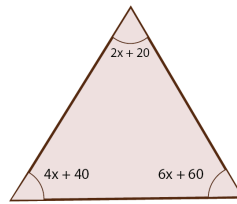
$$80 + 70 + x = 180$$

$$150 + x = 180$$

$$x = 180 - 150$$

$$x = 30^\circ$$

2. Observe o triângulo a seguir;



Qual é o valor de x neste triângulo?

a. 3

b. 5

c. 7

d. 9

Resolução: alternativa B.

Para encontrar o valor de x , utilize a soma dos ângulos internos de um triângulo:

$$2x + 20 + 4x + 40 + 6x + 60 = 180$$

$$12x = 180 - 120$$

$$12x = 60$$

$$x = 60$$

$$12$$

$$x = 5$$

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

This image shows a single page of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, typical of notebook or legal pad paper. There are no margins, text, or other markings on the page.

[illegible]

This image shows a full page of white paper with evenly spaced horizontal grey lines, typical of notebook or legal stationery. The lines run across the entire width of the page from top to bottom. There are no margins, text, or other markings present.

[illegible]

MATEMÁTICA
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

OLÁ, PROFESSOR! OLÁ, PROFESSORA!

Olá, Professor! Nesta Sequência de Atividades, falamos diretamente com você, que está aí, na sala de aula, no convívio direto com os estudantes, os quais terão oportunidade, nesse momento, de se envolver com atividades que possibilitam a retomada de conceitos, propriedades e procedimentos essenciais para o desenvolvimento de seus conhecimentos e capacidades em matemática.

A Sequência de Atividades deve ser desenvolvida considerando os protocolos de higiene e distanciamento social, favorecendo a interação, o compartilhamento de conhecimentos e a colaboração. Além disso, as socializações das atividades, por parte dos estudantes, são percebidas aqui como oportunidades de serem desenvolvidas habilidades e competências que dizem respeito à cooperação, à empatia, à argumentação e à comunicação, entre outras.

Vale ressaltar que os estudantes devem chegar ao final da Sequência de Atividades sendo capazes de reconhecer e aplicar conceitos, propriedades e procedimentos em contextos que envolvam área de figuras planas (polígonos e círculo) e cálculo de volume de blocos retangulares, utilizando unidades de medida convencionais mais usuais.

As escolhas das habilidades foram feitas por meio das análises realizadas dos resultados de avaliações internas e externas (diagnóstico de entrada e SARESP), que revelaram fragilidades dos estudantes, com relação às habilidades: (EF08MA19) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos; (EF07MA30) Resolver e elaborar situações-problemas de cálculo de medida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico).

PLANEJAMENTO PARA DESENVOLVER A S.A.	
AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1 / 45 min	Área de quadriláteros
2 / 45 min	Área de triângulos
3 / 45 min	Círculo e circunferência
4 / 45 min	Área do círculo
5 / 45 min	Relação entre unidades de medida espaciais
6 e 7 / 90 min	Cálculo de volume
8 / 45 min	Aplicação das medidas de volume

Sabemos que as atividades por si só não ensinam. Por isso, Professor(a), a sua atuação é tão importante em cada uma das situações propostas aqui, cujo objetivo é recuperar as aprendizagens e desenvolver as habilidades esperadas para o 8º ano do Ensino Fundamental. Para isso, este caderno deverá servir como mais uma ferramenta que o auxiliará no processo de ensino, sendo necessário, portanto, que você considere, em seu replanejamento, outras possibilidades de discussão e recursos, para além daqueles sugeridos nesta Sequência de Atividades. Para ajudá-lo nessa ação, a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo fornecerá, por meio do Centro de Mídias, formação continuada quinzenal acerca das Sequências de Atividades, nos momentos das Aulas de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPCs). Desejamos a você e a nossos estudantes um ótimo trabalho!

Nome da Escola: _____

Nome do Estudante: _____

Data: ____/____/2020 Ano/Turma: _____



AULA 1

ÁREA DE QUADRILÁTEROS

OBJETIVO DA AULA

- Resolver problemas que envolvam o cálculo da medida de área de figuras planas: quadriláteros.

ATIVIDADE



01

Explorando relações entre áreas de quadriláteros.

- a. Os Quadriláteros são figuras que possuem 4 lados. Alguns quadriláteros recebem o nome de paralelogramo, retângulo, quadrado e trapézio. Tais figuras possuem características que as tornam únicas, relacionadas a medida do ângulo e a medida dos lados. Assim, preencha a tabela abaixo ressaltando as diferenças entre cada um dos dados solicitados:

Figura	Nome	Características dos ângulos	Características dos lados
	Paralelogramo	Ângulos agudos e obtusos.	Lados paralelos com a mesma medida.
	Retângulo	Ângulos retos.	Lados paralelos com a mesma medida.
	Quadrado	Ângulos retos.	Quatro lados com a mesma medida.

SEQUENCIA DE ATIVIDADES 2 - 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

AULA 1 : ÁREA DE QUADRILÁTEROS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Devido aos protocolos de higiene e distanciamento social, as quantidades de estudantes frequentes diariamente poderão ser reduzidas. Nesse sentido, é importante estabelecer e incentivar o trabalho colaborativo, além do diálogo entre pares, respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso perceba que não será possível o trabalho em duplas, instigue a sala a participar, de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.

MATERIAL NECESSÁRIO

- Caderno de atividades do estudante.

INICIANDO

Inicie a proposta lendo com os estudantes a introdução da atividade. Comente com os estudantes as principais características de um quadrilátero (possuir quatro lados). Retome conceitos discutidos na Sequência Didática anterior, tais como ângulos agudos, obtusos e retos, por exemplo, bem como paralelismo.

DESENVOLVENDO

Na etapa inicial desta atividade, os estudantes precisam preencher uma tabela, ressaltando as principais características dos quadriláteros em relação aos ângulos, às medidas dos lados e ao paralelismo entre eles. Nesse sentido, é importante que, enquanto os estudantes trabalham na tabela, você faça comentários e perguntas como: "Qual a relação entre os ângulos das figuras?"; "Observe o paralelismo das retas juntos aos ângulos"; "Vocês estão percebendo as principais semelhanças entre as figuras?"; "E as principais diferenças; vocês também conseguem perceber?". É importante que esses comentários não sejam feitos todos ao mesmo momento, mas que você, conforme considerar adequado, os faça com intencionalidade de direcionar a atenção dos estudantes para a tabela como um todo e

para as relações entre as características de cada elemento. Assim, durante o preenchimento da tabela, é necessário que você oriente os estudantes sobre alguns aspectos referentes aos resultados obtidos e as relações multiplicativas existentes entre eles.

Aspecto 1: “As características da figura alteram seu formato”

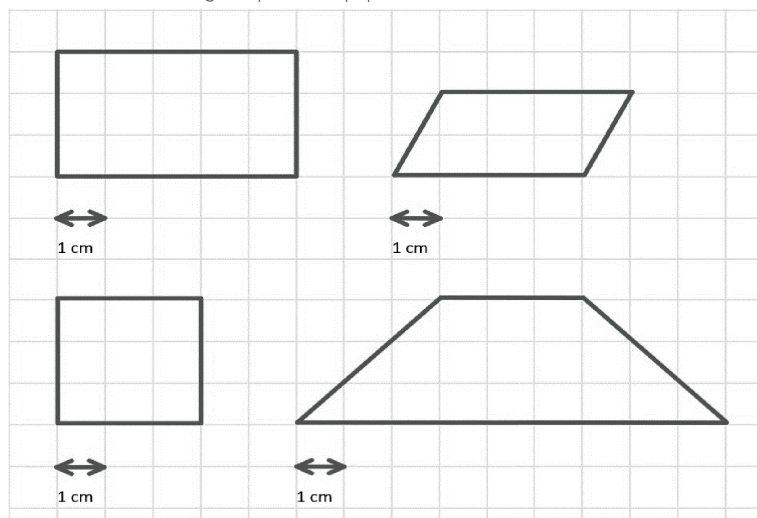
Auxilie os estudantes no processo de preenchimento da tabela, enfatizando que este procedimento se dá a partir da percepção dos ângulos (agudos, retos e obtusos) trabalhados na Sequência de atividades 1. Ressalte a situação de paralelismo entre os lados que se alteram a depender da medida do lado e da medida do ângulo da figura.

Aspecto 2: Cálculo da área de quadrilátero

Agora, apresente aos seus estudantes que o conceito de área é a medida da superfície de uma figura geométrica. A partir de tal conceito, mostre como é feito a medição da área de um quadrado unitário e peça que a turma explique como calculariam a área de cada figura apresentada. Ao longo da participação, é importante fazer perguntas do tipo: “Como podemos calcular a área desta parte inclinada?”; “Será que este lado da figura se encaixa perfeitamente no outro?”; “Qual a medida da área deste pequeno quadrado partido ao meio?” a fim de direcionar a atenção dos estudantes para a técnica do

	Trapézio (isósceles)	Ângulos agudos e obtusos.	- Dois lados paralelos; - Bases com medidas diferentes.
	Trapézio (reto)	Possui dois ângulos retos.	- Dois lados paralelos; - Bases com medidas diferentes.

b. Observe as figuras planas no papel milimetrado abaixo:



i) Cada pequeno quadrado possui 1 cm de lado. Descreva qual técnica você pode utilizar para calcular a área de cada figura:

Resposta pessoal. Professor(a), aborde o conceito de área (medida de uma superfície) e, de forma simples, aponte o fato de cada pequeno quadradinho medir 1 cm^2 de área; que o total pode ser obtido a partir de pequenas somas, e que no paralelogramo/trapézio, é possível fazer um recorte das laterais para obter um retângulo ou associar cada pequeno quadrado partido ao meio como a metade de uma área unitária.

cálculo de área. É importante que tais observações sejam feitas, quando julgar necessário, evitando colocá-las todas ao mesmo tempo



CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 1 - LETRA A

Professor(a), esta primeira parte visa salientar a diferença entre os quadriláteros. Utilize o tema abordado na Sequência de atividades 1 para trabalhar as características dos ângulos e dos lados.



ii) Baseado na técnica descrita por você na letra "a", qual é a área do:

retângulo:

15 cm²

paralelogramo:

8 cm²

quadrado:

9 cm²

trapézio:

18 cm²

FINALIZANDO:

Para finalizar, dedique um tempo da sua aula para a socialização dos estudantes quanto ao que aprenderam com a atividade, sobre as relações matemáticas presentes na tabela e sobre as diferentes formas de se calcular a área de quadriláteros. Destaque a importância de se analisar as características matemáticas da figura, oriundas de sua forma, e não apenas a figura em si, e enfatize que o cálculo da área de figuras, em geral, é uma habilidade que deve ser desenvolvida por todos, fundamentalmente nos contextos que envolvem a matemática. Peça que os estudantes compartilhem as dificuldades que tiveram durante a execução da atividade.



CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 1 - LETRA B

Professor(a), neste tópico, o estudante pode chegar ao resultado baseado nas estratégias traçadas no início do exercício.

AULA 2 - ÁREA DE TRIÂNGULOS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Devido aos protocolos de higiene e distanciamento social, as quantidades de estudantes frequentes diariamente poderão ser reduzidas. Nesse sentido, é importante estabelecer e incentivar o trabalho colaborativo, além do diálogo entre pares, respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso perceba que não será possível o trabalho em duplas, instigue a sala a participar, de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno de atividades do estudante.

INICIANDO

Inicie uma conversa com os estudantes dizendo que realizarão atividades que envolvem conceitos da divisão de figuras planas. Questione os estudantes a respeito do que eles compreendem por todo e parte. É esperado que eles respondam que o termo "todo" se refere a uma figura geométrica inteira e o termo "parte", a um pedaço da figura geométrica observada. Registre as respostas dos estudantes na lousa. Explane que, a partir das atividades a serem realizadas, desenvolverão o conhecimento de cálculo da área do triângulo. Busque sempre anotar respostas relevantes e corrigir informações expressadas

incorretamente.

DESENVOLVENDO

ATIVIDADE 1 – Relação entre a área de quadriláteros e triângulos

Peça que, coletivamente, resolvam o item "i" da letra "a". Aproveite esse momento para conceituar as características do quadrado e do triângulo no quadro, sempre corrigindo a turma quando uma característica levantada for incorreta. Busque explicar ao estudante por que tal característica não pode ser usada para a figura analisada. No item "ii", retome o cálculo da área de forma semelhante ao trabalhado na Aula 1, item "b – ii", observando

AULA 2

ÁREA DE TRIÂNGULOS

OBJETIVO DA AULA

- Resolver problemas que envolvam o cálculo da medida de área de figuras planas: triângulos.

