SÃO PAULO
GOVERNO DO ESTADO
Secretaria de Educação

APRENDER SEMPRE

2ª SÉRIE
ENSINO MÉDIO

MATEMÁTICA

PROFESSOR

Governo do Estado de São Paulo

Governador
João Doria

Vice-Governador
Rodrigo Garcia

Secretário da Educação
Rossieli Soares da Silva

Secretário Executivo
Haroldo Corrêa Rocha

Chefe de Gabinete
Renilda Peres de Lima

Coordenador da Coordenadoria Pedagógica
Caetano Pansani Siqueira

Presidente da Fundação para o Desenvolvimento da Educação
Nourival Pantano Junior

APRESENTAÇÃO

A elaboração destas sequências de atividades foi motivada pela necessidade de oferecer um suporte adicional aos estudantes após o retorno às aulas presenciais para recuperar aprendizagens essenciais ao seu percurso educacional.

Considerando que diversas pesquisas evidenciam que longos períodos de suspensão de aulas presenciais comprometem o desenvolvimento cognitivo – e que os estudantes irão retornar em diferentes níveis de aprendizagem – a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (SEDUC-SP) desenvolveu um programa de recuperação para que todos os estudantes avancem, não deixando ninguém para trás.

Para atingir esse objetivo, além das sequências de atividades, haverá avaliações para diagnosticar e acompanhar a evolução da aprendizagem dos estudantes e direcionar o ensino às suas necessidades; e formações com foco no uso do resultado das avaliações e no desenvolvimento das atividades presentes neste material. Os materiais, as avaliações e as formações estão articulados entre si, fortalecendo o desenvolvimento das habilidades essenciais para o percurso educacional dos estudantes.

Essas habilidades essenciais foram selecionadas a partir de análises do Currículo Paulista do Ensino Fundamental, do Currículo Oficial vigente no Ensino Médio, dos resultados do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP 2019) e da Avaliação Diagnóstica de Entrada (ADE), em um trabalho conjunto entre as equipes curriculares de Língua Portuguesa e Matemática da Coordenadoria Pedagógica (COPED), os Professores Coordenadores do Núcleo Pedagógico (PCNPs) e os professores da rede. Por conta da importância da continuidade do trabalho de recuperação iniciado em 2020 nos anos seguintes, a matriz de habilidades do programa de recuperação foi elaborada considerando um ciclo de progressão das aprendizagens entre 2020 e 2021.

As sequências de atividades de Língua Portuguesa e Matemática contam com orientações didáticas para os professores, que auxiliarão no trabalho para o desenvolvimento das habilidades essenciais de cada ano/série, de forma articulada aos outros materiais disponibilizados. Para favorecer essa articulação, há indicações de como utilizar as sequências de atividades em conjunto com o São Paulo Faz Escola.

Cada professor, a partir da realidade vivida em seu contexto, poderá utilizar essas sequências de atividades para promover o desenvolvimento dos estudantes de forma adaptada às necessidades de cada turma e de cada um, com o objetivo de oferecer a todos, oportunidades de aprendizagem, não deixando ninguém para trás.

Desejamos a todos um excelente trabalho!

Coordenadoria Pedagógica – COPED

OLÁ, PROFESSOR! OLÁ, PROFESSORA!

Nessa Sequência de Atividades (SA) é parte de um projeto que tem como objetivo central possibilitar um percurso formativo que maximize a aprendizagem dos estudantes que cursam o Ensino Médio na Rede Estadual de São Paulo. Nesse sentido, é fundamental que os estudantes se expressem a partir das múltiplas linguagens (artística, matemática, musical, verbal e não verbal, entre outras), que devem ser trabalhadas e desenvolvidas nas salas de aulas das etapas da Educação Básica. Para isso, é importante garantir a participação de todos, cada um à sua maneira.

Esteja atento aos conhecimentos e saberes que cada estudante trará para as discussões e desenvolvimento de cada uma das atividades estruturadas para ampliar e sistematizar os conhecimentos matemáticos trabalhados em cada uma das Sequência de Atividades.

Essa Sequência de Atividades tem como objeto de estudo dois conhecimentos matemáticos essenciais: números racionais e irracionais e reconhecimento e localização na reta. Para isso, a SA será composta basicamente por atividades estruturadas a partir de dois tipos de instrumentos, as atividades de respostas construídas pelos estudantes e os itens de múltipla escolha. As atividades de respostas construídas pelos estudantes, nesse sentido, podem favorecer o amadurecimento e ampliação de vocabulário e repertório e, para isso, é importante que no decorrer das aulas haja interação sistemática entre os estudantes. Os itens possibilitarão um diagnóstico pontual de aspectos relacionados aos conhecimentos essenciais que os estudantes precisarão para avançarem com as habilidades que serão ampliadas nessa Sequência de Atividades.

O percurso formativo que alicerça essa Sequência de Atividades tem como intenção central favorecer a ampliação de conhecimentos referentes às habilidades de Ler, comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica **(EF07MA10)** e Reconhecer um número irracional como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica, e estimar a localização de alguns deles na reta numérica **(EF09MA02).** A escolha dessa habilidade foi feita por meio da análise realizada dos resultados da avaliação diagnóstica de entrada (ADE) e SARESP (avaliações externas), que revelaram fragilidades dos estudantes nesses conhecimentos essenciais à sua trajetória escolar e pessoal.

Para isso, ao longo das oito aulas conforme o quadro de planejamento, os estudantes serão instigados a refletirem sobre conhecimentos, situações, contextos e fatos do cotidiano, de outras áreas de conhecimento e da própria matemática que se articulam com os objetos de conhecimento que subsidiam todo o trajeto de aprendizagem desenhado para cada uma das aulas.

PLANEJAMENTO PARA DESENVOLVER A S.A.	
AULA/TEMPO	**TEMA DA AULA**
1 e 2/ 90 min	Mapa mental: como se lê?
3 / 45 min	Qual é o padrão?
4 / 45 min	Os decimais infinitos!
5 e 6 / 90 min	Entre na linha!
7 / 45 min	Os números irracionais.
8 / 45 min	A localização dos números irracionais na reta.

Lembre-se que o eixo expressão-compreensão é fundamental para o desenvolvimento das capacidades, conhecimentos e saberes dos estudantes. Também é importante atentar-se que cada estudante, ao longo de sua vida, desenvolveu formas específicas de aprender e assimilar conhecimentos. Lembre-se de sugerir artigos, textos, livros, documentários, desenhos, filmes, canais de redes sociais, entre outros. Boa aula!

Nome da Escola: ____________________

Nome do Estudante: ____________________

Data: ____/____/2020 Ano/Turma: ____________________

AULAS 1 E 2

MAPA MENTAL: COMO SE LÊ?

OBJETIVOS DA AULA

- Comparar dois números racionais, representados na forma decimal e na forma fracionária.

ATIVIDADE

01 Realize o que se pede nos itens I, II e III.

I - Você lembra de como se lê as seguintes frações e números decimais? Escreva-os.

a. $\frac{7}{10}$ = sete décimos

b. $\frac{6}{400}$ = seis quatrocentos avos

c. $\frac{5}{100}$ = cinco centésimos

d. $\frac{3}{200}$ = três duzentos avos

e. $\frac{1}{20}$ = um vinte avos

f. 0,34= trinta e quatro centésimos

g. 2,506= dois inteiros e quinhentos e seis milésimos

AULAS 1 E 2– MAPA MENTAL: COMO SE LÊ?

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize a turma em U.

Devido aos protocolos de higiene e distanciamento social, a quantidade de estudantes frequentes diariamente poderá ser reduzida. Nesse sentido, é importante estabelecer e incentivar o trabalho colaborativo, além do diálogo entre pares, respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso observe que não será possível o trabalho em duplas, instigue a sala a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante.

INICIANDO

Caro professor, inicie essa aula apresentando o objetivo de "comparar dois números racionais, representados na forma decimal e na forma fracionária" aos estudantes. Para isto, registre-o em um canto da lousa, o qual, no final da aula, será retomado para verificar se foi alcançado.

Converse com os estudantes sobre números racionais e irracionais, verificando os conhecimentos. Questione sobre os conceitos centrais da aula: o que eles sabem, lembram e entendem em relação ao tema estudado. Instigue-os a expor suas concepções e ideias sobre o assunto e escreva-as no quadro.

Explique que essas anotações são o painel de saberes e que ele será retomado ao final com objetivo de comparar o que escreveram com o que compreenderam durante a aula.

DESENVOLVENDO

Desenvolva a aula

propondo as reflexões I, II e III a seguir:

À medida que forem falando, registre todas as informações no quadro, fazendo as devidas adequações quando necessário. Se no decorrer das falas perceber que ainda há pontos relevantes a serem elencados, indague

II - Entre as frações da atividade anterior, quais são equivalentes?

$\frac{6}{400}$ e $\frac{3}{200}$ $\frac{5}{100}$ e $\frac{1}{20}$

III - Compare cada um dos pares de números racionais a seguir utilizando os sinais de > (maior), < (menor) ou = (igual).

a. $\frac{3}{7}$ e $\frac{2}{4}$ = $\frac{3}{7} < \frac{2}{4}$

b. $\frac{5}{11}$ e $\frac{4}{4}$ = $\frac{5}{11} < \frac{4}{4}$

c. $\frac{7}{3}$ e $\frac{14}{6}$ = $\frac{7}{3} < \frac{14}{6}$

d. $\frac{9}{2}$ e $\frac{11}{2}$ = $\frac{9}{2} < \frac{11}{2}$

e. $\frac{3}{10}$ e $\frac{3}{7}$ = $\frac{3}{10} < \frac{3}{7}$

f. $\frac{4}{5}$ e $\frac{4}{6}$ = $\frac{4}{5} > \frac{4}{6}$

g. $\frac{1}{8}$ e $\frac{4}{32}$ = $\frac{1}{8} = \frac{4}{32}$

h. 1,54 e 4,6= 1,54<4,6,

i. 8,9 e 8,90= 8,9 = 8,90,

j. 0,35 e 0,305= 0,35 > 0,305,

e estimule a turma a pensar e ativar conhecimentos específicos ainda não mencionados, tais como:

I. Identificar o numerador e denominador em uma fração.

Lembre a eles que a representação fracionária é dada por duas quantidades inteiras relacionadas entre si e indicadas, simbolicamente, por $\frac{a}{b}$ em que a é chamado de numerador e b é chamado de denominador. Vale destacar que b é um inteiro diferente de zero.

II. O significado de uma fração. Lembre a eles que quando a fração é entendida por um dos seus sentidos, o de parte-todo, nessa relação entre a e b, b indica o todo e a indica a quantidade de partes deste todo.

III. Como ler uma fração.

Lembre a eles que ao ler uma fração, o numerador é lido de forma direta, e o denominador segue uma das formas a seguir:

À medida que forem falando, registre todas as informações no quadro fazendo as devidas adequações quando necessário. Se no decorrer das falas perceber que ainda há pontos relevantes a serem elencados, indague e estimule a turma a pensar e ativar conhecimentos específicos ainda não mencionados. Tais como:

I. Comparar Frações

- Como podemos comparar frações que possuem o mesmo numerador?

Possível resposta: comparando os numeradores, a maior fração é aquela com o maior numerador.

- Como podemos comparar frações que têm o mesmo denominador?

Possível resposta: comparando os denominadores, a maior fração é aquela com o menor denominador.

- Como podemos comparar frações quando os numeradores e os denominadores são diferentes?

Possível resposta: reduzindo as frações para o mesmo denominador e comparando os

02 Escreva como se lê cada número racional a seguir. Siga as instruções do professor e utilize os espaços abaixo para redigir suas respostas.

a. $\frac{2}{3}$ = dois terços

b. $\frac{6}{7}$ = seis sétimos

c. $\frac{1}{10}$ = um décimo

d. $\frac{2}{20}$ = dois vinte avos

e. $\frac{1}{100}$ = um centésimo

f. $\frac{2}{200}$ = dois duzentos avos

g. 3,2= três inteiros e dois décimos.

h. 1,45= um inteiro e quarenta e cinco centésimos

i. -6,783= menos seis inteiros e setecentos e oitenta e três milésimos

Faça um pequeno texto descrevendo, o que foi discutido até agora em sala. Você utilizará este texto para fazer seu primeiro mapa conceitual, que servirá como material de estudos no futuro, para você e seus colegas de turma.

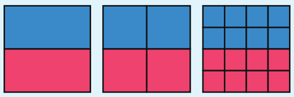
CONVERSANDO COM O PROFESSOR
ATIVIDADE 2

Professor, esta atividade é de identificação e reconhecimento. Por isso, é importante perguntar a estudantes distintos o que entendem por números racionais (fracionários e decimais exatos).

numeradores.

II. Frações Equivalentes

Mostre as seguintes figuras para a turma e pergunte:



$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{8}{16}$

As partes em azul (ou em vermelho) são do mesmo tamanho em cada figura?

Podemos afirmar que $\frac{1}{2}$ é igual a $\frac{8}{16}$?

Possível resposta: Sim pois representam a mesma parte do todo.

Pode acontecer de algum estudante falar que, para saber se duas frações são equivalentes, basta multiplicar o numerador da primeira fração pelo denominador da segunda fração e multiplicar o denominador da primeira fração pelo numerador da segunda fração. Se os resultados obtidos forem iguais, conclui-se que as frações são equivalentes. Caso isso aconteça, utilize as frações citadas anteriormente para, também, fazer a verificação dessa ideia.

COMPARANDO NÚMEROS DECIMAIS

Matematicamente, para comparar duas quantidades, é preciso se apoiar na noção de medida. Quando medimos, comparamos a mesma grandeza e, no caso específico de comparação de decimais, a ideia central é comparar a mesma ordem de grandeza. Assim, se uma quantidade possui ordem de grandeza nos milésimos e a outra quantidade possui ordem de grandeza nos décimos, então, para compará-las, é necessário converter a quantidade expressa em décimos para milésimos. Após o desenvolvimento destas duas etapas, faz-se a comparação dos resultados.

Exemplo:

Vamos comparar os números 0,197 e 0,0987 usando os sinais < (menor), > (maior) ou = (igual).

Elimina-se a vírgula dos dois números e se compara:

987 e 1970 → 987 < 1970
Logo: 0,197 > 0,0987

CONVERSANDO COM O PROFESSOR
ATIVIDADE 4

Professor, esta atividade é de reconhecimento e compreensão. Assim verifique se conseguiram compreender como comparar frações e decimais exatos. Caso considere necessário, retome os conceitos relacionados a esta habilidade.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR
ATIVIDADE 5

Professor, esta atividade é de análise, uma vez que apresenta uma situação problema em que o estudante deverá utilizar habilidades de pensamento relacionadas à leitura e análise de uma situação problema.

FINALIZANDO

Finalmente, peça-os que se dirijam ao quadro e colaborem com a construção dos mapas mentais, acrescentando novas informações. Desta forma, estudantes cinestésicos também participarão da aula colaborando ainda mais com a sistematização da aprendizagem de tudo que foi trabalhado nas aulas.

03 Observe a seguinte fração:

$$\boxed{\frac{3}{4}}$$

Em cada uma das frações abaixo, indique se é uma fração equivalente ou não à fração descrita acima. Justifique.

a. $\frac{2}{3}$ = ______ $\frac{2}{3}$ *não, pois esta fração já está na forma irredutível e não é igual a* $\frac{3}{4}$

b. $\frac{5}{4}$ = ______ $\frac{5}{4}$ *não, pois esta fração já está na forma irredutível e não é igual a* $\frac{3}{4}$

c. $\frac{6}{8}$ = ______ $\frac{6}{8}$ *sim, pois simplificando a fração* $\frac{6}{4}\frac{\div 2}{\div 2} = \frac{3}{4}$

d. $\frac{15}{20}$ = ______ $\frac{15}{20}$ *sim, pois simplificando a fração* $\frac{15}{20}\frac{\div 5}{\div 5} = \frac{3}{4}$

e. $\frac{1}{2}$ = ______ $\frac{1}{2}$ *não, pois esta fração já está na forma irredutível e não é igual a* $\frac{3}{4}$

f. $\frac{9}{12}$ = ______ $\frac{9}{12}$ *sim, pois simplificando a fração* $\frac{9}{12}\frac{\div 3}{\div 3} = \frac{3}{4}$

g. $\frac{12}{8}$ = ______ $\frac{12}{8}$ *não, pois simplificando a fração* $\frac{12}{4}\frac{\div 4}{\div 4} \neq \frac{3}{2}$

h. $\frac{12}{16}$ = ______ $\frac{12}{16}$ *sim, pois simplificando a fração* $\frac{12}{16}\frac{\div 4}{\div 4} = \frac{3}{4}$

Faça um pequeno texto descrevendo como verificar ou determinar uma fração equivalente. Você utilizará este texto para fazer seu segundo mapa mental do tipo conceitual. Depois, apresentará seus mapas conceituais à sala.

Professor, peça aos estudantes que respondam às atividades 3, 4, 5 e 6 do caderno de atividades deles. Diga que irão utilizar os textos pedidos nestes itens para que cada um faça um mapa mental sobre como se lê um número nas formas fracionária e decimal.

Este mapa mental, poderá ser postado em alguma rede social da escola ou da turma. O mapa mental poderá ser do tipo resumo, que por sua vez pode ser produzido à mão ou com um software, por exemplo:

Lucidchart. <https://www.lucidchart.com/pages/pt>. Acesso em: 07 jul. 2020;

Mindmeister. <https://www.mindmeister.com/pt>. Acesso em: 07 jul. 2020;

Canva. <https://www.canva.com/pt_br/>. Acesso em: Acesso em: 07 jul. 2020;

FreeMind. <http://freemind.sourceforge.net/>. Acesso em: Acesso em: 07 jul. 2020.

04 Utilize os sinais de > (maior), < (menor) ou = (igual) para comparar os seguintes números racionais:

a. $\frac{4}{5}$ e $\frac{3}{7}$ $\frac{4}{5} > \frac{3}{7}$ →, *pois reduzindo ao mesmo denominador, temos:* $\frac{4}{5}\,\frac{x7}{x7} = \frac{28}{35}$ *e* $\frac{3}{7}\frac{x5}{x5} = \frac{15}{35}$ *e* $\frac{28}{35} > \frac{15}{35}$

b. $\frac{5}{7}$ e $\frac{9}{7}$ $\frac{5}{7} < \frac{9}{7}$ →, *como os denominadores são iguais, logo a fração que tem o numerador maior será a maior.*

c. $\frac{7}{5}$ e $\frac{49}{35}$ $\frac{7}{5} = \frac{49}{35}$ →, *pois simplificando a segunda fração, temos:* $\frac{49}{35}\,\frac{\div 7}{\div 7} = \frac{7}{5}$

d. $\frac{9}{11}$ e $\frac{4}{11}$ $\frac{9}{11} = \frac{4}{11}$ →, *como os denominadores são iguais, logo a fração que tem o numerador maior será a maior.*

e. 3,45 e 3,5 $3{,}45 < 3{,}5$, *como os dois números têm as partes inteiras iguais, verificamos as partes decimais, assim* $4 < 5$

f. 1,234 e 1,2234= $1{,}234 < 1{,}2234$, *como os dois números têm partes inteiras iguais e partes decimais iguais, verificamos a parte centesimal assim 3>2.*

Faça um pequeno texto descrevendo como comparar dois números racionais. Você utilizará este texto para fazer seu terceiro mapa mental.

05 Ana Clara tem anotado os gastos mensais com relação ao seu salário:

- $\frac{1}{4}$ ela gasta com aluguel;
- $\frac{2}{5}$ ela gasta com alimentação da família; e
- $\frac{3}{8}$ ela gasta com diversão e cultura.
- $\frac{1}{10}$ ela gasta com água, luz e telefone.

Com o que Ana Clara tem maior gasto? E menor?

Solução:

Comparando todas as frações: $\frac{2}{5} > \frac{3}{8} > \frac{1}{4} > \frac{1}{10}$, pois reduzindo ao mesmo denominador temos:

$\frac{(2.8)}{(5.8)} = \frac{16}{40} > \frac{(3;5)}{(8.5)} = \frac{15}{40} > \frac{(1.10)}{(4.10)} = \frac{10}{40} > \frac{(4.1)}{(4.10)} = \frac{4}{40}$

Logo, Ana Clara gasta mais com a alimentação da família e gasta menos com o água, luz e telefone.

06 (SARESP – 2010 - Modificada) Lúcia, Dandara, Tábata, Danúbia e Júlia receberam, cada uma, um ticket numerado para concorrerem ao sorteio de um perfume.

Nome	Número do ticket
Lúcia	1,21
Dandara	1,02
Tábata	1,200
Danúbia	1,002
Júlia	1,2

A menina ganhadora é a que possuía o ticket com maior número. A ganhadora é:

a. $\boxed{\text{Lúcia}}$

b. Dandara

c. Tábata

d. Danúbia

e. Júlia

CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 6

Professor, esta atividade é um item de reconhecimento, pois para respondê-lo, os estudantes devem comparar os dados e identificar qual número racional é maior.

Solução:

Reescrevendo os números de forma que fiquem com a mesma quantidade de casas depois da vírgula (completando com zero), teremos:

Lúcia: 1,210 Dandara: 1,020
Tábata: 1,200 Danúbia: 1,002
Júlia: 1,200

Colocando em ordem crescente, teremos:

Danúbia: 1,002 Dandara: 1,020 Tábata: 1,200 Júlia: 1,200 Lúcia: 1,210

Lúcia possuía o ticket com o maior número.

AULA 3

QUAL É O PADRÃO?

OBJETIVO DA AULA

- Reconhecer a representação dos números racionais nas formas decimal e fracionária.

ATIVIDADE

01

Parte 1: Dadas as frações a seguir, transforme-as em números decimais:

a. $\frac{2}{10}$ = 0,2

b. $\frac{2}{100}$ = 0,02

c. $\frac{2}{1000}$ = 0,002

d. $\frac{221}{10}$ = 22,1

e. $\frac{221}{100}$ = 2,21

f. $\frac{221}{1000}$ = 0,221

CONVERSANDO COM O PROFESSOR
ATIVIDADE 1

Professor, esta atividade de identificação e reconhecimento está dividida em duas partes. Por isso, é importante perguntar aos estudantes o que eles entendem por números racionais (fracionários e decimais exatos) e compartilhar as respostas com a turma para que os colegas auxiliem nas respostas.

PARTE 1

Espera-se algo como:

Em geral, transforma-se uma fração decimal em um número decimal, fazendo com que o numerador da fração tenha o mesmo número de casas decimais que o número de zeros do denominador. Ou realizando a divisão do numerador pelo denominador.

PARTE 2

Espera-se algo como:

É possível transformar um número decimal em uma fração decimal tomando-se como numerador o número decimal sem a vírgula e, como denominador, a unidade seguida de tantos zeros quantas forem as casas decimais do número dado.

Parte 2: Dados os seguintes números decimais, transforme-os em frações irredutíveis:

a. 0,8 = $0{,}8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

b. 1,2 = $1{,}2 = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$

AULA 3 - QUAL É O PADRÃO?

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize a turma em U ou em duplas produtivas.

Devido aos protocolos de higiene e distanciamento social, as quantidades de estudantes frequentes diariamente poderão ser reduzidas. Nesse sentido, é importante estabelecer e incentivar o trabalho colaborativo, além do diálogo entre pares, respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso observe que não será possível o trabalho em duplas, instigue a sala a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante e calculadoras.

INICIANDO

Caro professor, inicie essa aula apresentando o objetivo de "reconhecer a representação dos números racionais nas formas decimal e fracionária" aos estudantes. Para isso, registre o objetivo em um canto da lousa, o qual, no final da aula, será retomado para verificar se foi alcançado. Escrever o objetivo é importante para os estudantes, porque eles devem saber o que estão fazendo e, desta forma, focar em alcançar esse objetivo.

Converse com os estudantes sobre números racionais, verificando os conhecimentos. Questione sobre os conceitos centrais da aula: o que eles sabem, lembram e entendem em relação ao tema estudado. Instigue-os a expor suas concepções e ideias sobre o assunto e escreva-as no quadro.

Explique que essas anotações são o painel de saberes e que ele será retomado ao final com objetivo de comparar o que escreveram com o que compreenderam durante a aula.

DESENVOLVENDO

Inicie a aula propondo aos estudantes que realizem a atividade 1. Relembre a eles que, para transformar uma fração em número decimal, basta realizar a divisão entre o numerador e o denominador. Neste primeiro momento, pode ser utilizada uma calculadora.

