

APRENDER SEMPRE

3^a SÉRIE
ENSINO MÉDIO

MATEMÁTICA

PROFESSOR



Governo do Estado de São Paulo

Governador
João Doria

Vice-Governador
Rodrigo Garcia

Secretário da Educação
Rossieli Soares da Silva

Secretário Executivo
Haroldo Corrêa Rocha

Chefe de Gabinete
Renilda Peres de Lima

Coordenador da Coordenadoria Pedagógica
Caetano Pansani Siqueira

Presidente da Fundação para o Desenvolvimento da Educação
Nourival Pantano Junior

APRESENTAÇÃO

A elaboração destas sequências de atividades foi motivada pela necessidade de oferecer um suporte adicional aos estudantes após o retorno às aulas presenciais para recuperar aprendizagens essenciais ao seu percurso educacional.

Considerando que diversas pesquisas evidenciam que longos períodos de suspensão de aulas presenciais comprometem o desenvolvimento cognitivo – e que os estudantes irão retornar em diferentes níveis de aprendizagem – a Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (SEDUC-SP) desenvolveu um programa de recuperação para que todos os estudantes avancem, não deixando ninguém para trás.

Para atingir esse objetivo, além das sequências de atividades, haverá avaliações para diagnosticar e acompanhar a evolução da aprendizagem dos estudantes e direcionar o ensino às suas necessidades; e formações com foco no uso do resultado das avaliações e no desenvolvimento das atividades presentes neste material. Os materiais, as avaliações e as formações estão articulados entre si, fortalecendo o desenvolvimento das habilidades essenciais para o percurso educacional dos estudantes.

Essas habilidades essenciais foram selecionadas a partir de análises do Currículo Paulista do Ensino Fundamental, do Currículo Oficial vigente no Ensino Médio, dos resultados do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP 2019) e da Avaliação Diagnóstica de Entrada (ADE), em um trabalho conjunto entre as equipes curriculares de Língua Portuguesa e Matemática da Coordenadoria Pedagógica (COPED), os Professores Coordenadores do Núcleo Pedagógico (PCNPs) e os professores da rede. Por conta da importância da continuidade do trabalho de recuperação iniciado em 2020 nos anos seguintes, a matriz de habilidades do programa de recuperação foi elaborada considerando um ciclo de progressão das aprendizagens entre 2020 e 2021.

As sequências de atividades de Língua Portuguesa e Matemática contam com orientações didáticas para os professores, que auxiliarão no trabalho para o desenvolvimento das habilidades essenciais de cada ano/série, de forma articulada aos outros materiais disponibilizados. Para favorecer essa articulação, há indicações de como utilizar as sequências de atividades em conjunto com o São Paulo Faz Escola.

Cada professor, a partir da realidade vivida em seu contexto, poderá utilizar essas sequências de atividades para promover o desenvolvimento dos estudantes de forma adaptada às necessidades de cada turma e de cada um, com o objetivo de oferecer a todos, oportunidades de aprendizagem, não deixando ninguém para trás.

Desejamos a todos um excelente trabalho!

Coordenadoria Pedagógica – COPED

OLÁ, PROFESSOR! OLÁ, PROFESSORA!

Olá Professor! Nesta Sequência de Atividades, falamos diretamente com você, que está aí, na sala de aula, no convívio direto com os estudantes, os quais terão oportunidade, nesse momento, de se envolver com atividades que possibilita aos estudantes a retomada de conceitos, propriedades e procedimentos essenciais para o desenvolvimento de seus conhecimentos e capacidades matemáticas.

A Sequência de Atividades deve ser desenvolvida considerando os protocolos de higiene e distanciamento social, favorecendo a interação, o compartilhamento de conhecimentos e a colaboração. Além disso, a socialização das atividades por parte dos estudantes é percebida aqui como uma oportunidade de desenvolver habilidades e competências que dizem respeito à cooperação, empatia, argumentação e comunicação, entre outras.

Essa Sequência de Atividades tem como objeto de conhecimento o Princípio Fundamental da Contagem (PFC). Para isso, a Sequência de Atividades do estudante será composta basicamente por atividades estruturadas a partir de dois tipos de instrumentos, que serão as respostas construídas pelos estudantes e os itens de múltipla escolha. As atividades de respostas construídas pelos estudantes, nesse sentido, favorecem o amadurecimento e ampliação de vocabulário e repertório e, para isso, é importante que no decorrer das aulas haja interação sistemática entre eles. Os itens de múltipla escolha possibilitam um diagnóstico pontual de aspectos relacionados aos conhecimentos essenciais que os estudantes precisarão para avançarem com as habilidades.

O percurso formativo que alicerça essa Sequência de Atividades tem como intenção central favorecer a ampliação de conhecimentos referentes à habilidade de “resolver e elaborar situações problema de contagem cuja resolução envolve a aplicação do princípio multiplicativo” (EF08MA03). Essa é uma habilidade do 8º ano do Currículo Paulista dos anos finais. A escolha dessa habilidade foi feita por meio da análise realizada dos resultados da avaliação diagnóstica de entrada (avaliação interna) e SARESP/ SAEB (avaliações externas), que revelaram fragilidades dos estudantes nesses conhecimentos essenciais à sua trajetória escolar e pessoal.

Para isso, ao longo das oito aulas, conforme o quadro de planejamento, os estudantes serão incentivados a refletirem sobre conhecimentos, situações, contextos e fatos do cotidiano, de outras áreas de conhecimento e da própria matemática, que se articulam com os objetos de conhecimento que subsidiam todo o trajeto de aprendizagem desenhado para cada uma das aulas.

PLANEJAMENTO PARA DESENVOLVER A SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES	
AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1 e 2/ 90 min	Espaço amostral por meio do diagrama de árvore.
3/ 45 min	Princípio fundamental da contagem: fatorial
4 / 45 min	
5 / 45 min	
6 / 45 min	Princípio fundamental da contagem (PFC): situações problema
7 / 45 min	
8 / 45 min	

Lembre-se que o eixo expressão-compreensão é fundamental para o desenvolvimento das capacidades, conhecimentos e saberes dos estudantes. Também é importante atentar-se que cada estudante, ao longo de sua vida, desenvolveu formas específicas de aprender e assimilar conhecimentos. Neste sentido, explore imagens, converse, apresente situações, trabalhe com situações problemas reais e contextualizadas à realidade de sua comunidade escolar. Lembre-se de sugerir artigos, textos, livros, documentários, desenhos, filmes, canais de redes sociais, entre outros.

É importante registrar que a intenção dessa Sequência de Atividades não é esgotar o tema proposto a partir dos objetos de conhecimentos matemáticos fatorial e o Princípio Fundamental da Contagem (PFC), mas sim sugerir um percurso formativo que deve ser implementado por você, professor, em todas as aulas, respeitando o tempo de aprendizagem de cada estudante, sua cultura local e juvenil, bem como suas percepções e apreciações matemáticas.

Boa aula!

Nome da Escola: _____

Nome do Estudante: _____

Data: ____/____/2020 Ano/Turma: _____

**AULA 1 E 2****ESPAÇO AMOSTRAL POR MEIO DO DIAGRAMA DE ÁRVORE****OBJETIVOS DA AULA**

- Coletar e organizar dados em listas e diagramas.
- Ler, interpretar e calcular dados em diagramas.

ATIVIDADE

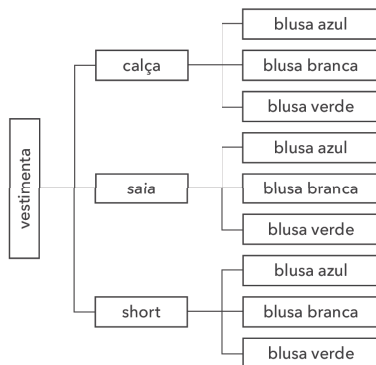
01 Pesquise no dicionário de matemática o significado de diagrama de árvore.

DIAGRAMA DE ÁRVORE - É um diagrama que mostra todos os possíveis resultados de um acontecimento (bastante usado em estatística e programação).

02 A árvore de possibilidades, a seguir, representa as opções de vestimenta, sendo:

Primeira opção: calça, saia e short

Segunda opção: blusa azul, blusa branca e blusa verde.



trabalhar em duplas, instigue a sala a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.

MATERIAL NECESSÁRIO

- Calculadora;
- Caderno do estudante.

INICIANDO

Professor, inicie essa aula apresentando os objetivos "coletar e organizar dados em listas e diagramas" e "ler, interpretar e calcular dados em diagramas" aos estudantes. Deixe claro aos estudantes o que se espera deles, ou seja, o que devem saber ao final desta aula. Para isto, registre os objetivos em um canto da lousa/quadro, os quais, no final da aula, serão retomados para verificar se foram alcançados.

Em seguida, com o intuito de resgatar os conhecimentos prévios e pontos de ancoragem que subsidiarão o desenvolvimento da aula, peça aos estudantes que falem sobre o que sabem acerca de diagrama de árvore.

À medida que forem falando, registre todas as informações no quadro fazendo as devidas adequações quando necessário. É importante estar atento aos possíveis equívocos que podem ser apresentados pelos estudantes, de forma que, caso haja, faça as devidas correções. Se possível, peça que levem dicionários de língua portuguesa e de matemática. Também

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1 - 3º SÉRIE DO ENSINO MÉDIO**AULAS 1 E 2 - ESPAÇO AMOSTRAL POR MEIO DO DIAGRAMA DE ÁRVORE****ORGANIZAÇÃO DA TURMA**

Devido aos protocolos de higiene e distanciamento social, e compreendendo que a quantidade de estudantes será reduzida, é importante estabelecer o diálogo entre pares respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso perceba que não será possível

é recomendável que os estudantes tenham acesso a pesquisas virtuais.

Quando perceber que as informações apresentadas possibilitam o avanço na Sequência de Atividades, peça a algum estudante que faça a leitura em voz alta da atividade 1.

É recomendável, neste primeiro momento, o uso da metodologia da aula invertida, ou seja, que você indique aos estudantes que pesquisem a resposta da atividade 1 da primeira aula antes de iniciar as resoluções em sala.

DESENVOLVENDO

Professor, observe que:

A atividade 1 é uma atividade de identificação e reconhecimento. Por isso, é importante perguntar aos estudantes o significado de diagrama em árvore. Articule a aula de forma a garantir a participação do número máximo de estudantes que puder envolver.

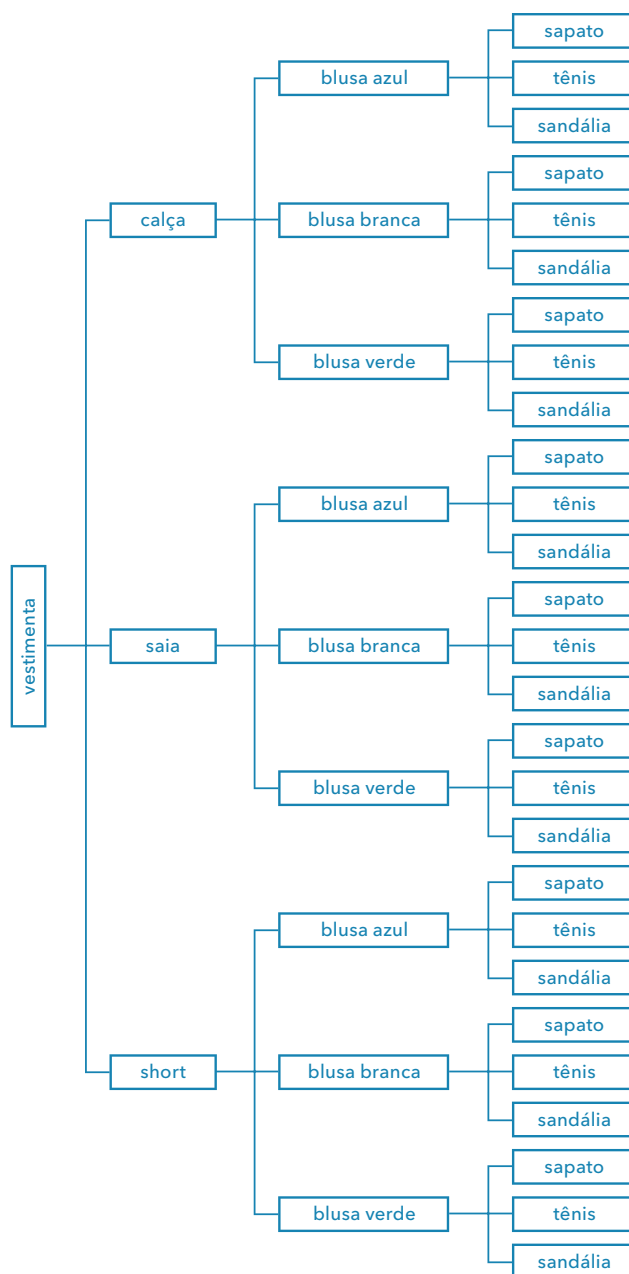
As atividades 2 e 3 são de reconhecimento e compreensão. Por isso, é importante esclarecer as dúvidas de todos ao longo do processo de construção (preenchimento) do diagrama em árvore. Observe se toda a turma está acompanhando a retomada dos conceitos basilares ao avanço dessa Sequência de Atividades.

A atividade 4 é composta por dois itens (I e II) de compreensão e aplicação. No item I, os estudantes devem ler o



CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADES 2

Solução:



suporte e identificar características memorativas. Estes itens promovem a retomada dos conhecimentos procedimentais necessários para a construção dos diagramas em árvore.

A atividade 5 é uma atividade de aprofundamento da compreensão. Por isso, é importante esclarecer as dúvidas de todos no processo de construção (preenchimento) do diagrama em árvore. Articule a aula de forma a garantir a participação do número máximo de estudantes que puder envolver.

A atividade 6 é uma atividade de sistematização do conhecimento. Por isso, é importante esclarecer as dúvidas de todos no processo de construção (preenchimento) do diagrama em

[illegible]

A atividade 7 é uma atividade diagnóstica da sistematização do conhecimento. Por isso, é importante observar a autonomia dos estudantes e esclarecer as últimas dúvidas de todos os estudantes antes de prosseguir na Sequência de Atividades.

4 | MATEMÁTICA



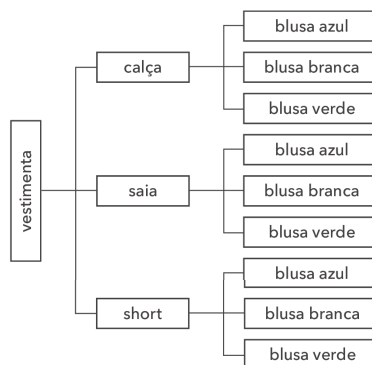
Admita que seja acrescentado a essa vestimenta uma terceira opção contendo sapato, tênis ou sandália.

- a. Qual será o total de possibilidades das vestimentas?

Solução:
27 possibilidades

- b. Ilustre esta nova situação através de diagrama em árvore.

03 Observe a árvore de possibilidades a seguir.

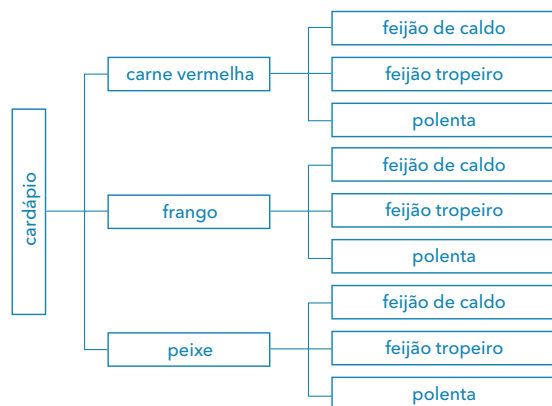




Agora, construa uma árvore de possibilidades sobre um cardápio de acordo com as seguintes instruções:

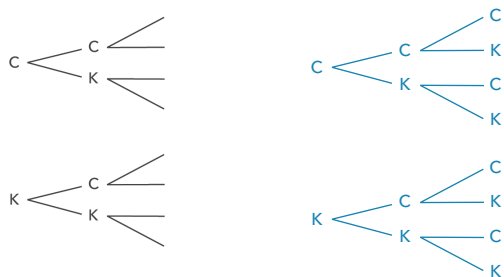
Primeira escolha: carne vermelha, frango ou peixe;

Segunda escolha: feijão de caldo, feijão tropeiro ou polenta.



04 Responda aos itens I e II.

I) Um professor, para mostrar aos estudantes as possibilidades de resultado que podem ocorrer no lançamento de 3 moedas, desenhou o diagrama de árvore a seguir:



Admita "C" para cara e "K" para coroa.

O diagrama mostra que o número total de possibilidades que podem ocorrer são 8.

Solução:

8 Possibilidades:



De acordo com esse diagrama, a configuração do último ramo omitido de cima para baixo é:

a. K, C, K, C, K, C, K, C.

b. C, C, K, K, C, C, K, K.

c. K, K, K, K, C, C, C, C.

d. K, K, C, C, K, K, C, C.

e. C, K, C, K, C, K, C, K.

II) Para ir a um passeio, Carla usará uma blusa, uma saia e um sapato.

Sabe-se que ela possui 3 blusas, 3 saias e 3 sapatos.

A quantidade de maneiras distintas que ela poderá se vestir é igual a:

a. 9

b. 12

c. 15

d. 18

e. 27

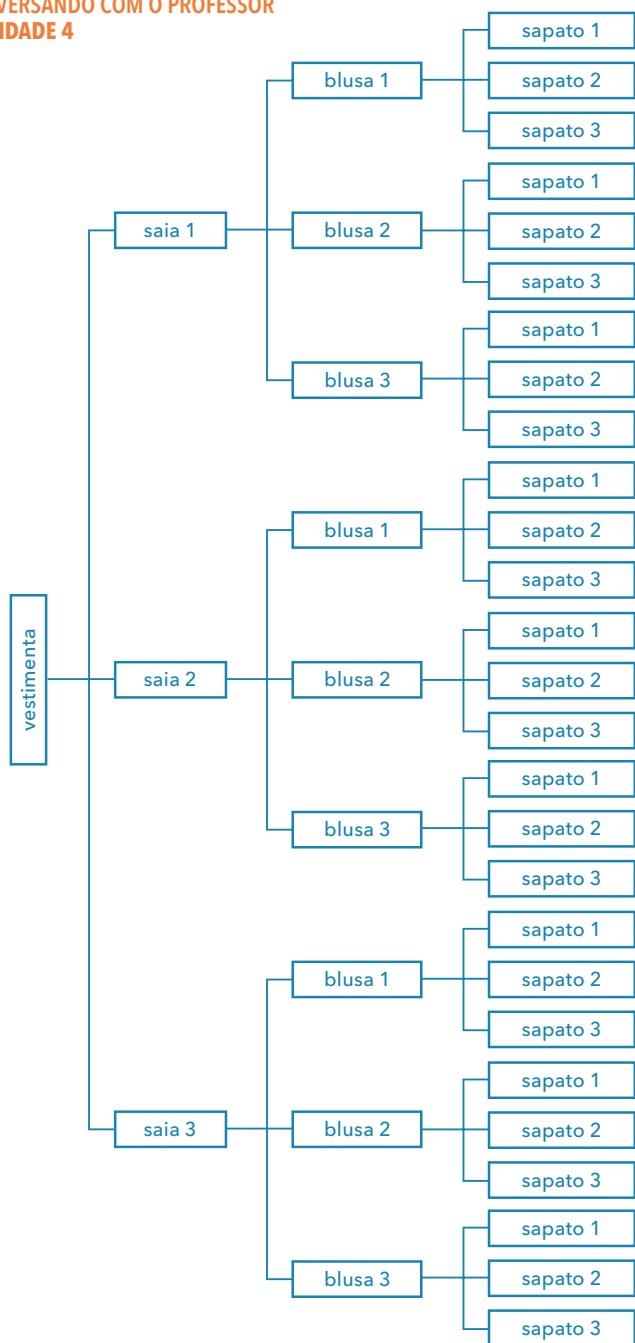
05

Resolva o problema a seguir utilizando o diagrama de árvore como ferramenta.



CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 4

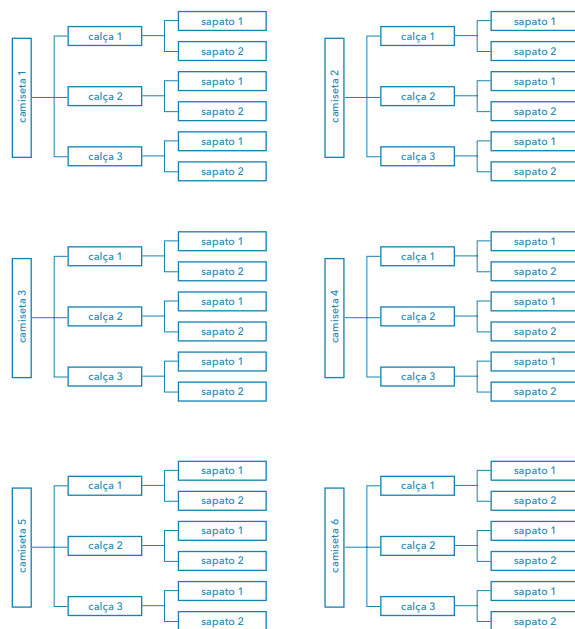
Solução:





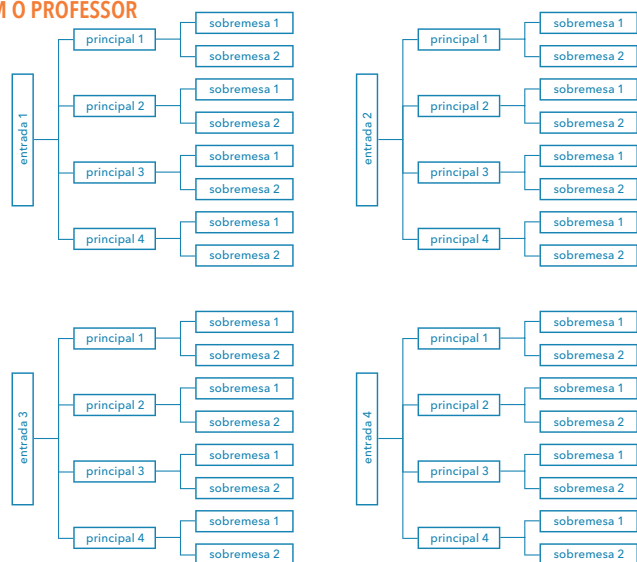
CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 5

Solução:



CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 6

Solução:





Em seu guarda-roupa, Carlos possui seis camisetas, três calças e dois pares sapatos. De quantas maneiras distintas ele poderá se vestir com uma camiseta, uma calça e um par de sapatos?