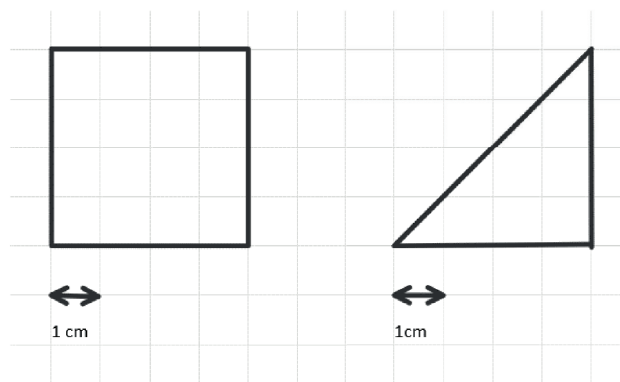
ATIVIDADE



01

Relação entre área de quadriláteros e triângulos.

- a. Observe as figuras planas no papel milimetrado abaixo:



- i) Preencha o quadro abaixo com as características do quadrado e do triângulo:

QUADRADO	TRIÂNGULO
- Quatro lados; - Lados com medidas iguais; - Ângulos retos (90°); - Quadrilátero.	- Três lados; - Dois lados com mesma medida e um lado com medida diferente dos outros dois; - 1 ângulo reto e 2 agudos; - Trilátero.



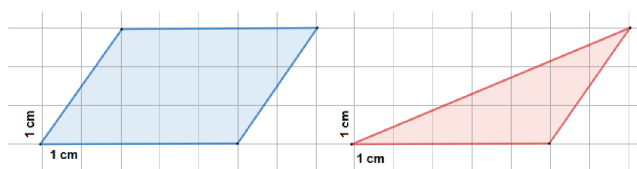
- ii) Qual a medida da área de cada figura?

QUADRADO	TRIÂNGULO
$A = 16 \text{ cm}^2$	$A = 8 \text{ cm}^2$

- iii) Qual relação você consegue estabelecer entre a área do quadrado e a área do triângulo? Justifique.

Resposta Pessoal. Professor(a), durante a discussão, os estudantes precisam perceber que a relação entre as áreas é de que "o triângulo tem a metade da área do quadrado" porque a figura tem a metade do espaço ocupado.

- b. Observe as figuras planas no papel milimetrado abaixo:



como a turma constrói o método para o cálculo da área da figura. No item "iii", discuta com os estudantes o motivo pelo qual a área do triângulo é a metade da área do quadrado; anote tais justificativas no quadro sempre observando e corrigindo aquelas expressadas de maneira errada. A letra "b" segue o mesmo princípio do exercício anterior. Prossiga com as sugestões dadas acima, corrigindo qualquer afirmação incorreta feita pela turma.

Na letra "c", peça aos estudantes que evidenciem as semelhanças entre as situações observadas nas letras "a" e "b". Conduza a turma anotando as justificativas relevantes no quadro acerca da relação entre as áreas do quadrado e do paralelogramo com o triângulo. Por fim, a partir de um retângulo qualquer, discuta com a turma se as propriedades

anteriormente debatidas também têm validade.



CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 1 -

LETRA A - ITEM I

Professor(a), nesta atividade o estudante pode sugerir outras características das figuras planas mencionadas. Sobre aquelas que não forem apontadas corretamente, há uma oportunidade para discutir com a turma o porquê de serem incorretas, para que eles possam se expressar corretamente nos próximos passos.

ITEM II

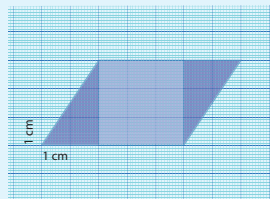
Professor(a), como foi sugerido no exercício "b", da Atividade 1 da Aula 1, estimule os alunos a buscarem pela solução deste problema a partir da malha quadriculada apresentada na atividade. A área relativa à cada um dos polígonos corresponde à quantidade de quadrados de 1 cm^2 de área contabilizada no interior dos polígonos.



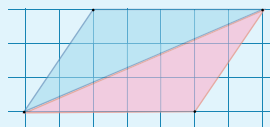
CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 1 -

LETRA B

Professor(a), como foi sugerido exercício "b", da Atividade 1 da Aula 1, estimule os alunos a buscarem pela solução deste problema a partir da malha quadriculada apresentada na atividade. A área relativa à cada um dos polígonos corresponde à quantidade de quadrados de 1 cm^2 de área contabilizada no interior dos polígonos. Assim, para determinar a área do paralelogramo, estimule os estudantes a perceberem que a figura pode ser decomposta em um retângulo (que é, particularmente, um quadrado) e dois triângulos retângulos, conforme a figura a seguir:



Discuta com os estudantes que os dois triângulos retângulos são congruentes e que se trasladarmos um deles, posicionando-o de modo que os maiores lados de ambos sejam coincidentes, veremos que formamos um outro retângulo. Assim, a área do paralelogramo poderá ser determinada pela soma das áreas do quadrado (9 cm^2) e do retângulo (6 cm^2), totalizando, portanto, 15 cm^2 . No caso da área do triângulo, estimule os alunos a perceberem que, se traçarmos a diagonal do paralelogramo, encontraremos um triângulo congruente ao da figura dada na atividade. Assim, a área do triângulo corresponde à metade da área do paralelogramo, $7,5 \text{ cm}^2$.



- i) Preencha o quadro abaixo com as características do quadrilátero e do triângulo:

Paralelogramo	Triângulo
- Dois pares de lados opostos paralelos e congruentes. - ngulos opostos são congruentes; - Dois ângulos agudos e dois obtusos; - Quadrilátero.	- Três lados com medidas diferentes; - 2 ângulos agudos e 1 obtuso; - Trilátero.

- ii) Qual a medida da área de cada figura?

Paralelogramo	Triângulo
$A = 15 \text{ cm}^2$.	$A = 7,5 \text{ cm}^2$.

- iii) Qual relação você consegue estabelecer entre a área do paralelogramo e a área do triângulo? Justifique.

Resposta Pessoal. Professor(a), estimule os alunos a registrarem com as próprias palavras as conclusões a que chegaram ao discutir o item anterior, ou seja, que a área do paralelogramo equivale ao dobro da área do triângulo ou, de outro modo, que a área do triângulo equivale à metade da área do paralelogramo.

- c. A partir da letra "a" e "b", qual relação podemos estabelecer entre a área do triângulo e a área do paralelogramo e do quadrado? Essa relação pode ser estabelecida com o retângulo?

Resposta Pessoal. Professor(a), como sugestão, você pode mostrar as relações e semelhanças entre quadrados, retângulos e paralelogramos retratadas na Aula 1, retomando as características na tabela da Atividade 1 da Aula 1.

FINALIZANDO

Ao fim da aula, retome os conceitos discutidos: área de quadrado/paralelogramo/retângulo e área de triângulos; relação de proporcionalidade entre a área do triângulo e os quadriláteros abordados no decorrer da aula. Leve-os a refletir sobre a observação feita durante a aula ser válida para qualquer situação que envolva tais figuras de forma genérica.



AULAS 3

CÍRCULO E CIRCUNFERÊNCIA

OBJETIVOS DA AULA

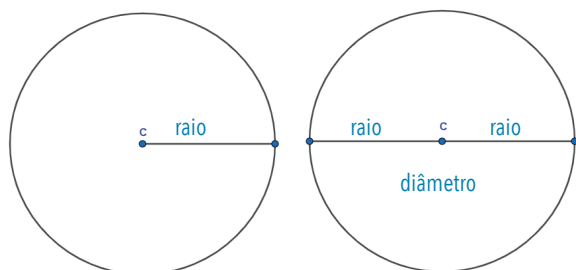
- Resolver problemas que envolvam o cálculo do comprimento de uma circunferência.

ATIVIDADE



Círculo, circunferência e seu comprimento

01 Observe as imagens da figura abaixo:

CONVERSANDO
COM O PROFESSOR
ATIVIDADE 1

Professor(a), aproveite as diferenças elencadas no início da aula para a sequência, com a resolução da questão 1-a e 1-b.

- a. **Raio** é a distância do centro do círculo/circunferência até a sua extremidade. Indique um raio na figura acima.
Diâmetro é a distância de uma extremidade a outra do círculo/circunferência, passando pelo centro. Indique um diâmetro na figura acima

AULA 3 - CÍRCULO E CIRCUNFERÊNCIA

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Devido aos protocolos de higiene e distanciamento social, as quantidades de estudantes frequentes diariamente poderão ser reduzidas. Nesse sentido, é importante estabelecer e incentivar o trabalho colaborativo, além do diálogo entre pares, respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso perceba que não será possível o trabalho em duplas, instigue a sala a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno de atividades do estudante.

INICIANDO

É sugerido que as atividades desta aula sejam realizadas coletivamente com os estudantes. Inicie a aula perguntando à turma o que é um círculo. Tome nota no quadro das respostas fornecidas. Em seguida, pergunte à turma o que é uma circunferência. A provável resposta será algo como: "É a mesma coisa que um círculo!". Tome nota das respostas na parte destinada à circunferência, mesmo que sejam as mesmas. Este ato norteará o desenvolvimento da aula para exaltar a diferença entre círculo e circunferência no decorrer da aula.

DESENVOLVENDO

Solicite à turma que inicie a Atividade 1 primeiro, resolvendo os itens "1-a" e "1-b". Nestes itens, são abordados conceitos de "raio" e "diâmetro" no círculo. Utilize este momento para retomar o conceito de dobro e metade que vinculam tais medidas. Aproveite o tópico "INICIANDO" para estabelecer tais relações.

Em "2", sintetize tudo o que foi discutido no tópico "INICIANDO" e em "1", para construir junto aos estudantes essas diferenças. De forma simples e acessível, o conceito de circunferência é a "borda" do círculo; enquanto o círculo é todo o espaço limitado pela circunferência.



Para lhe auxiliar nesta dedução, temos como sugestão de exemplo para a circunferência o aro do pneu de uma bicicleta, a extremidade da grade de um ventilador de parede, o volante de um carro; enquanto para círculo, temos uma pizza, um disco de vinil ou um CD. Busque exemplos visuais comuns à sua região.

Em "3", trabalhe de forma teórica o comprimento da circunferência ($C = 2\pi r$ ou $C = d\pi$), apresentando a equação algébrica que fornece a medida do comprimento da circunferência em função de seu raio. É importante destacar que, nesta atividade, os elementos envolvidos na fórmula deverão ser adequadamente nomeados e identificados.

FINALIZANDO

Para sistematizar as aprendizagens desta aula, peça aos estudantes que emitam suas principais dificuldades ao final da aula, para que as possíveis dúvidas possam ser sanadas. Reforce com a turma a diferença entre círculo e circunferência e trabalhe o cálculo do comprimento de tais figuras.

- b. Qual relação podemos estabelecer entre raio e diâmetro, sabendo que ambos possuem o centro como uma referência?

Resposta pessoal. Aqui, oriente os estudantes para que percebam a relação matemática entre raio e diâmetro, em que o primeiro corresponde à metade do segundo (ou vice-versa).

- 02 Qual a diferença entre círculo e circunferência? Dê dois exemplos de cada um.

Resposta pessoal. Professor(a), aqui é importante apresentar a definição de círculo como sendo a região contida no interior de uma circunferência, e a definição da circunferência, matematicamente falando, correspondendo ao lugar geométrico de todos os pontos equidistantes de um ponto denominado como centro. Esta definição mais formal poderá ser mais complexa para o entendimento dos estudantes e, neste caso, você poderá usar termos como "borda do círculo" para ajudá-los a construir a noção de circunferência.

03

A praça da República, localizada na cidade de São Paulo, possui pequenos jardins circulares. A prefeitura de São Paulo abriu um edital para a reforma de quatro canteiros para que sejam padronizados com 10 metros de diâmetro cada. Eles serão cercados com pequenos tijolos cerâmicos. Quantos metros de tijolos cerâmicos a construtora vencedora precisará adquirir para esta obra? Adote $\pi = 3,14$.

$d = 10 \text{ m}$
 $C = D\pi$
 $C = 10 \cdot 3,14$
 $C = 31,4 \text{ m}$

Como temos quatro jardins circulares:

$31,4 \times 4 = 125,6 \text{ m}$.

Serão necessários 125,6 metros de pequenos tijolos cerâmicos.

AULAS 4

ÁREA DO CÍRCULO

OBJETIVOS DA AULA

- Resolver problemas que envolvam o cálculo da área de um círculo.