Pergunte as respostas de cada divisão e, à medida que forem falando, registre todas as informações no quadro fazendo as devidas adequações quando necessário. Pode incluir outras frações que achar pertinente para reforçar o padrão dos quocientes de frações com estas características. Pode usar, por exemplo:

$$\frac{8}{10}, \frac{8}{100}, \frac{8}{1000}, \frac{455}{10}, \frac{455}{100}, \frac{455}{1000}.$$

Para frações cujo denominador não é uma potência de 10, diga que basta dividir o numerador pelo denominador.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 3

Professor, esta atividade é de compreensão. Assim, verifique se conseguiram explicar como transformar um número decimal exato em uma fração irredutível. Motive os estudantes a realizar esta atividade em uma rede social. Caso ache necessário, retome os conceitos relacionados a esta habilidade.
Uma possível explicação seria que 0,25 tem duas casas decimais, isso quer dizer que foi dividido por 100, ou seja, 25/100. Simplificando essa fração, temos:

$$\frac{25}{100}\frac{\div 25}{\div 25} = \frac{1}{4}$$

c. 31,2 = $31{,}2 = \frac{312}{10} = \frac{156}{5}$

d. 5,032 = $5{,}032 = \frac{5032}{1000} = \frac{629}{125}$

e. 0,008 = $0{,}008 = \frac{8}{1000} = \frac{1}{125}$

02

0,125

A fração que representa o decimal acima é:

a. $\frac{1}{2}$

b. $\frac{1}{4}$

c. $\frac{1}{6}$

d. $\boxed{\frac{1}{8}}$

e. $\frac{1}{10}$

CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 2

Professor, esta atividade é de reconhecimento e compreensão, e visa verificar se o estudante consegue transformar o número decimal na sua forma fracionária e fazer a simplificação.

Solução: 0,125 tem três casas decimais, isso quer dizer que foi dividido por 1000, ou seja, 125/1000. Simplificando essa fração, temos:

$$\frac{125}{1000}\frac{\div 125}{\div 125} = \frac{1}{8}$$

03 Explique, com suas palavras, porque 0,25= $\frac{1}{4}$.

Se um estudante respondesse “Eu sei que $0{,}25 = \frac{1}{4}$, porque é só eu pegar uma pizza e dividir em quatro pedaços, já que um pedaço é igual a vinte e cinco por cento”, isso significa dizer que o estudante já tem a compreensão de números decimais e sua representação em porcentagem. Mesmo que não tenha sido discutido esse tema nesta Sequência de Atividades, é relevante perguntar quais outras frações podemos atribuir a porcentagens de forma automática, por exemplo,

$$\frac{1}{10} = 10\%$$
$$\frac{1}{2} = 50\%$$
$$\frac{3}{4} = 75\%$$

04 Considere as frações $\frac{235}{10}$ e $\frac{750}{100}$. A forma decimal dessas frações são, respectivamente, iguais a:

a. 2,35 e 7,50.

b. 23,50 e 75,00.

c. 23,50 e 0,75.

d. $\boxed{\text{23,50 e 7,50.}}$

e. 2,35 e 0,75

05 Para uma receita, precisam ser utilizados $\frac{3}{5}$ de um litro de água. Isso quer dizer que irá utilizar:

a. Menos que 0,5 do litro d'água.

b. $\boxed{\text{Entre 0,5 e 0,7 do litro d'água.}}$

c. Entre 0,7 e 0,8 do litro d'água.

d. Entre 0,8 e 0,9 do litro d'água.

e. Mais que 0,9 do litro d'água.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR
ATIVIDADE 4

Professor, esta atividade é de análise.

Solução: A fração $\frac{235}{10} = \frac{2350}{100} = 23{,}50$ e a fração $\frac{750}{100} = 7{,}50$

CONVERSANDO COM O PROFESSOR
ATIVIDADE 5

Professor, esta atividade é um item de análise, pois os estudantes vão relacionar a fração com sua representação decimal e, em seguida, identificar em qual intervalo se localiza esta medida.

Solução: Fazendo $3 \div 5 = 0{,}6$, que é um número entre 0,5 e 0,7

FINALIZANDO

Professor, peça aos estudantes que respondam às atividades do caderno de atividades.

Finalmente, indique que se dirijam ao quadro e colaborem com a listagem das formas práticas de transformação, acrescentando novas informações. Desta forma, estudantes cinestésicos também participarão da aula, colaborando ainda mais com a sistematização da aprendizagem de tudo que foi trabalhado nas aulas.

Pode-se sugerir que construam uma apresentação ou um pequeno vídeo onde eles apresentem os padrões de transformação de frações em decimais exatos e decimais exatos em frações.

AULA 4 – OS DECIMAIS INFINITOS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize a turma em U.

Devido aos protocolos de higiene e distanciamento social, a quantidade de estudantes frequentes diariamente poderá ser reduzida. Nesse sentido, é importante estabelecer e incentivar o trabalho colaborativo, além do diálogo entre pares, respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso observe que não será possível o trabalho em duplas, instigue a sala a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.

MATERIAL NECESSÁRIO

Calculadoras (ou, se possível, um celular para cada dupla) e Caderno do Estudante.

INICIANDO

Caro professor, inicie essa aula apresentando o objetivo de "reconhecer a representação dos números racionais nas formas decimal periódico" aos estudantes. Para isto, registre o objetivo em um canto da lousa, o qual, no final da aula, será retomado para verificar se foi alcançado. Converse com os estudantes sobre números racionais e irracionais, verificando os conhecimentos. Questione sobre os conceitos centrais da aula: o que eles sabem, lembram e entendem em relação ao tema estudado. Motive-os a expor suas

AULAS 4

OS DECIMAIS INFINITOS

OBJETIVOS DA AULA

- Reconhecer a representação dos números racionais na forma de decimal periódico.

ATIVIDADE

01 Parte 1: Escreva as frações a seguir na forma decima. Utilize uma calculadora para isso.

a. $\frac{2}{3}$ = 0,6666...

b. $\frac{1}{3}$ = 0,3333...

c. $\frac{322}{45}$ = 7,1555...

d. $\frac{22}{6}$ = 3,66666...

e. $\frac{53}{11}$ = 4,8181818181...

Parte 2: Dadas as dízimas periódicas a seguir, encontre a fração geratriz correspondente a cada uma delas:

a. 0,3333... = 10x=3+0,3+0,03+0,003+... - x= 0,3+0,03+0,003+0,0003+... 9x=3 $x\frac{3}{9} \rightarrow x = \frac{1}{3}$

b. 0,444...= 10x=4+0,4+0,04+0,004+... - x= 0,4+0,04+0,004+0,0004+... 9x=4 $x = \frac{4}{9}$

c. 0,313131...= 100x=31+0,3+0,01+0,003+... - x= 0+0,3+0,01+0,003+0,0001+... 99x=31 $x = \frac{31}{99}$

d. 1,5555...= 10x=15+0,5+0,05+0,005+... - x=1+0,5+0,05+0,005+0,0005+... 9x=14 $x = \frac{14}{9}$

concepções e ideias sobre o assunto e escreva-as no quadro.

Explique que essas anotações são o painel de saberes e que ele será retomado ao final com objetivo de comparar o que escreveram com o que compreenderam durante a aula.

DESENVOLVENDO

Inicie a aula propondo aos estudantes que realizem a parte 1 da atividade 1. Eles podem utilizar uma calculadora. Peça que anotem o resultado das divisões escrevendo todos os números que aparecem no visor da calculadora.

Pergunte o que está acontecendo com a parte decimal destes números. Leve-os a analisar

e. 0,2777...= 10x=27+0,7+0,07+0,007+... - x= 2+0,7+0,07+0,007+0,0007+... 9x=25 $x = \frac{25}{9}$

02 Preencha o quadro abaixo com os dados que faltam, correspondente à linha e à coluna.

Frações	Classificação	Período
$\frac{22}{15}$	1,4666... dízima periódica composta	6
$\frac{5}{9}$	0,5555... dízima periódica simples	5
$\frac{31}{99}$	0,313131... dízima periódica simples	31
$\frac{31}{99}$	1,4444... dízima periódica simples	4
$\frac{17}{6}$	2,83333... dízima periódica composta	3

03 Dada a dízima 3,82313131..., é correto afirmar que o seu período é:

a. 131

b. 31

c. 23

d. 13

e. 8

Ao escrever resumidamente a dizima 3,82313131... temos 3,8231, ou seja, o período dessa dizima é 31

os resultados encontrados, identificando o período, classificando-os em dízimas periódicas simples ou compostas. Caso considere pertinente, fale que a representação de um número racional, pode ser feita sob as formas fracionária e decimal. A sua forma decimal pode ser:

- um decimal exato – apresenta um número finito de casas decimais.
- um decimal infinito e periódico – apresenta um número infinito de casas decimais, que se repetem periodicamente.

Nesta aula, iremos trabalhar com as dízimas periódicas. Relembre com os estudantes como identificar uma dízima periódica e seus respectivos períodos. Escreva no quadro as dízimas a seguir e pergunte qual ou quais são os algarismos da parte decimal que se repetem, relembrando também como escrever essa dízima na forma reduzida:

I) 0,3333333... = $0,\overline{3}$

II) 1,6666666... = $1,\overline{6}$

III) 12,121212... = $12,\overline{12}$

IV) -4,23454545... = $-4,23\overline{45}$

V) 0,59999999... = $0,5\overline{9}$

VI) 7,1333333... = $7,1\overline{3}$

Pergunte se há diferença entre as dízimas apresentadas nos itens I, II e III e os itens IV,V e VI.

Escreva no quadro o que responderam e formalize com eles que podemos dizer:

Em I,II e III, "uma dízima periódica é simples se a parte decimal é formada apenas pelo período".

Em IV,V e VI, "uma dízima periódica é composta se possui uma parte que não se repete entre a parte inteira e o período".

À medida que forem respondendo, registre todas as informações no quadro fazendo as devidas adequações quando necessário. Pode incluir outros decimais que achar pertinente.

Após realizarem a parte 1, peça que resolvam a parte 2 da atividade 1, efetuando o processo para encontrar as frações geratrizes das dízimas periódicas. Deixe um tempo para que tentem lembrar do processo e, se possível, trocar informação entre eles ou pesquisas na internet.

Caso seja necessário, relembre a eles o processo de como determinar a fração geratriz a partir de uma dízima periódica, chegando até o processo prático.

Dada uma dízima periódica 0,4444…, qual será a fração que dá origem a esta dízima? Esta fração é um número racional chamado de geratriz da dízima periódica.

Para encontrarmos a geratriz de uma dízima periódica, devemos trabalhar com o número dado pensando como uma soma infinita de números decimais.

Assim, seja x a dízima 0,4444… , vamos escrever como a soma de infinitos números decimais:

$$x = 0{,}4 + 0{,}04 + 0{,}004$$
$$+ 0{,}004 + 0{,}00$$

Multiplicando x por 10^1, pois o período tem apenas 1 algarismo, temos:

$$10x = 4 + 0{,}4 + 0{,}04$$
$$+ 0{,}004 + \cdots$$

Subtraindo 10x-x, obtemos:

10x = 4+0,4+0,04+0,004+…

- x= 0,4+0,04+0,004 +0,0004+…

9x=4

$$x = \frac{4}{9}$$

04 A representação decimal da fração $\frac{23}{900}$ é:

a. Um decimal exato e igual a 0,025.

b. Uma dízima periódica simples e igual a 0,02555…

c. Uma dízima periódica composta e igual a 0,02555…

d. Uma dízima periódica simples e igual a 0,232323…

e. Uma dízima periódica composta e igual a 0,232323…

AULAS 5 E 6

ENTRE NA LINHA!

OBJETIVOS DA AULA

- Localizar números racionais na reta numérica.
- Reconhecer o que é uma dízima não periódica.
- Comparar números racionais e irracionais.

ATIVIDADE

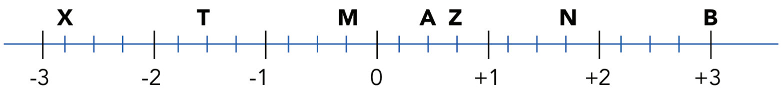
01 Observe as orientações do(a) professor(a)

"Entre na linha!"

Descreva como foi feita a sua entrada na reta imaginária. O colega a sua direita era maior ou menor que você? Por quê? Faça um desenho de como ficaram as alturas dos colegas a partir do centro (zero) para as extremidades.

02 Parte 1.

Observe a reta numérica a seguir:



FINALIZANDO

Professor, após a realização das atividades, pergunte:

- O que foi estudado nesta aula?
- Como transformar uma fração em decimal periódico? E um decimal periódico em fração?

Isso favorecerá a visualização de todo o processo, principalmente para estudantes que aprendem mais a partir de processos em que podem observar e reter informações. Para ampliar o universo de estudantes que se envolverão na aula, converse com a turma e instigue-os a falarem e trazerem suas respostas das atividades. Nesse sentido, estudantes

CONVERSANDO COM O PROFESSOR
ATIVIDADE 1

Professor, esta atividade é de identificação e reconhecimento. Por isso, é importante perguntar aos estudantes como será tomada a sua decisão de entrada na reta numerada. Articule a aula de forma a garantir a participação do número máximo de estudantes que puder envolver.

Solução: A primeira parte é subjetiva. O desenho ficará com a seguinte aparência:

CONVERSANDO COM O PROFESSOR
ATIVIDADE 2

Professor, esta atividade de identificação e reconhecimento está dividida em 2 partes. Por isso, é importante perguntar aos estudantes se conseguiram realizar a localização dos números racionais na reta numérica e se conseguiram descrever os passos para transformar números mistos. Articule a aula de forma a garantir a participação do número máximo de estudantes que puder envolver.

SOLUÇÃO - PARTE 1:

a) Z
b) $1{,}75$ *ou* $\frac{7}{4}$ *ou* $1\frac{3}{4}$
c) $-2{,}75$ *ou* $-\frac{11}{4}$ *ou* $-2\frac{3}{4}$
d) T
e) A
f) $-0{,}25$ *ou* $-\frac{1}{4}$

SOLUÇÃO - PARTE 2

Solução: Pode ser algo parecido com: para transformar uma fração imprópria em um número misto, devemos dividir o numerador pelo denominador. O quociente será a parte inteira do número, e o resto será o numerador da fração restante, que terá o mesmo denominador que a original. E para transformar número misto em uma fração imprópria, primeiro multiplicamos a parte inteira pelo denominador da fração, depois somamos o numerador ao resultado, assim obteremos o numerador da fração imprópria. O denominador será o mesmo que tinha o número misto.

No número impresso na placa, vemos o número $9\frac{3}{4} = \frac{4 \cdot 9 + 3}{4} = \frac{39}{4} = 9{,}75$

que apresentarem características de assimilação de aprendizagem a partir da modalidade auditiva, também serão favorecidos no processo.

Finalmente, indique que se dirijam ao quadro e colaborem com a construção dos padrões de transformação, acrescentando novas informações. Desta forma, estudantes cinestésicos também participarão da aula, colaborando ainda mais com a sistematização da aprendizagem de tudo que foi trabalhado nas aulas.

Sugere-se que eles construam uma apresentação ou um pequeno vídeo onde eles mostrem os padrões de transformação de dízimas periódicas simples ou composta em

frações, com o objetivo de utilizar como material de consulta.

AULAS 5 e 6 – ENTRE NA LINHA!

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize a turma em U.

Devido aos protocolos de higiene e distanciamento social, a quantidade de estudantes frequentes diariamente poderá ser reduzida. Nesse sentido, é importante estabelecer e incentivar o trabalho colaborativo, além do diálogo entre pares, respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso observe que não será possível o trabalho em duplas, instigue a sala a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.

MATERIAL NECESSÁRIO

Papel sulfite branco, lápis grafite, lápis de colorir, caneta, borracha, pincel ou giz branco e colorido para quadro/lousa, Caderno do Estudante, fita crepe branca, fita métrica e calculadora.

INICIANDO

Caro professor, inicie essa aula apresentando os objetivos "localizar números racionais na reta numérica", "reconhecer o que é uma dízima não periódica" e "comparar números racionais e irracionais" aos estudantes. Para isto, registre o objetivo em um canto da lousa, o qual, no final da aula, será retomado para verificar se foi alcançado. Alcançar esse objetivo é importante para os estudantes, porque eles devem saber o que estão fazendo e, desta forma, focar em alcançar esse objetivo.

É importante transpor os conceitos e termos técnicos e específicos utilizando linguagem clara e precisa. Nossos estudantes vêm de realidades diversas e, às vezes, os vocabulários receptivos e expressivos tornam-se elementos que dificultam o processo de aprendizagem que se inicia na retomada dos conhecimentos e avança com o decorrer da aula.

DESENVOLVENDO

Inicie conversando com os estudantes sobre a reta numérica. Pergunte quais pontos podemos marcar na reta. Caso citem os números inteiros, questione como podemos, então, localizar os números racionais quando estão na representação de fração.

Para a realização da ATIVIDADE 1, com a fita métrica e a fita crepe crie dois ou três espaços do tipo "régua do crescimento" na parede, para que os estudantes possam medir as suas alturas.

Peça que, de dois em dois, tirem par ou ímpar e, quem ganhar, sua altura fica negativa, e quem perder, fica com altura positiva (ou vice versa).

Distribua uma folha de papel sulfite para cada dupla, que deverá dividir a folha em duas (no sentido do comprimento).

No pedaço de folha que ficou, o estudante irá escrever sua altura com o sinal de "-"(negativo) ou de "+" (positivo).

Demarque o centro da sala que será o zero de uma reta numérica imaginária. Esta atividade pode ser feita na quadra de esportes.

Indique o sentido positivo dessa reta imaginária.

Agora, chame os estudantes um por um (pode ser usada a lista de chamada) e peça que entre na reta numérica imaginária. O próximo a ser chamado deverá ir para um lugar (sempre mantendo um distanciamento entre eles) que será um número maior ou menor do que o colega que já está na reta., dependendo da sua altura Caso tenham estudantes

ANOTAÇÕES

As distâncias entre cada segmento determinado pelas marcações em azul têm a mesma medida.
Indique:

a. A letra que corresponde ao número $\frac{3}{4}$.

b. O número racional que corresponde à letra N.

c. O número racional que corresponde à letra X.

d. A letra que corresponde ao número $-1\frac{2}{4}$.

e. A letra que corresponde ao número 0,5.

f. O número racional que corresponde à letra M.

Solução:
a) Z
b) 1,75 ou $\frac{7}{4}$ ou $1\frac{3}{4}$
c) -2,75 ou $\frac{-11}{4}$ ou $-2\frac{3}{4}$
d) T
e) A
f) -0,25 ou $\frac{-1}{4}$

Parte 2.

Caro estudante, você deve ter notado na alternativa d) da parte 1 que o número citado é um número misto. Números mistos são aqueles que tem uma parte inteira e uma fracionária (fração própria). Depois de ouvir as orientações do professor, descreva como transformar um número misto em uma fração imprópria e vice-versa. E descubra qual é a representação decimal do número impresso na placa a seguir:

$$\boxed{9\frac{3}{4}}$$

03 Com o uso de uma calculadora, calcule o valor das raízes quadradas a seguir:

a. $\sqrt{2}$ = 1,414213562...

b. $\sqrt{3}$ = 1,73205080...

c. $\sqrt{8}$ = 2,828427125...

d. $\sqrt{10}$ = 3,16227766...

com mesma medida, utilize o sinal que ele está e aumente ou diminua 1 cm em relação ao outro. Esse critério você também pode decidir junto com os estudantes.

Peça para que os estudantes realizem as atividades 2, 3 e 4.

Na parte 1 da atividade 2, leve-os a interpretar que as distâncias entre dois números inteiros, nesta reta, estão divididas em quatro partes correspondentes a 0,25 ou 1/4. Na alternativa d), verifique se eles lembram dos números mistos. Caso necessário, relembre com eles como transformar um número misto em uma fração imprópria e vice-versa.

Agora, peça que realize a parte 2 da atividade 2. Verifique se todos estão conseguindo escrever como transformar um número misto.

À medida que forem respondendo, registre todas as informações no quadro fazendo as devidas adequações quando necessário. Pode incluir outros decimais entre -3 e+3 que considerar pertinente para compor a reta numerada.

Durante a atividade 3, peça para que os estudantes escrevam o resultado de cada raiz quadrada com todos os algarismos que aparecem no visor da calculadora. Sobre os resultados encontrados, pergunte: São dízimas periódicas?

São decimais infinitos?

Se não são dízimas periódicas, como devemos chamá-las? Dízimas não periódicas?

E relembre a eles que são números que não podem ser representados pela divisão de dois inteiros; ou seja, não são números racionais. Estes números são chamados de números irracionais.

FINALIZANDO

Professor, pergunte aos estudantes sobre como localizar um número racional e um irracional na reta numérica. Instigue que respondam com base no que responderam nos seus cadernos de atividades. Isso favorecerá a visualização de todo o processo, principalmente para estudantes, que aprendem mais a partir de processos em que podem observar e reter informações. Nesse sentido, estudantes que apresentam características de assimilação de aprendizagem a partir da modalidade auditiva também serão favorecidos no processo.

Finalmente, indique que se dirijam ao quadro e colaborem com a construção de como localizar números racionais e irracionais na reta numérica, acrescentando novas informações. Desta forma, estudantes cinestésicos também participarão da aula colaborando ainda mais com a sistematização da aprendizagem de tudo que foi trabalhado nas aulas.

AULAS 7 – OS NÚMEROS IRRACIONAIS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize a turma em U.

Devido aos protocolos de higiene e distanciamento social, a quantidade de estudantes frequentes diariamente poderá ser reduzida. Nesse sentido, é importante estabelecer e incentivar o trabalho colaborativo, além do diálogo entre pares, respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso observe que não será possível o trabalho em duplas, instigue a sala a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.

04 Agora é sua vez! Faça um resumo sobre como distinguir uma dízima periódica de um número irracional.

Solução:
Em uma dízima periódica, sabemos qual é a próxima casa decimal; já na dízima não periódica, não temos como saber.
Obs.: Diga aos estudantes que, em uma calculadora não científica, os últimos algarismos da parte decimal nem sempre será repetido, pois estas calculadoras arredondam essa última casa decimal do visor.

05 Observe o seguinte número irracional:

3,141592654...

Este número está entre:

a. 3,1405...e 3,1406...

b. 3,1415...e 3,1416...

c. 3,1416...e 3,1417...

d. 3,1418...e 3,1419...

e. 3,1419...e 3,1420...

CONVERSANDO COM O PROFESSOR
ATIVIDADE 5

Professor, esta atividade é de reconhecimento e compreensão. Por isso, é importante garantir que todos falem e, Professor, esta atividade é um item de análise. Ele visa verificar se o estudante consegue comparar números irracionais.

Solução: O número 3,141592654... está entre 3,1415...e 3,1416..., ou seja,
3,1415...<3,14159< 3,1416...

AULAS 7

OS NÚMEROS IRRACIONAIS

OBJETIVO DA AULA
- Reconhecer a representação dos números irracionais dadas em forma de decimal infinito ou de radical

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno do Estudante, réguas e calculadora.

INICIANDO

Caro professor, inicie essa aula apresentando o objetivo de "reconhecer a representação dos números irracionais dadas em forma de decimal infinito ou de radical" aos estudantes. Para isto, registre o objetivo em um canto da lousa, o qual, no final da aula, será retomado para verificar se foi alcançado.

É importante transpor os conceitos e termos técnicos e específicos utilizando linguagem

ATIVIDADE

01 Simplifique os radicais a seguir, usando a decomposição em fatores.

a. $\sqrt{12}$ = $\sqrt{2\cdot 2\cdot 3} = \sqrt{2^2\cdot 3} = 2\sqrt{3}$

b. $\sqrt{20}$ = $\sqrt{20} = \sqrt{2^2\cdot 5} = 2\sqrt{5}$

c. $\sqrt{45}$ = $\sqrt{45} = \sqrt{3^2\cdot 5} = 3\sqrt{5}$

d. $\sqrt[3]{54}$ = $\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{2\cdot 3^3} = 3\sqrt[3]{2}$

e. $\sqrt{288}$ = $\sqrt{288} = \sqrt{2^2\cdot 2^2\cdot 2\cdot 3^2} = 12\sqrt{2}$

02 Identifique como racional ou irracional cada um dos números a seguir.

a. $\sqrt{30}$ = $\sqrt{30}$ irracional

b. $\sqrt{36}$ = $\sqrt{36}$ racional

c. $\sqrt[3]{27}$ = $\sqrt[3]{27}$ racional

03 Considere os números abaixo. Identifique os números irracionais, justificando sua resposta.

$$\frac{3}{10};\ \sqrt{38};\ 1{,}234545\ldots\ ;\ 8;\ 2{,}12312331233312\ldots\ ;\ \sqrt[3]{8};\ \sqrt{12}$$

Solução:

$\sqrt{38} = \sqrt{2\cdot 19} \rightarrow$ *temos que 2 e 19 não têm raízes exatas, assim, 38 também não terá.*

$2{,}1231233123331233312\ldots \rightarrow$ *é uma dízima não periódica.*

$\sqrt{12} = 2\sqrt{3} \rightarrow$ *como $\sqrt{3}$ não tem raiz exata, logo $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$ também não terá.*

clara e precisa. Nossos estudantes vêm de realidades diversas e, às vezes, os vocabulários receptivos e expressivos tornam-se elementos que dificultam o processo de aprendizagem que se inicia na retomada dos conhecimentos e avança com o decorrer da aula

DESENVOLVENDO

Comece perguntando como extrair a raiz de um número sem usar calculadora. Peça que tentem fazer a ATIVIDADE 1. Verifique se algum estudante conseguiu lembrar extração de raízes por meio da decomposição em fatores primos. Nesta atividade, o número $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$, por exemplo, possui raiz inexata, sendo assim, um radical irracional.