06

Um restaurante serve suas refeições em três pratos: entrada, prato principal e sobremesa. Cada cliente pode escolher uma única opção para cada prato.

Admita que o cardápio desse restaurante apresenta seis opções de entradas, quatro opções de pratos principais e duas opções de sobremesas.

- a. De quantas maneiras distintas as refeições poderão ser compostas?

- b. Represente esta situação em um diagrama de árvore. Observação: use o método de separar o diagrama de árvore em partes.



FINALIZANDO

Professor, finalize a aula construindo com toda a turma uma síntese dos conhecimentos trabalhados nas aulas 1 e 2. Essa síntese deve ser registrada no quadro em forma de listas com tópicos e subtópicos, esquemas ou mapa mental. Isso favorecerá a visualização de todo o processo, principalmente para estudantes que aprendem mais a partir de procedimentos em que podem observar e reter informações. Para ampliar o universo de estudantes que se envolveram no arremate da aula, converse com a turma e instigue-os a falarem e trazerem suas experiências pessoais. Nesse sentido, estudantes que apresentam características de assimilação de aprendizagem a partir da modalidade auditiva também serão favorecidos no processo. Finalmente, peça-os que se dirijam ao quadro e colaborem com a construção das listas, esquemas ou mapas mentais acrescentando novas informações. Desta forma, estudantes cinestésicos também participarão da aula colaborando ainda mais com a sistematização da aprendizagem de tudo que foi trabalhado nas aulas. Nesse sentido, é importante que a síntese final envolva pelo menos os pontos apresentados no esquema a seguir.

07 Uma prova é composta de:

- 4 questões de múltipla escolha, onde cada uma possui 5 opções distintas.

a. Represente esta situação em um diagrama de árvore.

b. De quantas maneiras distintas essa prova pode ser resolvida?

20 maneiras

AULA 3, 4 E 5

PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM: FATORIAL

OBJETIVOS DA AULA

- Compreender e utilizar o fatorial.
- Calcular e aplicar o fatorial.

ATIVIDADE



DIAGRAMA DE ÁRVORE



CONSTRUÇÃO DO DIAGRAMA EM ÁRVORE



CONTAR AS POSSIBILIDADES DE DIAGRAMA EM ÁRVORE



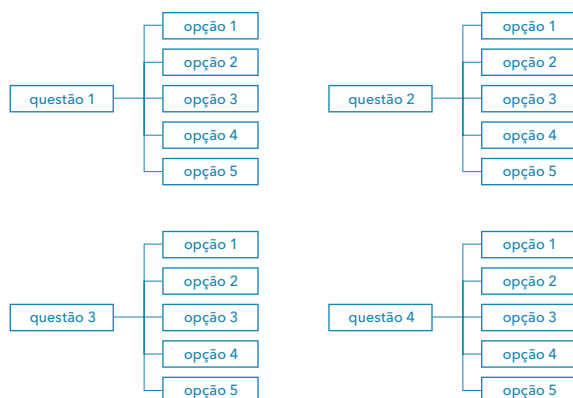
APLICAÇÃO DO DIAGRAMA EM ÁRVORE



CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 7

Solução

a) 4 Questões com 5 opções distintas:



MATERIAL NECESSÁRIO

- Calculadora;
- Dicionário;
- Caderno do estudante.

INICIANDO

Professor, inicie essa aula apresentando os objetivos "compreender e utilizar o fatorial" e "calcular e aplicar o fatorial" aos estudantes. Deixe claro aos estudantes o que se espera deles, ou seja, o que devem saber ao final desta aula. Para isto, registre os objetivos em um canto da lousa/quadro, os quais, no final da aula, serão retomados para verificar se foram alcançados.

Em seguida, com o intuito de resgatar os conhecimentos prévios e pontos de ancoragem que subsidiarão o desenvolvimento da aula, peça aos estudantes que falem sobre o que sabem em relação a fatorial.

Pergunte aos estudantes se eles já viram algum número acompanhado de um ponto de exclamação e em que situações eles viram esse número. Peça a eles que pesquisem no dicionário o significado de fatorial e discuta sobre sua definição e importância, principalmente para a análise combinatória (probabilidade etc.). Fale também, sobre as equações fatoriais, muito utilizadas como ferramenta na matemática.

À medida que forem falando, registre todas as informações no quadro, fazendo as devidas adequações quando

AULAS 3, 4 e 5 - PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM: FATORIAL

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Devido aos protocolos de higiene e distanciamento social, e compreendendo que a quantidade de estudantes será reduzida, é importante estabelecer o diálogo entre pares respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso perceba que não será possível que trabalhem em duplas, instigue a sala a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.

necessário. É importante estar atento aos possíveis equívocos que podem ser apresentados pelos estudantes de forma que, caso haja, faça as devidas correções.

Faça uso da metodologia da aula invertida, ou seja, indique aos estudantes que pesquisem a resposta da atividade 1 deste conjunto de aulas antes de iniciar as resoluções em sala.

DESENVOLVIMENTO

Professor, observe que:

A atividade 1 é uma atividade de identificação e reconhecimento. Por isso, é importante perguntar a estudantes distintos qual o significado do fatorial. Articule a aula de forma a garantir a participação do número máximo de estudantes que puder envolver.

A atividade 2 é uma atividade de compreensão. Por isso, é importante esclarecer as eventuais dúvidas no decorrer da construção do significado do fatorial. Observe se toda a turma está acompanhando a retomada dos conceitos basilares ao avanço dessa Sequência de Atividades.

A atividade 3 é uma atividade de introdução às propriedades do fatorial. Por isso, é fundamental acompanhar as metodologias e procedimentos adotados por cada estudante para construir os raciocínios de cálculo.

A atividade 4 é composta por dois itens (I e II)

ANOTAÇÕES

de compreensão e aplicação. No item I, os estudantes devem ler o suporte e observar características memorativas. Estes itens promovem a retomada dos conhecimentos procedimentais necessários para a construção do significado de fatorial.

A atividade 5 é uma atividade de aprofundamento da compreensão e do conhecimento dos principais erros cometidos na resolução de atividades ligadas ao fatorial. É importante esclarecer as eventuais dúvidas no decorrer da construção do significado do fatorial. Observe se toda a turma está acompanhando a retomada dos conceitos basilares ao avanço dessa Sequência de Atividades.



- 01 Pesquise no dicionário de matemática o significado de fatorial.

Solução:

O fatorial de um número natural n , representado por $n!$, é o produto de todos os inteiros positivos menores ou iguais a n .

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Definições especiais

$$0! = 1$$

$$1! = 1$$

Exemplo 1: $n! = n \cdot n-1 \cdot n-2 \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

Exemplo 2: $6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

- 02 Desenvolva o fatorial de cada um dos números apresentados a seguir.

a. $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

b. $6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

c. $7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

d. $8! = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

e. $9! = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

- 03 Desenvolva as operações a seguir.

a. $8 \cdot 8! = 8 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

b. $(3+4)! = 7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

c. $(3 \cdot 4)! = 12! = 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

d. $(10-2)! = 8! = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

e. $(24 \div 4)! = 6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

A atividade 6 é uma atividade que fundamenta as propriedades do fatorial. Por isso, é importante observar a autonomia dos estudantes e esclarecer eventuais dúvidas no processo de desenvolvimento dos cálculos relacionados à ideia de fatorial.

f. $8! \cdot 3! = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

g. $0! = 1$

04 Responda aos itens I e II.

I) Observe o produto a seguir:

$$9 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3$$

Esse produto é equivalente a:

a. $\frac{10!}{2} =$

b. $2 \cdot 10! =$

c. $\frac{20!}{10!} =$

d. $\frac{10!}{10 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2} =$

e. $\frac{9!}{10!} =$

Chamando de $x!$ o fatorial desconhecido e igualando-o a $9 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3$, temos:

$$x! = 9 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3$$

$$\frac{10}{10 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{10 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2}$$

Logo, o produto $9 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 3$ é equivalente a

$$\frac{10}{10 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2}$$

II) A soma de todos os números primos que são divisores de $40!$ é igual a:

a. 197

b. 160

c. 131

d. 129

e. 108

Seja $S = 40!$, então:

$$S = 40 \cdot 39 \cdot 38 \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Sabemos que como S é obtido pelo produto dos números naturais de 1 a 40.

Logo, todos os números primos que aparecem nesse intervalo são divisores de $S = 40!$.

Portanto, a soma é igual a:

$$2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 + 17 + 19 + 23 + 29 + 31 + 37 = 197.$$

05 ATENÇÃO: Os exemplos a seguir não são válidos, não cometa esses erros ao trabalhar com fatorial

$$n! + x! = (n+x)!$$

$$n! - x! = (n-x)!$$

$$n! \cdot x! = (n \cdot x)!$$

Escreva um exemplo numérico comprovando que as três afirmações acima são falsas.

$$n! + x! = (n+x)! \quad \text{Exemplo: } 3!+2!=3 \cdot 2 \cdot 1+2 \cdot 1=6+2=8 \neq 3+2!=5!=5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1=120$$

$$n! - x! = (n-x)! \quad \text{Exemplo: } 3! \cdot 2!=3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1=6 \cdot 2=12 \neq 3-2!=1!=1$$

$$n! \cdot x! = (n \cdot x)! \quad \text{Exemplo: } 3! \cdot 2!=3 \cdot 2 \cdot 12 \cdot 1=6 \cdot 2=12 \neq 3 \cdot 2!=6!=6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1=720$$

06 Operações com fatoriais

- Soma de fatoriais

Exemplo:

$$4! + 3! = (4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) + (3 \cdot 2 \cdot 1) = 24 + 6 = 30$$

a. $5! + 3! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120 + 6 \rightarrow 126$

b. $4! + 2! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 = 24 + 2 = 26$

c. $6! + 4! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 + 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720 + 24 = 744$

d. $6! + 5! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 + 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720 + 120 = 840$

e. $2! + 2! = 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 = 2 + 2 = 4$

f. $3! + 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6 + 6 = 12$

g. $5! + 7! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 + 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120 + 5040 = 5160$



FINALIZANDO

Professor, finalize a aula construindo com toda a turma uma síntese dos conhecimentos trabalhados nas aulas 3, 4 e 5. Essa síntese deve ser registrada no quadro em forma de listas com tópicos e subtópicos, esquemas ou mapa mental. Isso favorecerá a visualização de todo o processo, principalmente para estudantes que aprendem mais a partir de processos em que podem observar e reter informações. Para ampliar o universo de estudantes que se envolverão no arremate da aula, converse com a turma e instigue-os a falarem e trazerem suas experiências pessoais. Nesse sentido, estudantes que apresentam características de assimilação de aprendizagem a partir da modalidade auditiva também serão favorecidos no processo. Finalmente, peça-os que se dirijam ao quadro e colaborem com a construção das listas, esquemas ou mapas mentais acrescentando novas informações. Desta forma, estudantes cinestésicos também participarão da aula colaborando ainda mais com a sistematização da aprendizagem de tudo que foi trabalhado nas aulas. Nesse sentido, é importante que a síntese final envolva pelo menos os pontos apresentados no esquema a seguir.

- Subtração de fatoriais

Exemplo:

$$6! - 4! = (6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) - (4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) = 720 - 24 = 696$$

a. $5! - 3! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 - 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120 - 6 = 114$

b. $4! - 2! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = 24 - 2 = 22$

c. $7! - 4! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 - 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720 - 24 = 696$

d. $6! - 5! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 - 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720 - 120 = 600$

e. $5! - 2! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = 120 - 2 = 118$

f. $4! - 3! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 - 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24 - 6 = 18$

g. $7! - 5! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 - 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5040 - 120 = 4920$

- Multiplicação de fatoriais

Exemplo:

$$2! \cdot 5! = 2 \cdot 1 \cdot (5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) = 2 \cdot 120 = 240$$

a. $5! \cdot 3! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \rightarrow 120 \cdot 6 = 720$

b. $4! \cdot 2! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 = 24 \cdot 2 = 48$

c. $6! \cdot 4! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720 \cdot 24 = 17280$

d. $6! \cdot 5! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720 \cdot 120 = 86400$

e. $2! \cdot 2! = 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 = 2 \cdot 2 = 4$

f. $3! \cdot 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6 \cdot 6 = 36$

FATORIAL



PROPRIEDADES DO FATORIAL



APLICAÇÃO DO FATORIAL

g. $5! \cdot 7! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120 \cdot 5040 = 604800$

- Divisão (simplificação) de fatoriais

Exemplo:

$$\frac{6!}{4!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4!}{4!} \rightarrow 6 \cdot 5 = 30$$

a. $\frac{5!}{3!} = \frac{5!}{3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 5 \cdot 4 = 20$

b. $\frac{4!}{2!} = \frac{4!}{2!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = 4 \cdot 3 = 12$

c. $\frac{6!}{4!} = \frac{6!}{4!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 6 \cdot 5 = 30$

d. $\frac{6!}{5!} = \frac{6!}{5!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 6$

e. $\frac{3!}{2!} = \frac{3!}{2!} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = 3$

f. $\frac{7!}{4!} = \frac{7!}{4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$

g. $\frac{7!}{5!} = \frac{7!}{5!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 7 \cdot 6 = 42$



AULAS 6, 7 E 8

PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM (PFC): SITUAÇÕES PROBLEMA

OBJETIVOS DA AULA

- Compreender e utilizar o princípio multiplicativo da contagem em situações-problema.
- Utilizar o princípio multiplicativo e o princípio aditivo da contagem na resolução de problemas.

AULAS 6, 7 e 8 - PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM (PFC): SITUAÇÕES PROBLEMA

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Devido aos protocolos de higiene e distanciamento social, e compreendendo que a quantidade de estudantes será reduzida, é importante estabelecer o diálogo entre pares respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso perceba que não será possível que trabalhem em duplas, instigue a sala a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.

MATERIAL NECESSÁRIO

- Apostila;
- Calculadora;
- Caderno do estudante.

INICIANDO

Professor, inicie esse conjunto de aulas falando sobre a importância do princípio fundamental da contagem. Você pode dialogar com os estudantes da seguinte forma:

"O princípio multiplicativo constitui numa ferramenta básica para resolver problemas de contagem sem que seja necessário enumerar seus elementos (como veremos nos exemplos). Os problemas de contagem fazem parte da chamada análise combinatória. A partir desta aula, aprofundaremos o estudo dessa parte da Matemática."

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica. Unicamp. Disponível em: <<https://www.ime.unicamp.br/~deleo/MA220/n01.pdf>>. Acesso em: 10 jul. 2020.

Com o intuito de resgatar os conhecimentos prévios e pontos de ancoragem que subsidiarão o desenvolvimento destas aulas, peça aos estudantes que falem a respeito do que entenderam até este ponto e sistematize as falas de modo que todos tenham acesso a esse repertório sobre a aprendizagem dessa Sequência de Atividades.

Este é o momento de fazer as devidas



adequações na construção dos conhecimentos sobre o tema dessa Sequência de Atividades. Assim, é importante estar atento aos possíveis equívocos que podem ser apresentados pelos estudantes, de forma que, caso haja, faça a correção e evite que acumulem dúvidas no futuro.

Logo em seguida, pergunte se algum estudante lembra da primeira situação apresentada no início dessa Sequência de Atividades. Depois, peça que algum estudante leia a primeira atividade.

DESENVOLVENDO

Professor, observe que:

A atividade 1 é uma atividade de identificação e reconhecimento. Por isso, é importante perguntar a estudantes distintos o qual significado do Princípio Fundamental da Contagem (PFC). Articule a aula de forma a garantir a participação do número máximo de estudantes que puder envolver.

A atividade 2 é uma atividade de identificação e reconhecimento. Por isso, é importante perguntar a estudantes distintos qual procedimento deverá ser usado para resolver esta atividade. Articule a aula de forma a garantir a participação do número máximo de estudantes que puder envolver.

A atividade 3 é uma atividade de introdução ao Princípio Fundamental da

ATIVIDADE



01 Observe o texto a seguir¹:

A palavra Matemática, para um adulto ou uma criança, está diretamente relacionada com atividades e técnicas para contagem do número de elementos de algum conjunto. As primeiras atividades matemáticas que vivenciamos envolvem sempre a ação de contar objetos de um conjunto, enumerando seus elementos. As operações de adição e multiplicação são exemplos de técnicas matemáticas utilizadas também para a determinação de uma quantidade. A primeira (adição) reúne ou junta duas ou mais quantidades conhecidas; e a segunda (multiplicação) é normalmente aprendida como uma forma eficaz de substituir adições de parcelas iguais. A multiplicação também é a base de um raciocínio muito importante em Matemática, chamado princípio multiplicativo. O princípio multiplicativo constitui a ferramenta básica para resolver problemas de contagem sem que seja necessário enumerar seus elementos. O princípio da igualdade, determine o valor da incógnita.

Pesquise o significado de Princípio Fundamental da Contagem (PFC).

O princípio fundamental da contagem é a estrutura básica da Análise Combinatória, através da qual desenvolvemos técnicas e métodos de contagem na resolução direta de problemas.

02 Responda:

a. Quantos números naturais de 4 algarismos distintos existem?

$$9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 4536$$

b. Quantos números naturais de 4 algarismos existem?

$$9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 9000$$

03 Cálculo de anagramas.

¹ Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica. Unicamp. Disponível em: <<https://www.ime.unicamp.br/~deleo/MA220/n01.pdf>>. Acesso em: 8 jun. 2020.

Contagem (PFC). É fundamental acompanhar e incentivar que eles criem uma situação que ilustra o problema.

A atividade 4 é composta por dois itens (I e II) de compreensão e aplicação. Estes itens promovem a retomada dos conhecimentos procedimentais necessários para a construção do significado do Princípio Fundamental da Contagem (PFC).

A atividade 5 é uma atividade de aprofundamento da compreensão do Princípio Fundamental da Contagem (PFC). Por isso, é importante tirar as dúvidas de todos na hora da construção dos preenchimentos dos processos de cálculo da resolução. Observe se toda

a. Qual a quantidade de anagramas da palavra AMOR?

$$P = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

b. Qual a quantidade de anagramas da palavra MULHER?

$$P = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$$

c. Qual a quantidade de anagramas da palavra FUTEBOL?

$$P = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5040$$

d. Qual a quantidade de anagramas da palavra MATEMÁTICA?

$$\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = 151200$$

e. Qual a quantidade de anagramas da palavra ABACATE?

$$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 840$$

f. Qual a quantidade de anagramas da palavra INÁCIO?

$$\frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = 360$$

04

Carlos irá participar de uma gincana na escola e a equipe que ganhar terá direito de escolher o projeto que receberá as doações. Ganhará o desafio a primeira equipe que conseguir fazer o maior número de combinações com o kit de roupa doado por uma cadeia de lojas. No kit tem-se seis camisetinhas, três calças e dois pares de tênis. De quantas maneiras distintas a equipe de Carlos poderá combinar todo esse vestuário de roupa?

Anteriormente, você usou o diagrama em árvore para resolver esta situação. Agora, usando o Princípio Fundamental da Contagem (PFC), resolva este problema novamente.

Solução
 $6 \cdot 3 \cdot 2 = 36$ possibilidades.

A atividade 8 é uma atividade que fundamenta os procedimentos de resolução utilizando o Princípio Fundamental da Contagem (PFC), o que proporciona a sistematização do conhecimento. Por isso, é importante observar a autonomia dos estudantes e tirar as últimas dúvidas de todos os estudantes antes de prosseguir na Sequência de Atividades.

a turma está acompanhando a retomada dos conceitos basilares ao avanço dessa Sequência de Atividades.

A atividade 6 é uma atividade que fundamenta as propriedades do Princípio Fundamental da Contagem (PFC). Por isso, é importante observar a autonomia dos estudantes e tirar as dúvidas de todos na hora do preenchimento dos cálculos.

A atividade 7 é composta por três itens (I, II e III). Estes itens têm o propósito de diagnosticar e sistematizar os conhecimentos sobre o Princípio Fundamental da Contagem (PFC).



05 Observe a solução de um problema utilizando o Princípio Fundamental da Contagem (PFC):

- a. $4 \cdot 2 \cdot 3 = 24$ possibilidades
- b. $3 \cdot 4 \cdot 2 = 24$ possibilidades
- c. $2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ possibilidades

Agora crie um problema matemático que possa representar cada solução.

Resposta pessoal.

06 De quantas maneiras podemos escolher um capitão, um imediato e um cozinheiro de bordo de uma tripulação composta por 15 homens?

Há 15 possibilidades de escolha para o capitão. Escolhido o capitão, há 14 possibilidades de escolha para o imediato. Selecionado este último, sobram 13 homens para a escolha do cozinheiro de bordo.

Pelo PFC, há $15 \times 14 \times 13 = 2730$ possibilidades distintas para a escolha desejada.

07 Carla possui 9 blusas, 6 saias e 4 sapatos.

Considerando a quantidade de combinações diferentes que ela pode fazer com essas peças, pode-se afirmar que Carla terá:

- a. Exatamente 215 combinações possíveis.
- b. Um número de possibilidades entre 220 e 360.
- c. Um número de possibilidades maior que 360.
- d. Um número de possibilidades entre 200 e 220.