AULAS 4 - ÁREA DO CÍRCULO

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Devido aos protocolos de higiene e distanciamento social, as quantidades de estudantes frequentes diariamente poderão ser reduzidas. Nesse sentido, é importante estabelecer e incentivar o trabalho colaborativo, além do diálogo entre pares, respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso perceba que não será possível o trabalho em duplas, instigue a sala a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.



ATIVIDADE



Áreas das figuras planas

- 01 Uma loja de pneus precisa destinar uma área para armazenar pneus de caminhão empilhados. Segundo as especificações técnicas da fábrica, um pneu possui 4,572 metros de diâmetro. Qual área mínima deve ser destinada a este armazenamento? Adote $\pi = 3,14$.

$$d = 4,572 \text{ m} \rightarrow r = 2,286 \text{ m}$$

$$A = \pi r^2$$

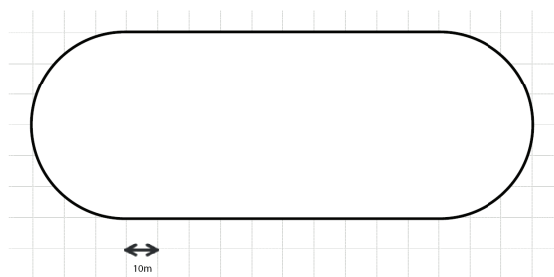
$$A = 3,14 \cdot 2,286^2$$

$$A = 3,14 \cdot 5,225796$$

$$A = 16,40899944$$

$$A \approx 16,41 \text{ m}^2$$

- 02 A prefeitura de Ribeirão Preto pretende construir uma pista de atletismo. O projeto inicial estabelecido em edital determina que a pista precisa ter o seguinte formato:



Qual deve ser a área a ser destinada pela prefeitura de Ribeirão Preto para a execução do projeto? Adote $\pi = 3$.

Área círculo:

$$r = 30 \text{ m}$$

$$A = \pi r^2$$

$$A = 3 \cdot 30^2$$

$$A = 2700 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{total}} = 2700 + 6000$$

$$A_{\text{total}} = 8700 \text{ m}^2$$

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno de atividades do estudante.

Calculadora.

INICIANDO

Informe aos estudantes que as atividades desenvolvidas ao longo das aulas serão necessárias. Procure trabalhar esta aula em coletivo com eles. Inicie abordando, com os estudantes, como é feito o cálculo da área de um círculo ($A = \pi r^2$). Você pode, se preferir, utilizar o livro adotado pela escola como material de apoio, buscando exemplos para

fortalecer o conhecimento prévio do estudante. Informe a eles que esta aula fará uso da calculadora como ferramenta tecnológica para auxiliar na solução de cálculos matemáticos.

DESENVOLVENDO

Na atividade 1, trabalhe a fórmula apresentada em "INICIANDO". Oriente os estudantes sobre o uso da calculadora: na resposta é necessário anotar os resultados de cada passo dado na calculadora e que se não anotar todos os valores decimais, poderão ocorrer diferenças significativas no resultado. Ao término da questão, discuta com os estudantes sobre a aproximação do valor numérico, segundo uma regra de aproximação de números decimais habitualmente empregada: se o algarismo anterior ao da "casa" decimal que se deseja arredondar for maior ou igual a 5, então ao algarismo da casa decimal em que se deseja efetuar o arredondamento deverá ser adicionada uma unidade; se o algarismo da casa decimal que se deseja efetuar o arredondamento for menor ou igual a 4, então o algarismo da casa decimal em que se deseja arredondar permanece o mesmo. A atividade 2 possui uma figura composta. Aborde junto a turma a divisão da figura de forma semelhante à abordada na Aula 2, quando discutido a área de triângulo. Faça perguntas como "Quais

figuras geométricas planas consigo observar neste desenho?" e discuta com a turma o formato dos extremos da pista com questionamentos como "Quando unificadas, qual é a figura formada a partir da união deles?" (círculo de raio 300m). Não se esqueça de discutir sobre o centro da figura. Questione "E a parte destacada ao centro forma que figura?"; "Quem é ela?"; "Como posso calcular a área dessa figura geométrica plana?" (retângulo). Relembre/revise como é calculada a área deste quadrilátero. Por fim, após calcular as áreas individualmente, com o auxílio da calculadora, faça perguntas do tipo "Como posso obter a área necessária para a pista de corrida se eu tenho apenas a área das partes dela?", buscando orientá-los a somar os dois resultados.

FINALIZANDO

Para finalizar a atividade, faça um levantamento junto a turma sobre as dificuldades no uso da calculadora; qual a percepção deles sobre utilizar ou não todos os números do display? E, se julgar necessário, como simplificar a escrita do resultado obtido no caderno, sem perder todo o resultado bruto na calculadora?

AULA 5

RELAÇÃO ENTRE UNIDADES DE MEDIDA ESPACIAIS

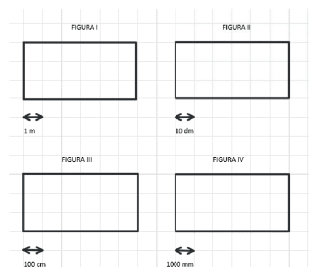
OBJETIVO DA AULA

- Identificar conversões de unidades de medida. Resolver problemas envolvendo relações entre diferentes unidades de medida



Explorando as relações do sistema métrico de volume

Observe a imagem abaixo:



01 As figuras I, II, III e IV são de tamanhos diferentes? Justifique sua resposta.

Resposta Pessoal. Professor, leia as sugestões de orientação em em "DESENVOLVENDO".

AULAS 5 - RELAÇÃO ENTRE UNIDADES DE MEDIDA ESPACIAIS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Devido aos protocolos de higiene e distanciamento social, as quantidades de estudantes frequentes diariamente poderão ser reduzidas. Nesse sentido, é importante estabelecer e incentivar o trabalho colaborativo, além do diálogo entre pares, respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso perceba que não será possível o trabalho em duplas, instigue a sala a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.



02 Determine a área da:

a. Figura I

18 m²

b. Figura II

1 800 dm²

c. Figura III

180 000 cm²

d. Figura IV

18 000 000 mm².

03 As áreas das figuras I, II, III e IV são diferentes? Justifique sua resposta.

Resposta Pessoal.



CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 2

Utilize da mesma técnica de cálculo para chegar aos resultados corretos. A depender do desenvolvimento da turma, se ela sugerir que a área é dada pelo produto entre o comprimento e a altura do retângulo, utilize esta técnica de cálculo de área proposto pela turma.



CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 3

Faça os mesmos questionamentos destes tópicos passados, não se esquecendo de discutir, em especial, o questionamento "Por que temos medidas de área diferentes para um retângulo representado na mesma malha quadriculada?". Para essa pergunta, em momento oportuno, discuta a relação das dimensões do objeto de estudo: um campo de futebol; uma mesa; uma sala de aula; um celular etc. para que eles possam compreender a necessidades dos submúltiplos das unidades de medida..

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno de atividades do estudante.

INICIANDO

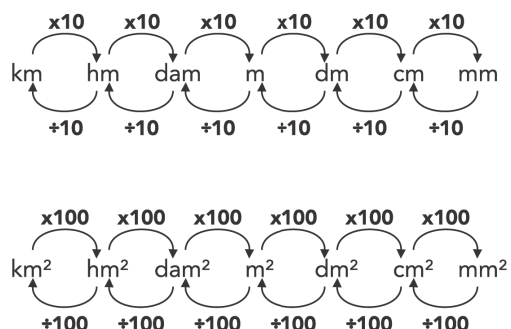
Inicie a aula utilizando uma régua. Nela, peça aos estudantes para traçarem em seu caderno uma medida de 5 centímetros. Utilize uma régua de quadro e faça uma marca em escala para que os estudantes possam acompanhá-lo. Discuta com os estudantes o que são as pequenas marcas entre cada centímetro na régua. Faça perguntas como "Qual o nome dessas pequenas marcas?"; "Quantas marcas pequenas temos entre cada centímetro?";

"Quantos milímetros há em 5 centímetros?"; "Por que temos unidades de medidas diferentes para um mesmo tamanho?". Tais perguntas devem ser feitas de acordo com o desenvolvimento do pensamento da turma. A partir deste ponto, trabalhe todas as atividades propostas junto com a turma, sempre corrigindo conceitos ou exaltando percepções corretas feitas pelos estudantes.

DESENVOLVENDO

A etapa inicial desta atividade consiste em que os estudantes observem as medidas das imagens dadas. A partir da introdução feita em "INICIANDO", faça os mesmos questionamentos para que os estudantes busquem a relação em que não importa a (aparente) diferença dos números (6, 60, 600, 6000), por serem de unidades de medidas diferentes, pois essas figuras possuem o mesmo tamanho. A atividade 1 revisa o conteúdo abordado na Aula 1 e Aula 2 (relação entre área de triângulos e quadriláteros), retoma os conceitos abordados em "INICIANDO", aplicando tais relações à área. Além disso, nesta atividade são desenvolvidos conceitos de unidade de medida linear, de área, e seus submúltiplos. Permita que a turma se expresse sobre quais valores devem ser colocados para a conversão de metro em seus submúltiplos.

04 Após realizar os exercícios 1, 2 e 3 da Atividade 1, o estudante Flávio percebeu um padrão e fez a seguinte anotação em



Podemos afirmar que esta relação está correta? Baseado no exercício 2, as transformações de unidades de medida de área são válidas? Justifique sua resposta:

Resposta pessoal.

Seguindo a linha de pensamento desenvolvida nas questões anteriores, os estudantes devem estabelecer as relações e diferenças entre medidas lineares e de área. Como sugestão, divida o quadro ao meio, estabelecendo uma parte para SEMELHANÇAS e outra para DIFERENÇAS. Anote as respostas dadas pelos estudantes, aproveitando a oportunidade para corrigir conceitos e percepções erradas que eles ainda tiverem, bem como as dúvidas por eles perguntadas. É possível, nesta etapa, fazer perguntas semelhantes às sugeridas em "INICIANDO" sempre que julgar necessário direcionar a turma. Após tal levantamento, peça que eles expressem suas respostas individuais na atividade.



CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 5

DECOMPOSIÇÃO DE NÚMEROS NATURAIS

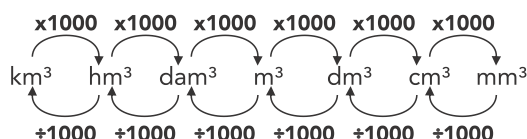
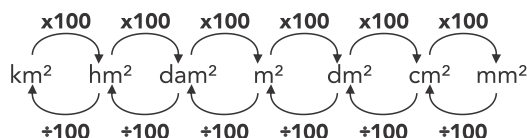
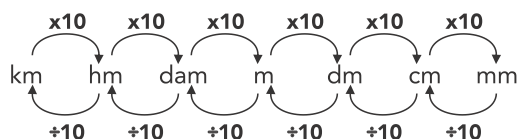
Solução:

Professor(a), procure fazer a relação entre medidas unitárias de área e de volume, a partir das imagens e cálculos de área desta atividade para que eles consigam chegar à conclusão das transformações.



05

Ao concluir tal raciocínio, Flávio decidiu construir a mesma relação para medidas cúbicas (km^3 , hm^3 , dam^3 , m^3 , dm^3 , cm^3 e mm^3). Qual informação Flávio deve colocar na imagem abaixo para obter um material de estudo correto? Responda na imagem.



AULA 6 E 7

CÁLCULO DE VOLUME

OBJETIVO DA AULA

- Associar o produto das três dimensões de um bloco retangular; Resolver problemas que envolvam o cálculo do volume de um bloco retangular.

ATIVIDADE



FINALIZANDO:

Para finalizar, dedique tempo da aula para a socialização dos estudantes quanto ao que aprenderam com a atividade, sobre as relações matemáticas presentes na relação do metro e seus submúltiplos em medidas lineares, de área e de volume. Destaque que, por diversas vezes, apesar de possuírem unidades de medidas diferentes, as dimensões são iguais por possuírem uma relação de submúltiplos.

AULA 6 E 7 -
CÁLCULO DE
VOLUME

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Devido aos protocolos de higiene e distanciamento social, as quantidades de estudantes frequentes diariamente poderão ser reduzidas. Nesse sentido, é importante estabelecer e incentivar o trabalho colaborativo, além do diálogo entre pares, respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso perceba que não será possível o trabalho em duplas, instigue a sala a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.

MATERIAL NECESSÁRIO

- Caderno do estudante.
- Trena.
- Calculadora (se considerar possível, pode ser a do celular).