Caso necessite, relembre com eles a extração de raízes por meio da decomposição em fatores primos. Podem ser usados os seguintes exemplos:

a) $\sqrt{12}$

Decompondo o número 12: $12 = 2^2\cdot 3$ logo

$\sqrt{12} = \sqrt{2^2\cdot 3} = \sqrt{2^2}\cdot\sqrt{3} = 2\cdot\sqrt{3}$

b) $\sqrt{60}$

Decompondo o número 60:

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$60 = 2^2\cdot 3\cdot 5$ logo

$\sqrt{60} = \sqrt{2^2\cdot 3\cdot 5} = \sqrt{2^2}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{5} = 2\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{5} = 2\sqrt{15}$

FINALIZANDO

Professor, pergunte aos estudantes sobre como localizar um número racional e um irracional na reta numérica e motive-os que respondam com base no que responderam nos seus cadernos de atividades. Isso favorecerá a visualização de todo o processo, principalmente para estudantes, que aprendem mais a partir de processos em que podem observar e reter informações. Nesse sentido, estudantes que apresentam características de assimilação de aprendizagem a partir da modalidade auditiva também serão favorecidos no processo.

Finalmente, indique que

se dirijam ao quadro e colaborem com a construção de como determinar se um número é ou não irracional, acrescentando novas informações. Desta forma, estudantes cinestésicos também participarão da aula colaborando ainda mais com a sistematização da aprendizagem de tudo que foi trabalhado nas aulas.

04 A raiz quadrada de setenta é um número que está:

a. Mais próximo do 81 que do 64.

b. Mais próximo do 64 que do 81.

c. Mais próximo do 10 que do 9.

d. Mais próximo do 9 que do 8.

e. Mais próximo do 8 que do 9.

05 (FATEC) Sejam a e b números irracionais. Dadas as afirmações:

I) a·b é um número irracional.
II) a + b é um número irracional.
III) a - b pode ser um número racional.

Podemos concluir que:

a. As três são falsas.

b. As três são verdadeiras.

c. Somente I e III são verdadeiras.

d. Somente I é verdadeira.

e. Somente I e II são falsas.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR
ATIVIDADE 4

Professor, esta atividade é um item de análise. Este item visa verificar se o estudante consegue comparar números irracionais e entre quais racionais se encontram.

Solução: Temos que $\sqrt{64} < \sqrt{70} < \sqrt{81}$

Temos, também, que 70 está mais próximo do 64 do que 81, e que

$\sqrt{64} = 8 < \sqrt{70} < \sqrt{81} = 9$

CONVERSANDO COM O PROFESSOR
ATIVIDADE 5

Professor, esta atividade é um item de análise, pois os estudantes devem avaliar se dados dois números irracionais, os resultados de algumas operações se mantêm irracionais ou não.

Solução: I) a·b é um número irracional. (Falsa)

sejam a= $\sqrt{5}\ e\ b = \sqrt{5}$ (a questão não diz que tem que ser distintos). Então: $a \cdot b = \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{25} = 5$

II) a + b é um número irracional. (Falsa)

Sejam a= $8 - \sqrt{5}\ e\ b = \sqrt{5}$ então a $+ b = 8 - \sqrt{5} + \sqrt{5} = 8$

III) a - b pode ser um número racional.

Sejam a= $-\sqrt{5}\ e\ b = \sqrt{5}$ então a $- b = -\sqrt{5} - \sqrt{5} = -2\sqrt{5}$ (que é um número irracional)

mas, sejam a= $\sqrt{5}\ e\ b = \sqrt{5}$, então a $- b = \sqrt{5} - \sqrt{5} = 0$ (que é um número racional)

ANOTAÇÕES

AULAS 8

A LOCALIZAÇÃO DOS NÚMEROS IRRACIONAIS NA RETA.

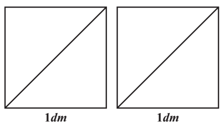
OBJETIVO DA AULA
- Localizar números irracionais na reta numérica.

01 Há muitos anos, foi atribuído aos pitagóricos o exemplo mais famoso de segmentos incomensuráveis: a relação da diagonal do quadrado com o seu lado. Essa medida resultou num valor que não podia ser representado em forma de uma fração, portanto, não poderia ser um número racional. O termo "racional" vem do latim *rationalis*, no qual *ratio* significa razão, ou seja, todo número que pode ser escrito na forma de uma fração com numerador e denominador inteiros e denominador diferente de zero é um número racional. Logo, os números que não podiam ser escritos em forma de fração ficaram conhecidos como Números Irracionais.

Vamos verificar como é a relação da diagonal do quadrado com o seu lado a partir de uma construção geométrica:

Passo 1 – Desenhe dois quadrados de lados medindo 1 dm (um em cada folha). Trace uma diagonal em cada um e recorte-os.

SOLUÇÃO:

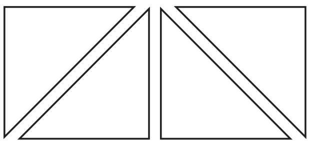


A área do quadrado é A= lado do quadrado l^2. Logo, $A=1^2$ $A=1\ dm^2$
Utilizando o Teorema de Pitágoras $a^2=b^2+c^2$, a medida a será a medida diagonal do quadrado e as medidas b e c são as medidas dos lados dos quadrados. Como no quadrado as medidas dos lados são congruentes, temos: a →diagonal "d" do quadrado | b e c →as medidas dos lados do quadrado=1dm - Logo,

$$d^2 = l^2 + l^2$$
$$d^2 = 1^2 + 1^2$$
$$d^2 = 2$$
$$d = \sqrt{2}\ dm$$

a. Calcule a área do quadrado e a medida da diagonal de cada quadrado.
Passo 2 – Recorte os quadrados pelas suas diagonais, obtendo 4 triângulos retângulos isósceles.

Recorte os quadrados pelas suas diagonais, obtendo 4 triângulos retângulos isósceles.



AULA 8 – A LOCALIZAÇÃO DOS NÚMEROS IRRACIONAIS NA RETA

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize a turma em U.

Devido aos protocolos de higiene e distanciamento social, a quantidade de estudantes frequentes diariamente poderá ser reduzida. Nesse sentido, é importante estabelecer e incentivar o trabalho colaborativo, além do diálogo entre pares, respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso observe que não será possível o trabalho em duplas, instigue a sala a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.

MATERIAL NECESSÁRIO

Réguas, calculadora, compasso, papel sulfite A4, transferidor, pincel ou giz branco e colorido para quadro/lousa e Caderno do Estudante.

INICIANDO

Caro professor, inicie essa aula apresentando o objetivo de "localizar números irracionais na reta numérica" aos estudantes. Para isto, registre o objetivo em um canto da lousa, o qual, no final da aula, será retomado para verificar se foi alcançado. Escrever esse objetivo é importante para os estudantes, porque eles devem saber o que estão fazendo e desta forma, focar em alcançar esse objetivo.

É importante utilizar-se de linguagem clara e precisa. Nossos estudantes vêm de realidades diversas e, às vezes, os vocabulários receptivos e expressivos tornam-se elementos que dificultam o processo de aprendizagem que se inicia na retomada dos conhecimentos prévios e avança com o decorrer da aula

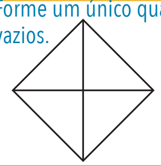
DESENVOLVENDO

Para a ATIVIDADE 1, comece comentando com os estudantes que o desenvolvimento da ideia de número irracional, na maioria das vezes, é realizado por meio da utilização do Teorema de Pitágoras.

Pergunte para a turma se alguém lembra do Teorema

Passo 3 – Forme um único quadrado utilizando os quatro triângulos isósceles, sem sobrepô-los e sem deixar espaços vazios.

Forme um único quadrado utilizando os quatro triângulos isósceles, sem sobrepô-los e sem deixar espaços vazios.



b. Qual é a área do novo quadrado? E a medida da nova diagonal?

Solução: O quadrado novo é composto pelos dois quadrados anteriores, onde as medidas das diagonais, agora, são as medidas dos lados.

Como a área do quadrado é A $A = l^2$, e a diagonal é d= $d = \sqrt{2}\ dm = l,$

$$A = l^2$$
$$A = (\sqrt{2})^2$$
$$A = 2\ dm^2$$

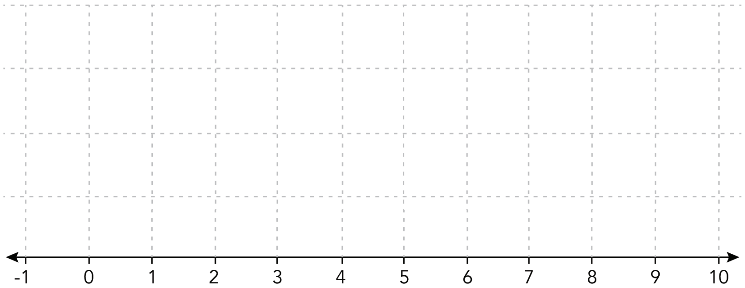
Calculando a nova diagonal, temos:

$$d^2 = l^2 + l^2$$
$$d^2 = 2(\sqrt{2})^2$$
$$d^2 = 2 \cdot 2$$
$$d = \sqrt{4}\ dm$$
$$d = 2\ dm$$

02 Os números irracionais podem ser representados na reta numérica por meio de construções geométricas.

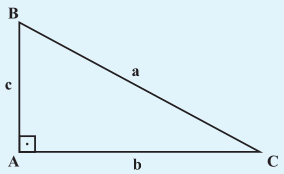
a. Desenhe um quadrado de lado 1, com um de seus vértices no ponto zero e um de seus lados sobre a reta numérica abaixo.

b. Em seguida, com a ponta seca do compasso no ponto 0 e abertura do compasso com a medida da diagonal, construa o arco até cortar a reta numérica, marcando um ponto.



de Pitágoras. Escreva no quadro todas as respostas e verifique, junto com os estudantes, se cada uma é de fato o teorema: a medida do quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos.

Podem ser desenhados os triângulos retângulos a seguir para relembrar os estudantes.



$a^2=b^2+c^2$

Após realizarem a atividade 1 desta relação, convém voltar a explorar o valor aproximado da raiz quadrada de 2 e a associação das raízes não inteiras com os números irracionais.

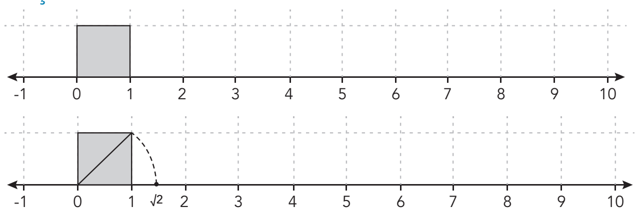
Para as atividades 2 e 3, temos que as construções geométricas são uma forma de representar os números irracionais na reta numérica, fazendo uso do protagonismo do estudante. Não há nela instruções de como realizar as construções, apenas sua comanda. Sugere-se uma mediação de tais construções. É importante que os estudantes tentem realizar as construções sugeridas, utilizando régua e compasso antes da formalização.

Nas atividades 4 e 5, relembre com os estudantes o número irracional π (pí), uma constante matemática muito utilizada. Comente com eles a existência de outras constantes, como o e, constante de Euler, e o ϕ (phi, lê-se “fi”), constante de ouro ou número áureo.

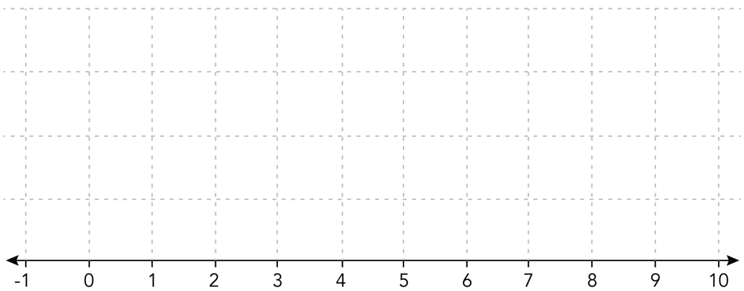
É importante estar atento aos possíveis equívocos que podem ser apresentados pelos estudantes de forma que, caso haja, faça as devidas correções. Se no decorrer das falas perceber que ainda há pontos relevantes a serem elencados, indague e estimule a turma a pensar e ativar conhecimentos específicos ainda não mencionados. Por exemplo, a representação de números decimais infinitos serem feitas com reticências.

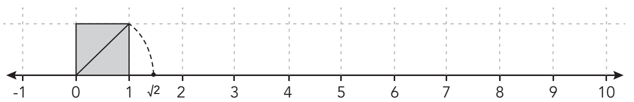
Qual é o valor do ponto encontrado sobre a reta numérica?

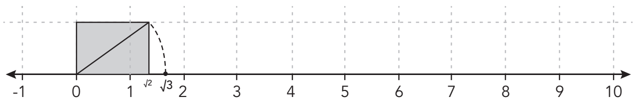
Solução: O valor encontrado será a $\sqrt{2}$



03 Para representar $\sqrt{3}$ na reta numérica, considere o segmento que vai do $0\ a\ \sqrt{2}$ encontrado na atividade 2 e construa um retângulo de base $\sqrt{2}$ e altura 1. Trace a diagonal do retângulo e transfira a medida para a reta numérica, iniciando no zero.







CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 3

Professor, esta atividade é de compreensão. Assim, verifique se conseguiram utilizar o compasso para realizar a transferência da medida para a reta numérica. É importante que os estudantes tentem realizar as construções sugeridas, utilizando régua e compasso antes da formalização.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 4

Professor, esta atividade é um item de análise. Ele visa verificar se o estudante consegue comparar números irracionais e entre quais racionais se encontram.

Solução: Como o número x está entre -3 e-2, isto nos indica que é um valor negativo. Assim, temos que avaliar as raízes

$$-\sqrt{10}\ e - \sqrt{7}$$

Vemos que

$$-\sqrt{16} < -\sqrt{10} < -\sqrt{9} \rightarrow$$
$$-4 < -\sqrt{10} < -3$$
$$e$$
$$-\sqrt{9} < -\sqrt{7} < -\sqrt{4} \rightarrow$$
$$-3 < -\sqrt{7} < -2$$

E como y está entre 3 e 4 (valor positivo), e o valor de π ≈3,1415926… , temos que x= $-\sqrt{7}\ e\ y \approx \pi$

FINALIZANDO

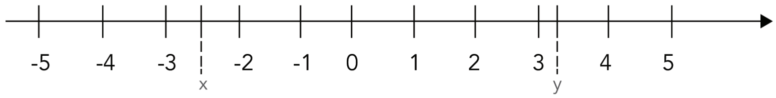
Professor, diga que irão utilizar o que foi estudado em aula. Isso favorecerá a visualização de todo o processo, principalmente para estudantes que aprendem mais a partir de processos em que podem observar e reter informações. Para ampliar o universo de estudantes que se envolverão na aula, converse com a turma e motive-os a falar e trazer suas experiências pessoais. Nesse sentido, estudantes que apresentam características de assimilação de aprendizagem a partir da modalidade auditiva também serão favorecidos no processo.

Finalmente, indique que se dirijam ao quadro e colaborem com a construção os padrões de transformação, acrescentando novas informações. Desta forma, estudantes cinestésicos também participarão da aula colaborando ainda mais com a sistematização da aprendizagem de tudo que foi trabalhado nas aulas.

SPFE – Caderno do aluno 9º ano, volume 1, página 225 e 226. (Modificado)

VPDC – Caderno do professor, Anos Finais, Volume 1, 9º ano, página 13 (modificado) - https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wp-content/uploads/sites/7/2020/03/vpdc41.pdf

04 Observe as posições dos números irracionais x e y na reta numérica a seguir:



Podemos afirmar que os valores, aproximados, para x e y são, respectivamente:

a. x= $\sqrt{7}$ e y=π

b. x= $\sqrt{7}$ e y = -π

c. x= $-\sqrt{10}$ e y = $\sqrt{2}$

d. x= $-\sqrt{7}$ e y = π

e. x= $\sqrt{10}$ e y = $\sqrt{2}$

MATEMÁTICA
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

ANOTAÇÕES

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Professor, esta Sequência de Atividades é parte de um projeto que tem como objetivo central possibilitar um percurso formativo que maximize a aprendizagem dos estudantes que cursam o Ensino Médio na Rede Estadual de São Paulo. Nesse sentido, é fundamental que os estudantes se expressem a partir das múltiplas linguagens (artística, matemática, musical, verbal e não verbal, entre outras) que devem ser trabalhadas e desenvolvidas nas salas de aulas das etapas da Educação Básica. Para isso, é importante garantir a participação de todos, cada um de sua maneira.

Esteja atento aos conhecimentos e saberes que cada estudante trará para as discussões e desenvolvimento de cada uma das atividades, cuidadosamente estruturadas com o intuito de ampliar e sistematizar os conhecimentos matemáticos trabalhados em cada uma das Sequências de Atividades.

Esta Sequência de Atividades tem como objetos de estudos dois conhecimentos matemáticos essenciais: o **Teorema de Pitágoras e as relações métricas no triângulo retângulo**. Para isso, a Sequência de Atividades do estudante será composta basicamente por atividades estruturadas a partir de dois tipos de instrumentos que serão as atividades de respostas construídas pelos estudantes e os itens de múltipla escolha. As atividades de respostas construídas por eles, nesse sentido, favorecerão o amadurecimento e ampliação de vocabulário e repertório e, para isso, é importante que no decorrer das aulas haja interação sistemática entre os estudantes. Os itens possibilitarão um diagnóstico pontual de aspectos relacionados aos conhecimentos essenciais que os estudantes precisarão para avançarem com as habilidades que serão ampliadas nesta Sequência de Atividades.

O percurso formativo que alicerça essa Sequência de Atividades tem como intenção central favorecer a ampliação de conhecimentos referentes à habilidade "**(EF09MA13) Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o Teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulo**". A escolha dessa habilidade foi feita por meio da análise realizada dos resultados da avaliação diagnóstica de entrada (avaliação interna) e SARESP/ SAEB (avaliações externas), que revelaram fragilidades dos estudantes nesses conhecimentos essenciais às suas trajetórias escolares e pessoais.

Para isso, ao longo das oito aulas, conforme o quadro de planejamento, os estudantes serão motivados a refletirem sobre conhecimentos, situações, contextos e fatos do cotidiano, de outras áreas de conhecimento e da própria matemática que se articulam com os objetos de conhecimento que subsidiam todo o trajeto de aprendizagem desenhado para cada uma das aulas.

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1 / 45 min	Os triângulos e suas classificações
2 / 45 min	
3 / 45 min	Teorema de Pitágoras
4 / 45 min	
5 / 45 min	Triângulos semelhantes
6 / 45 min	
7 / 45 min	Relações métricas no triângulo retângulo
8 / 45 min	

Lembre-se que o eixo expressão-compreensão é fundamental para o desenvolvimento das capacidades, conhecimentos e saberes dos estudantes. Também é importante atentar-se que cada estudante, ao longo de sua vida, desenvolveu formas específicas de aprender e assimilar conhecimentos. Neste sentido, explore imagens, converse, apresente situações, trabalhe com situações-problema reais e contextualizadas à realidade de sua comunidade escolar. Lembre-se de sugerir artigos, textos, livros, documentários, desenhos, filmes e canais de redes sociais, entre outros.

É importante registrar que a intenção dessa SA não é esgotar o tema proposto a partir dos objetos de conhecimentos matemáticos - Teorema de Pitágoras e as relações métricas no triângulo retângulo - mas sim sugerir um percurso formativo que deve ser implementado por você professor em todas as aulas, respeitando o tempo de aprendizagem de cada estudante, sua cultura local e juvenil, bem como suas percepções e apreciações matemáticas. Boa aula!

AULAS 1 E 2: OS TRIÂNGULOS E SUAS CLASSIFICAÇÕES

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Devido aos protocolos de higiene e distanciamento social e compreendendo que as quantidades de estudantes serão reduzidas, é importante estabelecer o diálogo entre pares, respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso perceba que não será possível que trabalhem em duplas, motive a sala a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.

MATERIAL NECESSÁRIO

- Régua.
- Transferidor.
- Palitos de fósforo, palitos de dentes, barbantes.
- Caderno de Atividades do Estudante.

INICIANDO

Caro professor, inicie esta aula apresentando os objetivos "conhecer os tipos de triângulos considerando as medidas de seus lados e as medidas de seus ângulos" e "reconhecer as características e elementos do triângulo retângulo" aos estudantes. Para isto, registre o objetivo em um canto da lousa, o qual, no final da aula, será retomado para verificar se foi alcançado. Escrever o objetivo é importante para os estudantes porque eles devem saber o que estão fazendo, para que desta forma, foquem em alcançar esse objetivo.

Para essa aula estão previstas 6 atividades nas quais serão abordados os conteúdos sobre os tipos de triângulos, considerando as medidas de seus lados e as medidas de seus ângulos e as características e elementos do triângulo retângulo.

Com o intuito de resgatar os conhecimentos que subsidiarão o desenvolvimento da aula, peça aos estudantes que falem sobre o que sabem acerca das figuras planas. À medida que forem falando, registre todas as informações no quadro/lousa fazendo as devidas adequações quando necessário. É importante estar atento aos possíveis equívocos que podem ser apresentados pelos estudantes e, caso haja, faça as devidas intervenções. Se no decorrer das falas perceber que ainda há pontos relevantes a serem elencados, indague e estimule a turma a pensar e ativar conhecimentos específicos ainda não mencionados.

DESENVOLVENDO

Professor, observe que:

01 A Atividade 1 é uma atividade de identificação e reconhecimento. Por isso, é importante perguntar a estudantes distintos o que entendem por vértice, lados, medidas de lados, ângulos e medidas de ângulos. Articule a aula de forma a garantir a participação do número máximo de estudantes que puder envolver.

Nome da Escola: ______________________________

Nome do Estudante: ______________________________

Data: ____/____/2020 Ano/Turma: ____________

AULAS 1 E 2

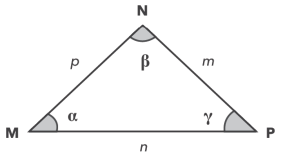
OS TRIÂNGULOS E SUAS CLASSIFICAÇÕES

OBJETIVOS DA AULA
• Conhecer os tipos de triângulos considerando as medidas de seus lados e as medidas de seus ângulos.
• Reconhecer as características e elementos do triângulo retângulo.

ATIVIDADE

01

1 Observe na representação a seguir o triângulo MNP.



Lembre-se:
Um polígono é uma forma geométrica, fechada, formada por segmentos de reta.

a. Quais letras correspondem às medidas dos lados do ΔMNP?

m, *n* e *p*

b. Quais letras correspondem às medidas dos ângulos internos do ΔMNP?

α, β e γ

c. Quais letras correspondem aos vértices do ΔMNP?

M, N e P

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 1
Professor, essa atividade retoma conteúdos factuais estudados desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Esteja atento aos estudantes que apresentarem dificuldades para identificar os elementos do triângulo (lados, medidas dos lados, vértices e ângulos internos). Aproveite o momento para articular conhecimentos, como a definição de polígonos e suas nomenclaturas (o triângulo é um polígono de três lados), formas geométricas planas e espaciais incluindo os corpos redondos.

02 A Atividade 2 é uma atividade de reconhecimento e compreensão. Por isso, é importante garantir que todos falem e, à medida que as informações, características e conhecimentos relativos à cada tipo de triângulo forem apresentadas, observe se toda a turma está acompanhando a retomada dos conceitos basilares ao avanço desta Sequência de Atividades.

03 A Atividade 3 é uma atividade de aplicação. Por isso, é fundamental acompanhar as estratégias e procedimentos adotados por cada estudante para construir os triângulos solicitados. Esteja atento aos registros, aos conceitos e características apresentadas.

04 A Atividade 4 é uma atividade de aplicação. Apesar da retomada dos conhecimentos procedimentais necessários para a construção dos ângulos a partir da régua e do transferidor, ela tem por intenção a ativação e retomadas de conceitos relacionados à ideia de ângulos agudo, obtuso e reto.

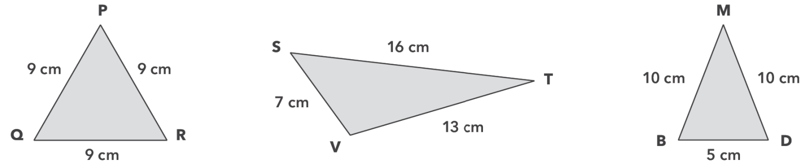
02

2 Os triângulos podem ser classificados a partir das medidas de seus lados ou a partir das medidas de seus ângulos internos.

Em relação à medida de seus lados os triângulos podem ser classificados em: escaleno, isósceles ou equilátero.

Em relação à medida de seus ângulos os triângulos podem ser classificados em: acutângulo, obtusângulo ou retângulo.