- e. Um número de possibilidades menor que 200.

Observe que, nesse problema, temos três níveis de decisão:

d1 : escolher a blusa dentre as 9 possíveis.

d2 : escolher a saia dentre as 6 possíveis.

d3 : escolher por último o sapato dentre os 4 possíveis.

d1_1ª blusa d2_2ª saia d3_3ª sapato 9_1ª blusa 6_2ª saia 4_3ª sapato

Isto significa utilizar o Princípio Fundamental da Contagem, ou seja, $9 \cdot 6 \cdot 4 = 216$ possibilidades.

08 Responda aos itens I, II e III.

- I) Quantos são os números ímpares de três algarismos e começados por um algarismo par?

II) Ângela confecciona bolsas e promete exclusividade às suas clientes. Ela dispõe de 5 diferentes tipos de fecho, 3 diferentes tecidos para a bolsa e 4 pedras a serem utilizadas como o toque final. Além disso, ela consegue fazer 3 modelos distintos de alça.

Quantas bolsas, no máximo, Ângela confeccionará até que ela modifique suas disponibilidades?

Resposta:

Para a escolha do primeiro algarismo, temos 4 possibilidades. O segundo algarismo pode ser qualquer um dos 10 algarismos que possuímos no nosso sistema de numeração. Já o último algarismo deve ser escolhido dentre os 5 algarismos ímpares.

Pelo Princípio Multiplicativo, há $4 \times 10 \times 5 = 200$ números que satisfazem o enunciado.



FINALIZANDO

Professor, finalize a aula construindo com toda a turma uma síntese dos conhecimentos trabalhados nas aulas 6, 7 e 8. Essa síntese deve ser registrada no quadro em forma de listas com tópicos e subtópicos, esquemas ou mapa mental. Isso favorece a visualização de todo o processo, principalmente para estudantes que aprendem mais a partir de procedimentos em que podem observar e reter informações. Para ampliar o universo de estudantes que se envolveram no arremate da aula, converse com a turma e instigue-os a falarem e trazerem suas experiências pessoais. Nesse sentido, estudantes que apresentam características de assimilação de aprendizagem a partir da modalidade auditiva também serão favorecidos no processo. Finalmente, peça-os que se dirijam ao quadro e colaborem com a construção das listas, esquemas ou mapas mentais acrescentando novas informações. Desta forma, estudantes cinestésicos também participarão da aula colaborando ainda mais com a sistematização da aprendizagem de tudo que foi trabalhado nas aulas. Nesse sentido, é importante que a síntese final envolva, no mínimo, os pontos apresentados no esquema a seguir.

III) (ADA – GO) Observe os algarismos a seguir:

1, 2, 3, 4, 5 e 6

A quantidade de números de três algarismos distintos que se pode formar é:

a. 30.

b. 60.

c. 90.

d. 120.

e. 150.

Solução

Pelo princípio fundamental da contagem, tem-se:

$$6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$$

RETOMADA DOS CONHECIMENTOS



PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM



APLICAÇÃO DO PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM

This image shows a full page of blank white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and extend across the width of the page, providing a template for writing or drawing. There are no margins, text, or other markings on the page.

[illegible]



ANOTAÇÕES



[illegible]



ANOTAÇÕES



[illegible]



ANOTAÇÕES



[illegible]

MATEMÁTICA
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Professor, essa Sequência de Atividades é parte de um projeto que tem como objetivo central possibilitar um percurso formativo que maximize a aprendizagem dos estudantes que cursam o Ensino Médio na Rede Estadual de São Paulo. Nesse sentido, é fundamental que os estudantes se expressem a partir das múltiplas linguagens (artística, matemática, musical, verbal e não verbal, entre outras) que devem ser trabalhadas e desenvolvidas nas salas de aulas das etapas da Educação Básica. Para isso, é importante garantir a participação de todos, cada um da sua forma.

Esteja atento aos conhecimentos e saberes que cada estudante trará para as discussões e desenvolvimento de cada uma das atividades cuidadosamente estruturadas com o intuito de ampliar e sistematizar os conhecimentos matemáticos trabalhados nas Sequências de Atividades.

Essa Sequência de Atividades tem como objetos de estudos dois conhecimentos matemáticos essenciais: o princípio multiplicativo e o cálculo da probabilidade de um evento. Para isso, a Sequência de Atividades do estudante será composta basicamente por atividades estruturadas a partir de dois tipos de instrumentos que serão as atividades de respostas construídas pelos estudantes e os itens de múltipla escolha. As atividades de respostas construídas pelos estudantes, nesse sentido, favorecem o amadurecimento e ampliação de vocabulário e repertório e, para isso, é importante que, no decorrer das aulas, haja interação sistemática entre os estudantes. Os itens possibilitam um diagnóstico pontual de aspectos relacionados a conhecimentos essenciais que os estudantes precisarão para avançarem com as habilidades que serão ampliadas nessa Sequência de Atividades.

O percurso formativo que alicerça essa Sequência de Atividades tem como intenção central favorecer a ampliação de conhecimentos referentes à habilidade “Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1”. A escolha desse conhecimento foi feita por meio da análise realizada dos resultados da avaliação diagnóstica de entrada (avaliação interna) e SARESP/SAEB (avaliações externas) que revelaram fragilidades dos estudantes nesses conhecimentos essenciais à sua trajetória escolar e pessoal.

Para isso, ao longo das oito aulas, conforme o quadro de planejamento, os estudantes serão motivados a refletirem sobre conhecimentos, situações, contextos e fatos do cotidiano, de outras áreas de conhecimento e da própria matemática que se articulam com os objetos de conhecimento que subsidiam todo o trajeto de aprendizagem desenhado para cada uma das aulas.

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1ª e 2ª / 90 min	Princípios da contagem. Diagrama de árvore.
3ª e 4ª / 90 min	Diagrama de árvore e o princípio multiplicativo.
5ª e 6ª / 90 min	Experimentos aleatórios, espaço amostral e evento.
7ª e 8ª / 90 min	Probabilidade de um evento ocorrer.

Lembre-se que o eixo expressão-compreensão é fundamental para o desenvolvimento das capacidades, conhecimentos e saberes dos estudantes. Também, é importante atentar-se que cada estudante, ao longo de sua vida, desenvolveu formas específicas de aprender e assimilar conhecimentos. Nesse sentido, explore imagens, converse, apresente situações, trabalhe com situações problemas reais e contextualizadas à realidade de sua comunidade escolar. Lembre-se de sugerir artigos, textos, livros, documentários, desenhos, filmes e canais de redes sociais, entre outros.

É importante registrar que a intenção dessa Sequência de Atividades não é esgotar o tema proposto a partir dos objetos de conhecimentos matemáticos – princípio multiplicativo e probabilidade - e sim sugerir um percurso formativo que deve ser implementado por você, professor, em todas as aulas, respeitando o tempo de aprendizagem de cada estudante, sua cultura local e juvenil, bem como suas percepções e apreciações matemáticas. Boa aula!



Nome da Escola: _____

Nome do Estudante: _____

Data: ____/____/2020

Ano/Turma: _____

**AULAS 1 E 2****PRINCÍPIOS DA CONTAGEM E DIAGRAMA DE ÁRVORE****OBJETIVO DA AULA:**

- Compreender a ideia do princípio aditivo e multiplicativo da contagem e diferenciar os dois princípios;
- Construir o diagrama de árvore.

ATIVIDADE**01** Escreva todos os elementos de cada conjunto descrito.

- a. Números de dois algarismos formados a partir dos dígitos 2 e 5.

22, 25, 52, 55

- b. Números de dois algarismos distintos formados a partir dos dígitos 1, 2 e 3.

12, 13, 21, 23, 31, 32

- c. Todas as sequências de letras que se obtém, mudando a ordem das letras da palavra ITA (anagramas da palavra ITA).

AIT, ATI, IAT, ITA, TAI, TIA

**CONVERSANDO COM O PROFESSOR**
ATIVIDADE 1

Professor, essa atividade tem por intenção trabalhar o princípio aditivo com o estudante.

em seu respectivo lugar.

INICIANDO

Professor, inicie essa aula apresentando os objetivos: "compreender a ideia do princípio aditivo e multiplicativo da contagem e diferenciar os dois princípios" e "construir o diagrama de árvore" aos estudantes. Deixe claro aos estudantes o que se espera deles, ou seja, o que devem saber ao final desta aula. Para isso, registre os objetivos em um canto da lousa/quadro. Estes, no final da aula, serão retomados para verificar se foram alcançados.

Em seguida, com o intuito de resgatar os conhecimentos prévios e pontos de ancoragem que subsidiarão o desenvolvimento da aula, peça aos estudantes que falem sobre o que sabem acerca do princípio aditivo e multiplicativo.

À medida que forem falando, registre todas as informações no quadro, fazendo as devidas adequações quando necessário. É importante estar atento aos possíveis equívocos que podem ser apresentados pelos estudantes de forma que, caso haja, faça as devidas correções. Se no decorrer das falas perceber que ainda há pontos relevantes a serem elencados, indague e estimule a turma a pensar e ativar conhecimentos específicos ainda não mencionados.

AULAS 1 E 2 - PRINCÍPIOS DA CONTAGEM E DIAGRAMA DE ÁRVORE**ORGANIZAÇÃO DA TURMA**

Organize a turma em duplas produtivas.

Devido aos protocolos de higiene e distanciamento social e compreendendo que as quantidades de estudantes serão reduzidas, é importante estabelecer o diálogo entre pares respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso perceba que não será possível que trabalhem em duplas, instigue a sala a participar de forma que cada estudante permaneça

Quando perceber que as informações apresentadas possibilitam o avanço na Sequência de Atividades, peça a algum/alguma estudante que faça a leitura em voz alta da Atividade 1.

Caso os estudantes apresentem dificuldades em responder as perguntas, lance os termos PFC (Princípio Fundamental da Contagem), diagrama de árvore e probabilidade.

DESENVOLVENDO

Professor, as Aulas 1 e 2 – Os princípios aditivo, multiplicativo e o diagrama de árvore - têm por objetivo retomar os conhecimentos essenciais que os estudantes precisarão para avançarem nos estudos acerca do objeto de conhecimento princípio multiplicativo da contagem.

Nesse sentido, observe a bagagem de informações e conhecimentos que cada estudante traz de sua rotina cotidiana e percurso formativo.

22 | MATEMÁTICA



- 02** Na turma da 3ª série, estudam 15 meninos e 12 meninas. O professor irá selecionar um dos estudantes para participar de um torneio de xadrez. De quantas maneiras o professor pode selecionar esse estudante?

O professor irá selecionar um menino dentre os 15 disponíveis ou uma menina dentre as 12 disponíveis. Portanto, existem 27 maneiras possíveis de fazer essa escolha.

- 03** Miguel ganhou um boné de seu pai como presente de aniversário. Como ele não gostou do boné decidiu ir até à loja para trocá-lo por outro produto. Chegando na loja, a vendedora lhe informou que ele poderia trocar o boné dentre as seguintes peças disponíveis: quatro camisetas de cores distintas e três bermudas de cores distintas. Com base nas informações, determine

- a. De quantas maneiras diferentes Miguel pode escolher apenas um dos produtos.

Como Miguel pode escolher apenas um produto, ou ele troca o boné por uma das 4 camisetas ou por uma das três bermudas. Portanto, existem $7 = 4 + 3$, possibilidades.

- b. De quantas maneiras diferentes Miguel pode escolher uma camiseta e uma bermuda.

Miguel pode escolher uma camiseta e uma bermuda. Portanto, para cada escolha possível da camiseta, existem 3 escolhas possíveis para a bermuda. Como existem 4 camisetas a disposição basta multiplicar 4 por 3.

- 04** Aline, Beatriz, Carla e Daniela decidiram disputar uma corrida. Quantos e quais são os resultados possíveis para 1º, 2º e 3º lugares?

Usaremos A, B, C e D para identificarmos, respectivamente, Aline, Beatriz, Carla e Daniela. Vamos construir todos os pódios possíveis.

ABC	BAC	CAB	DAB
ABD	BAD	CAD	DAC
ACB	BCA	CBA	DBA
ACD	BCD	CBD	DBC
ADB	BDA	CDA	DCA
ADC	BDC	CDB	DCB

Portanto, existem 24 resultados possíveis.



CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 2

Professor, essa atividade tem por intenção diferenciar o princípio aditivo do multiplicativo. Após a resolução da atividade, defina os dois princípios.

Princípio aditivo: Considerando A e B como conjuntos finitos disjuntos, ou seja, com a sua intersecção vazia, a união do número de elementos é dada por: $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

$n(A \cup B) \rightarrow$ União do número de elementos que pertencem ao conjunto A ou ao conjunto B;

$n(A) \rightarrow$ Número de elementos do conjunto A;

$n(B) \rightarrow$ Número de elementos do conjunto B.

Princípio multiplicativo: Se uma decisão d1 pode ser tomada de n maneiras e, em seguida, outra decisão d2 puder ser tomada de m maneiras, o número total de maneiras de tomarmos as decisões d₁ e d₂ será $m \cdot n$.



CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 3

LETRA A - Professor esse é um momento para lembrar aos estudantes a diferença entre os termos "e" e "ou" (multiplicativo e aditivo).

LETRA B - Professor essa atividade tem por objetivo ampliar a capacidade do estudante em compreender um conjunto de possibilidades com um número maior de elementos. É importante discutir com o estudante acerca do princípio multiplicativo e de como esse princípio pode auxiliá-lo no cálculo de contagem.

Também, fale que é importante ele (estudante) observar que, em alguns casos, a ordem dos objetos importa e, em outros casos, a ordem não importa. Neste momento, não é necessário mencionar a diferença entre Permutação, Arranjo e Combinação, e sim a percepção de que existem momentos em que devo observar se a ordem dos objetos importa ou não. Para sanar possíveis dúvidas ou confusões, dê exemplos em que a ordem importa e outros em que a ordem não importa.



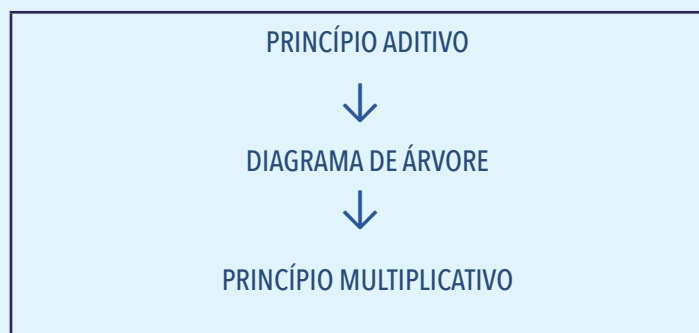
CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 4

Professor essa atividade tem como objetivo ampliar a percepção do estudante em relação ao princípio multiplicativo, analisando um diagrama de árvore.

Também, você (professor) pode relembrar, na construção do diagrama de árvore, a diferença dos termos "e" e "ou" para consolidar o aprendizado dos estudantes.

FINALIZANDO

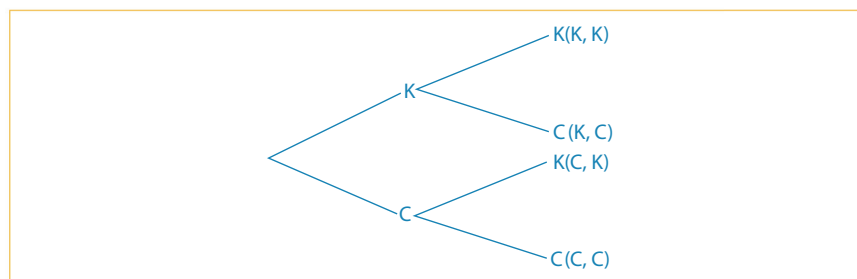
Professor, finalize a aula construindo, com toda a turma, uma síntese de todos os conhecimentos trabalhados nas Aulas 1 e 2. Essa síntese deve ser registrada no quadro em forma de listas com tópicos e subtópicos, esquemas ou mapas mentais. Isso favorece a visualização de todo o processo, principalmente para estudantes que aprendem mais a partir de processos em que podem observar e reter informações. Para ampliar o universo de estudantes que se envolveram no arremate da aula, converse com a turma e instigue-os a falar e trazer suas experiências pessoais. Nesse sentido, estudantes que apresentam características de assimilação de aprendizagem a partir da modalidade auditiva, também, serão favorecidos no processo. Finalmente, peça-os que se dirijam ao quadro e colaborem com a construção das listas, esquemas ou mapas mentais acrescentando novas informações. Dessa forma, estudantes cinestésicos, também, participarão da aula, colaborando, ainda mais, com a sistematização da aprendizagem de tudo que foi trabalhado nas aulas. Nesse sentido, é importante que a síntese final envolva, pelo menos, os pontos apresentados no esquema a seguir.



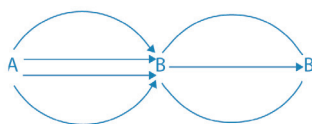


05 Construa um diagrama de árvore para a seguinte situação:

“Lançar uma moeda não viciada, ou seja, com duas faces distintas, duas vezes”.



06 Observe o esquema abaixo e responda aos itens I, II e III.



I. Considere que A, B e C são três cidades distintas. De quantas maneiras uma pessoa pode sair da cidade A e chegar em C, passando por B?

- (A) 3
- (B) 4
- (C) 7
- (D) 12**
- (E) 144

Perceba que a cidade A é ligada à cidade B por quatro estradas diferentes. Já a cidade B é ligada à cidade C por três estradas distintas. Logo, temos 4 possibilidades para ir de A até B e 3 possibilidades para ir de B até C. Desse modo, há $4 \times 3 = 12$ formas diferentes de ir de A até C.
 $4 \cdot 3 = 12$

II. Considere que A, B e C são três cidades distintas. De quantas maneiras uma pessoa pode sair da cidade A até C, passando por B e retornando para A?

- (A) 3
- (B) 4
- (C) 12
- (D) 72
- (E) 144**

Vamos resolver da mesma maneira que o I, mas agora temos que considerar as possibilidades de A para B, de B pra C, de C pra B e de B para A. Como vimos, anteriormente, temos possibilidades para esses caminhos. Logo, temos $4 \times 3 \times 3 \times 4 = 144$ formas de fazer o caminho pedido.
 $4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4 = 144$



CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 5

Professor essa atividade tem por objetivo avaliar as diferentes formas de resolução do estudante, podendo, este, resolver os itens pelo princípio multiplicativo ou pelo diagrama de árvore. Oriente os estudantes a olharem todas as maneiras distintas de se resolver cada item dessa atividade.

AULAS 3 E 4 - DIAGRAMA DE ÁRVORE E O PRINCÍPIO MULTIPLICATIVO

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize a turma em duplas produtivas.

Devido aos protocolos de higiene e distanciamento social e compreendendo que as quantidades de estudantes serão reduzidas, é importante estabelecer o diálogo entre pares, respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso perceba que não será possível que trabalhem em duplas, instigue a sala a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.



CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 1

Professor essa atividade tem por objetivo ampliar a capacidade do estudante de resolver situações problema de uma forma mais natural, através do diagrama de árvore. O estudante, também, pode perceber que o diagrama de árvore pode ser subdividido para facilitar a visualização e a compreensão.

INICIANDO

Professor, inicie a aula apresentando o objetivo: "resolver problemas de contagem, utilizando o diagrama de árvore e associando-o ao princípio multiplicativo" aos estudantes. Deixe claro, aos

III. Considere que A, B e C são três cidades distintas. De quantas maneiras uma pessoa pode sair da cidade A até C e retornando para A por um caminho diferente da ida, tanto de A para B e de B para C?

- (A) 3
(B) 4
(C) 12
(D) 72
(E) 144

Pensando da mesma maneira, ir de A para B, tenho 4 formas. Ir de B para C, tenho 3 formas. Só que agora, ir de C pra B, já não tenho mais 3 possibilidades. Ainda assim, tenho 2 possibilidades nesse último caso, pois não posso usar a estrada de ida. De B para A, eu tenho 3 possibilidades. Usando o Princípio Multiplicativo, temos $4 \times 3 \times 2 \times 3 = 72$ possibilidades de fazer este caminho.
 $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 = 72$

AULAS 3 E 4

DIAGRAMA DE ÁRVORE E O PRINCÍPIO MULTIPLICATIVO

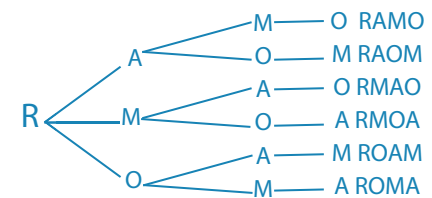
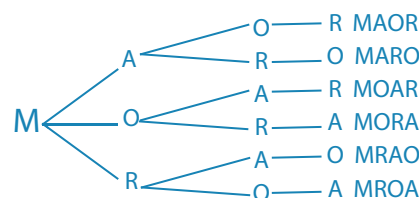
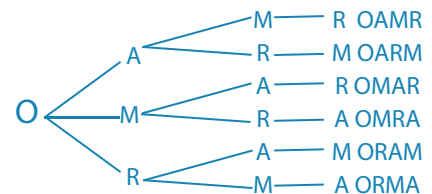
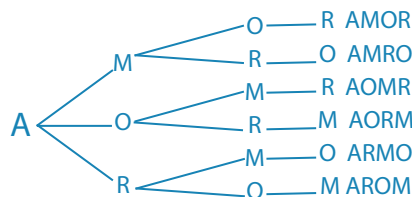
OBJETIVO DA AULA:

- Resolver problemas de contagem, utilizando o diagrama de árvore e associando-o ao princípio multiplicativo.

ATIVIDADE



- 01** Escreva todas as sequências de letras que se obtém, mudando a ordem das letras da palavra AMOR (anagramas da palavra AMOR). Utilize o diagrama de árvore para desenvolver a atividade.



estudantes, o que se espera deles, ou seja, o que devem saber ao final desta aula. Para isso, registre os objetivos em um canto da lousa/ quadro. Estes, no final da aula, serão retomados para verificar se foram alcançados.