INICIANDO

Atividade 1:

Esta atividade pode ser desenvolvida com o apoio do professor da disciplina de Português. Organize a turma previamente em grupos (sugere-se: 5 a 6 estudantes; eleger um líder, 2 a 3 pessoas para mensurar e 1 a 2 pessoas para tomar nota) e solicite o material necessário para esta aula. Durante o planejamento, verifique salas vazias em que os grupos possam tirar as medidas do comprimento e da largura da sala. Oriente a turma, em coletivo, sobre o uso da trena. Peça para

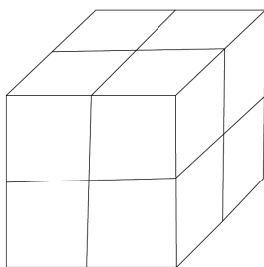
deve calcular a área da sala por eles mensurada. A partir da área, o grupo deve calcular o volume da sala tendo como altura padrão 3 metros. Após os cálculos, a turma deve fazer um relatório escrito sobre a atividade. No relatório a ser realizado, todas as experiências do grupo, durante as atividades, devem ser registradas, como as orientações iniciais, o formato da sala e as dificuldades encontradas para medir. Em seguida, o relatório deve discutir, por escrito, os cálculos realizados na “folha de cálculo” e expressar as dificuldades que o grupo encontrou no cálculo de volume. O encerramento do relatório deve ser uma conclusão sobre o resultado obtido respondendo às perguntas “O volume obtido foi próximo ou diferente dos outros grupos?” e “O que levou os resultados a serem tão próximos/diferentes?”.

**02** Cálculo do volume de blocos retangulares.

Definimos como volume o espaço ocupado por um corpo ou a capacidade que ele tem de comportar alguma substância. A sala de aula, medida na Atividade 1, revela a capacidade que ela tem de ocupar alguma substância. Baseado na sua experiência com a Atividade 1, trabalhe os exercícios propostos na Atividade 2.

1 – O Porto de Santos é o maior complexo portuário da América Latina e responde por quase um terço das trocas comerciais brasileiras que geram cerca de 33 mil empregos segundo a administradora do porto. Para dar vazão a produção de um país foram desenvolvidos contêineres: grandes caixas retangulares para transporte de carga por navios.

- a. Uma carga de soja é transportada em caixas empilhadas que formam um fardo para serem inseridas em contêineres no Porto de Santos. As caixas são transportadas em caminhões com capacidade máxima de um engradado cujo formato é semelhante a imagem abaixo:



Quantas caixas um fardo possui?

Solução: 8 caixas. Professor(a), semelhante às primeiras atividades, utilize o princípio da contagem. Você pode seguir algumas sugestões em “DESENVOLVENDO”.

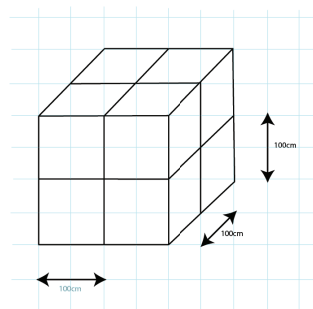
meios de se obter a resposta bem como uma sugestão de se trabalhar a partir da resposta obtida no item “b”. Finalizando, o item “e” discute a capacidade de um sólido ao sugerir que os fardos sejam guardados em contêiner. Mostre que se o volume dos fardos não estivesse em m^3 , como solicitado no item “d”, não seria possível calcular a capacidade do contêiner cujo volume também é dado em m^3 ; seria necessário mudar o submúltiplo de medida de um deles para que as unidades de medida fossem coerentes.

ATIVIDADE 2 – CÁLCULO DE VOLUME DE BLOCOS RETANGULARES

Na Atividade 2, número 1, item “a”, utilize as técnicas e conceitos já abordados nas primeiras aulas com contagem visual. No item “b”, os estudantes podem fazer uso das técnicas aprendidas na atividade anterior como solução algébrica do problema. Se os estudantes optarem por fornecer a solução em outro submúltiplo da unidade de medida, como em m^3 , é permitido, pois, como já foi trabalhado na Aula 5, temos a mesma medida em submúltiplos diferentes. O item “c” solicita que o estudante discorra quais estratégias ele pode utilizar para fazer a conversão de cm^3 para m^3 . Neste item, retome a atividade da Aula 5 como suporte para justificar a escolha. A partir da resposta do item “c”, o item “d” solicita o uso de tal estratégia. Dito isso, na solução do problema há dois



- b. A imagem abaixo fornece as dimensões de uma caixa.



Qual o volume de um fardo?

Solução:

Cada dimensão possui duas caixas com 100 cm cada. Assim, temos um fardo de dimensões 200 cm x 200 cm x 200 cm. Como o volume é o produto das três dimensões:

$$V = 200 \cdot 200 \cdot 200$$

$$V = 8.000.000 \text{ cm}^3.$$

Para transportar o produto dentro de um contêiner, a nota fiscal do produto precisa conter o volume em m^3 por ser o padrão utilizado no Sistema Internacional de Unidades (SI).

- c. Qual a melhor estratégia você sugere para transformar cm^3 em m^3 ?

Resposta Pessoal. Professor(a), utilize as sugestões fornecidas em "DESENVOLVENDO", como auxílio.



- d. Qual é o volume de um fardo de soja transportado pelo caminhão da atividade 1 em m^3 ?

Solução I:
 $V = 8.000.0001.000.000$
 $V = 8 m^3$.

Solução II:
 $100 \text{ cm} = 1 \text{ m}$
Dimensões da caixa:
 $2 \text{ m} \times 2 \text{ m} \times 2 \text{ m}$
 $V = 2 \cdot 2 \cdot 2$
 $V = 8 m^3$.

- e. Um contêiner possui uma capacidade máxima de $32,6 m^3$. Quantos caminhões são necessários para utilizar a capacidade máxima aproximada de um contêiner?

1 caminhão carrega 1 fardo de $8 m^3$.
1 contêiner possui como capacidade máxima $32,6 m^3$.
Quantidade de caminhões = Capacidade máxima Fardo
Quantidade de caminhões = $32,68$
Quantidade de caminhões = $4,075$
Quantidade de caminhões = 4 caminhões.

AULA 8

APLICAÇÃO DAS MEDIDAS DE VOLUMES

OBJETIVO DA AULA

- Resolver problemas que envolvam o cálculo do volume

ATIVIDADE



01 Calculando volumes

Nós calculamos o volume da sala de nossa escola. Talvez, de várias salas de nossa escola. Contudo, os resultados foram dados em m^3 . Como saber quantos litros de água são necessários para encher minha sala? Ou uma caixa d'água? Uma piscina? É fácil, basta multiplicar por 1000. Vamos supor que a sala de aula tenha 6 metros de comprimento, 6 metros de largura e 3 metros de altura. Portanto:

Volume = Comprimento x Largura x Altura.



CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 2 - LETRA E

Professor(a), discuta com a turma a ideia de capacidade. O $0,075$ é um espaço que sobra devido aos objetos reais não serem concebidos para o encaixe perfeito. Discuta que tal espaço serve para movimentar a mercadoria dentro do contêiner.

FINALIZANDO:

Atividade 1: Deixe claro para a turma os critérios de correção que se encontram na folha de atividade. Mostre que tal técnica é utilizada para o cálculo de volume em situações reais

que serão abordadas na Aula 8.

Atividade 2: Ao fim da aula, discuta com a turma a conversão das unidades de medida de volume. Informe a turma que essa conversão se faz útil devido a relação entre medidas de espaço e seus submúltiplos (metro) e medidas de volume e seus submúltiplos, abordados na Aula 8.

AULA 8 - APLICAÇÃO DAS MEDIDAS DE VOLUMES

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Devido aos protocolos de higiene e distanciamento social, as quantidades de estudantes frequentes diariamente poderão ser reduzidas. Nesse sentido, é importante estabelecer e incentivar o trabalho colaborativo, além do diálogo entre pares, respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso perceba que não será possível o trabalho em duplas, instigue a sala a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.

MATERIAL NECESSÁRIO

- Caderno de atividades do estudante.
- Calculadora.

INICIANDO

Leia o texto introdutório da Atividade 1. Aproveite a conversão entre unidades de medidas trabalhadas na Aula 5 como apoio para a Aula 8. Durante a leitura, conceitualize com os estudantes a conversão

apresentada nos exemplos do texto introdutório para conversão entre unidades de superfície e unidades de volume. Trabalhe as atividades em coletivo com a turma.

DESENVOLVENDO:

Após a leitura do texto de introdução, o item 1 da Atividade 1 pede que seja feita uma conversão de litros para m^3 . Este primeiro exercício é para trabalhar o assunto abordado no texto guia. O item 2 dá sequência à abordagem, trabalhando o conteúdo das Aulas 6 e 7 junto à Aula 8. O item 3 busca contextualizar, de forma prática, como é feito o cálculo aproximado do volume de chuva em uma cidade. Inicialmente é apresentado aos estudantes a média histórica de chuva para o mês de julho. Essa média é feita com as medições ao longo de décadas. Também é apresentada a área aproximada atual da cidade de São Paulo. Antes de iniciar a solução da questão, diga que não se pode trabalhar ml com km^2 ; que precisamos colocar todas as unidades de medida em um fator comum (Aula 5). Assim, na letra "a", transforme, com o apoio do texto de suporte, o volume de chuva para cm^3 bem como a área da cidade para cm^2 . Discuta com a turma no item "c" que as unidades ainda não são as mesmas (cm^3 : volume; cm^2 : área). Contudo, na pergunta, ele afirma que para cada cm^2 choveu $48cm^3$ de água. Assim, é permitido

$$\text{Volume} = 6 \cdot 6 \cdot 3$$

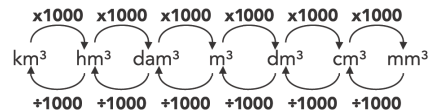
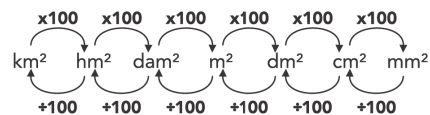
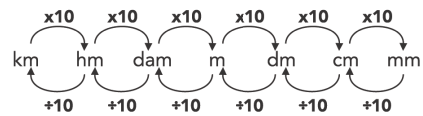
$$\text{Volume} = 108 m^3.$$

Como eu desejo saber este valor em litros, eu apenas multiplico por 1000:

$$\text{Volume} = 108 m^3 \cdot 1000$$

$$\text{Volume} = 108.000 \text{ litros.}$$

Observe agora a relação feita pelo Flávio na atividade 1 da Aula 5:



Perceba que o dm^3 é mil vezes menor que o m^3 , pois $1 m^3$ corresponde a $1000 dm^3$. Assim, podemos concluir que 1 litro é o mesmo que $1 dm^3$! Como 1 litro tem 1000 ml e $1 dm^3$ tem 1000 cm^3 , podemos relacionar também que $1 cm^3$ e 1 ml são iguais. Pensando nisso, responda às questões abaixo:

1 - O volume de uma caixa d'água ideal para uma residência é de 500 litros. Quantos metros cúbicos possui esta caixa?

Solução:

$$1 m^3 = 1000 \text{ litros.}$$

Sabemos que a caixa d'água possui 500 litros. 500 litros é a metade de 1000. Portanto, o volume em metros cúbicos é a metade de 1.

$$1/2 = 0,5$$

A caixa d'água tem $0,5 m^3$ de água.

multiplicar o volume de chuva ($48cm^3$) pelo espaço total da área em cm^2 .



2 - Juarez decide construir uma piscina. Ele reservou uma área de 10 metros de comprimento por 5 metros de largura para a construção da piscina e decidiu que ela terá 2 metros de profundidade. Ao concluir a piscina, quantos litros d'água aproximadamente serão necessários para encher a piscina?

Solução:

Volume = Comprimento x Largura x Altura

Volume = $10 \cdot 5 \cdot 2$

Volume = 100 m^3

Volume = $100 \text{ m}^3 \cdot 1000$

Volume = 100.000 litros.

Professor(a), continuando a abordagem de conversão, este exercício solicita que primeiro seja calculado o volume da piscina para depois convertê-lo para litros usando as técnicas estudadas até o presente momento.

3 - Segundo o site de meteorologia Clima Tempo, a média histórica de chuva para o mês de julho, em São Paulo capital, é de 48 milímetros. Segundo o site Wikipédia, a capital de São Paulo tem aproximadamente 1.521 km^2 . Responda:

- a. Qual é a média histórica de chuva em São Paulo capital para o mês de julho em cm^3 ?

48 cm^3

Professor(a), este exercício é uma construção a cada item. Inicialmente transformamos mililitros em centímetros cúbicos. Utilize o texto de suporte como apoio.