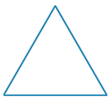
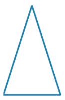
Observe as imagens dos triângulos PQR, STV e MDB e escreva seus respectivos nomes utilizando como critério a classificação a partir das medidas dos seus lados.



equilátero | escaleno | isósceles

03

3 Desenhe, com o auxílio de uma régua, os triângulos especificados no quadro e registre, em seguida, suas respectivas características. Se preferir, faça uma colagem utilizando palitos de fósforo, palitos de dentes, canudinhos, barbantes ou qualquer outro material adequado para esse trabalho.

Triângulo escaleno	Triângulo equilátero	Triângulo isósceles
		
Resposta esperada: as medidas de todos os lados distintas.	Resposta esperada: as medidas de todos os lados iguais.	Resposta esperada: as medidas de dois lados devem ser iguais.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 2

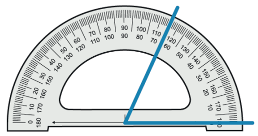
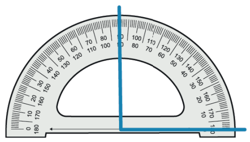
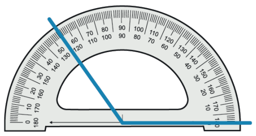
Professor, essa atividade avança em relação à anterior, de forma que o estudante deverá identificar e analisar as medidas dos lados de cada um dos triângulos e relacioná-las às características dos tipos de triângulos equilátero, escaleno e isósceles. É importante relembrar que o que pode ser claro para a alguns estudantes, pode ser bastante complexo para outros. Nesse sentido além de ser conceitual essa atividade é também procedimental, uma vez que cada estudantes utilizará procedimentos próprios ou orientados por você para classificar cada um dos triângulos.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 3

Professor, essa atividade envolve conteúdos conceituais e procedimentais. Por isso, esteja atento à assimilação e internalização, por parte dos estudantes, acerca das características específicas de cada tipo de triângulo (escaleno, equilátero e isósceles) e acompanhe atentamente as estratégias que utilizaram, principalmente nas construções dos triângulos equiláteros e isósceles.

04 **4** Com o auxílio de uma régua, construa um ângulo agudo, um ângulo reto e um ângulo obtuso nos transferidores 1, 2 e 3, respectivamente.

TRANSFERIDOR 1	TRANSFERIDOR 2	TRANSFERIDOR 3
		
Resposta aberta desde que a medida do ângulo seja inferior a 90°.	A medida do ângulo deve ter exatamente 90°.	Resposta aberta desde que a medida do ângulo seja superior a 90°.

Lembre-se:

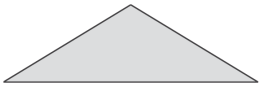
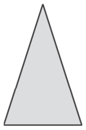
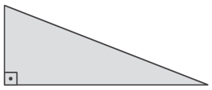
Um ângulo agudo é aquele cuja abertura possui medida menor que 90°.

Um ângulo reto é aquele cuja abertura é, exatamente, igual a 90°.

Um ângulo obtuso é aquele cuja abertura possui medida maior que 90°.

05 **5** Para pesquisar, discutir e registrar: Quais são as características dos triângulos acutângulo, retângulo e obtusângulo?

A pesquisa pode ser realizada na internet ou em livros da Sala de Leitura. A discussão pode ser feita com o professor, com um ou mais colegas ou até com amigos e familiares. Lembre-se que com os protocolos de biossegurança é fundamental manter uma distância mínima de 2 metros de qualquer outra pessoa, nesse momento.

TRIÂNGULOS	CARACTERÍSTICAS
	Triângulo obtusângulo Possui um ângulo com medida maior que 90°.
	Triângulo acutângulo Todos os ângulos possuem medidas menores que 90°.
	Triângulo retângulo Possui um ângulo de 90°.

05 A Atividade 5 é uma atividade de análise. Uma vez que ela apresenta as imagens de 3 triângulos distintos, o estudante deverá utilizar habilidades de pensamento relacionadas à leitura de imagens, no caso dos triângulos, para classificá-los e identificar suas características específicas.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 4

Professor, essa atividade tem por intuito subsidiar a compreensão dos estudantes acerca dos tipos de triângulos quando utilizarmos como critério as medidas de seus ângulos. Nesse sentido, essa atividade terá como objetivo a retomada de conceitos e ideias associadas aos tipos de ângulos (agudo, reto e obtuso). Para isso, a ferramenta que apoiará o conteúdo procedimental será o transferidor. Se for possível, faça uma oficina com o auxílio do transferidor, para os estudantes ampliarem ainda mais suas percepções acerca das medidas dos ângulos esse é o momento certo.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 5

Professor, para resolver essa atividade o estudante terá que identificar as características de cada triângulo a partir das aberturas dos ângulos e do ângulo reto apresentado em um dos triângulos. Para isso, o processo cognitivo estará associado ao reconhecimento de ângulos agudos e obtusos. Esteja atento aos procedimentos adotados por cada estudante e faça as devidas orientações que achar necessário.

06 A Atividade 6 é composta por três itens (I, II e III). Os itens I e II são de reconhecimento, uma vez que os estudantes devem ler os suportes e identificar características memorativas. O item III é de aplicação, uma vez que o estudante deverá compreender o texto base e retirar informações que deverão ser associadas a conhecimentos para a determinação da solução dele.

Professor, é interessante solicitar, principalmente aos estudantes que apresentarem dificuldades, que desenhem e recortem triângulos, manipulando-os e identificando todos os seus elementos.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

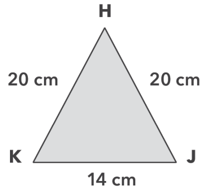
ATIVIDADE 6

Professor, os itens I, II e III encerram as atividades referentes às Aulas 1 e 2. A partir da resolução deles é importante verificar o que estudantes assimilaram, principalmente em relação aos conhecimentos essenciais acerca dos triângulos retângulos. A compreensão acerca das características e estruturas desses triângulos torna-se ancoragem para a aprendizagem em relação ao Teorema de Pitágoras.

06

6 Responda os itens I, II e III.

I) Observe o triângulo HJK.



Qual o nome dado a esse triângulo admitindo como classificação a medida de seus lados?

a. acutângulo
b. escaleno
c. isósceles
d. obtusângulo
e. retângulo

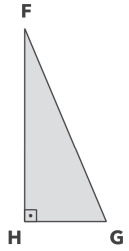
Resposta:
O triângulo é isósceles porque as medidas de dois lados são iguais.

II) Admita o triângulo LMN. Admita que LM = 8 cm, MN = 9 cm e LN = 7 cm.
A partir das informações apresentadas pode-se inferir que, com base nas medidas de seus lados, LMN é um triângulo

a. isósceles.
b. equilátero.
c. escaleno.
d. retângulo.
e. obtusângulo.

Resposta:
O triângulo LMN é escaleno porque as medidas de todos os lados são distintas.

III) Observe o polígono FGH a seguir.



Esse polígono é um triângulo retângulo porque

a. possui todos os ângulos com medidas menores que 90°.
b. possui todos os ângulos com medidas iguais a 90°.
c. possui todos os ângulos com medidas maiores que 90°.
d. possui um ângulo com medida de 90°.
e. possui um ângulo com medida de 180°

Resposta:
O polígono FGH é um triângulo retângulo porque possui um ângulo reto, ou seja, um ângulo que mede 90°.

ANOTAÇÕES

Finalmente, peça que se dirijam ao quadro e colaborem com a construção das listas, esquemas ou mapas mentais acrescentando novas informações. Desta forma, estudantes cinestésicos também participarão da aula colaborando ainda mais com a sistematização da aprendizagem de tudo que foi trabalhado nas aulas. Nesse sentido, é importante que a síntese final envolva pelo menos os pontos apresentados no esquema a seguir.

DEFINIÇÃO DE TRIÂNGULO

↓

ÂNGULOS AGUDOS, OBTUSOS E RETO

↓

CLASSIFICAÇÃO DE TRIÂNGULOS (QUANTO A MEDIDA DOS LADOS E QUANTO A MEDIDA DOS ÂNGULOS)

FINALIZANDO

Professor, finalize a aula construindo com toda a turma uma síntese de todos os conhecimentos trabalhados nas Aulas 1 e 2. Essa síntese deve ser registrada no quadro em forma de listas com tópicos e subtópicos, esquemas ou mapa mental. Isso favorecerá a visualização de todo o processo, principalmente para estudantes que aprendem mais a partir de processos em que podem observar informações. Para ampliar o universo dos estudantes, converse com a turma e motive-os a falarem e trazerem suas experiências pessoais. Nesse sentido, estudantes que apresentam características de assimilação de aprendizagem a partir da modalidade auditiva, também serão favorecidos no processo.

AULAS 3 E 4: TEOREMA DE PITÁGORAS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Devido aos protocolos de higiene e distanciamento social e compreendendo que as quantidades de estudantes serão reduzidas, é importante estabelecer o diálogo entre pares respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso perceba que não será possível que trabalhem em duplas, motive a sala a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.

MATERIAL NECESSÁRIO

- Régua
- Transferidor
- Canetas coloridas para detalhar a construção geométrica da Atividade 2.
- Caderno de Atividades do Estudante.

INICIANDO

Caro professor, inicie esta aula apresentando os objetivos "enunciar o Teorema de Pitágoras e expressá-lo em função das medidas dos lados de um triângulo retângulo" e "determinar as medidas dos lados de triângulos

!

AULAS 3 E 4

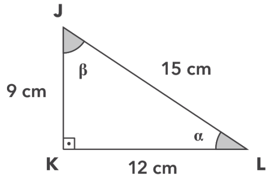
TEOREMA DE PITÁGORAS

OBJETIVOS DA AULA
• Enunciar o Teorema de Pitágoras e expressá-lo em função das medidas dos lados de um triângulo retângulo.
• Determinar as medidas dos lados de triângulos retângulos utilizando o Teorema de Pitágoras.

ATIVIDADE

01

1 Você conhece todos os elementos de um triângulo retângulo? Observe o triângulo JKL, reto em K, e responda em seguida algumas perguntas.



Lembre-se:
Um ângulo reto é aquele cuja medida é igual a 90°.

a. Quais são os vértices de JKL?

J, K e L

b. Quais são os lados de JKL?

JK, JL e KL.

c. Quais lados correspondem aos catetos de JKL? Qual lado corresponde a hipotenusa?

JK e KL correspondem aos catetos e LJ corresponde à hipotenusa.

d. Quais as medidas dos catetos de JKL? Qual a medida da hipotenusa?

Catetos: 9 cm e 12 cm; Hipotenusa: 15 cm.

retângulos utilizando o Teorema de Pitágoras" aos estudantes. Para isto, registre o objetivo em um canto da lousa, o qual, no final da aula, será retomado para verificar se foi alcançado. Escrever o objetivo é importante para os estudantes porque eles devem saber o que estão fazendo, para que desta forma, foquem em alcançar esse objetivo.

Para esta aula estão previstas 6 atividades na qual serão abordados os objetos de conhecimento sobre o Teorema de Pitágoras e expressando-o em função das medidas dos lados de um triângulo retângulo e a determinação das medidas dos lados de triângulos retângulos utilizando o Teorema de Pitágoras. Peça aos estudantes que falem o que sabem desse objeto de conhecimento.

À medida que forem falando, registre todas as informações no quadro fazendo as devidas adequações quando necessário. É importante estar atento aos possíveis equívocos que podem ser apresentados pelos estudantes e, caso haja, faça as devidas correções. Se no decorrer das falas perceber que ainda há pontos relevantes a serem elencados indague e estimule a turma a pensar e ativar conhecimentos específicos ainda não mencionados..

DESENVOLVENDO

Professor, observe que:

01 A Atividade 1 é uma atividade de identificação e reconhecimento. Por isso, é importante retomar os conceitos apropriados e ampliados na Atividade 1 das Aulas 1 e 2 e ampliar os conhecimentos acerca do triângulo retângulo, retomando a ideia e representação do ângulo reto (ângulo de 90º), de catetos e hipotenusa. Articule a aula de forma a garantir a participação do número máximo de estudantes que puder envolver.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 1

Professor, essa atividade será um pilar essencial para a compreensão do Teorema de Pitágoras. Desde o seu enunciado até a análise de triângulos retângulos para a aplicação deste teorema, os elementos retomados nesta atividade terão importância significativa na evolução das percepções dos estudantes. Se necessário oriente os estudantes a desenharem e recortarem triângulos retângulos para manipularem. Utilize parte do tempo para aprofundar as discussões acerca dos ângulos retos e suas representações.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 2

Professor, essa atividade envolve conteúdos conceituais e procedimentais. Tanto para construir o triângulo retângulo como para construir os quadrados, utilizando os catetos e a hipotenusa como referência para determinar as medidas dos lados de cada um dos quadriláteros, o estudante precisará manipular a régua, transferidor e compasso, entre outros. Nesse sentido, refinar a coordenação motora para trabalhar com estes instrumentos é uma habilidade que demanda prática. À medida que os estudantes forem apresentando dificuldades você poderá orientá-los de forma pontual. Mostre a eles esse caso de construção do triângulo retângulo conhecendo a hipotenusa "a" e os catetos "b" e "c". Peça aos estudantes que confiram a medida do ângulo reto com um transferidor. Peça ainda que pesquisem outros casos de construção do triângulo retângulo. É importante a socialização das pesquisas deles.

Construindo triângulo retângulo conhecendo os três lados.

Dados os segmentos: AB = 10 cm, BC = 8 cm e CA = 6 cm.

1) Traça-se um arco sobre o segmento AB medindo 10 cm (hipotenusa com 10 cm).

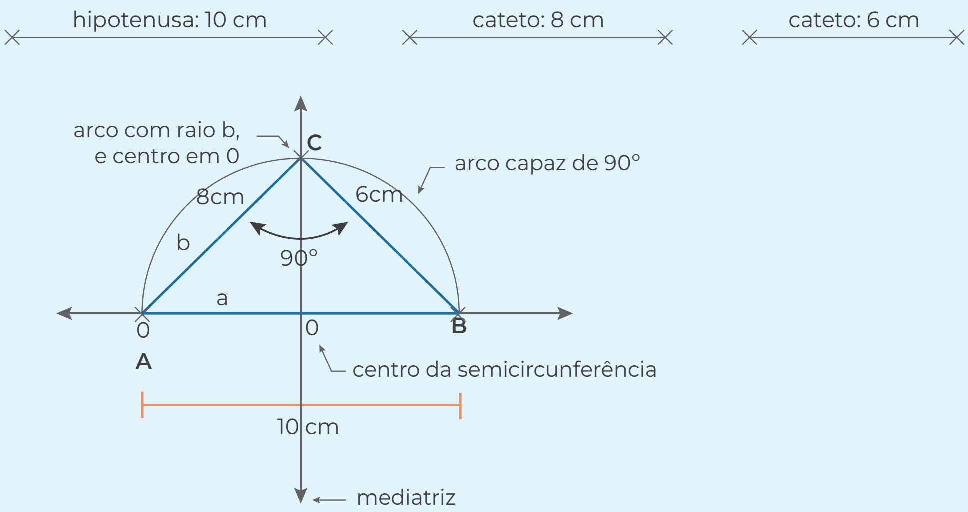
2) Com centro em A e medida qualquer, maior que a metade da medida AB, traça-se um arco acima e abaixo do segmento AB.

3) Com centro em B e medida qualquer, maior que a metade do segmento AB, traça-se um arco cortando os arcos traçados no passo 2.

4) Traça-se a mediatriz do segmento AB.

5) Com centro em A e medida igual a 8 cm, marca-se o ponto C na mediatriz.

6) Com centro em B medida igual a 6 cm, marca-se o ponto na mediatriz, assim o triângulo retângulo é construído.

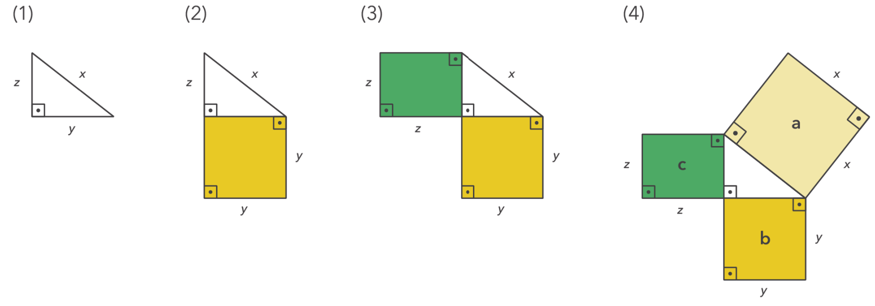


02

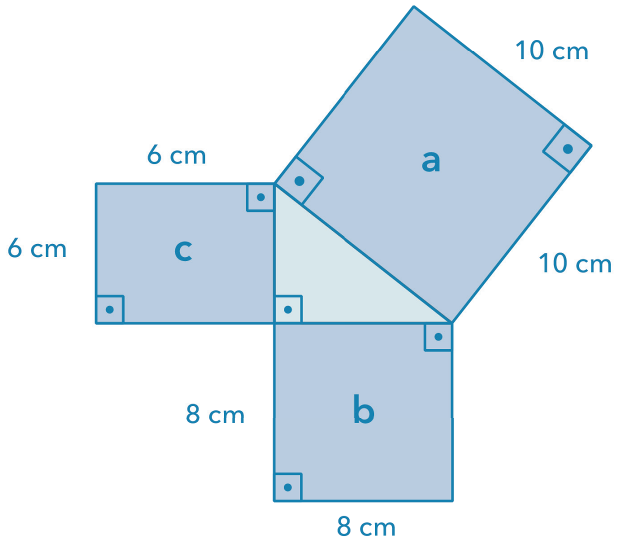
2

I) Construa no espaço a seguir um triângulo retângulo que possui catetos medindo 6 cm e 8 cm, respectivamente, e hipotenusa medindo 10 cm. Utilize a estratégia que achar mais adequada para construir o ângulo reto e explique para seus colegas o método que utilizou.

II) Construa um quadrado utilizando cada uma das medidas dos lados do triângulo que construiu conforme o modelo a seguir organizado em 4 passos.



III) Calcule as medidas das áreas dos quadrados representados por a, b e c.



02

A Atividade 2 é uma atividade de reconhecimento e compreensão, e de desenvolvimento de conteúdos procedimentais, uma vez que os estudantes terão que construir a representação geométrica com o auxílio de régua e, se possível, compasso e/ou transferidor para a determinação dos ângulos retos. É importantíssimo que eles compreendam que o ângulo reto mede 90°. Por isso, é importante garantir que todos construam a representação geométrica. À medida que forem apresentando dificuldades, principalmente na manipulação dos instrumentos (régua, transferidor e/ou compasso), faça todas as interferências necessárias.

3 Para pesquisar, discutir e registrar: O Teorema de Pitágoras enuncia que em um triângulo retângulo "o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos".

O que esse teorema tão importante quis dizer? Justifique-o utilizando as relações que se estabelecem entre a medida da área do quadrado representado por "a" e os quadrados representados por "b" e "c" na atividade anterior.

A pesquisa pode ser realizada na internet ou em livros da Sala de Leitura. A discussão pode ser feita com o professor, com um ou mais colegas ou até com amigos e familiares. Lembre-se de respeitar os protocolos de higiene e distanciamento social nesse momento.

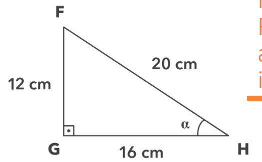
Resposta esperada:
O Teorema de Pitágoras enuncia que o valor da medida da hipotenusa elevado à segunda potência é igual à soma (resultado da adição) do primeiro cateto elevado à segunda potência com o segundo cateto, também elevado à segunda potência.
Da atividade anterior temos que a medida da hipotenusa era igual a 10 cm e as medidas dos catetos eram 6 cm e 8 cm. Portanto, a medida da área do quadrado representado sobre a medida da hipotenusa corresponde à ideia de "quadrado da hipotenusa", enquanto as medidas da áreas dos quadrados representados sobre as medidas dos catetos correspondem às ideias de "quadrado dos catetos".
Assim, área da região representada na Atividade 2 por a é igual a 100 cm^2, a área da região b é igual a 64 cm^2 e a área da região c é igual a 36 cm^2.
Logo, do Teorema de Pitágoras temos:
$a^2 = b^2 + c^2$
$100 = 64 + 36$

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 3

Professor, essa atividade consta de duas partes distintas. A primeira é a pesquisa e/ou conversa orientada acerca do Teorema de Pitágoras e sua importância para a sociedade. É importante que os estudantes mencionem que esse teorema tem aplicações em áreas diversas do conhecimento como transporte, engenharia, astronomia entre outros. Caso não falem, motive-os. Se perceber que não encontram informações sobre tais aplicações, oriente novas pesquisas. A segunda parte da atividade é procedimental e de análise. Para tanto é necessário retomar a atividade anterior, identificar os catetos e a hipotenusa e calcular as áreas de cada um dos quadrados. Só então será interessante associar o enunciado do teorema.

4 Observe o triângulo FGH.



Assinale a alternativa que relaciona as medidas dos lados desse triângulo utilizando como referência o Teorema de Pitágoras.

a. $12^2 = 16^2 + 20^2$
b. $16^2 = 12^2 + 20^2$
c. $20^2 = 12^2 + 16^2$
d. $2^{20} = 21^2 + 2^{16}$
e. $20^2 = 12 \cdot 16$

03 A Atividade 3 é uma atividade de aplicação que se articula de maneira muito direta com a atividade anterior. Por isso, é fundamental retomar conceitos como o cálculo da medida da área de um quadrado e solicitar que os estudantes determinem as respectivas áreas dos quadrados construídos a partir das medidas dos lados do triângulo retângulo. Essa estratégia possibilita ao estudante perceber e internalizar a definição do Teorema de Pitágoras.

04 A Atividade 4 é um item de reconhecimento. Apesar do resgate de conhecimentos factuais como triângulo retângulo, ângulo reto, catetos e hipotenusas o ponto central do item será a articulação destes conhecimentos com o enunciado do Teorema de Pitágoras. Esteja bastante atento aos processos utilizados por cada estudante e oriente a todos que ainda não se apropriaram desse conhecimento.

05 A Atividade 5 é um item de aplicação, uma vez que o estudante deverá compreender o texto base e retirar informações que deverão ser associadas a conhecimentos para a determinação da solução dele.

06 A Atividade 6 é um item de avaliação. Para resolvê-lo os estudantes deverão compreender a imagem do triângulo retângulo e terá que verificar as informações apresentadas em cada uma das alternativas, o que fará com que mobilizem habilidades específicas para a determinação da solução do problema.

FINALIZANDO

Professor, finalize a aula construindo com toda a turma uma síntese de todos os conhecimentos trabalhados nas Aulas 1 e 2. Essa síntese deve ser registrada no quadro em forma de listas com tópicos e subtópicos, esquemas ou mapa mental. Isso favorecerá a visualização de todo o processo principalmente para estudantes que aprendem mais a partir de processos em que podem observar e reter informações. Para ampliar o universo de

05 **5** As medidas dos catetos de um triângulo retângulo são iguais a 15 cm e 20 cm. Qual é a medida da hipotenusa desse triângulo?

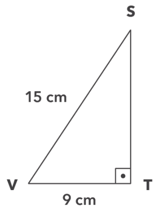
- **a.** 25 cm
- **b.** 35 cm
- **c.** 50 cm
- **d.** 55 cm
- **e.** 70 cm

Resposta:
Catetos: 15 cm e 20 cm
Hipotenusa: ?
Substituindo os dados em:

$$a^2 = b^2 + c^2$$
$$a^2 = (15)^2 + (20)^2$$
$$a^2 = 225 + 400$$
$$a^2 = 625$$
$$a = \sqrt{625}$$
$$a = \pm 25$$

a = - 25 cm → não serve.
a = 25 cm → serve
Logo a hipotenusa é igual a 25 cm.

06 **6** Observe as medidas de dois dos lados do triângulo STV.



Sobre o lado ST e sua medida, tem-se que é

- **a.** uma hipotenusa e mede 12 cm.
- **b.** uma hipotenusa e mede 24 cm.
- **c.** uma hipotenusa e mede 33 cm.
- **d.** um cateto e mede 12 cm.
- **e.** um cateto e mede 24 cm.

Resposta:
Cateto VT: 9 cm
Cateto ST: ?
Hipotenusa VS: 15 cm
Substituindo os dados em:

$$a^2 = b^2 + c^2$$
$$(15)^2 = (9)^2 + (c)^2$$
$$225 = 81 + c^2$$
$$c^2 = 225 - 81$$
$$c^2 = 144$$
$$c = \pm 12$$

Logo o cateto ST é igual a 12 cm.

ANOTAÇÕES

estudantes que se envolveram no arremate da aula, converse com a turma e motive-os a falarem e trazerem suas experiências pessoais. Nesse sentido, estudantes que apresentam características de assimilação de aprendizagem a partir da modalidade auditiva também serão favorecidos no processo. Finalmente, peça que se dirijam ao quadro e colaborem com a construção das listas, esquemas ou mapas mentais acrescentando novas informações. Desta forma, estudantes cinestésicos também participarão da aula colaborando ainda mais com a sistematização da aprendizagem de tudo que foi trabalhado nas aulas. Nesse sentido, é importante que a síntese final envolva pelo menos os pontos apresentados no esquema a seguir.