Em seguida, com o intuito de resgatar os conhecimentos prévios e pontos de ancoragem que subsidiarão o desenvolvimento da aula, peça aos estudantes que falem sobre o que sabem acerca de anagramas, números pares, números ímpares, critérios de divisibilidade, diagrama de árvore e como associá-los ao princípio multiplicativo.

À medida que forem falando, registre todas as informações no quadro, fazendo as devidas



Dicionário formado pelos anagramas da palavra AMOR.

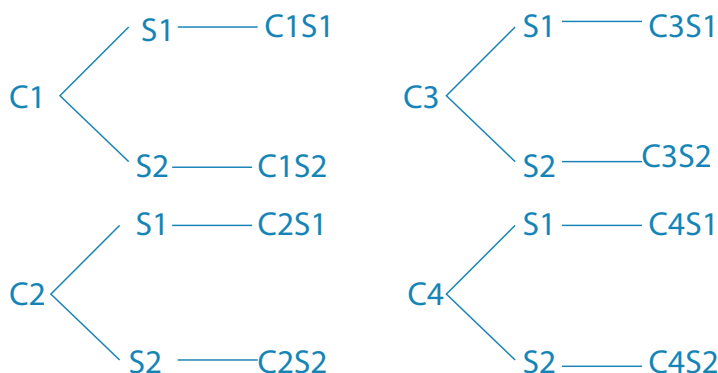
AMOR	AMRO	AOMR	AORM	ARMO	AROM
MAOR	MARO	MOAR	MORA	MRAO	MROA
OAMR	OARM	OMAR	OMRA	ORAM	ORMA
RAMO	RAOM	RMAO	RMOA	ROAM	ROMA

02 Faça a leitura da situação a seguir e desenvolva o que se pede em cada item.

Miguel vai a um restaurante disposto a comer um só prato de carne e uma só sobremesa. O cardápio oferece 4 pratos distintos de carne e 2 pratos diferentes de sobremesa.

a. Construa o diagrama de árvore relacionado à situação descrita.

Representando os tipos de carne por C1, C2, C3 e C4 e os tipos de sobremesa por S1 e S2, teremos:



b. Construa o diagrama de árvore relacionado à situação descrita.

Professor essa atividade tem por objetivo verificar se o estudante compreendeu o princípio multiplicativo, ou seja, quando uma decisão d_1 for tomada de n maneiras e, em seguida, outra decisão d_2 puder ser tomada de m maneiras, o número total de maneiras para tomar as decisões d_1 e d_2 será $m \cdot n$.

Quando perceber que as informações apresentadas possibilitam o avanço na Sequência de Atividades, peça a algum/alguma estudante que faça a leitura em voz alta da Atividade 1.

Ao final, indague-os acerca do diagrama de árvore e como associá-lo ao princípio multiplicativo: Se uma decisão d_1 pode ser tomada de n maneiras e, em seguida, outra decisão d_2 puder ser tomada de m maneiras, o número total de maneiras de tomarmos as decisões d_1 e d_2 será $m \cdot n$.



CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 2

Professor, essa atividade tem por objetivo reforçar a relação entre o princípio multiplicativo e o diagrama de árvore.



CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 2

LETRA B - Professor essa atividade tem por objetivo verificar se o estudante compreendeu o princípio multiplicativo, ou seja, quando uma decisão d_1 for tomada de n maneiras e, em seguida, outra decisão d_2 puder ser tomada de m maneiras, o número total de maneiras para tomar as decisões d_1 e d_2 será $m \cdot n$.

DESENVOLVENDO

Professor, observe que:

- A Atividade 1 é uma atividade de identificação e reconhecimento. Por isso, é importante retomar os conceitos apropriados e ampliados nas Atividades 1, 4 e 5 das Aulas 1 e 2; e ampliar os conhecimentos acerca do diagrama de

adequações quando necessário. É importante estar atento aos possíveis equívocos que podem ser apresentados pelos estudantes de forma que, caso haja, faça as devidas correções. Se no decorrer das falas perceber que ainda há pontos relevantes a serem elencados, indague e estimule a turma a pensar e ativar conhecimentos específicos ainda não mencionados.

Para isso, verifique se os estudantes recordam de números pares, ímpares, primos, critérios de divisibilidade e anagramas.

árvore. Articule a aula de forma a garantir a participação do número máximo de estudantes que puder envolver.

- A Atividade 2 é uma atividade de reconhecimento e compreensão, mas que tem como plano de fundo o desenvolvimento de conteúdos procedimentais, uma vez que os estudantes terão que construir um diagrama de árvore. É importantíssimo que os estudantes assimilem o conceito envolto na ideia do diagrama e de sua utilização no cálculo de possibilidades através do princípio multiplicativo.

- A Atividade 3 é uma atividade de aplicação que se articula de maneira muito direta com a atividade anterior. Por isso, é fundamental retomar conceitos como multiplicação e solicitar aos estudantes que determinem as respectivas soluções de cada item. Outro passo importante é aprofundar a discussão acerca do que diz o princípio multiplicativo. Dessa forma, associar o diagrama de árvore com o princípio multiplicativo é o que possibilitará a compreensão e internalização desse conhecimento.

- As Atividades 4 a 6 são atividades de aplicação, uma vez que o estudante deverá compreender os textos base e retirar informações que deverão ser associadas a conhecimentos prévios para a determinação da solução dos mesmos.

26 | MATEMÁTICA



03

- a. Eduarda possui 4 blusas e 10 saias. De quantas formas ela pode vestir uma blusa e uma saia?

Aplicando o princípio multiplicativo, temos $4 \cdot 10 = 40$
Eduarda pode se vestir de 40 formas diferentes.

- b. Miguel lança uma moeda 5 vezes e anota o resultado em uma folha. Qual o número máximo de sequências que Miguel pode encontrar?

Em cada lançamento pode sair cara ou coroa, portanto temos $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$ sequências.

- c. Cristal fará uma prova que consta de 10 questões do tipo verdadeiro ou falso. De quantas formas ela poderá responder ao teste?

Para cada questão, Cristal tem duas opções, verdadeiro ou falso. Portanto, temos $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 1024$.
Cristal pode responder o teste de 1024 formas diferentes.

04

Utilizando os algarismos 1, 2, 3, 4 e 5, determine:

- a. Quantos números de dois algarismos podem ser formados?

Aplicando o princípio multiplicativo, temos $5 \cdot 5 = 25$ números de dois algarismos.

11	12	13	14	15
21	22	23	24	25
31	32	33	34	35
41	42	43	44	45
51	52	53	54	55



CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 3

Professor essa atividade tem por objetivo trabalhar os conceitos de contagem, assim como revisar os conceitos de números pares, ímpares, primos e critérios de divisibilidade.



CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 4

Professor essa atividade de aplicação tem por objetivo verificar a compreensão do estudante acerca do conteúdo de contagem.



- b. Quantos números de dois algarismos distintos podem ser formados?

Aplicando o princípio multiplicativo, temos $5 \cdot 4 = 20$ números de dois algarismos distintos:

12	13	14	15
21	23	24	25
31	32	34	35
41	42	43	45
51	52	53	54

- c. Quantos números pares de dois algarismos distintos podem ser formados?

Aplicando o princípio multiplicativo e o princípio aditivo, temos:

Números pares de dois algarismos distintos terminados com o algarismo 2: $1 \cdot 4 = 4$

Números pares de dois algarismos distintos terminados com o algarismo 4: $1 \cdot 4 = 4$
 $4 + 4 = 8$ números.

12	32	42	52
14	24	34	54

- d. Quantos números de dois algarismos distintos e divisíveis por 5 podem ser formados?

Números de dois algarismos distintos terminados com o algarismo 5: $1 \cdot 4 = 4$

15	25	35	45
----	----	----	----

- e. Quantos números de três algarismos distintos podem ser formados?

Aplicando o princípio multiplicativo, temos $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$.

São 60 números de três algarismos distintos.

Sugira que os estudantes escrevam todos os elementos desse conjunto para que eles percebam que o princípio multiplicativo tem como objetivo facilitar o processo de contagem.

FINALIZANDO

Professor, finalize a aula construindo, com toda a turma, uma síntese de todos os conhecimentos trabalhados nas Aulas 3 e 4. Essa síntese deve ser registrada no quadro em forma de listas com tópicos e subtópicos, esquemas ou mapas mentais. Isso favorece a visualização de todo o processo, principalmente para estudantes que aprendem mais a partir de processos em que podem observar e reter informações. Para ampliar o universo de estudantes que se envolveram no arremate da aula, converse com a turma e instigue-os a falarem e trazerem suas experiências pessoais. Nesse sentido, estudantes que apresentam características de assimilação de aprendizagem a partir da modalidade auditiva, também, serão favorecidos no processo. Finalmente, peça-os que se dirijam ao quadro e colaborem com a construção das listas, esquemas ou mapas mentais, acrescentando novas informações. Dessa forma, estudantes cinestésicos, também, participarão da aula, colaborando, ainda mais, com a sistematização da aprendizagem de tudo que foi trabalhado nas aulas. Nesse sentido, é importante que a síntese final envolva, pelo menos, os pontos apresentados no esquema a seguir.

28 | MATEMÁTICA



05

(Universidade Iguazu RJ) Numa competição com dez nadadores, serão classificados o 1º, o 2º e o 3º lugares. Com base nessa informação, pode-se afirmar que o número de resultados distintos dessa competição é igual a:

- (A) 120
- (B) 240
- (C) 360
- (D) 480
- (E) 720

$$10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$$

06

Na loja Chá Quente são vendidos seis tipos diferentes de xícaras de chá, quatro tipos de pires e três tipos de colheres de chá. Quantas compras diferentes de dois itens com nomes diferentes podem ser feitas?

Existem três casos possíveis, uma xícara e um pires ($6 \times 4 = 24$), uma xícara e uma colher ($6 \times 3 = 18$), ou um pires e uma colher ($4 \times 3 = 12$). Somando todas as possibilidades de compras, temos $24 + 18 + 12 = 54$. Logo, há 54 maneiras diferentes para comprar dois itens com nomes diferentes.



CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 5

Professor essa atividade de aplicação tem por objetivo verificar a compreensão do estudante acerca do conteúdo de contagem.



CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 6

Professor essa atividade de aplicação tem por objetivo verificar a compreensão do estudante acerca do conteúdo de contagem.

ANAGRAMAS



NÚMEROS



PARIDADE



CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE



PRINCÍPIO MULTIPLICATIVO



AULAS 5 E 6

EXPERIMENTOS ALEATÓRIOS, ESPAÇO AMOSTRAL E EVENTO.

OBJETIVOS DA AULA:

- Diferenciar experimentos aleatórios de não aleatórios.
- Escrever todas as possibilidades de um experimento aleatório (espaço amostral).
- Escrever os elementos de um subconjunto do experimento aleatório (evento).

ATIVIDADE



- 01** Leia o conceito de experimentos (aleatório e não aleatório) a seguir e responda a atividade.

Experimentos:

Há dois tipos de experimentos: aleatório e não aleatório (determinístico).

Aleatório é aquele que, quando realizado sob condições idênticas, não é possível prever, a priori, o resultado particular que irá ocorrer, e sim o conjunto dos possíveis resultados. *Exemplo:* lançamento de uma moeda por 4 vezes e anota-se o número de caras obtido.

Não aleatório é aquele que, quando realizado sob determinadas condições, é possível prever o resultado particular que irá ocorrer. *Exemplo:* Água aquecida a 100°C, sob pressão normal, entra em ebulição.

Classifique os seguintes experimentos em aleatórios ou não aleatórios:

- a. Lançar uma moeda e observar a face voltada para cima.

Aleatório.

- b. Um corpo colocado a 200 m de altura e, depois de solto, cai por ação da gravidade.

Não aleatório (Determinístico)

- c. De uma urna contendo 10 bolas verdes e 8 bolas azuis, selecionar uma bola e observar sua cor.

Aleatório.

- d. Lançar um dado e observar o número da face voltada para cima.

Aleatório.

que trabalhem em duplas, instigue a sala a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.

CONVERSANDO
COM O PROFESSOR
AULAS 5 E 6

Professor, essa aula tem por intenção reconhecer, ampliar e sistematizar conhecimentos essenciais relacionados aos princípios da contagem, no que tange à construção do espaço amostral de um experimento aleatório utilizando um diagrama de árvore quando necessário.

INICIANDO

Professor, inicie essa aula apresentando os objetivos: "diferenciar experimentos aleatórios de não aleatórios", "escrever todas as possibilidades de um experimento aleatório (espaço amostral)" e "escrever os elementos de um subconjunto do experimento aleatório (evento)" aos estudantes. Deixe claro, aos estudantes, o que se espera deles, ou seja, o que devem saber ao final desta aula. Para isso, registre os objetivos em um canto da lousa/quadro. Estes, no final da aula, serão retomados para verificar se foram alcançados.

CONVERSANDO
COM O PROFESSOR
ATIVIDADE 1

Professor essa atividade 1 tem como objetivo diferenciar experimento aleatório de um não aleatório. Definição: Experimentos aleatórios são aqueles que, repetidos em idênticas condições, produzem resultados que não podem ser previstos com certeza.

AULAS 5 E 6 - EXPERIMENTOS ALEATÓRIOS, ESPAÇO AMOSTRAL E EVENTO.

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize a turma em duplas produtivas.

Devido aos protocolos de higiene e distanciamento social e compreendendo que as quantidades de estudantes serão reduzidas, é importante estabelecer o diálogo entre pares respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso perceba que não será possível



CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 2

Professor essa atividade tem como objetivo determinar o espaço amostral do lançamento de dois dados.

Em seguida, com o intuito de resgatar os conhecimentos prévios e pontos de ancoragem que subsidiarão o desenvolvimento da aula, peça aos estudantes que falem sobre o que sabem acerca de experimentos aleatórios, espaço amostral e evento. Como trata-se de uma provocação inicial para o número total de possibilidades de um experimento aleatório, lance perguntas do tipo: quando lançamos uma moeda e verificamos a face voltada para cima, quais são as possibilidades? A partir das respostas dadas, faça novos questionamentos do tipo: e no lançamento de um dado de seis faces? A ideia, portanto, é verificar se a turma consegue reconhecer todos os elementos de um espaço amostral.

À medida que forem falando, registre todas as informações no quadro, fazendo as devidas adequações quando necessário. É importante estar atento aos possíveis equívocos que podem ser apresentados pelos estudantes de forma que, caso haja, faça as devidas correções. Se no decorrer das falas perceber que ainda há pontos relevantes a serem elencados, indague e

30 | MATEMÁTICA

02 Considerando o experimento aleatório do lançamento de dois dados, um azul e um verde, e da anotação do resultado obtido em cada dado, responda aos seguintes itens:

- a. Escreva todos os possíveis resultados desse experimento aleatório (espaço amostral).

Preencha o quadro abaixo, indicando um par cujo primeiro elemento se refere ao dado azul e, o segundo, ao dado verde.

(A, V)	1	2	3	4	5	6
1	1,1	2,1	3,1	4,1	5,1	6,1
2	1,2	2,2	3,2	4,2	5,2	6,2
3	1,3	2,3	3,3	4,3	5,3	6,3
4	1,4	2,4	3,4	4,4	5,4	6,4
5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
6	1,6	2,6	3,6	4,6	5,6	6,6

- b. Determine a quantidade de resultados possíveis. Utilize o princípio multiplicativo.

Existem 6 possibilidades para o lançamento do 1º dado e 6 para o 2º. Portanto, 36 resultados.

03 Uma moeda é lançada 3 vezes e observa-se a sequência de caras e coroas.

Escreva os elementos de cada um dos eventos.

- a. A: ocorrência de cara (k) no 1º lançamento.

$A = \{(k, c, c); (k, c, k); (k, k, c); (k, k, k)\}$



CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 3

Professor essa atividade tem como objetivo trabalhar eventos aleatórios, identificando todos os possíveis resultados do espaço amostral. Por exemplo, no lançamento de uma moeda, o espaço amostral é dado por "cara" ou "coroa".

estímule a turma a pensar e ativar conhecimentos específicos ainda não mencionados.

Quando perceber que as informações apresentadas possibilitam o avanço na Sequência de Atividades, peça a algum/alguma estudante que faça a leitura em voz alta da Atividade 1.

Caso os estudantes apresentem dificuldades em responder as perguntas, lance os termos ângulos, lados e vértices.



- b. B: ocorrência de, exatamente, uma cara.

$$B = \{(c, c, k); (c, k, c); (k, c, c)\}$$

- c. C: ocorrência de todas as faces iguais.

$$C = \{(c, c, c); (k, k, k)\}$$

- d. D: ocorrência de, no mínimo, uma coroa.

$$D = \{(c, c, c); (c, c, k); (c, k, c); (k, c, c); (k, c, k); (k, k, c); (k, k, k)\}$$

04 Durante a aula de Matemática, o professor descreveu a seguinte situação.

“Uma urna contém 50 bolinhas numeradas de 1 a 50. Uma bolinha é escolhida e é observado o seu número”.

Considerando o espaço amostral $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; \dots; 49; 50\}$ descreva os seguintes eventos:

- a. A: o número obtido é par.

$$A = \{2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18; 20; 22; 24; 26; 28; 30; 32; 34; 36; 38; 40; 42; 44; 46; 48; 50\}$$

ou seja, 25 possibilidades.

- b. B: o número obtido é ímpar.

$$B = \{1; 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15; 17; 19; 21; 23; 25; 27; 29; 31; 33; 35; 37; 39; 41; 43; 45; 47; 49\},$$

ou seja, 25 possibilidades

- c. C: o número obtido é primo.

$$C = \{2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29; 31; 37; 41; 43; 47\},$$

ou seja, 15 possibilidades.

- d. D: o número obtido é maior que 45.

$$D = \{46; 47; 48; 49; 50\},$$

ou seja, 5 possibilidades.

DESENVOLVENDO

Professor, observe que :

- A Atividade 1 é uma atividade de identificação e reconhecimento. Essa atividade, também possui uma abordagem que retoma conteúdos procedimentais, já que o estudante deverá construir uma linha de pensamento e análise das informações apresentadas na composição de espaço amostral. Portanto, é necessário acompanhar as discussões feitas entre pares, observando possíveis intercorrências. Nesse caso, é fundamental as devidas orientações, esclarecimentos e alinhamentos.
- As Atividades 2 a 4 são atividades de aplicação. Retome, inicialmente, os diagramas de árvore e mostre as possibilidades de organizar os espaços amostrais através de uma tabela. Esses procedimentos serão necessários para os estudantes operarem e determinarem os números de elementos de espaços amostrais.
- A Atividade 5 é um item de aplicação, uma vez que o estudante deverá compreender o texto base e retirar informações que deverão ser associadas a conhecimentos prévios para a determinação da solução do mesmo.



CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 4

Professor essa atividade tem como objetivo trabalhar eventos aleatórios, identificando diferentes resultados dentro de um espaço amostral. Lembre-se que os estudantes podem utilizar Progressão Aritmética (P.A.) para contar os elementos pares ou ímpares.

Mostre aos estudantes que uma Progressão Aritmética (P.A.) é uma sequência de números reais em que a diferença entre um termo qualquer (a partir do 2º) e o termo precedente é sempre a mesma, constante. Essa diferença é chamada de razão da P.A. e é representada por r .

FINALIZANDO

Professor, finalize a aula construindo, com toda a turma, uma síntese de todos os conhecimentos trabalhados nas Aulas 5 e 6. Essa síntese deve ser registrada, no quadro, em forma de listas com tópicos e subtópicos, esquemas ou mapa mental. Isso favorece a visualização de todo o processo, principalmente para estudantes que aprendem mais a partir de processos em que podem observar e reter informações. Para ampliar o universo de estudantes que se envolveram no arremate da aula, converse com a turma e instigue-os a falarem e trazerem suas experiências pessoais. Nesse sentido, estudantes que apresentam características de assimilação de aprendizagem a partir da modalidade auditiva, também, serão favorecidos no processo. Finalmente, peça-os que se dirijam ao quadro e colaborem com a construção das listas, esquemas ou mapas mentais acrescentando novas informações. Dessa forma, estudantes cinestésicos, também, participarão da aula, colaborando, ainda mais, com a sistematização da aprendizagem de tudo que foi trabalhado nas aulas. Nesse sentido, é importante que a síntese final envolva, pelo menos, os pontos apresentados no esquema a seguir.

32 | MATEMÁTICA



e. E: o número é múltiplo de 2 e 7.

Múltiplos de 2: 2;4;6;8;10;12;14;16;18;20;22;24;26;28;30;32;34;36;38;40;42;44;46;48 e 50

Múltiplos de 7: 7;14;21;28;35;42 e 49

O evento E será a intersecção dos dois conjuntos: $E=\{14; 28; 42\}$
ou seja, 3 possibilidades.

f. F: o número é múltiplo de 5 ou 15.

Múltiplos de 5: 5;10;15,...,50

Múltiplos de 15: 15;30;45

O evento F será a união dos dois conjuntos: 5;10;15,...,50, ou seja, 10 possibilidades

05

(ENEM-2012) O diretor de uma escola convidou os 280 estudantes de terceiro ano a participarem de uma brincadeira. Suponha que existem 5 objetos e 6 personagens numa casa de 9 cômodos; um dos personagens esconde um dos objetos em um dos cômodos da casa. O objetivo da brincadeira é adivinhar qual objeto foi escondido, por qual personagem e em qual cômodo da casa o objeto foi escondido. Todos os estudantes decidiram participar. A cada vez, um estudante é sorteado e dá a sua resposta. As respostas devem ser sempre distintas das anteriores, e um mesmo estudante não pode ser sorteado mais de uma vez. Se a resposta do estudante estiver correta, ele é declarado vencedor e a brincadeira é encerrada.