- b. Observe a tabela de conversão de medidas feita por Flávio. Utilizando-a como apoio, calcule a área da cidade de São Paulo em cm^2 .

Solução:

$A = 1521 \text{ km}^2 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100$

$A = 15.210.000.000.000 \text{ cm}^2$.

Professor(a), o segundo item leva o estudante a transformar unidade de área km^2 em unidade de área cm^2 . Utilize a imagem e o texto de suporte como apoio.

**FINALIZANDO:**

Discorra com a turma que o cálculo feito em sala é aproximado. Os centros de controles meteorológicos que mensuram estas informações possuem equipamentos tecnológicos de ponta que verificam outros fatores como vento, umidade do ar etc. e que, apoiados pela série histórica de chuvas, são capazes de fazer a previsão do tempo. Ressalte que por ser uma previsão, ela é falha; mas que nosso país faz esse registro a menos de 100 anos e isso dificulta a previsão. Em países europeus, em que tais registros possuem mais de um século e possuem uma quantidade muito superior de equipamentos tecnológicos, eles são capazes de prever a chuva com diferença de minutos.

- c. Qual foi o volume de chuva, em litros, na cidade de São Paulo, no mês de julho, sabendo que a cada 1 cm^2 choveu 48 cm^3 de água?

Solução:

$$V = 15.210.000.000.000 \times 48$$

$$V = 730.080.000.000.000 \text{ ml}$$

$$V = 730.080.000.000 \text{ l.}$$

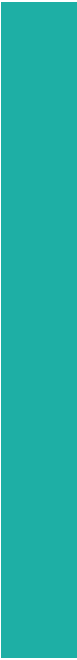
Neste item, leva-se os estudantes a concluir que o volume de água que cai no mês mais seco na cidade de São Paulo é muito grande. A depender do andamento da aula, como apoio, faça o cálculo para o mês mais chuvoso (janeiro) com uma média histórica de 237 ml de chuva.

ANEXO – SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

Olá Professor, Olá Professora.

Sugerimos que após a aplicação das Sequências de Atividades 1, 2 e 3 você trabalhe também com as atividades do São Paulo Faz Escola propostas abaixo. Essas atividades estão articuladas com as habilidades trabalhadas até o momento. Outra possibilidade é buscar no SPFE atividades focadas nas habilidades que os estudantes demonstram maiores dificuldades, expressas na avaliação diagnóstica, na avaliação intermediária ou AAP.

8º ano do ensino fundamental		
OBJETO DE CONHECIMENTO	HABILIDADES ESSENCIAIS	ARTICULAÇÃO DE MATERIAS
Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos.	(EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados, utilizar transferidor para medir os ângulos internos e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°.	Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do Vol. 2 do 6º ano, Vol. 4 do 7º ano e Vol. 1 do 8º ano dos anos finais do ensino fundamental do material São Paulo faz escola.
Área de figuras planas; Área do círculo e comprimento de sua circunferência. Cálculo de volume de blocos retangulares, utilizando unidades de medida convencionais mais usuais.	(EF08MA19) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos. (EF07MA30) Resolver e elaborar situações-problemas de cálculo de medida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico).	Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do Vol. 1 do 6º ano e Vol. 4 do 7º ano dos anos finais do ensino fundamental do material São Paulo faz escola.
Porcentagem. Cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável. Cálculo de probabilidade por meio de muitas repetições de um experimento (frequências de ocorrências e probabilidade frequentista).	(EF08MA04) Resolver e elaborar situações-problema, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais. (EF06MA30) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos, reconhecendo e aplicando o conceito de razão em diversos contextos. (proporcionalidade, escala, velocidade, porcentagem etc.)	Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do Vol. 1 e 3 do 7º ano dos anos finais do ensino fundamental do material São Paulo faz escola.



[illegible]



100

[illegible]



100

[illegible]



100

This image shows a full page of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

MATEMÁTICA
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Olá Professor, nesta Sequência de Atividades falamos diretamente com você que está aí na sala de aula, no convívio direto com os estudantes. Nesse momento, eles terão oportunidade de se envolver com atividades que possibilitarão a retomada de conceitos, propriedades e procedimentos essenciais para o desenvolvimento de seus conhecimentos e capacidades matemáticas.

A Sequência de atividades deve ser desenvolvida considerando os protocolos de higiene e distanciamento social, favorecendo a interação, o compartilhamento de conhecimentos e a colaboração. Além disso, as socializações das atividades por parte dos estudantes são percebidas como oportunidades de desenvolver habilidades e competências que dizem respeito à cooperação, empatia, argumentação e comunicação, entre outras.

Vale ressaltar que os estudantes devem chegar ao final da Sequência de Atividades sendo capazes de reconhecer e aplicar conceitos, propriedades e procedimentos em contextos que envolvam porcentagem e probabilidades (clássica e frequentista).

As escolhas das habilidades foram feitas por meio das análises realizadas dos resultados de avaliações internas e externas (diagnóstica de entrada e SARESP) que revelaram fragilidades dos estudantes com relação às habilidades: (EF08MA04) Resolver e elaborar situações-problema envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais; (EF06MA30) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos, reconhecendo e aplicando o conceito de razão em diversos contextos. (proporcionalidade, escala, velocidade, porcentagem etc.)

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1 / 45 min	Porcentagem
2 / 45 min	
3 / 45 min	
4 / 45 min	Probabilidade Clássica
5 / 45 min	
6 / 45 min	
7 / 45 min	Probabilidade Frequentista
8 / 45 min	

Sabemos que as atividades por si só não ensinam. Por isso, professor, a sua atuação é tão importante em cada uma das situações propostas aqui. Estas, têm como objetivo, recuperar as aprendizagens e desenvolver as habilidades esperadas para o 8º ano do Ensino Fundamental II. Para isso, essa Sequência de atividades deverá servir como mais uma ferramenta que o auxiliará no processo de ensino. Portanto, é necessário que você considere, em seu replanejamento, outras possibilidades de discussão e recursos para além daqueles sugeridos aqui. Para ajudá-lo nessa ação, a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo fornecerá, por meio do Centro de Mídias, formação continuada quinzenal acerca da SA. A formação em questão será ofertada nos momentos das Aulas de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPCS).

Desejamos a você e aos estudantes um ótimo trabalho.

Nome da Escola: _____

Nome do Estudante: _____

Data: ____/____/2020

Ano/Turma: _____



AULAS 1, 2 E 3

PORCENTAGEM

OBJETIVOS

- Identificar frações equivalentes utilizando representações geométricas.
- Reconhecer o numerador e o denominador de uma fração
- Identificar uma porcentagem como uma fração do tipo $K/100$, onde k é um número racional qualquer;
- Reconhecer uma fração representada por um número decimal;
- Resolver situações-problema envolvendo porcentagem por meio estratégias diversas;
- Resolver situações-problema envolvendo o cálculo de porcentagem.

ATIVIDADE



1 Para cada item, escreva três frações equivalentes que representam a parte hachurada

a.

Resposta: $\frac{1}{2}$ Frações equivalentes: $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$ e $\frac{9}{18}$

b.

Resposta: $\frac{2}{4}$ Frações equivalentes: $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{12}$ e $\frac{5}{15}$

c.

Resposta: $\frac{3}{6}$ Frações equivalentes: $\frac{1}{4}$, $\frac{6}{24}$ e $\frac{2}{8}$

d.

Resposta: $\frac{5}{10}$ Frações equivalentes: $\frac{10}{24}$, $\frac{15}{36}$ e $\frac{30}{72}$

MATERIAL NECESSÁRIO

- Caderno de atividades do estudante.

INICIANDO

Professor, inicie a aula explicando aos estudantes que eles realizarão atividades utilizando o cálculo mental em situações que envolvam porcentagem. Dessa forma, explique que eles terão de calcular mentalmente uma operação, recorrendo a procedimentos confiáveis sem os registros escritos e sem a utilização de instrumentos.



CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 1

Professor, note que as frações equivalentes indicadas são apenas possíveis respostas a serem dadas pelos alunos. Quaisquer frações equivalentes à fração indicada como primeira resposta poderá ser considerada.

DESENVOLVENDO

Professor, estas três aulas objetivam retomar conceitos relacionados às frações (fração como parte-todo e razão) e associar as discussões de representações de números racionais na forma fracionária, decimal e percentual. Para isso, vale destacar que será importante, ao longo de todas as atividades, promover discussões que levem os estudantes a compreender que há diversas maneiras de resolver situações-problema

AULAS 1, 2 E 3 - PORCENTAGEM

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Devido aos protocolos de higiene e distanciamento social, o quantitativo de estudantes presentes na sala de aula, diariamente, poderá ser reduzido. Nesse sentido, é importante estabelecer e incentivar o trabalho colaborativo, além do diálogo entre pares, respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso perceba que não será possível o trabalho em duplas, instigue a sala a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.



envolvendo porcentagem. Por exemplo:

I) Usar 100%, 50%, 25% e 10% como referências

A sugestão dessa solução está baseada no fato de que tais porcentagens são as mais conhecidas pelos estudantes. Eles, em sua maioria, compreendem que 100% representa o todo, assim como 50% representa a metade. Portanto, se 100% corresponde a 300 pessoas, 10% corresponderá a 30 pessoas. Ao mesmo tempo que, se 50% corresponde a 150 pessoas, 25%, que é a metade de 50%, será igual à metade de 150 pessoas, ou seja, 75 pessoas. No decorrer das atividades, a familiarização dos estudantes com outras porcentagens-chave, como 1% e 10% deverá ocorrer de forma natural, de maneira que, a partir das experiências adquiridas, os estudantes percebam a relevância de tais percentuais.

II) Via frações equivalentes

O percentual procurado pode ser associado a uma fração. Por exemplo, supondo que, em uma pesquisa foram entrevistadas 300 pessoas, e 25% delas responderam negativamente à determinada questão. Então, neste caso, têm-se que $25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ das pessoas. Portanto, para determinar o número de pessoas que responderam negativamente à questão, devemos dividir 300 por

2 Calcular e registrar

- a. Calcule 1% e 10% dos valores indicados no quadro a seguir.

Valor	10% do valor	1% do valor
R\$ 200,00	R\$ 20,00	R\$ 2,00
R\$ 350,00	R\$ 35,00	R\$ 3,50
R\$ 572,00	R\$ 57,20	R\$ 5,72
R\$ 7 800,00	R\$ 780,00	R\$ 78,00
R\$ 9 570,00	R\$ 957,00	R\$ 95,70

- b. Agora, descreva a forma como calculou 10% e 1% dos valores apresentados no quadro da questão anterior.

Professor, incentive os estudantes a estabelecer relações entre as quantidades obtidas ao calcular 10% e 1% dos valores, ou seja, possibilite que os estudantes identifiquem que 10% é dez vezes maior que 1%. Pode ser interessante associar representações pictóricas envolvendo retângulos divididos em 10 partes para representar 10% (cada uma das partes) e discutir que 1% corresponde a uma parte das 10 em que cada um dos 10 retângulos poderia ser subdividido.

3

1. Calcular e registrar

- a. Utilizando um raciocínio análogo à atividade anterior, descreva como você pode calcular mentalmente 11% de um valor. E 12%? Escolha um dos valores em R\$ indicados no item "a" da atividade 2 para descrever o seu raciocínio.

Aqui é importante promover uma discussão com os estudantes de que 11% de um valor corresponde a $(10\% + 1\%)$ deste valor. O mesmo ocorre com 12%, que pode ser determinado como $(10\% + 1\% + 1\%)$ do valor.

4, que resultará em 75. Conclui-se, então, que 75 pessoas responderam negativamente à questão.

25% de 300 $\xrightarrow{\text{dividindo por } 100}$ **3** $\xrightarrow{\text{multiplicando por } 25}$ **75 pessoas**

III) Via dispositivo prático

Para calcular determinada porcentagem de um valor, é necessário dividir o valor por 100 e multiplicar pelo número da porcentagem. Por exemplo:



b. Descreva uma forma de calcular mentalmente 12% de R\$ 500,00.

Aqui, espera-se que os estudantes efetuem o cálculo de 10% de R\$ 500,00, que corresponde a R\$ 50,00 e, em seguida, determinem 1% de R\$ 500,00, que corresponde a R\$ 5,00. Os estudantes poderão determinar 1% primeiro e depois 10%. Depois disso, basta que juntem as quantias R\$ 50,00 + R\$ 5,00 + R\$ 5,00 = R\$ 60,00.