ÂNGULO RETO
↓
CONCEITO DE TRIÂNGULO RETÂNGULO
↓
ELEMENTOS DO TRIÂNGULO RETÂNGULO (ÂNGULO RETO, CATETOS E HIPOTENUSA
↓
ENUNCIADO DO TEOREMA DE PITÁGORAS
↓
APLICAÇÃO DO TEOREMA DE PITÁGORAS

AULAS 5 E 6: TRIÂNGULOS SEMELHANTES

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Devido aos protocolos de higiene e distanciamento social e compreendendo que as quantidades de estudantes serão reduzidas, é importante estabelecer o diálogo entre pares respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso perceba que não será possível que trabalhem em duplas, motive a sala a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.

MATERIAL NECESSÁRIO

- Régua
- Tesoura
- Palitos

INICIANDO

Caro professor, inicie esta aula apresentando os objetivos "relacionar as medidas dos lados de dois triângulos semelhantes" e "resolver problemas envolvendo semelhanças de triângulos" aos estudantes. Para isto, registre o objetivo em um canto da lousa, o qual, no final da aula, será retomado para verificar se foi alcançado. Escrever o objetivo é importante para os estudantes porque eles devem saber o que estão fazendo, para que desta forma, foquem em alcançar esse objetivo.

Em seguida, com o intuito de resgatar os conhecimentos que subsidiarão o desenvolvimento da aula, peça aos estudantes que falem sobre o que sabem acerca semelhança de triângulos. Lance perguntas do tipo: como fazer para verificar se dois triângulos são semelhantes? Quais são os casos de semelhança de triângulos? À medida que forem falando registre todas as informações no quadro fazendo as devidas adequações quando necessário. Observe se os estudantes compreendem que para se verificar que dois triângulos são semelhantes, não é necessário conferir se todos os lados homólogos, são proporcionais e se todos os ângulos são congruentes. Há alguns casos em que a detecção da semelhança é facilitada: **Caso AA (Ângulo, Ângulo); Caso LAL (Lado, Ângulo, Lado) e Caso LLL (Lado, Lado, Lado)**.

!

AULAS 5 E 6

TRIÂNGULOS SEMELHANTES

OBJETIVO DA AULA
- Relacionar as medidas dos lados de dois triângulos semelhantes.
- Resolver problemas envolvendo semelhanças de triângulos.

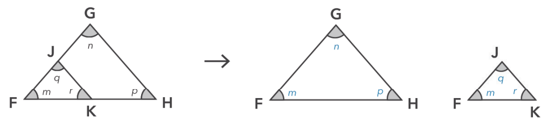
Para resolver as Atividades 1, 2 e 3 leia atentamente as orientações do comando (texto base), observe todos os elementos especificados em cada triângulo apresentado e, em seguida, converse com os colegas que estiverem mais próximos de você sobre o que deverão considerar para definir em que posição deve ficar cada ângulo. Caso, por conta dos protocolos de higiene e distanciamento social, não tiver como conversar com os colegas, verifique com seu professor qual deverá ser a estratégia para avançar com a atividade.

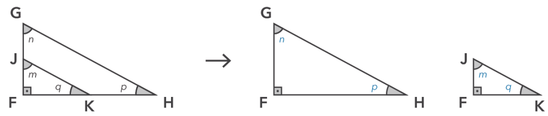
Lembre-se de registrar todos os pontos que entender como fundamentais para a tomada da decisão que tomou.

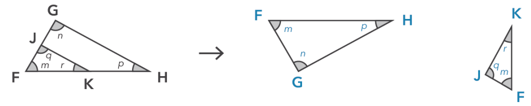
ATIVIDADE

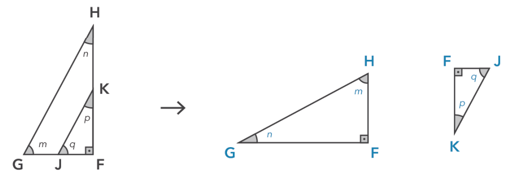
01

1 Em cada caso, escreva as medidas dos ângulos *m*, *n*, *p*, *q* e *r* para que os triângulos FGH e FJK sejam semelhantes.

a)


b)


c)


d)


É importante estar atento aos possíveis equívocos que podem ser apresentados pelos estudantes de e, caso haja, faça as devidas correções. Se no decorrer das falas você perceber que há algum estudante que não conhece os casos de semelhança de triângulos, retome os casos.

DESENVOLVENDO

Professor, observe que:

01 A Atividade 1 é uma atividade de identificação e reconhecimento. Esta atividade também possui uma abordagem que retoma conteúdos procedimentais, já que o estudante deverá construir uma linha de pensamento e análise das informações apresentadas na composição dos triângulos e nos triângulos apresentados separadamente. Portanto, é necessário acompanhar as discussões feitas entre pares observando possíveis intercorrências. Neste caso, é fundamental as devidas orientações, esclarecimentos e alinhamentos.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 1

Professor, embora essa atividade seja de identificação, é importante observar que inicialmente os estudantes deverão compreender a decomposição de um triângulo em dois triângulos distintos e semelhantes. A análise comparativa dos triângulos após a decomposição se dará após o estudante entender o percurso adotado pela atividade. Esteja atento aos estudantes que apresentarem dificuldades e se perceber a necessidade, solicite que resolvam outras situações dessa natureza.

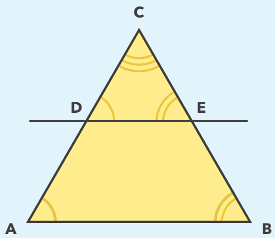
CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 2

Professor, retome com os estudantes que dois triângulos são semelhantes se, e somente se seus três ângulos são congruentes (na mesma ordem) e seus lados homólogos são proporcionais. Aborde, também, o teorema fundamental de semelhança de triângulos e os casos de semelhança de triângulos.

Teorema Fundamental

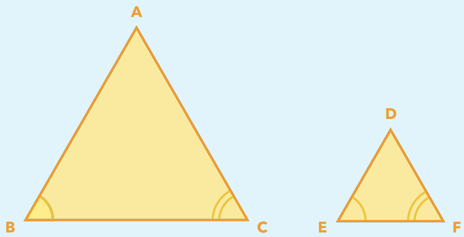
Se houver uma reta paralela a um dos lados de um triângulo e ela interceptar os outros dois lados em pontos distintos, dois triângulos serão formados e eles serão semelhantes.



Casos de Semelhança

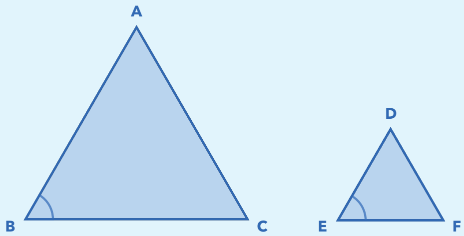
Caso AA (Ângulo, Ângulo)

Sejam dois triângulos ABC e DEF. Eles serão semelhantes se, e somente se dois de seus ângulos forem congruentes.



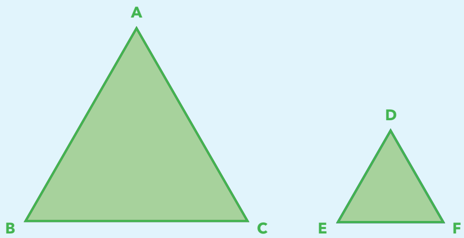
Caso LAL (Lado, Ângulo, Lado)

Dois triângulos serão semelhantes se, e somente se eles tiverem dois lados respectivamente proporcionais e se os ângulos formados por esses lados forem congruentes.



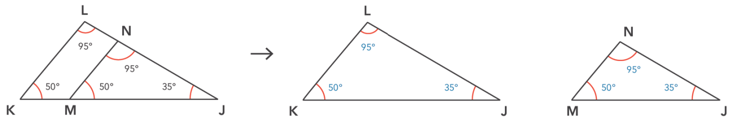
Caso LLL (Lado, Lado, Lado)

Dois triângulos serão semelhantes se, e somente se, eles tiverem os três lados respectivamente proporcionais.

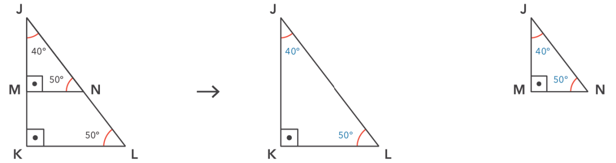


02 **2** Em cada situação é apresentada a composição dos triângulos semelhantes JKL e JMN e, em seguida, os mesmos triângulos são decompostos. Identifique nos triângulos JKL e JMN seus respectivos ângulos.

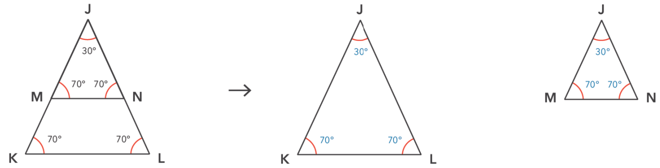
a)



b)



c)

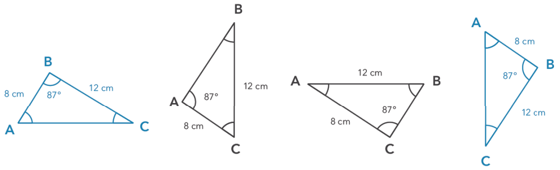


03 **3** Identifique, em cada linha, o par de triângulos semelhantes. Para isso converse com seus colegas e identifique o caso de semelhança que utilizou para determinar os pares.

Lembre-se:

A soma das medidas dos ângulos internos de qualquer triângulo é sempre igual a 180°.

Linha 1



Esses triângulos são semelhantes pelo caso **LAL (Lado, Ângulo, Lado)**.

02 A Atividade 2 também é uma atividade de identificação e reconhecimento cujo percurso procedimental aproxima-se bastante do desenvolvido na atividade anterior. O que diferencia esta atividade da anterior se dá nos focos de atenção do estudante e análise, de forma que a primeira atividade se volta para a leitura das medidas dos lados dos triângulos enquanto esta atividade se volta para a leitura das medidas dos ângulos internos deles.

03 A Atividade 3 é uma atividade de aplicação. Inicialmente, retome a propriedade triangular que enuncia que a soma dos ângulos de qualquer triângulo é sempre igual a 180°. Essa propriedade será necessária para os estudantes operarem e determinarem os ângulos não explicitados com o intuito de verificar os casos de semelhança ALA.

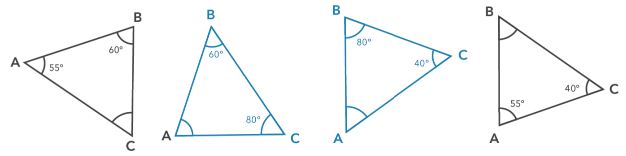
CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 2

Resposta comentada:

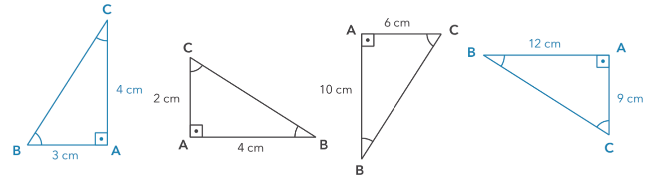
- Os dois triângulos JKL e JMN são semelhantes pois em todos os casos é possível perceber os casos **AA (Ângulo, Ângulo)**.
- Outra observação: os dois triângulos JKL e JMN são semelhantes, pois a reta paralela a um dos lados do triângulo intercepta os outros dois lados em pontos distintos, formando dois triângulos semelhantes (Teorema fundamental).

Linha 2



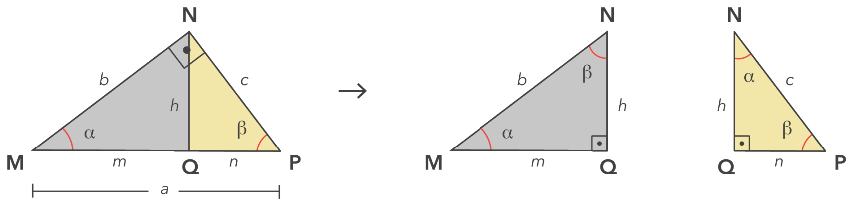
Esses triângulos são semelhantes pelo caso **AA (Ângulo, Ângulo)**.

Linha 3



Esses triângulos são semelhantes pelo caso **LAL (Lado, Ângulo, Lado)**.

4 No triângulo MNP, reto em N, NQ é a altura relativa a base MP.



Observe o triângulo MNP e os triângulos MNP e NPQ.

Para pesquisar, discutir e registrar: Quais os casos de semelhança que tornam estes três triângulos (MNP, MNQ e QNP) semelhantes?

Resposta esperada: É importante os estudantes mencionarem as relações métricas do triângulo retângulo. Algumas possíveis relações são:

$$b^2 = m^2 + h^2$$
$$c^2 = n^2 + h^2$$
$$b^2 = a \cdot m$$
$$c^2 = a \cdot n$$
$$h^2 = m \cdot n$$
$$a \cdot h = b \cdot c$$

A pesquisa pode ser realizada na internet ou em livros da Sala de Leitura. A discussão pode ser feita com o professor, com um ou mais colegas ou até com amigos e familiares. Respeite os protocolos de higiene e distanciamento social. Professor, verifique se os estudantes, com as pesquisas, compreenderam as relações métricas do triângulo retângulo.

Caso não tenham compreendido as relações métricas do triângulo retângulo, retome o assunto com eles e tire as todas as dúvidas.

04 A Atividade 4 é uma atividade de compreensão. Apesar de erroneamente esta atividade voltar-se a um caráter memorativo, é imprescindível optar por uma abordagem significativa direcionada ao processo de interpretação, compreensão e dedução das relações métricas do triângulo retângulo. Portanto, é importante que os estudantes sejam instigados a exporem suas observações explicando como farão para encontrarem determinações a partir da lógica definida pela relação dos lados do triângulo utilizando a ideia de semelhança de triângulos.

04

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 4

Professor, essa atividade de compreensão é a síntese das Aulas 1, 2, 3, 4, 5 e 6. Ela é fundamental para o sucesso das expectativas de aprendizagem estruturadas para essa SA uma vez que, para aplicar as relações métricas do triângulo em relações diversas, será extremamente importante ao estudante compreender de onde vieram tais relações. Desta forma o estudante não precisará se preocupar em memorizar tais relações podendo encontrá-las dedutivamente sempre que necessitar. Esteja atento aos estudantes que apresentarem dificuldades e se perceber a necessidade solicite que resolvam outras situações dessa natureza.

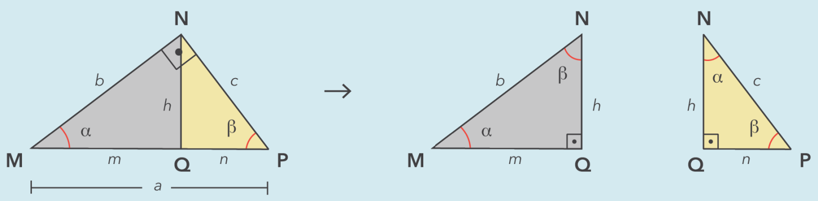
05 **06** As Atividades 5 e 6 são dois itens: o primeiro de reconhecimento e o segundo de aplicação. É importante que o trabalho com estes itens só se inicie quando os estudantes tiverem se apropriado dos conhecimentos abordados na Atividade 4. Oriente a turma a rascunhar três triângulos semelhantes aos destes itens para manipulá-los no intuito de favorecer uma abordagem mais concreta para a resolução deles.

FINALIZANDO

Professor, finalize a aula construindo com toda a turma uma síntese de todos os

INSTRUÇÃO

Utilize o esquema a seguir para responder às Atividades 5 e 6.



05

5 A medida do lado do cateto NQ do triângulo MNP corresponde a qual medida do triângulo MNQ?

a. *a*
b. *b*
c. *h*
d. *m*
e. *n*

Resposta:
A medida de NQ corresponde a "h".

06

6 Se a medida de *m* é igual a 10 cm e a medida de *h* é igual a 8 cm, qual das relações apresentadas deve ser utilizada para determinar a medida de *n*?

a. $10n = 8$
b. $8n = 10$
c. $\frac{8}{10} = \frac{8}{n}$
d. $\frac{10}{8} = \frac{n}{8}$
e. $\frac{10}{8} = \frac{8}{n}$

Resposta:
São dados: m= 10 cm; h= 8 cm e n=?
Observando o triângulo MNP, verifica-se que "m" está para "h", assim como "h" está para "n".
$\frac{m}{h} = \frac{h}{n}$
Substituindo as medidas dadas nessa relação, tem-se: $\frac{10}{8} = \frac{8}{n}$.

conhecimentos trabalhados nas Aulas 1 e 2. Essa síntese deve ser registrada no quadro em forma de listas com tópicos e subtópicos, esquemas ou mapa mental. Isso favorecerá a visualização de todo o processo principalmente para estudantes que aprendem mais a partir de processos em que podem observar e reter informações. Para ampliar o universo de estudantes que se envolverão no arremate da aula, converse com a turma e motive-os a falarem e trazerem suas experiências pessoais. Nesse sentido, estudantes que apresentam características de assimilação de aprendizagem a partir da modalidade auditiva, também serão favorecidos no processo. Finalmente, peça que se dirijam ao quadro e colaborem com a construção das listas, esquemas ou mapas mentais acrescentando novas informações.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADES 5 E 6

Professor, os itens referentes às Atividades 5 e 6 encerram as aulas 5 e 6. A partir da resolução deles é importante verificar o que estudantes assimilaram, principalmente em relação aos conhecimentos essenciais acerca dos casos de semelhança principalmente para subsidiar a compreensão das relações métricas do triângulo retângulo. Os dois itens são de identificação e reconhecimento e o último deles retoma o processo necessário para o estudante aplicar as relações em situações diversas. Esteja atento aos estudantes que apresentarem dificuldades e se perceber a necessidade solicite que resolvam outras situações dessa natureza.

Desta forma, estudantes cinestésicos também participarão da aula colaborando ainda mais com a sistematização da aprendizagem de tudo que foi trabalhado nas aulas. Nesse sentido, é importante que a síntese final envolva pelo menos os pontos apresentados no esquema a seguir.

CASOS DE SEMELHANÇAS DE TRIÂNGULOS
↓
SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO
↓
RELAÇÃO DE PROPORCIONALIDADE

AULAS 7 E 8: RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organizar a turma em duplas produtivas.

Devido aos protocolos de higiene e distanciamento social e compreendendo que as quantidades de estudantes serão reduzidas, é importante estabelecer o diálogo entre pares, respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso perceba que não será possível que trabalhem em duplas, motive a sala a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.

MATERIAL NECESSÁRIO

- Régua
- Transferidor
- Palitos de fósforo, palitos de dentes, barbantes.

INICIANDO

Caro professor, inicie essa aula apresentando os objetivos “compreender as relações métricas do triângulo retângulo”, “resolver problemas envolvendo relações métricas do triângulo retângulo” aos estudantes. Para isto, registre o objetivo em um canto da lousa, o qual, no final da aula, será retomado para verificar se foi alcançado. Escrever o objetivo é importante para os estudantes porque eles devem saber o que estão fazendo, para que desta forma, foquem em alcançar esse objetivo.

!

AULAS 7 E 8

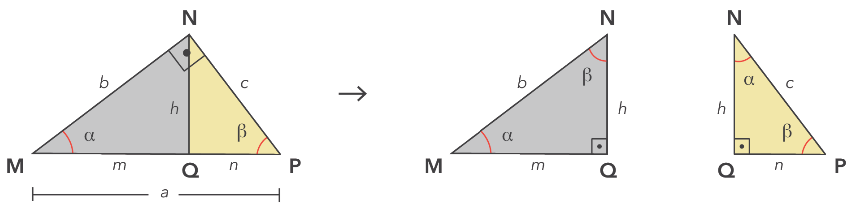
RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

OBJETIVO DA AULA
- Compreender as relações métricas do triângulo retângulo.
- Resolver problemas envolvendo relações métricas do triângulo retângulo.

ATIVIDADE

01

1 Observe os triângulos semelhantes MNP, MNQ e NPQ.

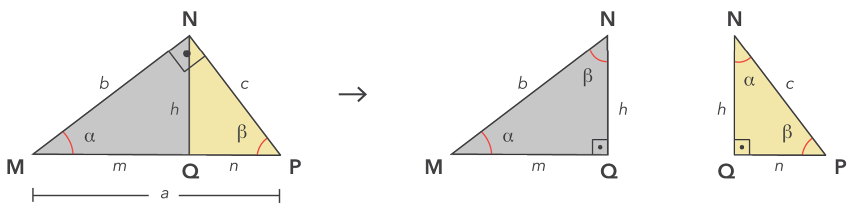


Utilize o Teorema de Pitágoras em cada um desses triângulos e determine a relação que se estabelece entre cada uma das hipotenusas e respectivos catetos destes triângulos.

Triângulo MNP	Triângulo MNQ	Triângulo NPQ
$a^2 + b^2 = c^2$	$b^2 = m^2 + h^2$	$c^2 = n^2 + h^2$

02

2 Observe os triângulos semelhantes MNP e MNQ.



Para esta aula estão previstas 6 atividades nas quais serão abordados os conteúdos de resolução de problemas envolvendo relações métricas do triângulo retângulo.

Com o intuito de resgatar os conhecimentos que subsidiarão o desenvolvimento da aula, peça aos estudantes que falem sobre o que sabem acerca das figuras planas. À medida que forem falando registre todas as informações no quadro/lousa fazendo as devidas adequações quando necessário. É importante estar atento aos possíveis equívocos que podem ser apresentados pelos estudantes e, caso haja, faça as devidas intervenções. Se no decorrer das falas perceber que ainda há pontos relevantes a serem elencados, indague e estimule a turma a pensar e ativar conhecimentos específicos ainda não mencionados.

Como são semelhantes, então, $\frac{a}{b} = \frac{b}{m}$.

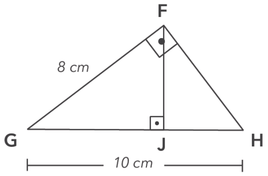
Com base nas afirmações, assinale a alternativa que apresenta a relação estabelecida entre as medidas correspondentes a *a*, *b* e *m*, no triângulo MNP.

a. $a = b^2 + m$
b. $a = b \cdot m^2$
c. $m = a \cdot m$
d. $b^2 = a \cdot m$
e. $b^2 = a + m$

Resposta:
Como são semelhantes, então, $\frac{a}{b} = \frac{b}{m} \rightarrow b \cdot b = a \cdot m \rightarrow b^2 = a \cdot m$

03

3 Observe o triângulo FGH.



Lembre-se:

O quadrado da hipotenusa sempre será igual à soma do quadrado dos catetos.

Para pesquisar, discutir e registrar: Como você faria para determinar as medidas de $\overline{FH}$, $\overline{GJ}$ e $\overline{FJ}$?

A pesquisa pode ser realizada na internet ou em livros da Sala de Leitura. A discussão pode ser feita com o professor, com um ou mais colegas ou até com amigos e familiares. Lembre-se de respeitar os protocolos de higiene e distanciamento social nesse momento.

Para a determinação da medida de $\overline{FH}$

$10^2 = 8^2 + (\overline{FH})^2$

$100 = 64 + (\overline{FH})^2$

$\overline{FH} = 6$ cm

Para a determinação da medida de $\overline{GJ}$

$8^2 = 10 + (\overline{GJ})^2$

$\overline{GJ} = \frac{64}{10}$

$\overline{GJ} = 6,4$ cm

Para a determinação da medida de $\overline{JH}$

$\overline{JH} = 10 - 6,4$

$\overline{JH} = 3,6$ cm

$\overline{FJ} \cdot 10 = 3,6 \cdot 6,4$

$\overline{FJ} \cong 2,3$ cm

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 3

Professor, essa atividade é uma atividade de aplicação que exige do estudante a retomada do Teorema de Pitágoras e a análise do triângulo para a escolha da relação métrica que possibilitará a determinação das medidas desconhecidas do triângulo retângulo. Esteja atento aos estudantes que apresentarem dificuldades e se perceber a necessidade solicite que resolvam outras situações dessa natureza.

DESENVOLVENDO

Professor, observe que:

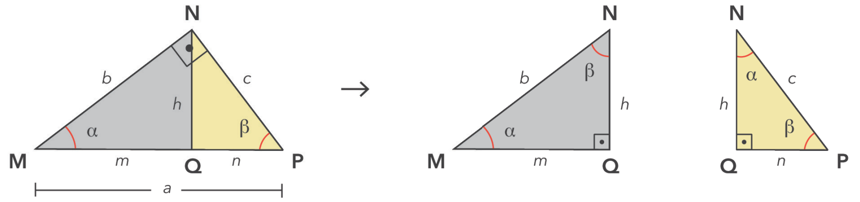
01 A Atividade 1 é uma atividade de aplicação. Para iniciar, retome junto à turma o enunciado do Teorema de Pitágoras: o quadrado da hipotenusa é igual à soma do quadrado dos catetos. Lance perguntas do tipo "quem se lembra o que diz o Teorema de Pitágoras? Em que tipo de triângulos se utiliza o Teorema de Pitágoras? O que são catetos? E hipotenusa?