O diretor sabe que algum estudante acertará a resposta porque há

(A) 10 estudantes a mais do que possíveis respostas distintas.

(B) 20 estudantes a mais do que possíveis respostas distintas.

(C) 119 estudantes a mais do que possíveis respostas distintas.

(D) 260 estudantes a mais do que possíveis respostas distintas.

(E) 270 estudantes a mais do que possíveis respostas distintas.

O número de respostas distintas deve ser calculado através do princípio fundamental da contagem, o princípio multiplicativo. A resposta é composta pelo nome do objeto "e" personagem "e" cômodo da casa. Quando o conectivo "e" é utilizado, o número de possibilidades deve ser multiplicado para encontrar o total de possibilidades da resposta. Caso o conectivo fosse o "ou", seria utilizado o princípio aditivo da contagem. O total de possibilidades é de 5 para o objeto, 6 para o personagem e 9 para o cômodo da casa. Utilizando o princípio multiplicativo, temos $5 \times 6 \times 9 = 270$ possibilidades de respostas. Como são 280 estudantes, são $280 - 270 = 10$ estudantes a mais que as possibilidades de resposta.

EXPERIMENTOS ALEATÓRIOS



ESPAÇO AMOSTRAL



EVENTO

**AULAS 7 E 8****PROBABILIDADE DE UM EVENTO OCORRER****OBJETIVO DA AULA:**

- Calcular a probabilidade de um evento aleatório A_i , associando-a a um número racional, decimal e percentual.

01 Considerando o lançamento de um dado e observando a face voltada para cima, calcule a probabilidade de

a. A: sair um número par.

Número ser par: 2,4,6, ou seja, 3 possibilidades

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ ou } P(A) = 0,50 \text{ ou } P(A) = 50\%$$

b. B: sair um número ímpar.

Número ser ímpar: 1,3,5, ou seja, 3 possibilidades

$$P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ ou } P(B) = 0,50 \text{ ou } P(B) = 50\%$$

c. C: sair um número maior que 4.

Número maior que quatro: 5,6, ou seja, 2 possibilidades

$$P(C) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \text{ ou } P(C) \cong 0,3333 \text{ ou } P(C) \cong 33,33\%$$

d. D: sair um número maior que 0 e menor que 7.

Número maior que 0 e menor que 7: 1,2,3,4,5,6, ou seja, 6 possibilidades

$$P(D) = \frac{6}{6} = \frac{1}{1} = 1 \text{ ou } P(D) = 1 \text{ ou } P(D) = 100\%$$

**CONVERSANDO COM O PROFESSOR AULAS 7 E 8**

Professor, essa aula tem por intenção reconhecer, ampliar e sistematizar conhecimentos essenciais relacionados à probabilidade.

**CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 1**

Professor essa atividade tem como objetivo introduzir o conceito de probabilidade.

INICIANDO

Professor, inicie essa aula apresentando o objetivo: "calcular a probabilidade de um evento aleatório A_i , associando-a a um número racional, decimal e percentual" aos estudantes. Deixe claro, aos estudantes, o que se espera deles, ou seja, o que devem saber ao final desta aula. Para isso, registre os objetivos em um canto da lousa/quadro. Estes, no final da aula, serão retomados para verificar se foram alcançados.

Em seguida, com o intuito de resgatar os conhecimentos prévios e pontos de ancoragem que subsidiarão o desenvolvimento da aula, peça aos estudantes que falem sobre o que sabem acerca de probabilidade.

À medida que forem falando, registre todas as informações no quadro, fazendo as devidas adequações quando necessário. É importante estar atento aos possíveis equívocos que podem

AULAS 7 E 8: PROBABILIDADE DE UM EVENTO OCORRER**ORGANIZAÇÃO DA TURMA**

Organize a turma em duplas produtivas.

Devido aos protocolos de higiene e distanciamento social e compreendendo que as quantidades de estudantes serão reduzidas, é importante estabelecer o diálogo entre pares, respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso perceba que não será possível que trabalhem em duplas, instigue a sala a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.

ser apresentados pelos estudantes de forma que, caso haja, faça as devidas correções. Se no decorrer das falas perceber que ainda há pontos relevantes a serem elencados, indague e estimule a turma a pensar e ativar conhecimentos específicos ainda não mencionados.

Quando perceber que as informações apresentadas possibilitam o avanço na Sequência de Atividades, peça a algum/alguma estudante que faça a leitura em voz alta da Atividade 1.



CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 2

Professor essa atividade tem como objetivo introduzir e ampliar o conceito de probabilidade.

DESENVOLVENDO

Professor, observe que:

- A Atividade 1 é uma atividade de aplicação. Para iniciar, retome, junto à turma, o enunciado espaço amostral e evento. Lance perguntas do tipo: "Quantas possibilidades existem no lançamento de uma moeda? Qual é a probabilidade de sair cara? Qual é a probabilidade de sair coroa?"
- A Atividade 2 é um item de aplicação. Esse item envolve a síntese de conhecimentos trabalhados em todas as aulas anteriores dessa Sequência de Atividades. Portanto, é importante instigar a turma a falar. À medida que forem apresentadas as ideias, registre-as no quadro e esclareça dúvidas e

34 | MATEMÁTICA



- e. E: sair um número maior que 6.

Número maior que 6: não existe em um dado um número maior do que 6, ou seja, 0 (zero) possibilidades

$$P(E) = \frac{0}{6} = 0 \text{ ou } P(E) = 0 \text{ ou } P(E) = 0\%$$

- 02** Um número é escolhido ao acaso entre os 30 inteiros, de 1 a 30. Qual é a probabilidade de o número escolhido:

- a. A: ser par?

Número ser par: 2, 4, 6, 8, 10, 12, ..., 30, ou seja, 15 possibilidades

$$P(A) = \frac{15}{30} = \frac{1}{2} \text{ ou } P(A) = 0,50 \text{ ou } P(A) = 50\%$$

- b. B: ser ímpar?

Número ser ímpar: 1, 3, 5, 7, 9, ..., 29, ou seja, 15 possibilidades

$$P(B) = \frac{15}{30} = \frac{1}{2} \text{ ou } P(B) = 0,50 \text{ ou } P(B) = 50\%$$

- c. C: ser primo?

Número ser primo: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, ou seja, 10 possibilidades

$$P(C) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3} \text{ ou } P(C) \cong 0,3333 \text{ ou } P(C) \cong 33,33\%$$

- d. D: ser quadrado perfeito?

Número ser quadrado perfeito: 4, 9, 16, 25, ou seja, 4 possibilidades

$$P(D) = \frac{4}{30} = \frac{2}{15} \text{ ou } P(D) \cong 0,1333 \text{ ou } P(D) \cong 13,33\%$$

confusões apresentadas.

- A Atividade 3 é uma atividade de identificação e reconhecimento. Essa atividade, também, possui uma abordagem que retoma conteúdos procedimentais, já que o estudante deverá construir uma linha de pensamento e análise das informações apresentadas na composição de espaço amostral equiprovável. Portanto, é necessário acompanhar as discussões feitas entre pares, observando possíveis intercorrências. Nesse caso, é fundamental fazer as devidas orientações, esclarecimentos e alinhamentos.
- A Atividade 4, composta pelos itens I, II e III, é uma atividade de aplicação. Essa atividade, assim como as Atividades 1 e 2, envolve uma síntese de conhecimentos trabalhados em todas as aulas anteriores dessa Sequência de Atividades. Portanto, é



CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 4

Professor, essa atividade de aplicação tem por objetivo ampliar o conhecimento dos estudantes acerca do conteúdo de probabilidade.

FINALIZANDO

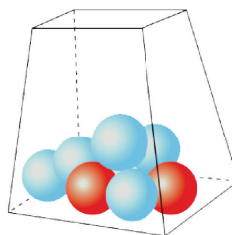
Professor, finalize a aula construindo, com toda a turma, uma síntese de todos os conhecimentos trabalhados nas aulas 7 e 8. Essa síntese deve ser registrada no quadro em forma de listas com tópicos e subtópicos, esquemas ou mapa mental. Isso favorece a visualização de todo o processo, principalmente para estudantes que aprendem mais a partir de processos em que podem observar e reter informações. Para ampliar o universo de estudantes que se envolveram no arremate da aula, converse com a turma e instigue-os a falarem e trazerem suas experiências pessoais. Nesse sentido, estudantes que apresentam características de assimilação de aprendizagem a partir da modalidade auditiva, também, serão favorecidos no processo. Finalmente, peça-os que se dirijam ao quadro e colaborem com a construção das listas, esquemas ou mapas mentais, acrescentando novas informações. Dessa forma, estudantes cinestésicos, também, participarão da aula, colaborando, ainda mais, com a sistematização da

36 | MATEMÁTICA



04 Resolva os itens a seguir:

- a. (UERJ – Adaptado) em uma urna há sete bolinhas, sendo duas delas vermelhas e cinco azuis.



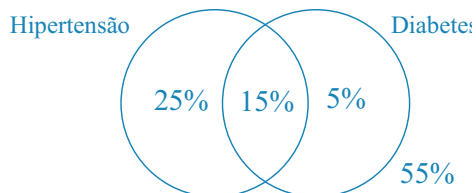
Retirando-se uma bolinha aleatoriamente, calcule a probabilidade de a bola sorteada ser da cor azul.

$$P(A) = \frac{5}{7} \text{ ou } P(A) \cong 0,7143 \text{ ou } P(A) \cong 71,43\%$$

- b. (UNITAU SP) Em uma determinada região do País, uma pesquisa realizada com 500 pessoas para verificar a incidência de hipertensão e diabetes, revelou que:

- 40% sofrem de hipertensão.
- 20% sofrem de diabetes.
- 15% sofrem de hipertensão e de diabetes, simultaneamente.
- Todos os entrevistados tiveram a resposta validada.

Sorteando uma pessoa aleatoriamente, determine a probabilidade de que ela não tenha hipertensão nem diabetes.



Temos que 55% dos entrevistados não possuem nem hipertensão nem diabetes. Portanto, a probabilidade de se escolher alguém com essa característica é de 55%.

aprendizagem de tudo que foi trabalhado nas aulas. Nesse sentido, é importante que a síntese final envolva, pelo menos, os pontos apresentados no esquema a seguir.

PROBABILIDADE



CÁLCULO DA PROBABILIDADE DE UM EVENTO ALEATÓRIO

- c. (IFMS) Mariana resolveu inovar e utilizar um dodecaedro como “dado” em um jogo de tabuleiro. Para isso, ela enumerou as faces deste dodecaedro de 1 a 12 (como mostra a figura abaixo).



Determine a probabilidade de Mariana jogar o dodecaedro e, na face superior, aparecer um número primo.

Os números primos compreendidos entre 1 e 12 são: 2, 3, 5, 7 e 11, ou seja, 5 números. Então, tem-se que

$$P(A) = \frac{5}{12} \text{ ou } P(A) \cong 0,416666 \text{ ou } P(A) \cong 41,67\%$$

05

(UNICESUMAR PR - Adaptado) Em uma caixa, existem 9 bolas, sendo 4 pretas, 3 brancas e 2 vermelhas e uma dessas bolas é retirada ao acaso dessa urna. A probabilidade de que a bola retirada não seja da cor branca é igual a

(A) 33,33%

(B) 66,67%

(C) 45%

(D) 50%

(E) 71,42%

Para que a bola retirada não seja da cor branca: 4 pretas e 2 vermelhas, ou seja, 6 bolas.

$$P(A) = \frac{6}{9} \text{ ou } P(A) \cong 0,666666 \text{ ou } P(A) \cong 66,67\%$$

06

(IFAL) Qual é a probabilidade de, lançando-se duas moedas idênticas, obterem-se duas faces iguais nesse lançamento?

(A) 0%

(B) 25%

(C) 50%

(D) 66%

(E) 100%

$$P(A) = \frac{1}{2}e\frac{1}{2}\text{cara} \text{ ou } \frac{1}{2}e\frac{1}{2}\text{coroa} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ ou } P(A) = 0,50 \text{ ou } P(A) = 50\%$$

IMAGENS
OBMEP / Scribd.com (Adaptada)
Kauana Santos / 232 Fernando Ferrari



CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 6

Professor essa atividade de aplicação tem por objetivo ampliar e aprofundar o conhecimento dos estudantes acerca do conteúdo de probabilidade.

ANEXO – SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2

Olá Professor, Olá Professora.

Sugerimos que após a aplicação das Sequências de Atividades 1, 2 e 3 você trabalhe também com as atividades do São Paulo Faz Escola propostas abaixo. Essas atividades estão articuladas com as habilidades trabalhadas até o momento. Outra possibilidade é buscar no SPFE atividades focadas nas habilidades que os estudantes demonstram maiores dificuldades, expressas na avaliação diagnóstica, na avaliação intermediária ou AAP.

3ª série do ensino médio		
OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES ESSENCIAIS	ARTICULAÇÃO COM OS MATERIAIS
O princípio multiplicativo da contagem.	(EF08MA03) Resolver e elaborar situações problema de contagem cuja resolução envolve a aplicação do princípio multiplicativo.	Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do Vol. 3 (2019) da 2ª série do Ensino Médio São Paulo faz escola
Princípio multiplicativo da contagem; Soma das probabilidades de todos os elementos de um espaço amostral.	(EF08MA22) Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1.	Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do Vol. 3 (2019) da 2ª série do Ensino Médio São Paulo faz escola
Progressões geométricas. Crescimento exponencial. Função exponencial: equações e inequações.	Conhecer as características principais das progressões geométricas – expressão do termo geral, soma dos n primeiros termos, entre outras – , sabendo aplicá-las em diferentes contextos. (Currículo Vigente do Estado de São Paulo) Compreender o significado da soma dos termos de uma PG infinita (razão de valor absoluto menor do que 1) e saber calcular tal soma em alguns contextos, físicos ou geométricos. Conhecer a função exponencial e suas propriedades relativas ao crescimento ou decrescimento. (Currículo Vigente do Estado de São Paulo)	Algumas atividades dessas habilidades encontram-se no Caderno do Vol. 1 (2019) da 1ª série do Ensino Médio São Paulo faz escola

[illegible]

[illegible]



ANOTAÇÕES



[illegible]



ANOTAÇÕES



[illegible]



ANOTAÇÕES



[illegible]

MATEMÁTICA
SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3

[illegible]

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Caro(a) professor(a), nesta Sequência de Atividades (SA), falamos diretamente com você, que está aí, na sala de aula, no convívio direto com os estudantes, os quais terão a oportunidade, nesse momento, de se envolver com atividades que possibilitam a retomada de conceitos, propriedades e procedimentos essenciais para o desenvolvimento de seus conhecimentos e capacidades matemáticas.

A Sequência de Atividades deve ser desenvolvida considerando os protocolos de higiene e distanciamento social, favorecendo a interação, o compartilhamento de conhecimentos e a colaboração. Além disso, as socializações das atividades, por parte dos estudantes, são percebidas aqui como oportunidades de serem desenvolvidas habilidades e competências que dizem respeito à cooperação, à empatia, à argumentação e à comunicação, entre outras.

Esta Sequência de Atividades tem como objetos de Conhecimento: Progressões Geométricas e Função Exponencial. Para isso, a Sequência de Atividades do estudante será composta, basicamente, por atividades estruturadas a partir de dois tipos de instrumentos que serão as atividades de respostas construídas pelos estudantes e os itens de múltipla escolha. As atividades de respostas construídas pelos estudantes, nesse sentido, favorecem o amadurecimento e ampliação de vocabulário e repertório e, para isso, é importante que, no decorrer das aulas, haja interação sistemática entre os estudantes. Os itens, possibilitam um diagnóstico pontual de aspectos relacionados a conhecimentos essenciais que os estudantes precisarão para avançarem com as habilidades que serão ampliadas nessa Sequência de Atividades.

O percurso formativo que alicerça esta Sequência de Atividades tem como intenção central favorecer a ampliação de conhecimentos referentes a duas habilidades: **“Conhecer as características principais das progressões geométricas – expressão do termo geral, soma dos n primeiros termos, entre outras, sabendo aplicá-las em diferentes contextos”** e **“Compreender o significado da soma dos termos de uma PG infinita (razão de valor absoluto menor do que 1) e saber calcular tal soma em alguns contextos, físicos ou geométricos”**. A escolha das habilidades foi feita por meio da análise realizada dos resultados da avaliação diagnóstica de entrada (avaliação interna) e SARESP/SAEB (avaliações externas), que revelaram fragilidades dos estudantes nesses conhecimentos essenciais à sua trajetória escolar e pessoal.

Com o intuito de potencializar o trabalho de recuperação e aprofundamento e sempre com o olhar apurado para a formação integral do indivíduo, os estudantes terão acesso a contextos que relacionam diferentes gêneros textuais como tabelas e quadros, além de manusear dinheiro e simular aplicações. Se possível, as atividades devem ser realizadas sempre em duplas, trios ou grupos maiores, favorecendo a interação, o compartilhamento de conhecimentos e a colaboração.

Ao longo das oito aulas, conforme o quadro de planejamento, os estudantes se envolverão em jogos, resolverão problemas e serão estimulados a discutir e refletir sobre situações de diversas naturezas em que as progressões geométricas e a função exponencial aparecem.

AULA/TEMPO	TEMA DA AULA
1ª e 2ª aula / 90 min	Conhecendo as sequências numéricas e reconhecendo padrões
3ª e 4ª aula / 90 min	Deduzindo e aplicando a fórmula do termo geral da P.G. em contextos diversos
5ª e 6ª aula / 90 min	Função exponencial e suas propriedades relativas ao crescimento ou decrescimento
7ª e 8ª aula / 90 min	Deduzindo e aplicando a fórmula da soma dos termos da P.G. finita em contextos diversos

AULAS 1 E 2: CONHECENDO AS SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS E RECONHECENDO PADRÕES

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize a turma em duplas produtivas. *

Devido aos protocolos de biossegurança e compreendendo que as quantidades de estudantes serão reduzidas, é importante estabelecer o diálogo entre pares respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso perceba não ser possível trabalhar em duplas, instigue a turma a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.

* Metodologia indicada para unir dois **conhecimentos distintos** de um mesmo assunto, estimular a participação e **engajamento** dos estudantes. É interessante observar os diferentes níveis de conhecimento antes de formar as duplas e garantir que os estudantes aprendam juntos.

MATERIAL NECESSÁRIO

- Folha impressa do Anexo 1: Quadrados.
- Folha impressa do Anexo 2: Quadrado de lado unitário.
- Tesoura, cola e calculadora.
- Caderno de atividades do Estudante.

INICIANDO

Caro(a) professor(a), inicie esta aula apresentando os objetivos "reconhecer uma sequência numérica (P.A. e P.G.)", "identificar as sequências como Progressões Aritméticas e Geométricas", "identificar um padrão numa sequência numérica (P.G.)", "identificar a razão de uma P.G.", "calcular o termo geral de uma P.G. sem uso de fórmula", "identificar a relação de dependência entre as variáveis envolvidas no problema", "definir função do tipo exponencial" e "construir o gráfico da função do tipo exponencial no plano cartesiano" aos estudantes. Para isto, registre o objetivo em um canto da lousa, o qual, no final da aula, será retomado para verificar se foi alcançado. Escrever os objetivos é importante para os estudantes porque eles devem saber o que estão fazendo e, desta forma, irão focar em alcançar esses objetivos.

Em seguida, com o intuito de resgatar os conhecimentos que subsidiarão o desenvolvimento da aula, peça aos estudantes que falem sobre o que sabem acerca de sequências numéricas.

À medida que forem falando, registre todas as informações no quadro, fazendo as devidas adequações, quando necessário. É importante estar atento aos possíveis equívocos que podem ser apresentados pelos estudantes, de forma que, caso haja, faça as devidas correções. Se no decorrer das falas perceber que ainda há pontos relevantes a serem elencados, indague e estimule a turma a pensar e ativar conhecimentos específicos ainda não mencionados.

Quando perceber que as informações apresentadas possibilitam o avanço na Sequência de Atividades, promova a leitura coletiva em voz alta do Texto 1: A lenda da origem do xadrez.



Nome da Escola: _____

Nome do Estudante: _____

Data: ____/____/2020 Ano/Turma: _____

**AULAS 1 E 2****CONHECENDO AS SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS E RECONHECENDO PADRÕES****OBJETIVOS DA AULA**

- Reconhecer uma sequência numérica (P.A. e P.G.);
- Identificar as sequências como Progressões Aritméticas e Geométricas;
- Identificar um padrão numa sequência numérica (P.G);
- Identificar a razão de uma P.G;
- Calcular o termo geral de uma P.G. sem uso de fórmula;
- Identificar a relação de dependência entre as variáveis envolvidas no problema;
- Definir função do tipo exponencial;
- Construir o gráfico da função do tipo exponencial no plano cartesiano.

ATIVIDADE**01**

1 Analise as sequências numéricas a seguir e complete-as até o 6º termo.

- a. 5, 8, 11, 14, 17, 20 (Cada termo é igual ao antecessor adicionado por 3).
- b. 1, -2, 4, -8, 16, -32 (Cada termo é igual ao antecessor multiplicado por -2).
- c. 2, 7, 12, 17, 22, 27 (Cada termo é igual ao antecessor adicionado por 5).
- d. 2, 6, 18, 54, 162, 486 (Cada termo é igual ao antecessor multiplicado por 3).
- e. 28, 21, 14, 7, 0, -7. (Cada termo é igual ao antecessor adicionado por -7).
- f. 256, -64, 16, -4, $1, -\frac{1}{4}$ (Cada termo é igual ao antecessor dividido por -4).
- g. -30, -26, -22, -18, -14, -10 (Cada termo é igual ao antecessor adicionado por 4).
- h. 243, 81, 27, 9, 3, 1 (Cada termo é igual ao antecessor dividido por 3).
- i. -3, -5, -7, -9, -11, -13 (Cada termo é igual ao antecessor adicionado por -2).
- j. 4, 2, $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$ (Cada termo é igual ao antecessor dividido por 2).