2. Determinar e registrar

a) 50% de R\$ 322,00 10% ---- 32,2 50% ---- $5 \times 32,2 = 161,00$	b) $\frac{1}{2}$ de R\$ 322,00 $\frac{1 \times 322}{2} = \frac{322}{2} = 161,00$
c) 25% de R\$ 840,00 10% ----- 84 5% ----- 42 25% ----- $84 + 84 + 42 = 210,0$	d) $\frac{1}{4}$ de R\$ 840,00 $\frac{1 \times 840}{4} = \frac{840}{4} = 210,00$
e) 75% de R\$ 900,00 10% ----- 90 5% ----- 45 75% ----- $7 \times 90 + 45 = 675$	f) $\frac{3}{4}$ de R\$ 900,00 $\frac{3 \times 900}{4} = \frac{3 \times 900}{4} = \frac{2700}{4} = 675$

3. O que você observou em relação aos resultados dos cálculos da questão anterior?

Discuta com os estudantes as equivalências entre os valores obtidos quando se calculam 50% e $\frac{1}{2}$ de uma mesma quantia; 25% e $\frac{1}{4}$ de uma mesma quantia; 75% e $\frac{3}{4}$ de uma mesma quantia. Pode ser interessante efetuar representações pictóricas envolvendo retângulos para dar significado às relações de equivalência identificadas. O importante aqui é destacar que 25% corresponde à fração $\frac{1}{4}$; 50% corresponde à fração $\frac{1}{2}$ e 75% corresponde à fração $\frac{3}{4}$.

Portanto, $25 + 25 + 25 = 75$. Logo, nesta pesquisa, 75 pessoas afirmaram não gostar do tipo de música referido.

V) Calcular por meio do número decimal associado a porcentagem

Esse tipo de solução exige dos estudantes a habilidade de calcular o produto entre um número natural e decimal. De toda forma, é possível estimulá-los a estabelecer relações entre a representação decimal e a fração decimal associada. Por exemplo, 25% de 300 pessoas = $0,25 \times 300 = 75$ pessoas.



CONVERSANDO
COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 3 - ITEM 2

Professor, é importante verificar que, quando nos referimos a uma fração de uma determinada quantidade

($\frac{a}{b}$ de k, onde a e b são

inteiros e $b \neq 0$), estamos diante do sentido de fração como operador. Nesses casos, quando a fração for própria (numerador menor que o denominador), ela representará o fator que, ao ser multiplicado pela quantia total, expressará um resultado menor do que o todo.

300 entrevistados =

100	25% não gostam do tipo de música	25 pessoas não gostam do tipo musical
100	25% não gostam do tipo de música	25 pessoas não gostam do tipo musical
100	25% não gostam do tipo de música	25 pessoas não gostam do tipo musical

IV) Associar a porcentagem a uma razão

Por exemplo, quando dizemos que "25%" das pessoas não gostam de algum tipo de música, significa que, em média, a cada 100 pessoas, 25 não gostam daquele tipo musical. Então, se uma pesquisa foi feita com 300 pessoas, teremos, neste caso:



CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 3 - ITEM 4
Professor, é importante destacar com os estudantes, particularmente, a verbalização que se emprega quando se lê em linguagem natural cada uma das representações de um mesmo número racional.



CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 3 - ITEM 5
Note que os estudantes poderão determinar os resultados de modo análogo ao que foi feito nas questões 1 e 2.
É importante discutir, com os estudantes, a possibilidade de representar um número decimal na forma de fração, além de destacar o papel da preposição “de” no contexto da matemática, indicando o produto entre as quantidades.

4. Complete, o quadro a seguir, com as diferentes formas de representação de um mesmo número racional.

Linguagem natural	Fração decimal e fração irredutível	Representação decimal	Representação em porcentagem
Vinte centésimos ou vinte por cento ou um quinto	$\frac{20}{100}$ ou $\frac{1}{5}$	0,20	20%
Cinquenta por cento ou cinquenta centésimos ou um meio	$\frac{50}{100}$ ou $\frac{1}{2}$	0,50	50%
Setenta e cinco por cento ou setenta e cinco centésimos ou três quartos	$\frac{75}{100}$ ou $\frac{3}{4}$	0,75	75%
Vinte e cinco por cento ou vinte e cinco centésimos ou um quarto	$\frac{25}{100}$ ou $\frac{1}{4}$	0,25	25%
Dez por cento ou dez centésimos ou um décimo	$\frac{10}{100}$ ou $\frac{1}{10}$	0,10	10%

5. Determinar e registrar as quantidades a seguir:

a) 75% de 400 $\frac{75}{100} \times 400 = \frac{3}{4} \times 400 = \frac{3 \times 400}{4}$ $3 \times 100 = 300$	b) 0,75 de 400 $0,75 \times 400 = \frac{75}{100} \times 400 = \frac{3}{4} \times 400$ $\frac{3 \times 400}{4} = 3 \times 100 = 300$
c) 50% de 32 $\frac{50}{100} \times 32 = \frac{1}{2} \times 32 = \frac{32}{2} = 16$	d) 0,5 de 32 $0,5 \times 32 = \frac{50}{100} \times 32 = \frac{1}{2} \times 32 = 32 = 16$
e) 25% de 244 $\frac{25}{100} \times 244 = \frac{1}{4} \times 244 = \frac{244}{4} = 61$	f) 0,25 de 244 $0,25 \times 244 = \frac{25}{100} \times 244 = \frac{1}{4} \times 244$ $\frac{244}{4} = 61$

6. O que você observou a respeito dos resultados desses cálculos?

É importante discutir, com os estudantes, as relações entre as representações de um racional na forma de uma fração, porcentagem e de número decimal.

4 Com base nos conhecimentos desenvolvidos ao longo das atividades anteriores, resolvam, em duplas, as seguintes questões:

a. Uma loja está com seus produtos em promoção. Observe:

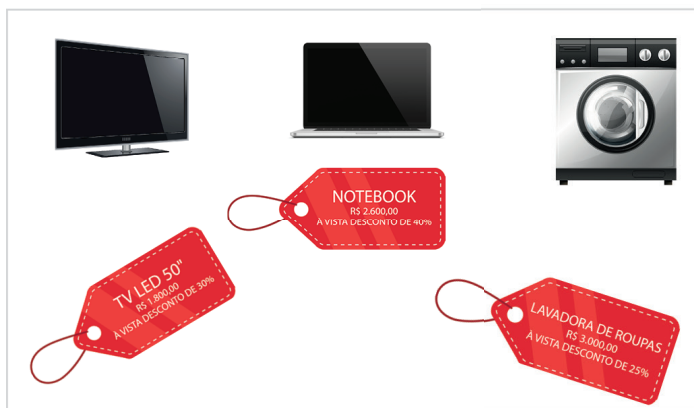


Imagem: Equipe Pedagógica

Agora, suponha que, você e seu colega de dupla passem em frente a esta loja e precisem saber o valor do desconto se o produto for pago à vista. No entanto, vocês não dispõem de calculadora, nem de lápis e papel.

Como vocês fariam os cálculos?



CONVERSANDO
COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 4

SOLUÇÃO:

TV LED - Se o preço de R\$ 1800,00, à vista, receberá um desconto de 30%, significa que o valor a ser pago corresponderá a 70% do preço total da TV. Assim, pode-se calcular 70% de R\$ 1800,00 e teremos:

$$\frac{70}{100} \times 1800 = \frac{7 \times 180}{1} = 1260$$

Portanto, a TV LED, à vista, custaria R\$ 1260,00.

Notebook - Se o preço de R\$ 2600,00, à vista, receberá um desconto de 40%, significa que o valor a ser pago corresponderá a 60% do preço total do notebook. Assim, teremos

$$\frac{60}{100} \times 2600 = \frac{6 \times 260}{1} = 1560$$

Portanto, o notebook, à vista, custaria R\$ 1560,00.

Lavadora de roupas - Se o preço de R\$ 3000,00, à vista, receberá um desconto de 25%, significa que o valor a ser pago corresponderá a 75% do preço total da lavadora de roupas. Assim, teremos:

$$\frac{75}{100} \times 3000 = \frac{3 \times 3000}{4} = 2250,00$$

Portanto, a lavadora de roupas custaria R\$ 2250,00 à vista.

FINALIZANDO

Para finalizar, deixe um espaço aberto para que os estudantes exponham suas dúvidas, percepções, aprendizados, concepções e experiências vividas durante as aulas. Ressalte a importância dos objetos de conhecimento anteriores, tais como, noções de frações (relação parte-todo e razão), representações de números racionais na forma de frações e decimais e porcentagem para a compreensão do atual objeto de conhecimento. Destaque a relevância dos conceitos abordados ao longo das aulas no contexto do cotidiano dos estudantes.

5

Durante uma pesquisa efetuada pelo Núcleo Brasileiro de Estágios (Nube), cerca de 10 300 jovens brasileiros foram perguntados sobre o que lhes causa mais medo. O resultado, com valores aproximados, está representado no gráfico abaixo:

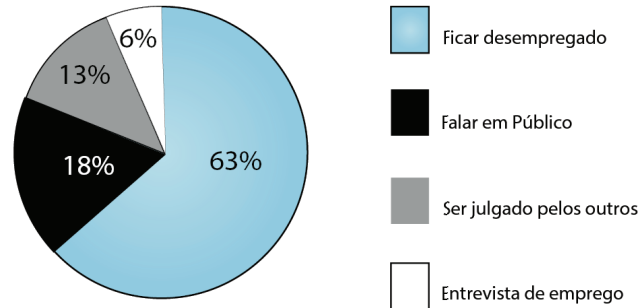
Medo dos jovens brasileiros

Imagem: Nube.

- a. Com base nas informações apresentadas no gráfico de setores, qual o maior medo dos jovens brasileiros dessa pesquisa?

Segundo os dados apresentados pelo gráfico, o que mais causa medo nos jovens é ficar desempregado. Segundo a pesquisa, 63% dos jovens temem o desemprego.

- b. Quantos jovens entrevistados nessa pesquisa consideram seu maior medo a entrevista de emprego?

Se o número de jovens que participou da pesquisa foi de 10300 e, dentre eles, 6% disseram que temem a entrevista de emprego, a quantidade absoluta de jovens que teme a entrevista de emprego pode ser calculada por

$$\frac{6}{100} \times 10300 = 618$$



AULAS 4, 5 E 6

PROBABILIDADE CLÁSSICA

OBJETIVOS

- Compreender o conceito de probabilidade clássica;
- Conhecer os tipos de experimento (aleatório e determinístico);
- Compreender o conceito de espaço amostral;
- Determinar o número de elementos de um espaço amostral;
- Identificar um evento (subconjunto) do espaço amostral;
- Calcular a probabilidade de um evento aleatório.

ATIVIDADE



1 Em cada caso, diga se o experimento é aleatório ou determinístico, justificando suas respostas.

- a. Lançar uma moeda honesta e observar a ocorrência de cara ou coroa.

Aleatório, pois, ainda que se saiba que uma das duas faces será obtida como resultado do lançamento, não se sabe, antes do lançamento, qual será o resultado (cara ou coroa).

- b. Contar quantos carros passam em uma avenida durante um espaço de tempo.

Aleatório, pois, ainda que possa haver uma média de carros contabilizada no período em questão, não é possível precisar a quantidade exata de carros neste período.

- c. Verificar a temperatura de ebulição da água ao nível do mar.

Determinístico, pois a água entra em ebulição, ao nível do mar, sempre a uma temperatura de 100°C.

- d. Soltar uma laranja a uma altura de 25 m e determinar o tempo de queda da laranja até atingir o solo.

Determinístico, pois o tempo de queda será essencialmente o mesmo sempre que o experimento for repetido sob as mesmas condições.

MATERIAL NECESSÁRIO

- Caderno de atividades do estudante;
- Folha sulfite – uma por estudante – ou folha de caderno pautada.

INICIANDO

Professor, inicie essa aula comentando com os estudantes que as atividades com as quais eles se envolverão nas próximas três aulas estão relacionadas com o conceito de probabilidade. Questione-os sobre o que conhecem a respeito desse conceito. É provável que os estudantes relacionem a noção de probabilidade com as chances de um evento ocorrer. Pergunte-lhes se sabem formas de se determinar quando e se um determinado evento irá ocorrer. O importante neste momento é apenas levá-los a refletirem que há eventos equiprováveis e improváveis. Por exemplo, ao se lançar uma moeda ao ar, é possível afirmar que, ao cair, sua face voltada para cima será cara ou coroa. Esse é um tipo de evento certo dentro de um espaço equiprovável (com a mesma possibilidade de chance de ocorrer qualquer um dos eventos). No entanto, quando perguntamos: qual será o próximo time de futebol vencedor da Copa do Mundo? Não há como afirmar, matematicamente, qual time poderá ser o vencedor da próxima Copa do Mundo e, por isso, caracterizamos esse tipo de evento como incerto.