02 Professor, essa atividade é um item de identificação e reconhecimento. Uma vez que os estudantes já tiveram acesso à relação utilizada, essa atividade pretende ampliar os processos relacionados às operações mentais, uma vez que já apresentam a relação estabelecida entre os dois triângulos (MNP e MNQ). Assim, solicite aos estudantes que identifiquem os lados semelhantes e verifique outras possíveis relações que podem ser definidas. Esteja atento aos estudantes que apresentarem dificuldades e se perceber a necessidade solicite que resolvam outras situações dessa natureza.

03 04 05 As atividades 3, 4 e 5 são de aplicação, ou seja, é de conteúdo procedimental. Nesse sentido é importante relembrar que várias estratégias surgirão. Provoque os estudantes para experimentarem outros percursos para a encontrar a solução. Essas atividades sistematizam os conhecimentos trabalhados em todas as aulas anteriores desta Sequência de Atividades. Portanto, é importante instigar a turma a falar. À medida que forem apresentadas as ideias, registre-as no quadro e esclareça dúvidas e confusões apresentadas.

04

4 Observe os triângulos semelhantes MNP e NPQ.



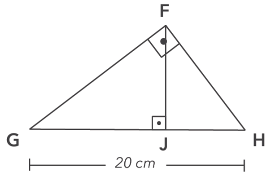
Como são semelhantes, então, $\frac{a}{c} = \frac{c}{n}$.

Escreva uma possível relação entre as medidas correspondentes a *"a"*, *"c"* e *"n"*, no triângulo MNP.

Resposta:
Como são semelhantes, então, $\frac{a}{c} = \frac{c}{n} \rightarrow c \cdot c = a \cdot n \rightarrow c^2 = a \cdot n$

05

5 No triângulo FGH, a medida de $\overline{JH}$ é igual a 7,2 cm.



Lembre-se:

Perímetro é a soma das medidas de todos os lados de um polígono.

Determine a medida do perímetro desse triângulo.

$(\overline{FH})^2 = 20^2 + \overline{JH}$

$(\overline{FH})^2 = 144$

$\overline{FH} = 12$ cm

$20^2 = 12^2 + (\overline{FG})^2$

$\overline{FG} = 16$ cm

Portanto, o perímetro (2P) será: $2P = \overline{FG} + \overline{FH} + \overline{GH} = 48$ cm

06 A Atividade 6 é um item de aplicação. Este item envolve a síntese de conhecimentos trabalhados em todas as aulas anteriores desta Sequência de Atividades. Portanto, é importante instigar a turma a falar. À medida que forem apresentadas as ideias, registre-as no quadro e esclareça dúvidas e confusões apresentadas.

FINALIZANDO

Professor, finalize a aula construindo com toda a turma uma síntese de todos os conhecimentos trabalhados nas Aulas 1 e 2. Essa síntese deve ser registrada no quadro em forma de listas com tópicos e subtópicos, esquemas ou mapa mental. Isso favorecerá a visualização de todo o processo principalmente para estudantes que aprendem mais a partir de processos em que podem observar e reter informações. Para ampliar o universo de estudantes que se envolverão no arremate da aula, converse com a turma e motive-os a falarem e trazerem suas experiências pessoais. Nesse sentido, estudantes que apresentam características de assimilação de aprendizagem a partir da modalidade auditiva também serão favorecidos no processo. Finalmente, peça que se dirijam ao quadro e colaborem com a construção das listas, esquemas ou mapas mentais acrescentando novas informações. Desta forma, estudantes cinestésicos também participarão da aula colaborando ainda mais com a sistematização da aprendizagem de tudo que foi trabalhado nas aulas. Nesse sentido, é importante que a síntese final envolva pelo menos os pontos apresentados no esquema a seguir.

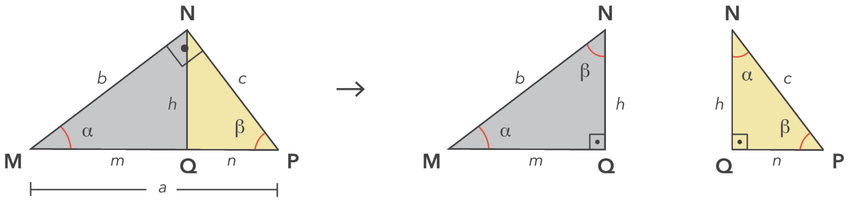
RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

↓

APLICAÇÃO DAS RELAÇÕES MÉTRICAS NO TRIÃNGULO RETÂNGULO

06

6 Observe os triângulos semelhantes MNP e NPQ.



Como são semelhantes, então, $\frac{a}{c} = \frac{b}{h}$.

Com base nas afirmações, assinale a alternativa que apresenta a relação estabelecida entre as medidas correspondentes a **a**, **b** e **m**, no triângulo MNP.

a. $a \cdot h = b \cdot c$

b. $a^2 = b \cdot c$

c. $a^2 = \frac{b \cdot c}{h}$

d. $a + h = b \cdot c$

e. $a \cdot h = b + c$

Resposta:
Como são semelhantes, então, $\frac{a}{c} = \frac{b}{h} \rightarrow a \cdot h = b \cdot c \rightarrow a \cdot h = b \cdot c$

ANOTAÇÕES

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 4

Professor, nessa atividade o estudante deverá aplicar a propriedade fundamental das proporções. Antes disso, é importante orientar o estudante a compreender a relação de semelhança estabelecida entre os triângulos MNP e NPQ. Esteja atento aos estudantes que apresentarem dificuldades e se perceber a necessidade solicite que resolvam outras situações dessa natureza.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 5

Professor, essa atividade retoma novamente as relações métricas do triângulo retângulo e amplia a gradação de complexidade do problema solicitando a medida do perímetro do triângulo. Nesse sentido o estudante deverá mobilizar novos conhecimentos e buscar estratégias para a execução do problema. Esteja atento aos estudantes que apresentarem dificuldades e se perceber a necessidade solicite que resolvam outras situações dessa natureza.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 6

Professor, esse item de aplicação explora outra relação métrica ainda não mencionada nesta SA. No entanto, é importante orientar a turma a fazer outras atividades que ampliem ainda mais o universo de aplicações que necessitem das relações métricas do triângulo retângulo.

ILUSTRAÇÕES
freepik.com

ANEXO – SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

Olá Professor, Olá Professora.

Sugerimos que após a aplicação das Sequências de Atividades 1, 2 e 3 você trabalhe também com as atividades do São Paulo Faz Escola propostas abaixo. Essas atividades estão articuladas com as habilidades trabalhadas até o momento. Outra possibilidade é buscar no SPFE atividades focadas nas habilidades que os estudantes demonstram maiores dificuldades, expressas na avaliação diagnóstica, na avaliação intermediária ou AAP.

2ª Série do ensino médio		
OBJETOS DE CONHECIMENTO	**HABILIDADES ESSENCIAIS**	**ARTICULAÇÃO COM OS MATERIAIS**
Relações métricas no triângulo retângulo. Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração.	(EF09MA13) Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulo.	Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do Vol. 4 (2019) da 1ª série do Ensino Médio São Paulo faz escola
Progressões geométricas.	Compreender o significado da soma dos termos de uma PG infinita (razão de valor absoluto menor do que 1) e saber calcular tal soma em alguns contextos, físicos ou geométricos. (Currículo Vigente do Estado de São Paulo) Conhecer as características principais das progressões geométricas – expressão do termo geral, soma dos n primeiros termos, entre outras –, sabendo aplicá-las em diferentes contextos. (Currículo Vigente do Estado de São Paulo)	Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do Vol. 1 (2019) da 1ª série do Ensino Médio - São Paulo faz escola

MATEMÁTICA

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Caro professor, nesta Sequência de Atividades (SA), falamos diretamente com você, que está aí, na sala de aula, no convívio direto com os estudantes. Nesse momento, eles terão oportunidade de se envolver com atividades que possibilitarão a retomada de conceitos, propriedades e procedimentos essenciais para o desenvolvimento de seus conhecimentos e capacidades matemáticas.

A SA deve ser desenvolvida considerando os protocolos de higiene e distanciamento social, favorecendo a interação, o compartilhamento de conhecimentos e a colaboração. Além disso, as socializações das atividades por parte dos estudantes devem ser percebidas como oportunidades de desenvolver habilidades e competências que dizem respeito à cooperação, empatia, argumentação e comunicação, entre outras.

Essa SA tem como objeto de estudo, um conhecimento matemático essencial: Progressões Geométricas. Para isso, a SA do estudante será composta basicamente por atividades estruturadas a partir de dois tipos de instrumentos: atividades dissertativas e múltipla escolha. As atividades de respostas favorecerão o amadurecimento e a ampliação de vocabulário e repertório dos estudantes. Para isso, é importante que no decorrer das aulas haja interação sistemática entre os estudantes. Os itens possibilitarão um diagnóstico pontual de aspectos relacionados a conhecimentos essenciais para que os estudantes avancem com as habilidades que serão ampliadas nessa SA.

O percurso formativo que alicerça essa SA tem como intenção central favorecer a ampliação de conhecimentos referentes a duas habilidades: "Conhecer as características principais das progressões geométricas – expressão do termo geral, soma dos n primeiros termos, entre outras, sabendo aplicá-las em diferentes contextos"; "Compreender o significado da soma dos termos de uma PG infinita (razão de valor absoluto menor do que 1) e saber calcular tal soma em alguns contextos, físicos ou geométricos". A escolha dessas habilidades foi feita por meio de análises dos resultados das avaliações diagnósticas de entrada (avaliação interna) e SARESP/SAEB (avaliações externas) que revelaram fragilidades dos estudantes nesses conhecimentos essenciais à sua trajetória escolar e pessoal.

Para isso, ao longo das oito aulas conforme o quadro de planejamento, os estudantes serão instigados a refletirem sobre conhecimentos prévios, situações, contextos e fatos do cotidiano, de outras áreas de conhecimento, e da própria matemática que se articulam com os objetos de conhecimento que subsidiam todo o trajeto de aprendizagem desenhado para cada uma das aulas.

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1 / 45 min	Conhecendo as sequências numéricas e reconhecendo padrões.
2 / 45 min	
3 / 45 min	Deduzindo e aplicando a fórmula do termo geral da P.G. em contextos diversos.
4 / 45 min	
5 / 45 min	Deduzindo e aplicando a fórmula da soma dos termos da P.G. finita em contextos diversos.
6 / 45 min	
7 / 45 min	Deduzindo e aplicando a fórmula da soma dos termos da P.G. infinita em contextos diversos.
8 / 45 min	

Lembre-se que o eixo expressão-compreensão é fundamental para o desenvolvimento das capacidades, conhecimentos e saberes dos estudantes. Também é importante atentar-se que cada estudante, ao longo de sua vida, desenvolveu formas específicas de aprender e assimilar conhecimentos. Neste sentido, explore imagens, converse, apresente situações, trabalhe com situações problemas reais e contextualizadas à realidade de sua comunidade escolar. Lembre-se de sugerir artigos, textos, livros, documentários, desenhos, filmes, canais de redes sociais, entre outros.

É importante registrar que a intenção dessa SA não é esgotar o tema proposto a partir do objeto de conhecimento matemático – progressões geométricas - mas sim sugerir um percurso formativo que deve ser implementado por você, professo, em todas as aulas, respeitando o tempo de aprendizagem de cada estudante, sua cultura local e juvenil, bem como suas percepções e apreciações matemáticas. Boa aula!

Nome da Escola: ______________________

Nome do Estudante: ______________________

Data: ____/____/2020 Ano/Turma: ______________

AULAS 1 E 2

CONHECENDO AS SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS E RECONHECENDO PADRÕES.

OBJETIVO DA AULA

- ✓ Reconhecer uma sequência numérica (P.A. e P.G.);
- ✓ Identificar as sequências como Progressões Aritméticas e Geométricas;
- ✓ Identificar um padrão numa sequência numérica (P.G);
- ✓ Identificar a razão de uma P.G;
- ✓ Calcular o termo geral de uma P.G. sem uso de fórmula.

ATIVIDADE

1 Analise as sequências numéricas a seguir e complete-as até o 6º termo.

A: 5, 8, 11, 14, 17, 20 (Cada termo é igual ao antecessor adicionado por 3).
B: 1, -2, 4, -8, -16, -32 (Cada termo é igual ao antecessor multiplicado por -2).
C: 2, 7, 12, 17, 22, 27 (Cada termo é igual ao antecessor adicionado por 5).
D: 2, 6, 18, 54, 162, 486 (Cada termo é igual ao antecessor multiplicado por 3).
E: 28, 21, 14, 7, 0, -7 (Cada termo é igual ao antecessor adicionado por -7).
F: 256, -64, 16, -4, 1, $-\frac{1}{4}$ (Cada termo é igual ao antecessor dividido por -4).
G: -30, -26, -22, -18, -14, -10 (Cada termo é igual ao antecessor adicionado por 4).
H: 243, 81, 27, 9, 3, 1 (Cada termo é igual ao antecessor dividido por 3).
I: -3, -5, -7, -9, -11, -13 (Cada termo é igual ao antecessor adicionado por -2).
J: 4, 2, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ (Cada termo é igual ao antecessor dividido por 2).

AULAS 1 e 2: Conhecendo as sequências numéricas e reconhecendo padrões.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize a turma em duplas produtivas[1].

1 Metodologia indicada para unir dois conhecimentos distintos de um mesmo assunto, estimular a participação e engajamento dos estudantes. É interessante observar os diferentes níveis de conhecimento antes de formar as duplas e garantir que os estudantes aprendam juntos.

Devido aos protocolos de higiene e distanciamento físico e compreendendo que o quantitativo de estudantes presentes será reduzido, é importante estabelecer o diálogo entre pares, respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso perceba que será possível trabalhar em duplas, instigue a turma a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.

MATERIAL NECESSÁRIO

- Folha impressa do Anexo 1: Quadrados;
- Folha impressa do Anexo 2: Quadrado de lado unitário;
- Tesoura, cola, calculadora;
- Caderno de atividades do Estudante.

INICIANDO

Caro professor, inicie essa aula apresentando os objetivos aos estudantes: "Reconhecer uma sequência numérica (P.A. e P.G.)"; "Identificar as sequências como Progressões Aritméticas e Geométricas"; "Identificar um padrão numa sequência numérica (P.G)"; "Identificar a razão de uma P.G." e "Calcular o termo geral de uma P.G. sem uso de fórmula". Para isso, registre o objetivo em um canto da lousa/quadro. Esse, no final da aula, será retomado para verificar se foi alcançado.

Em seguida, com o intuito de resgatar os conhecimentos que subsidiarão o desenvolvimento da aula, peça aos estudantes que falem sobre o que sabem acerca de sequências numéricas.

A medida que forem falando, registre todas as informações no quadro, fazendo as devidas adequações quando necessário. É importante estar atento aos possíveis equívocos que podem ser apresentados pelos estudantes de forma que, caso haja, faça as devidas correções. Se no decorrer das falas, perceber que ainda há pontos relevantes a serem elencados, indague e estimule a turma a pensar e ativar conhecimentos específicos ainda não mencionados.

DESENVOLVENDO

Observe que,

- A atividade 1 é uma atividade de identificação e reconhecimento. Por isso, é importante perguntar a estudantes distintos o que entendem por sequências numéricas. Articule a aula de forma a garantir a participação de um maior número de estudantes.
- A atividade 2 é uma atividade de identificação

Das sequências acima, quais têm os termos formados pela:

a. adição de um número positivo?

A, C, G

b. adição de um número negativo?

E, I

c. multiplicação de um número?

B, D

d. divisão de um número?

F, H, J

2 Nessa atividade você deverá construir os três primeiros níveis de um fractal, denominado "Triminó". Para isso, utilize os quadrados impressos na folha do Anexo 1 e siga as instruções.

Passo1: Para a construção do triminó nível 1, você vai recortar e colar os três quadrados maiores justapostos em formato de L.

Passo 2: Para obter um triminó de nível 2, você deve substituir cada peça (quadrado) do triminó de nível 1 por um triminó L.

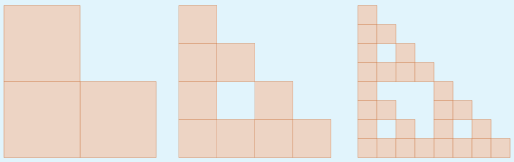
Passo 3: Repete-se o processo na obtenção do fractal nível 2 para obter o nível 3.

Os passos para obter os próximos níveis são análogos.

Após construir o Triminó, observe a quantidade de peças que foram utilizadas em cada interação e preencha a tabela a seguir.

Nível	Quantidade de quadrados
1	3
2	9
3	27

CONVERSANDO COM O PROFESSOR
ATIVIDADE 2



Nível I Nível II Nível III

Professor, nessa atividade, os estudantes realizarão tarefas passo a passo, completando sequências e observando e reconhecendo as sequências que podem ser criadas a partir da soma, subtração, multiplicação e divisão de um determinado valor. Como seu objetivo é diagnosticar os conhecimentos, é importante que não haja intervenção de sua parte na realização da atividade. Ao final, socialize as respostas e esteja atento aos estudantes que apresentarem dificuldades em identificar os padrões das sequências abordadas. Aproveite o momento para articular conhecimentos como o conceito de sequências crescentes e decrescentes.

A partir da análise das três figuras que você construiu, discuta com seus colegas e responda às questões a seguir.

a. A sequência que representa a quantidade de quadrados de cada figura obedece a alguma regularidade? Se sim, qual é esta regularidade?

Sim. Cada termo, a partir do primeiro, é obtido triplicando o seu antecessor.

b. É possível encontrar a quantidade de quadrados das próximas figuras sem construí-las ou desenhá-las? Discuta com seus colegas, testando algumas figuras não construídas.

Resposta pessoal.

c. Observe que as quantidades de quadrados estão aumentando. Qual operação matemática é observada nesse aumento da quantidade de quadrados?

As quantidades de quadrados são multiplicadas por um fator. O fator é fixo.

d. Escreva a sequência formada pelas quantidades de quadrados das primeiras figuras desse fractal. Qual é o nome desse tipo de sequência? Essa sequência é crescente ou decrescente? Por quê?

3,9,27,81, ... ,3^n. O nome da sequência é progressão geométrica. Ela é crescente, pois à medida que n aumenta, as quantidades de quadrados também aumentam.

3 Nessa atividade, você fará um experimento envolvendo as áreas de quadrado e retângulo. Para isso, você utilizará o quadrado de lado unitário do Anexo 2.

Instruções para o experimento:

Passo 1: Divida o quadrado de lado unitário em duas partes iguais e pinte uma delas de verde.

Passo 2: Repita o procedimento na parte não pintada, isso é, divida essa parte em duas partes iguais e pinte uma delas de amarelo.

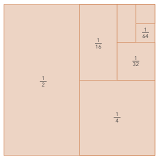
Passo 3: Divida, novamente, a parte não pintada em duas partes iguais e pinte uma delas de azul.

Passo 4: Novamente, divida a parte não pintada em duas iguais e pinte uma delas de laranja.

Passo 5: Repita o processo, dividindo a parte não pintada em duas iguais, pintando uma delas de vermelho.

Passo 6: Mais uma vez, divida a área não pintada em duas iguais e pinte uma delas de marrom.

Possível construção:



CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 2

Professor, nessa atividade, o estudante deverá identificar e analisar as informações contidas nas figuras, mobilizando conhecimentos já adquiridos na argumentação das respostas. É importante que não haja intervenção de sua parte na realização dela. É importante relembrar que o que pode ser extremamente óbvio à alguns dos estudantes, pode ser bastante complexo para outros. Nesse sentido, ao final, socialize as respostas e estabeleça um diálogo que propicie estabelecer relações entre a sequência numérica abordada nessa atividade com as sequências da atividade anterior.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 3

Professor, essa é uma possível resposta para o experimento onde a figura original foi dividida em quadrados e retângulos. Porém, as divisões podem ser feitas apenas em retângulos.

e reconhecimento. Essa atividade, também, possui uma abordagem que retoma conteúdos procedimentais, já que o estudante deverá construir um fractal a partir de instruções pré-determinadas. O objetivo das perguntas é levar o estudante a compreender a regularidade da sequência de quadrados e definir o conceito de progressão geométrica crescente. Nesse caso, é fundamental as devidas orientações, esclarecimentos e alinhamentos.

- A atividade 3 é uma atividade de identificação e reconhecimento. Essa atividade, também, possui uma abordagem que retoma conteúdos procedimentais, já que o estudante deverá fazer um experimento onde compreenderá que a sequência formada pelas áreas das figuras é uma progressão geométrica decrescente. Portanto, é necessário acompanhar as discussões feitas entre pares, observando possíveis intercorrências.
- A atividade 4 é uma atividade de aplicação. Essa atividade aborda uma situação problema envolvendo P.G. num contexto geométrico. Na resolução, o estudante deverá reconhecer o padrão da sequência de figuras apresentadas, identificar sua razão e utilizá-la no cálculo de um termo qualquer, sem

recorrer à fórmula.

- A atividade 5 é uma atividade de aplicação. Uma vez que ela apresenta um gráfico, o estudante deverá utilizar habilidades de pensamento relacionadas à leitura de imagens para identificar informações, fazer associações e formular hipóteses na busca da solução de uma situação problema envolvendo P.G. num contexto físico.

FINALIZANDO

Professor, finalize a aula construindo, com toda a turma, uma síntese de todos os conhecimentos trabalhados nas aulas 1 e 2. Essa síntese deve ser registrada no quadro em forma de listas com tópicos e subtópicos, esquemas ou mapa mental. Isso favorecerá a visualização de todo o processo, principalmente para estudantes que aprendem mais a partir de processos em que podem observar e reter informações. Para ampliar o universo de estudantes que se envolverão no arremate da aula, converse com a turma e instigue-os a falarem e trazerem suas experiências

A partir da análise da figura obtida ao final do experimento, discuta com seus colegas e responda às questões a seguir.

a. Se continuarmos repetindo esse processo, dividiremos esse quadrado em quantas partes?

Infinitas.

b. Escreva, em cada parte pintada, a fração correspondente à sua área. Essas frações obedecem a algum padrão? Se sim, qual é esse padrão?

Sim. Cada fração é a metade da anterior.

c. Escreva a sequência formada por todos os valores das áreas. Qual é o nome dessa sequência? Ela é crescente ou decrescente? Por quê?

$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}, \dots, \left(\frac{1}{2}\right)^{n}$. Essa sequência é uma progressão geométrica decrescente, pois à medida que n aumenta, os valores da área diminuem.

4 Observe a sequência de figuras a seguir.

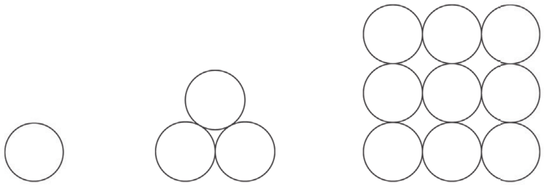


Figura 1 Figura 2 Figura 3

O número de círculos que irá compor a Figura 5 é igual a:

(A) 18.
(B) 27.
(C) 52.
(D) 81.

Solução: A quantidade de círculos das figuras forma uma P. G. de razão 3 e primeiro termo igual a 1: 1,3,9,27,81. Logo, o quinto termo dessa P.G. é 81

CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 3

Professor, essa é uma atividade procedimental de reconhecimento e identificação. É importante observar que, inicialmente, os estudantes deverão compreender o processo de divisão da área de um quadrado unitário em infinitas áreas. Leve-os a deduzir que a soma das infinitas áreas é igual a um, já que essa soma será igual à área do quadrado unitário.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 4

Professor, essa atividade é um item de aplicação que avalia a habilidade de calcular um termo qualquer de uma progressão geométrica. A partir da resolução desse item, é importante verificar o que os estudantes assimilaram em relação aos conhecimentos essenciais acerca do conceito de progressão geométrica. Você pode fazer intervenções pontuais, no sentido de fazê-los identificar o padrão dessa sequência de figuras e sugerir procedimentos diversos como desenhar, contar e calcular. Observe que, para resolver esse item, não é necessário recorrer à fórmula do termo geral, pois o objetivo aqui é que o estudante compreenda o processo para o cálculo do termo futuro.

5 O gráfico a seguir apresenta a diminuição dos peixes da espécie Calculus matematicus, em uma área marítima, ao longo do tempo, desde o ano de 1700.