DESENVOLVENDO

Professor(a), observe que:

01

A Atividade 1 é uma atividade de identificação e reconhecimento. Por isso, é importante perguntar a estudantes distintos o que entendem por sequências numéricas. Articule a aula de forma a garantir a participação de um número máximo de estudantes que puder envolver.



02

A Atividade 2 é uma atividade de identificação e reconhecimento. Esta atividade também possui uma abordagem que retoma conteúdos procedimentais, já que o estudante deverá calcular o crescimento de uma colônia de bactérias a partir de instruções pré-determinadas. Nesta atividade, o(a) professor(a) provocará os estudantes a perceberem o tipo de função que está envolvida nessa situação, relacionando-a com uma função do tipo exponencial. Faça questionamentos aos estudantes sobre os resultados encontrados. O objetivo das perguntas é levar o estudante a compreender a regularidade da sequência e definir o conceito de progressão geométrica crescente. Neste caso, é fundamental as devidas orientações, esclarecimentos e alinhamentos.



CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 2

Professor(a), tendo em vista a resolução do item I, peça aos estudantes que organizem as informações em um quadro, como o que segue: Questione os estudantes: Qual era a quantidade de bactérias no momento inicial? O que acontece com a quantidade de bactérias a cada hora que passa? É possível determinar o número de bactérias para uma quantidade qualquer t de horas? Com base nisso, tem-se a expectativa de que os estudantes obtenham a expressão solicitada no item II: $n(t) = 20 \times 3^t$. Nesse

Das sequências acima, quais têm os termos formados pela:

a. adição de um número positivo?

A, C, G.

b. adição de um número negativo?

E, I.

c. multiplicação de um número?

B, D.

d. divisão de um número?

F, H, J.



CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 1

Professor(a), nessa atividade os estudantes realizarão tarefas passo a passo, completando sequências e observando e reconhecendo as sequências que podem ser criadas a partir da soma, subtração, multiplicação e divisão de um determinado valor. Como seu objetivo é diagnosticar os conhecimentos, é importante que não haja intervenção de sua parte na realização da atividade. Ao final, socialize as respostas e esteja atento aos estudantes que apresentarem dificuldades em identificar os padrões das sequências abordadas. Aproveite o momento para articular conhecimentos como o conceito de sequências crescentes e decrescentes.

02

2

As colônias de bactérias crescem muito rápido. Um laboratório, ao fazer uma experiência, colocou 20 bactérias em um meio propício ao seu desenvolvimento, e observou que a cada hora o número de bactérias triplicava.

I) Qual era o número de bactérias após:

a. 1 hora?

Possíveis respostas
1ª possibilidade:
Calcular mentalmente, ou com o auxílio da calculadora, e apresentar as respostas:

b. 2 horas?

- 1 hora? 60 bactérias.
- 2 horas? 180 bactérias.
- 3 horas? 540 bactérias.
- 5 horas? 4 860 bactérias.
- 10 horas? 1 180 980 bactérias.

c. 3 horas?

d. 5 horas?

e. 10 horas?

2ª possibilidade:
Multiplicar a quantidade inicial de bactérias por 3, e, em seguida, multiplicar a quantidade de bactérias obtidas a cada hora anterior por 3:
• 1 hora? $20 \times 3 = 60$.
• 2 horas? $60 \times 3 = 180$.
• 3 horas? $180 \times 3 = 540$.
• 4 horas? $540 \times 3 = 1 620$.

- 5 horas? $1 620 \times 3 = 4 860$.
- 6 horas? $4 860 \times 3 = 14 580$.
- 7 horas? $14 580 \times 3 = 43 740$.
- 8 horas? $43 740 \times 3 = 131 220$.
- 9 horas? $131 220 \times 3 = 393 660$.
- 10 horas? $393 660 \times 3 = 1 180 980$.

3ª possibilidade: Multiplicar a quantidade inicial de bactérias por 3, e, em seguida, multiplicar a quantidade de bactérias a cada hora anterior, ainda escrita na forma de multiplicação, novamente por 3:
• 1 hora? $20 \times 3 = 60$.
• 2 horas? $20 \times 3 \times 3 = 180$.
• 3 horas? $20 \times 3 \times 3 \times 3 = 540$.
• 4 horas? $20 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 1 620$.
• 5 horas? $20 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 4 860$.
• 6 horas? $20 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 14 580$.
• 7 horas? $20 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 43 740$.

43 740.
• 8 horas? $20 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 131 220$.
• 9 horas? $20 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 393 660$.
• 10 horas? $20 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 1 180 980$.

4ª possibilidade: Multiplicar, a cada hora, a quantidade inicial de bactérias por potência de base 3, em que o expoente se refere ao número de horas transcorridas.
• 1 hora? $20 \times 3^1 = 20 \times 3 = 60$.
• 2 horas? $20 \times 3^2 = 20 \times 9 = 180$.
• 3 horas? $20 \times 3^3 = 20 \times 27 = 540$.
• 5 horas? $20 \times 3^5 = 20 \times 243 = 4 860$.
• 10 horas? $20 \times 3^{10} = 20 \times 59 049 = 1 180 980$.

momento, pode ser discutida a possível resolução errada (2ª possibilidade do item III), caso seja apresentada pelos estudantes.

Questione os estudantes:

Existe alguma diferença entre as expressões $n(t) = 20 \times 3^t$ e $n(t) = 20 \times 3^t$?

Em caso afirmativo, qual?

O que é um expoente?

O que um número elevado a outro representa? Como ele é calculado?

Espera-se que os estudantes observem a diferença existente entre um número elevado a outro e um número multiplicado por outro. Quando há um número elevado a outro, tem-se uma multiplicação de fatores iguais, em que o expoente indica a quantidade de fatores da multiplicação; quando há uma multiplicação de um número por outro, tem-se uma adição de parcelas iguais.

II) Descreva uma expressão algébrica que corresponde à relação entre o número de bactérias e o tempo.

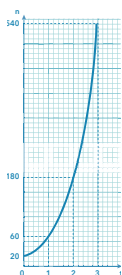
1ª possibilidade:
n(t): número de bactérias.
t: tempo.
Expressão algébrica: $n(t) = 20 \times 3^t$.

2ª possibilidade:
Poderá ocorrer nesse item, uma resposta errada, que pode ser justificada como possível devido à dificuldade encontrada por

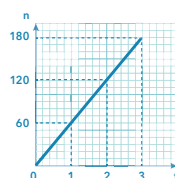
alguns alunos em trabalharem com expoentes.
n(t): número de bactérias.
t: tempo.
Expressão algébrica: $n(t) = 20 \times 3t$.

III) Represente graficamente, para as três primeiras horas, a relação entre o número de bactérias e o tempo.

1ª possibilidade: considerando
 $n(t) = 20 \times 3^t$



2ª possibilidade: considerando
 $n(t) = 20 \times 3t$



03

3 Nessa atividade, você deverá construir os três primeiros níveis de um fractal denominado "Triminó". Para isso, utilize os quadrados impressos na folha do Anexo 1 e siga as instruções.

Passo 1: Para a construção do triminó Nível 1, você vai recortar e colar os três quadrados maiores justapostos em formato de L.

Passo 2: Para obter um triminó de Nível 2, você deve substituir cada peça (quadrado) do triminó de nível 1 por um triminó L.

Passo 3: Repete-se o processo na obtenção do fractal Nível 2 para obter o Nível 3.

Os passos para obter os próximos níveis são análogos.

Após construir o Triminó, observe a quantidade de peças que foram utilizadas em cada iteração e preencha a tabela a seguir.

Nível	Quantidade de quadrados
1	3
2	9
3	27

Peça aos estudantes que observem o fato de que a cada hora está associada uma única quantidade de bactérias, mostre que essa relação de dependência existente entre as variáveis envolvidas nessa situação, tempo e quantidade de bactérias, é uma função. A partir disso, e com base na lei de formação já apresentada e discutida, converse com os estudantes quanto ao tipo de função que está envolvida nessa situação, relacionando-a com uma função do tipo exponencial.

Chama-se função exponencial qualquer função $f: R \rightarrow R$ dada por uma lei da forma $f(x) = a^x$, em que "a" é um número real dado, $a > 0$ e $a \neq 1$.

Aqui, espera-se que os estudantes observem que essa função tem como expoente uma variável. A partir da formalização sobre a função do tipo exponencial, discuta com os estudantes que nessa situação há uma restrição no domínio da função, devido ao fato de a variável independente ser o tempo. Além disso, o conjunto imagem não coincide com o contradomínio da função, já que a variável dependente diz respeito ao número de bactérias.

03

A Atividade 3 é uma atividade de identificação e reconhecimento.

Esta atividade também possui uma abordagem que retoma conteúdos procedimentais, já que o estudante deverá construir um fractal a partir de instruções pré-determinadas. O objetivo das perguntas é levar o estudante a compreender a regularidade da sequência de quadrados e definir o conceito de progressão geométrica crescente. Neste caso, são fundamentais as devidas orientações, esclarecimentos e alinhamentos.

A partir da resolução apresentada no item III, explore a representação gráfica da função do tipo exponencial. Para isso, primeiramente, deve-se obter os pares ordenados da forma (t, n) em que t representa o tempo e n, a quantidade de bactérias. Substitui-se os valores de t na função $n(t) = 20 \times 3^t$ por 0, 1, 2 e 3, com o intuito de calcular o número de bactérias nestes referidos momentos. Assim, obtém-se pares ordenados: (0, 20); (1, 60); (2, 180); (3, 540). Represente esses pares ordenados no plano cartesiano, a fim de se traçar a curva que representa graficamente essa função. Discuta, também, a possível resolução errada (2ª possibilidade do item III), caso seja apresentada pelos estudantes, que ao invés de utilizar a expressão algébrica $n(t) = 20 \times 3^t$, utilizaram $n(t) = 20 \times 3t$, originando, assim, um segmento de reta com representação gráfica.



04

A Atividade 4 é uma atividade de identificação e reconhecimento. Esta atividade também possui uma abordagem que retoma conteúdos procedimentais, já que o estudante deverá fazer um experimento, o qual permitirá compreender que a sequência formada pelas áreas das figuras é uma progressão geométrica decrescente. Portanto, é necessário acompanhar as discussões feitas entre pares, observando possíveis intercorrências.

05

A Atividade 5 é uma atividade de aplicação. Esta atividade aborda uma situação-problema envolvendo P.G. num contexto geométrico. Na resolução, o estudante deverá reconhecer o padrão da sequência de figuras apresentado, identificar sua razão e utilizá-lo no cálculo de um termo qualquer, sem recorrer à fórmula.

04

4 Nesta atividade, você fará um experimento envolvendo as áreas de quadrado e do retângulo. Para isso, você utilizará o quadrado de lado unitário do Anexo 2.

Instruções para o experimento:

Passo 1: Divida o quadrado de lado unitário em duas partes iguais, pinte uma delas de verde.

Passo 2: Repita o procedimento na parte não pintada, isto é, divida essa parte em duas partes iguais e pinte uma delas de amarelo.

Passo 3: Divida novamente a parte não pintada em duas partes iguais e pinte uma delas de azul.

- a. A sequência que representa a quantidade de quadrados de cada figura obedece a alguma regularidade? Se sim, qual é esta regularidade?

Sim. Cada termo, a partir do primeiro, é obtido triplicando o seu antecessor.

- b. É possível encontrar a quantidade de quadrados das próximas figuras sem construí-las ou desenhá-las? Discuta com seus colegas testando algumas figuras não construídas.

Resposta pessoal.

- c. Observe que as quantidades de quadrados estão aumentando. Qual operação matemática é observada neste aumento da quantidade de quadrados?

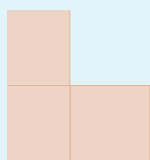
As quantidades de quadrados são multiplicadas por um fator. O fator é fixo.

- d. Escreva a sequência formada pelas quantidades de quadrados das primeiras figuras desse fractal. Qual o nome deste tipo de sequência? Essa sequência é crescente ou decrescente? Por quê?

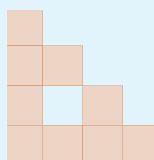
3, 9, 27, 81, ..., 3^n . O nome da sequência é progressão geométrica. Ela é crescente, pois à medida que n aumenta, as quantidades de quadrados também aumentam.



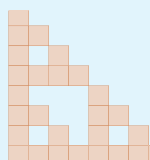
CONVERSANDO COM O PROFESSOR ATIVIDADE 3



Nível I



Nível II



Nível III

Professor(a), esta é uma atividade procedimental de reconhecimento e identificação. Na construção do segundo nível do fractal, os estudantes deverão utilizar três quadrados do Anexo 2, recortá-los em quatro quadrados iguais e fazer a colagem desses quadrados justapostos de acordo com a figura (Nível II). Na construção do terceiro nível, utilizarão mais três quadrados do anexo dividindo cada um em dezesseis quadrados iguais, fazendo a colagem desses quadrados justapostos conforme indica a figura (Nível III).



Passo 4: Novamente, divida a parte não pintada em duas iguais e pinte uma delas de laranja.

Passo 5: Repita o processo dividindo a parte não pintada em duas iguais, pintando uma delas de vermelho.

Passo 6: Mais uma vez, divida a área não pintada em duas iguais e pinte uma delas de marrom.

A partir da análise da figura obtida ao final do experimento, discuta com seus colegas e responda às questões a seguir.

- a. Se continuarmos repetindo esse processo, dividiremos esse quadrado em quantas partes?

Infinitas

- b. Escreva em cada parte pintada a fração correspondente à sua área. Essas frações obedecem a algum padrão? Se sim, qual é esse padrão?

Sim. Cada fração é a metade da anterior.

- c. Escreva a sequência formada por todos os valores das áreas. Qual o nome dessa sequência? Ela é crescente ou decrescente? Por quê?

$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}, \dots, \left(\frac{1}{2}\right)^n$. Essa sequência é uma progressão geométrica decrescente, pois à medida que n aumenta, os valores da área diminuem.

05

- 5 Observe a sequência de figuras a seguir.



Figura 1

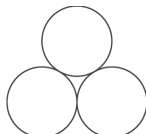


Figura 2

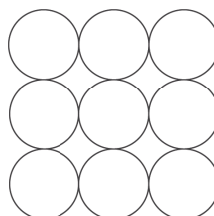


Figura 3



CONVERSANDO COM O PROFESSOR

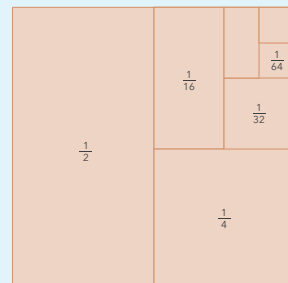
ATIVIDADE 3

Professor(a), nesta atividade, o estudante deverá identificar e analisar as informações contidas nas figuras, mobilizando conhecimentos já adquiridos na argumentação das respostas. É importante que não haja intervenção de sua parte na realização dela. É importante lembrar que o que pode ser extremamente óbvio a alguns dos estudantes, pode ser bastante complexo para outros. Nesse sentido, ao final, socialize as respostas e estabeleça um diálogo que propicie estabelecer relações entre a sequência numérica abordada nesta atividade com as sequências da atividade anterior.



CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 4



Professor(a), esta é uma possível resposta para o experimento onde a figura original foi dividida em quadrados e retângulos, porém as divisões podem ser feitas apenas em retângulos.



CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 4

Professor(a), esta é uma atividade procedimental de reconhecimento e identificação. É importante observar que inicialmente os estudantes deverão compreender o processo de divisão da área de um quadrado unitário em infinitas áreas. Leve-os a deduzir que a soma das infinitas áreas é igual a um, já que essa soma será igual à área do quadrado unitário.



CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 5

Professor(a), essa atividade é um item de aplicação que avalia a habilidade de calcular um termo qualquer de uma progressão geométrica. A partir da resolução desse item, é importante verificar o que os estudantes assimilaram em relação aos conhecimentos essenciais acerca do conceito de progressão geométrica. Você pode fazer intervenções pontuais no sentido de fazê-los identificar o padrão desta sequência de figuras e sugerir procedimentos diversos como desenhar, contar e calcular. Observe que para resolver esse item não é necessário recorrer à fórmula do termo geral, pois o objetivo aqui é que o estudante compreenda o processo para o cálculo do termo futuro.

06

A Atividade 6 é uma atividade de aplicação. Uma vez

que ela apresenta um gráfico, o estudante deverá utilizar habilidades de pensamento relacionadas à leitura de imagens para identificar informações, fazer associações e formular hipóteses na busca da solução de uma situação-problema envolvendo P.G. num contexto físico.

Professor(a), esta aula tem por intenção diagnosticar, ampliar e sistematizar conhecimentos essenciais relacionados ao conceito de progressão geométrica. É interessante que haja um ambiente de interação social entre o estudante e o professor, bem como entre o estudante e seus pares, no intuito de promover a capacidade de argumentação e investigação.

O número de círculos que compõem a Figura 5 é igual a:

- a. 18
- b. 27
- c. 52
- d. 81

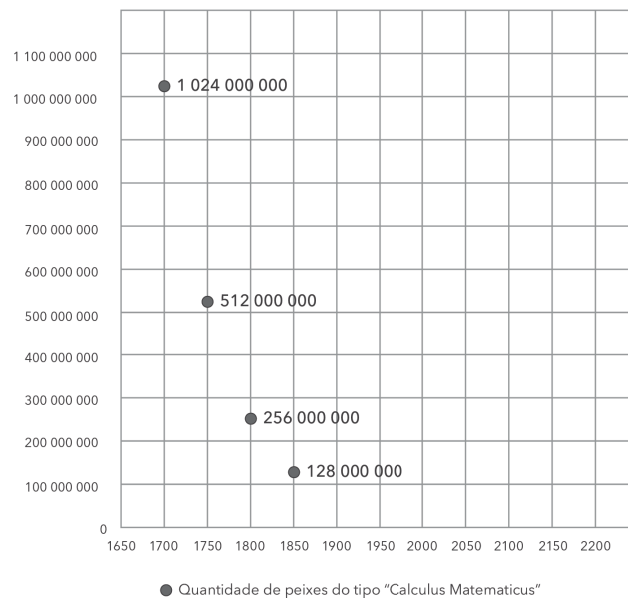
Solução:

A quantidade de círculos das figuras forma uma P.G. de razão 3 e primeiro termo igual a 1. Logo, o quinto termo dessa P.G. é 81.

06

6

O gráfico a seguir apresenta a diminuição dos peixes da espécie *Calculus mathematicus*, em uma área marítima, ao longo do tempo, desde o ano 1700.



Mantidas as condições apresentadas neste gráfico, a quantidade de peixes da espécie *Calculus mathematicus*, no ano de 2200, será igual a:

- a. 8 milhões.
- b. 4 milhões.
- c. 2 milhões.
- d. 1 milhão.

Solução:

A cada 50 anos, o número de peixes cai pela metade, ou seja, é dividido por 2. De 1850 a 2200 são sete períodos de 50 anos, então, o número de peixes será dividido por $2^7 = 128$. Logo, $128\,000\,000 \div 128 = 1\,000\,000$.



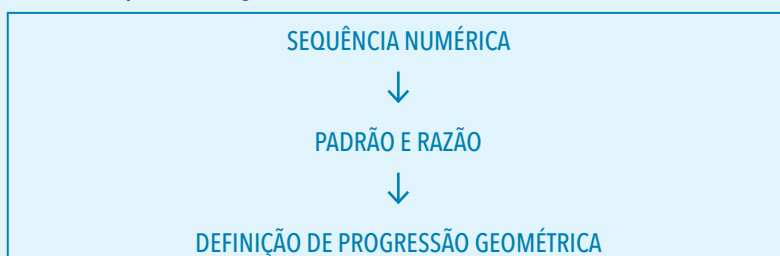
CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 6

Professor(a), a Atividade 6 é um item que avalia a habilidade de calcular o termo qualquer de uma progressão geométrica num contexto físico. Para resolvê-lo, os estudantes deverão mobilizar outras habilidades, tais como leitura e identificação de informações em gráficos, por isso, você pode, anteriormente, propor outras atividades que trabalhem essas habilidades. Esteja atento aos estudantes que apresentarem dificuldades e, se perceber a necessidade, solicite-os que resolvam outros problemas dessa natureza.

FINALIZANDO

Professor(a), finalize a aula construindo com toda a turma uma síntese de todos os conhecimentos trabalhados nas Aulas 1 e 2. Essa síntese deve ser registrada no quadro em forma de listas com tópicos e subtópicos, esquemas ou mapas mentais. Isso favorecerá a visualização de todo o processo, principalmente para estudantes que aprendem mais a partir de processos em que podem observar e reter informações. Para ampliar o universo de estudantes que se envolverão no arremate da aula, converse com a turma e instigue-os a falar e trazer suas experiências pessoais. Nesse sentido, estudantes que apresentam características de assimilação de aprendizagem a partir da modalidade auditiva também serão favorecidos no processo. Finalmente, peça-os que se dirijam ao quadro e colaborem com a construção das listas, esquemas ou mapas mentais, acrescentando novas informações. Desta forma, estudantes cinestésicos também participarão da aula, colaborando ainda mais com a sistematização da aprendizagem de tudo que foi trabalhado nas aulas. Nesse sentido, é importante que a síntese final envolva pelo menos os pontos apresentados no esquema a seguir.



AULAS 3 E 4: DEDUZINDO E APLICANDO A FÓRMULA DO TERMO GERAL DA P.G. EM CONTEXTOS DIVERSOS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize os estudantes em duplas produtivas.

Devido aos protocolos de biossegurança e compreendendo que as quantidades de estudantes serão reduzidas, é importante estabelecer o diálogo entre pares, respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso perceba que não será possível que trabalhem em duplas, instigue a sala a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno de Atividades do Estudante.