AULAS 4, 5 E 6 – PROBABILIDADE CLÁSSICA

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Devido aos protocolos de higiene e distanciamento social, o quantitativo de estudantes presentes na sala de aula, diariamente, poderá ser reduzido. Nesse sentido, é importante estabelecer e incentivar o trabalho colaborativo, além do diálogo entre pares, respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso perceba que não será possível o trabalho em duplas, instigue a sala a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.



CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 1 - ITEM G
Professor, para o item "g", é interessante mostrar aos estudantes a validade da afirmação, efetuando-se a seguinte discussão:
Todo número natural par é do tipo $2k$, em que k é um número natural qualquer. Logo, todo número ímpar é do tipo $2k+1$, pois um sucessor de um número par será sempre um número ímpar. Assim, sejam dois números naturais ímpares, dados por $2p+1$ e $2q+1$, em que p e q são naturais quaisquer. Ao somarmos $2p+1 + 2q+1$ obtemos $2p+2q+2$ que é um número par, pois $2(p+q)+2$ é o sucessor de $2(p+q)+1$, que é ímpar.

DESENVOLVENDO

Professor, as três aulas têm como objetivo conceituar a probabilidade a partir da vertente clássica. Na probabilidade clássica, considera-se um conjunto A , formado por " n " elementos simples, sendo subconjunto de um conjunto S , denominado espaço amostral, em que todos os " m " eventos ocorrem de maneira equiprovável. A probabilidade de um evento de A ocorrer é dada por

$$P(A) = \frac{n}{m}$$

- e. Lançar um dado não viciado e verificar se a face voltada para cima é um número par.

Aleatório, pois não é possível, antes que o experimento tenha sido concluído, dizer com precisão se a face voltada para cima será par ou ímpar, ainda que se possa dizer que a chance de ocorrência de uma face par seja a mesma de ocorrência de uma face ímpar.

- f. A quantidade de grãos de arroz contidos em um pacote de 5kg.

Aleatório, pois, ainda que os grãos de arroz tenham, em média, mesmo volume e massa, não é possível afirmar que todos os grãos serão idênticos em volume e massa, a ponto de que, em todos os pacotes de 5kg, haja a mesma quantidade de grãos

- g. Identificar se a soma de dois números naturais ímpares sorteados resulta em um número par.

Determinístico, pois na soma de quaisquer que sejam dois números ímpares, o resultado sempre será um número par.

2 Determine o espaço amostral S de cada um dos experimentos a seguir:

- a. Lançamento de uma moeda honesta.

$S = \{\text{cara, coroa}\}$

- b. Lançamento de um dado não viciado.

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

- c. Retirar uma carta de um baralho comum e completo.

$S = \{52 \text{ cartas}\}$

- d. Sexos de um par de irmãos gêmeos não idênticos.

$S = \{(\text{feminino, masculino}); (\text{feminino, feminino}); (\text{masculino, masculino})\}$

- e. Sexos de um par de irmãos gêmeos idênticos.

$S = \{(\text{feminino, feminino}); (\text{masculino, masculino})\}$

Para todas as atividades, será necessário definir os conceitos de:

- Experimento aleatório: aquele que, repetido sob as mesmas condições, não apresenta os mesmos resultados;
- Experimento determinístico: aquele que, repetido sob as mesmas condições, apresenta sempre os mesmos resultados;
- Espaço amostral: conjunto formado por todos os resultados possíveis de um experimento;
- Espaço amostral equiprovável: quando todos os elementos de um espaço amostral têm



- 3 Considere todas as cartas de copas de um baralho comum.



Imagem: Equipe pedagógica.

Responda às seguintes questões:

- a. Indique o espaço amostral "S" que descreve o experimento "sortear uma carta de copas".

$S = \{A, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K\}$

- b. O evento "sortear uma carta de copas" é do tipo simples, certo ou impossível?

É um evento do tipo certo, pois coincide com o espaço amostral.

- c. O evento "sortear um ás de copas" é do tipo simples, certo ou impossível?

É um evento do tipo certo, pois coincide com o espaço amostral.

- d. O evento "sortear um rei de ouros" é do tipo simples, certo ou impossível?

É um evento do tipo impossível, pois dentro do espaço amostral não há cartas do naipe de ouros.

- 4 Considere o experimento aleatório: "um dado não viciado de seis faces é lançado" e verifica-se o resultado obtido pela face voltada para cima.

- a. Qual é o espaço amostral "S" desse experimento? Descreva-o, indicando todos os seus elementos.

O espaço amostral é dado por todos os resultados possíveis para a face voltada para cima. Assim, $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

- b. Descreva o evento $A = \{\text{"face voltada para cima é um número par"}\}$.

O evento A é dado por $A = \{2, 4, 6\}$.



CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 4 - ITEM A
Professor, discuta com os estudantes que cada uma das faces tem a mesma chance de cair voltada para cima e este fato está relacionado com a noção de que o dado é "não viciado".

as mesmas chances de ocorrer;

- Evento: é todo subconjunto do espaço amostral de um experimento aleatório. Os eventos podem ser classificados em: simples (um subconjunto unitário de um espaço amostral); certo (subconjunto que coincide com o espaço amostral); impossível (subconjunto vazio do espaço amostral).



- c. Descreva o evento $B = \{\text{"face voltada para cima é um número maior ou igual a 3"}\}$.

O evento é dado por $B = \{3, 4, 5, 6\}$.

- d. Qual é a probabilidade de que a face voltada para cima após o lançamento do dado seja "2"?

Neste caso, o evento é dado por "face voltada para cima ser igual a 2" e, por isso, o conjunto que define tal evento tem apenas um elemento: $\{2\}$. Sendo assim, trata-se de um evento simples.

Como o espaço amostral é dado por 6 elementos, a probabilidade é determinada pela razão entre o número de elementos do evento pelo número de elementos do espaço amostral. Assim, $P = (2) = \frac{1}{6}$

- e. Qual a probabilidade de que a face voltada para cima seja um número maior ou igual a 3?

Como vimos no item c, o conjunto B descreve os elementos que representam o evento "face voltada para cima ser um número maior ou igual a 3". Como a quantidade de elementos de B é 4 e a quantidade de elementos do espaço amostral é 6, temos que a probabilidade do evento B ocorrer é dada por

$$P(B) = \frac{4}{6}$$

- f. Qual a probabilidade de que a face voltada para cima seja um número menor do que 3?

O evento "face voltada para cima é um número menor do que 3" é dado por dois elementos, quais sejam, $\{1, 2\}$. Assim, a probabilidade de que este evento ocorra é dada por: $P(\text{face menor que } 3) = \frac{2}{6}$.

Professor, no item anterior, determinamos a probabilidade de que a face voltada para cima fosse um número maior ou igual a 3 e, tal probabilidade, resultou em $4/6$.

Neste item, a probabilidade solicitada é denominada probabilidade complementar em relação à probabilidade determinada no item anterior, pois

$$P(\text{face maior ou igual a } 3) + P(\text{face menor que } 3) = 1. \quad \text{De fato, } \frac{4}{6} + \frac{2}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

5

Considere o experimento aleatório: uma moeda é lançada ao ar duas vezes, uma após a outra. Identificamos por "c" a ocorrência de "cara" e "q" a ocorrência de "coroa". Responda aos itens a seguir.

- a. Qual é a quantidade de elementos do espaço amostral desse experimento? Descreva este espaço amostral.

O espaço amostral desse experimento é dado por $S = \{(c, q), (c, c), (q, c), (q, q)\}$. Assim, verificamos que ele possui 4 elementos.

[illegible]

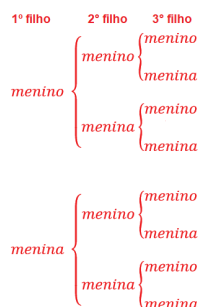


CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 6 - OS TRÊS ITENS

Professor, para este problema, estimule os estudantes a organizarem seus raciocínios por meio de esquemas como os que se seguem. Esses tipos de esquema contribuem para que os estudantes identifiquem todas as combinações possíveis para o nascimento de três crianças.

A partir do esquema é fácil identificar que a quantidade de elementos do espaço amostral é 8, pois:



1º filho	2º filho	3º filho
Menino	Menino	Menino
Menino	Menino	Menina
Menino	Menina	Menino
Menino	Menina	Menina
Menina	Menino	Menino
Menina	Menino	Menina
Menina	Menina	Menino
Menina	Menina	Menina

De fato, quando analisamos o quadro em que todas as combinações possíveis para os sexos dos três filhos são identificadas, vemos que, das 8 combinações, 3 se referem ao evento "duas meninas e um menino".

Assim, $\frac{3}{8} = 0,375 = 37,5\%$

1º filho	2º filho	3º filho
Menino	Menino	Menino
Menino	Menino	Menina
Menino	Menina	Menino
Menino	Menina	Menina
Menina	Menino	Menino
Menina	Menino	Menina
Menina	Menina	Menino
Menina	Menina	Menina

De fato, quando analisamos a tabela com todas as combinações possíveis para os sexos dos três filhos, vemos que, das 8 combinações, 7 delas apresentam ao menos um menino. Por isso, a probabilidade de ocorrência de, pelo menos, um menino é de $\frac{7}{8} = 0,875 = 87,5\%$

1º filho	2º filho	3º filho
Menino	Menino	Menino
Menino	Menino	Menina
Menino	Menina	Menino
Menino	Menina	Menina
Menina	Menino	Menino
Menina	Menino	Menina
Menina	Menina	Menino
Menina	Menina	Menina

Analisando as 8 combinações possíveis para os sexos dos três filhos, vemos que, 2 delas apresentam todos os filhos do mesmo sexo (todos meninos ou todas meninas). Assim, a probabilidade de ocorrência do evento "todos os filhos do mesmo sexo" é de $P = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 25\%$



- b. Qual é a probabilidade, em porcentagem, de ocorrência do evento $A = \{\text{uma cara e uma coroa}\}$.

O evento A possui 2 elementos, a saber: (c, q) e (q, c) , uma vez que não se especifica a ordem em que cada uma das faces deverá sair. Desta forma, a probabilidade de ocorrência do evento A é dada por $P(A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 50\%$

É importante discutir que as chances de um evento ocorrer poderão ser determinadas em porcentagem, associando-se o percentual à fração obtida a partir da definição do cálculo da probabilidade.

- c. Qual é, em porcentagem, a probabilidade de ocorrência de uma cara e uma coroa, nesta ordem?

É importante destacar com os estudantes que o evento "ocorrência de uma cara e uma coroa, nesta ordem" é distinto do evento "ocorrência de uma cara e uma coroa", pois, no primeiro caso, especifica-se a ordem de ocorrência das faces da moeda. Assim, o evento em questão tem apenas um elemento, a saber, (c, q) . Por isso, a probabilidade de ocorrência deste evento é dada por $P(c, q) = \frac{1}{4} = 25\%$

6

Considere o experimento aleatório: um casal pretende ter 3 filhos. Assinale com "V" (verdadeiro) ou "F" (falso) as afirmações a seguir. Utilize o espaço indicado para a resolução.

Faça aqui os cálculos e esquemas que o ajudarão a organizar seus raciocínios:

(V) A probabilidade de que o casal tenha duas meninas e um menino é de 37,5%.

FINALIZANDO

Para finalizar as aulas, retome, com os estudantes, os conceitos-chave abordados ao longo de todas as atividades, sendo eles: as noções de tipos de experimento (aleatório e determinístico); de espaço amostral e de evento. Além disso, peça para que sintetizem o modo como estes conceitos aparecem nos contextos envolvendo a probabilidade clássica. Comente que, nas próximas aulas, eles se dedicarão ao estudo de probabilidades, porém a partir de uma outra vertente diferente daquela com a qual desenvolveram as atividades desta aula.

AULAS 7 E 8 - PROBABILIDADE FREQUENTISTA

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Devido aos protocolos de higiene e distanciamento social, o quantitativo de estudantes presentes na sala de aula, diariamente, poderá ser reduzido. Nesse sentido, é importante estabelecer e incentivar o trabalho colaborativo, além do diálogo entre pares, respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso perceba que não será possível o trabalho em duplas, instigue a sala a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.

MATERIAL NECESSÁRIO

- Caderno de atividades do estudante;
- Folha sulfite – uma por

(V) A probabilidade de que o casal tenha, pelo menos, um menino é de 87,5%.

(F) A probabilidade de todas as crianças serem do mesmo sexo é de 50%.