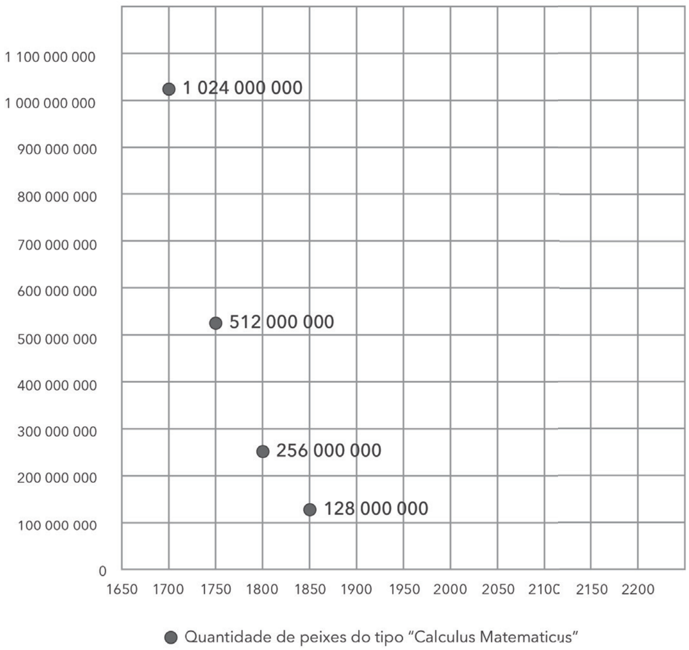


Imagem: Vanderlei Dornelles Lazzari / diadiaeducacaoo.

Mantidas as condições apresentadas neste gráfico, a quantidade de peixes da espécie *Calculus matematicus* no ano de 2200 será igual a:

(A) 8 milhões.
(B) 4 milhões.
(C) 2 milhões.
(D) 1 milhão.

Solução:
A cada 50 anos, o número de peixes cai pela metade, ou seja, é dividido por 2. De 1850 a 2200 são sete períodos de 50 anos. Então, o número de peixes será dividido por $2^7=128$. Logo $128000000 \div 128 = 1000000$

pessoais. Nesse sentido, estudantes que apresentam características de assimilação de aprendizagem a partir da modalidade auditiva, também, serão favorecidos no processo. Finalmente, peça-os que se dirijam ao quadro e colaborem com a construção das listas, esquemas ou mapas mentais, acrescentando novas informações. Dessa forma, estudantes cinestésicos, também, participarão da aula, colaborando ainda mais com a sistematização da aprendizagem de todo conteúdo trabalhado nas aulas. Nesse sentido, é importante que a síntese final envolva, pelo menos, os pontos apresentados no esquema a seguir.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR
ATIVIDADE 4

Professor, a atividade 5 é um item que avalia a habilidade de calcular um termo qualquer de uma progressão geométrica num contexto físico. Para resolvê-lo, os estudantes deverão mobilizar outras habilidades tais como leitura e localização de informações em gráficos. Por isso, você pode, anteriormente, propor outras atividades que trabalhem essas habilidades. Esteja atento aos estudantes que apresentarem dificuldades e, se perceber a necessidade, solicite a eles que resolvam outros problemas dessa natureza..

SEQUÊNCIA NUMÉRICA
↓
PADRÃO E RAZÃO
↓
DEFINIÇÃO DE PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

AULAS 3 e 4: Deduzindo e aplicando a fórmula do termo geral da P.G. em contextos diversos.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize os estudantes em duplas produtivas.

Devido aos protocolos de higiene e distanciamento e compreendendo que o quantitativo de estudantes presentes será reduzido, é importante estabelecer o diálogo entre pares, respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso perceba que não será possível o trabalho em duplas, instigue a sala a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno de atividades do Estudante.

INICIANDO

Caro professor, inicie essa aula apresentando os objetivos aos estudantes: "Determinar o valor da razão da P.G. dados dois termos consecutivos"; "Compreender o significado da fórmula do termo geral de uma P.G."; "Aplicar a fórmula do termo geral de uma P.G. em contextos físicos e geométricos". Para isso, registre o objetivo em um canto da lousa/quadro. Esse, no final da aula, será retomado para verificar se foi alcançado. Escrever o objetivo é importante para que os estudantes saibam o que estão fazendo e, dessa forma, empreendam esforços para alcançá-lo.

Em seguida, com o intuito de resgatar os conhecimentos que subsidiarão o desenvolvimento da aula, peça aos estudantes que falem sobre o que sabem acerca de progressões geométricas e funções exponenciais, bem como a importância de sua aplicação na vida cotidiana e em outras áreas do conhecimento. É bem interessante falar sobre fractais e o Triângulo de Sierpinsk, uma vez que a Geometria Fractal é um método para o ensino de progressões geométricas e, na atividade 1, abordaremos o Triângulo de Sierpinsk.

AULAS 3 E 4

DEDUZINDO E APLICANDO A FÓRMULA DO TERMO GERAL DA P.G. EM CONTEXTOS DIVERSOS.

OBJETIVO DA AULA
- Determinar o valor da razão da P.G. dados dois termos consecutivos.
- Compreender o significado da fórmula do termo geral de uma P.G.
- Aplicar a fórmula do termo geral de uma P.G. em contextos físicos e geométricos.

ATIVIDADE

1 Os fractais são formas geométricas que possuem padrões que podem se repetir infinitamente, mesmo que pertençam a uma área finita, e podem ser divididos em dois tipos: os fractais geométricos, que são aqueles que se repetem constantemente em um padrão, e os aleatórios, que são produzidos através da tecnologia (através de alguns softwares, como o GeoGebra, por exemplo).

A sequência, a seguir, apresenta os três primeiros níveis do fractal "Triângulo de Sierpinsk".

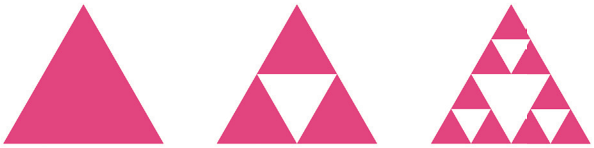


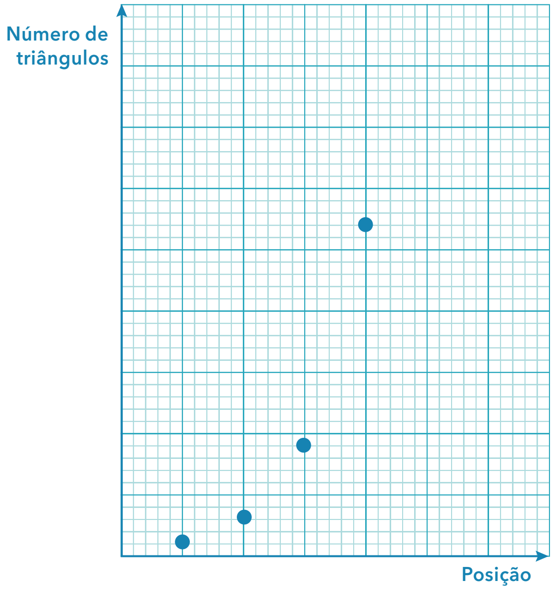
Figura 1 Figura 2 Figura 3

Analise essa sequência e faça o que se pede.

a. Complete a tabela de acordo com o padrão que você identificou na sequência acima.

Posição da Figura	1	2	3	4	5
Número de triângulos vermelhos	1	3	9	27	81

b. Construa um gráfico relacionando das quatro primeiras posições da figura com o número de triângulos vermelhos.



c. Esse gráfico é uma função? Se sua resposta for positiva, diga qual é c nome dessa função.

Sim. Função exponencial.

d. Escreva uma regra para determinar o número de triângulos vermelhcs, de acordo com a posição que a figura ocupa na sequência.

$a^n=3^{(n-1)}$

e. Utilizando a regra que você escreveu no item anterior, calcule o número de triângulos vermelhos da Figura 10.

$a^{10}=3^{10-1}$

$a^{10}=3^9=19\ 683$

CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 1

Professor, essa atividade é essencial para a compreensão do significado da fórmula do termo geral da P.G. Desde o seu enunciado abordando o "Triângulo de Sierpinsk", passando pela relação entre a P.G. e a função exponencial, até a análise e dedução da lei de formação da P.G. formada pelo número de triângulos em cada nível do fractal. Se necessário, oriente os estudantes a confeccionarem as figuras que compõem os três primeiros níveis desse fractal. Se houver tempo, aprofunde as discussões acerca da relação entre as P.G e a função exponencial.

À medida que forem falando, registre todas as informações na lousa/quadro, fazendo as devidas adequações quando necessário. É importante estar atento aos possíveis equívocos que podem ser apresentados pelos estudantes de forma que, caso haja, faça as devidas correções. Se no decorrer das falas, perceber que ainda há pontos relevantes a serem elencados, indague e estimule a turma a pensar e ativar conhecimentos específicos ainda não mencionados.

Para isso, verifique se os estudantes reconhecem as características de uma progressão geométrica e sua relação com a função exponencial.

DESENVOLVENDO

- A atividade 1 é uma atividade de identificação e reconhecimento. Essa atividade tem como objetivo levar os estudantes a investigarem a fórmula do termo geral de uma P.G. através de uma problematização de contexto geométrico envolvendo um fractal, além de conduzir o estudante a compreender o comportamento da representação gráfica dos termos de uma P.G., associando-a a uma função exponencial. Articule a aula de forma a garantir a participação de um maior número de estudantes.
- A atividade 2 é uma atividade de reconhecimento e compreensão e tem como objetivo incitar o estudante a relacionar as P.G. a uma sequência de figuras geométricas formadas por triângulos. Nesse sentido, os estudantes são levados a investigar os padrões existentes na sequência de figuras, reconhecendo que a sequência formada pelo número de triângulos das figuras forma uma P.G. Induza-os a deduzir a fórmula da lei de formação dessa P.G. À medida que os estudantes forem apresentando dificuldades, principalmente na interpretação das perguntas, vá dando pistas que os direcionem à dedução, mas sem dar respostas prontas.

- A atividade 3 é uma atividade de aplicação que se articula de maneira muito direta com a atividade anterior. A partir de uma situação problema abordando a reprodução de coelhos onde o crescimento do número de coelhos a cada mês obedece a uma P.G., o estudante é incitado a descobrir a razão e deduzir a lei de formação. Na última questão, ele deve aplicar a fórmula que deduziu para calcular o número de coelhos no 8º mês. É interessante ao final dessa atividade, promover um debate coletivo no intuito de formalizar e, se possível, escrever no quadro a fórmula do termo geral da P.G.
- A atividade 4 é um item de aplicação. Essa atividade aborda uma situação problema num contexto físico onde os estudantes devem aplicar a fórmula do termo geral da P.G., formalizada na atividade anterior, para calcular o número de peixes mortos numa fazenda de piscicultura. Esteja bastante atento aos processos utilizados por cada estudante e oriente a todos que necessitarem de ajuda externa.
- A atividade 5 é um item de análise, uma vez que os estudantes deverão interpretar e compreender o texto base, retirando informações que deverão ser associadas a conhecimentos prévios.

2 Considere a sequência de figuras a seguir.

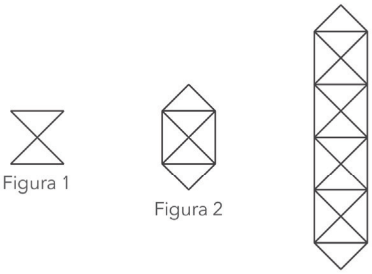


Figura 1 Figura 2 Figura 3

a. Complete a tabela, a seguir, com o número de triângulos que compõe cada figura.

Posição da Figura	Número de triângulos	Número de triângulos na forma 2·x	Número de triângulos na forma na forma 2·3ʸ
F_1	2	2.1	2.3^0
F_2	6	2.3	$2 \cdot 3^1$
F_3	18	$2 \cdot 9$	$2 \cdot 3^2$
F_4	54	$2 \cdot 27$	$2 \cdot 3^3$
F_5	162	$2 \cdot 81$	$2 \cdot 3^4$

b. Observando a primeira e a quarta coluna da tabela do item anterior, diga qual é a relação entre o número que indica a posição da figura e o expoente da potência de base 3.

O expoente da potência de base 3 é o antecessor do número que indica a posição da figura.

c. Escreva a expressão que calcula o número de triângulos da figura que está na posição 7 (F_7).

$F_7 = 2 \cdot 3^6$

d. Qual a é fórmula que relaciona a figura que está na posição n (F_n) com a quantidade de triângulos que a compõe?

$F_n = 2 \cdot 3^{n-1}$

Depois disso, terão que verificar as subinformações apresentadas em cada uma das alternativas, o que fará com que mobilizem habilidades de pensamento específicas para a determinação da solução do problema.

Quando perceber que as informações apresentadas possibilitam o avanço na SA, peça a um estudante que faça a leitura em voz alta da atividade 1.

FINALIZANDO

Professor, finalize a aula construindo, com toda a turma, uma síntese de todos os conhecimentos trabalhados nas aulas 3 e 4. Essa síntese deve ser registrada na lousa/

3 O Sr. Agnelo resolveu fazer uma criação de coelhos em sua chácara. Ele começou com dois casais. No final de um mês, desses casais, nasceram mais 16 coelhos; no mês seguinte, nasceram 80 coelhos. Verificou-se que o crescimento no número de coelhos segue uma progressão geométrica.

a. Complete a tabela, a seguir, de acordo com os dados do texto.

Total de coelhos no final do 1° mês	4+16=20
Total de coelhos no final do 2° mês	20+80=100

b. Qual a é razão da P.G. formada pelo total de coelhos ao final de cada mês? Explique como você calculou essa razão?

$\frac{100}{20}=5$ Dividindo o total de coelhos do 2° mês pelo total de coelhos do 1° mês.

c. Escreva os quatro primeiros termos da P.G. formada pelo total de coelhos ao final de cada mês.

20, 100, 500, 2500.

d. Complete a seguinte tabela.

Mês	Total de coelhos		
m_1	20	20 . 1	$20 \cdot 5^0$
m_2	100	20 . 5	$20 \cdot 5^1$
m_3	500	20 . 25	$20 \cdot 5^2$
m_4	2500	$20 \cdot 125$	$20 \cdot 5^3$
m_5	12500	$20 \cdot 625$	$20 \cdot 5^4$

e. Deduza e escreva a fórmula que relaciona o total de coelhos ao final do enésimo mês (m_n) com o total de coelhos ao final do primeiro mês ($m_1 = 20$) e a razão ($q = 5$).

$m_n = m_1 \cdot q^{n-1}$

quadro em forma de listas com tópicos e subtópicos, esquemas ou mapa mental. Isso favorecerá a visualização de todo o processo, principalmente, para estudantes que aprendem mais a partir de processos em que podem observar e reter informações. Para ampliar o universo de estudantes que se envolverão no arremate da aula, converse com a turma e instigue-os a falarem e trazerem suas experiências pessoais. Nesse sentido, estudantes que apresentam características de assimilação de aprendizagem a partir da modalidade auditiva, também, serão favorecidos no processo. Finalmente, peça-os que se dirijam a lousa/quadro e colaborem com a construção das listas, esquemas ou mapas mentais, acrescentando novas informações. Dessa forma, estudantes cinestésicos, também, participarão da aula colaborando ainda mais com a sistematização da aprendizagem de tudo que foi trabalhado nas aulas. Nesse sentido, é importante que a síntese final envolva, pelo menos, os pontos apresentados no esquema a seguir.

PADRÃO GEOMÉTRICO

↓

GRÁFICO DA P.G.

↓

FUNÇÃO EXPONENCIAL

↓

DEDUÇÃO DA FÓRMULA DO TERMO GERAL DA P.G.

↓

APLICAÇÃO DA FÓRMULA DO TERMO GERAL DA P.G.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR
ATIVIDADE 3

Professor, essa atividade é essencial para a dedução da fórmula do termo geral da P.G. Ela foi estruturada com intuito de ajudar o estudante a compreender o processo para o cálculo de um termo qualquer, deduzindo assim, uma fórmula para esse cálculo. Direcionada, tal atividade reforçará o avanço dos estudantes em conjecturar e construir seus próprios conhecimentos. Nesse sentido, fique atento às dificuldades e dúvidas que aparecerem e promova um momento de discussão e troca de conhecimento.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR
ATIVIDADE 3
Professor, a situação problema do enunciado foi proposta com intuito de ajudar os estudantes na compreensão de conceitos, processos e também das técnicas operatórias, ou seja, proporcionar aos estudantes uma atividade de síntese do termo geral de uma P.G. Se bem conduzida e direcionada, tal atividade ajudará os estudantes a conjecturar e construir seus próprios conhecimentos. Nesse sentido, fique atento às dificuldades e dúvidas que aparecerem e, se necessário, faça intervenções com perguntas que os levem a perceber a relação entre o número que indica o mês e o expoente da potência de base 5.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR
ATIVIDADE 4
Professor, a atividade 4 é um item de aplicação da fórmula do termo geral de uma P.G. construída nas atividades anteriores. Observe que o item aborda o conhecimento a partir de um texto base sem suporte. Nesse sentido, a identificação dos dados e a compreensão do comando são fundamentais para o sucesso da resolução. Esteja atento aos estudantes que apresentarem dificuldades e, se perceber a necessidade, retome a potenciação e solicite que resolvam outros problemas dessa natureza.

f. Utilizando a fórmula que você deduziu no item anterior, calcule o total de coelhos ao final do 8° mês (m_8).

$m_8 = 20\ 5^{8-1} = 20 \cdot 5^7 = 20\ .78125 = 1\ 562\ 500$ *coelhos.*

4 O casal de técnicos em agropecuária, Kelly e Rodolfo, trabalham numa fazenda de piscicultura e verificaram que os peixes de um determinado tanque estão morrendo. Ao que aparenta, alguma moléstia atacou os peixes. Na terça-feira, apareceram os primeiros 5 peixes mortos. Na quarta-feira, morreram mais 15 peixes e, na quinta, morreram outros 45. Se continuar essa progressão, qual será a previsão do número de peixes mortos na segunda-feira?

(A) 135.
(B) 405.
(C) 1 215.
(D) 3 645.

Solução:

$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

$a_7 = 5 \cdot 3^6$

$a_7 = 3645$

5 Uma cidade foi atingida por certa epidemia causada por um vírus. No primeiro dia, foram registrados 80 casos; no segundo dia, 240 novos casos; no terceiro, 720, e nos dias subsequentes, o número de novos casos se manteve na progressão. Em quantos dias a estimativa atingiria 58 320 novos casos?

(A) 5.
(B) 6.
(C) 7.
(D) 8.

$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

$58320 = 80 \cdot 3^{n-1}$

$3^{n-1} = 729$

$3^{n-1} = 3^6$

$n = 7$

CONVERSANDO COM O PROFESSOR
ATIVIDADE 5
Professor, a atividade 5 é um item de aplicação da fórmula do termo geral de uma P.G., mas com objetivo diferente do item anterior. Aqui, os estudantes deverão determinar o valor de n. Portanto, é importante retomar a potenciação e a equação exponencial. Note que, o item aborda o conhecimento a partir de um texto base sem suporte. Nesse sentido, a identificação dos dados e a compreensão do comando são fundamentais para o sucesso da resolução. Esteja atento aos estudantes que apresentarem dificuldades e, se perceber a necessidade, solicite que resolvam outros problemas dessa natureza.

AULAS 5 E 6

DEDUZINDO E APLICANDO A FÓRMULA DA SOMA DOS TERMOS DA P.G. FINITA EM CONTEXTOS DIVERSOS.

OBJETIVO DA AULA

- Compreender o significado da soma dos termos de uma P.G. finita;
- Calcular a soma dos termos de uma P.G. finita em contextos físicos;
- Calcular a soma dos termos de uma P.G. finita em contextos geométricos.

ATIVIDADE

1 Pense no seguinte:

Uma pessoa decide juntar dinheiro com a seguinte estratégia:

- No primeiro mês guarda R$ 0,50.
- No segundo mês guarda R$ 1,00.
- No terceiro mês guarda R$ 2,00.
- No quarto mês guarda R$ 4,00.
- E assim por diante.

Agora responda:

a. No final de um ano, quantos reais essa pessoa teria juntado?

0,5; 1; 2; 4; 8; 16; 32; 64; 128; 256; 512; 1024

Soma=0,50+1+2+4+8+16+32+64+128+256+512+1024

Soma dos termos da PG: R$ 2047,50

b. No final de dois anos, quantos reais essa pessoa teria juntado?

0.5; 1; 2; 4; 8; 16; 32; 64; 128; 256; 512; 1024; 2048; 4096; 8192; 16384; 32768; 65536.

Soma=0,50+1+2+4+8+16+32+64+128+256+512+1024+2048+4096+8192+16384+3276
8+65536

Soma dos termos da PG: R$ 131 071,50

CONVERSANDO COM O PROFESSOR
ATIVIDADE 1

Professor, essa é uma atividade para que os estudantes percebam a importância do uso da fórmula da soma finita de P.G. Lembre-se, de sempre procurar estabelecer uma relação entre os conceitos novos e prévios, possibilitando uma aprendizagem significativa.

AULAS 5 e 6: Deduzindo e aplicando a fórmula da soma dos termos da P.G. finita em contextos diversos.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize a turma em duplas produtivas. Devido aos protocolos de higiene e distanciamento físico e compreendendo que o quantitativo de estudantes presentes será reduzido, é importante estabelecer o diálogo entre pares, respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso perceba não será possível o trabalho em duplas, instigue a turma a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno de atividades do Estudante.

INICIANDO

Caro professor, inicie essa aula apresentando os objetivos aos estudantes: "Compreender o significado da soma dos termos de uma P.G. finita"; "Calcular a soma dos termos de uma P.G. finita em contextos físicos"; "Calcular a soma dos termos de uma P.G. finita em contextos geométricos". Para isso, registre o objetivo em um canto da lousa/quadro. Esse, no final da aula, será retomado para verificar se foi alcançado. Escrever o objetivo é importante para que os estudantes saibam o que estão fazendo e, dessa forma, empreendam esforços para alcançá-lo.

À medida que forem falando, registre todas as informações no quadro, fazendo as devidas adequações quando necessário. É importante estar atento aos possíveis equívocos que podem ser apresentados pelos estudantes de forma que, caso haja, faça as devidas correções. Se no decorrer das falas perceber que ainda há pontos relevantes a serem elencados, indague e estimule a turma a pensar e ativar conhecimentos

2 Dada uma P.G. finita qualquer com n elementos ($a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$), temos que a soma desses n elementos será feita da seguinte forma:

$$Sn = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n$$

a. Agora, adotando q como razão dessa P.G. finita, escreva cada termo a partir do segundo em função do primeiro, ou seja, de a_1

a_1

$a_2 =$ $a_1 \cdot q$

$a_3 =$ $a_1 \cdot q^2$

$a_4 =$ $a_1 \cdot q^3$

⋮

$a_n =$ $a_1 \cdot q^{n-1}$

b. Reescreva a soma dessa P.G. genérica de acordo com a escrita da alternativa anterior.

$$Sn = a_1 + a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 + a_1 \cdot q^3 + \ldots + a_1 \cdot q^{n-1}$$

c. Escreva a expressão da soma encontrada na alternativa b, multiplique ambos os lados pela razão q e utilize as propriedades (distributiva, comutativa e associativa) das operações necessárias para encontrar uma expressão final.

$$q \cdot Sn = q \cdot (a_1 + a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 + a_1 \cdot q^3 + \ldots + a_1 \cdot q^{n-1})$$

$$q \cdot Sn = a_1 \cdot q + a_1 \cdot q \cdot q + a_1 \cdot q^2 \cdot q + a_1 \cdot q^3 \cdot q + \ldots + a_1 \cdot q^{n-1} \cdot q$$

$$q \cdot Sn = a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 + a_1 \cdot q^3 + a_1 \cdot q^4 + \ldots + a_1 \cdot q^n$$

d. Agora faça a seguinte operação: $S_n - q \cdot S_n$, ou seja, subtraia a expressão da alternativa c pela da alternativa b.

Fazendo a subtração:

$$-\frac{Sn = a_1 + \cancel{a_1 \cdot q} + \cancel{a_1 \cdot q^2} + \cancel{a_1 \cdot q^3} + \cancel{a_1 \cdot q^4} + \ldots + \cancel{a_1 \cdot q^{n-1}} \quad q \cdot Sn = \cancel{a_1 \cdot q} + \cancel{a_1 \cdot q^2} + \cancel{a_1 \cdot q^3} + \cancel{a_1 \cdot q^4} + \ldots + \cancel{a_1 \cdot q^{n-1}} + a_1 \cdot q^n}{Sn - q \cdot S_n = a_1 - a_1 \cdot q^n}$$

específicos ainda não mencionados.

Quando perceber que as informações apresentadas possibilitam o avanço na SA, peça que um estudante faça a leitura em voz alta da atividade 1.

DESENVOLVENDO

- A atividade 1 é uma atividade de identificação e reconhecimento. Essa atividade tem por objetivo levar o estudante a compreender a soma dos n primeiros termos de uma progressão geométrica finita, sem uso de fórmula. Portanto, é necessário acompanhar as discussões feitas entre pares, observando possíveis intercorrências. Nesse caso, é fundamental as devidas orientações, esclarecimentos e alinhamentos.
- A atividade 2 é uma atividade de reconhecimento e compreensão e tem como objetivo incitar os estudantes a deduzirem a fórmula da soma dos termos de uma P.G. finita. À medida que os estudantes forem apresentando dificuldades, principalmente na interpretação das perguntas, vá dando pistas que os direcionem à dedução, mas sem dar respostas prontas.
- A atividade 3 é uma atividade de aplicação que tem como objetivo incitar os estudantes a relacionarem as P.G. a uma aplicação financeira feita a uma taxa juros compostos (i) em um determinado período (t), conhecendo o capital investido (c). Os estudantes serão induzidos a deduzir uma fórmula para o cálculo dos juros e uma para o montante, para depois aplicar essas fórmulas no cálculo do montante no vigésimo mês.
- A atividade 4 é um item de aplicação. Essa atividade aborda uma situação problema onde os estudantes devem aplicar a fórmula da soma dos n primeiros termos da P.G. finita, formalizada nas atividades anteriores. Esteja bastante atento aos processos utilizados por cada estudante e oriente a todos que necessitarem de ajuda externa.

e. Agora, isole Sn na equação (expressão) final da alternativa d.