INICIANDO

Caro(a) professor(a), inicie esta aula apresentando os objetivos “determinar o valor da razão da P.G. dados dois termos consecutivos”, “compreender o significado da fórmula do termo geral de uma P.G.”, “aplicar a fórmula do termo geral de uma P.G. em contextos físicos e geométricos” aos estudantes. Para isto, registre o objetivo em um canto da lousa, o qual, no final da aula, será retomado para verificar se foi alcançado. Escrever os objetivos é importante para os estudantes porque eles devem saber o que estão fazendo e, desta forma, irão focar em alcançar esses objetivos.

Em seguida, com o intuito de resgatar os conhecimentos que subsidiarão o desenvolvimento da aula, peça aos estudantes que falem sobre o que sabem acerca de progressões geométricas e funções exponenciais, bem como a importância de sua aplicação na vida cotidiana e em outras áreas do conhecimento. É bem interessante falar sobre fractais e o Triângulo de Sierpinski, uma vez que a Geometria Fractal é um método para o ensino de progressões geométricas e na Atividade 1 abordaremos o Triângulo de Sierpinski.

À medida que forem falando, registre todas as informações no quadro, fazendo as devidas adequações, quando necessário. É importante estar atento aos possíveis equívocos que podem ser apresentados pelos estudantes, de forma que, caso haja, faça as devidas correções. Se no decorrer das falas perceber que ainda há pontos relevantes a serem elencados, indague e estimule a turma a pensar e ativar conhecimentos específicos ainda não mencionados.

Para isso, verifique se os estudantes reconhecem as características de uma progressão geométrica e sua relação com a função exponencial.

Quando perceber que as informações apresentadas possibilitam o avanço na Sequência de Atividades, peça a algum/alguma estudante que faça a leitura em voz alta da Atividade 1.



AULAS 3 E 4



DEDUZINDO E APLICANDO A FÓRMULA DO TERMO GERAL DA P.G. EM CONTEXTOS DIVERSOS

OBJETIVOS DA AULA

- Determinar o valor da razão da P.G., dados dois termos consecutivos;
- Compreender o significado da fórmula do termo geral de uma P.G;
- Aplicar a fórmula do termo geral de uma P.G. em contextos físicos e geométricos.

ATIVIDADE



01

1

Os fractais são formas geométricas que possuem padrões que podem se repetir infinitamente, mesmo que pertençam a uma área finita, e podem ser divididos em dois tipos: os fractais geométricos, que são aqueles que se repetem constantemente em um padrão, e os aleatórios, que são produzidos através da tecnologia (por meio de alguns softwares, como o GeoGebra, por exemplo).

A sequência, a seguir, apresenta os três primeiros níveis do fractal "Triângulo de Sierpinski".

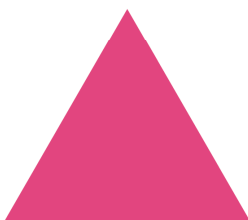


Figura 1

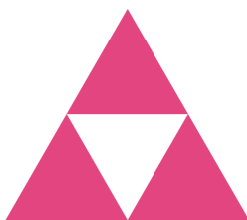


Figura 2

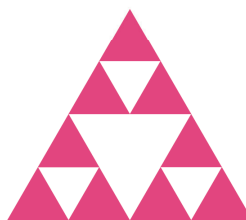


Figura 3

Analise essa sequência e faça o que se pede.

- a. Complete a tabela de acordo com o padrão que você identificou na sequência acima.

Posição da Figura	1	2	3	4	5
Número de triângulos vermelhos	1	3	9	27	81

DESENVOLVENDO

Professor, observe que:

01

A Atividade 1 é uma atividade de identificação e reconhecimento. Essa atividade tem como objetivo levar os estudantes a investigarem a fórmula do termo geral de uma P.G., através de uma problematização de contexto geométrico envolvendo um fractal, além de conduzir o estudante a compreender o comportamento da representação gráfica dos termos de uma P.G., associando-a a uma função exponencial. Articule a aula de forma a garantir a participação do número máximo de estudantes que puder envolver.



CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 1

Professor(a), essa atividade é essencial para a compreensão do significado da fórmula do termo geral da P.G. Desde o seu enunciado, abordando o "Triângulo de Sierpinski" e passando pela relação entre a P.G. e a função exponencial, até a análise e dedução da lei de formação da P.G. formada pelo número de triângulos em cada nível do fractal. Se necessário, oriente os estudantes a confeccionarem as figuras que compõem os três primeiros níveis desse fractal. Se houver tempo, aprofunde as discussões acerca da relação entre a P.G. e a função exponencial.

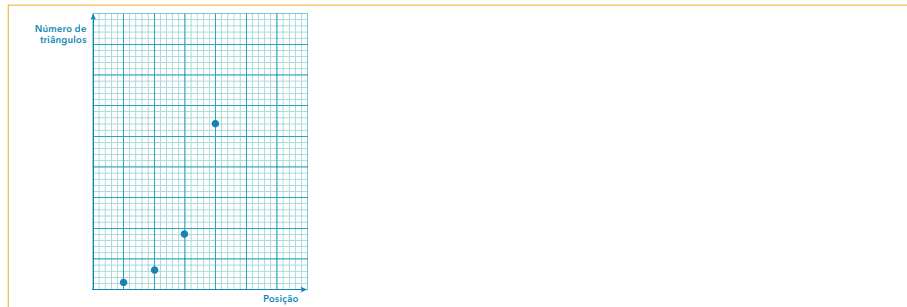


02

A Atividade 2 é uma atividade de reconhecimento e

compreensão e tem como objetivo incitar o estudante a relacionar as P.G.s a uma sequência de figuras geométricas formadas por triângulos. Nesse sentido, os estudantes são levados a investigar os padrões existentes na sequência de figuras, reconhecendo que a sequência formada pelo número de triângulos das figuras forma uma P.G., e induzidos a deduzir a fórmula da lei de formação dessa P.G. À medida que os estudantes forem apresentando dificuldades, principalmente na interpretação das perguntas, vá dando pistas que os direcionem à dedução, mas sem dar respostas prontas.

- b. Construa um gráfico relacionando das quatro primeiras posições da figura com o número de triângulos vermelhos.



- c. Esse gráfico lembra alguma função? Se sua resposta for positiva, diga qual o nome dessa função.

Sim. Função exponencial.

- d. Escreva uma regra para determinar o número de triângulos vermelhos de acordo com a posição que a figura ocupa na sequência.

$$a_n = 3^{n-1}$$

- e. Utilizando a regra que você escreveu no item anterior, calcule o número de triângulos vermelhos da Figura 10.

$$a_{10} = 3^9 = 19\,683$$

02

- 2 Considere a sequência de figuras a seguir.



CONVERSANDO
COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 2

Professor(a), essa atividade é essencial para a dedução da fórmula do termo geral da P.G. Ela foi estruturada com intuito de ajudar o estudante a compreender o processo para o cálculo de um termo qualquer, deduzindo, assim, uma fórmula para esse cálculo. Se bem conduzida e direcionada tal atividade reforçará o avanço dos estudantes em conjecturar e construir seus próprios conhecimentos. Nesse sentido, fique atento às dificuldades e dúvidas que aparecerem e promova um momento de discussão e troca de conhecimento.



Figura 1



Figura 2



Figura 3

- a. Complete a tabela a seguir com o número de triângulos que compõe cada figura.

Posição da Figura	Número de triângulos	Número de duplas triângulos na forma (2·x)	Número de triângulos na forma $2 \cdot 3^{y-1}$ Considerando: x = quantidade de duplas de triângulos. y = posição da figura
F_1	2	$2 \cdot 1$	$2 \cdot 3^0$
F_2	6	$2 \cdot 3$	$2 \cdot 3^1$
F_3	18	$2 \cdot 9$	$2 \cdot 3^2$
F_4	54	$2 \cdot 27$	$2 \cdot 3^3$
F_5	162	$2 \cdot 81$	$2 \cdot 3^4$

- b. Observando a primeira e a quarta colunas da tabela do item anterior, diga qual é a relação entre o número que indica a posição da figura e o expoente da potência de base 3.

O expoente da potência de base 3 é o antecessor do número que indica a posição da figura.

- c. Escreva a expressão que calcula o número de triângulos da figura que está na posição 7 (F_7).

$$F_7 = 2 \cdot 3^6$$

- d. Qual a fórmula que relaciona a figura que está na posição n (F_n) com a quantidade de triângulos que a compõe?

$$F_n = 2 \cdot 3^{n-1}$$

03

3

O Sr. Agnelo resolveu fazer uma criação de coelhos em sua chácara. Ele começou com dois casais. No final de um mês, desses casais, nasceram mais 16 coelhos; no mês seguinte, nasceram 80 coelhos. Verificou-se que o crescimento no número de coelhos segue uma progressão geométrica.

- a. Complete a tabela, a seguir, de acordo com os dados do texto.

Total de coelhos no final do 1º mês	
Total de coelhos no final do 2º mês	

03

A Atividade 3 é uma atividade de aplicação que se articula de maneira muito direta com a atividade anterior. A partir de uma situação-problema abordando a reprodução de coelhos onde o crescimento do número de coelhos a cada mês obedece a uma P.G., o estudante é incitado a descobrir a razão e deduzir a lei de formação. Na última questão, ele deve aplicar a fórmula que deduziu para calcular o número de coelhos no 8º mês. É interessante, ao final desta atividade, promover um debate coletivo no intuito de formalizar e, se possível, escrever no quadro a fórmula do termo geral da P.G.



CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 3

Professor(a), a situação-problema do enunciado foi proposta com intuito de ajudar os estudantes na compreensão de conceitos, processos e das técnicas operatórias, ou seja, proporcionar aos estudantes uma atividade de síntese do Termo Geral de PG. Se bem conduzida e direcionada tal atividade ajudará os estudantes em conjecturar e construir seus próprios conhecimentos. Nesse sentido, fique atento às dificuldades e dúvidas que aparecerem e, se necessário, faça intervenções com perguntas que os levem a perceber a relação entre o número que indica o mês e o expoente da potência de base 5.



04

A Atividade 4 é um item de aplicação. Essa atividade

aborda uma situação-problema num contexto físico, em que o estudante deve aplicar a fórmula do termo geral da P.G. formalizada na atividade anterior para calcular o número de peixes mortos numa fazenda de piscicultura. Esteja bastante atento aos processos utilizados por cada estudante e oriente a todos que necessitarem de ajuda externa.



CONVERSANDO
COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 4

Professor(a), a Atividade 4 é um item de aplicação da fórmula do termo geral da P.G. construída nas atividades anteriores. Observe que o item aborda o conhecimento a partir de um texto base sem suporte. Nesse sentido, a identificação dos dados e a compreensão do comando são fundamentais para o sucesso da resolução. Esteja atento aos estudantes que apresentarem dificuldades e se perceber a necessidade, retome a potenciação e solicite-os que resolvam outros problemas dessa natureza.

- b. Qual a razão da P.G. formada pelo total de coelhos ao final de cada mês? Explique como você calculou essa razão?

$$\frac{100}{20} = 5 \text{ Dividindo o total de coelhos do 2º mês pelo total de coelhos do 1º mês.}$$

- c. Escreva os quatro primeiros termos da P.G. formada pelo total de coelhos ao final de cada mês.

20, 100, 500, 2500.

- d. Complete a seguinte tabela.

Mês	Total de coelhos	Número de coelhos na forma $20 \cdot x$	Número de coelhos na forma $20 \cdot 5^y$
m_1	20	$20 \cdot 1$	$20 \cdot 5^0$
m_2	100	$20 \cdot 5$	$20 \cdot 5^1$
m_3	500	$20 \cdot 25$	$20 \cdot 5^2$
m_4	2500	$20 \cdot 125$	$20 \cdot 5^3$
m_5	12500	$20 \cdot 625$	$20 \cdot 5^4$

- e. Deduza e escreva a fórmula que relaciona o total de coelhos ao final do n ésimo mês (m_n) com o total de coelhos ao final do primeiro mês ($m_1 = 20$) e a razão ($q = 5$).

$$m_n = m_1 \cdot q^{n-1}$$

- f. Utilizando a fórmula que você deduziu no item anterior, calcule o total de coelhos ao final do 8º mês (m_8).

$$m_8 = 20 \cdot 5^{8-1} = 20 \cdot 5^7 = 1\,562\,000 \text{ coelhos.}$$

04

4

O casal de técnicos em agropecuária, Kelly e Rodolfo, trabalham numa fazenda de piscicultura e verificaram que os peixes de um determinado tanque estão morrendo. Ao que aparenta, alguma moléstia atacou os peixes. Na terça-feira, apareceram os primeiros 5 peixes mortos. Na quarta-feira, morreram mais 15 peixes e na quinta, morreram outros 45. Se continuar essa progressão, qual será a previsão do número de peixes mortos na segunda-feira?

- a. 135.
b. 405.
c. 1 215.
d. 3 645.

Solução:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_7 = 5 \cdot 3^6$$

$$a_7 = 3645.$$

05

5

Uma cidade foi atingida por certa epidemia causada por um vírus. No primeiro dia, foram registrados 80 casos; no segundo dia, 240 novos casos; no terceiro 720, e nos dias subsequentes o número de novos casos se manteve na progressão. Em quantos dias a estimativa atingiria 58.320 novos casos?

- a. 5.
b. 6.
c. 7.
d. 8.

Solução:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$58320 = 80 \cdot 3^{n-1}$$

$$3^{n-1} = 729$$

$$3^{n-1} = 3^6$$

$$n = 7.$$

6 Veja a tabela a seguir.

Quantidade	Peso (g)	Total
4	500	2000
6	400	2400
4	720	2880
8	432	3456
9	460,8	4147,2

Essa tabela representa a quantidade e o peso de cada livro que quero colocar em minha estante fixada na parede. Sabe-se que ela tem um limite de peso somente de . Segundo as informações, minha estante:

- a. não suportará, pois o peso ultrapassará 842 g do limite.
b. não suportará, pois o peso ultrapassará 543,4 g do limite.
c. suportará o peso com folga de 116,8 g.
d. suportará o peso com folga de 214,6 g.
e. suportará o peso com folga maior que 1 000 g.

Essa sequência é uma PG de razão igual a 1,2, basta apenas somar seus 5 elementos.

$$S_n = 2000 \frac{1 - (1,2)^5}{1 - 1,2} = 14\,883,2$$

$$15\,000 - 14\,883,2 = 116,8g$$

05

A Atividade 5 é um item de análise, uma vez que os

estudantes deverão interpretar e compreender o texto base retirando informações que deverão ser associadas a conhecimentos prévios. Depois disso, terão que verificar as subinformações apresentadas em cada uma das alternativas, o que fará com que mobilizem habilidades de pensamento específicas para a determinação da solução do problema.



CONVERSANDO
COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 5

Professor(a), a Atividade 5 é um item de aplicação da fórmula do termo geral da P.G., mas com objetivo diferente do item anterior. Aqui, o estudante deverá determinar o valor de n .

Portanto, é importante retomar a potenciação e a equação exponencial. Note que o item aborda o conhecimento a partir de um texto base sem suporte. Nesse sentido, a identificação dos dados e a compreensão do comando são fundamentais para o sucesso da resolução. Esteja atento aos estudantes que apresentarem dificuldades e se perceber a necessidade, solicite-os que resolvam outros problemas dessa natureza.



CONVERSANDO
COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 6

Professor(a), esse item tem a proposta para o estudante aplicar os conceitos de P.G. e preencher uma tabela, entretanto, o estudante deverá analisar os dados do item, o preenchimento da tabela e sintetizá-los, e, assim, analisar as alternativas para dar a resposta.



CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 7

Professor(a), desses resultados, chame a atenção dos estudantes para o fato de que cada termo dessa sequência pode ser escrito em função do primeiro e da razão da progressão, isto é, Logo, para um n qualquer se tem $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, que é conhecida como fórmula do termo geral da Progressão Geométrica, em que: a_n : n ésimo termo da P.G. a_1 : primeiro termo da P.G. n : quantidade de termos da P.G. q : razão da P.G.

Em seguida, pode ser explicado que, a partir da fórmula obtida $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, a resolução do problema pode ser feita da seguinte maneira, tendo em vista que $a_1 = 20$; $q = 2$, $n = 6$.

$$a_6 = a_1 \cdot q^{6-1}$$

$$a_6 = 20 \cdot 2^{6-1}$$

$$a_6 = 20 \cdot 2^5$$

$$a_6 = 20 \cdot 32$$

$$a_6 = 640 \text{ sapatos.}$$

Resposta: No mês de junho foram produzidos 640 sapatos.

01

7

Sandra abriu uma fábrica de sapatos. Em janeiro, ela conseguiu produzir apenas 20 sapatos. Nos meses seguintes, foi instalando novas máquinas e contratando mais funcionários. Sua produção duplicou mês a mês até julho. Em junho, quantos sapatos ela produziu?

Resposta:

1ª possibilidade:

Fazer os cálculos mentalmente ou com o auxílio de uma calculadora e apresentar os valores mês a mês:

Janeiro: 20 sapatos.

Fevereiro: 40 sapatos.

Março: 80 sapatos.

Abril: 160 sapatos.

Maio: 320 sapatos.

Junho: 640 sapatos.

Logo, em junho foram produzidos 640 sapatos.

2ª possibilidade:

No primeiro mês, foram produzidos 20 sapatos, a partir do segundo mês, a quantidade produzida em cada mês é o resultado da multiplicação da quantidade produzida no mês anterior por 2:

Janeiro: 20 sapatos

Fevereiro: $20 \times 2 = 40$.

Março: $40 \times 2 = 80$.

Abril: $80 \times 2 = 160$.

Maio: $160 \times 2 = 320$.

Junho: $320 \times 2 = 640$.

3ª possibilidade:

No primeiro mês, foram produzidos 20 sapatos, a partir do 2º mês, realiza-se uma adição de duas parcelas, em que cada parcela corresponde à quantidade de sapatos do mês anterior: Janeiro: 20 sapatos.

Fevereiro: $20 + 20 = 40$.

Março: $40 + 40 = 80$.

Abril: $80 + 80 = 160$.

Maio: $160 + 160 = 320$.

Junho: $320 + 320 = 640$.

4ª possibilidade: Utilizar o número inicial de sapatos produzidos no primeiro mês, 20, e a partir do segundo mês, multiplicar o valor 20 por uma potência de base 2, em que o expoente se refere a cada mês menos 1, sendo mês 1: janeiro; mês 2: fevereiro, mês 3: março, e assim sucessivamente: Janeiro: 20 sapatos
Fevereiro: $20 \times 2^1 = 40$.
Março: $20 \times 2^2 = 80$.
Abril: $20 \times 2^3 = 160$.
Maio: $20 \times 2^4 = 320$.
Junho: $20 \times 2^5 = 640$.



AULAS 5 E 6

FUNÇÃO EXPONENCIAL E SUAS PROPRIEDADES RELATIVAS AO CRESCIMENTO OU DECRESCIMENTO

OBJETIVO DA AULA

- Conhecer a função exponencial e suas propriedades relativas ao crescimento ou decréscimo.

ATIVIDADE



1

ITEM 1

A população de peixes em um criatório cresce a uma taxa de 50% ao ano. Sabe-se que a quantidade atual é de 10 000 peixes.

Qual é a lei de formação que representa a quantidade de peixes desse criatório após o 2º ano?

a. $P_t = 10\,000 \cdot (0,5)^2$.

b. $P_t = 10\,000 \cdot (1,5)^{-2}$.

c. $P_t = 10\,000 \cdot (50)^2$.

d. $P_t = 10\,000 \cdot (0,5)^{-2}$.

e. $P_t = 10\,000 \cdot (1,5)^2$.

Resposta:

Chamando de a_1 a quantidade de peixes ao final do período, de P , a quantidade final de peixes, t de tempo e i de taxa, temos:

$$P_t = a_1 \cdot (1 + i)^t$$

$$P_t = 10\,000 \cdot (1 + 0,5)^2$$

$$P_t = 10\,000 \cdot (1,5)^2$$

Professor(a), o item tem a proposta de verificar se o estudante conhece e identifica a fórmula do termo geral de uma P.G.

FINALIZANDO

Professor(a), finalize a aula construindo com toda a turma uma síntese de todos os conhecimentos trabalhados nas Aulas 3 e 4. Essa síntese deve ser registrada no quadro em forma de listas com tópicos e subtópicos, esquemas ou mapas mentais. Isso favorecerá a visualização de todo o processo, principalmente para estudantes que aprendem mais a partir de processos em que podem observar e reter informações. Para ampliar o universo de estudantes que se envolverão no arremate da aula, converse com a turma e instigue-os a falar e trazer suas experiências pessoais.

Nesse sentido, estudantes que apresentam características de assimilação de aprendizagem a partir da modalidade auditiva também serão favorecidos no processo. Finalmente, peça-os que se dirijam ao quadro e colaborem com a construção das listas, esquemas ou mapas mentais, acrescentando novas informações. Desta forma, estudantes cinestésicos também participarão da aula, colaborando ainda mais com a sistematização da aprendizagem de tudo que foi trabalhado nas aulas. Nesse sentido, é importante que a síntese final envolva pelo menos os pontos apresentados no esquema a seguir.

ITEM 2

Um defensivo agrícola, usado no combate de pragas na lavoura, foi usado em uma fazenda. Parte desse defensivo, após algumas chuvas, caiu dentro de uma lagoa. Esse material tem uma taxa de desintegração na água de 15% a cada 5 dias. Sabe-se que foram depositados 80 litros desse defensivo nessa lagoa.

A expressão que representa o volume desse defensivo agrícola em 50 dias é igual a:

a. $V(t)_{50} = 80 \cdot (1,15)^{10}$.

b. $V(t)_{50} = 80 \cdot (0,15)^{10}$.

c. $V(t)_{50} = 80 \cdot (1,15)^5$.

d. $V(t)_{50} = 80 \cdot (0,15)^{50}$.

e. $V(t)_{50} = 80 \cdot (1,15)^{50}$.

Resposta:

Chamando de:

• a , a quantidade de defensivo

depositado na lagoa: 80 litros.