AULAS 7 E 8

PROBABILIDADE FREQUENTISTA**OBJETIVOS**

- Compreender o conceito de probabilidade frequentista;
- Identificar a quantidade de elementos de um espaço amostral a partir de um experimento realizado por inúmeras repetições;
- Identificar a quantidade de elementos de um evento que ocorre em um experimento realizado por inúmeras repetições;
- Calcular a probabilidade de um evento aleatório realizado por inúmeras repetições.

ATIVIDADE

1

Recorte a planificação do dado comum de seis faces que está no anexo deste caderno. Monte o dado, colando as abas com cuidado para deixar todas as faces do cubo o mais plano possível. Agora, responda aos itens a seguir:

- a. Em duplas, cada um de vocês deverá jogar o dado que montou 30 vezes seguidas, registrando, a cada jogada, o valor da face que ficou voltada para cima na tabela a seguir.

estudante – ou folha de caderno pautada;

- Calculadora;
- Régua;
- Dado comum de seis faces (planificação no anexo);
- Tesoura;
- Cola.

INICIANDO

Professor, inicie essa aula fazendo uma breve revisão das aulas anteriores, retomando

Jogada	Valor da face voltada para cima	Jogada	Valor da face voltada para cima
1ª	Resultado Pessoal	16ª	Resultado Pessoal
2ª	Resultado Pessoal	17ª	Resultado Pessoal
3ª	Resultado Pessoal	18ª	Resultado Pessoal
4ª	Resultado Pessoal	19ª	Resultado Pessoal
5ª	Resultado Pessoal	20ª	Resultado Pessoal
6ª	Resultado Pessoal	21ª	Resultado Pessoal
7ª	Resultado Pessoal	22ª	Resultado Pessoal
8ª	Resultado Pessoal	23ª	Resultado Pessoal
9ª	Resultado Pessoal	24ª	Resultado Pessoal
10ª	Resultado Pessoal	25ª	Resultado Pessoal
11ª	Resultado Pessoal	26ª	Resultado Pessoal
12ª	Resultado Pessoal	27ª	Resultado Pessoal
13ª	Resultado Pessoal	28ª	Resultado Pessoal
14ª	Resultado Pessoal	29ª	Resultado Pessoal
15ª	Resultado Pessoal	30ª	Resultado Pessoal

- b. Compare a sua tabela com a de seu colega. O que vocês observam a respeito da quantidade de vezes que cada uma das faces do dado (1, 2, 3, 4, 5, 6) foi obtida para cada um de vocês? Por que acham que isso ocorreu?

Professor, estimule os estudantes a efetuarem um registro do tipo:

	Face 1	Face 2	Face 3	Face 4	Face 5	Face 6
Nº de ocorrências						

- c. Considerando somente os resultados da sua tabela, responda:
- Qual é o espaço amostral do experimento "lançar o dado"?

O espaço amostral deste experimento é 30.

o conceito de probabilidade clássica e os conceitos-chave associados a ele. Comente com os estudantes que, nas próximas duas aulas, eles continuarão a desenvolver discussões a respeito de probabilidade, porém agora, farão estudos envolvendo outra vertente da probabilidade, a saber, a probabilidade frequentista.

DESENVOLVENDO

Professor, as atividades que compõem as aulas 7 e 8, abordam, especificamente, a vertente frequentista da probabilidade. Nessa vertente, considera-se a probabilidade de um evento ocorrer, o número ao redor do qual oscila a frequência relativa do evento



CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 1 - ITEM B

Esse tipo de organização dos dados contribui para uma visão global da quantidade de vezes em que cada um dos eventos ocorreu.

Espera-se que cada uma das faces dos dados tenha sido registrada uma quantidade de vezes bastante próxima, relativamente a cada um dos estudantes da dupla. Caso os dados tenham sido montados pelos estudantes, de modo que, seu formato tenha ficado mais próximo ao de um cubo, o dado montado poderá ser considerado um dado não viciado. Isso implica dizer que a quantidade de vezes que cada uma das faces pode ser obtida é a mesma (evento equiprovável).

considerado. Assim, a probabilidade frequentista é dada pela razão entre o acumulado de vezes em que determinado evento ocorreu pela quantidade de vezes que um experimento foi realizado. Nesse sentido, a vertente frequentista determina uma estimativa da probabilidade e, sendo assim, quanto mais repetições forem realizadas do experimento, maior será a qualidade da estimativa da probabilidade.

FINALIZANDO

Para finalizar a aula, peça aos estudantes que escrevam uma síntese comparando as duas vertentes da probabilidade, a saber: a clássica e a frequentista. Peça, ainda, que incluam nessa síntese, suas impressões pessoais a respeito do experimento do lançamento do dado,



- Qual é a quantidade de elementos do evento A = ocorrência da face 2?

Resposta pessoal. Espera-se que cada uma das faces tenha ocorrido, aproximadamente 5 vezes. De toda forma, é possível que, para alguns estudantes, essa não seja a regra. É importante discutir com os estudantes os motivos que podem ter levado a que a face 2 (ou alguma outra) não tenha ocorrido com a mesma frequência que as demais, tais como a deformação do cubo que representa o dado.

- Qual é a probabilidade do evento B = ocorrência da face 6?

Resposta pessoal. A probabilidade de ocorrência de qualquer uma das faces será dada por:

$$P(\text{ocorrência de alguma face}) = \frac{\text{quantidade de vezes que a face ocorreu}}{30}$$

- d. Agora, considere os resultados obtidos por você e o seu colega. Preenchem o quadro a seguir, juntando as informações das duas tabelas. Em seguida, respondam às questões:

	Face 1	Face 2	Face 3	Face 4	Face 5	Face 6
Nº de ocorrências						

- Qual é o espaço amostral do experimento "lançar o dado"?

O espaço amostral do experimento agora é 60.

- Qual é a quantidade de elementos do evento A = ocorrência da face 2?

Resposta da dupla. É importante destacar que quanto mais vezes o experimento for repetido, maior a frequência com que a face 2 ocorrerá.

- Qual é a probabilidade do evento B = ocorrência da face 6?

Resposta pessoal. A probabilidade de ocorrência de qualquer uma das faces será dada por: $P(\text{ocorrência de alguma face}) = \frac{\text{quantidade de vezes que a face ocorreu}}{60}$

Importante destacar que a probabilidade calculada neste item é mais próxima de $\frac{1}{6}$ do que a probabilidade calculada no item correspondente em "c".

- e. Agora, preencham o quadro a seguir, juntando as informações de toda a turma. Em seguida, respondam às questões:

	Face 1	Face 2	Face 3	Face 4	Face 5	Face 6
Nº de ocorrências						

- Qual é o espaço amostral do experimento "lançar o dado"?

O espaço amostral do experimento agora deverá ser equivalente a $n \times 30$ em que n é o número de estudantes da turma.

- Qual é a quantidade de elementos do evento $A = \text{ocorrência da face 2}$?

Resposta coletiva. É importante destacar que quanto mais vezes o experimento for repetido, maior a frequência com que a face 2 ocorrerá.

- Qual é a probabilidade do evento $B = \text{ocorrência da face 6}$?

- O que você percebeu com as probabilidades calculadas em cada um dos itens "c", "d" e "e"? Por que acha que isso ocorreu?

Quanto mais vezes um experimento for repetido, maior será a qualidade da estimativa da probabilidade de um evento qualquer que seja equiprovável.



CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 1 - ITEM E
Professor, é necessário destacar com os estudantes que, pelo fato de cada um ter montado o próprio dado, os eventos "ocorrência de uma face" não são realmente equiprováveis por conta das diferenças nos formatos dos cubos. No entanto, o experimento em si é válido para levar os estudantes a perceberem que, caso tivessem jogado todos o mesmo dado, as estimativas determinadas seriam qualitativamente melhores do que as que foram determinadas com a atividade.



CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 1 - ITEM E - TERCEIRO ITEM

Resposta coletiva. A probabilidade de ocorrência de qualquer uma das faces será dada por:

$$P(\text{ocorrência de alguma face}) = \frac{\text{quantidade de vezes que a face ocorreu}}{n \times 30}$$

Importante chamar a atenção dos estudantes para o fato de que a probabilidade calculada neste item é mais próxima de $\frac{1}{6}$ do que a probabilidade calculada no item correspondente em "c" e em "d".



destacando aspectos como: o que mais chamou a atenção deles ao realizar o experimento? Por que acham que as duas vertentes da probabilidade levam a resultados diferentes, ainda que potencialmente próximos?

- f. Suponha que os resultados obtidos no quadro do item “e” fossem provenientes da repetição do experimento “lançar o dado” realizado com o mesmo dado. Imagine que, durante um jogo de apostas, você precisasse escolher uma das faces para apostar determinada quantia. Qual das faces você escolheria? Justifique sua escolha com base nos conceitos de probabilidade desenvolvidos ao longo das últimas aulas.

Resposta pessoal. A escolha aqui deverá ser baseada na estimativa de probabilidade calculada para ocorrência de cada uma das faces, considerando que o experimento tivesse sido realizado sempre com o mesmo dado. Assim, aquela face cuja probabilidade de ocorrência for percentualmente maior, deverá ser a escolhida pelos estudantes.

- g. Se fossemos determinar a probabilidade de ocorrência da face 2, a partir da probabilidade clássica, qual seria o valor determinado?

Pela probabilidade clássica, teríamos, $P(\text{ocorrência da face 2}) = \frac{1}{6}$

- h. Comparando-se o valor determinado pela probabilidade clássica com o valor determinado pela probabilidade frequentista para a ocorrência da face 2 para o experimento aleatório “lançar o dado”, o que você pode afirmar?

O que se espera é que os valores obtidos pelo método clássico ou pela vertente frequentista sejam muito próximos um do outro.

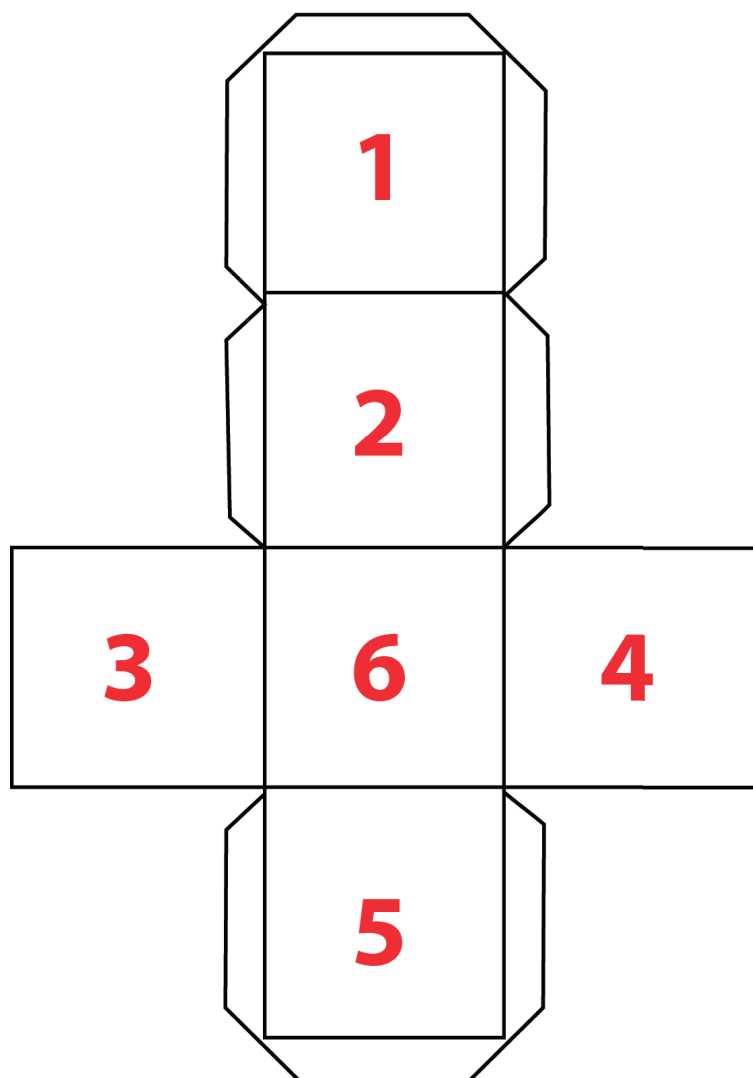
Leve os estudantes a perceberem que, quanto mais vezes o experimento “lançar o dado” for repetido, mais a estimativa de probabilidade se aproximará do resultado obtido pela vertente clássica.

IMAGENS
pixabay.com

ILUSTRAÇÕES
freepik.com



ANEXO



IMAGENS
pixabay.com

ILUSTRAÇÕES
freepik.com



 ANOTAÇÕES

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]



 ANOTAÇÕES

[illegible]

[illegible]