$Sn - q \cdot S_n = a_1 - a_1 \cdot q^n$ ou

$Sn(1-q) = a_1 - a_1 \cdot q^n$ $S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q-1}$

$Sn = \frac{a_1 - a_1 \cdot q^n}{1-q}$

3 Apliquei R$ 800,00 na caderneta de poupança. Sabendo que, a partir do segundo mês, a taxa de juros incide sobre o montante acumulado no mês anterior e supondo a taxa de rendimento mensal fixa de 1% ao mês, complete a tabela abaixo.

Mês	Capital	Juros ou rendimento ($C \cdot 1\%$)	Montante ($C+J$)
1	800	8	808
2	808	8,08	816,08

Agora, volte à tabela e substitua os R$ 800,00 por C, a taxa de 1% por i e o período (Tempo de aplicação) por t, obtendo assim uma fórmula para o montante do juro composto com taxa constante.

Mês	Capital	Juros ou rendimento ($C \cdot 1\%$)	Montante ($C+J$)
1	C	$C \cdot i$	$C + C \cdot i = C(1+i)$
2	$C(1+i)$	$C(1+i) \cdot i$	$C(1+i) + C(1+i) \cdot i$ $= C(1+i) \cdot (1+i) = C(1+i)^2$

Procure perceber com qual progressão, já estudada, você pode associar esta situação. Qual é o primeiro termo e a razão? Calcule o montante no vigésimo mês.

Progressão geométrica. $a_1 = 808$ $q = 1{,}01$ $a_n = a_1(1+i)^n \rightarrow a_{20} = 800(1+0{,}01)^{20} \rightarrow a_{20} = 800(1{,}01)^{20}$

$\rightarrow a_{20} = 800(1{,}22) = 976$

4 Observe a P.G. a seguir: (7, 14, 28, ... , 3584)

Responda:

a. Quantos termos tem essa P.G.?.

Portanto, essa P.G. tem 10 termos

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$
$$3584 = 7 \cdot q^{n-1}$$
$$q^{n-1} = \frac{3584}{7}$$
$$q^{n-1} = 512$$
$$q^{n-1} = 2^9$$
$$n - 1 = 9$$
$$n = 9 + 1 = 10$$

- A atividade 5 são dois itens de aplicação da fórmula da soma dos n primeiros termos de uma P.G. finita. A primeira situação problema é de contexto geométrico e a segunda de contexto físico. Nas duas situações, os estudantes deverão interpretar e compreender o texto base retirando informações que deverão ser associadas a conhecimentos prévios.

FINALIZANDO

Professor, finalize a aula construindo, com toda a turma, uma síntese de todos os conhecimentos trabalhados nas aulas 5 e 6. Essa síntese deve ser registrada na lousa/quadro em forma de listas com tópicos e subtópicos, esquemas ou mapa mental. Isso favorecerá a visualização de todo o processo, principalmente para estudantes que aprendem mais a partir de processos em que podem observar e reter informações. Para ampliar o universo de estudantes que se envolverão no arremate da aula, converse com a turma e instigue-os a falarem e trazerem suas experiências pessoais. Nesse sentido, estudantes que apresentam características de assimilação de aprendizagem a partir da modalidade auditiva, também, serão favorecidos no processo. Finalmente, peça-os que se dirijam a lousa/quadro e colaborem com a construção das listas, esquemas ou mapas mentais acrescentando novas informações. Dessa forma, estudantes cinestésicos, também, participarão da aula colaborando ainda mais com a sistematização da aprendizagem dos conteúdos trabalhados. Nesse sentido, é importante que a síntese final envolva, pelo menos, os pontos apresentados no esquema a seguir.

PADRÃO GEOMÉTRICO

↓

DEDUÇÃO DA FÓRMULA DA SOMA DOS TERMOS DA P.G. FINITA

↓

JUROS COMPOSTOS

↓

APLICAÇÃO DA FÓRMULA DA SOMA DOS TERMOS DA P.G. FINITA DO TERMO GERAL DA P.G.

b. Qual é a soma dos termos dessa P.G.?

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

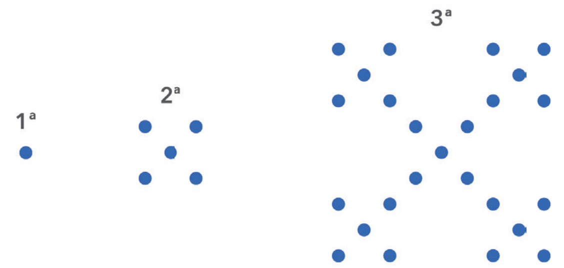
$$S_n = \frac{7 \cdot (2^{10} - 1)}{2 - 1}$$

$$S_n = \frac{7 \cdot (1024 - 1)}{1}$$

$$S_n = 7 \cdot 1023 = 7161$$

5 Responda aos itens I e II.

I) Fernanda desenhou uma sequência de figuras compostas por pontos, conforme a imagem a seguir.



A quantidade de pontos que Fernanda terá desenhado ao concluir a 6ª figura é igual a:

(A) 625.
(B) 781.
(C) 3 125.
(D) $\boxed{\text{3 906.}}$
(E) 15 624.

Solução:

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

$$S_6 = \frac{1 \cdot (5^6 - 1)}{5 - 1}$$

$$S_6 = \frac{15624}{4}$$

$$S_6 = 3096$$

II) Luiza solicitou a um banco um crédito educativo para custear seus estudos na faculdade. A dívida deverá ser paga em oito anos, com doze prestações mensais iguais por ano, sendo que, a cada ano, as prestações sofrerão um reajuste constante. No primeiro ano, as parcelas serão de R$ 400,00; no segundo ano, de R$ 440,00; no terceiro, de R$ 484,00; e assim sucessivamente. O valor total, em reais, pago por Luiza nesses oito anos, será aproximadamente igual a:

(A) 4 560.
(B) 15 888.
(C) 38 400.
(D) 45 538.
(E) $\boxed{\text{54 720.}}$

Solução:

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

$$S_8 = \frac{400 \cdot (1{,}1^8 - 1)}{1{,}1 - 1}$$

$$S_6 \cong \frac{456}{0{,}1}$$

$$S_6 \cong 4560$$

$$4560 \cdot 12 \cong 54720$$

CONVERSANDO COM O PROFESSOR
ATIVIDADE 3

Professor, essa atividade é essencial para a compreensão do significado da fórmula da soma dos termos de uma P.G. finita aplicada à resolução de um problema de juros compostos. Faça intervenções que induzam os estudantes a investigarem, deduzirem e estabelecerem uma relação entre a fórmula do cálculo do juro composto com a fórmula da soma dos termos da P.G. finita. Você pode fazer a validação da aprendizagem pedindo a eles que utilizem as duas fórmulas no cálculo do montante no vigésimo mês para que confirmem que tais fórmulas são equivalentes.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR
ATIVIDADE 4

Professor, a atividade 4 é um item de aplicação da fórmula da soma dos termos da P.G. finita para resolver uma situação problema. Observe que o item aborda o conhecimento a partir de um texto base com suporte. Nesse sentido, a leitura da imagem, a identificação dos dados, a compreensão do comando e o domínio das operações envolvidas nos cálculos são fundamentais para o sucesso da resolução. Esteja atento aos estudantes que apresentarem dificuldades e, se perceber a necessidade, solicite que resolvam outros problemas dessa natureza.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR
ATIVIDADE 5

Professor, a atividade 5 é um item de aplicação da fórmula da soma da P.G. finita. Note que o item aborda o conhecimento a partir de um texto base sem suporte. Nesse sentido, a identificação dos dados, a compreensão do comando e o domínio das operações envolvidas nos cálculos são fundamentais para o sucesso da resolução. Observe que esse problema, também, pode ser resolvido utilizando-se a fórmula do cálculo dos juros compostos. Esteja atento aos estudantes que apresentarem dificuldades e, se perceber a necessidade solicite que resolvam outros problemas dessa natureza..

AULAS 7 E 8

DEDUZINDO E APLICANDO A FÓRMULA DA SOMA DOS TERMOS DA P.G. INFINITA EM CONTEXTOS DIVERSOS.

OBJETIVO DA AULA
- Compreender o significado da soma dos termos de uma P.G. infinita;
- Calcular a soma dos termos de uma P.G. infinita em contextos físicos e geométricos;
- Resolver problemas envolvendo a fórmula da soma dos termos de uma P.G. infinita em diferentes contextos.

ATIVIDADE

1 Considere a P.G. $\left(10, 1, \frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}, \cdots\right)$.

a. Escreva os sete primeiros termos dessa sequência.

10; 1; $\frac{1}{10}$; $\frac{1}{100}$; $\frac{1}{1000}$; $\frac{1}{10000}$; $\frac{1}{100000}$

b. Agora, reescreva os sete primeiros termos dessa sequência na forma decimal.

10; 1;0,1;0,01; 0,001;0,0001;0,00001

AULAS 7 e 8: Deduzindo e aplicando a fórmula da soma dos termos da P.G. infinita em contextos diversos.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize a turma em duplas produtivas. Devido aos protocolos de higiene e distanciamento físico e compreendendo que o quantitativo de estudantes presentes será reduzido, é importante estabelecer o diálogo entre pares, respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso perceba que não será possível o trabalho em duplas, instigue a turma a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno de atividades do Estudante.

INICIANDO

Caro professor, inicie essa aula apresentando os objetivos aos estudantes: “Compreender o significado da soma dos termos de uma P.G. infinita”; “Calcular a soma dos termos de uma P.G. infinita em contextos físicos e geométricos”; “Resolver problemas envolvendo a fórmula da soma dos termos de uma P.G. infinita em diferentes contextos”. Para isso, registre o objetivo em um canto da lousa/quadro. Esse, no final da aula, será retomado para verificar se foi alcançado. Escrever o objetivo é importante para que os estudantes saibam o que estão fazendo e, dessa forma, empreendam esforços para alcançá-lo.

Em seguida, com o intuito de resgatar os conhecimentos prévios e pontos de ancoragem que subsidiarão o desenvolvimento da aula, peça aos estudantes que falem sobre o que sabem acerca de progressões geométricas infinitas, bem como a importância de sua aplicação na vida cotidiana e em outras áreas do conhecimento. É importante retomar sobre potenciação e radiciação, além de introduzir o conceito de limite e de série geométrica convergente.

À medida que forem falando, registre todas as informações na lousa/quadro, fazendo as devidas adequações quando necessário. É importante estar atento aos possíveis equívocos que podem ser apresentados pelos estudantes de forma que, caso haja, faça as devidas correções. Se no decorrer das falas, perceber que ainda há pontos relevantes a serem elencados, indague e estimule a turma a pensar e ativar conhecimentos específicos ainda não mencionados.

Quando perceber que as informações apresentadas possibilitam o avanço na SA, peça para que um estudante faça a leitura em voz alta da atividade 1.

DESENVOLVENDO

- A atividade 1 é uma atividade de reconhecimento e compreensão e tem como objetivo incitar o estudante a perceber que numa P.G. infinita decrescente $a_n = (q)^n$ com $q \in R$ e $|q| < 1 \in R$, à medida em que n tende a infinito, an se aproxima de zero. Nesse sentido, os estudantes serão induzidos a deduzir uma fórmula para a soma dos termos de uma P.G. infinita, por meio de experimentações e utilizando a ideia intuitiva de limite, para depois utilizar essa fórmulas para provar que a série geométrica convergente $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \ldots$ é igual a 1.
- A atividade 2 é uma atividade procedimental de compreensão e aplicação e tem como objetivo levar os estudantes a reconhecerem uma aplicação prática da fórmula da soma dos termos da P.G. infinita. Nesse sentido, os estudantes são levados a fazer investigações e deduções acerca dos conceitos matemáticos envolvidos nesse tipo de sequência.
- A atividade 3 é uma atividade de reconhecimento e compreensão e tem como objetivo incitar o estudante a perceber que numa P.G. infinita decrescente $a_n = (q)^n$ com $q \in R$ e $|q| < 1 \in R$, à medida em que n tende a infinito, an se aproxima

c. Qual é o valor do termo a_{10}? E do termo a_{20}?

$$x_{10} = 0{,}0000000001 = \frac{1}{10000000000} = \frac{1}{10^{10}}$$

$$x_{20} = 0{,}00000000000000000001 = \frac{1}{100000000000000000000} = \frac{1}{10^{20}}$$

d. Se o valor de n aumentar para um valor que tende para o infinito, a_n ficará muito próximo de que valor?

x_n se aproxima de zero

CONVERSANDO COM O PROFESSOR
ATIVIDADE 1

Professor, aqui o estudante deve compreender que, na sequência $a_n = (\frac{1}{10})^n = q^n$ quando o valor de n tende ao infinito (isto é, quando n se torna "suficientemente grande"), o valor de q^n é igual a zero.

e. Sabendo que $a_n = (\frac{1}{10})^n$ e que q= $\frac{1}{10}$, concluímos que $a_n = q^n$. A partir da conclusão do item anterior, substitua q^n por zero na fórmula da soma dos n primeiros termos da P.G. e deduza a fórmula da soma dos termos da P.G infinita.

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q-1} \rightarrow S_n = \frac{a_1(0-1)}{q-1} \rightarrow S_n = \frac{a_1(0-1)}{q-1} \rightarrow S_n = \frac{a_1(-1)}{q-1} \rightarrow S_n = \frac{-a_1}{q-1} \rightarrow \rightarrow S_n = \frac{a_1}{1-q}$$

f. Utilize a fórmula da soma dos termos da P.G. infinita e mostre que a soma $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\ldots$ é igual a 1.

$$S_n=\frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}} \rightarrow S_n=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} \rightarrow S_n=1$$

CONVERSANDO COM O PROFESSOR
ATIVIDADE 1
Professor, essa é uma atividade que pode ser realizada de forma teórica ou, caso tenha condições, pode ser realizada em um laboratório de forma prática.

2 Um professor propôs o seguinte desafio:

Instruções para o desafio:

Passo 1: Pese 2 kg de sal.

Passo 2: Agora, pese 1 kg de sal. (Observação: o sal utilizado nesta etapa não pode ser o mesmo que foi utilizado na etapa anterior).

Passo 3: Agora, pese 0,5 kg de sal. (Observação: o sal utilizado nessa etapa não pode ser o mesmo que foi utilizado na etapa anterior).

Passo 4: Agora, pese 250 g de sal. (Observação: o sal utilizado nessa etapa não pode ser o mesmo que foi utilizado na etapa anterior).

Passo 5: Agora, pese 125 g de sal. (Observação: o sal utilizado nessa etapa não pode ser o mesmo que foi utilizado na etapa anterior).

Passo 6: Agora, pese 62,5 g de sal. (Observação: o sal utilizado nessa etapa não pode ser o mesmo que foi utilizado na etapa anterior).

Passo 7: Agora, pese 31,25 g de sal. (Observação: o sal utilizado nessa etapa não pode ser o mesmo que foi utilizado na etapa anterior).

Agora responda.

a. Qual é a soma em quilogramas da massa desses 7 passos?

A soma da massa é: 3,96875 kg

b. A sequência dos valores desses 7 passos forma um P.G.? Se sim, qual a razão dessa P.G.?

A sequência dos valores forma uma PG de razão $\frac{1}{2}$

CONVERSANDO COM O PROFESSOR - ATIVIDADE 2
Professor, essa é uma atividade procedimental de reconhecimento e identificação. É importante observar que, inicialmente, os estudantes deverão compreender o processo de divisão da massa. Apresente a fórmula da soma de uma P.G. infinita.

de zero. Nesse sentido, os estudantes são levados a fazer investigações e deduções acerca dos conceitos matemáticos envolvidos nesse tipo de sequência.

- A atividade 4 é um item de aplicação. Essa atividade aborda uma situação problema num contexto algébrico onde o estudante deve aplicar a fórmula da soma dos termos da P.G. infinita, formalizada na atividade anterior, para calcular o valor de uma expressão numérica. Esteja bastante atento aos processos utilizados por cada estudante e oriente a todos que necessitarem de ajuda externa.
- A atividade 5 aborda uma situação problema onde deve-se calcular a soma dos termos de

uma P.G. infinita num contexto geométrico. Trata-se de um item de aplicação, uma vez que os estudantes deverão interpretar e compreender o texto base e o suporte retirando informações que deverão ser associadas a conhecimentos prévios.

FINALIZANDO

Professor, finalize a aula construindo, com toda a turma, uma síntese de todos os conhecimentos trabalhados nas aulas 7 e 8. Essa síntese deve ser registrada no quadro em forma de listas com tópicos e subtópicos, esquemas ou mapa mental. Isso favorecerá a visualização de todo o processo, principalmente para estudantes que aprendem mais a partir de processos em que podem observar e reter informações. Para ampliar o universo de estudantes que se envolverão no arremate da aula, converse com a turma e instigue-os a falarem e trazerem suas experiências pessoais. Nesse sentido, estudantes que apresentam características de assimilação de aprendizagem a partir da modalidade auditiva, também, serão favorecidos no processo. Finalmente, peça-os que se dirijam ao quadro e colaborem com a construção das listas, esquemas ou mapas mentais acrescentando novas informações. Desta forma, estudantes cinestésicos, também, participarão da aula colaborando ainda mais com a sistematização da aprendizagem de tudo que foi trabalhado nas aulas. Nesse sentido, é importante que a síntese final envolva, pelo menos, os pontos apresentados no esquema a seguir.

PROGRESSÃO GEOMÉTRICA DECRESCENTE
↓
CONCEITO DE LIMITE
↓
DEDUÇÃO DA FÓRMULA DA SOMA DOS TERMOS DA P.G. INFINITA
↓
APLICAÇÃO DA FÓRMULA DA SOMA DOS TERMOS DA P.G. FINITA

c. Se fosse possível continuar infinitas vezes esses passos, a massa, em quilogramas, atingiria mais ou menos de 5 kg? Por quê? Justifique sua resposta.

$S_n = \frac{a_1}{1-q}$

$S_n = \frac{2}{1-\frac{1}{2}} \rightarrow S_n = \frac{2}{\frac{1}{2}} \rightarrow S_n = 2 \cdot \frac{2}{1} = 4$

CONVERSANDO COM O PROFESSOR
ATIVIDADE 2

Portanto, a massa acumulada atingiria, no máximo, 4 kg, mesmo se os passos continuassem infinitamente.

3 Utilizando uma calculadora, calcule e escreva, na forma decimal, os cinco primeiros termos de cada uma das seguintes sequências.

a. $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ 0,5; 0,25; 0,125; 0,0625; 0,03125

b. $b_n = 0{,}75^n$ 0,75; 0,5625; 0,4218; 0,3164; 0,2373

c. $c_n = -\left(\frac{1}{3}\right)^n$ -0,3; -0,1; -0,037; 0,0123; 0,0041

d. Quais são os valores de a_{10}, b_{10}?

$$a_{10} \cong 0{,}0009765625$$
$$b_{10} \cong 0{,}056313514$$

e. O que ocorre com os valores dos termos a_n, e b_n à medida que n aumenta muito?

Fica cada vez mais próximo de zero.

4

I) Considere a expressão a seguir.

$$A = \sqrt{7\sqrt{7\sqrt{7\ldots}}}$$

O valor de A é igual a:

(A) 1.
(B) 7.
(C) 49.
(D) 343.
(E) 2401.

$$A = \sqrt{7} \cdot \sqrt{\sqrt{7}} \cdot \sqrt{\sqrt{\sqrt{7}}}$$

$$A = 7^{\frac{1}{2}} \cdot 7^{\frac{1}{4}} \cdot 7^{\frac{1}{8}} \cdot \ldots$$

$$A = 7^{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{16}+\ldots} \qquad S_n = \frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}} \rightarrow S_n = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} \rightarrow S_n = 1$$

$$A = 7^1 = 7$$

CONVERSANDO COM O PROFESSOR
ATIVIDADE 3

Professor, a atividade 4 é um item de aplicação da fórmula da soma dos termos da P.G. infinita. Portanto, é fundamental retomar a potenciação e radiciação. Observe que o item aborda o conhecimento a partir de um texto base com suporte. Nesse sentido, a leitura da operação, a identificação dos dados, a compreensão do comando e domínio da potenciação e da radiciação são fundamentais para o sucesso da resolução. Esteja atento aos estudantes que apresentarem dificuldades e, se perceber a necessidade, solicite que resolvam outros problemas dessa natureza.

CONVERSANDO COM O PROFESSOR
ATIVIDADE 3

Professor, nessa atividade sugere-se que você induza os estudantes a construírem a compreensão da ideia intuitiva de limite, porém sem formalizar tal conceito matemático. Se achar necessário, utilize outros exemplos de contas com sequências desse tipo para levá-los a concluir que, quanto mais o valor de n aumenta o valor do tempo, an fica cada vez mais próximo de zero.

5 Um pintor, adepto do cubismo, fez um painel em um paredão, conforme a figura a seguir:

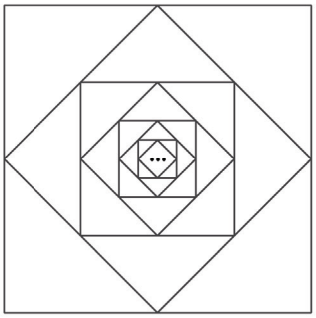


Imagem: construída pelo autor

Considerando que esse desenho tem 6 m de lado, no qual está inscrito um segundo quadrado obtido da união dos pontos médios dos lados do quadrado anterior e, assim, sucessivamente, dando a impressão de uma sequência infinita de quadrados, podemos afirmar que a soma das áreas desses quadrados é igual a:

(A) 9.
(B) 18.
(C) 36.
(D) 72.
(E) 144.

O Lado do primeiro quadrado vale 6 .
O lado do segundo vale $3\sqrt{2}$.
O lado do terceiro vale 6/2
E assim sucessivamente.

A área do primeiro vale 36 .
A área do segundo vale 18 .
A área do terceiro vale 9 .

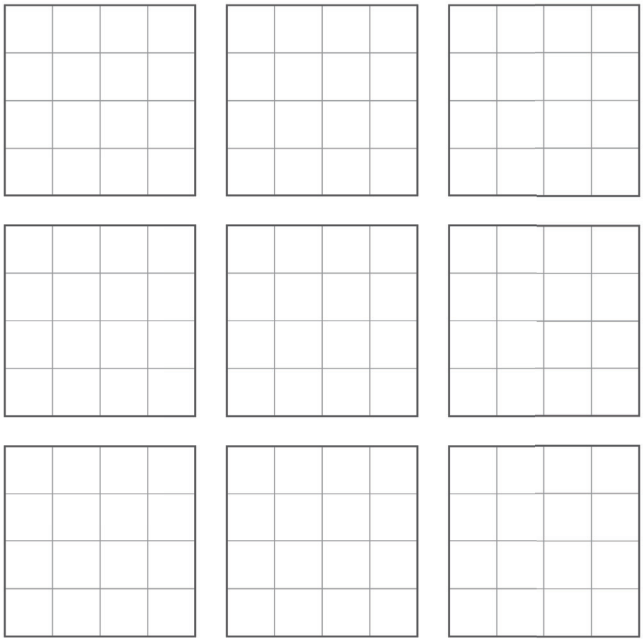
As áreas formam uma PG infinita de razão 1/2 .
Portanto, a soma de todas as áreas pode ser calculada pela fórmula

$$S_a = \frac{a_1}{1-q} \rightarrow S_a = \frac{36}{1-\frac{1}{2}} \rightarrow S_a = \frac{36}{\frac{1}{2}} \rightarrow S_a = 72\ m^2$$

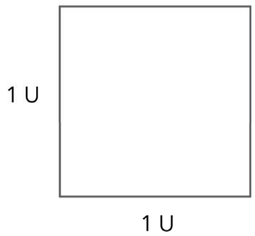
CONVERSANDO COM O PROFESSOR
ATIVIDADE 5

Professor, a atividade 5 é um item que avalia a aplicação da fórmula da soma da P.G. infinita. Portanto, é fundamental retomar a potenciação. Note que o item aborda o conhecimento a partir de um texto base com suporte. Nesse sentido, a identificação dos dados do suporte, a compreensão do comando e o domínio do cálculo da potenciação e da área do quadrado são fundamentais para o sucesso da resolução. Se achar necessário, retome esses conhecimentos prévios no início da aula.

ANEXO 1: QUADRADOS (NOVE)



ANEXO 2: QUADRADO DE LADO UNITÁRIO



ANOTAÇÕES

ANOTAÇÕES