• i a taxa de desintegração na água a cada 5 dias: $15\% = 0,15$.

• t de tempo: 50 dias, sendo que a

cada 5 dias há desintegração do defensivo na água de 0,15%, então $50 : 5$ é igual ao período de 10. V de volume: ?

$$V(t)_{50} = a \cdot (1 + i)^t$$

$$V(t)_{50} = 80 \cdot (1 + 0,15)^{10}$$

$$V(t)_{50} = 80 \cdot (1,15)^{10}$$

ITEM 3

Para determinar a quantidade de algas em um lago, após detectado a presença de fertilizantes lançados nele, é dada por $Q(t) = 4\,200 \cdot (1,1)^{0,5t}$.

Onde t representa o tempo em dias. Após 20 dias, qual a quantidade aproximada de algas contida neste lago?

$$Q(t) = 4200 (1,1)^{0,5 \cdot 20} = 4200 \cdot 2,59 = 10\,878 \text{ algas.}$$

Professor(a), essa atividade propõe ao estudante aplicar dados extraídos no corpo do texto na fórmula que foi dada no item, para desenvolver os cálculos é necessário o uso de calculadora.

ITEM 4

A população de peixes de um lago, antes de ser contaminado, era dado segundo a lei:

$$P(t) = 10\,000 \cdot (2,6)^{0,2t}$$

Em que $P(t)$ é o número da população de peixes estimada em anos.

Qual o número de peixes desse lago após 5 anos?

$$P(t) = 10\,000 (2,6)^{0,2t}$$

$$P(t) = 10\,000 \cdot (2,6)^{0,2 \cdot 5} = 26\,000 \text{ peixes.}$$



CONVERSANDO
COM O PROFESSOR

ITEM 2

Professor(a), a atividade propõe ao estudante aplicar a fórmula do termo geral da P.G. e desenvolver um cálculo que determinará a obtenção do valor n da fórmula e, posteriormente, exigirá um cálculo que pode ser usado numa calculadora..

AULAS 5 E 6: FUNÇÃO EXPONENCIAL E SUAS PROPRIEDADES RELATIVAS AO CRESCIMENTO OU DECRESCIMENTO

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organizar a turma em duplas produtivas.

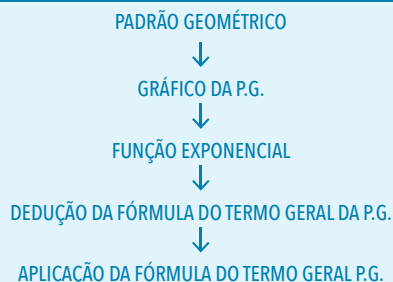
Devido aos protocolos de higiene e distanciamento social e compreendendo que as quantidades de estudantes serão reduzidas, é importante estabelecer o diálogo entre pares, respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso perceba que não será possível que trabalhem em duplas, instigue a sala a participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno de Atividade do Estudante – impresso.

INICIANDO

Professor(a), inicie esta aula apresentando o objetivo “Conhecer a função exponencial e suas propriedades relativas ao crescimento ou decréscimo” aos estudantes. Deixe claro aos estudantes o que se espera deles, ou seja, o que devem saber ao final desta aula. Para isto, registre o objetivo em um canto da lousa/quadro, o qual, no final da aula, será retomado para verificar se foi alcançado.





DESENVOLVENDO

01

A proposta da ATIVIDADE é fazer com que os

estudantes compreendam que, em certas situações, o comportamento dos fatos não é igual para todos os casos. O intuito é deixarem desenvolver os cálculos sem intervenção do professor para que desenvolvam o raciocínio. Essa atividade terá curta duração, apenas para que os estudantes analisem os dados do problema e preencham, na tabela, a resposta do problema proposto.

FINALIZANDO

Comente, após a resolução de todos os grupos, se os problemas apresentados eram semelhantes ou eram diferentes e qual foi a resposta para cada um deles. Conclua essa atividade comentando sobre as diferenças entre o comportamento das duas situações—problemas, diga que uma é do tipo linear e a outro do tipo exponencial, em que os seus crescimentos não ocorrem da mesma maneira, um deles possui um crescimento maior a longo prazo, e conclua afirmando que esse é o crescimento exponencial.

ITEM 5

A população de peixes em um criatório cresce a uma taxa de 10% ao mês. Sabe-se que a quantidade atual de peixes seja de 4 000 unidades.

Qual é a lei de formação que representa a quantidade de peixes desse criatório após 6 meses?

- a. $P(t) = 4\,000 \cdot (0,1)^6$.
- b. $P(t) = 4\,000 \cdot (1,1)^{\frac{1}{6}}$.
- c. $P(t) = 4\,000 \cdot (1,1)^6$.
- d. $P(t) = 4\,000 \cdot (10)^6$.
- e. $P(t) = 4\,000 \cdot (10)^{-6}$.

Professor(a), o item tem como proposta a identificação da fórmula do termo geral da P.G.

2

ITEM 6

A planta do Tabaco tem uma taxa de crescimento igual a 130% ao mês. Em apenas 3 meses, após o plantio no solo, a planta pode ser colhida, saindo de uma muda cuja folha mede apenas 6 cm, para uma planta com folha medindo 73 cm. Com esses dados, pode-se afirmar que o crescimento da folha do tabaco é da forma:

- a. exponencial.
- b. linear.
- c. quadrática.
- d. constante.

Solução:

$$T(t) = 6(1 + 1,3)^3 = 73,00 \text{ cm}$$

Logo, pode-se afirmar que o crescimento da folha do tabaco é da forma exponencial.

Professor(a), o item tem uma proposta simples, verificar se o estudante consegue distinguir o comportamento gráfico da função exponencial.

ITEM 7

A planta do Tabaco tem uma taxa de crescimento igual a 130% ao mês. Sabe-se que é plantada sua muda com 10 cm no campo. Após 2 meses, dela surge uma flor que deve ser retirada da planta. Com essa idade, qual é o tamanho da planta?

Solução:

$$T(t) = 10(1 + 1,3)^2 = 52,9 \text{ cm}$$

Professor(a), nesse item, a proposta é aplicar a fórmula do termo geral da P.G. em um cálculo simples facilmente resolvido sem uso de qualquer instrumento de cálculo.



AULAS 7 E 8

DEDUZINDO E APLICANDO A FÓRMULA DA SOMA DOS TERMOS DA P.G. FINITA EM CONTEXTOS DIVERSOS

OBJETIVO DA AULA

- Compreender o significado da soma dos termos de uma P.G. finita;
- Calcular a soma dos termos de uma P.G. finita em contextos físicos;
- Calcular a soma dos termos de uma P.G. finita em contextos geométricos.

ATIVIDADE



01

Pense no seguinte:

Uma pessoa decide juntar dinheiro com a seguinte estratégia:

- No primeiro mês guarda R\$ 0,50.
- No segundo mês guarda R\$ 1,00.
- No terceiro mês guarda R\$ 2,00.
- No quarto mês guarda R\$ 4,00.
- E assim por diante.

Agora responda:

- a. No final de um ano, quantos reais essa pessoa teria juntado?

0,5; 1; 2; 4; 8; 16; 32; 64; 128; 256; 512; 1024

Soma = $0,5 + 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512 + 1024$

Soma dos termos da P.G.: **2047,50 reais.**

- b. No final de 18 meses, quantos reais essa pessoa teria juntado?

0,5; 1; 2; 4; 8; 16; 32; 64; 128; 256; 512; 1024; 2048; 4096; 8192; 16384; 32768; 65536.

Soma = $0,5 + 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512 + 1024 + 2048 + 4096 + 8192 + 16384 + 32768 + 65536$

Soma dos termos da P.G.: **130 071,50 reais.**

Professor(a), as Atividades 1 e 2 são importantes para a dedução da fórmula da soma dos termos da P.G. finita. Ela foi estruturada com intuito de levar o estudante a compreender o processo da soma dos termos e induzi-lo a deduzir e encontrar uma fórmula para esse cálculo. Se bem conduzida, tal atividade pode reforçar o avanço dos estudantes em conjecturar e construir seus próprios conhecimentos. Nesse sentido, faça intervenções pontuais que os levem a investigar e esclarecer eventuais dúvidas durante o processo.

AULAS 7 E 8: DEDUZINDO E APLICANDO A FÓRMULA DA SOMA DOS TERMOS DA P.G. FINITA EM CONTEXTOS DIVERSOS

ORGANIZAÇÃO DA TURMA

Organize a turma em duplas produtivas.

Devido aos protocolos de biossegurança e compreendendo que as quantidades de estudantes serão reduzidas, é importante estabelecer o diálogo entre pares, respeitando o distanciamento mínimo entre eles. Caso perceba não ser possível trabalharem em duplas, instigue a turma a

participar de forma que cada estudante permaneça em seu respectivo lugar.

MATERIAL NECESSÁRIO

Caderno de atividades do Estudante.

INICIANDO

Caro(a) professor(a), inicie esta aula apresentando os objetivos "compreender o significado da soma dos termos de uma P.G. finita", "calcular a soma dos termos de uma P.G. finita em contextos físicos" e "calcular a soma dos termos de uma P.G. finita em contextos geométricos" aos estudantes. Para isto, registre os objetivos em um canto da lousa, os quais, no final da aula, serão retomados para verificar se foram alcançados. Escrever os objetivos é importante para os estudantes porque eles devem saber o que estão fazendo e desta forma, irão focar em alcançar esses objetivos.

À medida que forem falando, registre todas as informações no quadro, fazendo as devidas adequações, quando necessário. É importante estar atento aos possíveis equívocos que podem ser apresentados pelos estudantes de forma que, caso haja, sejam feitas as devidas correções. Se no decorrer das falas perceber que ainda há pontos relevantes a serem elencados, indague e estimule a turma a pensar e ativar conhecimentos específicos ainda não mencionados.

Quando perceber que as informações apresentadas



possibilitam o avanço na Sequência de Atividades, peça a algum/alguma estudante que faça a leitura em voz alta da Atividade 1.

02

2

Dada uma PG finita qualquer com n elementos $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$, temos que a soma desses n elementos será feita da seguinte forma:

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

- a. Agora, adotando como razão dessa P.G. finita, escreva cada termo a partir do segundo em função do primeiro, ou seja, de a_1 .

$$a_1$$

$$a_2 = a_1 \cdot q$$

$$a_3 = a_1 \cdot q^2$$

$$a_4 = a_1 \cdot q^3$$

$$\vdots$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

- b. Reescreva a soma dessa P.G. genérica de acordo com a escrita da alternativa anterior.

$$S_n = a_1 + a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 + a_1 \cdot q^3 + \dots + a_1 \cdot q^{n-1}$$

- c. Escreva a expressão da soma encontrada na alternativa "b" e multiplique ambos os lados pela razão, utilize as propriedades (distributiva, comutativa e associativa) das operações necessárias para encontrar uma expressão final.

$$q \cdot S_n = q \cdot (a_1 + a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 + a_1 \cdot q^3 + \dots + a_1 \cdot q^{n-1})$$

$$q \cdot S_n = a_1 \cdot q + a_1 \cdot q \cdot q + a_1 \cdot q^2 \cdot q + a_1 \cdot q^3 \cdot q + \dots + a_1 \cdot q^{n-1} \cdot q$$

$$q \cdot S_n = a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 + a_1 \cdot q^3 + a_1 \cdot q^4 + \dots + a_1 \cdot q^n$$

- d. Agora, faça a seguinte operação: $S_n - q \cdot S_n$, ou seja, subtraia a expressão da alternativa b pela da alternativa c.

Fazendo a subtração:

$$\begin{array}{r} S_n = a_1 + a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 + a_1 \cdot q^3 + \dots + a_1 \cdot q^{n-1} \\ - q \cdot S_n = a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 + a_1 \cdot q^3 + \dots + a_1 \cdot q^n \\ \hline S_n - q \cdot S_n = a_1 - a_1 \cdot q^n \end{array}$$

DESENVOLVENDO

Professor(a), as Aulas 7 e 8 - : Deduzindo e aplicando a fórmula da soma dos termos da P.G. finita em contextos diversos têm por objetivação retomar os conhecimentos essenciais que os estudantes precisarão para avançarem nos estudos acerca dos objetos de conhecimento progressões geométricas, formalizando os conceitos matemáticos abordados e aplicando-os na resolução de situações-problema em contextos físicos e geométricos, utilizando da fórmula da soma dos n primeiros termos da P.G. finita.

Nesse sentido, observe e considere a bagagem de informações e conhecimentos que cada estudante traz de sua rotina cotidiana e percurso formativo, e busque instigar o pensamento crítico e a investigação.

e. Agora, isole S_n na equação (expressão) final da alternativa d.

$$S_n - q \cdot S_n = a_1 - a_1 \cdot q^n$$

$$S_n(1 - q) = a_1 - a_1 \cdot q^n$$

$$S_n = \frac{a_1 - a_1 \cdot q^n}{1 - q}$$

$$S_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q} \quad \text{ou} \quad S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}.$$

03

3 Apliquei R\$ 800,00 na caderneta de poupança. Sabendo que, a partir do segundo mês, a taxa de juros incide sobre o montante acumulado no mês anterior e supondo a taxa de rendimento mensal fixa de 1% ao mês, complete a tabela abaixo.

Mês	Capital	Juros ou rendimento ($C \cdot 1\%$)	Montante ($C + J$)
1	800	8	808
2	808	8,08	816,08

Agora, volte à tabela e substitua os R\$ 800,00 por C , a taxa de 1% por i e o período (Tempo de aplicação) por t , obtendo, assim, uma fórmula para o montante do juro composto com taxa constante.

Mês	Capital	Juros ou rendimento ($C \cdot 1\%$)	Montante ($C + J$)
1	C	$C \cdot i$	$C + C \cdot i = C(1 + i)$
2	$C(1 + i)$	$C(1 + i) \cdot i$	$C(1 + i) + C(1 + i) \cdot i =$

$$C(1 + i) \cdot (1 + i) = C(1 + i)^2$$

Procure perceber com qual progressão já estudada você pode associar esta situação. Qual é o primeiro termo e a razão? Calcule o montante no vigésimo mês.

Progressão geométrica: $a_1 = 800$ $q = 1,01$

$$a_n = a_1 \cdot (1 + i)^n \rightarrow a_{20} = 800 \cdot (1 + 0,01)^{20} \rightarrow a_{20} = 800 \cdot (1,01)^{20}$$

$$\rightarrow a_{20} = 800 \cdot (1,22) = 976$$

Professor(a), essa atividade é essencial para a compreensão do significado da fórmula da soma dos termos da P.G. finita aplicada na resolução de um problema de juros compostos. Faça intervenções que induzam os estudantes a investigar, deduzir e estabelecer uma relação entre a fórmula do cálculo do juro composto com a fórmula da soma dos termos da P.G. finita. Você pode fazer a validação da aprendizagem pedindo a eles que utilizem as duas fórmulas no cálculo do montante no vigésimo mês para que confirmem se tais fórmulas são equivalentes.

Observe que,

01

A Atividade 1 é uma atividade de identificação e

reconhecimento. Esta atividade tem por objetivação levar o estudante a compreender a soma dos n primeiros termos de uma progressão geométrica finita sem uso de fórmula. Portanto, é necessário acompanhar as discussões feitas entre pares, observando possíveis intercorrências. Neste caso, é fundamental as devidas orientações, esclarecimentos e alinhamentos.

02

A Atividade 2 é uma atividade de reconhecimento e

compreensão e tem como objetivo incitar os estudantes a deduzirem a fórmula da soma dos termos de uma P.G. finita. À medida que os estudantes forem apresentando dificuldades, principalmente na interpretação das perguntas, vá dando pistas que os direcionem à dedução, mas sem dar respostas prontas.

03

A Atividade 3 é uma atividade de aplicação que tem

como objetivo incitar o estudante a relacionar as P.G. a uma aplicação financeira, feita a uma taxa juros compostos (i) em um determinado período (t) conhecendo o capital investido (C). Os estudantes serão induzidos a deduzir uma fórmula para o cálculo dos juros e uma para o montante, para depois aplicar essas fórmulas no cálculo do montante no vigésimo mês.



04

A Atividade 4 é um item de aplicação. Essa atividade aborda uma situação-problema em que o estudante deve aplicar a fórmula da soma dos n primeiros termos da P.G. finita, formalizada nas atividades anteriores. Esteja bastante atento aos processos utilizados por cada estudante e oriente a todos que necessitarem de ajuda externa.

05

A Atividade 5 são dois itens de aplicação da fórmula da soma dos n primeiros termos da P.G. finita. A primeira situação-problema é de contexto geométrico e a segunda, de contexto físico. Nas duas situações, os estudantes deverão interpretar e compreender o texto base retirando informações que deverão ser associadas a conhecimentos prévios.

FINALIZANDO

Professor(a), finalize a aula construindo com toda a turma uma síntese de todos os conhecimentos trabalhados nas aulas 7 e 8. Essa síntese deve ser registrada no quadro em forma de listas com tópicos e subtópicos, esquemas ou mapas mentais. Isso favorecerá a visualização de todo o processo, principalmente para estudantes que aprendem mais a partir de processos em que podem observar e reter informações. Para ampliar o universo de estudantes que se envolverão no arremate

04

4

Observe a P.G. a seguir:
(7, 14, 28, ..., 3584)

Responda:

a. Quantos termos tem essa P.G.?

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$n - 1 = 9$$

$$3584 = 7 \cdot q^{n-1}$$

$$n = 9 + 1 = 10$$

$$q^{n-1} = \frac{3584}{7}$$

Portanto, essa PG tem 10 termos.

$$q^{n-1} = 512$$

$$q^{n-1} = 2^9$$

b. Qual a soma dos termos dessa P.G.?

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

$$S_n = \frac{7 \cdot (2^{10} - 1)}{2 - 1}$$

$$S_n = \frac{7 \cdot (1024 - 1)}{1}$$

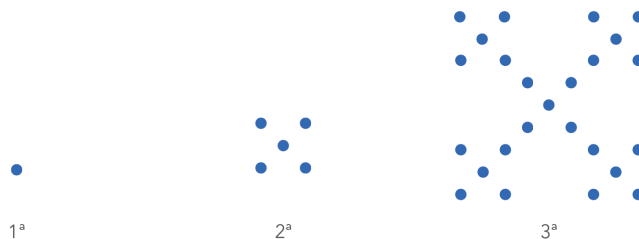
$$S_n = 7 \cdot 1023 = 7161$$

05

5

Responda aos itens I e II.

I) Fernanda desenhou uma sequência de figuras compostas por pontos, conforme a imagem a seguir.



da aula, converse com a turma e instigue-os a falarem e trazerem suas experiências pessoais. Nesse sentido, os estudantes que apresentam características de assimilação de aprendizagem a partir da modalidade auditiva, também serão favorecidos no processo. Finalmente, peça-os que se dirijam ao quadro e colaborem com a construção das listas, esquemas ou mapas mentais, acrescentando novas informações. Desta forma, estudantes cinestésicos também participarão da aula, colaborando ainda mais com a sistematização da aprendizagem de tudo que foi trabalhado nas aulas. Nesse sentido, é importante que a síntese final envolva pelo menos os pontos apresentados no esquema a seguir.

A quantidade de pontos que Fernanda terá desenhado ao concluir a 6ª figura é igual a:

a. 625. $S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$ $S_6 = \frac{15624}{4}$
 b. 781.
 c. 3 125.
 d. 3 906. $S_6 = \frac{1 \cdot (5^6 - 1)}{5 - 1}$ $S_6 = 3906$
 e. 15 634.

II) Luiza solicitou a um banco um crédito educativo para custear seus estudos na faculdade. A dívida deverá ser paga em oito anos, com doze prestações mensais iguais por ano, sendo que, a cada ano, as prestações sofrerão um reajuste constante. No primeiro ano, as parcelas serão de R\$ 400,00; no segundo ano, de R\$ 440,00; no terceiro, de R\$ 484,00; e assim sucessivamente.

O valor total, em reais, pago por Luiza nesses oito anos, será aproximadamente igual a:

a. 4 560.
 b. 15 888. $S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$ $S_8 \approx \frac{456}{0,1}$
 c. 38 400.
 d. 45 538. $S_8 = \frac{400 \cdot (1,1^8 - 1)}{1,1 - 1}$ $S_8 \approx 4560$
 e. 54 720. $4560 \cdot 12 \approx 54720$



ANOTAÇÕES



CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 5 - ITEM I

Professor(a), a Atividade 5 é um item de aplicação da fórmula da soma dos termos da P.G. finita para resolver uma situação-problema num contexto geométrico. Observe que o item aborda o conhecimento a partir de um texto base como suporte. Nesse sentido, a leitura da imagem, identificação dos dados, a compreensão do comando e o domínio das operações envolvidas nos cálculos são fundamentais para o sucesso da resolução. Esteja atento aos estudantes que apresentarem dificuldades e se perceber a necessidade, solicite-os que resolvam outros problemas dessa natureza.



CONVERSANDO COM O PROFESSOR

ATIVIDADE 5 - ITEM II

Professor(a), a Atividade 5 é um item de aplicação da fórmula da soma da P.G. finita. Note que o item aborda o conhecimento a partir de um texto base sem suporte. Nesse sentido, a identificação dos dados, a compreensão do comando e o domínio das operações envolvidas nos cálculos são fundamentais para o sucesso da resolução. Observe que este problema também pode ser resolvido utilizando-se a fórmula do cálculo dos juros compostos. Esteja atento aos estudantes que apresentarem dificuldades e se perceber a necessidade, solicite-os que resolvam outros problemas dessa natureza.

PADRÃO GEOMÉTRICO



DEDUÇÃO DA FÓRMULA DA SOMA DOS TERMOS DA P.G. FINITA



JUROS COMPOSTOS



APLICAÇÃO DA FÓRMULA DA SOMA DOS TERMOS DA P.G. FINITA

[illegible]



100

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

